UNIVERSIDAD CATÓLICA ANDRÉS BELLO
VICERRECTORADO ACADÉMICO
DIRECCIÓN GENERAL DE ESTUDIOS DE POSTGRADO
ÁREA DE HUMANIDADES Y EDUCACIÓN
Maestría en Educación: Procesos de Aprendizaje

Trabajo de Grado de Maestría

EFECTOS DE LA APLICACIÓN DE MAPAS CONCEPTUALES COMO HERRAMIENTA PARA LA REPRESENTACIÓN DEL CONOCIMIENTO EN EL APRENDIZAJE DE LA GEOMETRÍA EN ESTUDIANTES DEL PRIMER AÑO DE MEDIA GENERAL

presentado por
Pedro José Muñoz Aguiar
para optar al título de
Magister en Educación

Asesora
Patricia Peña

Junio, 2017

Agradecimientos

Quiero por medio de estas líneas agradecerle primeramente a Dios por darme la fuerza dentro tantas vicisitudes que viví durante la elaboración del proyecto así como la ejecución de la intervención hasta llegar a la culminación de la tesis.

Estaré eternamente agradecido a la señora Silvia de Saiden que siempre creyó en mí y me brindo de manera desinteresada su ayuda de manera constante hasta que el señor la llamó para estar junto a él y desde ahí ver su conclusión.

No puedo dejar de mencionar a mi hermana Gemma Utrera, la hermana que Dios me puso en el camino hace trece años y que siempre estuvo aupándome para lograr este objetivo.

Por otro lado a mi tutora la profesora Patricia Peña que con su sapiencia y paciencia no me dejó ni a sol ni asombra hasta verme finalizar este trabajo que hoy entrego.

Y dejo de último y no porque sea menos importante al motor de mi vida, mi esposa Hiroshima Palacios la cual ha sido fuente de inspiración en la profesión que ejerzo con orgullo desde hace 26 años como es la de arquitecto del conocimiento.

Pedro José Muñoz Aguiar

UNIVERSIDAD CATÓLICA ANDRÉS BELLO
ESTUDIOS DE POSTGRADO
ÁREA DE HUMANIDADES Y EDUCACIÓN

PROGRAMA DE ESPECIALIZACIÓN/MAESTRÍA EN EDUCACIÓN
MENCIÓN: PROCESOS DE APRENDIZAJE

EFECTOS DE LA APLICACIÓN DE MAPAS CONCEPTUALES COMO HERRAMIENTA PARA LA REPRESENTACIÓN DEL CONOCIMIENTO EN EL APRENDIZAJE DE LA GEOMETRÍA EN ESTUDIANTES DEL PRIMER AÑO DE MEDIA GENERAL

Autor: Pedro J. Muñoz A.
Asesora: Patricia Peña
Fecha: junio 2017

Resumen

Los mapas conceptuales son instrumentos para aprender a aprender que ayudan de manera considerable a mejorar el aprendizaje y sobre todo, ayudan a reflexionar acerca de la estructura y el proceso de producción del conocimiento con énfasis en el aprendizaje significativo. Además permiten que el alumno desarrolle por sí mismo la capacidad de seguir aprendiendo, de ahí la importancia que tienen en el aprendizaje de la geometría euclidiana. Conocimiento que juega un papel relevante dentro de la vida cotidiana del ser humano ya que lo ayuda en la ubicación espacial para la realización de estimaciones, apreciaciones y cálculos relativos a objetos en dos y tres dimensiones.
Bajo esta consideración, la presente investigación tuvo como objetivo determinar el efecto del uso de los mapas conceptuales en el aprendizaje de la geometría en estudiantes del primer año de educación media general de una institución educativa privada del este de Caracas.
El estudio se realizo bajo una investigación de campo, cuasiexperimental y el diseño fue de grupo control sin tratamiento con pretest y postest. La muestra estuvo representada por la totalidad de la población de alumnos del primer año de media general de la institución, un total de 55 estudiantes. El grupo experimental estuvo conformado por 27 estudiantes y el grupo control por 28 estudiantes.
Al verificar los resultados obtenidos luego de culminado el programa de intervención en el uso de los mapas conceptuales en el aprendizaje de la geometría euclidiana aplicando una *t Student* se comprobó una diferencia significativa entre los grupos control y experimental en las pruebas del pre test y post test. Dicha diferencia demostró que el uso de los mapas conceptuales beneficia el aprendizaje significativo del contenido de geometría plana en los niveles que indica van Hiele.

Descriptores: Geometría, Geometría Euclidiana, Aprendizaje Significativo, Mapas Conceptuales.

Índice de Contenidos

Anexos

Tablas

Figuras

Capítulo I. El Problema

Planteamiento del Problema

Hay acuerdos entre docentes de matemáticas, investigadores en Educación Matemática o Didáctica de las Matemáticas y organismos abocados a presentar lineamientos para el aprendizaje y enseñanza de las matemáticas, en considerar a la geometría como una rama importante del currículo matemático en el nivel preescolar, primario y medio de la educación (Bailey,Taasoobshirazi & Carr, 2014; De Guzmán,2007; Zhang, Ding, Stegall & Mo, 2012) .

El dominio en el área de la geometría prepara los estudiantes como ciudadanos capaces de desenvolverse en su entorno social, así como para continuar estudios universitarios en carreras con una alta demanda en conocimientos de matemática (Andonegui, 2006; De Guzmán, 2007; National Council of Teachers of Mathematics, 2000; Sherard, 1981; Zambrano, 2005; Zhang, Ding, Stegall y Mo, 2012).

De Guzmán (2007) considera imprescindible desde el punto de vista didáctico científico e histórico, asignarle al pensamiento geométrico la importancia que le corresponde en la enseñanza matemática inicial, primaria y secundaria. Se refiere el autor con el término de pensamiento geométrico no solo a la enseñanza de la básico y profundo geometría fundamentada en los Elementos de Euclides, sino " a algo mucho más que es el cultivo de aquellas porciones de la matemática que provienen de, y tratan de, estimular la capacidad del hombre para explorar racionalmente el espacio físico en que vive, la figura, la forma física"(p.51).

Esta idea de De Guzmán (2007) se puede complementar con la propuesta de Andonegui (2006) para quien el estudio de la geometría, " además de desarrollar la intuición espacial, trata de integrar la visualización con la conceptualización; la manipulación y experimentación con la deducción; y todo ello, con la resolución de problemas y la aplicación de los conocimientos geométricos" (p.9). Esta visión conjunta del estudio de la geometría involucra procesos cognitivos y dominio de contenidos que no pueden ser obviados por los docentes de matemática que tienen la responsabilidad de enseñar geometría.

Considera el National Council of Teachers of Mathematics (NCTM), Consejo Nacional para la Enseñanza de las Matemáticas (2000) que la geometría al permitir interpretar y reflexionar sobre el ambiente físico, sirve como herramienta para el estudio de otros tópicos en matemática y en ciencias. Por ejemplo, la trigonometría, y el álgebra en el primer caso, y en el segundo caso, su aplicación en física para el estudio del movimiento parabólico. Es decir, una comprensión de los conceptos geométricos es importante para representar y resolver problemas en otras áreas de la matemática y de la ciencia.

La geometría es reconocida por el NCTM (2000) como una de las dos ramas de la matemática, la otra es el álgebra, en la cual los estudiantes invierten más tiempo de aprendizaje en los cursos de bachillerato. Esto se debe a que el dominio de la geometría es un prerrequisito para cursos sucesivos de algebra, trigonometría y calculo, así como en cursos de química y física.

Así mismo, para Zhang, Ding, Stegall y Mo (2012) aquellos estudiantes de bachillerato que no demuestren un conocimiento geométrico proficiente no podrán ser exitosos o tendrán que superar muchos obstáculos para proseguir estudios universitarios en carreras como ingeniería o ciencias.

Para Zambrano (2005) una sólida formación en geometría desde los primeros años de educación primaria garantizará el éxito de los estudiantes en los siguientes niveles no solo en matemática, sino también en física y estadística por citar algunas asignaturas. Así mismo, considera Zambrano que el estudio de la geometría promueve el desarrollo del pensamiento crítico, control de impulsividad, pensamiento lógico y resolución de problemas, habilidades cognoscitivas necesarias para un desenvolvimiento exitoso como ciudadano en una sociedad en constante cambio.

No obstante, reconocida esta importancia de la geometría, los resultados de evaluaciones realizadas por organismos internacionales abocados a evaluar la competencia matemática de estudiantes de bachillerato y educación primaria reportan resultados poco halagadores. Pueden citarse, por una parte, el informe presentado por la Organization for Economic Cooperation and Development (2010), (OCDE), Organización para la Cooperación y Desarrollo Económico, quien mediante el Programme for International Student Assesstment (PISA 2009), Programa Internacional para la Evaluación de Estudiantes (PISA 2009) evaluó a estudiantes de 15 años de edad de sesenta y cinco (65) países miembros de la OCDE en competencias básicas de lectura, matemáticas y ciencias naturales. Por la otra, el informe sobre el Tercer Estudio Regional Comparativo y Explicativo (TERCE, 2013) publicado en julio de 2015 bajo la gestión del Laboratorio Latinoamericano de Evaluación de la Calidad de la Educación (LLECE) de la OREALC/UNESCO.

Con respecto a la evaluación de la competencia matemática realizada por PISA 2009, ésta es definida como la capacidad del individuo para formular, emplear e interpretar las matemáticas en una variedad de contextos. Además, la competencia incluye el razonamiento matemático y el uso de conceptos, procedimientos, hechos y herramientas para describir, explicar y predecir fenómenos. Ser competente matemáticamente permite al estudiante reconocer la importancia que la matemática tiene en el mundo y hacer juicios bien fundamentados para tomar las decisiones necesarias ante situaciones nuevas que confronte como ciudadano (PISA 2009).

Se considera que la competencia ha sido adquirida en un nivel aceptable cuando los estudiantes tienen las condiciones de continuar aprendiendo a lo largo de la vida, de aplicar lo que aprenden dentro y fuera de la escuela y evalúa opciones para tomar decisiones (PISA 2009).

Mediante una prueba estandarizada de lápiz y papel, la competencia matemática es demostrada por los estudiantes a través de sus habilidades para razonar y comunicar efectivamente lo que conocen para resolver e interpretar problemas matemáticos que involucran cantidad, geometría, álgebra, probabilidades y otros conceptos matemáticos (PISA 2009).

De los sesenta y cinco (65) países participantes, vale la pena destacar: a) los valores de la media estadísticamente significante por debajo de la media de la OECD (496) obtenida por algunos países; b) media no estadísticamente significante con respecto a la media de la OECD; c) media estadísticamente significante por encima de la media de la OECD. Se citan a continuación algunos países y sus respectivas medias, tomando como criterios para la cita, aquellos países que publican investigaciones en educación matemática en revistas arbitradas. En el primer caso se destacan: EEUU (487), España e Italia (483), Federación Rusa (468), Grecia (466), Israel (447), Uruguay (427), Chile (421), México (419), Argentina (388), Brasil (386), Colombia (381), Perú (365) y Panamá (360). En el segundo caso: Francia (497) y el Reino Unido (492), por último, entre aquellos países que obtuvieron una media estadísticamente significante por encima de la media de la OECD, se citan: Shanghai-China (600), Singapur (562), Hong Kong-China (555), Finlandia (541), Canadá (527) y Alemania (513). Llama la atención que son pocos los países con resultados por encima de la media de la OECD.

En lo que respecta a Tercer Estudio Regional Comparativo y Explicativo (TERCE, 2013) en este estudio se evaluaron los logros de aprendizaje de estudiantes de tercer y sexto grado en las áreas de: lectura, escritura, matemática y ciencias (las primeras tres en ambos grados, y ciencias naturales solo en sexto) y se identificaron los factores asociados a dichos logros con el fin de generar insumos para la toma de decisiones, el diseño y el mejoramiento de políticas y prácticas en educación en los países de América Latina y el Caribe miembros de LLECE.

En el TERCE participaron más de 67.000 estudiantes de 15 países: Argentina, Brasil, Chile, Colombia, Costa Rica, Ecuador, Guatemala, Honduras, México, Nicaragua, Panamá, Paraguay, Perú, República Dominicana y Uruguay, además del estado mexicano de Nuevo León.

En la prueba de matemática aplicada a estudiantes de tercer grado se evaluaron los aprendizajes en cinco dominios: a) numérico; b) geométrico; c) medición; d) estadístico; e) variación (secuencias y patrones) Los resultados sobre logros de aprendizaje en estos dominios los presenta TERCE a partir de la comparación del puntaje promedio de cada país con el puntaje promedio de países, cuyo valor fue de 700 puntos. Las puntuaciones medias observadas permitieron al TERCE distribuir a los países en tres grupos: a) países con media significativamente superior al promedio de países. Dentro de este grupo clasificaron: Chile (787), Nuevo León (755), Costa Rica (750), Uruguay (742), México (741), Brasil (727), Argentina (717), y Perú (716);b) países que obtuvieron una media que no difiere significativamente del promedio de países. En este grupo se encuentran Colombia (694) y Ecuador (703); c) por último, países con media significativamente inferior al promedio de todos los países evaluados en el TERCE. En este grupo se ubican: Honduras (680), Guatemala (672), Panamá (664), Nicaragua (653), Paraguay (652) y Republica Dominicana (602).

Por otra parte el TERCE presenta resultados sobre logros de aprendizaje a nivel de procesos cognitivos. Las pruebas de matemáticas tanto para tercer y sexto grado consideran tres niveles de habilidad;1) reconocimiento de objetos y elementos, esto es, identificación de hechos, relaciones, propiedades y conceptos matemáticos expresados de manera directa y explícita en el enunciado; 2) solución de problemas simples mediante el uso de información matemática explícita en el enunciado, referida a una sola variable, y el establecimiento de relaciones directas necesarias para hallar la solución; 3) solución de problemas complejos: para esto se requiere de la reorganización de la información matemática presentada en el enunciado y la estructuración de una propuesta de solución a partir de relaciones no explícitas en las que se involucra más de una variable.

Los resultados de matemática en tercer grado muestran que el 71% de los estudiantes de la región se encuentran en el primer nivel. Los logros de aprendizaje en este nivel, se relacionan con la identificación de los números y sus propiedades ordinales, así como el reconocimiento de figuras geométricas básicas y la lectura de datos explícitos en tablas y gráficos. El 22% de los estudiantes se ubican en el nivel 2, presentan dificultades con la resolución de problemas que requieren aplicar operaciones aritméticas, medidas y figuras geométricas, así como aprender a interpretar información que se presenta en tablas y gráficos y, por último, solamente el 8 % de los estudiantes resuelven problemas complejos con números naturales, resuelven problemas que involucran la comparación y conversión de medidas y problemas más complejos que involucran los elementos de figuras geométricas o representaciones planas de cuerpos geométricos. Estos resultados evidencian la importancia que debe dársele al uso de estrategias por parte de los docentes para desarrollar habilidades sobre resolución de problemas que vayan más allá de la aplicación directa de conceptos y reglas.

En la prueba de matemática aplicada a estudiantes de sexto grado se evaluaron, al igual que a los estudiantes de tercer grado, los aprendizajes en cinco dominios: a) numérico; b) geométrico; c) medición; d) estadístico; e) variación (patrones de formación, uso e interpretación de modelos y representaciones).Así mismo, los resultados sobre logros de aprendizaje en estos dominios los presenta TERCE a partir de la comparación del puntaje promedio de cada país con el puntaje promedio de países, cuyo valor fue de 700 puntos. Las puntuaciones medias observadas distribuyen a los países en tres grupos: a) países con media significativamente superior al promedio de países. Dentro de este grupo clasifican: el estado mexicano de Nuevo León (793), Chile (793), México (768),Uruguay (765), Costa Rica (730), Argentina (722), y Perú (721) ; b) países cuyos promedios no difieren estadísticamente del promedio de todos los países evaluados en el TERCE: En este grupo es posible identificar a Brasil (709), Colombia (705) y Ecuador (702); c) países con media significativamente inferior al promedio de todos los países evaluados en el TERCE. En este grupo se ubican; Guatemala (672), Honduras (661), Panamá (644), Nicaragua (643), Paraguay (641) y República Dominicana (622).

En el caso de los procesos cognitivos evaluados en la prueba de matemática de sexto grado, el 83% de los estudiantes a nivel regional se encuentra en los dos primeros niveles habilidad. Los logros de aprendizaje en estos niveles, se relacionan con la capacidad de trabajar con números naturales y decimales en contextos simples y con la lectura de datos explícitos en tablas y gráficos. En lo que respecta a geometría, los estudiantes demuestran habilidades para identificar ángulos agudos, rectos y obtusos, resolver problemas simples que involucran ángulos y calcular perímetros y áreas de polígonos.

Solamente el 17% restante muestran evidencias de ser capaces de resolver problemas más complejos que involucran operaciones de números naturales, números decimales y fracciones, o variaciones proporcionales. Así como problemas complejos que involucren el cálculo de perímetros y áreas de polígonos o ángulos de polígonos o resolver problemas que requieren la interpretación de datos presentados en tablas o gráficos más complejos.

Estos resultados de bajos niveles de desempeño deben ser motivo de reflexión no solamente para los docentes de los países participantes en el estudio, sino en general de aquellos docentes interesados en promover procesos de pensamiento de orden superior para que los estudiantes puedan desarrollar la capacidad de resolver problemas matemáticos complejos y desarrollar el pensamiento matemático, habilidades imprescindibles para comprender el mundo que los rodea.

Visto los resultados de las investigaciones arriba presentadas, cabe preguntarse ¿cuál es el rendimiento de estudiantes venezolanos del nivel primario y del nivel de media general en el aprendizaje de la matemática y en particular en el aprendizaje de la geometría?

Lamentablemente, no se puede dar respuesta sustentada con datos actualizados porque no se hallaron publicaciones recientes del Ministerio del Poder Popular para la Educación sobre la evaluación del rendimiento o aprendizaje de los estudiantes en el área de matemática. Por lo tanto, para tener una visión sobre la situación en el país se citan dos estudios: a) el realizado por Silva (1999) quien coordinó la primera medición nacional realizada por el Sistema Nacional de Evaluación del Aprendizaje (SINEA) con el fin de generar información válida y confiable acerca de los niveles de competencia de los alumnos en las áreas de Lengua y Matemática que integran el curriculum, de tercero, sexto y noveno grado de Educación Básica y b) resultados presentados por Walker (2011) sobre la evaluación de competencias en el área de Matemática, Lengua y Ciencias Naturales de una muestra de estudiantes del estado Miranda que junto con otros nueve (9) países participaron en la evaluación realizada en el año 2010 por el Programme for International Student Assesstment (PISA 2009 +), Programa Internacional para la Evaluación de Estudiantes (PISA 2009 +). Cabe destacar que estos diez países fueron evaluados con las mismas pruebas aplicadas en el año 2009 a los sesenta y cinco (65) países miembros del Programa Internacional para la Evaluación de Estudiantes (PISA 2009) y participaron 46.000 estudiantes con 15 años de edad.

En lo que respecta a la evaluación de los niveles de competencia de los estudiantes en el área de Matemática realizada por el Sistema Nacional de Evaluación del Aprendizaje (SINEA) indica Silva (1999) que la medición se llevó a cabo en el año 1998, aplicada en una muestra de 32. 292 estudiantes de tercer grado, 32.444 de sexto y 28.764 de noveno.

Los resultados se expresaron en términos de tres niveles de ejecución: no logro, logro parcial y logro. Se consideró que un estudiante estaba en el nivel de no logro cuando respondía menos del 40% de la prueba; se ubicaba en el nivel de logro parcial cuando el estudiante respondía entre el 40 y el 70% y que alcanzaba el nivel de logro cuando respondía a más del 70% de la prueba (Silva, 1999).

En la Tabla 1 se expresan los porcentajes de estudiantes que se ubican en estos niveles de ejecución en las muestras de los grados evaluados.

Tabla 1. *Porcentaje de estudiantes ubicados en los niveles de ejecución en Matemática en las muestras de los grados 3°, 6° y 9°*

Muestra de los grados	Nivel de Ejecución		
	No logro	Logro parcial	Logro
3°	19,16%	60,33%	20,51%
6°	34,79%	52,67%	12,54%
9°	54,19%	42,91%	2,90%

n_3: 32.292; n_6: 32.444; n_9: 28.764

La Tabla 1 refleja que el mayor porcentaje de estudiantes en tercero y sexto grado se ubican en logro parcial, no siendo así para la muestra de estudiantes de noveno grado. Se puede deduce que a medida que aumenta la escolaridad el nivel de logro disminuye.

En cuanto al rendimiento en el tópico de geometría los resultados reportados por Silva (1999) se expresan en la Tabla 2.

Tabla 2. *Porcentaje de estudiantes ubicados en los niveles de ejecución en Geometría en las muestras de los grados 3°,6° y 9°*

Muestra de los grados	Nivel de Ejecución		
	No logro	Logro parcial	Logro
3°	42,16%	42,81%	15,03%
6°	49,19%	43,11%	7,70%
9°	70,62%	21,82%	7,77%

n_3: 32.292; n_6: 32.444; n_9: 28.764

Se observa, por una parte, un por bajo porcentaje de estudiantes de los grados tercero, sexto y noveno ubicados en el nivel de logro y, por la otra, que éste disminuye sustancialmente en la muestras de sexto y noveno grado. Esto es, al no poseerse un dominio de los conceptos, establecer relaciones entre ellos y aplicar reglas o procedimientos para resolver problemas en cualquier tópico de matemática, entonces, el dominio de contenidos de matemática y en particular de geometría en niveles superiores no alcanzará el nivel de logro.

Trascurrida más de una década, una muestra de estudiantes del Estado Miranda participaron en el Programa Internacional para la Evaluación de Estudiantes (PISA 2009 +) junto con estudiantes de otros nueve países. Esto fueron; Costa Rica, Georgia, Himachal Pradesh-India, Malasia, Malta, Mauritania, Moldovia, Tamil Nadu-India y Emiratos Árabes, totalizando una muestra de 46.000 participantes con edad de 15 años. La evaluación se realizó en el área de lectura, matemática y ciencias naturales con las mismas pruebas aplicadas en el PISA 2009.

En el área de matemática la media obtenida por los países fue estadísticamente significante por debajo de la media de la OECD (496) en el PISA 2009. De estas medias la más alta la obtuvo Malta (463) y el valor más bajo lo obtuvo Himachal Pradesh-India (338), siendo (397) el valor obtenido por la muestra del Estado Miranda.

En lo que al país respecta, el resultado en ambas evaluaciones llama la atención a investigadores y docentes en cuanto a los cambios que deben ser introducidos en la enseñanza de la matemática y en particular de la geometría.

Vista la necesidad planteada de mejorar el aprendizaje de la geometría en los diferentes niveles educativos se han revisado algunas investigaciones que se agrupan en dos grupos. En uno de ellos se ubican estudios que presentan recursos aplicados por docentes para su enseñanza, y en el otro, se colocaron investigaciones que abordan el uso de estrategias de representación del conocimientos como los mapas conceptuales (Novak, 1998) donde el aprendiz relaciona activamente nuevos conceptos de geometría con aquellos que ya posee en sus estructuras cognitivas y así estar preparado para resolver problemas que involucren la aplicación de la geometría.

En el primer grupo se mencionan: a) la instrucción basada en el estudio de problemas de geometría ya resueltos, donde Bokosmaty, Sweller y Kalyuga (2015) hallaron que esta estrategia es más efectiva en estudiantes de educación secundaria con bajo rendimiento en geometría que la enseñanza que enfatiza la resolución de problemas previo conocimiento de conceptos y teoremas ; b) la evaluación de la enseñanza de Geometría I- Geometría Euclideana referida a los tópicos de segmentos, ángulos, paralelismo y perpendicularidad, polígonos en general, triángulos y cuadriláteros- realizada por una docente en estudiantes universitarios de la especialidad de Educación Matemática, bajo un enfoque constructivista y con el uso del software educativo Cabri Géomètre II. Encontrándose que la docente presentó deficiencias en el uso de estrategias constructivistas respecto a la activación de conocimientos previos (Rojas & Andonegui, 2003); c) la incidencia del software educativo Cabri Géomètre II en la evolución del razonamiento geométrico en estudiantes de Educación Superior. Para el análisis se tomó como base el modelo de razonamiento geométrico de van Hiele (1986). Hallándose que el uso del software no muestra incidencia en la evolución del razonamiento geométrico de los participantes (Graterol y Andonegui, 2003); d) por su parte Choi-Kok (2001) halló que el uso del software Geometer¨s Sketchpad facilitó en un estudiante de séptimo grado el desarrollo de los niveles del razonamiento geométrico propuesto por van Hiele (1986) en los tópicos de geometría sobre triángulos rectos, isósceles y equiláteros; e) Milevicich y Arraya (2010) desarrollaron una propuesta didáctica apoyada en el software Cabri II Plus para facilitar la conceptualización y descubrimiento de las propiedades de los cuadriláteros en estudiantes de tercer año de secundaria, tomando como referencia para la propuesta los niveles de razonamiento geométrico de van Hiele (1986); por último, se cita la propuesta didáctica de Ulicab y Rosado (2010) quienes proponen para estudiantes de sexto grado un conjunto de actividades para trabajar con el software Cabri Géomètre II Plus y Cabri 3D para que aprendan geometría no en el contexto axiomático de la matemática, sino en su esencia intuitiva pero formal.

En cuanto a estudios que abordan la enseñanza de la geometría, tanto en primaria como en secundaria, mediante estrategias de representación del conocimiento como los mapas de conceptos, fue poco lo hallado, aun cuando Zapata, Jaramillo y Sucerquia (2010) consideran que el uso de los mapas conceptuales favorece el aprendizaje y la enseñanza de la matemática, ya que éstos ponen de manifiesto los procesos de razonamiento seguidos por los aprendices, evidencian las conexiones entre los conceptos matemáticos para sustentar proposiciones válidas o no válidas y a diferentes niveles jerárquicos, que a su vez, dan una visión sobre el nivel de compresión que tienen tanto estudiantes como docentes, en dichos conceptos.

En el meta análisis llevado a cabo por Nesbit y Adesope (2006) se analizaron cincuenta y cinco (55) estudios experimentales y cuasiexperimentales sobre la aplicación de mapas conceptuales en estudiantes desde cuarto grado hasta primeros años de universidad en dominios como biología, física, química, psicología, estadística y enfermería. Hallándose un incremento en la retención y el aprendizaje de conceptos y en la resolución de problemas en los dominios citados. No reportándose ninguna investigación en matemática o en geometría.

Propósito y Justificación

Con base a lo expuesto en el apartado anterior, el propósito del presente estudio es determinar en estudiantes de primer año de educación media general el efecto de los mapas conceptuales en el aprendizaje de conceptos de geometría euclidiana propuesto para ese nivel educativo.

Dado que en la revisión de la literatura no se encontraron estudios que relacionen los mapas conceptuales con el aprendizaje de la geometría en estudiantes que inician la media general, y puesto que hay evidencias en cuanto al efecto de los mapas conceptuales en el incremento del aprendizaje en otras áreas del conocimiento (Nesbit &Adescope, 2006), se espera que la investigación aporte resultados que permitan sustentar el diseño y aplicación de programas de actualización docente para la enseñanza de la geometría. Así como orientaciones para elaborar materiales instruccionales y/o aplicación de estrategias de enseñanza que motiven e incrementen el nivel cognitivo de los aprendices. Estas acciones influirían en los estudiantes con el fin de ayudarlos a culminar sus estudios de educación primaria o media general para realizar estudios superiores y/o para incorporarse en la sociedad con un conocimiento matemático aplicable en diferentes formas que les permitan satisfacer sus necesidades de vida como ciudadanos constructivos, reflexivos y comprometidos.

Enunciado del Problema

El enunciado del problema que se presenta a continuación se sustenta a partir de tres premisas, la primera, surge de evidencias halladas en la revisión de investigaciones realizadas tanto a nivel nacional como internacional, relacionadas con las dificultades y bajo rendimiento de estudiantes tanto del nivel primario como de media general en el aprendizaje de la geometría; la segunda, también sustentada en investigaciones acerca del aprendizaje de conceptos a partir de representaciones como los mapas conceptuales, en particular los estudios Nesbit y Adesope (2006) y Zapata, Jaramillo y Sucerquia (2010). Por último, se ha tomado en cuenta la efectividad de la aplicación de los mapas conceptuales en el aprendizaje de diferentes áreas del conocimiento, en la mayoría de los casos revisados para realizar esta investigación.

En consecuencia, se propone la presente investigación en torno a la siguiente interrogante: ¿Cuál es el efecto de la administración de un programa de entrenamiento en el uso de mapas conceptuales para el aprendizaje de contenidos de geometría euclidiana en un grupo de estudiantes del primer año de Educación Media General de una institución privada?

Objetivos

Objetivo general.

Determinar el efecto del uso de los mapas conceptuales en el aprendizaje de la geometría en estudiantes del primer año de Media General de una institución privada.

Objetivos específicos.

1. Identificar las diferencias en el puntaje promedio obtenido por los estudiantes del primer año de Media General de una institución privada, distribuidos en grupo experimental (GE) y grupo control (GC) al inicio del estudio en el uso de mapas conceptuales, medido por una prueba exploratoria
2. Identificar las diferencias significativas en el puntaje promedio obtenido por los estudiantes del primer año de Media General de una institución privada, distribuidos en grupo experimental (GE) y grupo control (GC) al inicio del estudio, medido por una prueba de conocimiento sobre geometría, considerada como prueba pretest.
3. Administrar al grupo experimental (GE) de estudiantes del primer año de Media General un programa de inducción en el uso de mapas conceptuales a los fines de incrementar el aprendizaje de los contenidos de geometría.
4. Identificar las diferencias significativas en el puntaje promedio obtenido por los estudiantes del primer año de Media General de una institución privada, distribuidos en grupo control (GC) y grupo experimental (GE), después de la

inducción en el uso de mapas conceptuales para el aprendizaje de la geometría.

5. Identificar las diferencias significativas en el puntaje promedio alcanzado por los estudiantes del primer año de Media General de una institución privada del grupo control (GC), al final de la inducción en el uso de mapas conceptuales, medido por una prueba de conocimientos de geometría.
6. Identificar las diferencias significativas en el puntaje promedio alcanzado en la prueba de contenidos de geometría por los estudiantes del primer año de Media General de una institución privada del grupo experimental (GE), al final de la inducción en el uso de mapas conceptuales, medido por una prueba de conocimientos de geometría.

Capítulo II. Revisión de la Literatura

Fundamentos Teóricos

Teoría de la asimilación del aprendizaje de Ausubel.

Ausubel en1962, presentó su teoría de la asimilación del aprendizaje en la que explica la función que desempeña la adquisición de conceptos y su relación con hechos, proposiciones y principios en el aprendizaje de estructuras del conocimiento en los diferentes campos del saber.

En la misma, el autor considera el aprendizaje significativo como el proceso mediante el cual un nuevo conocimiento o información se relaciona de manera sustantiva, en forma consciente y deliberada con aquellos conocimientos que ya tiene en su estructura cognitiva la persona que aprende. En otras palabras, el aprendizaje significativo se contrapone al aprendizaje memorístico. Es decir, el aprendizaje significativo en el mecanismo que le permite al sujeto que aprende no solamente adquirir sino también almacenar hechos, principios e ideas en cualquier campo del conocimiento relacionándolos con algún aspecto relevante de sus conocimientos anteriores.

Posteriormente, Ausubel, Novak y Hanesian (1978) diferencian de manera clara el aprendizaje memorístico del aprendizaje significativo. Hacer hincapié en que el estudiante elija aprender por medio del aprendizaje significativo, hace que la enseñanza expositiva sea completamente eficaz, conduciendo el aprendizaje escolar de lo memorístico a lo significativo. La causa de no recordar una información, es diferente si la misma fue aprendida de modo significativo o de manera memorística, ya que el olvido puede verse como algo cotidiano cuando no se recuerda algo en específico y se puede ver como algo técnico cuando no se recuerda lo aprendido de memoria (Novak, 1998).

Para Novak (1998) el aprendizaje significativo cumple con tres requisitos: a) El aprendiz debe tener conocimientos previos relevantes para relacionar de manera no trivial la nueva información con ésta que ya posee almacenada en sus estructuras cognitivas; b) el material instruccional debe ser significativo, es decir, los conocimientos que se van a adquirir, deben ser relevantes para otros conocimientos y abordar conceptos y proposiciones importantes; c) el aprendiz debe decidir en forma consciente y deliberada establecer relaciones no triviales entre los nuevos conocimientos y los que ya conoce. Esto significa que el aprendiz debe tener la voluntad y estar ganado a aprender de modo significativo.

Agrega Novak (1998) que la calidad de lo aprendido significativamente tiene cuatro ventajas sobre el aprendizaje memorístico: a) el conocimiento se retiene por mucho más tiempo, b) incrementa la capacidad y facilita el aprendizaje de nuevos contenidos relacionados con lo anteriormente aprendido con mayor facilidad a pesar hasta de haberse producido el olvido de un elemento subordinado específico, c) lo aprendido se puede aplicar a una extensa variedad de problemas y d) eleva la capacidad de transferencia que a lo largo es lo que se requiere para el pensamiento creativo (Novak, 1998).

Existen importantes diferencias entre el recuerdo de la información aprendida de memoria o de modo significativo. Lo que ha sido aprendido de memoria, inhibe aprendizajes posteriores de información similar, mientras que cuando el aprendizaje se produce significativamente sucede todo lo contrario. Algunos estudios revelan que la mayor parte de la información aprendida de memoria en el ámbito escolar se pierde en el plazo de seis a ocho semanas, relacionando de manera inadecuada la poca información que recuerdan con la información que se está aprendiendo (Novak, 1998).

Cuando se produce la reconciliación integradora entre ambas informaciones, se produce también, de manera paralela, una mejoría y diferenciación progresiva de la estructura cognitiva. Para Ausubel (1978) el estudiante que se dedica a aprender de manera significativa cualquier concepto, experimenta de manera simultánea -hasta cierto punto- la inclusión, la diferenciación progresiva y la reconciliación integradora de esos conocimientos, porque el nuevo aprendizaje tiene su base en el conocimiento previo e inclusive hasta en las proposiciones incorrectas.

Cuando se logra la adquisición de un nuevo concepto que es enriquecedor y que incluya conceptos previos se estará dando un aprendizaje significativo. Es por esto que la premisa que debe orientar al docente en su rol de facilitador es que el estudiante aprenda cómo aprender, esto es, capacitándolo y ayudándolo a que desarrolle competencias que le permitan la adquisición y el uso de estrategias para alcanzar marcos conceptuales que incrementen su autoestima. Las relaciones conceptuales y proposicionales que el estudiante alcance se pueden interpretar como un conjunto de estructuras que van desde la relación de inclusión entre los significados de diferentes conceptos –superordenación- hasta la subordinación de una oración; por lo que este nuevo aprendizaje es más efectivo cuando la nueva información es incluida bajo conceptos o proposiciones ya existentes en la estructura cognitiva (Ausubel, 1978).

Las tendencias actuales requieren de un cambio en los métodos de enseñanza utilizados en los planteles educativos con el objetivo de lograr aprendizajes significativos y de esta manera obtener mejores resultados académicos. Cuando Ausubel (1978) propone su teoría frente a otras modalidades como la enseñanza basada en el aprendizaje por descubrimiento y/o por memorización, hizo una serie de especificaciones que no han sido bien consideradas, o han sido mal aplicadas e interpretadas incorrectamente por quienes dicen utilizarla.

De acuerdo con Ausubel (1978) la enseñanza expositiva es recomendable por encima de otras propuestas de enseñanza siempre y cuando se parta de una estructura con base en los conocimientos previos que posee el estudiante, se le da una organización apropiada al contenido, es decir de lo general a lo particular y de lo simple a lo complejo, proporcionándole un cierto significado lógico y psicológico a la nueva información que se desea enseñar utilizando ciertas estrategias de enseñanza y de esta manera se garantiza y se promueve el esfuerzo cognitivo-constructivo de los estudiantes. Según Ausubel (1978) la toma en consideración de éstos y otros aspectos hace posible que ocurran aprendizajes significativos por recepción en la enseñanza expositiva (Véase Figura 1).

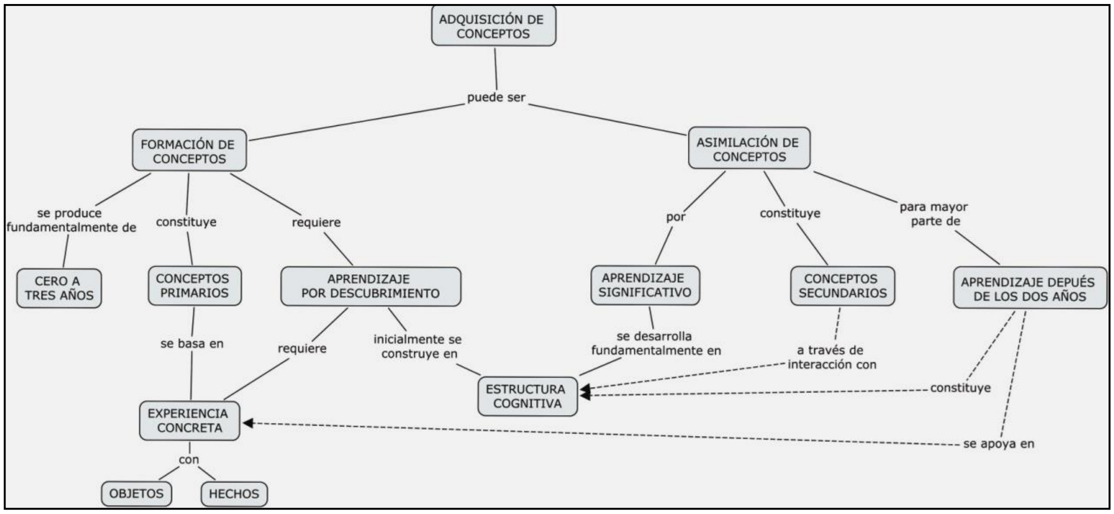


Figura 1. Las dos formas de adquisición de conceptos y su relación con la experiencia y la estructura cognitiva según Novak (1998).

Mapas conceptuales, una respuesta para la construcción de conocimientos.

Sustentado en la teoría de la asimilación de Ausubel (1962) Novak desarrolló una poderosa herramienta instruccional que llamó mapas conceptuales. El objetivo principal de Novak con el uso de esta herramienta fue lograr por parte del aprendiz un aprendizaje significativo como lo plantea Ausubel, es decir, un aprendizaje que habilite a los estudiantes para encargarse de su futuro de forma creativa y constructiva (Novak, 1998)

Los mapas conceptuales, se consideran estructuras del conocimiento bien organizadas cuando los conceptos de orden superior, más globales y generales, incluyen los de orden inferior, más específicos y menos generales (Novak, 1998).

El aprendizaje significativo requiere de unos conocimientos previos relevantes cuya cantidad y calidad varía en función de los temas, por ejemplo la geometría. De no poseer el aprendiz el dominio de esos conocimientos previos, entonces, el aprendizaje significativo se haría tedioso y requeriría de mucha inversión de tiempo cuando se intenta adquirir conocimientos de los cuales se conoce muy poco o si se conoce, el mismo está muy mal organizado (Novak, 1998).

El entusiasmo generado alrededor de los mapas conceptuales como herramienta de enseñanza y evaluación no es otro que la inmensa utilidad que brinda tanto a profesores como a estudiantes para la representación del conocimiento porque así se llega a compartir el mismo significado conceptual de las palabras o símbolos presentados, facilitando la creación de nuevos conocimientos dando lugar a una auténtica reorganización cognitiva (Novak, 1998).

Ahora bien, cada dos años Cañas (coordinador) y Novak (presidente vitalicio) desde el 2004, han logrado llevar a cabo seis congresos internacionales sobre mapas conceptuales cuyo objetivo ha sido reunir académicos y practicantes interesados en el uso de dicha herramienta, todos ellos basados en el trabajo investigativo de Novak.

Novak y Cañas (2006) redefinen el mapa conceptual como el recurso esquemático que gráficamente permite representar un conjunto de significados conceptuales incluidos en una estructura de proposiciones, que sirven como herramienta para la organización y representación del conocimiento para el aprendizaje. Tal y como indicó Novak (1998) se ponen de manifiesto las estructuras proposicionales del individuo y pueden emplearse, por tanto, para verificar las relaciones erróneas o para mostrar cuáles son los conceptos relevantes que no están presentes. La elaboración jerárquica de los mapas conceptuales se relaciona directamente con el aprendizaje significativo ya que representa un conjunto de conceptos incluidos en una estructura de proposiciones diferenciándolo de los esquemas tradicionales ya conocidos tales como los mapas mentales, los mapas cognitivos y los diagramas de flujo (Novak, 1998).

La organización de las estructuras del conocimiento cumplen con dos analogías Ontoria, Molina y Sánchez (1996) la *construcción* de una casa la cual sigue un proceso ordenado desde la infraestructura hasta la ornamentación y el *mapa* de carreteras que une con líneas ciudades y pueblos, con carreteras secundarias más detalladas hasta llegar al final. Con el uso de estas analogías explica Ontoria (1996) la construcción del conocimiento donde el uso de los conceptos será según unos criterios más o menos importantes, relacionándolos por medio de líneas obteniendo de esta manera un gráfico que tiene un parecido a un mapa de carretera. De aquí surgen o se concluyen ciertas ideas que ayudan a comprender el significado educativo que poseen los mapas conceptuales Ontoria, et al. (1996) como por ejemplo que el estudiante es quien debe construir el conocimiento entendiéndose como un aprendizaje, recordar adicionalmente que existen distintos estudiantes por lo tanto, distintas y válidas formas de trabajar y por último y no menos importante el profesor podrá ofrecer al estudiantado distintas formas de trabajar y aprender, fomentando nuevas formas de pensar así como tener una mentalidad abierta para valorar correctamente otras formas de aprender y pensar.

Investigaciones que Evidencian la Construcción de Nuevos Significados

La significatividad del mapa conceptual viene dada por la cantidad de relaciones que se establecen entre los conceptos, así como su calidad y jerarquía. Hoy en día el desarrollo curricular de la ciencia y su enseñanza se centra en las tareas y en la comprensión de los conceptos en lugar de su memorización. Por esta razón las nuevas herramientas educacionales deben estar orientadas a hacer de la ciencia -en todos sus aspectos- lo más transparente posible a los estudiantes (Novak &Gowin, 1988)

A partir de 1972, los mapas conceptuales desempeñan un papel protagónico, ya que en la medida que los estudiantes incrementan su habilidad y experiencia para construirlos, se detecta que inician el proceso de aprender a aprender, disminuyendo el proceso fraudulento de la memorización, por esta razón los mapas conceptuales desempeñan una función primordial como herramienta en la presentación del conocimiento de los estudiantes y la estructura del conocimiento en cualquier ámbito (Novak & Gowin, 1988 y, Adesope & Nesbit, 2006).

Aguilar (2006) presenta en su trabajo un análisis sobre el origen y la transformación del mapa conceptual para comprender las prácticas educativas y de investigación actuales en torno a la herramienta, se intenta entender al mapa conceptual como un objeto de estudio resultando relevante para la comunidad académica y de investigación que con sus prácticas genera la necesidad de plantear una teoría del mapa conceptual. Durante el proceso de la investigación se diversificaron sus funciones constituyendo la técnica como una herramienta para la investigación y la transformación de la práctica docente, la investigación educativa y psicológica. Para Aguilar (2006) comprender el origen del mapa conceptual permite entender la insistencia de Novak en destacar la relación estrecha entre la teoría del aprendizaje significativo de Ausubel y el mapa conceptual. Agrega además, que la incorporación del software CmapStools ha venido a favorecer la elaboración de los mapas conceptuales pasando a formar parte de la galaxia binaria y a ser el producto que conlleva al cambio y a la innovación del mapa conceptual.

En el estudio realizado por Cruz, García, Gaspar y García (2009) con estudiantes de licenciatura en las áreas de salud pública de la Facultad de Medicina de la Universidad en Zaragoza, los autores propusieron la realización de cinco mapas conceptuales acerca de temas de epidemiología (epidemiología, causalidad, diseño transversal, diseño casos y controles y la estimación del riesgo relativo), los cuales podrían ser usados tanto por profesores como por alumnos, los primeros para impartir sus clases y los segundos para facilitar su aprendizaje.

En cada uno de los mapas elaborados se describió el propósito del estudio, lo que fue evaluado, así como las ventajas y las desventajas. De esta experiencia se concluyó que el mapa conceptual forma parte del estudio para el aprendizaje y superó a la lectura acompañada del subrayado así como la elaboración de resúmenes los cuales suelen convertirse en un ejercicio de copiar y pegar.

Beirute (2006) propone ofrecer un espacio de reflexión para diseñar investigaciones que ofrezcan ideas que permitan relacionar la estructura cognitiva con la elaboración de mapas conceptuales, los estadios de desarrollo cognitivo y los procesos lógicos presentes en la construcción de mapas y por último el diseño de estrategias pedagógicas que permitan estimular la construcción de mapas más profundas. Las metodologías para incentivar el aprendizaje de construcción de mapas conceptuales, se encuentran directamente relacionadas con la generación de nuevos aprendizajes, de ahí que los mapas conceptuales sean considerados como una herramienta poderosa para generar el aprendizaje significativo. Las etapas que se siguen en la construcción de los mapas conceptuales parecieran ser similares a las etapas del pensamiento del niño por lo que no pueden ser ignorados en el proceso de la construcción de los mapas.

De acuerdo con este autor estas consideraciones teóricas se convierten en argumentos para rescatar el hecho, de que los mapas conceptuales no deben ser usados como herramienta para calificar sino para motivar una comprensión más integral en la que la evaluación que se genera esté directamente relacionada con las habilidades para relacionar que posee el aprendiz.

Cañas, Novak, Miller, Collado, Rodríguez, Santana y Peña (2006) desarrollaron una taxonomía topológica con la finalidad de medir la complejidad estructural de los mapas conceptuales en el contexto específico del Proyecto Conéctate al Conocimiento, el cual se puso en marcha en el año 2005 en Panamá, a través de la Secretaría de la Presidencia para la Innovación Gubernamental y del Ministerio de Educación. Dicho proyecto buscaba, entre otras cosas, la capacitación de docentes de escuelas primarias oficiales en el uso de mapas conceptuales como herramienta para fomentar el aprendizaje significativo en sus estudiantes.

La taxonomía de mapas conceptuales debe proveer un mecanismo para determinar el nivel de progreso en la representación de los mismos, partiendo de mapas sencillos hasta obtener mapas con proposiciones claras, buenos enlaces cruzados, recursos enlazados y enlaces a otros mapas. La topología consta de siete niveles (0 al 6) con los que se valoran cinco criterios: a) el uso de conceptos en vez de trozos de texto, b) el establecimiento de relaciones entre conceptos, c) el grado de ramificación, d) la profundidad jerárquica, y e) la presencia de enlaces cruzados.

Con la finalidad de garantizar que la muestra estuviese constituida por mapas conceptuales donde se evidencien los siete niveles topológicos se seleccionaron mapas creados por los docentes durante los talleres de capacitación, los realizados por niños en las escuelas participantes y los disponibles en los servidores públicos de la red CmapTools obteniendo 210 mapas conceptuales (30 de cada nivel). Los resultados mostraron que la herramienta tiene una confiabilidad moderada y con la experiencia que adquieran los evaluadores la taxonomía puede llegar a tener niveles de confiabilidad superiores.

Por su parte Pozueta, Guruzeaga y González (2006) con su trabajo resaltaron la utilización de los mapas conceptuales como un instrumento facilitador del aprendizaje significativo y en concreto, su utilización en la enseñanza-aprendizaje de la noción de proporcionalidad y su aplicación en la resolución de problemas. La elaboración del trabajo fue posible gracias a la participación de un subgrupo de 32 estudiantes de los 63 perteneciente al equipo de investigación del proyecto GONCA-2004 de González y Cañas (2005).

El trabajo se caracterizó por el uso del software CmapTools y por el análisis comparativo de los mapas realizados por cada estudiante antes y después de la instrucción, de forma tal que cada mapa conceptual fue un instrumento que reveló el grado de aprendizaje significativo llevado a cabo. Los estudiantes tuvieron serias dificultades a la hora de identificar los conceptos inclusivos más importantes, pero el hecho de que el mapa fuese innovador fundamentado teóricamente posibilitó que un grupo de estudiantes haya tenido la oportunidad de aprender más significativamente en relación al tema de la proporcionalidad.

Silva (2006) presenta su experiencia que involucra el uso de los mapas conceptuales en la asignatura de matemática elemental como una actividad complementaria al programa del ciclo escolar oficial, el cual se encuentra rodeado de prácticas docentes en las que se continúan con el uso de los procesos claramente memorísticos y en donde la actualización educativa es insuficiente. Los niños de primer grado elaboraron primeramente mapas conceptuales ajenos a la asignatura, los cuales fueron realizados sin mayor dificultad. Las dificultades se presentaron cuando se les pidió un mapa que describiera el significado de lo que conocían de la asignatura, tomando como base el conocimiento previo mostrando mucha dificultad en su ejecución.

Las prácticas educativas tradicionalistas siguen siendo el método y la técnica empleada en el nivel básico, por ser quizás la única forma instructiva que conozcan muchos de los profesores (Silva, 2006). El hecho de atender cerca de 300 alumnos cada profesor de tiempo completo hace que la aplicación de los mapas conceptuales sea superada por el subrayar o escoger de una lista la respuesta correcta, de ahí que es complicado llevar el mensaje a un grupo de alumnos acostumbrados al dictado, transcripción de textos, cuestionarios ya que su opinión no es más valiosa que lo expresado en un libro.

Nieto y García (2009) exponen en su trabajo el uso de los mapas conceptuales como técnica docente para el reforzamiento del proceso enseñanza-aprendizaje, tales como la comprensión de conceptos fundamentales, destacando la estructura relacional interna entre los conceptos y procedimientos de un tema o proporcionar esquemas que faciliten la resolución de ciertos tipos de problemas en las asignaturas Geometría Computacional (optativa cuatrimestral) y Álgebra Lineal (obligatoria cuatrimestral) en la Escuela de Ingeniería Técnica Informática de la Universidad de Oviedo. Los mapas utilizados en esta experiencia fueron elaborados con el uso del software CmapTools y se incluyó la valoración de la experiencia vivida por parte de la profesora titular así como el grupo de alumnos participantes. En conversaciones de manera informal con la profesora, los alumnos de Geometría Computacional manifestaron que los mapas conceptuales los animan a enfrentarse con la teoría, que suele ser su punto más débil. Por otra parte, más de la mitad de los alumnos de Álgebra Lineal realizaron mapas para la preparación de su prueba evaluando a los mapas con 4/5 puntos manifestando que su uso se puede extender a otras asignaturas de matemáticas.

Los mapas de conceptos son de gran ayuda en la planificación de instrucciones ya que su elaboración se hace sobre las ideas válidas existentes, disminuyéndose la posibilidad de reforzar las no válidas. Pérez (2008) manejó los mapas conceptuales como una manera de repensar la enseñanza, desde las posturas de Ausubel, Piaget y Bruner, hizo énfasis en los mapas elaborados por el profesor ya que los mismos sirven de guía para la enseñanza en el aula permitiéndole a los estudiantes la percepción de elementos asequibles a su intelecto, su representación mental y la conceptualización de los mismos. Un aprendizaje de calidad en el área de matemática se evidencia cuando los conceptos son utilizados de manera apropiada al momento de solucionar problemas específicos o de la misma vida cotidiana. Las matemáticas junto con los mapas de conceptos se pueden considerar medios para lograr el desarrollo de capacidades y destrezas cognitivas. Se evidenció una evolución significativa del razonamiento numérico, del razonamiento abstracto y de las relaciones espaciales en el grupo experimental de cálculo a nivel universitario gracias a la implementación en el proceso de enseñanza-aprendizaje de mapas conceptuales como una herramienta para el desarrollo de destrezas y capacidades cognitivas de los estudiantes producto de la integración de mapas conceptuales en la actividad didáctica del docente durante un curso de cálculo a nivel universitario.

Baeza (2010) realizó una investigación con la cual quería determinar si los alumnos que utilizan mapas conceptuales en la asignatura de matemática –en el contenido de álgebra- logran un alto rendimiento académico que aquellos que no utilizan mapas conceptuales. La población estuvo compuesta por alumnos del primer año de media general de colegios privados. La muestra se conformó por 69 alumnos, de dos cursos homogéneos en cuanto a nivel socioeconómico, tipo de colegio, metodología utilizada por el profesor de matemática y rendimiento académico de los alumnos.

Luego de 10 secciones de intervención el análisis de los datos se realizó en dos etapas, una referida a la comparación de porcentajes y proporciones del nivel de logro del grupo de control y experimental, con respecto a cada uno de los contenidos (datos, conceptos y procedimientos) y la segunda parte consistió en un test de hipótesis de muestras independientes. El grupo experimental superó ampliamente al grupo control en las categorías en los ítems de datos y conceptos, mientras que en el ítem procedimiento, se observa una pequeña diferencia. Por otra parte mediante una escala de apreciación (Likert), los alumnos afirmaron que la utilización de los mapas conceptuales les sirvió para aprender de mejor manera ya que les obligaba a comprender todos los conceptos involucrados y por ende, les ayudó a mejorar su rendimiento académico.

Allies, Dominique-Maikel y McKean (2014) midieron la utilidad y eficacia de poseen los mapas conceptuales como herramienta para la evaluación de niños pequeños (pre-kinder y kinder). Esta metodología implementada por los investigadores consistió en proporcionar capacitación en el uso de los mapas conceptuales, dicha capacitación incluyó sus beneficios, los principios para su elaboración (como fueron dados en las aulas de primaria), el crearlos con clase y el cómo marcar el concepto de mapa para su uso. En un esfuerzo por proteger el anonimato de los niños (113 niños de Pre-kinder y 137 de Kinder) se recogieron los datos a través de los mapas conceptuales, el propósito de la recogida de dichos datos fue determinar la efectividad de un plan de estudios de la educación del carácter, los maestros fueron instruidos para recopilar datos antes y después de pequeños grupos (4-6) de los niños. Para evaluar adecuadamente el antes y el después con el uso de los mapas conceptuales los niños fueron mantenidos en los mismos grupos y los datos que se recogieron abordaron cinco temas de los ochos que indican en su currículo, tales como: ¿cómo hacer frente a un desconocido?, el buen trabajo en equipo, los buenos modales en la mesa, el ser cortés y por último el compartir y tomar turnos.

Allies et al. (2014) indican que muchas metodologías empleadas por distintos investigadores poseen fortalezas y debilidades, pero con el uso de los mapas conceptuales se superan las limitaciones que poseen las metodologías actuales. Por lo tanto proponen una metodología donde los niños de pre-kinder y kinder puedan enfrentarse a conceptos y/o habilidades lingüísticas sofisticados haciendo de esta nueva metodología algo más rentable, generando un trabajo eficaz así como desarrollando un apropiado uso con los niños siendo el enfoque la combinación de un análisis cualitativo y cuantitativo

Por otra parte luego de una búsqueda exhaustiva Nesbit y Adesope (2006) tomaron 55 estudios de 67 -siendo 5.818 la totalidad de los participantes- y realizaron un meta –análisis de los estudios experimentales y cuasi-experimentales donde los estudiantes aprendieron mediante la construcción y modificación de mapas conceptuales. El nivel de estudio fue desde el 4to grado de primaria hasta los primeros años de estudios universitarios; quienes utilizaron los mapas conceptuales para aprender en ámbitos como la ciencia, la psicología, la estadística y enfermería donde se midió el recuerdo y la transferencia de conocimiento. A través de una serie de condiciones como instrucción, y características metodológicas, el uso de los mapas conceptuales se asoció con el aumento de la retención del conocimiento.

Cabe destacar que en el meta-análisis no hay mención de estudios realizados en matemáticas, particularmente en geometría, en ninguno de los niveles de educación primaria, secundaria o universitaria. Este resultado sirve de incentivo para proponer la presente investigación con el fin de aportar evidencias que conlleven a fomentar la aplicación de los mapas de conceptos para el aprendizaje de la geometría en el primer año de educación general (Véase Tabla 3)

Tabla 3. *Estudios revisados en el área académica por Nesbit y Adesope (2006)*

Área del conocimiento	Nivel de estudio	N° de estudiantes	Ambiente Educativo	Autor
Biología	7°	187	Aula	Chang (1994)
	10°	808	Aula	Esiobu (1995)
	10°	51	Aula	Jegede (1990)
	9°	377	Aula	Lehmam (1985)
	PS	138	Aula	Okebukola (1990)
	11°	147	Aula	Okebukola (1992)
	11°	43	Aula	Schimid (1990)
	10°	151	Aula	Spaulding (1989)
	10°	51	Aula	Alayemola (1990)
Castellano	PS	99	Aula	Amer (1994)
	5°	126	Aula	Chang (2002)
	PS	79	Aula	Chularut (2004)
	PS	70	Aula	Cliburn (1985)
	PS	118	Aula	Czerniak (1998)
	PS	143	Laboratorio	Dees (1989)
	7°	124	Variado	Guastello (2000)
	PS	43	Laboratorio	Hall (1996)
	PS	118	Laboratorio	Hall (1994)
	PS	92	Laboratorio	Hall (1992)
	PS	67	Laboratorio	Lee (1997)
	PS	32	Laboratorio	Markow (1996)
	PS	64	Laboratorio	Moreland (1997)
	PS	89	Aula	Nesbit (2005)
	PS	20	Aula	Nicoll (2001)
	PS	30	Aula	Novak (1994)
	PS	181	Laboratorio	Patterson (1993)
	PS	101	Laboratorio	Newbern (1992)

	PS	47	Laboratorio	Potelle (2003)
	5°	30	Aula	Prater (1988)
	PS	33	Laboratorio	Reynolds (1990)
	PS	103	Laboratorio	Skaggs (1988)
	PS	116	Aula	Umar (1999)
	4°	120	Variado	Wacheter (1993)
	PS	40	Laboratorio	Wallace (1998)
	PS	143	Laboratorio	Wiegmann (1992)
	8°	82	Aula	Zittle (2001)
Física	12°	87	Aula	Pankratius (1987)
Idiomas	PS	77	Laboratorio	Bahr (2001)
	PS	43	Laboratorio	Bahr (2005)
Psicología	6°	36	Aula	Jolly (1998)
	PS	64	Variado	McCagg (1991)

(PS) post secundaría

Dificultades en el Aprendizaje de la Geometría

Diferentes autores como Bressan en sus publicaciones de los años 1997, 1998 y 1999, señalan sobre la postergación que sufre la geometría como rama de la matemática en el sistema educativo, en favor a la enseñanza de otros tópicos como por ejemplo la aritmética y el álgebra en secundaría, tópicos estos a los cuales se les dedican un mayor tiempo (Bressan, Borgisic & Crego, 2010).

Otro hecho relevante resulta, el poco contenido que se desarrolla a lo largo de la escolaridad y los mismos se reiteran años tras años sin cambios transcendentales tanto en su extensión como en su complejidad y por lo tanto no existe cambio en la conceptualización de los estudiantes (Bressan, Borgisic, et al., 2010).

Entonces, de acuerdo a los autores arriba citados, se podría hablar de una geometría descontextualizada, donde lo más importante es la destreza que posee el estudiante en reconocer fórmulas y su asociación con figuras, algunas veces hasta la memorización de teoremas y propiedades sin tener idea de su utilidad en contextos diferentes a los escolares (Bressan, Borgisic, et al., 2010).

Rico, Castro, Coriat, Marin, Puig, Sierra y Socas (1997) indican que el profesor de matemática necesita una autonomía intelectual, sumada con una capacidad crítica en lo que es el ejercicio de su profesión, de ahí la importancia de su conocimiento y dominio de herramientas funcionales elaboradas de manera conceptual que mejoren el currículo en el área de la matemática específicamente en la enseñanza de la geometría.

Con respecto a los contenidos programáticos en el área de la matemática y específicamente en geometría deben estar organizados de acuerdo a la complejidad cognitiva, es decir organizados en dos campos del conocimiento: conceptual y procedimental (Rico, Castro, Coriat, et al., 1997). El conocimiento conceptual se basa en todo aquello en lo que se piensa de manera concreta y se pueden distinguir tres niveles de conceptos: los hechos –términos, notaciones, convenios y resultados-, los conceptos serie de unidades de hechos conectados entre sí mediante una multiplicidad de relaciones y las estructuras conceptuales donde los conceptos no son entes aislados cargados de información, sino que forman una rica relación de redes de información (Rico, Castro, Coriat, et al., 1997).

No obstante para Rico, Castro, Coriat, et al (1997) el conocimiento procedimental, está formado por actuaciones o ejecuciones de tareas matemáticas los cuales también se dividen en tres niveles: las destrezas que suponen del dominio de los hechos y procedimientos usuales que se desarrollan por medio de rutinas secuenciales, el razonamiento vendría a ser la capacidad de establecer relaciones entre unidades de información, utilizando distintas destrezas mediante una secuencia argumentada y por último la estrategia en el entramado de relaciones que representa una estructura conceptual en la cual existen múltiples vías para responder a un determinado problema como estimar, aproximar, construir tablas, buscar patrones, conjeturas, comprobar, etc., unas metodológicas y otras específicas, y solo el estudiante se podrá ir entrenando.

Sgreccia y Massa (2013) en vista de la reducida investigación educativa acerca de la formación de grado didáctico de la geometría tridimensional y la escasa importancia que se le atribuye a este contenido por parte del profesor de las escuelas secundarias propusieron trabajar con 19 estudiantes avanzados y 13 egresados como profesores de matemática, a los mismos se les aplicaron cinco cuestionarios abiertos e individuales en instancias virtuales y en grupos de discusión. En este trabajo se analizaron las respuestas a cuatro preguntas las cuales ofrecieron información tanto del conocimiento de los contenidos como de los estudiantes que los participantes poseen.

El estudio de Sgreccia y Massa (2013) evidenció que las dificultades cognitivas que suponen los participantes de sus estudiantes de secundaria pudieron estar centradas en la visualización de cuerpos, lo cual responde de manera predominante a obstáculos de tipo didáctico ya que la vinculación con la geometría en 2D se dio mejor por ser la más usada en clase y no en 3D, de tal manera se debe fortalecer el dominio del conocimiento matemático en los participantes para enseñar geometría en el espacio (3D) en términos de especialidad del contenido así como el nivel educativo.

Sobre la base de mejorar las estrategias para el aprendizaje de la geometría Vera, Radillo y Vera (2012) abordaron desde la epistemología de Piaget los procesos de aprendizaje de los estudiantes de bachillerato cursantes de la asignatura Matemática II con el uso del software de geometría dinámica Cabri-géometre II, el cual sería usado para la asimilación y acomodación de los conocimientos de polígonos y circunferencia. Posterior a la intervención con el uso del software se aplicó un post-test para evaluar el efecto de esta propuesta, así como un cuestionario para conocer la opinión de los estudiantes sobre las actividades realizadas, la dificultad, el tiempo, motivación e interés, la actitud sobre la metodología así como el uso del software. Al final se concluyó que las actividades planteadas en la propuesta resultaron ser atractivas e interesantes y definitivamente mejores en comparación con los métodos tradicionales.

Salvador, Rounet y Asijtuj (2011) propusieron habituar a los alumnos de primaria en la resolución de problemas como base para la construcción de nuevos conocimientos. Para tal objetivo usaron una metodología denominada GUATEMÁTICA, en la cual para la comprensión del concepto de área de figuras planas se hace primordial la justificación de cada solución.

Los alumnos realizaron actividades de manipulación de materiales con el propósito que ellos formularan sus primeras nociones o ideas sobre el concepto de área, los cuales profundizarían posteriormente hasta llegar a la conceptualización.

Con los resultados alcanzados por Salvador al et. (2011) consideraron que se podía transformar sustantivamente la forma de enseñar y aprender geometría en la escuela primaría con el uso de su metodología, logrando de esta forma en un futuro dejar de enseñarla de manera mecánica y memorística.

Ulicab y Rosado (2010) diseñaron para un grupo de estudiantes de sexto grado de primaria correspondientes a los ejes de geometría y medición, con el propósito de proporcionar al grupo una nueva perspectiva de hacer matemáticas en un ambiente de geometría dinámica que les resulte innovador. Para tal propósito se usaron los software Cabri-Géomètre II Plus y Cabri 3D, con el cual los estudiantes deben construir los conocimientos a través de actividades que susciten su interés, mantengan su atención y los hagan involucrarse en la resolución de un problema.

Presentaron Ulicab y Rosado (2010) tres líneas de trabajo que apuntaban hacia el manejo del plano cartesiano, la geometría euclidiana y hacia la geometría de las transformaciones del plano, concluyeron que con la opción de integrar las actividades correspondientes a los ejes de geometría y medición de manera coherente y relacionada se logra atender el objetivo primario que no es otro que los estudiantes construyan los conocimientos a través de actividades que susciten su interés, mantengan su atención y los hagan involucrarse en la resolución de problemas, ya que hoy no solo se han modificado los contenidos –el qué se enseña-, sino el para qué y cómo se enseñan.

La investigación que llevaron a cabo Zapata, Jaramillo y Sucerquia (2010) abordó el concepto de series de términos positivos, a través de las áreas para escaleras infinitas, donde el área de cada escalón es un término de la serie, y si ocurre que ésta existe, entonces la serie asociada será convergente. Propusieron actividades para cada una de las fases de aprendizaje del modelo de van Hiele. Los participantes en la investigación llegaron a explicitar sus conocimientos de manera verbal y esquemática –mapas conceptuales-, los mismos se capacitaron en el uso del software CmapTools y a través de las socializaciones como de las actividades realizadas lograron diseñar representaciones estructuradas como mapas conceptuales consolidando de esta manera su red de relaciones, la cual constituye un aspecto crucial en la comprensión de conceptos abstractos de la matemática. Cuando un estudiante del grado once –participantes del proceso de investigación- elaboraba de manera correcta los mapas conceptuales de cada fase entonces alcanzaba un nivel avanzado de razonamiento.

El estudio permitió concretizar el carácter teórico de la red de relaciones propuesta por van Hiele a través de la estrategia de construcción de mapas conceptuales, y abre paso a futuras investigaciones que busquen un nivel de formalización, así como profundizar en otros conceptos del análisis matemático dotados de un componente visual geométrica en las cuales sea posible el empleo de esta estrategia (Zapata, Jaramillo, et al., 2010)

Siñeriz, Guillén y Quijano (2014) presentaron un trabajo donde conjugaron dos líneas de investigación referidas a la enseñanza de resolución de problemas y a la enseñanza de contenidos geométricos con la intención de elaborar un modelo de competencias para enseñar construcciones geométricas identificando sus elementos. El modelo consta del análisis de los problemas, del proceso de resolución y de la actuación experta de personas la cual se utilizará como referente para analizar otros planes de formación.

Una vez finalizada la revisión de la teoría correspondiente a la investigación, se espera que la misma permita proporcionar resultados que sustenten el diseño y la aplicación de programas de actualización docente para la enseñanza de la geometría, al igual que brinde orientaciones para elaborar materiales instruccionales con estrategias de enseñanza que incentiven e incrementen el nivel cognitivo de los aprendices

Niveles van Hiele y de la Concepción del Aprendizaje de la Geometría

Como se ha descrito hasta ahora la geometría requiere de un proceso de maduración y así lo entendieron los esposos Dina y Pierre van Hiele, luego que revisaran las dificultades que presentaban sus estudiantes en el aprendizaje de la geometría. Creyendo van Hiele (1986) que era un mal profesor y adicionalmente sus estudiantes lo hacían sentir que hablaba en una lengua distinta, surge la iniciativa de publicar los resultados de sus investigaciones en el año de 1955. Para van Hiele, el razonamiento geométrico se desarrolla en el estudiante en una secuencia de niveles, en los que cada nivel es una depuración del anterior y está caracterizado por un lenguaje muy particular, por unos símbolos específicos y unos métodos de inferencia únicos. Los diferentes niveles de razonamiento propuestos por van Hiele describen los distintos tipos de razonamientos geométricos que deben alcanzar los estudiantes a lo largo de su formación, los cuales van desde el razonamiento intuitivo de los estudiantes de preescolar hasta el formal y abstractos de los estudiantes universitarios en el área de ingeniería, matemática, etc.

Van Hiele clasificó sus niveles de la siguiente manera:

Nivel 0 (visualización): El estudiante razona sobre conceptos básicos geométricos, tales como formas simples –figuras y cuerpos-, principalmente por medio de consideraciones visuales del concepto como un todo sin tomar en cuenta sus partes y propiedades. En este nivel el estudiante puede aprender un vocabulario geométrico, identificar formas definidas y reproducir una figura. En este nivel el estudiante desarrolla las estructuras visuales para distinguir un triángulo isósceles basado en diferentes previa, siendo él mismo capaz de reconocerlo dentro de un conjunto de triángulos.

Nivel 1 (análisis): El estudiante razona o discierne sobre conceptos geométricos por medio de un análisis informal de las partes, componentes y atributos. Se establecen las propiedades necesarias del concepto. Por ejemplo, el estudiante a través del lenguaje, reconoce un triángulo isósceles por sus propiedades geométricas por lo que los dibujos imperfectos ya no constituirán ningún problema para él.

Nivel 2 (abstracción): El estudiante ordena lógicamente las propiedades de los conceptos, construye definiciones abstractas y puede distinguir entre la necesidad y suficiencia de un concepto de propiedades al determinar un concepto. En este nivel, el objeto de estudio viene siendo la relación entre los teoremas, por lo que el estudiante es capaz de diferenciar dentro del campo geométrico las definiciones y proposiciones que caracterizan al triángulo isósceles por ejemplo.

Nivel 3 (deducción): El estudiante razona formalmente dentro del contexto de un sistema matemático completo, se comienza a ver la geometría como un sistema de axiomas, postulados, definiciones y teoremas. Puede llegar a un mismo resultado por distintos caminos. El estudiante luego de superar el nivel anterior podrá establecer una relación global entre las propiedades, relacionando las propiedades de un triángulo isósceles con los axiomas de la geometría euclidiana.

Nivel 4 (rigor): El estudiante puede comparar sistemas basados en diferentes axiomas y puede estudiar varias geometrías en ausencia de modelos concretos. Este nivel fue el menos desarrollado en los trabajos originales y recibió escasa atención por los investigadores.

Van Hiele (1986) indicaba que no se intentó describir niveles superiores al cuarto, ya que son más difíciles de distinguir y sugiere que en la escuela se debe hacer mayor énfasis en los niveles centrales (1, 2, 3). Basándose en estos niveles de pensamiento se realizaron investigaciones donde se podría establecer un quinto o superior nivel, pero es preferible que se inicie la mejora de la educación con la ayuda de los niveles del pensamiento propuestos (van Hiele, 1986).

Para Graterol y Andonegui (2003) las raíces del trabajo de van Hiele están presentes en los trabajos de Piaget, pero con diferencias relevantes, admitiendo ambos las existencias de varios niveles de pensamiento tales como:

1. Piaget piensa que el paso de un nivel de pensamiento al otro es función de la maduración, para van Hiele radica en el estímulo del progreso de un nivel al siguiente.

2. Piaget no veía la existencia de estructuras en un nivel superior como resultado del estudio de un nivel inferior. Por otro lado, van Hiele indica que solo se alcanza un nivel superior si las reglas que dictan el nivel inferior han sido estudiadas de tal manera que se conviertan en una nueva estructura.
3. Piaget no da importancia al lenguaje en el paso de un nivel al otro, en cambio para van Hiele cada nivel desarrolla su propio lenguaje característico.

van Hiele (1986), afirma que las formas de pensamiento del nivel básico, del segundo y tercer nivel poseen una disposición jerárquica, el desempeño adecuado del estudiante en cada nivel se debe al dominio de los niveles previos. Para Novak y Cañas (2006), esta disposición jerárquica la percibe un estudiante conscientemente cuando ha logrado aprender un nuevo concepto con mayor profundidad de lo acostumbrado y como resultado de las relaciones y proposiciones que elaboró en su mapa conceptual, logrando así el significado percibido. Por ejemplo en geometría, una clasificación de los triángulos en equiláteros, isósceles y escalenos cuando los mismos se definen respectivamente en triángulos con los tres lados iguales, dos lados iguales y uno desigual, y los tres lados desiguales. Pero si el estudiante anteriormente conoce la definición de triángulo isósceles como triángulo con al menos dos lados iguales, el triángulo equilátero se convierte automáticamente en un caso especial de los isósceles.

Abdullah y Zakaria (2013) presentaron un estudio en el cual evaluaron la eficacia del modelo de van Hiele en los distintos niveles de geometría, utilizando un diseño cuasiexperimental durante seis semanas, en una escuela de secundaria en la cual participaron 94 alumnos con dos profesores. El grupo fue dividido en dos grupos, con 47 alumnos en el grupo control y 47 más en un grupo tratamiento. El ensayo de geometría según el modelo de van Hiele le fue dado a ambos grupos antes y después del tratamiento.

Diez estudiantes fueron seleccionados al azar para determinar aún más sus niveles iniciales y finales dentro del pensamiento geométrico, las pruebas de Wilcoxon-t se llevaron a cabo para poner a prueba las hipótesis desarrolladas. Dichos resultados mostraron que no hubo diferencia significativa entre los niveles iniciales de pensamiento geométrico en ambos grupos, sin embargo, el análisis mostró diferencias significativas entre los niveles finales de pensamiento geométrico en ambos grupos.

Por otro lado se pudo evidenciar todo lo contrario entre los niveles finales del pensamiento geométrico en ambos grupos. Además, el análisis cualitativo reveló que, en el nivel inicial del pensamiento, la mayoría de los estudiantes de ambos grupos obtuvieron los primeros niveles de van Hiele con total dominio, no así en el segundo nivel donde se logró a medias y en el tercer nivel que no se logró.

En la entrevista posterior, la mayoría de los estudiantes en el grupo control, mostraron un crecimiento de pensamiento geométrico de los niveles uno y dos, pero ninguno en este grupo logró el tercer nivel, no obstante todos los estudiantes en el grupo de tratamiento mostraron una adquisición completa de los dos primeros niveles y solo un alumno no alcanzó el nivel tres, quedando demostrado que el método van

Hiele se puede aplicar en las aulas de clase con el fin de ayudar a los estudiantes a lograr un mejor nivel de pensamiento geométrico.

Para facilitar el aprendizaje en esta era de la tecnología moderna al estudiante, Abdullah y Zakaria (2011) vieron la oportunidad de aplicar muchas herramientas para los temas de geometría basándose en el modelo de van Hiele. El objetivo del trabajo presentado fue recoger la información de los estudiantes luego de usar el software GSP (Geometer's Sketchpad). Las actividades fueron desarrolladas y certificadas por unos expertos. El taller se llevó a cabo en una escuela de secundaria en Negeri Sembilan con la participación de dos maestros y 30 estudiantes a los que se les aplicó el cuestionario y se obtuvieron las opiniones de las actividades en función de las fases del aprendizaje de la geometría utilizado por van Hiele el GSP. Los resultados del estudio mostraron que la mayoría de los estudiantes de acuerdo con las actividades preparadas les dieron efectos positivos facilitándoles sus lecciones de geometrías y aumentando su confianza para aprender geometría. Así mismo, el programa GSP era de muy fácil manejo y los ayudó en el proceso de aprendizaje. Por lo tanto, el uso de las fases del aprendizaje de la geometría por van Hiele, integrado con el programa GSP es muy animado como una estrategia alternativa en el aprendizaje de la geometría para aumentar la comprensión de los estudiantes.

Es conveniente que el estudiante maneje adecuadamente la geometría ya que la misma reviste una inmensa importancia dentro del proceso de formación de conceptos y adicionalmente en el aprendizaje significativo de los mismos. La simbología que se encuentra inmersa dentro de la teoría permite interpretar o relacionar lo que se capta ayudando a establecer relaciones mentales que en determinados momentos se perciben, al generar representaciones mentales que ayudan a la comprensión de los conceptos. Es decir el concepto por su capacidad de símbolo permite que el cerebro lo procese de forma integral, enviando la información a cada uno de los sentidos, clasificándola, ordenándola y relacionándola con las imágenes o sensaciones que se perciben. En ese mismo orden de ideas, un concepto podrá o no, ser incorporado de acuerdo a la estructura cognitiva que el estudiante posea, y a las estrategias de aprendizaje que el profesor adecúe para el logro de tal objetivo. En fin, se hace imprescindible implementar una técnica con los mapas conceptuales de Novak (1998), que facilite al docente identificar el conocimiento previo de los estudiantes y de esta manera proponer las tareas pertinentes de aprendizaje que los ayuden a avanzar en sus niveles de razonamiento geométrico tal como lo propone la teoría de van Hiele.

Los mapas conceptuales son instrumentos para aprender a aprender que ayudan de manera considerable a mejorar el aprendizaje y sobre todo, ayudan a reflexionar acerca de la estructura y el proceso de producción del conocimiento con énfasis en el aprendizaje significativo porque permite que el alumno desarrolle por sí mismo la capacidad de seguir aprendiendo.

Cada alumno posee una manera diferente de trabajar y al tener que construir su propio conocimiento, debe dominar los conceptos relevantes que le permitan establecer relaciones con los conocimientos que ya posee.

En la geometría existen conceptos básicos que el alumno debe manejar y con la elaboración de los mapas conceptuales podrá acceder a otros niveles de conocimiento que lo llevará a que ese aprendizaje sea significativo para lo cual se formula el sistema hipótesis planteado a continuación.

Sistema de Hipótesis

Hipótesis General

1. La administración de un programa de entrenamiento en el uso de

   Los mapas conceptuales en un grupo de estudiantes del primer año de Educación Media General de una institución privada modificará el nivel promedio en el aprendizaje de la geometría.

Hipótesis Específicas

1. Existen diferencias en el puntaje promedio obtenido por los estudiantes del primer año de Educación General de una institución privada, distribuidos en el grupo experimental (GE) y grupo control (GC) al inicio del estudio, en la elaboración de mapas conceptuales medidos mediante una prueba exploratoria.
2. Existen diferencias significativas a un nivel de $\alpha = 0.05$ en el puntaje promedio obtenido por los estudiantes del primer año de Educación General de una institución privada, distribuidos en el grupo experimental (GE) y grupo control (GC) al inicio del entrenamiento del primer grupo, medido por una prueba pretest de conocimiento contenidos de geometría.

$$He: Xge\ Pretest \neq Xgc\ Pretest$$

Ho: Xge Pretest = Xgc Pretest

3. Existen diferencias significativas a un nivel de α = 0.05 en el puntaje promedio obtenido los estudiantes del primer año de Educación General de una institución privada, distribuidos en grupo experimental (GE) y grupo control (GC) al finalizar el entrenamiento del primer grupo, medido por una prueba postest de conocimiento contendidos de geometría.

   He: Xge Postest ≠ Xgc Postest

   Ho: Xge Postest = Xgc Postest

4. Existen diferencias significativas a un nivel de α = 0.05 entre el puntaje promedio obtenido por los estudiantes del primer año de Educación General de una institución privada y participantes del grupo control (GC) al iniciar y finalizar el proceso de intervención medido por una prueba de conocimientos de geometría.

   He: Xgc Pretest ≠ Xgc Postest

   Ho: Xgc Pretest = Xgc Postest

5. Existen diferencias significativas a un nivel de α = 0.05 entre el puntaje promedio obtenido por los estudiantes del primer año de Educación General de una institución privada y participantes del grupo experimental (GE) al iniciar y finalizar el entrenamiento en el uso de mapas conceptuales, medido por una prueba de conocimientos de geometría.

   He: Xgc Pretest ≠ Xgc Postest

   Ho: Xgc Pretest = Xgc Postest

Capítulo III. Metodología

En este capítulo se describe el diseño del método seguido en la realización del presente estudio. En el mismo se indica lo relacionado al tipo y diseño de la investigación, población, muestra, variables, instrumentos, su validez y confiabilidad, así como el procedimiento seguido, y el procesamiento estadístico de los datos que se obtuvieron durante el cumplimiento del cronograma.

Tipo de Investigación

El tipo de investigación seleccionado para el logro de los objetivos propuestos fue la investigación de campo el cual es un estudio sistemático, controlado, empírico, reflexivo y critico de proposiciones hipotéticas sobre las supuestas relaciones que existen entre fenómenos naturales (Hernández, 2012). El estudio se llevó a cabo en una situación real, es decir, se realizó en el salón de clases con estudiantes del primer año de media general de un colegio privado del este de la ciudad de Caracas (Mc Guigan, 1996).

Diseño de la Investigación

Basado en Kerlinger y Lee (2002) el diseño de investigación contempló un plan respuestas a las preguntas de la investigación; este plan incluyó el bosquejo de lo que se hizo, desde la formulación de las hipótesis, la definición y operacionalización de las variables, hasta el análisis final de los datos.

Agregan los autores mencionados que el diseño de investigación incluye dos propósitos básicos: a) proporcionar respuestas a preguntas de investigación y b) controlar la varianza.

Así mismo Kerlinger y Lee (2002) destacan que si el diseño estuvo bien concebido, los resultados obtenidos tendrían mayores posibilidades de ser válidos.

Para el desarrollo del estudio se aplicó un diseño cuasi-experimental, denominado de esta manera puesto que los rasgos que lo caracterizan son, por una parte, los alumnos no fueron asignados aleatoriamente a las diferentes condiciones bajo las cuales se hace la investigación, es decir, se compararon grupos intactos que estaban formados antes del experimento; por otra parte, se manipuló por lo menos una variable independiente y se pudo realizar la asignación aleatoria del tratamiento a los grupos (Kerlinger & Lee, 2002; McGuigan, 1996).|

Para McGuigan (1996) y para Kerlinger y Lee (2002) este tipo de diseño tiene aplicación en investigaciones desarrolladas en ambientes educativos, puesto que los alumnos permanecieron en sus condiciones normales en el aula o ambientes de trabajo. Considera McGuigan (1996) que “para mejorar la sociedad debemos acumular tanto conocimiento de alto grado de probabilidad como podamos. Para dicho propósito necesitamos diseños cuasi-experimentales” (p. 258).

El diseño aplicado fue el diseño de grupo control sin tratamiento con pretest y postest (McGuigan, 1996), como se observa en la Tabla 4.

Tabla 4. *Representación del diseño de grupo control sin tratamiento con pretest y postest*

Grupo	Pretest	Variable Independiente	Postest
GE	Ya	X	Yb
GC	Ya	---	Yb

En donde: Grupo Experimental (GE) recibe el entrenamiento en el uso de los mapas conceptuales. Grupo Control (GC), no recibe el entrenamiento. X es la Variable Independiente. Ya es la Prueba de conocimiento de contenidos en geometría (Pretest) y Yb es la Prueba de conocimiento de contenidos en geometría (Postest).

Con la finalidad de establecer la equivalencia de los grupos en cuanto a las variables del estudio al inicio del entrenamiento, se aplicó una prueba exploratoria acerca del uso de mapas de conceptos y una prueba de conocimiento de contenidos en geometría. Esto permitió evidenciar que los dos grupos no se diferenciaban en la media ni en la desviación estándar respecto a la variable apareada; Posteriormente se decidió al azar cuál sería el grupo experimental y cuál el de control.

Población y Muestra

En la presente investigación la muestra estuvo conformada por la población de alumnos inscritos en el primer año de media general. La institución atiende solamente a dos secciones de primer año, cada una con 27 y 28 alumnos respectivamente. El número total de inscritos fue de 55 estudiantes (Ver Tabla 5).

Tabla 5. *Características de la muestra por grupo, género y edad promedio*

Grupo	Genero		Edad	n
	F	M		
Experimental	13	15	12-13	28
Control	12	15	12-13	27

Sistema de Variables

Variable independiente.

Programa de entrenamiento en el uso de mapas conceptuales para el aprendizaje del contenido de geometría del primer año de media general de un colegio privado del este de la ciudad de Caracas.

El mismo consistió en un conjunto de actividades instruccionales dirigidas a facilitar el aprendizaje de la geometría mediante la aplicación de mapas conceptuales para establecer relaciones entre conceptos, axiomas y propiedades.

La intervención se realizó mediante la instrucción directa y guiada acerca del uso de los mapas conceptuales para el aprendizaje de los contenidos de geometría. Los conceptos (máximo tres palabras) debían ser presentados de manera jerárquica respetando la inclusión, las relaciones directas se realizaron por medio de líneas rectas y las relaciones cruzadas por medio de líneas curvas segmentadas terminadas en punta de flecha. Cada relación debía poseer un conectivo (máximo dos palabras) y debía establecer una proposición. La lectura del mapa conceptual se debía hacer de arriba a abajo y de izquierda a derecha. La figura geométrica recomendada para la colocación de los conceptos fue una elipse (Novak, 1998).

Variable dependiente.

Rendimiento al efectuar una prueba de conocimiento en geometría. Dicha prueba fue estructurada en función del contenido programático de matemática (el cual fue plasmado dentro de la planificación de la intervención) (Véase Anexo A) correspondiente al 1er año de media general el cual consta de la identificación de las nociones de la geometría por medio de axiomas o postulados, teoremas, lemas y corolarios, la definición en el plano de la circunferencia, el triángulo, los cuadriláteros y los polígonos, así como sus elementos y calculo de áreas.

Variables a controlar.

- El horario de clase fue el mismo para ambos grupos de tal manera que se lograra la confiabilidad de los resultados.
- Se estableció que los objetivos y contenidos desarrollados en cada sesión serían los mismos para cada grupo.

Instrumentos

Para la medición de las variables a ser analizadas en este estudio se utilizaron los siguientes instrumentos:

Prueba de conocimientos. En la presente investigación se elaboró una prueba de conocimientos con la finalidad de medir el dominio de contenidos que los estudiantes poseían acerca de la geometría (Véase Anexo B). Esta prueba constó de 30 ítems la cual también fue utilizada como post-test para medir en ambos grupos el conocimiento de los estudiantes al finalizar la intervención en el grupo experimental.

Elaboración de un mapa conceptual (Prueba exploratoria). Posteriormente, en otra sesión de clase, a ambos grupos les fue suministrada una lectura del área de ciencias de la naturaleza (Véase Anexo C) por la facilidad que brinda su contenido para la extracción de conceptos y de esta manera conocer el dominio que poseían ambos grupos en la elaboración de un mapa de conceptual. Para la evaluación del mapa se tomaron en cuenta los siguientes aspectos; conceptos, conectivos, jerarquización, inclusión, figuras geométricas utilizadas, utilización del espacio y relaciones directas y/o cruzadas. La prueba exploratoria, referente al manejo de los mapas conceptuales, abordó el tema del ecosistema, contenido de la asignatura de Ciencias Naturales correspondiente al primer año de educación media general (tema por cierto, previamente visto por ellos). Los alumnos leyeron el artículo donde se describían los tipos de ecosistemas y sus componentes y luego en una hoja blanca tamaño carta elaboraron un mapa conceptual sin recibir ningún tipo de instrucciones para la elaboración.

Validez y Confiabilidad de los Instrumentos

La validez de contenido de la prueba de conocimientos de geometría se realizó mediante juicio de expertos. Para recoger la opinión de los expertos se diseñó un instrumento que fue aplicado a 5 expertos (Véase el Anexo D). Se consideró como criterio de experto el tener por lo menos 3 años de experiencia en la enseñanza de la matemática en el primer año de educación media general. A partir de los juicios recogidos se revisaron la redacción y el nivel de dificultad de los ítems. De los resultados obtenidos se elaboró la prueba que fue aplicada como pretest y postest a ambos grupos.

Para determinar la confiabilidad de la prueba, la misma les fue aplicada a 160 estudiantes de primer año de otras instituciones privadas (dos) con el mismo nivel académico. Estos estudiantes presentaban las mismas características socioeconómicas, promedio de edades, de los estudiantes que participaron en la investigación. Así mismo, estas instituciones cuentan con recursos y espacios similares a la institución en la que se realizó la investigación.

El cálculo se hizo aplicando el coeficiente Alfa de Cronbach (Véase el Anexo E) por su similitud entre las acepciones cotidianas y técnicas de la confiabilidad (Kerlinger & Lee, 2002)

Procedimiento

Como se ha indicó anteriormente, el estudio se realizó en una institución privada ubicada en el municipio Baruta del estado Miranda.

Antes de comenzar a ejecutar el estudio se realizaron las siguientes actividades de orden administrativo: a) se llevó a cabo una reunión con el cuerpo directivo de la institución y con el profesor de matemática de la otra sección con el fin de informar acerca del propósito del estudio y solicitar la colaboración institucional.

Cabe destacar que por ser el investigador docente de matemática de una de las secciones participantes del estudio, sí al asignar al azar el tratamiento a una de las secciones y no ser ésta la atendida por el investigador, entonces, habrá un acuerdo entre los docentes para que el investigador sea el docente del grupo experimental.

Al obtener la aprobación del cuerpo directivo se realizó una reunión con los padres y representantes de los estudiantes de las dos secciones con la finalidad de informarles acerca del estudio, y se les solicitó la autorización para que sus representados participaran en el mismo.

Realizado todo lo anterior con éxito se procedió a asignar al azar, el grupo experimental y el mismo fue atendido por el docente investigador.

Respecto a las acciones relacionadas con la investigación estas fueron las siguientes:

Aplicación de la prueba exploratoria sobre mapas conceptuales y prueba de conocimientos acerca de los contenidos de geometría. La prueba exploratoria acerca del uso de mapas conceptuales la cual fue aplicada el mismo día de manera simultánea a ambos grupos en sus respectivos salones de clase. La prueba tuvo una duración de 45 minutos y permitió establecer el punto inicial de la intervención para el grupo experimental donde los temas que se desarrollaron contemplaron la elaboración de cinco mapas conceptuales de manera individual, unos de manera manual y otros con el uso del software CmapTools de los doctores Novak y Cañas (versión 2012), los mismos fueron evaluados con un instrumento previamente validado y posteriormente, devueltos a los estudiantes con las observaciones pertinentes.

Luego de haber incorporados los ajustes recomendados por los expertos de contenido y determinada la confiabilidad de la prueba se procedió a la aplicación del pretest sobre conocimiento de geometría a ambas grupos. Las pruebas fueron aplicadas a ambos grupos en sus respectivos salones de clase, el mismo día y hora. Se realizó con una duración de 45 minutos. Posteriormente se analizaron los resultados que se obtuvieron del pretest para de esta manera determinar que los grupos (control y experimental) eran homogéneos en su conocimiento con respecto a los contenidos de geometría a evaluar.

Desarrollo del programa de intervención acerca del uso de mapas conceptuales para el aprendizaje de la geometría se desarrolló durante 10 semanas, con 2 sesiones de clase por semana de 90 minutos cada una más una sesión de 45 minutos por semana. Como ya se indicó anteriormente, la estrategia instruccional aplicada fue la enseñanza directa y guiada apoyada en recursos como el Cmaptools el cual permitió a los alumnos llevar paso a paso la elaboración de los mapas conceptuales. Los mismos fueron evaluados con el uso de un instrumento previamente validado (Véase el Anexo F).

Al finalizar la intervención, a ambos grupos se les aplicó el post-test para medir en ambos, el nivel de conocimiento en los temas de elementos básicos, triángulo, circunferencia, cuadriláteros y polígonos aplicando el mismos instrumento y en las mismas condiciones que el pretest, una vez aplicado se procedió al análisis de los datos a la luz de los objetivos e hipótesis planteadas. Se elaboraron 5 mapas conceptuales con una ponderación de 20 puntos cada uno, para dicha elaboración los alumnos presentaban una lista de conceptos discutidos durante las diferentes sesiones de clase correspondientes a los contenidos a ser desarrollados. Por otro lado se realizaron evaluaciones objetivas denominadas mensuales con una ponderación también de 20 puntos para donde se evidenciaba el avance conceptual y práctico de los nivel de van Hiele.

Procesamiento de los Datos

Los datos recolectados fueron analizados a través del estudio de medias descriptivas así como pruebas t de diferencia de medias con el uso del software SPSS versión 20 ya que por su tamaño ($n < 30$) permitió el contraste de las medias de dos grupos independientes o correlacionados bajo el uso del concepto de los grados de libertad (gl) (Peña, 2017).

Limitaciones del Estudio

Se presumió como posible limitación del estudio la asistencia en un 100% de los estudiantes del grupo control a todas las sesiones de programa de entrenamiento.

Capítulo IV. Resultados

En el presente capítulo se procede a exponer el análisis de datos, en el mismo se describen de manera exhaustiva elementos estadísticos útiles tanto para la organización y presentación de dichos datos así como también para el análisis de los resultados de la investigación, donde se demuestra que la administración del programa de entrenamiento en el uso de los mapas conceptuales en un grupo de estudiantes del primer año de Educación General de una institución privada modifica el nivel promedio en el aprendizaje de la geometría.

En referencia a la primera hipótesis donde se plantea si existen diferencias en el puntaje promedio obtenido por los estudiantes del primer año de Educación General de una institución privada, distribuidos en el grupo experimental (GE) y grupo control (GC) al inicio del estudio, en la elaboración de mapas conceptuales medidos mediante una prueba exploratoria se pudo observar que los mismos carecen de información que les permitan elaborar de manera correcta un mapa conceptual.

Como prueba exploratoria en el uso de mapas conceptuales, se les suministró a ambos grupos una lectura del área de ciencias de la naturaleza (Véase el Anexo C) por la facilidad que brindan sus contenidos en la extracción de conceptos (la clase ya había sido dada por la profesora de la asignatura), pidiéndoles que elaboraran un mapa conceptual. Para la evaluación del mapa se tomaron en cuenta los siguientes criterios; figura geométrica, utilización de conceptos (jerarquización, inclusión, número de palabras empleadas), conectores, relaciones directas y/o cruzadas establecidas entre conceptos, coherencia en la lectura, ortografía y presentación.

Es necesario recalcar que los resultados obtenidos con los mapas entregados por ambos grupos control (GC) y experimental (GE) confirman el poco conocimiento que poseían acerca de la elaboración de mapas conceptuales (Véase Tabla 6). La utilización de conceptos fue escasa, en su lugar colocaron definiciones por lo que no se evidencia jerarquización e inclusión, muy pocos usaron conectores, la figura utilizada fue el rectángulo, no se apreciaron relaciones cruzadas. Por otro lado se apreció coherencia entre lo escrito así como una buena distribución en la hoja generando una excelente presentación pero con fallas en la ortografía.

Tabla 6. *Resultados de la prueba exploratoria sobre el uso de los mapas conceptuales.*

Criterio	Descripción	% Ejecutado
FIGURA GEOMÉTRICA	Uso de Óvalos y/o Círculos	0,00
CONCEPTOS	Jerarquización	27,27
	Inclusión	27,27
	Letras Mayúsculas *Máximo 3 PALABRAS*	22,72
CONECTORES	Letras Minúsculas *Máximo 2 PALABRAS*	22,72
RELACIÓN ENTRE CONCEPTOS	Directa: líneas rectas verticales, horizontales y/o inclinadas.	22,72
	Cruzada: líneas segmentadas curvas con terminación en punta de flecha.	0,00
COHERENCIA EN SU LECTURA		90,90
ORTOGRAFÍA		54,54
DISTRIBUCIÓN EN LA HOJA (HORIZONTALMENTE)		77,27
PRESENTACIÓN		86,36

Finalmente con estos resultados quedó clara la necesidad de presentar los mapas conceptuales (llamada por Novak (1998) como una poderosa herramienta instruccional) en el proceso de aprendizaje de los contenidos geométricos.

En la investigación que se llevó a cabo mediante el uso de los mapas conceptuales, los estudiantes que formaron parte del grupo experimental evidenciaron de manera creativa y constructiva la relación que existe entre la estructura cognitiva y la construcción correcta del mapa conceptual como lo expuso Beirutte (2016) en su reflexión y que el uso de los mapas conceptuales no se vea como una herramienta para calificar sino para motivar la comprensión de contenidos. Convirtiéndose en una técnica de reforzamiento del proceso enseñanza-aprendizaje como lo indicaron en su momento Nieto y García (2009) en su investigación.

Con respecto a la segunda hipótesis se verifica la existencia de diferencias significativas a un nivel de $\alpha = 0.05$ en el puntaje promedio obtenido por los estudiantes del primer año de educación General de una institución privada, distribuidos en el grupo experimental (GE) y en el grupo control (GC) al inicio del entrenamiento del primer grupo, medido por una prueba de pretest de conocimiento de. Al realizar la medición con la aplicación de dicha prueba los resultados obtenidos (Véase Tabla 7) mostraron una media para ambos grupos muy similar con una diferencia de 1,074 puntos a favor del GC así como una desviación similar para los datos obtenidos. La prueba de muestras relacionadas luego de aplicar el pretest arrojó como resultado una *t Student*: $\mathrm{t}(26) = 10{,}156;\ \alpha < 0{,}05$ entre las mediciones efectuadas para ambos grupos con una fuerza de correlación (r = 0,97) fuerte (Véase Tabla 8).

Tabla 7. *Estadísticos de muestras relacionadas luego de aplicar el pretest*

	Media	Desviación típ.	Error típ. de la media
Pre Test Grupo Control	4,19	1,777	0,342
Pre Test Grupo Experimental	3,11	1,888	0,363

Tabla 8. *Prueba de muestras relacionadas luego de aplicar el pretest*

	Diferencias relacionadas					t	gl	Sig. (bilateral)
	Media	Desviación típ.	Error típ. de la media	95% Intervalo de confianza para la diferencia				
				Inferior	Superior			
Pre Test (Grupos Control y Experimental)	1,074	0,550	0,106	,857	1,291	10,156	26	0,000

El postergar la enseñanza de la geometría a favor de la enseñanza de la aritmética en el caso de los grupos control (GC) y grupo experimental (GE) a lo largo de su escolaridad no generaron cambio alguno en el manejo conceptual de los contenidos de la geometría, los mismos fueron obtenidos al memorizar teoremas y propiedades sin tener idea de la utilidad que tienen en contextos diferentes a los escolares (Bressan, Borgisic & Crego, 2010). Dichos grupos se encontraban en el nivel 0 de van Hiele (1986) donde solo desarrollaron las estructuras visuales para distinguir figuras donde por medio de dichas consideraciones visuales razonan el concepto.

Por otro lado la tercera hipótesis que indica si existen diferencias significativas a un nivel de $\alpha = 0.05$ en el puntaje promedio obtenido los estudiantes del primer año de Educación General de una institución privada, distribuidos en grupo experimental (GE) y grupo control (GC) al finalizar el entrenamiento del primer grupo, medido por una prueba de postest de conocimiento contendidos de geometría. Los resultados medidos por dicha prueba (Véase Tabla 9) se evidencia que existen diferencias significativas en los resultados de sus medias a favor del GE de casi 4 puntos. Al revisar la prueba de muestras relacionadas genera como resultado un *t Studen*: $t(26) = 12{,}708;\ \ \alpha < 0{,}05$ y una fuerza de correlación (r = 0,896) fuerte (Véase Tabla 10).

Tabla 9. *Estadísticos de muestras relacionadas luego de aplicar el postest*

	Media	N	Desviación típ.	Error típ. De la media
Post Test GC	6,59	27	2,763	0,532
Post Test GE	10,30	27	3,361	0,647

Tabla 10. *Prueba de muestras relacionadas luego de aplicar el postest*

	Diferencias relacionadas					t	gl	Sig. (bilateral)
	Media	Desviación típ.	Error típ. de la media	95% Intervalo de confianza para la diferencia				
				Inferior	Superior			
Post Test (Grupos Control y Experimental)	3,704	1,514	0,291	3,105	4,303	12,708	26	0,000

El uso de los mapas conceptuales desempeñaron un papel protagónico durante el entrenamiento con el grupo experimental (GE), en la medida que los estudiantes incrementaban su habilidad y experiencia en su construcción, se detectó que se iniciaba el proceso de aprender a aprender, disminuyendo el proceso de la memorización. (Novak & Gowin, 1988 y, Adesope & Nesbit, 2006).

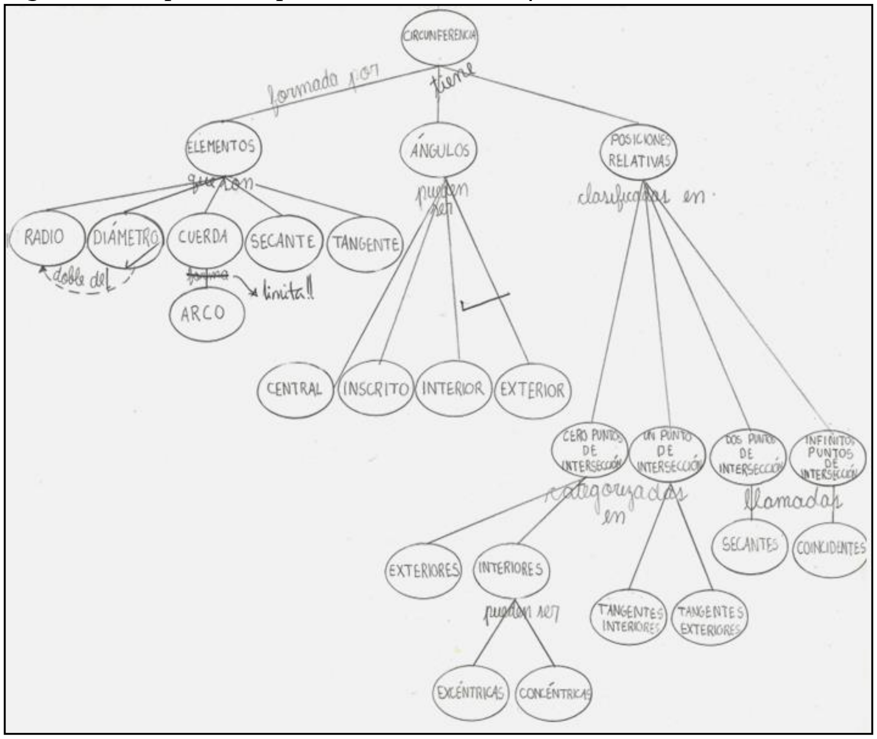
Al igual que en el estudio realizado por Cruz, García, Gaspar y García en el año 2009 donde propusieron la elaboración de cinco mapas para facilitar el aprendizaje de los alumnos, durante el entrenamiento del grupo experimental (GE) se les propuso de igual manera la elaboración de cinco mapas (Véase Tabla 11) y se observó el incremento de la nota en la medida que se iba avanzando. El grupo experimental transitó por los niveles 1 y 2 de van Hiele donde razonaron o discernieron acerca de los conceptos geométricos por medio de un análisis informal de las partes, componentes y atributos. El estudiante ordenó lógicamente las propiedades de los conceptos, construyeron definiciones abstractas logrando distinguir entre la necesidad y suficiencia de un concepto de propiedades al terminar un concepto.

Tabla 11. *Prueba de muestras relacionadas de mapas conceptuales aplicados en la intervención.*

	Diferencias relacionadas					t	gl	Sig. (bilateral)
	Media	Desviación típ.	Error típ. de la media	95% Intervalo de confianza para la diferencia				
				Inferior	Superior			
MapaConceptual1	12,571	3,120	0,590	11,362	13,781	21,320	27	0,000
MapaConceptual2	12,036	5,634	1,065	9,851	14,220	11,305	27	0,000
MapaConceptual3	15,179	2,450	0,463	14,228	16,129	32,779	27	0,000
MapaConceptual4	14,786	4,810	0,909	12,921	16,651	16,265	27	0,000
MapaConceptual5	15,857	3,027	0,572	14,683	17,031	27,718	27	0,000

El primer mapa elaborado durante la intervención fue realizado a mano, previa explicación del instrumento con el que fueron evaluados (Véase Figura 2). Se observa como utilizó la figura geométrica recomendada, coloco solo conceptos ordenados de forma jerárquica, colocó un conectivo en todas las relaciones directas así como en la única relación indicada. Novak indicó en 1998 con respecto a la relación jerárquica de los mapas conceptuales que la misma se relaciona directamente con el aprendizaje significativo lo cual hace que se diferencien de los esquemas tradicionales y en este primer mapa se observa claramente como el estudiante ejecuta correctamente dicha jerarquización ya que razona sobre los conceptos geométricos usando un análisis de las partes, componentes y atributos de la circunferencia, tema que se estudió para el momento del primer mapa conceptual (van Hiele, 1986).

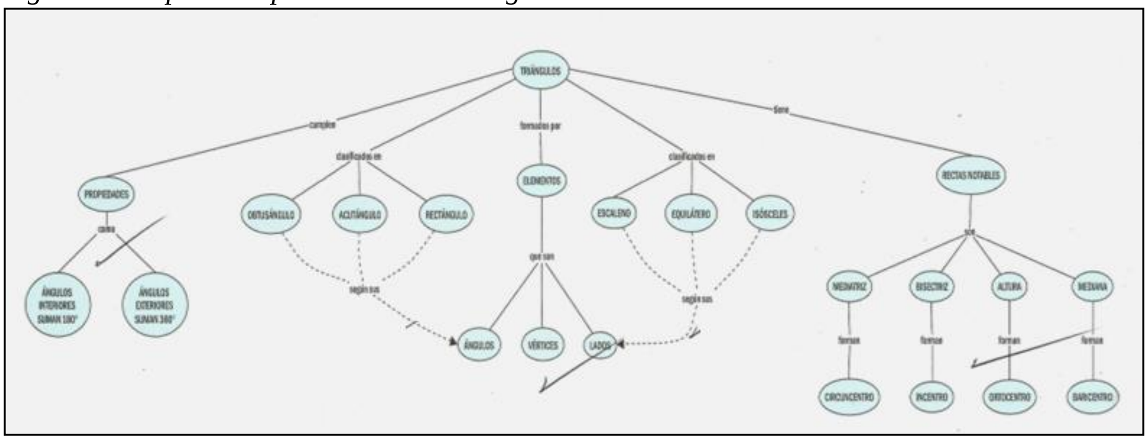
Figura 2. Mapa Conceptual 1. Tema Circunferencia.



Para el segundo mapa conceptual ya se había explicado el uso del software CmapTools el cual facilitó la elaboración de los mapas conceptuales. El grupo experimental contaba para ese momento porque estaba permitido en el colegio, el uso de tabletas en las cuales se podía usar dicho software sin inconvenientes. En el mapa conceptual (Véase Figura 3) el estudiante realizó una excelente jerarquización de los conceptos (para ese momento estudiaban el tema de triángulos) y realizó varias relaciones cruzadas demostrando que podía ordenar de manera lógica los conceptos ya que diferenciaba las definiciones y proposiciones que caracterizan a los triángulos (van Hiele, 1986).

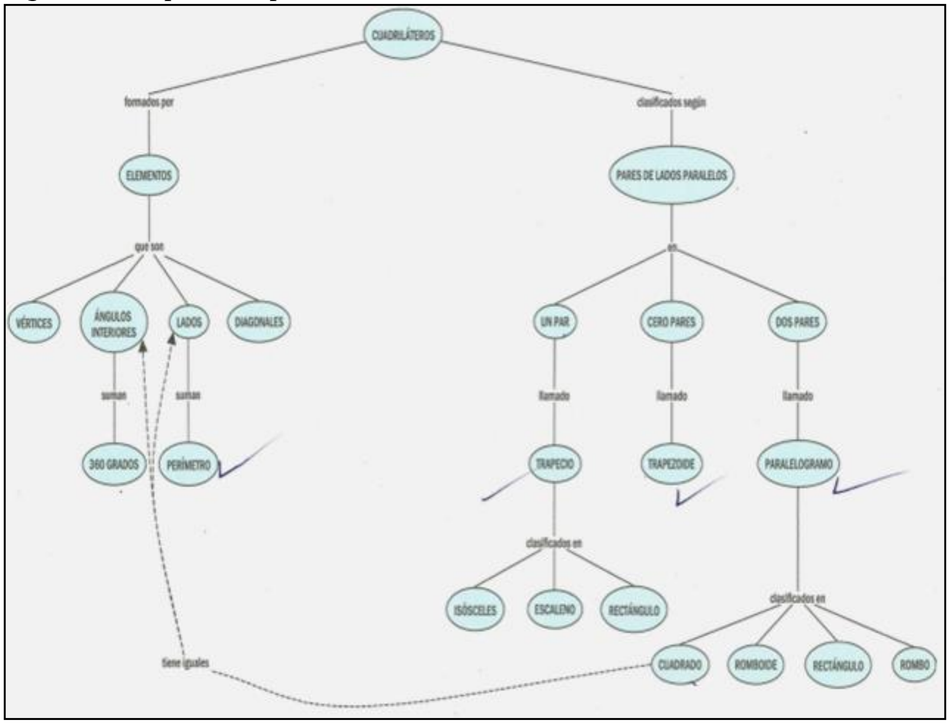
Las medias obtenidas para estos dos primeros mapas fueron muy parecidas con una desviación mayor para el segundo debido a la dificultad que se les presentó al grupo con el manejo del software, por ser algo novedoso para ellos.

Figura 3. Mapa conceptual 2. Tema Triángulos.



Superado los obstáculos por el manejo del software se presenta el mapa conceptual número tres (Véase Figura 4) en el cual se trabajó el tema de cuadriláteros ya en este nivel el razonamiento mostrado por los estudiantes era formal dentro del sistema matemático completo, ya comienzan a ver la geometría como un sistema de axiomas, postulados, definiciones y teoremas, llegando al mismo resultado por distintos caminos (van Hiele, 1986) y facilitando la creación de nuevos conocimientos dando lugar a una autentica reorganización cognitiva (Novak, 1998). Se observa para este mapa conceptual número tres un incremento en la media con respecto a los dos primeros mapas, existe un mejor manejo del software así como una comprensión del mapa conceptual como recurso esquemático que sirve para organizar y representar el conocimiento para el aprendizaje (Novak & Cañas, 2006).

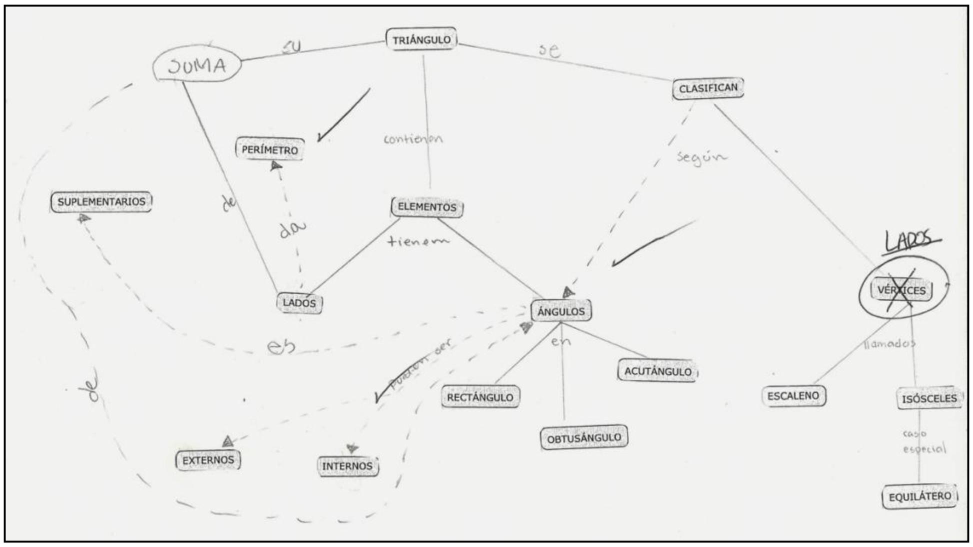
Figura 4. Mapa conceptual 3. Tema Cuadriláteros.



Con el mapa número cuatro (Véase Figura 5) se realizó una actividad en la que se les entregó en una hoja impresa una serie de óvalos los cuales contenían conceptos para que fuesen recortados y pegados durante la realización de un mapa conceptual en una hoja blanca sin previo aviso del tema de triángulos. En dicha actividad la media que se obtuvo fue superior a la obtenida con el mapa conceptual N°2, poniendo de manifiesto que el estudiante requiere de unos conocimientos previos relevantes cuya cantidad y calidad varía en función de los temas tratados (Novak, 1998).

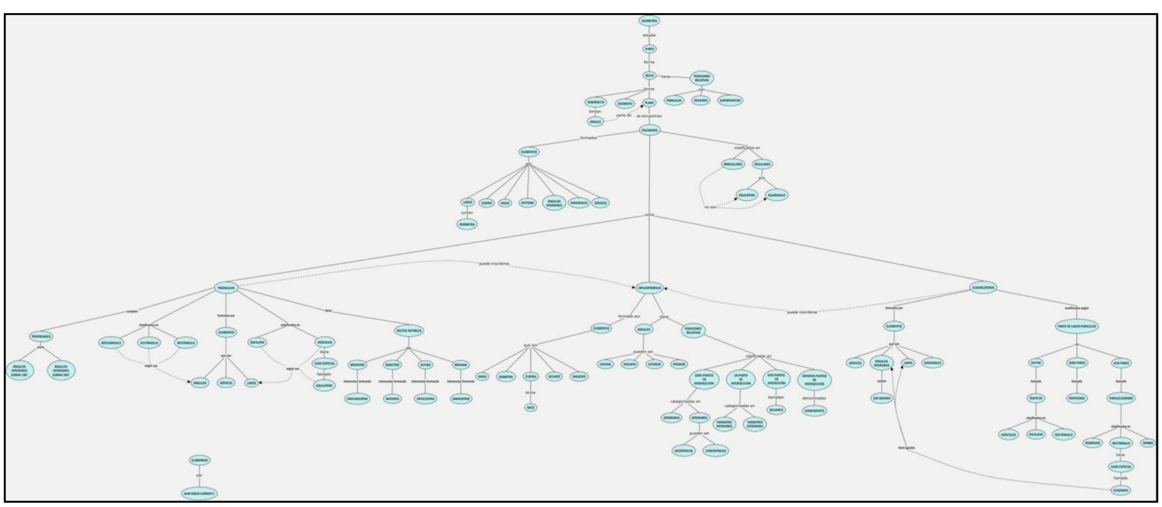
Para el final de la intervención se le pidió al grupo experimental que realizaran un mapa conceptual integrador (Véase Figura 6) con el cual se evidenció un manejo excelente del software así como de los conceptos aprendidos durante dicha intervención. La media obtenida y la desviación lo corroboran ya que en la misma no se obtuvieron notas inferiores a 14 puntos.

Figura 5. Mapa conceptual 4. Repaso de triángulos.



Cada alumno posee una manera diferente de trabajar y al tener que construir su propio conocimiento debe dominar los conceptos relevantes que le permitan establecer relaciones con los conocimientos que ya posee.

Figura 6. Mapa conceptual 5. Mapa Integrador



Con respecto a la hipótesis cuatro, si existen diferencias significativas a un nivel de $\alpha = 0.05$ entre el puntaje promedio obtenido por los estudiantes del primer año de Educación General de una institución privada y participantes del grupo control (GC) al iniciar y finalizar el proceso de intervención medido por una prueba de conocimientos de geometría, se presentaron diferencias significativas las cuales son: $t(26) = 10{,}555;\ \alpha < 0{,}05$ entre las mediciones efectuadas antes $(\bar{x} = 4{,}19)$ y después $(\bar{x} = 6{,}59)$ con una diferencia en sus medias de 2,407 y una fuerza de correlación (r = 0,956) fuerte (Véase Tabla 12 y 13)

Tabla 12. *Diferencias de estadísticos, correlaciones y prueba de muestras relacionas presentadas por el grupo el grupo control (GC) al iniciar y finalizar el proceso de intervención medido por una prueba de conocimiento.*

	Media	N	Desviación típ.	Error típ. de la media
Pre Test GC	4,19	27	1,777	0,342
Post Test GC	6,59	27	2,763	0,532

Tabla 13. *Prueba de muestras relacionas presentadas por el grupo el grupo control (GC) al iniciar y finalizar el proceso de intervención medido por una prueba de conocimiento.*

	Diferencias relacionadas					t	gl	Sig. (bilateral)
	Media	Desviación típ.	Error típ. de la media	95% Intervalo de confianza para la diferencia				
				Inferior	Superior			
Pre Test y Post Test Grupo Control	2,407	1,185	,228	1,939	2,876	10,555	26	0,000

Por último la hipótesis cinco, existen diferencias significativas a un nivel de $\alpha = 0.05$ entre el puntaje promedio obtenido por los estudiantes del primer año de Educación General de una institución privada y participantes del grupo experimental (GE) al iniciar y finalizar el entrenamiento en el uso de mapas conceptuales, medido por una prueba de conocimientos de geometría, se presentaron diferencias significativas las cuales son: $t(26) = 18{,}312;\ \alpha < 0{,}05$ entre las mediciones efectuadas antes $(\bar{x} = 3{,}11)$ y después $(\bar{x} = 10{,}30)$ con una diferencia en sus medias de 7,185 y una fuerza de correlación (r = 0,843) fuerte (Véase Tabla 14 y 15)

Tabla. *Diferencias de estadísticos de muestras relacionas presentadas por el grupo el grupo experimental (GE) al iniciar y finalizar el proceso de intervención medido por una prueba de conocimiento.*

	Media	N	Desviación típ.	Error típ. de la media
Pre Test GE	3,11	27	1,888	,363
Post Test GE	10,30	27	3,361	,647

Tabla. *Prueba de muestras relacionas presentadas por el grupo el grupo experimental (GE) al iniciar y finalizar el proceso de intervención medido por una prueba de conocimiento.*

	Diferencias relacionadas					t	gl	Sig. (bilateral)
	Media	Desviación típ.	Error típ. de la media	95% Intervalo de confianza para la diferencia				
				Inferior	Superior			
Pre Test y Post Test Grupo Experimental	7,185	2,039	,392	6,379	7,992	18,312	26	,000

Con el uso del software CmapTools y con el análisis comparativo de los mapas realizados por cada estudiante antes y después de la intervención al igual que lo hicieron Pozueta, Guruceaga y González (2006) se evidenció que cada mapa conceptual fue un instrumento que reveló el grado de aprendizaje significativo llevado a cabo en el grupo experimental (GE). Luego de culminadas las secciones de la intervención, el grupo experimental (GE) superó ampliamente al grupo control (GC) como sucedió de igual manera en el trabajo presentado por Baeza (2010) a un grupo también de primer año pero con el contenido de álgebra.

Los hallazgos obtenidos con los resultados confirman lo sostenido por Allies, Dominique –Maikel, et al. (2014) cuando indicaron que muchas metodologías empleadas por distintos investigadores poseen fortalezas y debilidades, pero con el uso de los mapas conceptuales fueron superadas las limitaciones que poseen las metodologías actuales.

Debido a que las formas de pensamientos del nivel básico, del segundo y tercer nivel poseen una disposición jerárquica según van Hiele (1986), el desempeño adecuado por parte de cada estudiante se debió al dominio de cada nivel previo. Por esta razón al concluir la intervención y observar el promedio presentado por el grupo experimental (GE) se evidenció un razonamiento formal dentro del contexto de un sistema matemático completo; empezando a ver la geometría como un sistema de axiomas, postulados, definiciones y teoremas hasta lograr ver de esta manera una relación global entre las propiedades. Para Novak y Cañas (2006) dicha disposición jerárquica es alcanzada cuando ha logrado aprender un nuevo concepto con mayor profundidad de lo acostumbrado gracias a las relaciones y proposiciones usadas en la elaboración de su mapa conceptual.

Capítulo V. Conclusiones y Recomendaciones

Formarse como profesional de la docencia específicamente en el área de matemática requiere además de manejo de conceptos, desarrollar la habilidad en la resolución de problemas que impliquen manejo de herramientas que ayuden a la organización del conocimiento de manera que permitan que los estudiantes mejoren su comprensión y realmente se produzca en ellos un aprendizaje significativo.

Desde el punto de vista didáctico, científico e histórico se considera imprescindible asignarle al pensamiento geométrico la importancia que le corresponde en todos los niveles del subsistema educativo (De Guzmán, 2007) porque el estudio de la geometría involucra dentro de su enseñanza procesos cognitivos y dominio de contenidos que no deben ser obviados en ningún momento por los docentes que tienen la responsabilidad de enseñar geometría (Andonegui, 2006)

Culminada esta investigación y tomando en cuenta los objetivos planteados al inicio, se concluye de la siguiente manera:

Con la prueba exploratoria de mapas conceptuales se pudo evidenciar el poco conocimiento que poseían los estudiantes del primer año con respecto a la elaboración de un mapa conceptual. Se pudo observar y llamó mucho la atención del investigador el desconocimiento en la jerarquización e inclusión de conceptos, las relaciones directas y cruzadas entre conceptos. Estos resultados permitieron generar un entrenamiento progresivo en la elaboración de los mapas con el grupo experimental (GE) tal como lo hicieran Cañas y su equipo en Panamá (2005) de donde surgió la taxonomía topológica para la elaboración y evaluación de los mapas conceptuales en el año 2006.

Durante la aplicación del programa de inducción al GE se le hicieron comparaciones de los diferentes mapas elaborados por los estudiantes, los mismos tomaron en cuenta las distintas observaciones que se les hicieron para mejorarlos. A medida que avanzaron los estudiantes, reconocieron la importancia de incrementar la lista de conceptos y conectores que incorporaban en el software CmapTools tal como lo hicieron González y Cañas en el año 2005 al igual que Nieto y García en el año 2009, para de esta manera obtener mapas conceptuales mejor elaborados.

Con la elaboración de los cinco mapas durante la intervención se evidenció que el grupo experimental pasó de razonar sobre conceptos básicos geométricos (Nivel 0 de van Hiele) a razonar de manera formal (Nivel 3 de van Hiele). Dicho grupo veía ya para el final de la intervención a la geometría como un sistema de axiomas, postulados, definiciones y teoremas, la etapa de las consideraciones visuales del concepto y no tomar en cuenta ni sus partes ni sus propiedades había sido superada.

Luego de la inducción en la elaboración de los mapas conceptuales, las diferencias encontradas en ambos grupos fueron realmente significativas. El GE obtuvo en el pretest 3,11pts como media mientras que en el postest obtuvo 10,30pts, lo que permite concluir que con el uso de la herramienta alcanzaron un aprendizaje significativo en el área de geometría, mientras que el GC obtuvo una media en el pretest de 4,19pts y en el postest fue de 6,59pts, por lo que no logró alcanzar un aprendizaje significativo por los resultados obtenidos. Estos resultados permiten afirmar tal como lo dijo en su momento Ausubel (Novak, 1998) que la causa de no recordar una información, es diferente si la misma fue aprendida de modo significativo o de manera memorística, ya que el olvido se puede ver como algo que sucede a menudo cuando no se recuerda algo específico o técnico cuando lo aprendido de memoria no es recordado.

Cada mapa conceptual elaborado por los estudiantes superó las técnicas que utilizaban habitualmente para adquirir un nuevo aprendizaje, tal como fue demostrado por Cruz, García, Gaspar y García (2009) así como Beirut (2006) quienes lograron incentivar la construcción de mapas conceptuales como generador de nuevos aprendizajes. Con el uso de los mapas conceptuales se logró un alto rendimiento académico en el GE con el contenido de geometría, de igual modo lo hizo Baeza (2010) con el contenido de álgebra en su investigación en la asignatura de matemática y por otro lado, en el meta-análisis que hicieran Nesbit y Adesope (2006) de 55 estudios realizados en distintas áreas del conocimiento donde los estudiantes aprendieron con la elaboración y modificación de mapas conceptuales.

Con respecto al aprendizaje de la geometría hay concordancia con los estudios realizados por Bressan, Borgisic y Crego (2010) cuando afirmaron que la geometría está totalmente descontextualizada porque para muchos docentes lo más importante no es el manejo conceptual sino la destreza que posee el estudiante en reconocer fórmulas, memorización de teoremas y el manejo de propiedades sin tener idea de la utilidad.

La autonomía intelectual que debe tener todo docente en el área de matemática y específicamente en la enseñanza de la geometría es indispensable para el dominio de herramientas funcionales, elaboradas de manera conceptual con las cuales se mejore el currículo tal cual como lo dijo en su momento Rico (1997). Dicho currículo debe estar organizado de acuerdo a la complejidad cognitiva y a la madurez del estudiante como lo entendieron los esposos van Hiele (1986) luego de darse a la tarea de revisar las dificultades que presentaron sus estudiantes en el aprendizaje de la geometría y crear los niveles de concepción del aprendizaje de dicho contenido.

Durante la intervención se observó como los estudiantes pasaban de un nivel de van Hiele al otro en la medida que hacían suyo el conocimiento teórico por medio del razonamiento visual, el análisis informal, el ordenamiento lógico de las propiedades hasta lograr una formalización del contexto geométrico por medio de la deducción teniendo como base sus axiomas, postulados, definiciones y teoremas. Al respetar los distintos niveles de van Hiele en la elaboración de los mapas conceptuales, el GE logró un mejor nivel del pensamiento geométrico así como lo demostraron Abdullah y Zakaria (2013).

Para alcanzar mejores resultados en el aprendizaje significativo de la geometría en esta era de la tecnología moderna se recomienda aplicar herramientas como los software utilizados por Abdullah y Zacaria (2011), Sgreccia y Massa (2013) así como también Ulicab y Rosado (2010) para los temas de geometría, con especial énfasis en la construcción de los mapas conceptuales como estrategia junto con la red de relaciones propuestas por los niveles de van Hiele como lo hicieran Siñerez, Guillén y Quijan (2014).

Luego de esta experiencia vivida con estos 27 estudiantes se hace necesario divulgar estos resultados para incentivar a los profesores del área de matemática para que utilicen los mapas conceptuales en el desarrollo de sus clases, especialmente en el contenido de geometría y disfrutar del transitar de sus estudiantes por los niveles de van Hiele hasta alcanzar el objetivo que no es otro que alcanzar un aprendizaje significativo.

Referencias

Abdullab, A. & Zakaria, E. (2013). Enhanang Student's Level of Geometría Trinking Throgh Van Hiele's Phase-based Learning. *Indian Journal of Science an Tecnology, Vol. 6.*

Abdullah, A. & Zakaria, E. (2011). Student's perceptions towards the Van Hiele's phases of Learning Geometry using Geometer's Sketchpad software. *Australian Journal of Basic and applied Sciences, Vol. 7*, págs. 787-792. Australia.

Aguilar, M. (2006). Origen y destino del mapa conceptual. Apuntes para una teoría del mapa conceptual. En A. J. Cañas, & J. D. Novak (Ed.), *Concept Maps: Theory, Methodology, Technology Proc. of the Conference on Concept Mapping.* San José, Costa Rica.

Allies, J., Dominique-Maikel, N. & McKean, A. (2014). *Concept Maps: An Alternative Methodology to Asses young children.* Vol. 37.3.

Andonegui, M. (2006). *Geometría: conceptos y construcciones elementales.* Caracas, Venezuela: Fé y Alegría, CAF, UNESCO.

Ausubel, D. (1963). The Spychology of Meaningful verbal learning. New York, E.E.U.U.: Grunec & Stratton.

Ausubel, D. P. (1980). *Psicología Educativa: Un punto de vista cognitivo.* México: Editorial Trillas.

Ausubel, D.; Novak, J.D & Hanesian, H. (1978). *Educational Psychology: A cognitive view.* New York: Hilt, Rinehart and Winston.

Baeza, A. (2010). Implicación de la elaboración de mapas conceptuales en el logro de aprendizajes en la asignatura de matemática de alumnos de primer año medio. *Mapas Conceptuales: Hacer el aprendizaje significativo.* Viña de Mar, Chile: En A. J. Cañas, & J. D. Novak (Ed.).

Bailey, M.,Taasoobshirazi, G.& Carr, M. (2014). Multivariate model of achievement in Geometry The Journal of Educational Research., (págs. 440-461).

Beirute, L. (2006). Reflexiones teóricas para la implementación de estrategias metodológicas que faciliten la construcción de mapas conceptuales "profundos". En A. J. Cañas, & J. D. Novak (Ed.), *Concept Maps: Theory, Methodology, Technology Proc. of the Conference on Concept Mapping.* San José, Costa Rica.

Bokosmaty, S., Swellwe, J., & Kalyuga, S. (2015). Learning geometry problem solving by studying worked examples: Effects of learner guidance and expertice. *American Educational Research Journal, 52*, 307-333.

Bressan, A., Borgisic, B. & Crego, K. (2010). *Razones para eneseñar geometría en la educación básica* (4ta ed.). Buenos Aires, Argentina: Ediciones Novedades Educativas.

Cañas, A. N., & Rodríguez, M. C. (2006). Confiabilidad de una taxonomía topológica para mapas conceptuales. En A. J. Cañas, & J. D. Novak (Ed.), *Concept Maps: Theory, Methodology, Technology Proc. of the Conference on Concept Mapping.* San José, Costa Rica.

Choi-Koh, S. (2001). A student's learning of geometry using the computer. *The Journal of Educational Research, 92*, págs. 301-311.

Cruz, V.; García, J.; Gaspar, B.& García, R. (2009). Aprendizaje de la epidemiología a tráves de mapas conceptuales. *Revista de la Facultad de Medicina UNAM, 52*(2), 49-53.

de Guzmán, M. (43). Enseñanza de las Ciencias y la Matemática. *Revista Iberoamericana de Educación*, 19-58.

Graterol, E. & Andonegui, M. (2003). Incidencia de un software educativo en la evolución del razonamiento geométrico de estudiantes de educación superioir.

Graterol, E., & Andonegui, M. (2003). Incidencia de un software educativo en el razonamiento geométrico en estudiantes de Educación Superior. *16*, 147-153.

Hernández, R. (2012). *Metodología de la Investigación* (3ra. ed.). México: Mc Grawhill.

Kerlinger, F. & Lee, H. (2002). *Investigación del comportamiento.* México: McGraw_Hill Interamericana.

Laboratorio Latinoamericano de Evaluación de la Calidad de la Educaión . (2015). *Informe de Resultados TERCE (Tercer Estudio Regional Comparativo y Explicativo), 2013. Logros de Aprendizaje.* Santiago. Chile: Oficina Regional de educación para América Latina y el Caribe (OREALC/UNESCO Santiago).

Maguigan, F. (1996). *Psicología Experimental. Métodos de Investigación* (6ta ed.). México: Prentice Hall.

Milevicich, U., & Arraya, U. (2010). Propuesta metodológica de aprendizaje y enseñanza de los cuadrílateros. *23*, 399-408.

National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). (2000). *Principles and satandards for school matehematics.* Reston.

Nesbit, J. & Adesope, O. (2006). *Learning With Concept and Knowledge Maps: A Meta-Analysis.* Review of Educational Research, Vol. 76, No. 3.

Nieto, C. & García, M. (2009). Uso de los mapas en dos asignaturas de matemática. *XV JENUI*, 8-10.

Novak, J. & Gowin, B. (1988). *Aprender a Aprender.* Mexico: Alfonzo.

Novak, J. (1998). *Conocimiento y aprendizaje. Los mapas conceptuales como herramientas facilitadoras para escuelas y empresas.* Madrid: Alianza.

Novak, J., & Cañas A. (2006). *Los mapas conceptuales y teoría subyacente a la forma de construir y utilizarlos.* Florida, EEUU: IHMC.

Ontoria, A., Molina, A. & Sánchez, A. (1996). *Los mapas conceptuales en el aula.* Buenos Aires: Magisterio del Rio de la Plata.

Organization for Economic Cooperation and Development. (2010). En PISA 2009 results. *Wtaht students know and can do: Students performance in reading, mathematics and science.* Paris. Francia: Autor.

Peña, G. (2017). *Estadística Inferencial: Una introducción para las ciencias del comportamiento.* Caracas: abediciones.

Pérez, R. (2008). Mapas conceptuales como una manera de repensar la enseñanza. *Gestión y Estrategia*(33), 75-88.

Pozueta E.,Guruceaga, A.,San Fermin, Z. & González, F. (2006). Trabajando con mapas conceptuales el tema de la proporcionalidad en 2do de educación secundaria obligatoria (E.S.O.). En A. J. Cañas, & J. D. Novak (Ed.), *Concept Maps: Theory, Methodology, Technology Proc. of the Conference on Concept Mapping.* San José, Costa Rica.

Rico, L., Castro, E., Coriat, M., Marín, A., Puig, L., Sierra, M. & Socas, M. (1997). *La educación matemática en la enseñanza secundaría.* Barcelona, España: ICE Universidad de Barcelona-Horsori.

Rojas, A.C., & Andonegui, M. (2003). Evaluación de la enseñanza de la geometría utilizando un software asistente de geometría. *16*, 111-139.

Salvador, C., Rouanet, R.,& Asijtuj, A. (2011). Comprendo las fórmulas de área de figuras geométricas. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa, 24*, 663-672.

Sgreccia, N., & Massa, M. (2013). Conocimiento del contenido y de la cogniciíonde los alumnos sobre cuerpos geométricoss, un estudio del dominio en docentes para la educación secundaria. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, *26*, 203-212.

Sherard, W. (1981). Why is geometry a basic skill? *Mathematics Teacher, 74,* 19-21.

Silva, J. A. (2006). Una experiencia educativa con mapas conceptuales y matemática elemental en un entorno tradicionalista. En A. J. Cañas, & J. D. Novak (Ed.), *Concept Maps: Theory, Methodology, Technology Proc. of the Conference on Concept Mapping.* San José, Costa Rica.

Silva, M. (1999). Calidad de la Educación: resultados de aprendizaje. Parte 2. *Revista SIC, 62*, 231-233.

Siñeris, L., Guillén, G., & Quijano, M. (2014). Hacia un modelo teórico respecto a la enseñanza de las construcciones geométricas que favorezca el trabajo heurístico y las prácticas argumentativas. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, *27*, 111-119.

Ulicab, G.R., & Rosado, M. (2010). Explorando mi universo geométrico de sexto grado. *23*, 711-720.

van Hiele, P. (1986). *Structure and insight. A theory of mathematics education.* Londres: Academic Press.

Vera, M., Radillo, M., & Vera, F. (2012). Propuesta de enseñanza del tema de polígonos y circunferencias mediante actividades de geometría dinámica, en el bachillerato. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, *25*, 785-792.

Walker, M. (2011). PISA 2009 Plus Results. *Performance of 15 -years- old in reading, mathematics and science for 10 additional participants.* Victoria. Australia: Australian Council for Educational Research Ltd.

Zambrano, M. (2006). El razonamiento geométrico y la teoría de van Hiele. *Kaleidoscopio, 3,* 28-33.

Zapata, S.M., Jaramillo, C.M., & Sucerquia, E. (2010). Las Matemáticas y los mapas conceptuales. *23,* 569-576.

Zhang, D.,Ding, Y., Stegall, J., & Mo,L. (2012). The effect of visual-chunking-representation accommododation on geometry testing for studens with math disabilities. *Learning Sisabilities Research & Practice*, *27*, 167-177.

Anexos

Anexo A. Planificación de la Intervención.

Planificación de la Intervención

SEMANA	OBJETIVO	CONTENIDO PROGRAMÁTICO	TÉCNICA E INSTRUMENTO
1	Con el uso de una lectura de la asignatura Ciencias Naturales, se les pedirá a los estudiantes que elaboren un mapa de concepto.		
2	Aplicación del pre-test. Se realizará la inducción en la elaboración de mapas de conceptos		
3	1. Identificar las nociones de la geometría por medio de axiomas o postulados, teoremas, lemas y corolarios. 1.1. Interpretar los conceptos de recta, semirrecta y segmento. 1.2. Definir ángulo en el plano. 1.2.1. Clasificar los tipos de ángulos en el plano.	• Conceptos de axiomas o postulados, teoremas, lemas y corolarios. • Postulados del punto, la recta y el plano. • Recta, semirrecta y segmento. • Medida de un ángulo. • Tipos de ángulos: llano, nulo, recto, agudo, obtuso, complementario y suplementario.	Lista de conceptos aprendidos
	1.3. Reconocer las posiciones relativas de dos rectas en el plano.	• Posiciones relativas de dos rectas en el plano: paralelas, secantes y perpendiculares.	Mapa de conceptos
	1.4. Resolver planteamientos en los cuales se utilicen las nociones de la geometría.		Ejercicios
4	2. Definir la circunferencia en el plano. 2.1. Reconocer los puntos con respecto a la circunferencia. 2.2. Describir los elementos de la circunferencia	• Puntos con respecto a la circunferencia: exterior, interior y sobre la circunferencia. • Elementos de la circunferencia: radio, cuerda, diámetro, arco, sector circular segmento circular y corona circular.	
	2.3. Reconocer las posiciones de una recta con respecto a una circunferencia. 2.4. Definir los ángulos con respecto a una circunferencia.	• Posiciones de una recta con respecto a una circunferencia: secante, tangente y exterior. • Ángulos con respecto a la circunferencia: interior, exterior, central, inscrito, semi-inscrito y exinscrito.	Lista de conceptos aprendidos
	2.5. Comparar las posiciones relativas de dos circunferencias.	• Posiciones relativas de dos circunferencias: ningún punto, un punto, dos puntos y tres o	Mapa de conceptos

	2.6. Calcular el perímetro de una circunferencia. 2.7. Calcular el área de un círculo.	más puntos en común. • Longitud de una circunferencia. • Área de un círculo.	
5	2.8. Resolver problemas en los cuales se utilicen relaciones entre circunferencias, rectas y segmentos de rectas.		Ejercicios
	1ra Prueba Larga: con los objetivos del 1.1 al 1.4 y del 2.1 al 2.8		
	3. Definir de triángulo en el plano y sus elementos. 3.1. Diferenciar los criterios de existencia de triángulos. 3.2. Reconocer los tipos de triángulos según sus lados. 3.3. Diferenciar el tipo de triángulo según sus lados con el uso de los Teoremas de Pitágoras.	• Elementos del triángulo: ángulos externos e internos, lados y vértices. • Triángulos según sus lados: isósceles, equilátero, escaleno. • Triángulos según sus ángulos: acutángulo, obtusángulo y rectángulo.	Lista de conceptos aprendidos
6	3.4. Calcular las líneas y puntos notables del triángulo. 3.5. Calcular el área de un triángulo	• Líneas notables de un triángulo: bisectriz, mediatriz, mediana y altura. • Puntos notables de un triángulo: incentro, circunscentro, baricentro y ortocentro. • Perímetro y área de un triángulo.	Mapa de conceptos
	3.6. Resolver problemas en los cuales se utilicen los elementos de un triángulo. 3.7. Resolver planteamientos con el uso del perímetro de un triángulo. 3.8. Resolver planteamientos con el uso del área de un triángulo.		Ejercicios
7	4. Definir cuadrilátero en el plano y sus elementos 4.1. Reconocer los tipos de cuadriláteros según el paralelismo de sus lados.	• Elementos del cuadrilátero: lados, vértices, ángulos diagonales y alturas. • Clasificación de los cuadriláteros: 1.1. Paralelogramos: cuadrados, rectángulos, rombo y romboide 1.2. Trapecios: rectángulos, isósceles y escalenos. 1.3. Trapezoides.	
	4.2. Calcular el perímetro de un cuadrilátero. 4.3. Calcular el área de un cuadrilátero dada la fórmula. 4.4. Resolver planteamientos con	• Perímetro de un cuadrilátero con el uso de la fórmula. • Área de un cuadrilátero con el uso de la fórmula.	Ejercicios

		el uso del área de un cuadrilátero.		
8	5.	Definir polígono en el plano y sus elementos. 5.1. Reconocer los polígonos regulares e irregulares 5.2. Calcular el perímetro de un polígono regular con el uso de la fórmula.	• Elementos del polígono: lados, vértices, ángulos y apotema. • Polígonos regulares e irregulares. • Perímetro de un polígono regular con el uso de la fórmula.	Lista de conceptos aprendidos
		2da Prueba Larga: con los objetivos del 3.1 al 3.8 y del 4.1 al 4.4		
		5.3. Calcular el número de diagonales de un polígono regular con el uso de la fórmula. 5.4. Calcular la suma de los ángulos internos de un polígono regular con el uso de la fórmula.	• Número de las diagonales de un polígono regular con el uso de la fórmula. • Suma de los ángulos internos de un polígono regular con el uso de la fórmula.	Mapa de conceptos
9		5.5. Resolver planteamientos con el uso del perímetro, el número de diagonales y suma de ángulos internos de un polígono regular.		Ejercicios
10	6.	Resolver áreas rayadas con el uso de la circunferencia, triángulos, cuadriláteros y polígonos.		Ejercicios Mapa de conceptos integrador
		3ra Prueba Larga: con los objetivos del 5.1 al 6		
11		Aplicación del post- test Entrega del 70% a los alumnos		

Anexo B. Prueba de Conocimiento

UCAB Universidad Católica ANDRÉS BELLO

Postgrado Área de Humanidades y Educación

Programa: Educación. Procesos de Aprendizaje

Estimado Estudiante:

A continuación se le presenta una ***prueba de conocimiento*** que parte de una investigación que se lleva a cabo con la finalidad de mejorar los procesos pedagógicos en el aula de clase. Con la misma se pretende determinar el nivel de información que posee en el área de geometría y para lograr tal objetivo se le presentan 30 ítems distribuidos en tres partes: selección simple, selección compleja y desarrollo.

Por ser una investigación, toda la información es de carácter estrictamente **CONFIDENCIAL** por lo que no requiere sus datos personales y no debe preocuparse por la divulgación de los resultados que se obtengan.

Durante la realización no debe conversar con ningún compañero porque es totalmente individual.

Agradeciendo de antemano su buena disposición para responder esta prueba de conocimiento.

¡Muchas gracias por su colaboración!

Lic. Pedro José Muñoz Aguiar

PARTE I. Selección Simple. Responder los siguientes planteamientos seleccionando con un círculo la alternativa correcta

1. Si un ángulo mide 35°, entonces su complemento mide:
a) 45°
b) 55°
c) 90°
d) 180°

2. El radio de una circunferencia se define como:
a) La recta que tiene un punto en contacto con la circunferencia
b) El segmento que une los dos extremos del arco
c) La recta que corta a la circunferencia en dos puntos
d) El segmento cuyos extremos son el centro de la circunferencia y un punto cualquiera sobre la circunferencia

3. La recta que posee dos puntos en común con una circunferencia se denomina:
a) Secante
b) Tangente
c) Mediatriz
d) Exterior

4. Un ángulo es inscrito a una circunferencia cuando:
a) Tiene su vértice en el centro de la circunferencia y sus lados son radios
b) Tiene su vértice en la circunferencia y uno de sus lados es una tangente y el otro una secante
c) Tiene su vértice en un punto exterior a la circunferencia y sus lados son secantes
d) Tiene su vértice en la circunferencia y sus lados son secantes

5. Dos circunferencias concéntricas poseen en común:
a) Ningún punto
b) Un punto
c) Dos puntos
d) Tres o más puntos

6. El triángulo isósceles es aquel que posee:
a) Tres lados iguales, y en consecuencia sus tres ángulos internos son iguales y cada uno mide 60°
b) Dos lados iguales, y por lo tanto los ángulos adyacentes al lado desigual son iguales entre si
c) Sus tres lados diferentes, y por lo tanto sus ángulos también son diferentes
d) Cuando dos de sus ángulos son obtusos y la suma de los ángulos internos es igual a 180°

7. El Circuncentro es el punto notable que se genera de
a) La intersección de las tres medianas
b) La intersección de las tres alturas
c) La intersección de las tres mediatrices
d) La intersección de las tres bisectrices

8. Un cuadrilátero es una figura geométrica:

a) Formada por cuatro lados, dos diagonales y la suma de sus ángulos internos es igual a 360°
b) Cerrada de varios lados que se tocan solo en sus extremos
c) Formada por tres rectas que se cortan mutuamente formando tres ángulos
d) Plana cerrada cuyos puntos son equidistantes de otro punto fijo llamado centro

9. El Apotema es un elemento de importancia en los polígonos regulares ya que es:

a) El segmento perpendicular que va del centro a cada lado del polígono
b) Un segmento de recta trazado des un vértice hasta otro no consecutivo
c) Un segmento que une tres puntos colineales
d) La porción del plano limitado por líneas rectas

10. El perímetro de un triángulo equilátero de lado 7/3 mm es:

a) $3\ cm$
b) $7cm$
c) $21\ cm$
d) $\frac{21}{9}cm$

11. La suma de dos ángulos suplementarios viene dada por la expresión $3\boldsymbol{x} + 60°$, el valor qué debe tomar $\boldsymbol{x}$ para que el planteamiento sea cierto es:

a) 10°
b) 30°
c) 40°
d) 90°

12. Un punto interior a una circunferencia dista 1 centímetro del centro de una circunferencia de seis centímetros de diámetro. Calcular la menor y mayor distancia de dicho punto a la circunferencia.

a) 3 y 4 centímetros
b) 2 y 4 centímetros
c) 1 y 5 centímetros
d) 1 y 6 centímetros

13. Por un punto exterior a una circunferencia de radio dos centímetros se traza una recta que toca en un punto a dicha circunferencia la cual denominamos:

a) Secante
b) Tangente
c) Mediatriz
d) Exterior

14. El ángulo central de una circunferencia mide 60°, ¿cuánto debe ser el valor de un ángulo exterior que abarque el mismo valor para el arco mayor y la mitad para el arco menor?

a) 30°
b) 25°
c) 20°
d) 15°

15. Dos circunferencias que poseen un radio de tres metros cada una se encuentran separados sus centros también tres metros, ¿En base a la información cuál debe ser su posición relativa?

a) Tangentes exteriores
b) Tangentes interiores
c) Concéntricas
d) Secantes

16. ¿A qué tipo de triángulo según sus ángulos pertenece un triángulo cuyos lados miden 3, 4, y 6 centímetros respectivamente?

a) Acutángulo
b) Rectángulo
c) Obtusángulo
d) Escaleno

17. El baricentro de un triángulo se encuentra a 4 centímetros del punto medio de un lado, ¿A cuánto se encuentra del vértice opuesto?

a) 4 centímetros
b) 6 centímetros
c) 8 centímetros
d) 9 centímetros

18. Uno de los ángulos interiores de un trapecio isósceles mide 45°. ¿Cuál es la amplitud de los otros tres ángulos interiores?

a) 45° cada uno
b) 45°, 125°, 125°
c) 45°, 135°, 135°
d) 45°, 145°, 145°

19. ¿Cuántas diagonales distintas se pueden trazar desde cualquier vértice de un polígono de 47 lados?

a) 47
b) 46
c) 45
d) 44

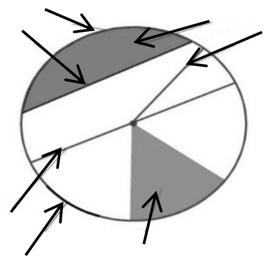
20. Sabiendo que la base y la altura de un rectángulo miden 4 y 2 centímetros respectivamente la cuarta parte de su área es:

a) $2\ cms^2$
b) $4cms^2$
c) $8\ cms^2$
d) $16\ cms^2$

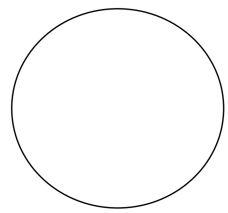
PARTE II. Desarrollo. Responder los siguientes planteamientos

1. Cada uno de los hombres que se encuentran en el dibujo deben representar una posición relativa de dos rectas en el plano, ¿cuál debe representar el tercer hombre de izquierda a derecha? 

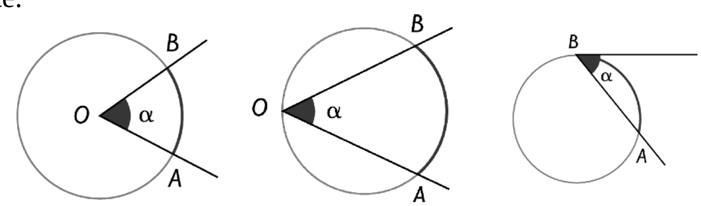
2. En el dibujo anexo indicar el nombre de los siete elementos señalados y adicionalmente enumerar los de sectores circulares que se encuentran delimitados en el dibujo.



3. Desde el punto exterior **A** trazar las posiciones relativas con respecto a la circunferencia

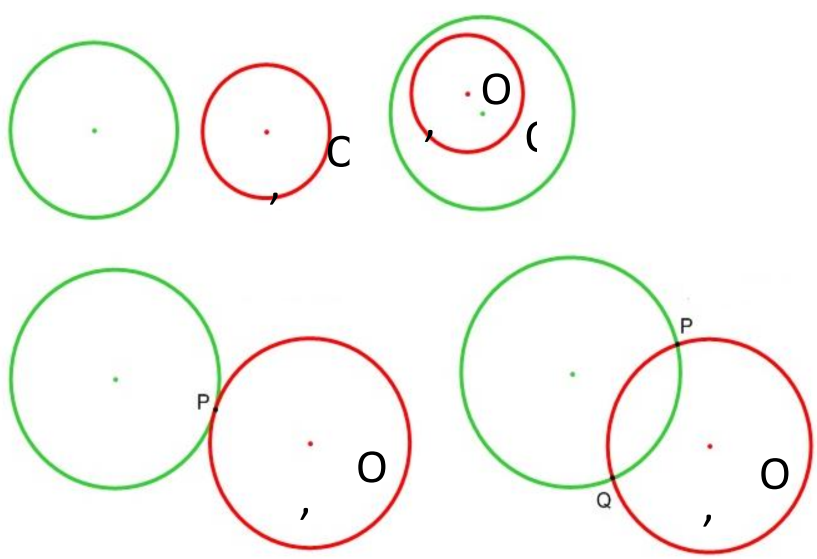


4. A continuación se te presentan tres ángulos en la circunferencia los cuales poseen el mismo valor para el arco AB, pero distinta amplitud en su ángulo alfa. Ordénalos en forma decreciente.

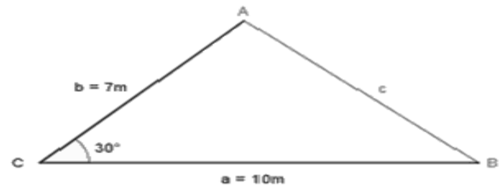


CENTRAL INSCRITO SEMI-INSCRITO

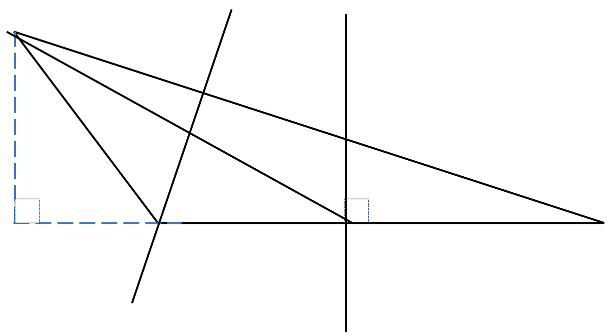
5. Identifique e indique el nombre de las cuatro posiciones relativas entre dos circunferencias que se observan en el dibujo anexo.



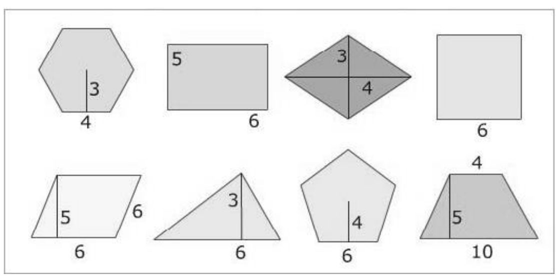
6. En el triángulo isósceles adjunto determine el valor del lado ***c*** y de los ángulos alfa y beta.



7. Sabiendo que $\overline{CE} = \overline{ED}$, identifica cada uno de los siguientes elementos $\overline{AB}$; $\overline{CG}$; $\overline{EF}$; $\overline{BD}$; $\overline{BE}$ señalados en el triángulo BCD adjunto.



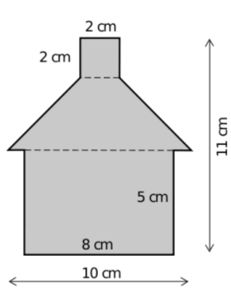
Del conjunto de figuras geométricas contesta las siguientes preguntas:



8. Identifica con una letra mayúscula **solo los cuadiláteros** y clasifícalos.

9. Identifica con una letra mayúscula **solo los polígonos regulares**, el nombre que reciben según sus lados, el valor de la longitud de sus lados, la amplitud de sus ángulos interiores y el valor de la apotema.

10. Calcular el área de la figura anexa.



Anexo C. Lectura aplicada para la prueba exploratoria de mapas conceptuales.

Los ecosistemas y sus componentes

Se llama ecosistema al conjunto integrado por los seres vivos y el medio en el cual habitan, y todas las interacciones que entre ellos existen.
Tiene dos tipos de componentes: componentes bióticos (con vida) y componentes abióticos (sin vida).

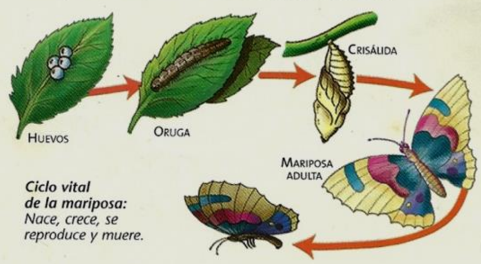
Componentes bióticos

Son los seres vivos del ecosistema: animales, vegetales, hongos y microorganismos.

Los seres vivos tienen características propias que los diferencian de los demás elementos del sistema.

Un organismo vivo nace, se alimenta para poder crecer y desarrollarse, produciendo cambios en el proceso, responde a estímulos externos, se adapta al medio en que vive, se reproduce y muere.

Desde el punto de vista ecológico, la capacidad de adaptación es la más importante. El medio ofrece dificultades a los individuos, y para superarlas realizan "cambios", algunas veces en sus comportamientos, hábitos o costumbres y otras hasta en sus estructuras y funciones.



Ciclo vital de la mariposa: *Nace, crece, se reproduce y muere.*

Todos los seres vivientes están formados por unidades llamadas células. Algunos están constituidos por una sola y se los llama unicelulares, como por ej.: las bacterias, y algunas algas y hongos, que no son visibles a simple vista. Otros poseen varias células y se los llama pluricelulares como las plantas y animales.

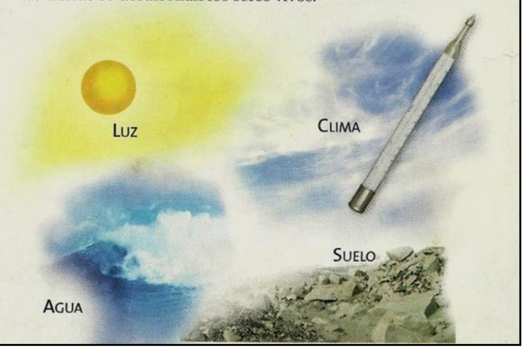
Algunas diferencias entre animales y plantas son:

- Los vegetales producen su propio alimento, no poseen movimientos voluntarios de traslación, y tienen posibilidad de crecer constantemente.
- Los animales se alimentan de otros seres vivos, poseen, la mayoría, movimientos voluntarios de traslación y su crecimiento es limitado.

Componentes abióticos

Son todos los elementos del ecosistema que no tienen vida, por ej.: el agua, el aire, el suelo, las rocas, la luz, la gravedad, los factores climáticos como temperatura, precipitaciones, presión atmosférica, el viento, etc.

El conjunto de factores abióticos del ecosistema se denomina biotopo (*bio*: vida - *topo*: lugar), constituye el lugar físico donde se desarrollan los seres vivos.

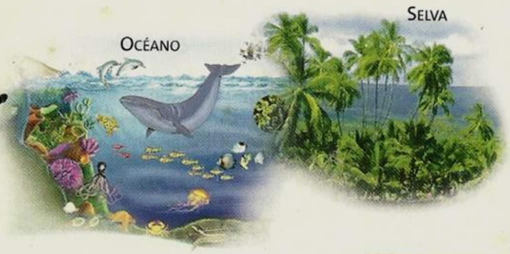


Tipos de ecosistemas

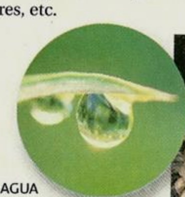
Existen distintos criterios para clasificar a los ecosistemas:

Según su tamaño

- **Macroecosistemas:** Los que ocupan grandes extensiones: ecosistema marino, ecosistema de la selva, etc.



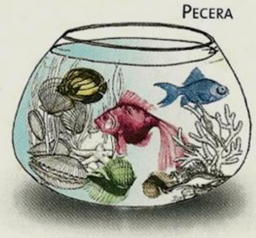
- **Microecosistemas:** Los que ocupan espacios reducidos: una gota de agua, un hormiguero, el agua retenida en los huecos que forman pétalos en las flores, etc.



Según su origen

- **Naturales:** Aquellos que se forman sin la intervención de la mano del hombre. Ej.: el ecosistema marino, la pradera.

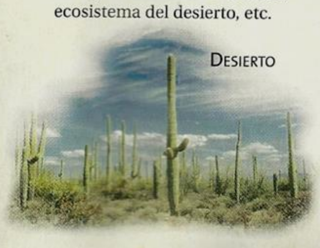
- **Artificiales:** Son los que construye el hombre. Ej.: un estanque, un cantero, una pecera, un terrario, etc.



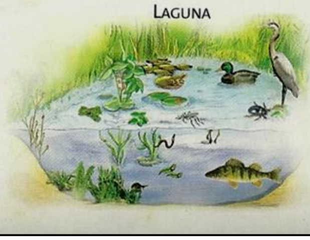
- **Humanos:** Ecosistemas naturales que han sido modificados por la acción humana. Ej.: construcción de una represa en un río caudaloso para aprovechar la energía hidráulica, una granja en el medio del campo, etc.

Según su ubicación

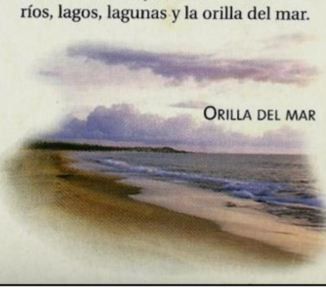
- **Terrestres:** Ocupan las superficies sólidas de la corteza terrestre. Ej.: ecosistema de la selva, ecosistema del desierto, etc.



- **Acuáticos:** Ocupan ambientes dulceacuícolas, marinos o estuariales. Ej.: mar, lago, laguna, etc.



- **De transición:** Ocupan el límite entre los anteriores. Ej.: las riberas de los ríos, lagos, lagunas y la orilla del mar.



Anexo D. Validez del contenido de los ítems para la elaboración de una prueba de conocimiento

Postgrado Área de Humanidades y Educación
Programa: Educación. Procesos de Aprendizaje

Caracas;

Estimado Profesor(a):

Me es grato dirigirme a usted en la oportunidad de solicitar su colaboración para validar el contenido de un conjunto de ítems que formaran parte de una prueba de conocimientos sobre geometría a ser aplicada a estudiantes del primer año de media general.

Esta prueba de conocimientos será uno de los instrumentos a ser aplicados en la investigación referida a indagar el efecto de los mapas de conceptos sobre el aprendizaje de la geometría en estudiantes del primer año de media general para cumplir con el requisito de presentar y defender el Trabajo de Grado de Maestría exigido por la Universidad Católica Andrés Bello.

Usted ha sido seleccionado(a) por sus conocimientos y experiencia en el área de la enseñanza de las matemáticas. Su opinión es de gran relevancia para lograr que la prueba sea válida. En este sentido sus aportes serán considerados para mejorar el enunciado de los ítems. Anexo a la presente encontrará el instrumento para validarlos.

Agradecemos su valiosa colaboración, se suscribe de usted.

Atentamente,
Lic. Pedro José Muñoz Aguiar

UNIVERSIDAD CATÓLICA ANDRÉS BELLO - Urb. Montalbán, Apto. 20332, Caracas-1020, Venezuela.

Teléfono: +58-212-407.4199 Fax: +58-212-407.4352 – URL: http://www.ucab.edu.ve/

RIF J-00012255-5

Validez del contenido de los ítems para la elaboración de una prueba de conocimiento

Instrucciones

A continuación encontrará un conjunto de ítems sobre los contenidos de geometría establecidos en el programa del primer año de media general.

Primero encontrará la tabla de especificaciones de la prueba, está contiene el enunciado de los objetivos, el contenido programático, así como el grado de dificultad de cada ítem.

Luego encontrarla planilla Juicio de Expertos en la que expresará su opinión sobre cada uno de los ítems. Le agradecemos leer cuidadosamente cada uno de los enunciados de la prueba de conocimiento para que luego pueda llenar la planilla de Juicio de Expertos de acuerdo a los siguientes criterios y escala de calificación:

CRITERIOS A EVALUAR:

a. Claridad: La semántica y la sintáctica del ítem son las adecuadas.
b. Coherencia: El ítem tiene relación lógica con el contenido de geometría que está midiendo.
c. Adecuación: El ítem responde al grado de dificultad establecido en la Tabla de Especificaciones.

CALIFICACIÓN

- B: Bueno
- R: Regular
- D: Deficiente

Tabla de Especificaciones

OBJETIVO	CONTENIDO	GRADO DE DIFICULTAD			NIVEL DE van HIELE
		FÁCIL	MEDIO	DIFICIL	
Clasificar los tipos de ángulos y la relación que guardan con las posiciones relativas de las rectas en el plano.	1. Tipos de ángulos: llano, nulo, recto, agudo, complementario y suplementario. 2. Posiciones relativas de dos rectas en el plano: paralelas, secantes y perpendiculares.	1	11 PII.1		N1 N2 N3
Describir los elementos de la circunferencia.	1. Elementos de la circunferencia: radio, cuerda, diámetro, arco, sector circular, segmento circular y corona circular.	2	12	PII.2	N1 N3
Reconocer los puntos y las posiciones de las rectas que se generan con respecto a una circunferencia.	1. Puntos con respecto a la circunferencia: exterior, interior y sobre la circunferencia. 2. Posiciones de una recta con respecto a una circunferencia: secante, tangente y exterior.	3	13 PII.3		N0 N2
Definir los ángulos con respecto a una circunferencia.	1. Ángulos con respecto a la circunferencia: interior, exterior, central, inscrito, semi-inscrito y exinscrito.		4 14	PII.4	N0 N1 N3
Comparar las posiciones relativas de dos circunferencias.	1. Posiciones relativas de dos circunferencias: ningún punto, un punto, dos puntos y tres o más puntos en común.	5	15	PII.5	N0 N3 N1
Diferenciar a partir de sus elementos el tipo de triángulo	1. Elementos del triángulo: ángulos externos e internos, lados, y vértices 2. Triángulos según sus lados: isósceles,	6	16	PII.6	NO N1 N3

según sus lados y según sus ángulos con el uso de los criterios de existencia y los Teoremas de Pitágoras.	equilátero, escaleno. 3. Triángulos según sus ángulos: acutángulo, obtusángulo y rectángulo.				
Reconocer en un triángulo las líneas y puntos notables.	1. Líneas notables de un triángulo: bisectriz, mediatriz, mediana y altura. 2. Puntos notables de un triángulo: incentro, circunscentro, baricentro y ortocentro.	7	17	PII.7	N1 N2
Reconocer partiendo de sus elementos y el paralelismo de sus lados los tipos de cuadriláteros.	1. Elementos del cuadrilátero: lados, vértices, ángulos, diagonales y alturas. 2. Tipos de los cuadriláteros: 2.1. Paralelogramos: cuadrados, rectángulos, rombo y romboide 2.2. Trapecios: rectángulos, isósceles y escalenos. 2.3. Trapezoides.	8	18 PII.8		N1
Calcular con base en los elementos y el uso de la fórmula el número de diagonales y la suma de los ángulos internos de un polígono regular.	1. Elementos del polígono: lados, vértices, ángulos y apotema. 2. Número de las diagonales de un polígono regular con el uso de la fórmula. 3. Suma de los ángulos internos de un polígono regular con el uso de la fórmula.	9	19 PII.9		N1 N2

Calcular el perímetro y el área de figuras geométricas planas.	Perímetro y área de la circunferencia, triángulo, cuadriláteros y polígonos regulares.		10 20	PII.10	N1 N3
	TOTAL DE PUNTOS	4	16	10	
	% TOTAL DE LA PRUEBA	27	53	20	

PII: Parte II.

Niveles de van Hiele: Visualización (N0); Análisis (N1); Abstracción (N2); Deducción (N3)

Anexo E. Validez de una prueba de conocimiento con el uso del Alfa de Cronbach

Estadísticos de fiabilidad	
Alfa de Cronbach	N de elementos
0,771	30

TODA LA PRUEBA

	Media de la escala si se elimina el elemento	Varianza de la escala si se elimina el elemento	Correlación elemento-total corregida	Alfa de Cronbach si se elimina el elemento
Si un ángulo mide 35°, entonces su complemento mide:	27,82	52,464	,155	,772
El radio de una circunferencia se define como:	27,43	52,234	,278	,766
La recta que posee dos puntos en común con una circunferencia se denomina:	27,79	52,064	,267	,766
Un ángulo es inscrito a una circunferencia cuando:	28,03	53,069	,161	,770
Dos circunferencias concéntricas poseen en común:	28,08	53,371	,179	,769
El triángulo isósceles es aquel que posee:	27,72	51,461	,318	,763
El Circuncentro es el punto notable que se genera de	27,92	52,276	,212	,768
Un cuadrilátero es una figura geométrica:	27,48	52,239	,202	,769
El Apotema es un elemento de importancia en los polígonos regulares ya que es:	27,90	50,958	,289	,765
El perímetro de un triángulo equilátero de lado 7/3 mm es:	27,95	52,601	,199	,769
La suma de dos ángulos suplementarios viene dada por la expresión 3x+60°, el valor qué debe tomar x para que el planteamiento sea cierto es:	28,03	51,433	,320	,763

Un punto interior a una circunferencia dista 1 centímetro del centro de una circunferencia de seis centímetros de diámetro. Calcular la menor y mayor distancia de dicho punto a la circunferencia	28,04	50,791	,353	,761
Por un punto exterior a una circunferencia de radio dos centímetros se traza una recta que toca en un punto a dicha circunferencia la cual denominamos:	27,86	51,382	,341	,763
El ángulo central de una circunferencia mide 60°, ¿cuánto debe ser el valor de un ángulo exterior que abarque el mismo valor para el arco mayor y la mitad para el arco menor?	28,14	53,445	,135	,771
Dos circunferencias que poseen un radio de tres metros cada una se encuentran separados sus centros también tres metros, ¿En base a la información cuál debe ser su posición relativa?	28,14	51,038	,435	,759
¿A qué tipo de triángulo según sus ángulos pertenece un triángulo cuyos lados miden 3, 4, y 6 centímetros respectivamente?	27,83	52,581	,200	,769
El baricentro de un triángulo se encuentra a 4 centímetros del punto medio de un lado, ¿A cuánto se encuentra del vértice opuesto?	27,95	52,287	,189	,770
Uno de los ángulos interiores de un trapecio isósceles mide 45°. ¿Cuál es la amplitud de los otros tres ángulos interiores?	28,13	52,341	,223	,768
¿Cuántas diagonales distintas se pueden trazar desde cualquier vértice de un polígono de 47 lados?	28,06	52,708	,249	,767

Sabiendo que la base y la altura de un rectángulo miden 4 y 2 centímetros respectivamente la cuarta parte de su área es:	27,86	51,465	,282	,765
1.	28,49	50,201	,324	,763
2.	28,01	49,383	,327	,763
3.	28,44	50,123	,314	,763
4.	28,42	49,692	,337	,762
5.	28,73	49,607	,436	,757
6.	28,57	48,876	,400	,758
7.	28,92	52,359	,414	,763
8.	27,97	49,125	,261	,770
9.	28,50	50,151	,305	,764
10.	28,78	50,767	,433	,759

Estadísticos de fiabilidad	
Alfa de Cronbach	N de elementos
0,730	20

SELECCIÓN SIMPLE				
	Media de la escala si se elimina el elemento	Varianza de la escala si se elimina el elemento	Correlación elemento-total corregida	Alfa de Cronbach si se elimina el elemento
Si un ángulo mide 35°, entonces su complemento mide:	21,97	21,723	,132	,736
El radio de una circunferencia se define como:	21,59	22,458	,079	,735
La recta que posee dos puntos en común con una circunferencia se denomina:	21,95	21,444	,255	,723
Un ángulo es inscrito a una circunferencia cuando:	22,18	22,024	,164	,729
Dos circunferencias concéntricas poseen en común:	22,24	22,082	,230	,724

El triángulo isósceles es aquel que posee:	21,87	21,544	,215	,726
El Circuncentro es el punto notable que se genera de	22,08	20,762	,344	,715
Un cuadrilátero es una figura geométrica:	21,64	21,063	,269	,722
El Apotema es un elemento de importancia en los polígonos regulares ya que es:	22,06	20,494	,306	,719
El perímetro de un triángulo equilátero de lado 7/3 mm es:	22,11	21,379	,264	,722
La suma de dos ángulos suplementarios viene dada por la expresión 3x+60°, el valor qué debe tomar x para que el planteamiento sea cierto es:	22,18	20,917	,330	,716
Un punto interior a una circunferencia dista 1 centímetro del centro de una circunferencia de seis centímetros de diámetro. Calcular la menor y mayor distancia de dicho punto a la circunferencia	22,19	19,755	,492	,701
Por un punto exterior a una circunferencia de radio dos centímetros se traza una recta que toca en un punto a dicha circunferencia la cual denominamos:	22,01	21,119	,307	,718
El ángulo central de una circunferencia mide 60°, ¿cuánto debe ser el valor de un ángulo exterior que abarque el mismo valor para el arco mayor y la mitad para el arco menor?	22,30	21,431	,337	,717

Dos circunferencias que poseen un radio de tres metros cada una se encuentran separados sus centros también tres metros, ¿En base a la información cuál debe ser su posición relativa?	22,29	20,309	,532	,702
¿A qué tipo de triángulo según sus ángulos pertenece un triángulo cuyos lados miden 3, 4, y 6 centímetros respectivamente?	21,99	21,383	,263	,722
El baricentro de un triángulo se encuentra a 4 centímetros del punto medio de un lado, ¿A cuánto se encuentra del vértice opuesto?	22,11	20,523	,349	,714
Uno de los ángulos interiores de un trapecio isósceles mide 45°. ¿Cuál es la amplitud de los otros tres ángulos interiores?	22,29	20,672	,391	,711
¿Cuántas diagonales distintas se pueden trazar desde cualquier vértice de un polígono de 47 lados?	22,21	21,011	,447	,710
Sabiendo que la base y la altura de un rectángulo miden 4 y 2 centímetros respectivamente la cuarta parte de su área es:	22,02	21,138	,252	,724

Estadísticos de fiabilidad	
Alfa de Cronbach	N de elementos
0,751	10

DESARROLLO				
	Media de la escala si se elimina el elemento	Varianza de la escala si se elimina el elemento	Correlación elemento-total corregida	Alfa de Cronbach si se elimina el elemento
1.	5,27	18,072	,324	,742
2.	4,79	16,709	,440	,726
3.	5,22	17,820	,342	,740
4.	5,20	17,268	,407	,731
5.	5,51	17,635	,461	,724
6.	5,34	17,309	,393	,733
7.	5,70	19,457	,449	,739
8.	4,74	15,462	,470	,724
9.	5,27	16,666	,509	,715
10.	5,55	18,211	,504	,724

Anexo F. Instrumento para la evaluación de los Mapas Conceptuales

INSTRUMENTO PARA LA EVALUACIÓN DE LOS MAPAS CONCEPTUALES					
CRITERIO	***DESCRIPCIÓN***	***0***	***1***	***2***	***3***
FIGURA GEOMÉTRICA	Uso de Óvalos y/o Círculos				
CONCEPTOS	Jerarquización				
	Inclusión				
	Letras Mayúsculas *Máximo 3 PALABRAS*				
CONECTORES	Letras Minúsculas *Máximo 2 PALABRAS*				
RELACIÓN ENTRE CONCEPTOS	1. Directa: líneas rectas verticales, horizontales y/o inclinadas. 2. Cruzada: líneas segmentadas curvas con terminación en punta de flecha.				
COHERENCIA EN SU LECTURA					
ORTOGRAFÍA					
DISTRIBUCIÓN EN LA HOJA (HORIZONTALMENTE)					
PRESENTACIÓN					
	SUB-TOTAL				
	NOTA				