

UNIVERSIDAD CATÓLICA ANDRÉS BELLO EXTENSIÓN GUAYANA FACULTAD DE CIENCIAS ECONÓMICAS Y SOCIALES ESCUELA DE ADMINISTRACIÓN Y CONTADURÍA

PROBLEMARIO DE MATEMÁTICAS FINANCIERAS: RENTAS A INTERÉS COMPUESTO

Tomo II

Trabajo de Ascenso para optar a la categoría de Agregado

Autor: Marco Tulio Méndez G.

Ciudad Guayana, noviembre de 2013

CAPÍTULO V

RENTAS PERPETUAS

Definición

Son aquellas rentas conformadas por una serie interminable de cuotas periódicas, es decir el número de términos es indefinido o ilimitado. También se define como aquella renta en la cual no existe el último pago, retiro o imposición. Además, en aquellos casos en los cuales se desconoce el número de términos también se asume esta modalidad (Gómez Rondón, 1992).

En la vida cotidiana, las rentas perpetuas se presentan con más frecuencia de lo que se suele imaginar, un caso lo constituye la cuota fija anual que el gobierno o una empresa aporten a una institución de beneficencia o fundación, en la cual los aportes se realicen por tiempo indefinido. Otro interesante ejemplo, son las rentas provenientes de pensiones del seguro social, las originadas por los fideicomisos de jubilaciones, las rentas causadas por las pensiones de viudez e indemnizaciones por accidentes laborales, ya que se desconoce cuándo finalizarán (estas rentas se asumen como perpetuas, ya que son contingentes o eventuales.)

Otros resaltantes casos de rentas perpetuas son las rentas de alquiler de un inmueble (si se supone una renta permanente del arrendamiento), los ingresos por concepto de dividendos de una acción (en los casos de inversión directa, no de cartera), los intereses de las obligaciones (bonos) a largo plazo emitidos por el Estado; los cupones correspondientes a los bonos perpetuos, los cuales antiguamente permitían financiar el costo de las guerras por parte de los gobiernos. Además, los mantenimientos de las obras públicas, por parte del gobierno nacional, regional o local, los cuales son de por vida; igualmente los gastos operativos de una

fundación, una universidad y demás organizaciones sin fines de lucro.

En este tipo de rentas no se puede determinar el valor futuro, ya que las cuotas son infinitas o indeterminadas, además carece de relevancia económica. Sólo tiene sentido referirse al valor actual (VA) y todas aquellas variables financieras que se requiera calcular a partir de dicho VA, como por ejemplo: el valor de las imposiciones, el gradiente y la tasa de interés.

En este capítulo, se presentan tanto casos de rentas perpetuas constantes como rentas perpetuas variables, tanto en progresión aritmética como geométrica, siendo estos últimos los de mayor aplicación en el mundo financiero en aquellas economías inflacionarias. Además, se presentan ejercicios con combinaciones de rentas perpetuas, constantes y variables, ya que son frecuentes los casos de estructuras de costos e ingresos en los que las rentas interperiódicas permanecen constantes durante un periodo de tiempo y luego aumentan en cada periodo (sistema de escalera), es decir los gradientes se presentan de forma escalonada, por lo cual la periodicidad de la renta no coincide con la periodicidad del gradiente, debiendo procederse de acuerdo con lo indicado en el apartado teórico correspondiente al Capítulo IV - Rentas Variables.

Por último, el estudiante debe tomar en cuenta que todos los problemas de rentas perpetuas se resuelven a *valor presente*, a la fecha focal más conveniente, en función de las características propias de cada planteamiento financiero, tal que permita el despeje y cálculo de la variable objetivo de la forma más expedita posible.

Deducción de Fórmulas

Rentas Perpetuas Constantes:

Valor Final:

Si se desconoce el número de rentas o se sabe que el número de cuotas, pagos o imposiciones es ilimitado, no tiene sentido financiero realizar el cálculo del valor futuro, ya que es infinito (Kozikowski, 2007).

$$n \to \infty \to lim. S_{n \subseteq i} \approx \infty$$

$$VF \rightarrow \infty$$

Valor Actual de una Renta Perpetua Vencida Inmediata:

Se procede a calcular el límite del valor actual de una renta unitaria constante vencida, cuando $n \to \infty$:

$$\lim_{n \to \infty} A_{n \subseteq i} = \lim_{n \to \infty} \left[\frac{1 - (1+i)^{-n}}{i} \right] = (1-0)/i = 1/i$$

Luego, se multiplica la expresión anterior por R:

$$VA = \frac{R}{i}$$

Valor Actual de una Renta Perpetua Vencida Diferida:

$$VA = \frac{R}{i}(1+i)^{-t}$$

Valor Actual de una Renta Perpetua Adelantada Inmediata:

$$\ddot{VA} = \frac{R}{i}(1+i)$$

Valor Actual de una Renta Perpetua Adelantada Diferida:

$$\ddot{VA} = \frac{R}{i}(1+i)(1+i)^{-t} \rightarrow \ddot{VA} = \frac{R}{i}(1+i)^{-t+1}$$

Rentas Perpetuas Variables:

Rentas Perpetuas en Progresión Aritmética:

Valor actual de una Renta Variable Perpetua Vencida en Progresión Aritmética Inmediata:

$$VA = \lim_{n \to \infty} \left\{ R \left[\frac{1 - (1+i)^{-n}}{i} \right] + \frac{L}{i} \left[\frac{1 - (1+i)^{-n}}{i} - n(1+i)^{-n} \right] \right\}$$

$$VA = \lim_{n \to \infty} R \left[\frac{1 - (1+i)^{-n}}{i} \right] + \lim_{n \to \infty} \frac{L}{i} \left[\frac{1 - (1+i)^{-n}}{i} - n(1+i)^{-n} \right]$$

$$\lim_{n \to \infty} \frac{n}{(1+i)^n} = \frac{1}{0+i+\infty} = \frac{1}{\infty} = 0$$

$$VA = \frac{R}{i} + \frac{L}{i} \left[\frac{1}{i} - 0 \right] = \frac{R}{i} + \frac{L}{i^2} \quad \Rightarrow \quad VA = \frac{1}{i} (R + L/i)$$

Valor Actual de una Renta Variable Perpetua Vencida en Progresión Aritmética Diferida:

$$VA = \left[\frac{1}{i}(R + L/i)\right](1+i)^{-t}$$

Valor Actual de una Renta Variable Perpetua Adelantada en Progresión Aritmética Inmediata:

$$\ddot{VA} = \left[\frac{1}{i}(R + L/i)\right](1+i)$$

Valor Actual de una Renta Variable Perpetua Adelantada en Progresión Aritmética Diferida:

$$\ddot{VA} = \left[\frac{1}{i}(R + L/i)\right](1+i)^{-t+i}$$

Rentas Perpetuas en Progresión Geométrica:

Valor actual de una Renta Variable Perpetua Vencida en Progresión Geométrica Inmediata:

$$VA = \lim_{n \to \infty} \left\{ R \left[\frac{g^n (1+i)^{-n} - 1}{g - (1+i)} \right] \right\} \to VA = \lim_{n \to \infty} \left\{ R \left[\frac{1 - \frac{g^n}{(1+i)^n}}{(1+i) - g} \right] \right\}$$

Si 0 < g < 1, entonces: la progresión es decreciente, por tanto gⁿ tenderá a cero (0) y el límite de la expresión: 1/(1 + i)ⁿ tenderá a cero (0); como resultado de la aplicación del límite de la expresión anterior, el VA de la renta será:

$$VA = R\left[\frac{1}{(1+i)-q}\right]$$

- 2. Si 1 < g < (1+i): La progresión geométrica es creciente, pero la razón g debe ser menor que (1+i)para evitar la divergencia, por tanto el VA es igual que el caso anterior.
- 3. Si g = (1 + i): se presentaría una indeterminación (0/0), carece de sentido financiero.
- 4. Si g > (1+i): La renta es divergente, por tanto no tiene definición.

Valor actual de una Renta Variable Perpetua Vencida en Progresión Geométrica Diferida:

$$VA = R\left[\frac{1}{(1+i)-g}\right](1+i)^{-t}$$

Valor Actual de una Renta Variable Perpetua Adelantada en Progresión Geométrica Inmediata:

$$\ddot{VA} = R \left[\frac{1}{(1+i) - g} \right] (1+i)$$

Valor Actual de una Renta Variable Perpetua Adelantada en Progresión Geométrica Diferida:

$$\ddot{VA} = R \left[\frac{1}{(1+i) - g} \right] (1+i)^{-t+1}$$

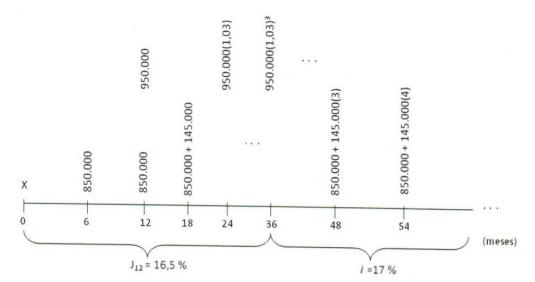
Problemas Resueltos

1. Una alcaldía desea crear un fondo para el mantenimiento de por vida de varias plazas de la ciudad, estos gastos se estiman en Bs. 950.000 el 1° año y aumentarán en un 3 % por siempre. Se sabe que la alcaldía depositará Bs. 850.000 semestrales en una cuenta bancaria durante los próximos 4 años y medio, aumentando en Bs. 145.000 anualmente.

¿Qué deposito debería colocar hoy la alcaldía en la cuenta bancaria, aparte de los depósitos semestrales, a fin de garantizar el mantenimiento de por vida de las plazas?

Considere una tasa de interés del 16,5 % con capitalización mensual durante los primeros 3 años y 17 % anual por el resto del periodo.

Resolución:



Conversión de tasas:

$$(1+i) = \left(1 + \frac{0,165}{12}\right)^{12} \qquad i = 0,1780681282$$

$$(1+i_2)^2 = \left(1 + \frac{0,165}{12}\right)^{12} \qquad i_2 = 0,08538846881$$

$$(1+i_2)^2 = (1+0,17) \qquad i_2 = 0,08166538264$$

Cuota equivalente anual (depósitos):

$$VF_1 = 850.000 \left[\frac{(1+0.0853)^2 - 1}{0.0853} \right] = 1.772.580, 20$$

$$VF_2 = (850.000 + 145.000) \left[\frac{(1+0.0853)^2 - 1}{0.0853} \right] = 2.074.961,53$$

$$VF_3 = \left[850.000 + 145.000(2) \right] \left[\frac{(1+0.0853)^2 - 1}{0.0853} \right] = 2.377.342,85$$

$$L = VF_2 - VF_1 = VF_3 - VF_2 = 302.381,33$$

Valor del depósito que deberá colocar hoy la alcaldía:

$$X + \left\{1.772.580,20 \left[\frac{1 - (1 + 0,178)^{-3}}{0,178} \right] + \frac{302.381,33}{0,178} \left[\frac{1 - (1 + 0,178)^{-3}}{0,178} - 3(1 + 0,178)^{-3} \right] \right\} + \left[850.000 + 145.000(3) \right] \left[\frac{1 - (1 + 0,0817)^{-2}}{0,0817} \right] (1 + 0,1781)^{-3} + \left[850.000 + 145.000(4) \right]$$

$$(1+0.0816)^{-3}(1+0.0178)^{-3} = 950.000 \left[\frac{1.03^{3}(1+0.178)^{-3}-1}{1.03-(1+0.178)} \right] + \frac{950.000(1.03)^{3}}{(1+0.17)-1.03}$$
$$(1+0.178)^{-3}$$

$$X + 4.453.800,74 + 1.398.353,48 + 691.108,17 = 2.127.889,49 + 4.535.195.61$$

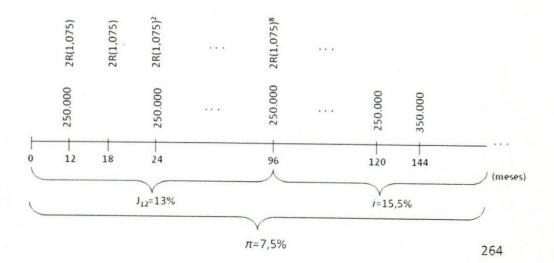
X=119.822,72 Depósito que deberá colocar hoy la alcaldía en la cuenta bancaria.

- La exitosa empresaria Sarah Connor decide, en agradecimiento a su universidad, establecer un programa de becas para lo cual propone el siguiente plan de aportes:
 - Bs. 250.000 anuales durante los primeros 10 años.
 - Bs. 350.000 dentro de 12 años.

La universidad depositará los aportes de la empresaria en un banco que remunera una tasa de interés del 13 % anual con capitalización mensual durante los primeros 8 años y 15,5 % anual de allí en adelante.

Los estudiantes contemplados en el programa de becas son 2 por cada semestre, y por tiempo indefinido; además las becas empezarán a regir exactamente dentro de 1 año, y aumentarán anualmente en función de la inflación. Calcule cuánto deberá recibir cada estudiante durante el 1º semestre de funcionamiento del programa de becas, así como en el 10º semestre, sabiendo que la tasa de inflación será 7,5 % anual y se persigue que las becas conserven su valor en términos reales.

Resolución:



Conversión de tasas:

$$(1+i) = \left(1 + \frac{0,13}{12}\right)^{12}$$

$$i = 0,1380324816$$

$$(1+i_2)^2 = \left(1 + \frac{0,13}{12}\right)^{12}$$

$$i_2 = 0,06678605241$$

$$(1+i_2)^2 = (1+0,155)$$

$$i_2 = 0,07470926301$$

Cuota equivalente anual (becas semestrales):

$$VF_1 = 2R(1,075)(1+0,0667) \left[\frac{(1+0,0667)^2 - 1}{0,0667} \right] = 4,740359848R$$

$$VF_2 = 2R(1,075)^2 (1+0,0667) \left[\frac{(1+0,0667)^2 - 1}{0,0667} \right] = 5,095886837R$$

$$VF_3 = 2R(1,075)^3 (1+0,0667) \left[\frac{(1+0,0667)^2 - 1}{0,0667} \right] = 5,47807835R$$

$$g = \frac{VF_3}{VF_2} = \frac{VF_2}{VF_1} = 1,075$$

Cuota equivalente anual (becas semestrales):

$$VF_1 = 2R(1,075)^8(1+0,0747) \left[\frac{(1+0,0747)^2 - 1}{0,0747} \right] = 7,953274056R$$

$$VF_2 = 2R(1,075)^9(1+0,0747) \left[\frac{(1+0,0747)^2 - 1}{0,0747} \right] = 8,54976961R$$

$$VF_3 = 2R(1,075)^{10}(1+0,0747) \left[\frac{(1+0,0747)^2 - 1}{0,0747} \right] = 9,191002331R$$

$$g = \frac{VF_3}{VF_2} = \frac{VF_2}{VF_1} = 1,075$$

Valor de las becas:

$$250.000 \left[\frac{1 - (1 + 0.138)^{-8}}{0.138} \right] + 250.000 \left[\frac{1 - (1 + 0.155)^{-2}}{0.155} \right] (1 + 0.138)^{-8} +$$

$$350.000(1 + 0.155)^{-4} (1 + 0.138)^{-8} = 4.740359848R \left[\frac{(1.075)^{7} (1 + 0.1380)^{-7} - 1}{(1.075)^{-} (1 + 0.1380)} \right]$$

$$(1+0,1380)^{-1} + \frac{7,953274056R}{(1+0,155) - (1,075)}(1+0,1380)^{-8} +$$

1.167.411,66 + 143.544,33 + 69.904,13 = 21,73590544R + 35,33610674R

1.380.860,13 = 57,07201218R

R = 24.195,05

R(1,075) = 26.009,68 Beca para cada estudiante en el 1° semestre del programa.

 $R(1,075)^5 = 34.735,12$ Beca para cada estudiante en el 10° semestre del programa.

3. Érase una vez un emperador noble y bondadoso de nombre Chong Wu, quien liberó a Wuland de la malvada Reina Chop Suey. El Emperador Chong estaba decidido a mantener su imperio como el más excelso de todos, para ello debía cubrir los gastos públicos correspondientes, así como las fiestas anuales que se hacían en su honor: "Wu Fest".

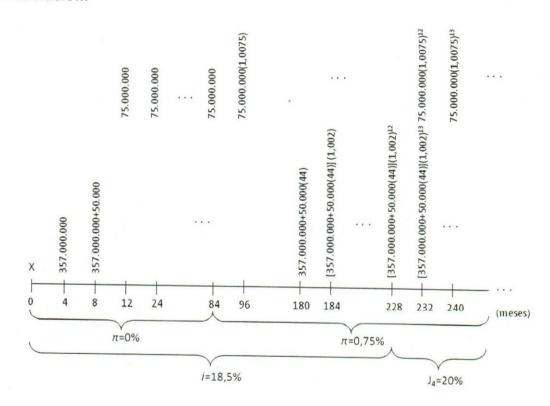
Él decidió realizar los gastos públicos de forma cuatrimestral, empezando exactamente dentro de un cuatrimestre, contados a partir de hoy, por un monto de WU 357.000.000, incrementándose en WU 50.000 cada cuatrimestre, hasta el final del año 15 de su mandato, luego aumentarán de forma cuatrimestral de acuerdo con la inflación de por vida.

En cuanto a los gastos de Las Wu Fest, sus plebeyos decidieron que se realizarán de forma anual, por un valor de WU 75.000.000 el 1° año, ajustados por inflación, ya que jamás se podría bajar la calidad de dichas festividades.

a) ¿Cuánto debe depositar Chong Wu hoy, en el banco Chinatown, a fin de garantizar el mantenimiento del gasto público y de Wu Fest, tomando en consideración que el Wu Central Bank estima una inflación anual del 0 % durante los 7 primeros años y del 0,75 % anual del año 7 en adelante, de por vida. b) Si El Emperador Chong Wu desea continuar su dinastía de por vida, debe depositar un monto hoy, tal que le permita generar una renta mensual perpetua para sus sucesores, la cual deberá aumentar mensualmente por efectos de la inflación. Dicho monto representa el 25 % de lo que se requiere depositar hoy para cubrir los gastos públicos y la Wu Fest. Calcule el valor de la renta mensual para garantizar su sucesión.

Considere una tasa de interés de colocación de los fondos es del 18,5 % anual para los 19 primeros años y del 20 % anual con capitalización trimestral de allí en adelante.

Resolución:



Conversiones de tasas:

$$(1+i_{12})^{12} = (1+0.185)$$

$$i_{12} = 0.01424574839$$

$$(1+i_{12})^{12}=\left(1+\frac{0{,}20}{4}\right)^4$$

$$i_{12} = 0,01639635681$$

$$(1+i_3)^3 = (1+0.185)$$

$$i_3 = 0.05821224702$$

$$(1+i_3)^3 = \left(1 + \frac{0,20}{4}\right)^4$$

$$i_3 = 0.06721617466$$

$$(1+i) = \left(1 + \frac{0.20}{4}\right)^4$$

$$i = 0,21550625$$

$$(1 + \pi_3)^3 = (1 + 0.0075)$$

$$\pi_3 = 0,002493775912$$

$$(1 + \pi_{12})^{12} = (1 + 0.0075)$$

$$\pi_{12} = 0,0006228618011$$

a) Valor del depósito único

$$X = 357.000.000 \left[\frac{1 - (1 + 0.0582)^{-45}}{0.0582} \right] + \frac{50.000}{0.0582} \left[\frac{1 - (1 + 0.0582)^{-45}}{0.0582} - 45(1 + 0.0582)^{-45} \right] + \frac{10000}{0.0582} \left[\frac{1 - (1 + 0.0582)^{-45}}{0.0582} - 45(1 + 0.0582)^{-45} \right] + \frac{10000}{0.0582} \left[\frac{1 - (1 + 0.0582)^{-45}}{0.0582} - 45(1 + 0.0582)^{-45} \right] + \frac{10000}{0.0582} \left[\frac{1 - (1 + 0.0582)^{-45}}{0.0582} - 45(1 + 0.0582)^{-45} \right] + \frac{10000}{0.0582} \left[\frac{1 - (1 + 0.0582)^{-45}}{0.0582} - 45(1 + 0.0582)^{-45} \right] + \frac{10000}{0.0582} \left[\frac{1 - (1 + 0.0582)^{-45}}{0.0582} - 45(1 + 0.0582)^{-45} \right] + \frac{10000}{0.0582} \left[\frac{1 - (1 + 0.0582)^{-45}}{0.0582} - 45(1 + 0.0582)^{-45} \right] + \frac{10000}{0.0582} \left[\frac{1 - (1 + 0.0582)^{-45}}{0.0582} - 45(1 + 0.0582)^{-45} \right] + \frac{10000}{0.0582} \left[\frac{1 - (1 + 0.0582)^{-45}}{0.0582} - \frac{10000}{0.0582} \right] + \frac{10000}{0.0582} \left[\frac{1 - (1 + 0.0582)^{-45}}{0.0582} - \frac{10000}{0.0582} \right] + \frac{10000}{0.0582} \left[\frac{1 - (1 + 0.0582)^{-45}}{0.0582} - \frac{10000}{0.0582} \right] + \frac{10000}{0.0582} \left[\frac{1 - (1 + 0.0582)^{-45}}{0.0582} - \frac{10000}{0.0582} \right] + \frac{10000}{0.0582} \left[\frac{1 - (1 + 0.0582)^{-45}}{0.0582} - \frac{10000}{0.0582} \right] + \frac{10000}{0.0582} \left[\frac{1 - (1 + 0.0582)^{-45}}{0.0582} - \frac{10000}{0.0582} \right] + \frac{10000}{0.0582} \left[\frac{1 - (1 + 0.0582)^{-45}}{0.0582} - \frac{10000}{0.0582} \right] + \frac{10000}{0.0582} \left[\frac{1 - (1 + 0.0582)^{-45}}{0.0582} - \frac{10000}{0.0582} \right] + \frac{10000}{0.0582} \left[\frac{1 - (1 + 0.0582)^{-45}}{0.0582} - \frac{10000}{0.0582} \right] + \frac{10000}{0.0582} \left[\frac{1 - (1 + 0.0582)^{-45}}{0.0582} - \frac{10000}{0.0582} - \frac{10000}{0.0582} \right] + \frac{10000}{0.0582} \left[\frac{1 - (1 + 0.0582)^{-45}}{0.0582} - \frac{10000}{0.0582} - \frac{10000}{0.0582} \right] + \frac{10000}{0.0582} \left[\frac{1 - (1 + 0.0582)^{-45}}{0.0582} - \frac{10000}{0.0582} - \frac{10000}{0.0582} - \frac{10000}{0.0582} - \frac{10000}{0.0582} \right] + \frac{10000}{0.0582} \left[\frac{1 - (1 + 0.0582)^{-45}}{0.0582} - \frac{10000}{0.0582} - \frac{10000}{0.058$$

$$\left\{357.000.000+50.000(44)\right\}(1,0024)\left[\frac{(1,0024)^{12}(1+0,0582)^{-12}-1}{1,0024-(1+0,0582)}\right](1+0,185)^{-15}+$$

$$\frac{\left\{357.000.000+50.000(44)\right\}(1,0024)^{13}}{(1+0,0672)-1,0024}(1+0,185)^{-19}+75.000.000\left[\frac{1-(1+0,185)^{-7}}{0,185}\right]+$$

$$75.000.000(1,0075) \left[\frac{(1,0075)^{12}(1+0,185)^{-12}-1}{1,0075-(1+0,185)} \right] (1+0,185)^{-7} +$$

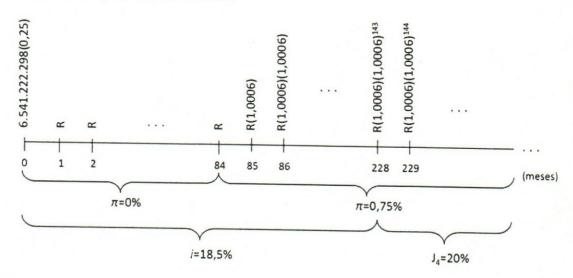
$$\frac{75.000.000(1,0075)^{13}}{(1+0,2155)-1,0075}(1+0,185)^{-19}$$

$$X = 5.662.594.019 + 241.876.950,40 + 227.874.102,30 + 281.850.189,90 +$$

$$111.231.952,60 + 15.795.083,82$$

$$X = 6.541.222.298,02$$

b) Valor de la renta mensual



$$6.541.222.298(0,25) = R \left[\frac{1 - (1 + 0,0142)^{-84}}{0,0142} \right] + R(1,0006)$$

$$\left[\frac{(1,0006)^{144}(1 + 0,0142)^{-144} - 1}{1,0006 - (1 + 0,0142)} \right] (1 + 0,185)^{-7} + \frac{R(1,0006)^{145}}{(1 + 0,01639) - 1,0006}$$

$$(1 + 0,185)^{-19}$$

$$1.635.305.575 = 48,80266375R + 19,1921169R + 2,758255479R$$

 $1.635.305.575 = 70,75303613R$

$$R = 23.112.867,86$$

4. El Príncipe de Persia, Mohamed, está llegando al final de su vida, por lo cual decide repartir su fortuna, a partir de la fecha de su muerte, entre sus seres más queridos: su amante, su único hijo y su esposa. Ahora bien, establece las siguientes condiciones en el documento legal redactado por su abogado: que su amante nunca se case, de hacerlo perderá la parte de su herencia; en cuanto a su hijo, este comenzará a recibir su herencia desde el momento que contraiga matrimonio; en cuanto a su esposa, recibirá su herencia mientras viva.

Estos son los hechos: la esposa tomó elixir de la vida eterna, el hijo se casará dentro de 25 años, ya que actualmente tiene 21 y desea disfrutar su

vida de soltero, pero morirá luego de estar 37 años casado envenenado por la viuda negra, la cual mantuvo el cadáver oculto para seguir cobrando la parte que le correspondía a su esposo, pero a los 7 años la policía descubre el hecho.

En cuanto a la amante, resistió la tentación de casarse hasta los 56 años, actualmente tiene 18 primaveras.

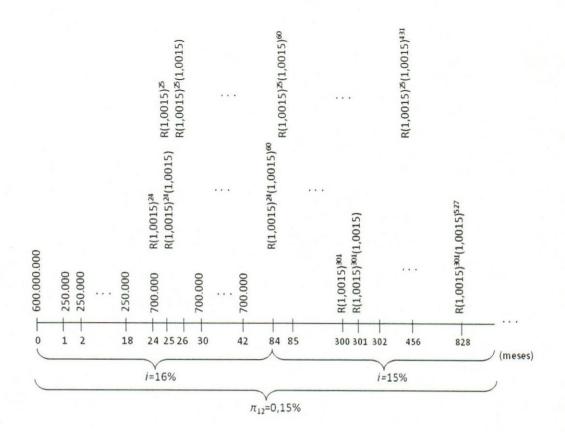
El deceso del Príncipe de Persia se produce dentro de 2 años, por lo cual las rentas comenzarán a correr a partir de ese momento, con base a las condiciones ya establecidas.

El fondo se establece en el Banco de Brisas de Arabia, con un aporte hoy de US\$ 600.000.000 y posteriormente, aportes mensuales de US\$ 250.000 mensuales por 1 año y medio, además US\$ 700.000 semestrales por 2 años más, esto a una tasa de 16 % anual los primeros 7 años y 15 % anual el resto del periodo.

Las rentas para cada uno de los beneficiarios de la herencia se recibirán de forma mensual, siendo la renta de la esposa de forma adelantada. Además, deberán conservar su valor en términos reales. Según reportes de La Reserva Federal se estima una inflación del 0,15 % mensual.

¿Cuánto le corresponderá cobrar a cada uno de los beneficiarios la primera vez?

Resolución:



Conversión de tasas:

$$(1 + i_{12}) = (1 + 0.16)$$
 $i_{12} = 0.01244513792$
 $(1 + i_2) = (1 + 0.16)$ $i_2 = 0.07703296143$
 $(1 + i_{12}) = (1 + 0.15)$ $i_{12} = 0.01171491692$

Primera renta a cobrar por cada beneficiario:

$$600.000.000 + 250.000 \left[\frac{1 - (1 + 0.0124)^{-18}}{0.0124} \right] + 700.000 \left[\frac{1 - (1 + 0.077)^{-4}}{0.077} \right]$$

$$(1 + 0.0124)^{-18} = R(1.0015)^{24} (1 + 0.0124) \left[\frac{1.0015^{60} (1 + 0.0124)^{-60} - 1}{1.0015 - (1 + 0.0124)} \right]$$

$$(1 + 0.0124)^{-24} + \left[\frac{R(1.0015)^{24} (1.0015)^{60}}{(1 + 0.0117) - 1.0015} \right] (1 + 0.0117) (1 + 0.0124)^{-84} +$$

$$R(1.0015)^{25} \left[\frac{1.0015^{60} (1 + 0.0124)^{-60} - 1}{1.0015 - (1 + 0.0124)} \right] (1 + 0.0124)^{-24} + R(1.0015)^{25} (1.0015)^{60}$$

$$\left[\frac{1,0015^{372}(1+0,0117)^{-372}-1}{1,0015-(1+0,0117)}\right](1+0,0124)^{-84}+R(1,0015)^{301}$$

$$\left[\frac{1,0015^{528}(1+0,0117)^{-528}-1}{1,0015-(1+0,0117)}\right](1+0,0117)^{-216}(1+0,0124)^{-84}$$

600.000.000 + 4.009.378,22 + 1.868.066,01 = 34,14045453R + 39,74637218R + 33,77137578R + 38,44264072R + 4,374061643R

605.877.444,20 = 150,4749049R

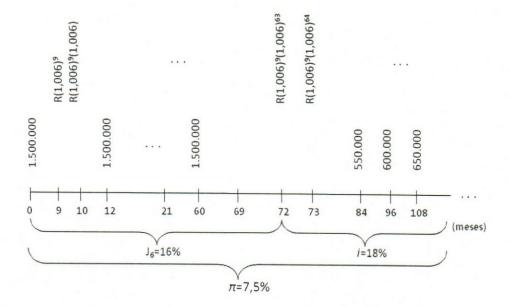
R = 4.026.435.14

Esposa: $R(1,0015)^{24} = 4.026.435,14(1,0015)^{24} = 4.173.914,94$ Amante: $R(1,0015)^{25} = 4.026.435,14(1,0015)^{25} = 4.180.175,81$ Hijo: $R(1,0015)^{301} = 4.026.435,14(1,0015)^{301} = 6.322.047,43$

5. Un grupo de empresas deciden establecer un fondo permanente para una fundación que atiende niños autistas en toda la región guayanesa, la cual está dirigida por la magnate agropecuaria Hirlly Puleo. Los aportes del empresariado consisten en Bs. 1.500.000 anuales, al principio de cada año, durante los primeros 12 semestres y luego 3 cuotas especiales: Bs. 550.000 al final del 7° año, Bs. 600.000 al comienzo del 9° año y finalmente, un último aporte de Bs. 650.000 al final del semestre 18. La fundación depositará estos aportes en un banco que pagará un interés del 16 % anual con capitalización bimestral los primeros 12 semestres y 18 % anual de allí en adelante.

Si el programa de la fundación es para toda la vida y comenzará a operar dentro de un semestre y medio, además se asume una tasa de inflación del 7,5 % anual y se persigue que ejecute gastos mensuales que puedan mantener su poder adquisitivo en términos reales ajustándose mensualmente, ¿a cuánto ascenderá el 3° gasto mensual que realizará la fundación?

Resolución:



Conversión de tasas:

$$(1+i_{12})^{12} = \left(1+\frac{0,16}{6}\right)^{6}$$

$$i_{12} = 0,01324561024$$

$$(1+i) = \left(1+\frac{0,16}{6}\right)^{6}$$

$$i = 0,1710535924$$

$$(1+i_{12})^{12} = (1+0,18)$$

$$i_{12} = 0,01388843035$$

$$(1+\pi_{12})^{12} = (1+0,075)$$

$$\pi_{13} = 0.006044919026$$

 $\pi_{12} = 0,006044919024$

Valor 3º gasto mensual de la fundación:

$$R(1,006)^{9}(1+0,0132) \left[\frac{1,006^{63}(1+0,0132)^{-63}-1}{1,006-(1+0,0132)} \right] (1+0,0132)^{-9} + \frac{R(1,006)^{72}}{(1+0,0138)-1,006} (1+0,0138)(1+0,171)^{-6} = 1.500.000(1+0,171)$$

$$\left[\frac{1-(1+0,171)^{-6}}{0,171} \right] + \left\{ 550.000 \left[1 + \frac{1-(1+0,18)^{-3+1}}{0,18} \right] + \frac{50.000}{0,18}$$

$$\left[1 + \frac{1-(1+0,18)^{-3+1}}{0,18} - 3(1+0,18)^{-3+1} \right\} \right] (1+0,18)^{-1} (1+0,171)^{-6}$$

47,7630781R + 77,35168894R = 6.287.420,35 + 501.200

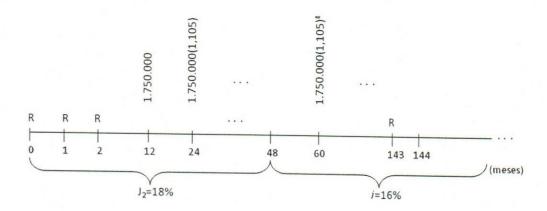
125,114767R = 6.788.620,35

R = 54.259,15

 $R_3 = 54.259,15(1,006)^9(1,006)^{3-1} = 57.978,11$ 3° gasto mensual de la fundación.

6. Un alcalde desea establecer un fondo para cubrir los gastos de mantenimiento de un sistema de acueductos de su ciudad, los gastos se estiman en Bs. 1.750.000 para el 1° año, aumentando en 10,5 % anualmente durante cada año de por vida. El fondo consiste en depósitos iguales mensuales adelantados durante 12 años; si la tasa de interés es $J_2 = 18$ % por 4 años y luego 16 % anual de por vida, determine el valor de cada uno de los depósitos mensuales.

Resolución:



Conversión de tasas:

$$(1+i) = \left(1 + \frac{0.18}{2}\right)^2 \qquad i = 0.1881$$

$$(1+i_{12})^{12} = \left(1+\frac{0.18}{2}\right)^2$$
 $i_{12} = 0.01446659214$

$$(1+i_{12})^{12} = (1+0.16)$$
 $i_{12} = 0.01244513792$

Valor de los depósitos mensuales:

$$R(1+0.0144) \left[\frac{1-(1+0.0144)^{-48}}{0.0144} \right] + R(1+0.0124) \left[\frac{1-(1+0.0124)^{-96}}{0.0124} \right]$$

$$(1+0.0144)^{-48} = 1.750.000 \left[\frac{(1.105)^4(1+0.1881)^{-4}-1}{1.105-(1+0.1881)} \right] + \left[\frac{1.750.000(1.105)^4}{(1+0.16)-1.105} \right]$$

$$(1+0.1881)^{-4}$$

34,93151758R + 28,37453143R = 5.301.942,66 + 23.807.428,45

63,30604901R = 29.109.371,11

R = 459.819,74 Valor de cada depósito mensual.

7. Gilberto, ha sido nombrado Ministro de Obras Públicas, él comienza su gestión demostrando que es un funcionario honorable y comprometido con su pueblo natal, razón por la cual su primera gestión en el Ministerio es la creación de un fondo para el mantenimiento de los diques, el malecón y las plantas de tratamiento de aguas residuales de su pueblo natal "La Totuma".

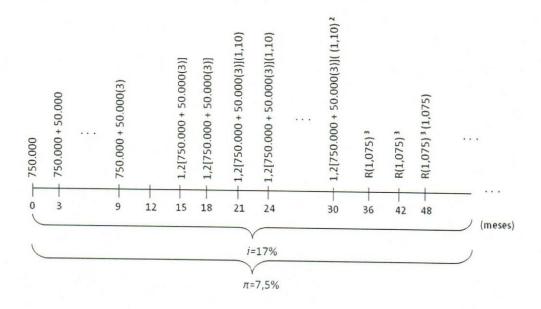
Es entonces cuando decide transferir, a partir de hoy, de la partida oficial de su Ministerio a la cuenta de la Gobernación, Bs. 750.000 trimestrales incrementándose en Bs. 50.000 cada trimestre, durante los primeros 12 meses, luego cuotas trimestrales las cuales se incrementarán en 10 % de forma semestral, siendo las primeras de ellas el 120 % de la última aritmética, esto durante 1 año y medio.

Ahora bien, si los gastos de mantenimiento se ejecutan de manera semestral y comienzan a partir del inicio del 4° año, aumentando anualmente con una inflación del 7,5 % anual, determine:

- a) ¿Cuál debe ser el monto del 1° gasto de mantenimiento, para que el fondo creado por la gobernación alcance para el mantenimiento a perpetuidad? El banco remunera una tasa de interés del 17 % anual.
- Sin embargo, la Lic. Francis Monserrat quien es la asistente del Ministro Gilberto, considera que la expectativa del costo de la vida

empeorará, por lo cual ahora la inflación será del 9 % anual. El Ministro le solicita a ella que estime qué monto adicional habrá que solicitarle al Gobierno, para transferirlo a la cuenta de la Gobernación al final del 3° semestre, de tal manera que el mantenimiento sea indexado con la nueva inflación estimada de por vida (asuma el gasto de mantenimiento, a valor de hoy, estimado en a).

Resolución:



Conversión de tasas:

$$(1 + i_4)^4 = (1 + 0.17)$$
 $i_4 = 0.04003143349$
 $(1 + i_2)^2 = (1 + 0.17)$ $i_2 = 0.08166538264$

Cuota equivalente semestral (aportes):

$$VF_1 = 1,2[750.000 + 50.000(3)] \left[\frac{(1+0,04)^2 - 1}{0,04} \right] = 2.203.233,95$$

$$VF_2 = 1,2[750.000 + 50.000(3)](1,10) \left[\frac{(1+0,04)^2 - 1}{0,04} \right] = 2.423.557,34$$

$$VF_3 = 1,2[750.000 + 50.000(3)](1,10)^2 \left[\frac{(1+0,04)^2 - 1}{0,04} \right] = 2.665.913,08$$

$$g = \frac{VF_2}{VF_1} = \frac{VF_3}{VF_2} = 1,1$$

Cuota equivalente anual (gastos):

$$VF_1 = R(1,075)^3(1+0,0816) \left[\frac{(1+0,0816)^2 - 1}{0,0816} \right] = 2,797236868R$$

$$VF_2 = R(1,075)^3(1,075)(1+0,0816) \left[\frac{(1+0,0816)^2 - 1}{0,0816} \right] = 3,007029634R$$

$$VF_3 = R(1,075)^3(1,075)^2(1+0,0816) \left[\frac{(1+0,0816)^2 - 1}{0,0816} \right] = 3,232556856R$$

$$g = \frac{VF_2}{VF_1} = \frac{VF_3}{VF_2} = 1,075$$

a) Monto del 1° gasto de mantenimiento

$$\left\{750.000 \left[\frac{(1+0.04)^{4+1}-1}{0.04} - 1 \right] + \frac{50.000}{0.04} (1+0.04) \left[\frac{(1+0.04)^4-1}{0.04} - 4 \right] \right\} \\
(1+0.17)^2 + 2.203.233.95 \left[\frac{(1.1)^3 - (1+0.0816)^3}{1.1 - (1+0.0816)} \right] (1+0.0816) = \frac{2.797236868R}{(1+0.17) - 1.075}$$

4.534.477,30 + 438.622,33 + 8.507.487,39 = 29,44459861R

13.480.587,01 = 29,44459861

R = 457.828,86

 $R(1,075)^3 = 457.828,86(1,075)^3 = 568.759,36$ 1° gasto de mantenimiento.

Cuota equivalente anual (gastos) con una inflación del 9% anual:

$$VF_1 = R(1,09)^3 (1+0,0816) \left[\frac{(1+0,0816)^2 - 1}{0,0816} \right] = 2,915971969R$$

$$VF_2 = R(1,09)^3 (1,09) (1+0,0816) \left[\frac{(1+0,0816)^2 - 1}{0,0816} \right] = 3,178409446R$$

$$VF_3 = R(1,09)^3 (1,09)^2 (1+0,0816) \left[\frac{(1+0,0816)^2 - 1}{0,0816} \right] = 3,464466296R$$

$$g = \frac{VF_2}{VF_1} = \frac{VF_3}{VF_2} = 1,09$$

b) Monto adicional a solicitar al Gobierno al final del 3° semestre

$$13.480.587,01 + X(1+0,0816)^3 = \frac{457.828,86(2,915971969)}{(1+0,17) - 1,09}$$

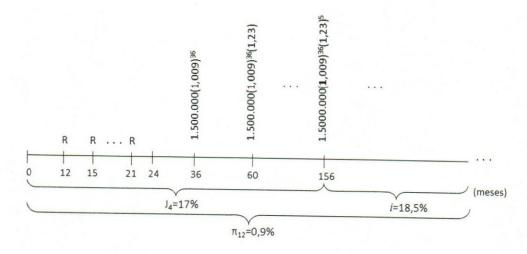
3.207.114,52 = 1,265548498X

X = 2.534.169,59

8. La alcaldesa María Carolina decide establecer un fondo para el mantenimiento correctivo y preventivo del sistema eléctrico de Ciudad Realeza, para ello le pide al gobierno nacional que le asigne un monto especial del situado constitucional. El Estado decide enviar los fondos de forma trimestral, comenzando el 1° de ellos exactamente dentro de 1 año, esto por un periodo de 3 cuatrimestres. Dicho mantenimiento tiene un costo, a precio de hoy, de Bs. 1.500.000, y se realiza bienalmente por tiempo indefinido, iniciándose dentro de un trienio a partir de hoy, considerando una tasa de inflación de 0,9 % mensual. Hasta el año 13 rige una tasa: J₄ = 17 % y después una tasa de interés de 18,5 % anual de por vida.

Calcule el valor de cada uno de los aportes realizados por el Estado.

Resolución:



Conversión de tasas:

$$(1+i_4)^4 = \left(1+\frac{0,17}{4}\right)^4 \qquad i_4 = 0,0425$$

$$\left(1+i_{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{2}} = \left(1+\frac{0,17}{4}\right)^4 \qquad i_{\frac{1}{2}} = 0,3951101846$$

$$\left(1+i_{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{2}} = (1+0,185) \qquad i_{\frac{1}{2}} = 0,404225$$

$$\left(1+\pi_{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{2}} = (1+0,009)^{12} \qquad \pi_{\frac{1}{2}} = 0,2399037962$$

Valor de cada aporte trimestral:

$$R(1+0.0425)\left[\frac{1-(1+0.0425)^{-4}}{0.0425}\right] = 1.500.000(1.009)^{36}(1+0.3951)\left[\frac{1.23^{5}(1+0.3951)^{-5}-1}{1.23-(1+0.3951)}\right]$$
$$(1+0.3951)^{-1} + \left[\frac{1.500.000(1.009)^{36}(1.23)^{5}}{(1+0.4042)-1.23}\right](1+0.4042)(1+0.3951)^{-6}$$

3,761975848R = 5.944.516,29 + 7.034.046,42

3,761975848R = 12.978.562,71

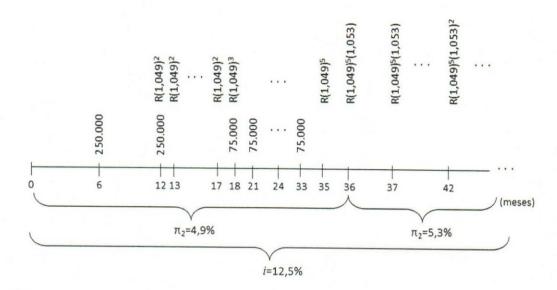
R = 3.449.932,49 Valor de cada uno de los aportes del Estado.

- 9. Claudia una chica filantrópica realiza una serie de aportes a la institución: El Gato Volador, el cual se encarga del cuidado de animales abandonados, dichos aportes consisten en Bs. 250.000 semestrales por un año, luego pasan 6 meses sin hacer aporte alguno y después realiza aportes de Bs. 75.000 trimestrales por 1 año y medio. La institución comenzará sus actividades exactamente dentro de 1 año, ejecutando gastos mensuales adelantados, los cuales aumentarán semestralmente al ritmo de la inflación, la cual será del 4,9 % los primeros 3 años. Después, la inflación semestral aumentará a 5,3 %.
 - a) ¿Cuál será el valor del 6° gasto mensual adelantado que ejecutará la institución?

b) Si la institución El Gato Volador tiene planificado que en el mes 27 deberá realizar un retiro de Bs. 50.000, calcule el gasto mensual adelantado correspondiente al mes 28.

Se considera una tasa de interés de 12,5 % anual.

Resolución:



Conversión de tasas:

$$(1 + i_2)^2 = (1 + 0.125)$$
 $i_2 = 0.06066017178$ $(1 + i_4)^4 = (1 + 0.125)$ $i_4 = 0.02988357195$ $(1 + i_{12})^{12} = (1 + 0.125)$ $i_{12} = 0.009863580553$

Cuota equivalente semestral (gastos):

$$VF_1 = R(1,049)^2(1+0,0098) \left[\frac{(1+0,0098)^6 - 1}{0,0098} \right] = 6,83412199R$$

$$VF_2 = R(1,049)^2(1,049)(1+0,0098) \left[\frac{(1+0,0098)^6 - 1}{0,0098} \right] = 7,168993967R$$

$$VF_3 = R(1,049)^2(1,049)^2(1+0,0098) \left[\frac{(1+0,0098)^6 - 1}{0,0098} \right] = 7,520274672R$$

$$g = \frac{VF_3}{VF_2} = \frac{VF_2}{VF_1} = 1,049$$

Cuota equivalente semestral (gastos):

$$VF_1 = R(1,049)^5(1,053)(1+0,0098) \left[\frac{(1+0,0098)^6 - 1}{0,0098} \right] = 8,306872841R$$

$$VF_2 = R(1,049)^5(1,053)^2(1+0,0098) \left[\frac{(1+0,0098)^6 - 1}{0,0098} \right] = 8,747137102R$$

$$VF_3 = R(1,049)^5(1,053)^3(1+0,0098) \left[\frac{(1+0,0098)^6 - 1}{0,0098} \right] = 9,210735368R$$

$$g = \frac{VF_3}{VF_2} = \frac{VF_2}{VF_1} = 1,053$$

a) Valor del 6° gasto mensual adelantado

$$250.000 \left[\frac{1 - (1 + 0,0606)^{-2}}{0,0606} \right] + 75.000(1 + 0,0298) \left[\frac{1 - (1 + 0,0298)^{-6}}{0,02988} \right] (1 + 0,0098)^{-18} = 6,83412199R \left[\frac{1,049^{4}(1 + 0,0606)^{-4} - 1}{1,049 - (1 + 0,0606)} \right] (1 + 0,0098)^{-12} + \frac{8,306872841R}{(1 + 0,0606) - 1,053} (1 + 0,0098)^{-36}$$

$$457.924,48 + 350.802,28 = 22,534397051R + 761,6255177R$$

$$808.726,76 = 784,1599147R$$

$$R = 1.031,33$$

$$R_6 = 1.031,33(1,049)^2 = 1.134,88$$
 6° gasto mensual adelantado.

b) Valor de la cuota mensual N° 28 luego del retiro

$$457.924,48 + 350.802,28 - 50.000(1 + 0,0098)^{-27} = 784,1599147R'$$

$$770.366,91 = 784,1599147R'$$

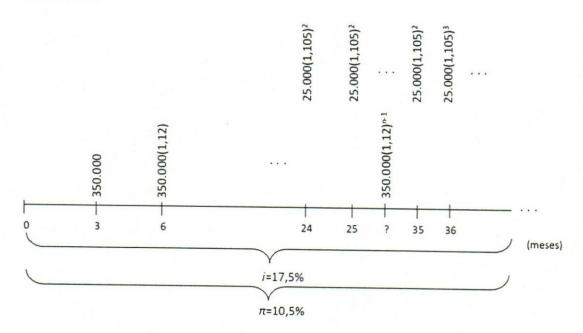
$$R' = 982.41$$

$$R' = 982,41(1,049)^{5}(1,053) = 1.314,01$$
 28° cuota mensual luego del retiro.

10. Un grupo de empresarios desea colaborar con una organización que cuida el medio ambiente: Venus Está Aquí, para ello realizan una serie de aportes los cuales la organización depositará en un fondo a una tasa del 17,5 % anual, cada aporte tiene un valor de Bs. 350.000 y se depositan trimestralmente, la intención es que la organización disfrute de una renta mensual adelantada de Bs. 25.000 los cuales se van ajustando al ritmo de la inflación. Se prevé una inflación anual del 10,5 %, además las operaciones de la organización iniciarán exactamente dentro de 2 años, a partir de hoy.

- a) ¿Por cuánto tiempo los empresarios deberán realizar dichos aportes, sabiendo que se incrementarán en 12 % trimestralmente?
- b) ¿Cuál es el valor del último depósito que se hará un trimestre después, considerando la parte entera del resultado obtenido en a?

Resolución:



Conversión de tasas:

$$(1 + i_{12})^{12} = (1 + 0.175)$$
 $i_{12} = 0.01352972172$ $(1 + i_4)^4 = (1 + 0.175)$ $i_4 = 0.04114080193$

Cuota equivalente anual:

$$VF_1 = 25.000(1,105)^2(1+0,0135)\left[\frac{(1+0,0135)^{12}-1}{0,0135}\right] = 400.175,26$$

$$VF_2 = 25.000(1,105)^3(1+0,0135) \left[\frac{(1+0,0135)^{12}-1}{0,0135} \right] = 442.193,66$$

$$VF_3 = 25.000(1,105)^4(1+0,0135) \left[\frac{(1+0,0135)^{12}-1}{0,0135} \right] = 488.623,99$$

$$g = \frac{VF_3}{VF_2} = \frac{VF_2}{VF_1} = 1,105$$

a) Tiempo de duración de los depósitos

$$350.000 \left[\frac{1,12^{n} (1+0,0411)^{-n} - 1}{1,12 - (1+0,0411)} \right] = \frac{400.175,26}{(1+0,175) - 1,105} (1+0,0135)^{-24}$$

$$(1,12)^n(1+0,0411)^{-n} = \left\{\frac{4.140.725,73[1,12-(1+0,0411)]}{350.000}\right\} + 1$$

$$\log(1,12)^n + \log(1+0.0411)^{-n} = \log(1.932955173)$$

$$n\log(1,12) - n\log(1+0,0411) = 0,2862217825$$

$$n[\log(1,12) - \log(1+0,0411)] = 0,2862217825$$

n = 9,026641968 Trimestres.

b) Valor del último depósito

$$350.000 \left[\frac{1,12^{9} (1+0,0411)^{-9} - 1}{1,12 - (1+0,0411)} \right] + X(1+0,0411)^{-10} = 4.140.725,73$$

$$4.124.054,27 + 0,6681982494X = 4.140.725,73$$

$$X = 24.949,87$$

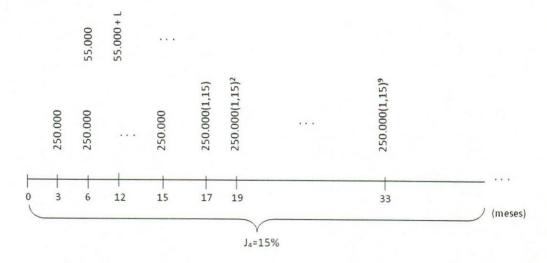
11. Una gobernación desea mantener de por vida un área verde con fauna silvestre para el esparcimiento público, para ello realiza depósitos en su cuenta de ahorros en el Banco Blue Sky, consistentes en 5 aportes

trimestrales de Bs. 250.000 cada uno. Luego, las rentas aumentarán en 15 % de forma bimestral por año y medio.

Los mantenimientos conforman una renta perpetua, siendo la 1° Bs. 55.000, con periodicidad semestral y después aumentarán en un monto fijo. Además, la tasa de interés es de 15 % anual con capitalización trimestral.

- a) Calcule el gradiente de la renta perpetua.
- b) Suponiendo que la renta perpetua hubiese aumentado en forma geométrica, calcule el gradiente.

Resolución:



Conversión de tasas:

$$(1+i_4)^4 = \left(1 + \frac{0,15}{4}\right)^4$$

$$i_4 = 0,0375$$

$$(1+i_2)^2 = \left(1 + \frac{0,15}{4}\right)^4$$

$$i_2 = 0,07640625$$

$$(1+i_6)^6 = \left(1 + \frac{0,15}{4}\right)^4$$

$$i_6 = 0,02484629859$$

a) Gradiente aritmético de la renta perpetua

$$250.000 \left[\frac{1 - (1 + 0.0375)^{-5}}{0.0375} \right] + 250.000(1.15) \left[\frac{(1.15)^{9}(1 + 0.0248)^{-9} - 1}{1.15 - (1 + 0.0248)} \right]$$

$$(1+0.0375)^{-5} = \frac{\left(55.000 + \frac{L}{0.0764}\right)}{0.0764}$$

1.120.815,45 + 3.479.239,46 = 719.836,40 + 171,2940311L

$$3.880.218,51 = 171,2940311L$$

$$L = 22.652,39$$

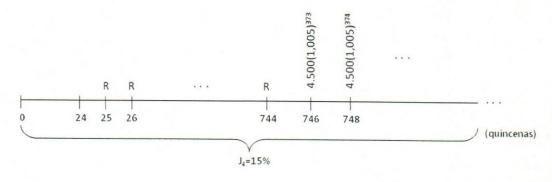
b) Gradiente geométrico de la renta perpetua

$$1.120.815,45 + 3.479.239,46 = \frac{55.000}{(1+0,0764) - g}$$
$$(1+0,0764) - g = \frac{55.000}{4.600.054,91}$$

$$g = 1,064449871$$

12. Francysmar, luego de asistir al curso de Macroeconomía durante su carrera, quedó realmente impactada con el costo mensual de la canasta alimentaria. Por tal motivo, decide que una vez que se gradúe ahorrará lo suficiente para que nunca le falte el pan de cada día desde el momento que se retire del trabajo, lo cual ella estima que suceda dentro de 30 años, hasta el final de sus días (lo cual no se puede prever). Hoy, el costo de la canasta alimentaria es de Bs. 4.500, ella se graduará dentro de 1 año y comenzará a trabajar de inmediato; ¿cuánto deberá ahorrar quincenalmente si el costo mensual de la canasta aumentará en 0,5 %, y su cuenta bancaria le remunera un 15 % anual con capitalización trimestral?

Resolución:



Conversión de tasas:

$$\left(1 + \frac{0,15}{4}\right)^4 = (1 + i_{12})^{12} \qquad i_{12} = 0,012346926$$

$$\left(1 + \frac{0,15}{4}\right)^4 = (1 + i_{24})^{24} \qquad i_{24} = 0,006154523919$$

Valor del ahorro:

$$R\left[\frac{(1+0,0061)^{720}-1}{0,0061}\right] = \frac{4.500(1,005)^{373}}{(1+0,0123)-1,005}$$

13.307,84625R = 3.935.934,69

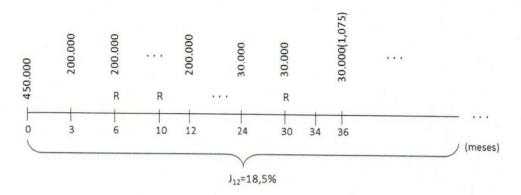
R = 295,76 Ahorro quincenal.

13. La señora Constanza, Directora de Proyectos de una reconocida universidad, lleva adelante el diseño, construcción y funcionamiento de un gimnasio para la universidad, el mismo requiere de una inversión inicial de Bs. 450.000, luego inversiones de 200.000 trimestrales por un año. Además, requerirá gastos e inversiones semestrales de por vida, para operaciones, dotaciones y mantenimiento; los mismos comenzarán exactamente dentro de 2 años contados a partir de hoy, siendo el primero de ellos Bs. 30.000, incrementándose en 7,5 % anualmente.

Ahora bien, la empresa Safe Sport le propone a la señora Constanza que realizará 7 grandes aportes a la universidad con periodicidad cuatrimestral, comenzando dentro de un semestre, de tal manera de garantizar la construcción y funcionamiento de por vida del gimnasio, para lo cual solo solicita encargarse de la administración del mismo, pero prometiendo el cobro de precios solidarios para la comunidad universitaria. Una vez que la directora realiza las evaluaciones de rigor, es aceptada la propuesta; se colocan los aportes de la empresa en un fondo de capitalización al 18,5 % anual con capitalización mensual.

Calcule cada uno de los aportes de Safe Sport.

Resolución:



Conversión de tasas:

$$(1+i_4)^4 = \left(1 + \frac{0,185}{12}\right)^{12}$$

$$i_4 = 0,04696668497$$

$$(1+i_2)^2 = \left(1 + \frac{0,185}{12}\right)^{12}$$

$$i_2 = 0,09613923943$$

$$(1+i_3)^3 = \left(1 + \frac{0,185}{12}\right)^{12}$$

$$i_3 = 0,06310742136$$

$$(1+i) = \left(1 + \frac{0,185}{12}\right)^{12}$$

$$i = 0,2015212322$$

Cuota equivalente anual (gastos e inversiones):

$$VF_1 = 30.000(1 + 0.0961) \left[\frac{(1 + 0.0961)^2 - 1}{0.0961} \right] = 68.929,81$$

$$VF_2 = 30.000(1.075)(1 + 0.0961) \left[\frac{(1 + 0.0961)^2 - 1}{0.0961} \right] = 74.099,55$$

$$VF_3 = 30.000(1.075)^2(1 + 0.0961) \left[\frac{(1 + 0.0961)^2 - 1}{0.0961} \right] = 79.657,02$$

$$g = \frac{VF_2}{VF_1} = \frac{VF_3}{VF_2} = 1.075$$

Valor de cada uno de los aporte de Safe Sport:

$$450.000 + 200.000 \left[\frac{1 - (1 + 0,0469)^{-4}}{0,0469} \right] + \left[\frac{68.929,81}{(1 + 0,2015) - 1,075} \right] (1 + 0,2015)^{-2} =$$

$$R(1 + 0,0631) \left[\frac{1 - (1 + 0,0631)^{-7}}{0.0631} \right] (1 + 0,0961)^{-1}$$

450.000 + 714.215,79 + 377.381,66 = 5,354866437R

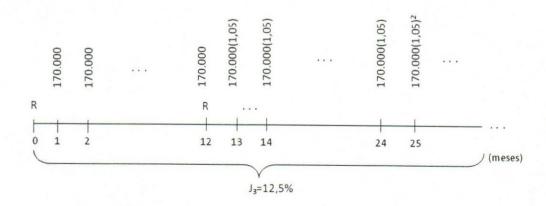
1.541.597,46 = 5,354866437

R = 287.887,19 Aportes de Safe Sport.

- 14. Una gobernación se percata que el costo de mantener un parque es inviable, por tanto decide delegar a la empresa Se Habla Verde, experta en mantenimiento de áreas verdes, la administración del mismo de por vida. Además, la gobernación se compromete a entregarle a la empresa un subsidio anual adelantado, de tal forma que al final del año la empresa solo deba cubrir el 50 % del costo del mantenimiento del parque. En el 1º año de operaciones de la empresa el costo mensual de mantenimiento es Bs. 170.000 mensuales, después aumenta en 5 % anualmente.
 - a) ¿Cuánto deberá ser el valor del aporte correspondiente al 1° año, por parte de la gobernación?
 - b) Bajo este esquema, ¿cuál es el valor del monto del mantenimiento que le tocaría asumir a Se Habla Verde durante su 3° año de operaciones?

Asuma una tasa de interés del 12,5 % anual con capitalización cuatrimestral.

Resolución:



Conversión de tasas:

$$(1+i_{12})^{12} = \left(1+\frac{0,125}{3}\right)^3 \qquad i_{12} = 0,01025775234$$

$$(1+i) = \left(1+\frac{0,125}{3}\right)^3 \qquad i = 0,1302806713$$

Cuota equivalente anual (mantenimiento):

$$VF_1 = 170.000 \left[\frac{(1+0.0102)^{12} - 1}{0.0102} \right] = 2.159.119,60$$

$$VF_2 = 170.000(1.05) \left[\frac{(1+0.0102)^{12} - 1}{0.0102} \right] = 2.267.075,58$$

$$VF_2 = 170.000(1.05)^2 \left[\frac{(1+0.0102)^{12} - 1}{0.0102} \right] = 2.380.429,36$$

$$g = \frac{VF_2}{VF_1} = \frac{VF_3}{VF_2} = 1,05$$

a) Valor del aporte realizado por la gobernación correspondiente al 1ºaño

$$\frac{R}{0,1302}(1+0,1302) = 0.50 \left[\frac{2.159.119,60}{(1+0.1302) - 1.05} \right]$$

8,675735702R = 13.447.319,04

R = 1.549.991.78

 b) Monto del mantenimiento asumido por Se Habla Verde durante el 3° año de operaciones

$$R_3 = 1.549.991,78(1,05)^{3-1} = 1.708.865,94$$

15. Marco Antonio Cartaya es un médico con una gran vocación de servicio al prójimo, por lo cual decide establecer un programa denominado: "Salud a todo dar", el cual consiste en el apoyo a la gente pobre que no tiene recursos para cubrir el costo de las consultas y su posterior tratamiento. Por esta razón, se asocia con su colega Gladys y el exitoso empresario Javier Lezcano. El aporte de Marco Antonio y Gladys consiste en renunciar a sus

honorarios y cubrir la dotación de los insumos médicos de sus consultorios, los cuales ascienden a Bs. 20.000 mensuales y aumentan 5 % anualmente.

Por su parte, Javier debe cubrir el alquiler mensual de los consultorios, así como los gastos administrativos. El alquiler de cada consultorio correspondiente al primer año de funcionamiento de dicho programa será Bs. 1.200 mensuales, y aumentará en 8 % anualmente; además los gastos administrativos serán Bs. 3.500 mensuales, incrementándose Bs. 500 cada semestre.

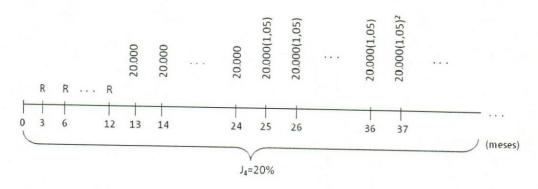
Ya que el programa arrancará dentro de 1 año, ellos deciden realizar desde ya aportes de tal manera de garantizar su inicio sin contratiempos. Gladys y Marco Antonio realizarán 4 aportes trimestrales en un fondo de capitalización del Banco Manchester United, el cual rinde el 20 % anual con capitalización trimestral.

En el caso de Javier, realizará 12 aportes mensuales adelantados en el Banco PSG, percibiendo un interés del 22 % anual.

Calcule el aporte que debe hacer cada uno de ellos, a fin de garantizar el pleno funcionamiento del programa.

Resolución:

Marco Antonio y Gladys:



Conversión de tasas:

$$(1+i) = \left(1 + \frac{0,20}{4}\right)^4 \qquad i = 0,21550625$$

$$(1+i_{12})^{12} = \left(1+\frac{0,20}{4}\right)^4$$

$$i_{12} = 0,01639635681$$

$$(1+i_4)^4 = \left(1+\frac{0,20}{4}\right)^4$$

$$i_4 = 0,05$$

Cuota equivalente anual (insumos):

$$VF_1 = 20.000 \left[\frac{(1+0.0163)^{12} - 1}{0.0163} \right] = 262.870,90$$

$$VF_2 = 20.000(1.05) \left[\frac{(1+0.0163)^{12} - 1}{0.0163} \right] = 276.014,44$$

$$VF_3 = 20.000(1.05)^2 \left[\frac{(1+0.0163)^{12} - 1}{0.0163} \right] = 289.815,16$$

$$g = \frac{VF_3}{VF_2} = \frac{VF_2}{VF_1} = 1.05$$

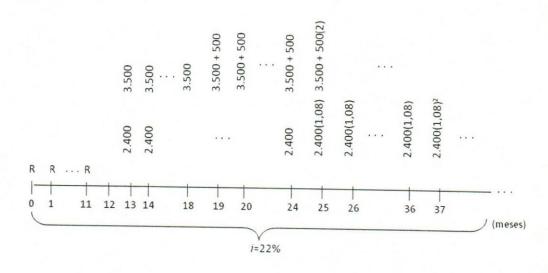
Valor de los aportes:

$$R\left[\frac{(1+0.05)^4 - 1}{0.05}\right] = \frac{262.870.90}{(1+0.2155) - 1.05}$$

4,310125R = 1.588.283,80

R = 368.500,64

Javier Lezcano:



Conversión de tasas:

$$(1 + i_{12})^{12} = (1 + 0.22)$$
 $i_{12} = 0.01670896387$ $(1 + i_2)^2 = (1 + 0.22)$ $i_2 = 0.1045361017$

Cuota equivalente anual (alquiler):

$$VF_1 = 2.400 \left[\frac{(1+0.0167)^{12} - 1}{0.0167} \right] = 31.599,81$$

$$VF_2 = 2.400(1.08) \left[\frac{(1+0.0167)^{12} - 1}{0.0167} \right] = 34.127,80$$

$$VF_3 = 2.400(1.08)^2 \left[\frac{(1+0.0167)^{12} - 1}{0.0167} \right] = 36.858,01$$

$$g = \frac{VF_3}{VF_2} = \frac{VF_2}{VF_1} = 1,08$$

Cuota equivalente semestral (gastos administrativos):

$$VF_1 = 3.500 \left[\frac{(1+0.0167)^6 - 1}{0.0167} \right] = 21.897.01$$

$$VF_2 = (3.500 + 500) \left[\frac{(1+0.0167)^6 - 1}{0.0167} \right] = 25.025.15$$

$$VF_3 = [3.500 + 500(2)] \left[\frac{(1+0.0167)^6 - 1}{0.0167} \right] = 28.153.30$$

$$g = VF_3 - VF_2 = VF_2 - VF_1 = 3.128.14$$

Valor de los aportes:

$$R(1+0.0167)\left[\frac{(1+0.0167)^{12}-1}{0.0167}\right] = \frac{31.599.81}{(1+0.22)-1.08} + \frac{\left(21.897.01+\frac{3.128.14}{0.1045}\right)}{0.1045}$$

$$13,38658541R = 225.712,89 + 495.724,13$$

$$13,38658541R = 721.437,02$$

$$R = 53.892,54$$

 Recién graduada de la universidad, Patricia Luporsi debe asumir un importante compromiso laboral, conducir las riendas del negocio familiar. El primer reto que debe asumir es el análisis financiero relativo a la toma de decisión entre comprar una máquina o alquilarla. El costo de la máquina a valor de hoy es Bs. 755.000 y tiene una vida útil de 12 años, además requiere de un operador a tiempo completo con un sueldo de Bs. 3.650 mensuales.

La otra opción es arrendarla pagando Bs. 4.890 mensuales, en cuyo caso se requieren 2 operadores, uno a tiempo completo y el otro a medio tiempo, bajo el mismo sueldo de la primera alternativa.

Cada vez que hay que reponer la máquina no se puede recuperar absolutamente nada de su valor original, además se debe incurrir en una inversión adicional del 25 %. El arriendo se incrementa anualmente en 2,25 % y todos los años los sueldos aumentan en 10 %.

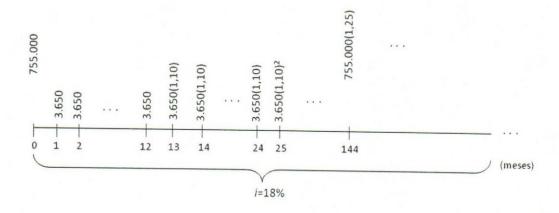
Ella deberá presentar un informe detallado ante la junta directiva, que sustente la decisión que deberá tomarse a perpetuidad, de tal forma que represente la opción más económica para el negocio familiar. Basándose en una $i=18\,\%$, ¿cuál será la decisión?

Resolución:

Conversión de tasas:

$$(1 + i_{12})^{12} = (1 + 0.18)$$
 $i_{12} = 0.01388843035$ $\left(1 + i_{\frac{1}{12}}\right)^{\frac{1}{12}} = (1 + 0.18)$ $i_{\frac{1}{2}} = 6.287592625$

Alternativa A(compra):



Cuota equivalente anual (sueldos):

$$VF_1 = 3.650 \left[\frac{(1+0.0138)^{12} - 1}{0.0138} \right] = 47.305,56$$

$$VF_2 = 3.650(1.10) \left[\frac{(1+0.0138)^{12} - 1}{0.0138} \right] = 52.036,12$$

$$VF_3 = 3.650(1.10)^2 \left[\frac{(1+0.0138)^{12} - 1}{0.0138} \right] = 57.239,73$$

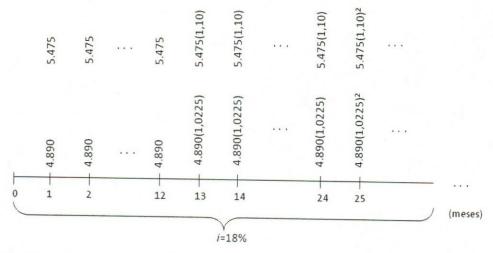
$$g = \frac{VF_3}{VF_2} = \frac{VF_2}{VF_1} = 1,10$$

Costo total a valor de hoy:

$$VA = \frac{755.000}{(1+6,28) - 1,25} (1+6,28) + \frac{47.305,56}{(1+0,18) - 1,10}$$

$$VA = 911.312,30 + 519.319,52 = 1.502.631,82$$

Alternativa B (alquiler):



Sueldos (tiempo completo y medio tiempo) = 3.650 + 3.650(0,50) = 5.475

Cuota equivalente anual (sueldos):

$$VF_1 = 5.475 \left[\frac{(1+0.0138)^{12} - 1}{0.0138} \right] = 70.958,34$$

$$VF_2 = 5.475(1.10) \left[\frac{(1+0.0138)^{12} - 1}{0.0138} \right] = 78.054,18$$

$$VF_3 = 5.475(1,10)^2 \left[\frac{(1+0,0138)^{12} - 1}{0,0138} \right] = 85.859,60$$

$$g = \frac{VF_3}{VF_2} = \frac{VF_2}{VF_1} = 1,10$$

Cuota equivalente anual (alquiler):

$$VF_1 = 4.890 \left[\frac{(1+0.0138)^{12} - 1}{0.0138} \right] = 63.376,49$$

$$VF_2 = 4.890(1.0225) \left[\frac{(1+0.0138)^{12} - 1}{0.0138} \right] = 64.802,46$$

$$VF_3 = 4.890(1.0225)^2 \left[\frac{(1+0.0138)^{12} - 1}{0.0138} \right] = 66.260,52$$

$$g = \frac{VF_3}{VF_2} = \frac{VF_2}{VF_1} = 1.0225$$

Costo total a valor de hoy:

$$VA = \frac{70.958,34}{(1+0,18)-1,10} + \frac{63.376,49}{(1+0,18)-1,0225}$$

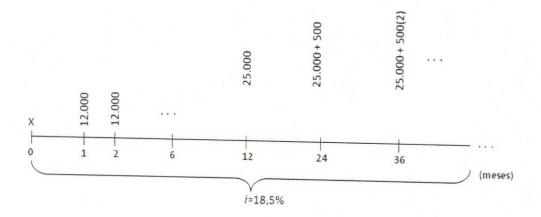
$$VA = 886.979,28 + 402.390,43 = 1.289.369,71$$

La mejor opción será alquilar la máquina, ya que resulta más económica que comprarla.

- 17. Un empresario decide garantizar el mantenimiento de por vida de las aulas y zonas recreativas del jardín de infancia que dirige su esposa. Los mantenimientos consisten en Bs. 12.000 mensuales, además Bs. 25.000 al final de cada año, aumentando en Bs. 500 cada año. El empresario quiere hacer un único depósito hoy en una cuenta de ahorros que remunera el 18,5 % anual, para así garantizar el mantenimiento de forma permanente.
 - a) Calcule el valor de este depósito único.
 - b) Si decide sustituir el único depósito por 2 depósitos, de tal manera que el primero de ellos se lleve a cabo dentro de 1 mes y el siguiente

dentro de 6 meses, siendo el 1° mayor al 2° en 60 %, calcule el valor de cada depósito.

Resolución:



Conversión de tasas:

$$(1+i_{12})^{12} = (1+0.185)$$

$$i_{12} = 0.01424574839$$

$$\left(1+i_{\frac{12}{5}}\right)^{\frac{12}{5}}=(1+0.185)$$

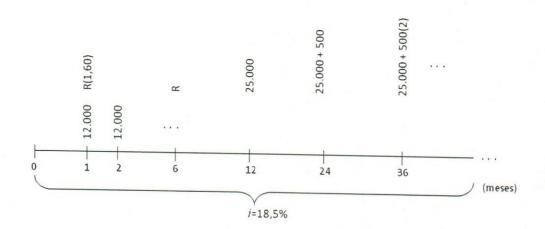
$$i_{\frac{12}{5}} = 0,07328727243$$

a) Valor del depósito único

$$X = \frac{12.000}{0,0142} + \frac{\left(25.000 + \frac{500}{0,185}\right)}{0,185}$$

$$X = 842.356,59 + 149.744,34 = 992.100,93$$

b) Valor de los 2 depósitos que sustituyen al depósito único



$$g = \frac{R}{R(1,60)} = 0,625$$

$$R(1+0.0732) \left[\frac{(0.625)^2 (1+0.0732)^{-2} - 1}{0.625 - (1+0.0732)} \right] (1+0.0142)^{-1} = 992.100.93$$

$$1.560098358R = 992.100.93$$

$$R = 635.922,04$$
 2° depósito.

$$R(1,60) = 635.922,04(1,60) = 1.017.475,26$$
 1° depósito.

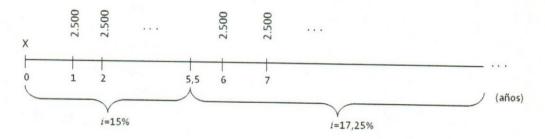
18. Daniela está harta de estar en apuros cada vez que debe hacerle el mantenimiento anual a todos los aires acondicionados de su casa, más aún cuando su esposo es el que más se queja cuando estos ya no enfrían con regularidad. Lo primero que ella hace es consultarle a la empresa Sweet Smelling, cuánto es el costo anual. Dicha empresa, la cual habitualmente le presta el servicio de mantenimiento, le informa que el costo anual asciende a Bs. 2.500.

Daniela decide hacer un depósito único hoy en el Banco Airbag, percibiendo una tasa de interés del 15 % anual los primeros 5 años y medio, luego la tasa aumenta a 17,25 % anual de por vida, de esta forma ella garantizará el mantenimiento indefinido de los aires acondicionados, sin más

dolor de cabeza. Dado que su esposo es quien más se queja, será él quien aportará el dinero para realizar el depósito único hoy.

- a) ¿Qué monto ella le solicitó al esposo?
- b) Si ahora la empresa le informa que desde el 7° mantenimiento, los costos anuales subirán en 5 % anual por efectos de inflación, ¿qué otro monto deberá colocar dentro de un semestre, aparte del depósito de hoy, de tal manera que se pueda cubrir el mantenimiento anual de por vida?

Resolución:

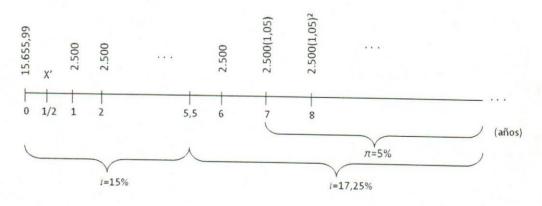


a) Monto a solicitar al esposo

$$X = 2.500 \left[\frac{1 - (1 + 0.15)^{-5}}{0.15} \right] + \frac{2.500}{0.1725} (1 + 0.1725)(1 + 0.1725)^{-0.5} (1 + 0.15)^{-5.5}$$

$$X = 8.380,39 + 7.275,61 = 15.655,99$$

b) Valor del depósito adicional



$$15.655,99 + X'(1+0,15)^{-0,5} = 2.500 \left[\frac{1 - (1+0,15)^{-5}}{0,15} \right] + \frac{2.500}{(1+0,1725) - 1,05}$$
$$(1+0,1725)(1+0,1725)^{-0,5}(1+0,15)^{-5,5}$$

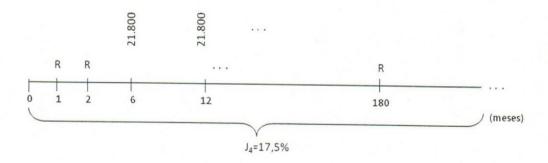
$$15.655,99 + 0,9325048082X' = 8.380,39 + 10.245,24$$

$$0,9325048082X' = 2.969.64$$

$$X' = 3.184,58$$

19. Ruth disfruta de una renta perpetua que consiste en Bs. 21.800 semestrales, a una tasa de interés del 17,5 % anual con capitalización trimestral. Ahora bien, ella desea sustituir dicha renta por otra que dure 15 años y que tenga periodicidad mensual. ¿Cuál será el valor de la renta mensual?

Resolución:



Conversión de tasas:

$$(1+i_2)^2 = \left(1 + \frac{0,175}{4}\right)^4$$

$$i_2 = 0,0894140625$$

$$(1+i_{12})^{12} = \left(1 + \frac{0,175}{4}\right)^4$$

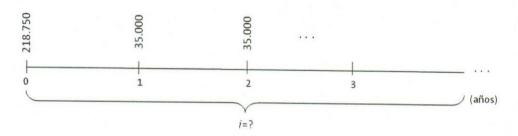
$$i_{12} = 0,01437568278$$

$$\frac{21.800}{0,0894} = R \left[\frac{1 - (1 + 0.0143)^{-180}}{0.0143} \right]$$

$$R = 3.795,66$$

- 20. Lucia dispone de un capital de Bs. 218.750 y desea disfrutar de una renta anual permanente de Bs. 35.000.
 - a) ¿A qué tasa de interés debe depositar su capital?
 - b) Si ella considera que la inflación anual será de 2,5 %, ¿a cuál nueva tasa deberá depositar su capital con la esperanza que su renta conserve su valor en términos reales al paso del tiempo?
 - c) Si Lucia desea que su renta se incremente en Bs. 500 anualmente, ¿cuál será la nueva tasa de interés que le permita lograr su propósito?

Resolución:

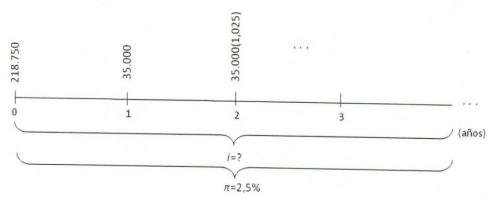


a) Tasa de interés

$$218.750 = \frac{35.000}{i}$$

$$i = \frac{35.000}{218.750} = 0,16$$

b) Nueva tasa de interés que considera una inflación del 2,5% anual



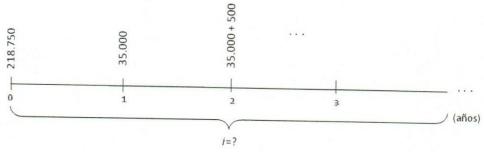
$$218.750 = \frac{35.000}{(1+i) - (1,025)}$$

$$(1+i) - (1,025) = \frac{35.000}{218.750}$$

$$(1+i) = 0.16 + 1.025$$

$$i = 0,185$$

c) Tasa de interés que permita obtener una renta que se incremente en Bs.
 500 anualmente



$$218.750 = \frac{\left(35.000 + \frac{500}{i}\right)}{i}$$

$$218.750i = \frac{35.000i + 500}{i}$$

$$218.750i^2 = 35.000i + 500$$

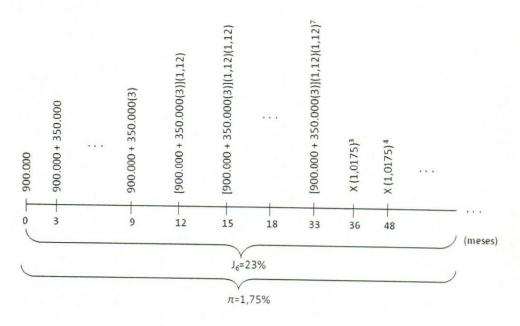
 $218.750i^2 - 35.000i - 500 = 0$

i = 0,173197179602

21. Una gobernación desea establecer un fondo para el mantenimiento de su plaza más emblemática, para ello decide depositar hoy en una cuenta de ahorros Bs. 900.000 trimestrales, incrementándolos en Bs. 350.000 cada trimestre durante los primeros 12 meses, luego se incrementarán en 12 % cada trimestre durante los siguientes 2 años, manteniendo la misma modalidad.

Ahora bien, si los gastos de mantenimiento, a valor de hoy, son Bs. X anuales y se comienzan a ejecutar a partir del inicio del 4° año, considerando una tasa de inflación del 1,75 % anual, determine cuánto tendría que ser dicho gasto anual, a valor de hoy, para que con el fondo creado por la gobernación le alcance para mantener la plaza a perpetuidad. El banco remunera una tasa de interés del 23 % anual con capitalización bimestral.

Resolución:



Conversión de tasas:

$$(1+i) = \left(1 + \frac{0.23}{6}\right)^6 \qquad i = 0.2532011295$$

$$(1+i_4)^4 = \left(1 + \frac{0.23}{6}\right)^6 i_4 = 0.05804757078$$

Gasto anual de mantenimiento a valor de hoy:

$$\frac{X(1,0175)^3}{(1+0,2532)-1,0175}(1+0,2532)(1+0,2532)^{-3} = 900.000\left[1+\frac{1-(1+0,058)^{-4+1}}{0,058}\right] + \frac{350.000}{0,05804}\left[1+\frac{1-(1+0,058)^{-4+1}}{0,058}-4(1+0,058)^{-4+1}\right] + \left[900.000+350.000(3)\right](1,12)$$

$$(1+0,058)\left[\frac{1,12^8(1+0,058)^{-8}-1}{1,12-(1+0,058)}\right](1+0,2532)^{-1}$$

$$2,845771559X = 3.314.427,44 + 1.842.586,61 + 17.159.383,43$$

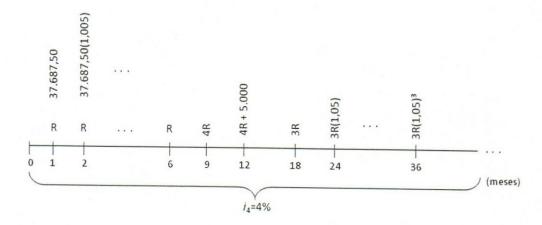
$$2,845771559X = 22.316.397,48$$

X = 7.841.949,72 Gasto anual a valor de hoy.

- 22. La compañía Real Heart desea hacer una donación a la Alcaldía del Municipio Orozco, esto con el fin de mantener perpetuamente dos museos. El programa de mantenimiento establece que el 1° gasto mensual es de Bs. 37.687,50, el mismo aumenta a razón de la inflación, la cual es 0,5 % mensual. Para esto la compañía decide realizar depósitos durante 36 meses así:
 - Rentas mensuales R los primeros 6 meses.
 - Rentas trimestrales 4R los siguientes 6 meses, las cuales crecen
 Bs. 5.000 trimestralmente.
 - Rentas semestrales 3R el resto del período, las cuales crecen 5 % semestralmente.

- a) Determine el valor de las rentas mensuales, la 2° trimestral y la 3° semestral, sabiendo que estos depósitos se efectúan en el Banco London, el cual ofrece una tasa efectiva trimestral del 4 %.
- b) Considere ahora que a partir del final del mes 24 la tasa de interés cambia a $i_6=2,2\,\%$; ¿cuál será el nuevo valor de cada una de las cuotas requeridas en a?

Resolución:



Conversión de tasas:

$$(1 + i_{12})^{12} = (1 + 0.04)^4$$
 $i_{12} = 0.01315940382$ $(1 + i_2)^2 = (1 + 0.04)^4$ $i_2 = 0.0816$ $(1 + i_2)^2 = (1 + 0.022)^6$ $i_2 = 0.067462648$ $(1 + i_{12})^{12} = (1 + 0.022)^6$ $i_{12} = 0.01094015649$

a) Valor de las rentas

$$\begin{split} &\frac{37.687,50}{(1+0,0131)-1,005} = R \left[\frac{1-(1+0,0131)^{-6}}{0,0131} \right] + \\ &+ \left\{ 4R \left[\frac{1-(1+0,04)^{-2}}{0,04} \right] + \frac{5.000}{0,04} \left[\frac{1-(1+0,04)^{-2}}{0,04} - 2(1+0,04)^{-2} \right] \right\} (1+0,0131)^{-6} \\ &+ 3R \left[\frac{(1,05)^4(1+0,0816)^{-4}-1}{(1,05)-(1+0,0816)} \right] (1+0,0131)^{-12} \end{split}$$

4.618.903,64 = 5,733070283R + 6,975202199R + 4.274,02 + 9,07619369R

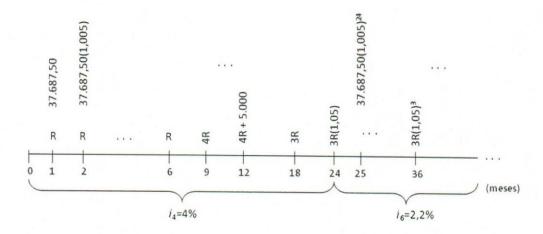
4.614.629,62 = 21,78446617R

R = 211.831,20 Renta Mensual.

 2° trimestral: $R_2 = 4R + 5.000(2 - 1) = 4(211.831,20) + 5.000 = 852.324,80$

 3° semestral: $R_3 = 3R(1,05)^{3-1} = 3(211.831,20)(1,05)^2 = 700.631,69$

b) Nuevo valor de las cuotas



$$37.687,50 \left[\frac{1,005^{24}(1+0,0131)^{-24}-1}{1,005-(1+0,0131)} \right] + \frac{37.687,50(1,005)^{24}}{(1+0,0109)-1,005} (1+0,0131)^{-24} =$$

$$R \left[\frac{1-(1+0,0131)^{-6}}{0,0131} \right] + \left\{ 4R \left[\frac{1-(1+0,04)^{-2}}{0,04} \right] + \frac{5.000}{0,04} \left[\frac{1-(1+0,04)^{-2}}{0,04} - 2(1+0,04)^{-2} \right] \right\}$$

$$(1+0,0131)^{-6} + 3R \left[\frac{(1,05)^2(1+0,0816)^{-2}-1}{(1,05)-(1+0,0816)} \right] (1+0,0131)^{-12} + 3R (1,05)^2$$

$$\left[\frac{(1,05)^2(1+0,0674)^{-2}-1}{(1,05)-(1+0,0674)} \right] (1+0,0131)^{-24}$$

814.753,3183 + 5.225.383,999 = 5,733070283R + 6,975202199R + 4.274,02 + 4,672617723R + 4,491004827R

6.035.863,30 = 21,87189503R

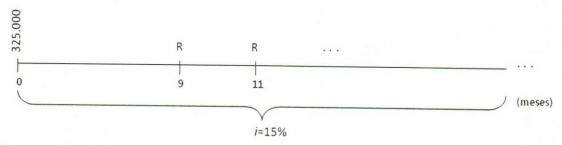
R = 275.964,35 Renta mensual.

 $2^{\circ} trimestral: R_2 = 4R + 5.000(2 - 1) = 4(275.964,35) + 5.000 = 1.108.857,40$

$$3^{\circ}$$
 semestral: $R_3 = 3R(1,05)^{3-1} = 3(275.964,35)(1,05)^2 = 912.752,09$

23. Daysi Betancourt, una profesional exitosa con un noble corazón, decide ayudar permanentemente a un grupo de indigentes, por esta razón deposita hoy Bs. 325.000 en un fondo de capitalización que rinde el 15 % anual. Si ella desea que este depósito único genere un aporte bimestral para la compra de comida para los pobres, calcule el valor del mismo. Considere que el 1° aporte se realizará exactamente dentro de 9 meses.

Resolución:



Conversión de tasas:

$$(1+i_6)^6 = (1+0.15)$$
 $i_6 = 0.02356707312$ $(1+i_{12})^{12} = (1+0.15)$ $i_{12} = 0.01171491692$

Valor de los aportes bimestrales:

$$325.000 = \frac{R}{0,0235}(1+0,0235)(1+0,0117)^{-9}$$

$$325.000 = 39,10995149R$$

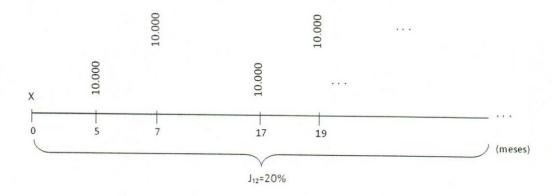
$$R = 8.309,91$$
 Aporte bimestral.

24. Los investigadores Alejandro Montenegro y Marco Tulio deciden buscar fondos que le permitan a su centro de investigaciones organizar por siempre dos eventos: el Foro de Desempleo y Pobreza en Ciudad Guayana y el Foro del Costo y Escasez de la Canasta Alimentaria, los cuales anualmente se realizan en la universidad. Cada uno de los foros tiene un costo anual de Bs. 10.000, el 1° se llevará a cabo dentro de 5 meses y el 2° dentro de 7 meses.

Hoy, ellos logran que la empresa Tokio patrocine el 35 % y la Cámara de Comercio el otro 65 %. Gracias a la habilidad financiera de Iñaki, quien es el Director Financiero de la universidad, los fondos aportados serán depositados en el Banco Libertador, rindiendo un atractivo 20 % anual con capitalización mensual.

- a) Calcule el valor de cada uno de los aportes recibidos.
- b) Si resulta que de acuerdo a estudios realizados en el centro de investigación, se prevé una inflación anual del 17 %, la cual afectará a la organización de los foros, ¿qué nuevo aporte se deberá solicitar a los patrocinantes, al principio del mes 11, para así garantizar que los fondos recibidos permitan la organización de ambos foros a pesar de la inflación? (Tome en cuenta que la inflación anual es consecuencia de la acumulación de los aumentos de precios mensuales, por tanto es preciso considerar la inflación mensual en el presente análisis).

Resolución:



Conversión de tasas:

$$(1+i) = \left(1 + \frac{0,20}{12}\right)^{12}$$

$$i = 0,2193910849$$

$$(1+i_{12})^{12} = \left(1 + \frac{0,20}{12}\right)^{12}$$

$$i_{12} = 0,01666666667$$

$$(1 + \pi_{12})^{12} = (1 + 0.17)$$

$$\pi_{12} = 0.01316961113$$

a) Valor de cada aporte

$$X = \frac{10.000}{0,2193}(1+0,2193)(1+0,0166)^{-5} + \frac{10.000}{0,2193}(1+0,2193)(1+0,0166)^{-7}$$

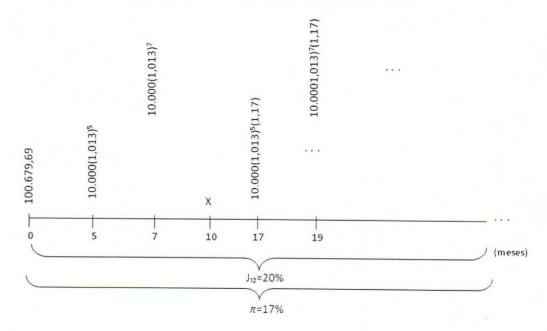
$$X = 51.171,85 + 49.507,84$$

$$X = 100.679,69$$

Aporte empresa Tokio: (0,35)X = (0,35)100.679,69 = 35.237,96

Aporte cámara de comercio: (0,65)X = (0,65)100.679,69 = 65.441.80

b) Valor de los nuevos aportes considerando la inflación



$$100.679,69 + X(1+0,0166)^{-10} = \frac{10.000(1,013)^5}{(1+0,2193) - 1,17}(1+0,2193)(1+0,0166)^{-5} + \frac{10.000(1,013)^7}{(1+0,2193) - 1,17}(1+0,2193)(1+0,0166)^{-7}$$

$$100.679,69 + X(1+0,0166)^{-10} = 242.667,88 + 241.001,33$$

0,8476452911X = 382.989,53X = 451.827,59

Aporte empresa Tokio: (0,35)X = (0,35)451.827,59 = 158.139,66

Aporte cámara de comercio: (0,65)X = (0,65)451.827,59 = 293.687,93

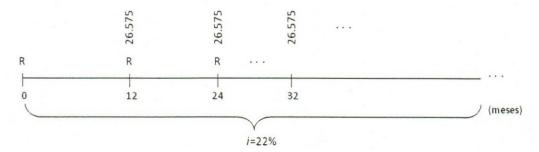
25. Florencia Cordero es una investigadora a carta cabal, quien además se encuentra muy preocupada debido a que los fondos editoriales de la universidad no son suficientes, ya que sólo permiten el tiraje de una de las revistas del centro de investigaciones, pero no alcanza para la segunda, la cual está conformada por artículos de corte científico de gran interés para la comunidad universitaria. Normalmente el tiraje de cada una de las revistas consiste en 500 ejemplares a un costo de publicación de Bs. 26.575, los cuales se ejecutan al final de cada año.

Ella le encarga a su compañero de trabajo, Alejandro Montenegro, el cálculo del aporte constante anual de por vida, necesario para financiar perennemente la 2° revista, la cual no goza de recursos por parte del fondo editorial de la universidad. La intención de Florencia es visitar cada una de las cámaras empresariales a fin de buscar el ansiado financiamiento, de tal manera que este se realice de forma adelantada. En su presentación ella hará mención del aporte a solicitar, no sin antes prometer a cambio que algunos de los artículos serán de gran interés para el sector empresarial.

Si una vez más, la gran habilidad administrativa de Iñaki, Director Financiero de la universidad, permite que los fondos captados puedan rendir el 22 % anual, ¿cuál será el valor del aporte que Alejandro le calculó a Florencia para su presentación ante las cámaras empresariales?

Sin embargo, el investigador Marco Tulio le informa a Alejandro que se cometió un error, ya que no se consideró el incremento anual de los costos de publicación, los cuales representan un 6,85 % anual; suponiendo que el costo del 1° tiraje es Bs. 26.575, ¿cuál será ahora el aporte perpetuo adelantado que se habrá de solicitar a las cámaras empresariales?

Resolución:



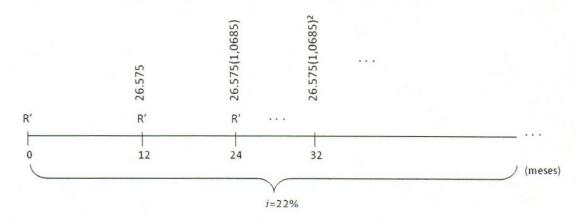
Valor del aporte:

$$\frac{R}{0,22}(1+0,22) = \frac{26.575}{0,22}$$

$$5,545454545R = 120.795,46$$

$$R = 21.782,79$$

Valor del aporte considerando un incremento anual del costo de publicación:



$$\frac{R'}{0,22}(1+0,22) = \frac{26.575}{(1+0,22) - 1,0685}$$

$$5,545454545R' = 175.412,54$$

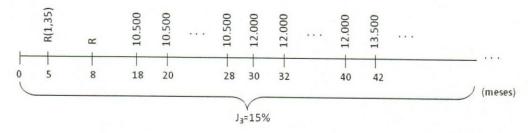
$$R' = 1.631,77$$

26. Un proyecto requiere una renta para su funcionamiento y mantenimiento de por vida, la cual consiste en Bs. 10.500 bimestrales durante el 1° año, Bs. 12.000 bimestrales el siguiente año, Bs. 13.500 bimestrales el 3° año, y así sucesivamente. Adrián Mauricio, un empresario filantrópico decide hacer 2 aportes, de tal manera que pueda financiar el 100 % de dicho proyecto. El 1° aporte se realizará dentro de 5 meses y el 2° aporte se llevará a cabo dentro de 8 meses. Adicionalmente, tome en cuenta que el 1° aporte es superior al 2° en 35 %.

Si el proyecto comenzará sus operaciones exactamente dentro de 1 año y medio, contado a partir de hoy, calcule el valor de cada uno de dichos aportes.

Considere una tasa: $J_3 = 15 \%$.

Resolución:



Conversión de tasas:

$$(1+i_6)^6 = \left(1 + \frac{0,15}{3}\right)^3 \qquad i_6 = 0,0246950766$$

$$(1+i_{12})^{12} = \left(1 + \frac{0,15}{3}\right)^3 \qquad i_{12} = 0,01227223443$$

$$(1+i) = \left(1 + \frac{0,15}{3}\right)^3 \qquad i = 0,157625$$

$$(1+i_4)^4 = \left(1 + \frac{0,15}{3}\right)^3 \qquad i_4 = 0,03727037479$$

Cuota equivalente anual:

$$VF_1 = 10.500(1 + 0.0246) \left[\frac{(1 + 0.0246)^6 - 1}{0.0246} \right] = 68.675$$

$$VF_2 = 12.000(1 + 0.0246) \left[\frac{(1 + 0.0246)^6 - 1}{0.0246} \right] = 78.485,72$$

$$VF_3 = 13.500(1 + 0.0246) \left[\frac{(1 + 0.0246)^6 - 1}{0.0246} \right] = 88.296,43$$

$$L = VF_3 - VF_2 = VF_2 - VF_1 = 9.810,71$$

Gradiente trimestral (aportes):

$$g = \frac{R}{R1,35} = 0,7407407407$$

Valor de cada uno de los aportes:

$$R(1,35)(1+0,0372) \left[\frac{0,7407^{2}(1+0,0372)^{-2}-1}{0,7407-(1+0,0372)} \right] (1+0,0122)^{-5} = \left[\frac{\left(68.675 + \frac{9.810,71}{0,1576}\right)}{0,1576} \right] (1+0,0122)^{-18}$$

2,177156468R = 666.830,25

R = 306.284,95 2° aporte.

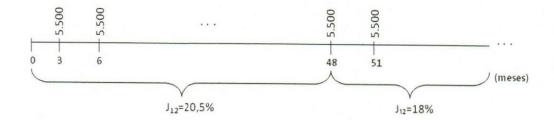
R(1,35) = 413.484,68 1° aporte.

27. Con el fin de financiar a perpetuidad a la Fundación Una Mano Solidaria, la corporación Monster, Inc. decide depositar Bs. 5.500 trimestrales de por vida. Sin embargo, después de transcurrir 2 años y medio, la fundación le propone sustituir dicha renta por otra mensual, de tal forma que ahora aumente en 0,5 % mensual. Calcule el valor de la 1° renta mensual.

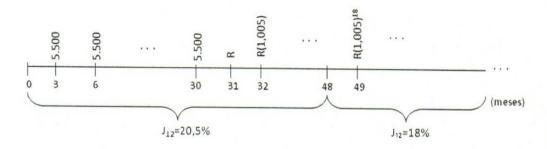
Considere una $J_{12}=20,5~\%$ para los primeros 4 años y $J_{12}=18~\%$ de allí en adelante.

Resolución:

Plan original:



Nueva propuesta:



Conversión de tasas:

$$(1+i_4)^4 = \left(1 + \frac{0,205}{12}\right)^{12} \qquad i_4 = 0,05213050644$$

$$(1+i_{12})^{12} = \left(1 + \frac{0,205}{12}\right)^{12} \qquad i_{12} = 0,017083333333$$

$$(1+i_4)^4 = \left(1 + \frac{0,18}{12}\right)^{12} \qquad i_4 = 0,045678375$$

$$(1+i_{12})^{12} = \left(1 + \frac{0,18}{12}\right)^{12} \qquad i_{12} = 0,015$$

Valor de la 1° renta mensual:

$$5.500 \left[\frac{1 - (1 + 0,0521)^{-16}}{0,0521} \right] + \frac{5.500}{0,0456} (1 + 0,0521)^{-16} = 5.500 \left[\frac{1 - (1 + 0,0521)^{-10}}{0,0521} \right] + R \left[\frac{(1,005)^{18} (1 + 0,017)^{-18} - 1}{1,005 - (1 + 0,017)} \right] (1 + 0,0521)^{-10} + \frac{R(1,005)^{18}}{(1 + 0,015) - 1,005} (1 + 0,0521)^{-16}$$

58.714,02 + 53.399,63 = 42.033,55 + 9,636855404R + 48,51491801R

70.080,10 = 58,15177341R

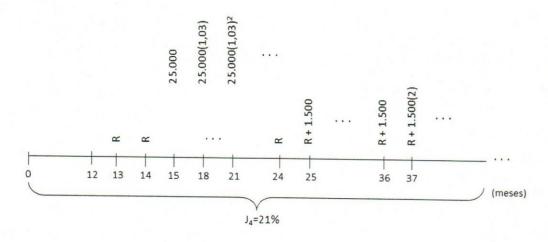
R = 1.205,12 1° renta mensual.

28. El famoso guitarrista Martin Gore decide establecer un fondo para apoyar a un conservatorio que forma nuevos talentos guitarristas en el género del rock. Su contador le recomienda realizar aportes trimestrales, los cuales comenzarán exactamente dentro de 15 meses, aumentando 3 % trimestralmente, siendo el primero de estos aportes Bs. 25.000.

Ahora bien, su manager Flavio Eduardo le aconseja reestructurar su plan con aportes mensuales constantes durante el 1° año y luego, a partir del 2° año, aportes mensuales que aumenten en Bs. 1.500 con respecto del año anterior. Los mismos iniciarán dentro de 1 año; Martin Gore acepta la propuesta de Flavio.

Calcule los aportes mensuales durante el 1° año y los correspondientes al 5° año, con la nueva propuesta. Considere una $J_4=21\,\%$.

Resolución:



Conversión de tasas:

$$(1+i_4)^4 = \left(1+\frac{0.21}{4}\right)^4$$

$$i_4 = 0.0525$$

$$(1+i_{12})^{12} = \left(1+\frac{0.21}{4}\right)^4$$

$$i_{12} = 0.01720238123$$

$$(1+i) = \left(1 + \frac{0.21}{4}\right)^4 \qquad i = 0.2271239094$$

Cuota equivalente anual (aportes):

$$VF_1 = R \left[\frac{(1+0.0172)^{12} - 1}{0.0172} \right] = 13,20305058R$$

$$VF_2 = (R+1500) \left[\frac{(1+0.0172)^{12} - 1}{0.0172} \right] = 13,20305058R + 19.804,58$$

$$VF_3 = [R+1500(2)] \left[\frac{(1+0.0172)^{12} - 1}{0.0172} \right] = 13,20305058R + 39.609,15$$

$$L = VF_3 - VF_2 = VF_2 - VF_1 = 19.804,58$$

Aportes mensuales:

$$\left[\frac{\left(13,20305058R + \frac{19.804,58}{0,2271}\right)}{0,2271} \right] (1 + 0,0172)^{-12} = \left[\frac{25.000}{(1 + 0,0525) - 1,03} \right] (1 + 0,0525)$$

$$(1 + 0.0172)^{-15}$$

$$47,37214109R + 312.860,99 = 905.459,59$$

$$47,37214109R = 592.598,60$$

R = 12.509,43 Aporte mensual durante el 1° año.

$$R_5 = 12.509,43 + 1.500(4) = 18.509,43$$
 Aporte mensual durante el 5° año.

29. José Daniel Salazar, exitoso empresario deportivo, tiene un profundo sentido de la vida; por esta razón decide apoyar a una iglesia en San Félix, financiando de por vida el sueldo mensual de los trabajadores encargados del mantenimiento de aéreas verdes, la infraestructura, así como los costos del mantenimiento de la casa parroquial.

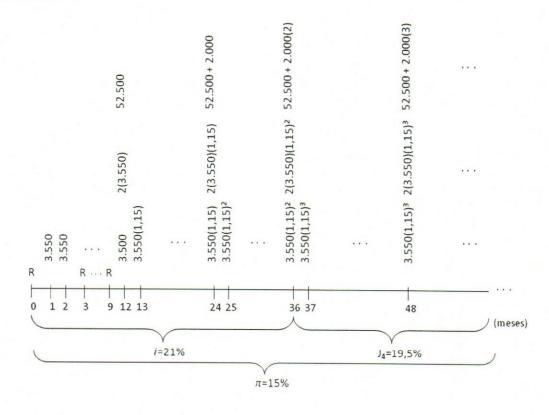
Los sueldos se ajustan anualmente al ritmo de la inflación, la cual de acuerdo a estimaciones del Banco Central será de 15% anual, siendo el sueldo correspondiente al 1° año Bs. 3.550 mensuales.

Además, al final de cada año, a cada trabajador se le pagará una bonificación equivalente a 2 sueldos. Por otra parte, los gastos anuales de mantenimiento de la casa parroquial ascienden a Bs. 52.500 y cada año aumentan en Bs. 2.000.

Si José Daniel realizará solo 4 aportes: el 1° hoy y los 3 siguientes con frecuencia trimestral, calcule el valor de cada uno de ellos. Considere una tasa de interés i=21~% para los 3 primeros años y $J_4=19,5~\%$ de por vida.

Si luego del 5° año la inflación es de 16,5 % anual, ¿qué nuevo aporte adicional a los trimestrales, él deberá realizar al comienzo del mes 8?

Resolución:



Conversión de tasas:

$$(1+i_{12})^{12} = (1+0.21)$$

$$i_{12} = 0,01601186777$$

$$(1+i_4)^4 = (1+0.21)$$

$$i_4 = 0.04880884817$$

$$(1+i_{12})^{12} = \left(1+\frac{0,195}{4}\right)^4$$

$$i_{12} = 0,01599286477$$

$$(1+i) = \left(1+\frac{0,195}{4}\right)^4$$

$$i = 0,2097284527$$

Cuota equivalente anual (sueldos):

$$VF_1 = 3.550 \left[\frac{(1+0.016)^{12} - 1}{0.016} \right] = 46.559,22$$

$$VF_2 = 3.550(1.15) \left[\frac{(1+0.016)^{12} - 1}{0.016} \right] = 53.543,10$$

$$VF_3 = 3.550(1.15)^2 \left[\frac{(1+0.016)^{12} - 1}{0.016} \right] = 61.574,56$$

$$g = \frac{VF_3}{VF_2} = \frac{VF_2}{VF_1} = 1,15$$

Cuota equivalente anual (sueldos):

$$VF_1 = 3.550(1,15)^3 \left[\frac{(1+0,0159)^{12} - 1}{0,0159} \right] = 70.803,21$$

$$VF_2 = 3.550(1,15)^4 \left[\frac{(1+0,0159)^{12} - 1}{0,0159} \right] = 81.423,69$$

$$VF_3 = 3.550(1,15)^5 \left[\frac{(1+0,0159)^{12} - 1}{0,0159} \right] = 93.637,25$$

$$g = \frac{VF_3}{VF_2} = \frac{VF_2}{VF_1} = 1,15$$

Valor de cada aporte:

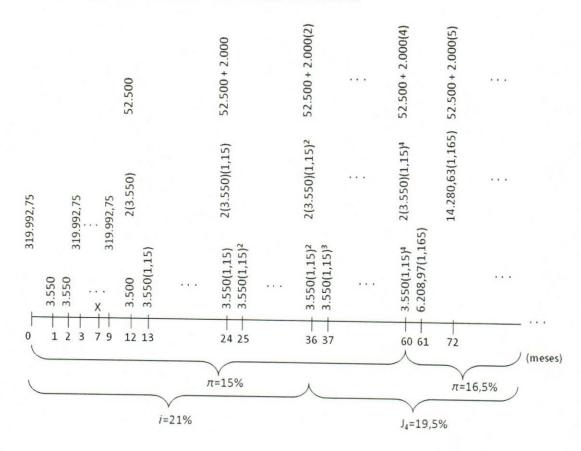
$$R(1+0.0488) \left[\frac{1-(1+0.0488)^{-4}}{0.0488} \right] = 46.559,22 \left[\frac{1.15^{3}(1+0.21)^{-3}-1}{1.15-(1+0.21)} \right] + \left[\frac{70.803,21}{(1+0.2097)-1.15} \right] (1+0.21)^{-3} + 2(3.550) \left[\frac{1.15^{3}(1+0.21)^{-3}-1}{1.15-(1+0.21)} \right] + \left[\frac{2(3.550)(1.15)^{3}}{(1+0.2097)-1.15} \right] (1+0.21)^{-3} + \left\{ 52.500 \left[\frac{1-(1+0.21)^{-3}}{0.21} \right] + \frac{2.000}{0.21} \left[\frac{1-(1+0.21)^{-3}}{0.21} - 3(1+0.21)^{-3} \right] \right\} + \left[\frac{52.500+2.000(3)+\frac{2.000}{0.2097}}{0.2097} \right] (1+0.21)^{-3}$$

3,72933767R = 109.806,58 + 669.137,84 + 16.744,84 + 102.050,35 + 112.505,44 + 183.115,96

3,72933767R = 1.193.361,01

R = 319.992,75

Valor del aporte adicional al comienzo del mes 8:



Cuota equivalente anual (sueldos):

$$VF_1 = 3.550(1,15)^4(1,165) \left[\frac{(1+0,0159)^{12} - 1}{0,0159} \right] = 94.858,60$$

$$VF_2 = 3.550(1,15)^4(1,165)^2 \left[\frac{(1+0,0159)^{12} - 1}{0,0159} \right] = 110.510,27$$

$$VF_3 = 3.550(1,15)^4(1,165)^3 \left[\frac{(1+0,0159)^{12} - 1}{0,0159} \right] = 128.744,47$$

$$g = \frac{VF_3}{VF_2} = \frac{VF_2}{VF_1} = 1,165$$

$$319.992,75(1+0.0488) \left[\frac{1-(1+0.0488)^{-4}}{0.0488} \right] + X(1+0.0160)^{-7} =$$

$$46.559,22 \left[\frac{1.15^3(1+0.21)^{-3}-1}{1.15-(1+0.21)} \right] + 70.803,21 \left[\frac{1.15^2(1+0.2097)^{-2}-1}{1.15-(1+0.2097)} \right]$$

$$(1+0.21)^{-3} + \left[\frac{94.858,60}{(1+0.2097)-1,165} \right] (1+0.2097)^{-2}(1+0.21)^{-3} + 2(3.550)$$

$$\left[\frac{1.15^3(1+0.21)^{-3}-1}{1.15-(1+0.21)} \right] + 2(3.550)(1.15)^3 \left[\frac{1.15^2(1+0.2097)^{-2}-1}{1.15-(1+0.2097)} \right] (1+0.21)^{-3}$$

$$+ \left[\frac{2(3.550)(1.15)^4(1.165)}{(1+0.2097)-1,165} \right] (1+0.2097)^{-2}(1+0.21)^{-3} + \left\{ 52.500 \left[\frac{1-(1+0.21)^{-3}}{0.21} \right] \right\}$$

$$+ \frac{2.000}{0.21} \left[\frac{1-(1+0.21)^{-3}}{0.21} - 3(1+0.21)^{-3} \right] + \frac{52.500+2.000(4)+\frac{2.000}{0.2097}}{0.2097} (1+0.21)^{-3}$$

$$1.193.361,02+0.8947640652X = 109.806,58+64.444,09+818.014,40+$$

$$16.744,84+9.828,38+124.755,55+112.505,44+188.498,87$$

$$1.193.361,02+0.8947640656X = 1.444.598,15$$

$$0.8947640656X = 251.237,13$$

30. Karen Paz se encarga de la administración del condominio del Conjunto Residencial La Princesa Yesmín, en el cual ella vive. Su primera labor es estimar el comportamiento mensual, de por vida, del costo del mantenimiento del conjunto.

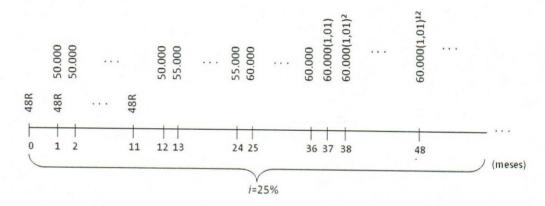
X = 280.785,89

Como resultado de un profundo análisis, concluye que durante los 3 primeros años el costo de mantenimiento mensual presentará la siguiente tendencia: Bs. 50.000 durante el 1° año, Bs. 55.000 durante el 2° año, Bs. 60.000 el 3° año.

Luego, a partir del comienzo del 4° año, el mantenimiento mensual se incrementará mensualmente en 1% y así de por vida. Karen logra que se pueda obtener un 25% anual de interés por los fondos depositados en el Banco Good Investment.

Ella decide que cada residente haga 12 aportes mensuales, de forma adelantada. Calcule cuánto se debe cobrar a cada residente, sabiendo que el conjunto residencial está conformado por 3 edificios, donde cada uno tiene 3 pisos y la planta baja, conformado por 4 apartamentos por nivel.

Resolución:



Conversión de tasa:

$$(1+i_{12})^{12} = (1+0.25)$$
 $i_{12} = 0.01876926512$

Cuota equivalente anual (costos):

$$VF_1 = 50.000 \left[\frac{(1+0.0187)^{12} - 1}{0.0187} \right] = 665.982,39$$

$$VF_2 = 55.000 \left[\frac{(1+0.0187)^{12} - 1}{0.0187} \right] = 732.580,63$$

$$VF_3 = 60.000 \left[\frac{(1+0.0187)^{12} - 1}{0.0187} \right] = 799.178,87$$

$$L = VF_3 - VF_2 = VF_2 - VF_1 = 66.598,24$$

Cobro por residente:

$$\left\{665.982,39 \left[\frac{1 - (1 + 0,25)^{-3}}{0,25} \right] + \frac{66.598,24}{0,25} \left[\frac{1 - (1 + 0,25)^{-3}}{0,25} - 3(1 + 0,25)^{-3} \right] \right\} + \\
\left[\frac{60.000(1,01)}{(1 + 0,0187) - 1,01} \right] (1 + 0,25)^{-3} = 48R(1 + 0,0187) \left[\frac{1 - (1 + 0,0187)^{-12}}{0,0187} \right]$$

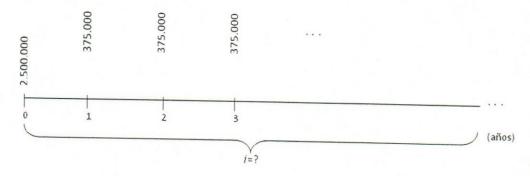
1.410.817,09 + 3.538.175,61 = 521,0744737R

R = 9.497,67 Monto a cobrar a cada residente.

- 31. Kami Chan desea que una parte de su herencia la disfruten sus futuras descendencias de por vida. La fortuna que desea destinar asciende a Bs. 2.500.000, de tal manera que puedan disfrutar de una renta de Bs. 375.000 anuales.
 - a) ¿A qué tasa de interés deberá colocar dicha fortuna en el Banco Pekín, de tal forma de obtener dicha renta?
 - b) Si ahora ella pretende que la renta anual sea adelantada, ¿a qué tasa de interés deberá colocar ahora su fortuna?
 - c) Si desde el 2° año se presenta una inflación del 3,5 % anual y ella desea que las rentas se indexen por inflación, ¿a qué nueva tasa de interés deberá colocar su fortuna?
 - d) Si necesariamente debe colocar la fortuna a la tasa obtenida en la pregunta a, ¿qué monto adicional deberá colocar hoy, de tal forma que pueda gozar la misma renta anual que en c?

Resolución:

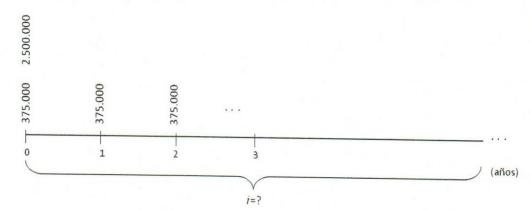
a) Tasa de interés requerida



$$2.500.000 = \frac{375.000}{i}$$

$$i = 0.15$$

b) Tasa de interés requerida para el caso de una renta adelantada



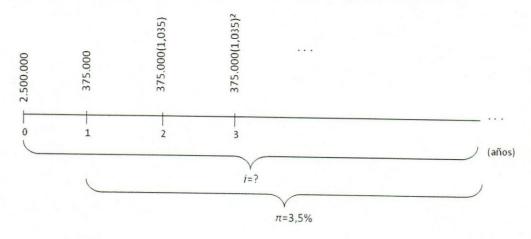
$$2.500.000 = \frac{375.000}{i}(1+i)$$

$$2.500.000i = 375.000 + 375.000i$$

$$2.125.000i = 375.000$$

$$i = 0,1764705882$$

c) Tasa de interés requerida para el caso de una renta indexada

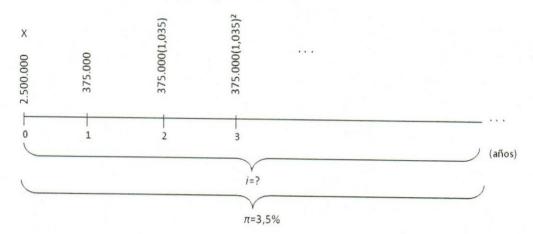


$$2.500.000 = \frac{375.000}{(1+i) - 1,035}$$

$$(1+i) - 1,035 = \frac{375.000}{2.500.000}$$

$$i = 0.185$$

d) Monto adicional a depositar hoy



$$2.500.000 + X = \frac{375.000}{(1+0.15) - 1.035}$$

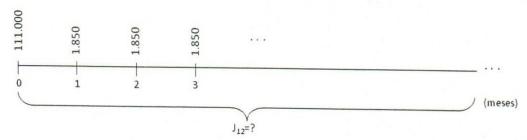
$$X = 3.260.869,57 - 2.500.000$$

$$X = 760.869,57$$

- 32. Un banco promete una renta perpetua constante de Bs. 1.850 mensuales.
 - a) ¿A qué tasa de interés anual, con capitalización mensual, debió colocarse hoy un capital de Bs. 111.000 con el fin de obtener dicha renta?
 - b) Si ahora las rentas aumentarán 0,75 % mensualmente, ¿a qué nueva tasa de interés deberá colocarse dicho capital?
 - c) Tomando en cuenta el incremento de las rentas en la pregunta b, calcule el nuevo capital que debería colocarse dentro de 9 meses en la cuenta bancaria, utilizando la tasa de interés obtenida en a.

Resolución:

a) Tasa de interés anual con capitalización mensual

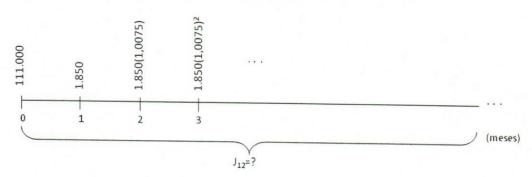


$$111.000 = \frac{1.850}{\frac{J_{12}}{12}}$$

$$J_{12} = \frac{22.200}{111.000}$$

$$J_{12} = 0.20$$

b) Tasa de interés anual con capitalización mensual para el caso de una renta variable en progresión geométrica

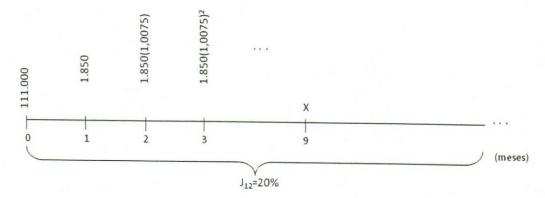


$$111.000 = \frac{1.850}{\left(1 + \frac{J_{12}}{12}\right) - 1,0075}$$

$$\left(1 + \frac{J_{12}}{12}\right) - 1,0075 = \frac{1.850}{111.000}$$

$$J_{12} = 0.29$$

c) Capital a depositar dentro de 9 meses



$$111.000 + X\left(1 + \frac{0,20}{12}\right)^{-9} = \frac{1.850}{\left(1 + \frac{0,20}{12}\right) - 1,0075}$$

111.000 + 0,8617727126X = 201.818,18

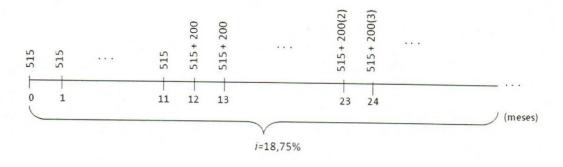
0,8617727126X = 90.818,18

$$X = 105.385,31$$

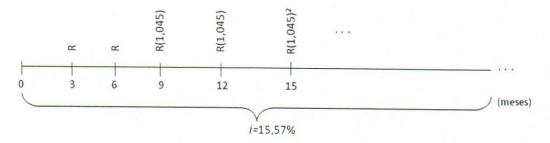
33. Olga Margarita desea sustituir una renta mensual aritmética adelantada perpetua, la cual consiste en una primera cuota de Bs. 515, aumentando en Bs. 200 anualmente, por otra renta perpetua geométrica trimestral que se incremente en 4,5 % semestralmente. Si la renta aritmética está sometida a una tasa de interés de 18,75 % anual y la geométrica a una tasa de 15,57 % anual, calcule: la 1°, la 4° y la 7° cuota trimestral geométrica.

Resolución:

Propuesta original:



Nueva propuesta:



Conversión de tasas:

$$(1+i_{12})^{12} = (1+0.1875)$$
 $i_{12} = 0.01442388944$ $(1+i_4)^4 = (1+0.1557)$ $i_4 = 0.03683888968$ $(1+i_2)^2 = (1+0.1557)$ $i_2 = 0.07503488315$

Cuota equivalente anual:

$$VF_1 = 515(1+0.0144) \left[\frac{(1+0.0144)^{12} - 1}{0.0144} \right] = 6.791,19$$

$$VF_2 = (515+200)(1+0.014) \left[\frac{(1+0.0144)^{12} - 1}{0.0144} \right] = 9.428,54$$

$$VF_3 = [515+200(2)](1+0.0144) \left[\frac{(1+0.0144)^{12} - 1}{0.0144} \right] = 12.065,89$$

$$L = VF_3 - VF_2 = VF_2 - VF_1 = 2.637,35$$

Cuota equivalente semestral:

$$VF_1 = R \left[\frac{(1+0.0368)^2 - 1}{0.0368} \right] = 2.03683889R$$

$$VF_2 = R(1.045) \left[\frac{(1+0.0368)^2 - 1}{0.0368} \right] = 2.12849664R$$

$$VF_3 = R(1.045)^2 \left[\frac{(1+0.0368)^2 - 1}{0.0368} \right] = 2.224278989R$$

$$g = \frac{VF_3}{VF_2} = \frac{VF_2}{VF_1} = 1.045$$

Valor de las cuotas geométricas:

$$\frac{\left(6.791,19 + \frac{2.637,35}{0,1875}\right)}{0,1875} = \frac{2,03683889R}{(1+0,075) - 1,045}$$

$$111.237,71 = 67,81577539R$$

R = 1.640,29 1° cuota trimestral geométrica.

$$R_4 = 1.640,29(1,045)^{2-1} = 1.714,11$$
 4° cuota trimestral geométrica.

$$R_7 = 1.640,29(1,045)^{4-1} = 1.871,85$$
 7° cuota trimestral geométrica.

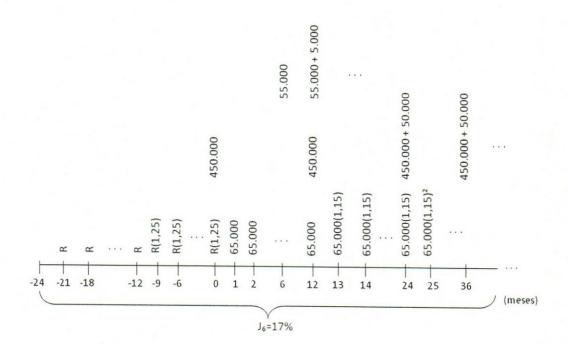
34. El profesor Nelson Galvis, experto en todo lo relacionado con el tema de museos y bellas artes, hizo hace 2 años la siguiente propuesta al Ministerio de Cultura, la cual fue aprobada en su totalidad.

Aportes trimestrales variables por 2 años, los cuales se incrementan anualmente en 25 %, esto de tal manera de cubrir la compra y consignación de las obras que se expondrán en el Museo La Nueva Mona Lisa, el mantenimiento del mismo y todos los gastos administrativos asociados.

El actual costo anual adelantado asociado a las obras de arte asciende a un monto de Bs. 450.000 y se incrementan bienalmente en Bs. 50.000, el costo semestral de mantenimiento es de Bs. 55.000, aumentando Bs. 5.000 cada semestre; en cuanto a los gastos administrativos, estos consisten en Bs. 65.000 mensuales, incrementándose anualmente en 15 %.

Hoy comenzó a funcionar el museo, calcule el valor de cada uno de los aportes realizados por el Ministerio de Cultura, sabiendo que la tasa de interés es 17 % anual con capitalización bimestral.

Resolución:



Conversión de tasas:

$$(1+i_4)^4 = \left(1+\frac{0,17}{6}\right)^6$$

$$i_4 = 0,04279963497$$

$$(1+i_{12})^{12} = \left(1+\frac{0,17}{6}\right)^6$$

$$i_{12} = 0,01406771635$$

$$(1+i) = \left(1+\frac{0,17}{6}\right)^6$$

$$i = 0,1825063509$$

$$(1+i_2)^2 = \left(1+\frac{0,17}{6}\right)^6$$

$$i_2 = 0,0874310787$$

$$\left(1+i_{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{2}} = \left(1+\frac{0,17}{6}\right)^6$$

$$i_{\frac{1}{2}} = 0,39832127$$

Cuota equivalente anual (aportes):

$$VF_1 = R \left[\frac{(1+0.0427)^4 - 1}{0.0427} \right] = 4.264203446R$$

$$VF_2 = R(1.25) \left[\frac{(1+0.0427)^4 - 1}{0.0427} \right] = 5.330254307R$$

$$g = \frac{VF_2}{VF_1} = 1.25$$

Cuota equivalente bienal (costos):

$$VF_1 = 450.000(1 + 0.0874) \left[\frac{(1 + 0.0874)^2 - 1}{0.0874} \right] = 1.161.372,43$$

$$VF_2 = (450.000 + 50.000)(1 + 0.0874) \left[\frac{(1 + 0.0874)^2 - 1}{0.0874} \right] = 1.290.413,81$$

$$VF_3 = [450.000 + 50.000(2)](1 + 0.0874) \left[\frac{(1 + 0.0874)^2 - 1}{0.0874} \right] = 1.419.455,19$$

$$L = VF_3 - VF_2 = VF_2 - VF_1 = 129.041,38$$

Cuota equivalente anual (gastos administrativos):

$$VF_1 = 65.000 \left[\frac{(1+0.014)^{12} - 1}{0.014} \right] = 843.272,11$$

$$VF_2 = 65.000(1.15) \left[\frac{(1+0.014)^{12} - 1}{0.014} \right] = 969.762,92$$

$$VF_3 = 65.000(1.15)^2 \left[\frac{(1+0.014)^{12} - 1}{0.014} \right] = 1.115.227,36$$

$$g = \frac{VF_3}{VF_2} = \frac{VF_2}{VF_1} = 1,15$$

Aportes realizados por el Ministerio de Cultura:

$$4,264203446R \left[\frac{1,25^2 - (1+0,1825)^2}{1,25 - (1+0,1825)} \right] = \frac{\left(1.161.372,42 + \frac{129.041,38}{0,3983} \right)}{0,3983} + \frac{\left(55.000 + \frac{5.000}{0,0874} \right)}{0,0874} + \frac{843.272,11}{(1+0,1825) - 1,15}$$

10,37267488R = 30.953.911,54

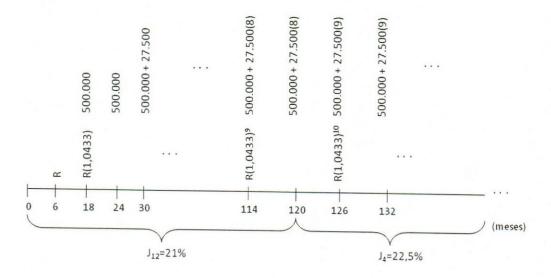
R = 2.984.170,53 Valor de cada aporte durante el 1º año.

 $R_2 = 2.984.170,53(1,25)^{2-1} = 3.730.213,16$ Valor de cada aporte durante el 2° año.

35. El estadio de fútbol del Club Vinotinto F.C. requiere de un aporte anual de por vida para su funcionamiento, el cual se prevé que comience operaciones dentro de 1 año y medio. El aporte anual se divide de la siguiente manera: 50 % accionistas, 35 % empresas patrocinantes y 15 % jugadores del club. Cada uno de los aportes se llevará a cabo exactamente dentro de 1 semestre.

La junta directiva estima que el costo operativo correspondiente al 1° semestre ascenderá a Bs. 500.000 y se ejecutará al principio de cada semestre, aumentando en Bs. 27.500 anualmente. Conscientes de los incrementos de los costos operativos, cada uno de los aportes deberá incrementarse en 4,33 % anualmente. Si la tasa de interés que rige para los 10 primeros años es $J_{12}=21$ % y luego será $J_4=22,5$ % permanentemente, calcule el 1° aporte de los accionistas, el 6° aporte de las empresas patrocinantes y el 10° aporte de los jugadores del club.

Resolución:



Conversión de tasas:

$$(1+i_2)^2 = \left(1 + \frac{0.21}{12}\right)^{12}$$

$$i_2 = 0.1097023542$$

$$(1+i) = \left(1 + \frac{0.21}{12}\right)^{12}$$

$$i = 0.2314393149$$

$$(1+i_2)^2 = \left(1 + \frac{0.225}{4}\right)^4$$

$$i_2 = 0.1156640625$$

$$(1+i) = \left(1 + \frac{0.225}{4}\right)^4$$

$$i = 0.2447063004$$

Cuota equivalente anual (costos):

$$VF_1 = 500.000(1 + 0.1097) \left[\frac{(1 + 0.1097)^2 - 1}{0.1097} \right] = 1.170.570,84$$

$$VF_2 = (500.000 + 27.500)(1 + 0.1097) \left[\frac{(1 + 0.1097)^2 - 1}{0.1097} \right] = 1.234.952,23$$

$$VF_3 = [500.000 + 27.500(2)](1 + 0.1097) \left[\frac{(1 + 0.1097)^2 - 1}{0.1097} \right] = 1.299.333,63$$

$$L = VF_3 - VF_2 = VF_2 - VF_1 = 64.381,40$$

Cuota equivalente anual (costos):

$$VF_1 = [500.000 + 27.500(9)](1 + 0.1156) \left[\frac{(1 + 0.1156)^2 - 1}{0.1156} \right] = 1.764.376.85$$

$$VF_2 = [500.000 + 27.500(10)](1 + 0.1156) \left[\frac{(1 + 0.1156)^2 - 1}{0.1156} \right] = 1.829.287.03$$

$$VF_3 = [500.000 + 27.500(11)](1 + 0.1156) \left[\frac{(1 + 0.1156)^2 - 1}{0.1156} \right] = 1.894.197.22$$

$$L = VF_3 - VF_2 = VF_2 - VF_1 = 64.910.19$$

Valor de los aportes:

$$R(1,0433) \left[\frac{1,0433^{9}(1+0,2314)^{-9}-1}{1,0433-(1+0,2314)} \right] (1+0,1097)^{-1} + R(1+0,1097)^{-1} + \left[\frac{R(1,0433)^{10}}{(1+0,2447)-1,0433} \right] (1+0,2447)(1+0,1156)^{-1}(1+0,2314)^{-10} = \left\{ 1.170.570,84 \left[\frac{1-(1+0,2314)^{-8}}{0,2314} \right] + \frac{64.381,40}{0,2314} \left[\frac{1-(1+0,2314)^{-8}}{0,2314} - 8(1+0,2314)^{-8} \right] \right\} (1+0,1097)^{-3} + \left[500.000 + 27.500(8) \right] \left[\frac{1-(1+0,1097)^{-2}}{0,1097} \right] (1+0,2314)^{-9} + \left[\frac{(1.764.376,85 + \frac{64.910,19}{0.2447})}{0,2447} \right] (1+0,1156)^{-1}(1+0,2314)^{-10}$$

$$3,873359091R + 0,9011425417R + 1,055412706R = 3.001.285,62 + 405.278,73 + 189.419 + 927.062,61$$

$$5,829914339R = 4.523.045,95$$

 1° aporte accionistas: 0.5R = 0.5(775.834.03) = 387.917.02

6° aporte empresas: $0.35R = 0.35(775.834,03)(1.0433)^{6-1} = 335.647,11$

 10° aporte jugadores: $0.15R = 0.15(775.834,03)(1.0433)^{10-1} = 170.428,79$

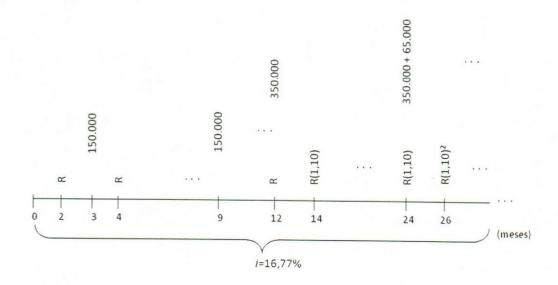
36. El departamento de deportes de una escuela pública recibe con alegría la propuesta de parte de la fundación Sport Charity, la cual está dispuesta a financiar de forma permanente parte de los gastos anuales por concepto de uniformes e implementos deportivos de los alumnos.

La fundación hará aportes semestrales de por vida, empezando el primero de estos dentro de 1 trimestre contado a partir de hoy, por un valor de Bs. 150.000, permaneciendo constantes al paso del tiempo.

Si los gastos deportivos totales de la escuela presentan actualmente un valor anual de Bs. 350.000 y aumentan Bs. 65.000 cada año, ¿cuál será el valor de la 1° cuota bimestral, con incrementos del 10 % anual, que tendrá que asumir la dirección de la escuela a fin de completar el fondo necesario que permita cubrir el 100 % de sus gastos deportivos anuales?

Suponga que los fondos de los aportes rinden un 16,77 % anual de interés.

Resolución:



Conversión de tasas:

$$(1+i_2)^2 = (1+0.1677)$$
 $i_2 = 0.08060168425$
 $(1+i_4)^4 = (1+0.1677)$ $i_4 = 0.0395199297$
 $(1+i_6)^6 = (1+0.1677)$ $i_6 = 0.0261760633$

Cuota equivalente anual (aportes bimestrales):

$$VF_1 = R \left[\frac{(1+0,0261)^6 - 1}{0,0261} \right] = 6,406616537R$$

$$VF_2 = R(1,10) \left[\frac{(1+0,0261)^6 - 1}{0,0261} \right] = 7,04727819R$$

$$VF_3 = R(1,10)^2 \left[\frac{(1+0,0261)^6 - 1}{0,0261} \right] = 7,752006009R$$

$$g = \frac{VF_3}{VF_2} = \frac{VF_2}{VF_1} = 1,10$$

Valor de la 1° cuota bimestral:

$$\frac{\left(350.000 + \frac{65.000}{0,1677}\right)}{0,1677} = \frac{150.000}{0,0806}(1 + 0,0806)(1 + 0,0395)^{-1} + \frac{6,406616537R}{(1 + 0,1677) - 1,10}$$

$$4.398.311,862 = 1.934.550,015 + 94,63244516R$$

$$2.463.761.85 = 94.63244516R$$

$$R = 26.035,07$$

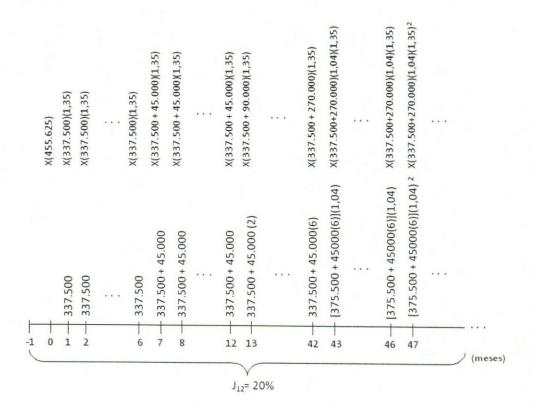
37. El restaurante Karate Sushi prevé que la elaboración de su plato especial Sushi Samurai presentará un incremento en su costo de elaboración de Bs. 10 semestralmente, esto por un periodo de 3 años y medio. Actualmente, tiene un costo de Bs. 75.

Luego los costos se incrementarán en 4 % cuatrimestralmente de manera permanente. Jenny Chang, la dueña del negocio, desea disponer de un fondo que le permita cubrir los costos mensuales de elaboración de dicho plato de forma perpetua. Si se conoce que mensualmente se venden 4.500

platos de Sushi Samurai y cada plato se vende a un precio equivalente al 135 % de su costo, entonces ¿cuál será el porcentaje de los ingresos que Jenny Chang deberá depositar, de manera adelantada mensual en una cuenta bancaria, para así cubrir los costos de elaboración del plato?

Considere que los costos del 1° mes se cubrirán con los ingresos del mes anterior, cuyo precio del plato será exactamente idéntico al presente mes, y así se cubrirá cada mes sucesivamente, siendo la tasa de interés 20 % anual con capitalización mensual.

Resolución:



Conversión de tasas:

$$(1+i_{12})^{12} = \left(1+\frac{0,20}{12}\right)^{12}$$

$$i_{12} = 0,01666666667$$

$$(1+i_2)^2 = \left(1+\frac{0,20}{12}\right)^{12}$$

$$i_2 = 0,1042604244$$

$$(1+i_3)^3 = \left(1 + \frac{0,20}{12}\right)^{12}$$

$$i_3 = 0,06835192901$$

Cuota equivalente semestral (costos):

$$VF_1 = 337.500 \left[\frac{(1+0.0166)^6 - 1}{0.0166} \right] = 2.111.273,59$$

$$VF_2 = 337.500 + 45.000 \left[\frac{(1+0.0166)^6 - 1}{0.0166} \right] = 2.392.776,74$$

$$VF_3 = 337.500 + 90.000 \left[\frac{(1+0.0166)^6 - 1}{0.0166} \right] = 2.674.279,89$$

$$L = VF_2 - VF_1 = VF_3 - VF_2 = 281.503,15$$

Cuota equivalente cuatrimestral (costos):

$$VF_1 = (337.500 + 270.000)(1,04) \left[\frac{(1+0,0166)^4 - 1}{0,0166} \right] = 2.591.084,93$$

$$VF_2 = (337.500 + 270.000)(1,04)^2 \left[\frac{(1+0,0166)^4 - 1}{0,0166} \right] = 2.694.728,32$$

$$VF_3 = (337.500 + 270.000)(1,04)^3 \left[\frac{(1+0,0166)^4 - 1}{0,0166} \right] = 2.802.517,46$$

$$g = \frac{VF_2}{VF_1} = \frac{VF_3}{VF_2} = 1,04$$

Cuota equivalente semestral (ingresos):

$$VF_1 = X(337.500)(1,35) \left[\frac{(1+0,0166)^6 - 1}{0,0166} \right] = 2.850.219,35X$$

$$VF_2 = X(337.500 + 45.000)(1,35) \left[\frac{(1+0,0166)^6 - 1}{0,0166} \right] = 3.230.248,60X$$

$$VF_3 = X(337.500 + 90.000)(1,35) \left[\frac{(1+0,0166)^6 - 1}{0,0166} \right] = 3.610.277,85X$$

$$L = VF_3 - VF_2 = VF_2 - VF_1 = 380.029,25$$

Cuota equivalente cuatrimestral (ingresos):

$$VF_1 = X(337.500 + 270.000)(1,35)(1,04) \left[\frac{(1+0,0166)^4 - 1}{0,0166} \right] = 3.497.964,65X$$

$$VF_2 = X(337.500 + 270.000)(1,35)(1,04)^2 \left[\frac{(1+0,0166)^4 - 1}{0,0166} \right] = 3.637.883,24X$$

$$VF_3 = X(337.500 + 270.000)(1,35)(1,04)^3 \left[\frac{(1+0,0166)^4 - 1}{0,0166} \right] = 3.783.398,56X$$

$$g = \frac{VF_2}{VF_1} = \frac{VF_3}{VF_2} = 1,04$$

Porcentaje de los ingresos a depositar:

$$\begin{aligned} &455.625X + 2.850.219,35X \left[\frac{1 - (1 + 0,1042)^{-7}}{0,1042} \right] + \frac{380.029,25}{0,1042} \left[\frac{1 - (1 + 0,1042)^{-7}}{0,1042} \right] \\ &-7(1 + 0,1042)^{-7} \right] + \left[\frac{3.497.964,65X}{(1 + 0,0683) - 1,04} \right] (1 + 0,1042)^{-7} = 2.111.273,59 \\ &\left[\frac{1 - (1 + 0,1042)^{-7}}{0,1042} \right] + \frac{281.503,15}{0,1042} \left[\frac{1 - (1 + 0,1042)^{-7}}{0,1042} - 7(1 + 0,1042)^{-7} \right] + \\ &\left[\frac{2.591.084,93}{(1 + 0,0683) - 1,04} \right] (1 + 0,1042)^{-7} \end{aligned}$$

455.625X + 13.683.552,09X + 4.755.511,38 + 61.621.497,61X = 10.135.964,51 + 3.522.601,02 + 45.645.553,78

75.760.674,70X = 54.548.607,93

 $X = 0,7200121718 \approx 72\%$

38. El centro de investigación de la universidad tiene entre sus planes establecer un reconocimiento anual a los tres mejores investigadores de la universidad, dicho reconocimiento aparte de la entrega de certificados contempla una premiación monetaria anual como sigue: Bs. 5.000 al 1° premio, Bs. 3.000 al 2° premio y Bs. 2.000 al 3° premio.

Para esto, se le hará una presentación a un grupo de empresarios, de tal manera que con 1 aporte hoy y 3 aportes más, con frecuencia cuatrimestral, se puedan otorgar estos premios de manera permanente.

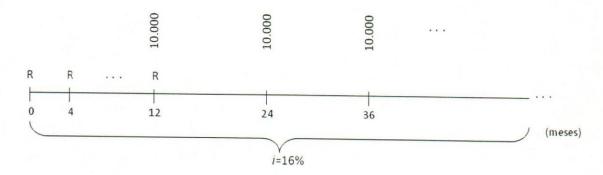
Considere que la tasa de interés vigente es del 16 % anual.

a) ¿A qué valor ascenderá cada uno de los aportes que deben hacer los empresarios?

Si las expectativas de inflación, de acuerdo con los estudios realizados por el centro de investigación, indican que el incremento anual de precios para los primeros 5 años será del 9 % y luego será del 4 % anual de por vida, calcule:

- b) ¿Cuántos aportes más deberán realizar los empresarios, del mismo valor que los 4 primeros, si la intención es que los montos de los premios se indexen por efectos de la inflación?
- c) ¿Cuál es el valor del último aporte que deben ejecutar los empresarios, si se asume que este se realizará un cuatrimestre después del último aporte entero calculado en b?

Resolución:



Conversión de tasa:

$$(1+i_3)^3 = (1+0.16)$$

$$i_3 = 0.0507175745$$

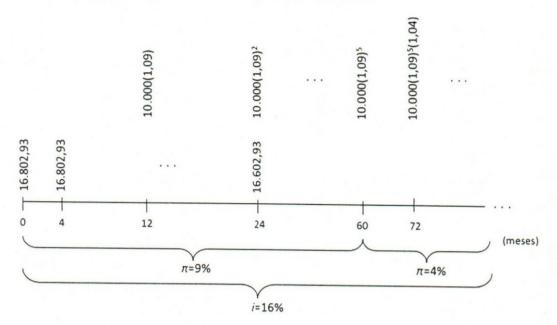
a) Valor de los aportes de los empresarios

$$R(1+0.0507)\left[\frac{1-(1+0.0507)^{-4}}{0.0507}\right] = \frac{10.000}{0.16}$$

$$3,719590514R = 62.500$$

$$R = 16.802,93$$

b) N° de aportes adicionales de los empresarios



n-4: número de aportes adicionales.

$$10.000(1,09) \left[\frac{1,09^{5}(1+0,16)^{-5}-1}{1,09-(1+0,16)} \right] + \left[\frac{10.000(1,09)^{5}(1,04)}{(1+0,16)-1,04} \right] (1+0,16)^{-5} = 16.802,93$$

$$(1+0,0507) \left[\frac{1-(1+0,0507)^{-4}}{0,0507} \right] + 16.802,93(1+0,0507) \left[\frac{1-(1+0,0507)^{-(n-4)}}{0,0507} \right] (1+0,0507)^{-4}$$

$$41.644,40 + 63.488,44 = 62.500 + 285.606,72 [1 - (1 + 0.0507)^{-(n-4)}]$$

$$42.632,84 = 285.606,72[1 - (1 + 0.0507)^{-(n-4)}]$$

$$0,1492711327 - 1 = -(1 + 0,0507)^{-(n-4)}$$
 (-1)

$$\log(0.8507288673) = -(n-4)\log(1+0.0507)$$

$$n-4=3,267655311$$

Los empresarios deberán realizar 3 aportes adicionales.

 Valor del último aporte realizado, un cuatrimestre después, de acuerdo con el resultado obtenido en b

$$16.802,93(1+0,0507)\left[\frac{1-(1+0,0507)^{-7}}{0,0507}\right] + X(1+0,0507)^{-7} = 41.644,40 + 63.488,44$$

101.894,03 + 0,7072908261X = 105.132,84

0,7072908261X = 3.238,81

X = 4.579,18

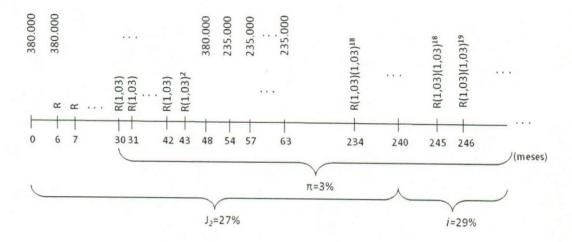
39. El empresario Hussein decide, en agradecimiento con su ciudad por los éxitos económicos alcanzados, establecer un fondo permanente para un albergue de niños abandonados, cuyo nombre es: Ángel - La Niña de las Flores, el cual está dirigido por la Lic. María Alejandra Molinaro, chica de un gran corazón. Para llevar esto adelante, Hussein convence a un grupo de empresarios, quienes depositarán Bs. 380.000 semestrales, al principio de cada semestre, durante 4 años y medio. Posteriormente, 5 nuevos empresarios se incorporarán en esta hermosa causa, aportando Bs. 235.000 trimestrales por 1 año, de forma adelantada.

La Lic. María Alejandra Molinaro depositará estos aportes en un fondo de alta renta en el Banco Reino Floral, el cual rendirá un interés del 27 % anual con capitalización semestral durante 20 años y el 29 % anual por el resto del tiempo.

Si la Lic. María Alejandra Molinaro tiene previsto que el albergue para menores, Angel - La Niña de las Flores, inicie sus operaciones exactamente dentro de 6 meses, con gastos mensuales los cuales en los primeros 2 años de operaciones permanecen constantes ya que no prevé inflación; pero se estima que a partir del 3° año de operaciones la inflación será de 3 % anual, por lo cual los gastos mensuales aumentarán anualmente. Calcule:

- a) ¿Cuánto será el gasto correspondiente al 1° y 25° mes de operaciones del albergue?
- b) Hussein recluta a 2 nuevos empresarios: Liliana Mendoza e Ignazio Spagnolo, entre los dos aportarán Bs. 500.000 trimestrales, esto por un periodo de 15 meses; los mismos se realizarán luego de finalizado los aportes considerados en la pregunta a. ¿Cuánto será ahora el 1° y el 39° gasto mensual de operaciones del alberque?

Resolución:



Conversión de tasas:

$$(1+i_{12})^{12} = \left(1+\frac{0.27}{2}\right)^2$$
 $i_{12} = 0.02132973683$

$$(1+i_4)^4 = \left(1 + \frac{0.27}{2}\right)^2 i_4 = 0.06536378763$$

$$(1+i_2)^2 = \left(1 + \frac{0.27}{2}\right)^2 \qquad i_2 = 0.135$$

$$(1+i) = \left(1 + \frac{0.27}{2}\right)^2 \qquad i = 0.288225$$

$$(1+i_{12})^{12} = (1+0.29)$$
 $i_{12} = 0.02144693403$

$$VF_1 = R(1,03)(1+0,0213) \left[\frac{(1+0,0213)^{12}-1}{0,0213} \right] = 14,21508145R$$

$$VF_2 = R(1,03)^2(1+0,0213) \left[\frac{(1+0,0213)^{12}-1}{0,0213} \right] = 14,64153389R$$

$$VF_3 = R(1,03)^3(1+0,0213) \left[\frac{(1+0,0213)^{12}-1}{0,0213} \right] = 15,08077991R$$

Cuota equivalente anual (gastos):

$$VF_1 = R(1,03)^{19}(1+0,0214) \left[\frac{(1+0,0214)^{12}-1}{0,0214} \right] = 24,21898067R$$

$$VF_2 = R(1,03)^{20}(1+0,0214) \left[\frac{(1+0,0214)^{12}-1}{0,0214} \right] = 24,94555009R$$

$$VF_3 = R(1,03)^{21}(1+0,0214) \left[\frac{(1+0,0214)^{12}-1}{0,0214} \right] = 25,69391659R$$

a) Gastos correspondientes al 1° y 25° mes

$$380.000(1+0.135) \left[\frac{1-(1+0.135)^{-9}}{0.135} \right] + 235.000(1+0.0653) \left[\frac{1-(1+0.0653)^{-4}}{0.0653} \right]$$

$$(1+0.0213)^{-54} = R(1+0.0213) \left[\frac{1-(1+0.0213)^{-24}}{0.0213} \right] (1+0.0213)^{-6} +$$

$$14.21508145R \left[\frac{1.03^{17}(1+0.2882)^{-17}-1}{1.03-(1+0.2882)} \right] (1+0.0213)^{-30} + R(1.03)^{18}(1+0.0213)$$

$$\left[\frac{1-(1+0.0213)^{-6}}{0.0213} \right] (1+0.0213)^{-234} + R(1.03)^{18}(1+0.0214) \left[\frac{1-(1+0.0214)^{-6}}{0.0214} \right]$$

$$(1+0.0213)^{-240} + \left[\frac{24.21898067R}{(1+0.29)-1.03} \right] (1+0.0214)^{-6} (1+0.0213)^{-240}$$

2.172.739,41 + 274.161,05 = 16,76608047R + 28,57431366R + 0,06946240757R + 0,06118323903R + 0,517670237R

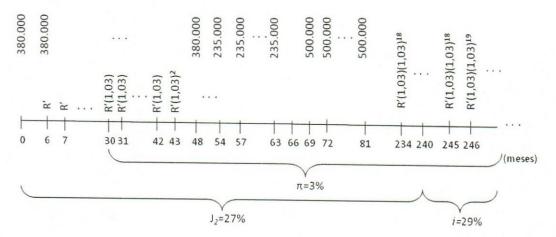
2.446.900,463 = 45,98871001R

R = 53.206,55 1° gasto mensual.

R(1,03) = 53.206,55(1,03) = 54.802,74 25° gasto mensual.

R(1,03) = 53.206,55(1,03) = 54.802,74 25° gasto mensual.

 Gastos correspondientes al 1° y 39° mes, considerando los nuevos aportes



$$2.446.900,46 + 500.000 \left[\frac{1 - (1 + 0,0653)^{-5}}{0,0653} \right] (1 + 0,135)^{-11} = 45,98871001R'$$

$$2.446.900,46 + 515.503,12 = 45,98871001R'$$

$$2.962.403,58 = 45,98871001R'$$

$$R' = 64.415,89$$
 1° gasto mensual.

$$R'(1,03)^2 = 64.415,89(1,03)^2 = 68.338,82$$
 39° gasto mensual.

40. Mohin El Rayes, un empresario libanés, tiene un conflicto entre su exitosa carrera en los negocios y su meta universitaria, concretamente teme que por llevarlas conjuntamente pueda fracasar en ambas, por lo que desea asegurar su futuro y el de su familia.

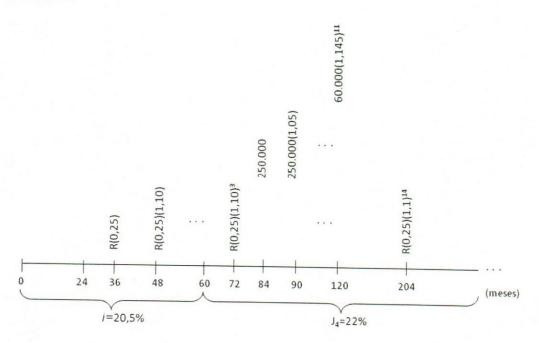
Para esto tiene pensado crear un fondo dentro de 3 años, depositando anualmente el 25 % de los ingresos provenientes de su famoso Restaurante Komakai Sushi Lounge, el cual se inaugurará dentro de 2 años, esto por el tiempo que el mismo siga en marcha, estimado en 15 años; dichos ingresos aumentarán anualmente en 10 %.

Mohin, pase lo que pase con su vida de negocios, pretende hacer uso del fondo al cumplir 2 años de matrimonio, mediante retiros semestrales adelantados, siendo el 1° de Bs. 250.000, incrementándose en 5 % cada semestre de por vida.

Él tiene pensado casarse en 5 años. Además, luego de 5 años de disfrutar su matrimonio, tendrá su primer hijo y celebrará el nacimiento de su primogénito llevando a su familia a conocer el Líbano. Tome en cuenta que hace 1 año, un viaje al Líbano para una familia de dos adultos y un niño tenía un costo de Bs 60.000. Por otra parte, el precio del boleto de dicho viaje experimenta una variación anual de 14,5 %.

¿Cuál deberá ser el monto del 1° ingreso anual de su restaurante, de tal manera que el depósito permita cubrir la renta esperada y los gastos del viaje? Considere una tasa de interés de 20,5 % anual en los primeros 5 años, contados a partir de hoy. Luego, la tasa de interés aumentará a 22 % anual, con capitalización trimestral, para el resto del periodo.

Resolución:



Conversión de tasas:

$$(1+i_2)^2 = \left(1 + \frac{0.22}{4}\right)^4$$

$$i_2 = 0.113025$$

$$(1+i) = \left(1 + \frac{0.22}{4}\right)^4$$

$$i = 0.2388246506$$

Valor del 1° ingreso anual del restaurante:

$$0.25R \left[\frac{1,10^{3}(1+0,205)^{-3}-1}{1,10-(1+0,205)} \right] + 0.25R(1,10)^{3} \left[\frac{1,10^{12}(1+0,2388)^{-12}-1}{1,10-(1+0,2388)} \right]$$

$$(1+0,205)^{-3} = \left[\frac{250.000}{(1+0,1130)-1,05} \right] (1+0,1130)(1+0,2388)^{-2}(1+0,205)^{-3} + 60.000(1,145)^{11}(1+0,2388)^{-5}(1+0,205)^{-3}$$

0,5697473145R + 1,04083751R = 1.644.187,17 + 52.119,62

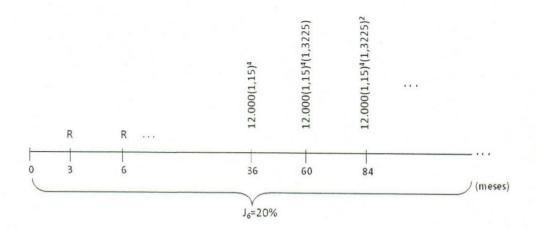
1,610584825R = 1.696.306,80

R = 1.053.224,13 1° Ingreso anual del restaurante.

41. Sergio desea viajar cada 2 años a Houston, Texas; para ello decide ahorrar de manera trimestral un monto R, ejecutándose el 1° de ellos dentro de 1 trimestre.

Hace 1 año el boleto del viaje a ese destino tenía un precio de Bs. 12.000. Ahora bien, sabiendo que los precios de los boletos se incrementarán 15 % anualmente y el 1° viaje se llevará a cabo dentro de 1 trienio, ¿cuánto deberá ahorrar Sergio de por vida, considerando que él pretende realizar estos viajes por tiempo indefinido? Tasa de interés $J_6=20\,\%$.

Resolución:



Conversión de tasas:

$$(1+i_4)^4 = \left(1+\frac{0,20}{6}\right)^6$$

$$i_4 = 0,05041438031$$

$$(1+i_{12})^{12} = \left(1+\frac{0,20}{6}\right)^6$$

$$i_{12} = 0,01653004547$$

$$\left(1+i_{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{2}} = \left(1+\frac{0,20}{6}\right)^6$$

$$i_{\frac{1}{2}} = 0,4821264897$$

$$\left(1+\pi_{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{2}} = (1+0,15)$$

$$\pi_{\frac{1}{2}} = 0,3225$$

Valor del ahorro trimestral perpetuo

$$\frac{R}{0,0504}(1+0,0504) = \left[\frac{12.000(1,15)^4}{(1+0,4821)-1,3225}\right](1+0,4821)(1+0,0165)^{-33}$$

20,83561027R = 113.445,08

R = 5.444,77 Ahorro trimestral de por vida.

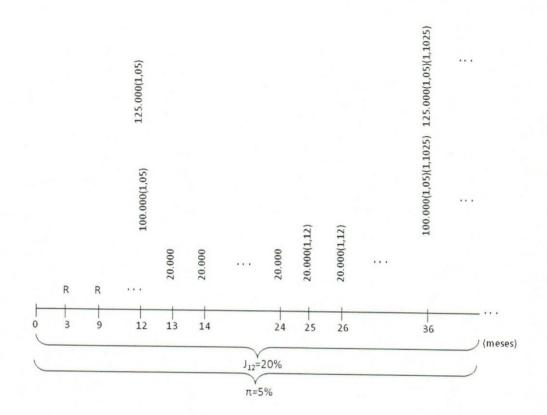
42. Charlie y sus amigos quieren realizar todos los años una actividad filantrópica denominada: "Un Día de Cine". Charlie quien lidera esta actividad, desea que se beneficie a un ancianato y un orfanato. Actualmente, los gastos operativos de cada una de dichas instituciones son Bs. 10.000 mensuales y aumentan en 12 % anualmente; además los costos de la dotación de camas y equipamiento del ancianato ascienden hoy a Bs. 100.000, los mismos se ejecutan bienalmente y de forma adelantada.

Se estima una inflación del 5 % anual, la cual afectará a todos los costos de dotación y equipamiento. Por otra parte, los costos bienales adelantados relacionados con la dotación de camas y equipamiento del orfanato, correspondientes al primer bienio que se financiará, superarán en 25 % a los costos correspondientes del ancianato. Luego, ambos costos aumentarán bienalmente en función de la inflación.

El deseo de Charlie y sus amigos es que se pueda financiar este proyecto de por vida, para lo cual él planifica este evento 2 veces al año. Él depositará los fondos recaudados en cada evento en el Banco Cinema Paradiso, percibiendo una tasa de interés $J_{12}=20\,\%$. Los 2 depósitos se realizarán al comienzo del 2° trimestre y al principio del 4° trimestre.

Charlie y sus amigos deciden que esta actividad se realice de por vida. La actividad comienza en el presente año, se pretende financiar por siempre todos los costos, tanto del ancianato como del orfanato, a partir del próximo año. ¿Cuánto deberán recaudar por evento a fin de garantizar dicho financiamiento?

Resolución:



Conversión de tasas:

$$\left(1 + \frac{\pi_1}{2}\right)^{\frac{1}{2}} = (1 + 0.05)$$

$$\pi_{\frac{1}{2}} = 0.1025$$

$$(1 + i_4)^4 = \left(1 + \frac{0.20}{12}\right)^{12}$$

$$i_4 = 0.05083796296$$

$$(1 + i) = \left(1 + \frac{0.20}{12}\right)^{12}$$

$$i = 0.2193910849$$

$$(1 + i_{12})^{12} = \left(1 + \frac{0.20}{12}\right)^{12}$$

$$i_{12} = 0.01666666667$$

$$\left(1 + \frac{i_1}{2}\right)^{\frac{1}{2}} = \left(1 + \frac{0.20}{12}\right)^{12}$$

$$i_{\frac{1}{2}} = 0.4869146179$$

$$(1 + i_2)^2 = \left(1 + \frac{0.20}{12}\right)^{12}$$

$$i_2 = 0.1042604244$$

Cuota equivalente anual (gastos operativos):

$$VF_1 = 20.000 \left[\frac{(1+0.0166)^{12} - 1}{0.0166} \right] = 263.269.30$$

$$VF_2 = 20.000(1,12) \left[\frac{(1+0.0166)^{12} - 1}{0.0166} \right] = 294.861,62$$

$$VF_3 = 20.000(1,12)^2 \left[\frac{(1+0.0166)^{12} - 1}{0.0166} \right] = 330.245,01$$

$$g = \frac{VF_3}{VF_2} = \frac{VF_2}{VF_1} = 1,12$$

Recaudación por evento:

$$\frac{R}{0,1042}(1+0,1042)(1+0,0166)^{-3} = \left[\frac{100.00(1,05)}{(1+0,4869)-1,1025}\right](1+0,4869)$$
$$(1+0,2193)^{-1} + \left[\frac{263.269,30}{(1+0,2193)-1,12}\right](1+0,2193)^{-1} + \left[\frac{125.000(1,05)}{(1+0,4869)-1,1025}\right]$$
$$(1+0,4869)(1+0,219)^{-1}$$

$$10,07897262R = 333.067,62 + 2.172.249,85 + 416.334,53$$

$$10,07897262R = 2.921.652$$

R = 289.875,97 Monto a recaudar por cada evento.

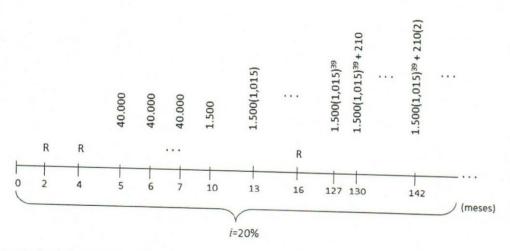
43. Un reconocido museo de arte contemporáneo, desea instalar permanentemente en una de sus salas principales, la obra más célebre del artista británico Mike Nelson, "The Coral Reef", al considerarla una obra maestra del arte moderno que debería ser apreciada por las futuras generaciones.

El museo ha decidido cubrir la totalidad de los costos asociados a la instalación, así como los costos de los posteriores mantenimientos de la exhibición, esto mediante 8 aportes bimestrales. Sabiendo de antemano que la obra de Nelson cuenta con 12 habitaciones conectadas entre sí, se estimó que cada una tendrá un costo de instalación de US\$ 10.000, asimismo solo podrán instalarse 4 habitaciones por mes, iniciándose exactamente dentro de 5 meses. Una vez culminada la instalación, la exhibición será abierta al público.

Según los cálculos realizados, los costos asociados al mantenimiento general de dicha instalación consisten en US\$ 1.500 trimestrales los cuales se incrementarán cada trimestre en un 1,5 %, durante los primeros 10 años de exhibición. De allí en adelante, dichos costos aumentarán anualmente de la siguiente manera: el 1° año US\$ 210, el 2° US\$ 420, el 3° US\$ 630 y así sucesivamente, de por vida. Si la tasa de interés para el presente análisis es 20 % anual, determine:

- a) El valor de los aportes bimestrales realizados por el museo.
- b) Ahora bien, si durante los primeros 5 años de exhibición, Nelson decide instalar una habitación adicional al final de cada año. Determine el valor del aporte adicional que deberá depositar hoy el museo, asumiendo que el costo de instalación se mantiene igual y que se incurrirá en un costo de mantenimiento adicional de US\$ 625 trimestrales, el cual se incrementará en 1 % trimestralmente.

Resolución:



Costo de instalación de 4 habitaciones por mes: US\$ 10.000 (4) = US\$ 40.0000

Conversión de tasas:

$$(1+i_6)^6 = (1+0.20)$$
 $i_6 = 0.03085332089$ $(1+i_{12})^{12} = (1+0.20)$ $i_{12} = 0.0153094705$ $(1+i_4)^4 = (1+0.20)$ $i_4 = 0.04663513939$

Cuota equivalente anual:

$$VF_1 = [1.500(1,015)^{39} + 210] \left[\frac{(1+0,0466)^4 - 1}{0,0466} \right] = 12.397,58$$

$$VF_2 = [1.500(1,015)^{39} + 210(2)] \left[\frac{(1+0,0466)^4 - 1}{0,0466} \right] = 13.298,19$$

$$VF_3 = [1.500(1,015)^{39} + 210(3)] \left[\frac{(1+0,0466)^4 - 1}{0,0466} \right] = 14.198,80$$

$$L = VF_3 - VF_2 = VF_2 - VF_1 = 900,61$$

a) Valor de los aportes bimestrales

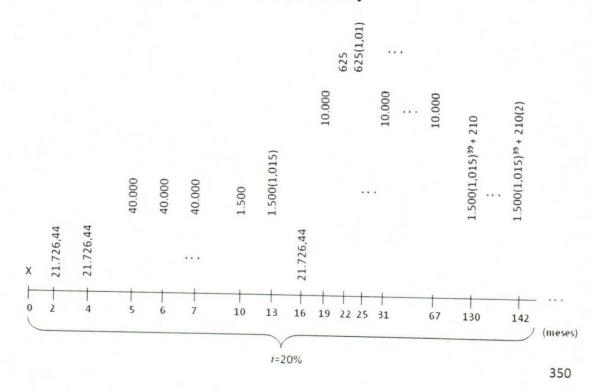
$$R\left[\frac{1 - (1 + 0.0308)^{-8}}{0.0308}\right] = 40.000(1 + 0.0153) \left[\frac{1 - (1 + 0.0153)^{-3}}{0.0153}\right] (1 + 0.0153)^{-5} + 1.500 \left[\frac{1.015^{40}(1 + 0.0466)^{-40} - 1}{1.015 - (1 + 0.0466)}\right] (1 + 0.0153)^{-7} + \left[\frac{\left(12.397.58 + \frac{900.61}{0.20}\right)}{0.20}\right] (1 + 0.0153)^{-127}$$

$$6,994492102R = 109.552,94 + 30.141,70 + 12.270,76$$

 $6,994492102R = 151.965,40$

$$R = 21.726.44$$

b) Valor del aporte adicional a depositar hoy



$$X = \left[\frac{625}{(1+0,0466) - 1,01} \right] (1+0,0153)^{-19} + 10.000 \left[\frac{1 - (1+0,20)^{-5}}{0,20} \right] (1+0,0153)^{-7}$$

X = 12.782,38 + 26.888,78 = 39.671,16

CAPÍTULO VI

COSTOS CAPITALIZADOS

En los análisis financieros en los que estén involucrados la adquisición de una máquina o equipo hoy y luego su reemplazamiento al final de cada ciclo de vida útil permanentemente, se hace necesario calcular el capital necesario (a valor de hoy) tal que permita garantizar la operatividad del activo fijo en la empresa. De esto parte el concepto del costo capitalizado (caso especial de rentas perpetuas), en el cual la periodicidad de la renta la determina la duración del activo fijo, por tanto la tasa de interés debe estar expresada en función de la vida útil. Es importante aclarar que la modalidad de dicha renta es adelantada, ya que hoy se adquiere la máquina por primera vez y luego se sustituye de por vida (Jaguán, 2009).

Definición

El costo capitalizado de un activo es la suma de su inversión hoy (la 1° vez que se adquiere) más el valor presente de la renta perpetua necesaria para garantizar las renovaciones futuras. La vida útil del activo fijo se mide en períodos de capitalización de las inversiones, cada vez que sea necesario sustituirlo por otro. Por tanto, el costo capitalizado es un caso especial de rentas perpetuas, en el cual la periodicidad está en función de la vida útil del activo fijo que se deba reemplazar. El objetivo es determinar la inversión inicial necesaria para adquirir el activo fijo, mantenerlo y además reponerlo al final de cada período de vida útil, de forma perpetua.

El costo capitalizado se utiliza principalmente para analizar alternativas de inversión, asumiendo que cada ciclo de vida útil de la maquinaria, equipo o activo

fijo en general, se repite de manera perpetua. Se centra específicamente en el análisis de las inversiones y los costos asociados a valor de hoy, considerando que el proyecto durará de por vida. Sin embargo, bajo este procedimiento no se consideran los ingresos esperados de las inversiones en un determinado proyecto.

Es importante destacar que a diferencia del costo capitalizado, en la metodología del valor actual neto (VAN), se analizan alternativas de inversión para un periodo de tiempo determinado, el cual puede ser uno o varios ciclos de vida útil (García, 2000). Además, en el análisis se incluye el flujo actualizado de los ingresos esperados, como ya se señaló esto no es así para el caso del análisis mediante el uso del costo capitalizado.

El resultado obtenido bajo la metodología del costo capitalizado, para aquella alternativa de inversión que haya resultado más económica, significa el monto que habría que depositar hoy en un fondo financiero, a una determinada tasa de interés, para así garantizar la compra del activo fijo hoy, su reemplazo de por vida en cada ciclo de vida útil, así como la ejecución de todos los costos de mantenimiento asociados y demás gastos, todos estos conceptos de forma perpetua.

A pesar de lo mencionado en el párrafo anterior, debe considerarse el hecho que aún cuando una alternativa resulte más económica que otra, es posible que esta no deba ser seleccionada por parte del inversionista, esto de acuerdo con otros criterios financieros más restrictivos de la empresa, tales como: la tasa interna de retorno (TIR) y la rentabilidad mínima esperada, la cual dependerá del costo de oportunidad. Esto último constituye una limitación de la metodología del costo capitalizado.

Son muchos los casos en los cuales se puede aplicar esta metodología, como ejemplos se mencionan los siguientes: puentes, sistemas de alumbrado público, acueductos, servicios de aseo urbano, vialidad, represas, túneles, muelles, servicios aeronáuticos, procesos de manufacturación, sistemas de transporte público, operaciones de los hornos de los restaurantes, líneas de producción de una empresa en general, etc. Es decir, tiene aplicación tanto en el sector empresarial como en la gestión pública, sea esta nacional, regional o local. Todos estos casos

tienen en común la necesidad de acumular un capital en cada ciclo de vida útil, con el objeto de sustituir en forma indefinida el activo fijo.

En todos los problemas resueltos del presente capítulo, a los costos capitalizados se les adiciona el valor presente perpetuo de todos los otros costos asociados, dependiendo del análisis de inversión en cuestión, tales como: costos de mantenimiento, costos operativos, costos de instalación, puesta en marcha, entrenamiento del personal, etc. Ya que no solo basta con comprar el activo hoy y reemplazarlo de por vida, también se debe garantizar su operatividad y mantenimiento de forma perpetua. Esto último constituye un aporte del autor comparado con otras bibliografías, en las cuales solo se limitan al análisis de los costos de reemplazamiento.

En la gran mayoría de los ejercicios, se consideran incrementos de los costos asociados mencionados, esto con el fin de que el estudiante entienda el correcto uso de las fórmulas en aquellos casos en los cuales se tomen en cuenta los impactos financieros de la inflación en la estructura de costos de una inversión o proyecto. Pero más interesante aún, es el hecho de que en muchas situaciones reales la periodicidad de la renta no coincide con la frecuencia de las variaciones en dicha renta. En estos casos es necesario basarse en un artilugio matemático, el cual consiste en el cálculo de una renta equivalente que se corresponda con la periodicidad del gradiente, de tal manera que se pueda resolver la situación planteada.

Para ilustrar lo anterior, si la renta es mensual pero los gradientes son anuales, se deberá calcular la renta anual equivalente a las rentas mensuales, ya que para aplicar la fórmula de rentas variables, es preciso que tanto la renta como el gradiente presenten la misma periodicidad, de lo contrario sería imposible su aplicación. Es preciso acotar, que sería un grave error ajustar los gradientes anuales a la periodicidad mensual de la renta, ya que no es verdad que las cuotas aumenten con frecuencia mensual.

En muchos de los ejercicios, además de mostrar de forma exhaustiva la resolución correspondiente, también se realiza el análisis económico – financiero

pertinente, ya que tan importante es la resolución de los problemas como la adecuada interpretación a la luz de los resultados obtenidos.

Por último, si bien es cierto que la orientación del problemario es hacia la formación de los estudiantes de la facultad de ciencias económicas y sociales, este capítulo en particular pudiese ser de interés para los estudiantes de la facultad de ingeniería, por el enfoque que se realiza bajo el contexto del análisis económico de alternativas de inversión y su gran vinculación con la *ingeniería económica*.

Nomenclatura y terminología:

C: Costo capitalizado de la maquinaria, equipo u otro activo fijo.

F: Costo inicial del activo fijo (cuando este se adquiere por 1° vez).

W: Costo de reposición o sustitución del activo fijo.

VA: Valor actual de la renta perpetua.

K: Vida útil del activo fijo.

Deducción de Fórmulas:

Al final de cada período, correspondiente al ciclo de vida útil (K), se debe acumular un monto W, por lo tanto la renta (R) que se requiere debe calcularse así:

$$W = RS_{kC}$$

$$W = R \left[\frac{(1+i)^k - 1}{i} \right] \rightarrow R = W \left[\frac{i}{(1+i)^k - 1} \right]$$

De esta forma, se logrará acumular, al final del período K, el monto W requerido con el fin de renovar la máquina o equipo. Pero ya que hay que renovarlo permanentemente en cada ciclo de vida útil (K), el siguiente paso consiste en calcular el valor actual (VA) correspondiente a la renta perpetua (R), como sigue a continuación (Jaguán, 2009):

Sabiendo que:

$$R = W\left[\frac{i}{(1+i)^k - 1}\right]$$

Entonces se puede deducir lo siguiente:

$$VA = \frac{R}{i} \rightarrow VA = \frac{W}{i} \left[\frac{i}{(1+i)^k - 1} \right]$$

Obteniéndose la fórmula del Costo Capitalizado, cuando $W \neq F$:

$$C = F + VA \quad \rightarrow \quad C = F + \frac{W}{i} \left[\frac{i}{(1+i)^k - 1} \right] \quad \rightarrow \quad C = F + \frac{W}{i} S_{k \mathcal{G}^{-1}}$$

Ahora bien, si el costo inicial del activo (F) es igual al costo de reposición (W), es decir: W = F, se deduce que el valor de rescate o salvamento es igual a cero (0). Entonces en este caso, la fórmula del Costo Capitalizado es como sigue:

$$C = F + \frac{F}{i} \left[\frac{i}{(1+i)^k - 1} \right] \rightarrow C = \frac{F}{i} A_{k \mathcal{G}}^{-1}$$

$$C = \frac{F}{i} \left[\frac{i}{1 - (1+i)^{-k}} \right]$$

Con lo cual, podrían utilizarse indistintamente cualquiera de las dos fórmulas anteriores, obteniéndose así el mismo resultado.

Reemplazo del Activo Fijo con Inflación

En aquellos casos en los que cada vez que se deba reemplazar el activo fijo al final de su vida útil (K), el precio del mismo se incremente por efectos de la inflación, se debe calcular el costo de reposición al menos para 3 periodos consecutivos y así determinar el gradiente de aumento (g). Luego, a diferencia del costo capitalizado para reposiciones constantes, se procede a calcular el valor presente perpetuo en progresión geométrica para el costo de las reposiciones del activo fijo (W) y luego

se le adiciona al costo inicial del activo (F); el lector podrá analizar esto con más detalles en los ejercicios 1, 7, 8,17 y 21 del presente capítulo.

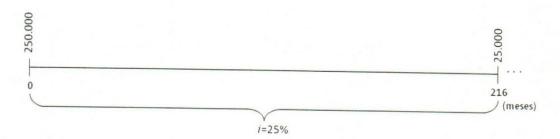
Si se presentase un caso especial en el que los costos de los reemplazamientos del activo fijo aumentasen en progresión aritmética, al final de cada ciclo de vida útil (K), se procederá a determinar el gradiente (L) y luego se calculará el valor presente perpetuo en progresión aritmética, del costo del reemplazo del activo fijo (W), para finalmente sumárselo al costo inicial del activo (F).

Ambos aspectos mencionados constituyen otro importante aporte del autor, ya que la incorporación de la inflación y su impacto en la estructura de costos de los reemplazos, los costos operativos y de mantenimiento en las distintas alternativas de inversión, permitirán su indexación al paso del tiempo, haciendo más realista el análisis, por consiguiente de mayor utilidad académica y práctica, más aún si se considera la actual realidad económica de Venezuela.

Problemas Resueltos

- Una máquina especializada en la fabricación de válvulas y acoples para el sector petrolero, tiene un costo actual de Bs. 250.000, posee una vida útil 18 años y un valor de salvamento de 10 % de su costo inicial. Si al final de su vida útil se reemplaza con el mismo valor del costo actual,
 - a) Calcule el costo capitalizado suponiendo que el análisis se hace considerando una tasa de oportunidad del 25% anual.
 - b) Calcule el costo capitalizado suponiendo una tasa de inflación del 10,5% anual, la cual afecta la reposición de la máquina.

Resolución:



Conversión de tasas:

$$(1+i_{\frac{1}{18}})^{\frac{1}{18}}=(1+0.25)$$

$$i_{\frac{1}{18}} = 54,51115123$$

$$\left(1+\pi_{\frac{1}{18}}\right)^{\frac{1}{18}}=(1+0,105)$$

$$\pi_{\frac{1}{18}} = 5,032828846$$

a) Costo capitalizado

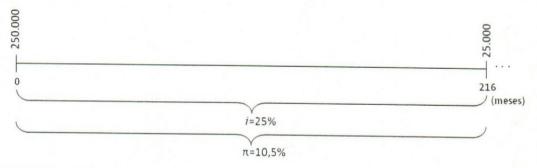
Costo de reemplazo:

$$W = 250.000 - 250.000(0,10) = 225.000$$

Costo capitalizado:

$$C = 250.000 + \frac{225.000}{0.25} \left[\frac{0.25}{(1+0.25)^{18} - 1} \right] = 250.000 + 4.127,60 = 254.127,60$$

b) Costo Capitalizado considerando la inflación



Costo de reemplazo:

$$W_1 = 250.000(1 + 5,0328) - 250.000(0,10) = 1.483.207,21$$

$$W_2 = 250.000(1 + 5,0328)^2 - 250.000(1 + 5,0328)(0,10) = 8.947.935,25$$

$$W_3 = 250.000(1 + 5,0328)^3 - 250.000(1 + 5,0328)^2(0,10) = 53.981.361,89$$

$$g = \frac{W_3}{W_2} = \frac{W_2}{W_1} = 6,0328$$

Costo capitalizado:

$$C = 250.000 + \frac{1.483.207,212}{(1 + 54,5111) - 6,0328} = 250.000 + 29.976,91 = 279.976,91$$

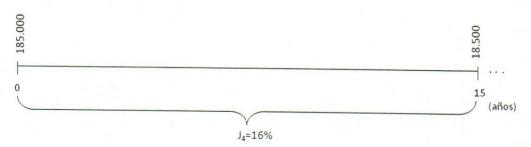
2. Ernesto está analizando la compra de una nueva máquina, la cual puede mantenerse operativa durante 25 años con un valor residual de 20%. Él establece como condición que esta máquina sea equivalente en términos de costo capitalizado, a la máquina que el usa actualmente en su planta, la cual costó Bs. 185.000, con un valor residual de 10% y una vida útil de 15 años.

Él lo contrata a usted para que estime el máximo precio que debería pagar por la compra de la nueva máquina, de tal manera que se cumpla con lo establecido.

Realice el análisis sobre la base de una tasa de interés del 16% anual con capitalización trimestral.

Resolución:

Máquina actual:



Máquina nueva:

Conversión de tasa:

$$(1+i) = \left(1 + \frac{0,16}{4}\right)^4 \qquad i = 0,16985856$$

Costo de reemplazo (máquina actual):

$$W = 185.000 - 185.000(0,10) = 166.500$$

Precio máximo que estaría dispuesto a pagar:

$$185.000 + \frac{166.500}{0,1698} \left[\frac{0,1698}{(1+0,1698)^{15}-1} \right] = F + \left[\frac{F - (0,20)F}{0,1698} \right] \left[\frac{0,1698}{(1+0,1698)^{25}-1} \right]$$

$$185.000 + 17.490,18 = F + 0,01616000075F$$

$$202.490,18 = 1,016160001F$$

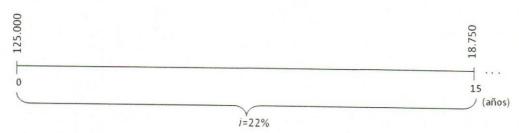
F = 199.269,98 Máximo precio debería pagar por la nueva máquina.

- Tomando en cuenta el costo capitalizado, evalúe cuál de los 2 siguientes equipos industriales, igualmente eficientes para la fabricación de tornillos, es mas económico para la empresa metalmecánica EquiOil:
 - Equipo A: costo inicial Bs. 125.000, vida útil 15 años y valor residual de 15% de su costo inicial.
 - Equipo B: costo inicial Bs. 157.500, vida útil 24 años y valor de rescate de 12% del costo inicial.

Considere una tasa de interés del 22% anual.

Resolución:

Equipo A:



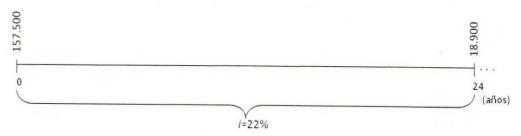
Costo de reemplazo:

$$W = 125.000 - 125.000(0,15) = 106.250$$

Costo capitalizado:

$$C = 125.000 + \frac{106.250}{0.22} \left[\frac{0.22}{(1+0.22)^{15} - 1} \right] = 125.000 + 5.669 = 130.669$$

Equipo B:



Costo de reemplazo:

$$W = 157.500 - 157.500(0,12) = 138.600$$

Costo capitalizado:

$$C = 157.500 + \frac{138.600}{0,22} \left[\frac{0,22}{(1+0,22)^{24} - 1} \right] = 157.500 + 1.182,54 = 158.682,54$$

Tomando en cuenta el costo capitalizado, analizándolo con una tasa de interés del 22% anual, el equipo A resulta ser la opción más económica para la empresa.

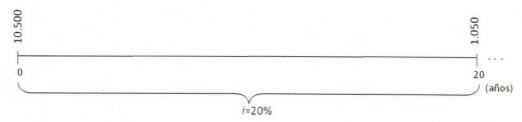
- 4. La fundación Home Sweet Home requiere analizar la mejor opción de limpieza de por vida para el albergue que administra, para ello su gerente María Auxiliadora, luego de visitar varias tiendas especializadas en el tema, le ofrece 2 alternativas:
 - a) La primera consiste en la famosa pulidora multiuso: "0 Polvo", con una inversión inicial de Bs. 10.500, vida útil 20 años, no posee valor residual, pero el propietario de la tienda le promete que cada vez que desee reponerla le ofrecerá un 10% de descuento.
 - b) La otra alternativa se la ofrece la empresa: "Dust in The Wind", la misma consiste en una pulidora ecológica portátil, la cual solo dura 5 años, con una baja inversión de Bs. 3.500, además la empresa

reconocerá el 15% del valor inicial en caso que se desee cambiarla por otra idéntica.

La gerente tomará la decisión con base al criterio del costo capitalizado, tomando un costo de oportunidad del 20% anual. ¿Cuál de las 2 máquinas elegirá? Explique el significado económico del valor obtenido en aquella alternativa seleccionada.

Resolución:

Alternativa A:



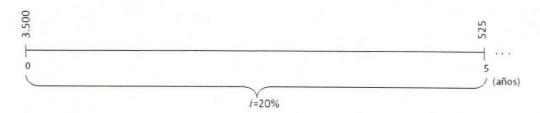
Costo de reemplazo:

$$W = 10.500 - 10.500(0,10) = 9.450$$

Costo capitalizado:

$$C = 10.500 + \frac{9.450}{0.20} \left[\frac{0.20}{(1+0.20)^{20} - 1} \right] = 10.500 + 253,10 = 10.753,10$$

Alternativa B:



Costo de reemplazo:

$$W = 3.500 - 3.500(0.15) = 2.975$$

Costo capitalizado:

$$C = 3.500 + \frac{2.975}{0.20} \left[\frac{0.20}{(1 + 0.20)^5 - 1} \right] = 3.500 + 1.998,90 = 5.498,90$$

María Auxiliadora deberá elegir la pulidora ecológica portátil, ya que su costo capitalizado es más económico que el correspondiente a la pulidora multiuso. Esto significa que si hoy se deposita en un fondo Bs. 5.498,90, a una tasa de interés anual del 20%, se garantizará la renovación de por vida de la pulidora, en cada ciclo de vida útil.

- 5. Maritza Gutiérrez luego de mucho esfuerzo se ha comprado una casa, además se ha impuesto cambiar de muebles cada cierto tiempo, a fin de garantizar la renovación de su vivienda permanentemente al paso de las generaciones futuras. Para ello le solicita 3 propuestas a su sobrino, quien es dueño de la famosa cadena de almacenes: Tony's Furniture.
 - a) La 1° propuesta consiste en un mueble modular y una poltrona, ambos de cuero, todo por una inversión de Bs. 35.000; según estimaciones de la tienda le durará en óptimas condiciones 20 años, reconociéndole el 25% de su valor cuando deba cambiarlo por otro juego de muebles similares.
 - b) La 2° propuesta está conformada por muebles de calidad inferior a la opción anterior, hechos de tela, por lo cual solo debe invertir Bs. 25.000, pero solo le durarán 12 años en buen estado, al cambiarlos le ofrecerá un descuento del 10%.
 - c) Por último, le presenta la opción de repararle y tapizarle sus muebles actuales hoy y luego cada 5 años. Esto a un costo de Bs. 7.500, dejándolos como nuevos.

Dado que Maritza es su tía favorita, y que la situación del país ha mejorado notablemente, Tony ha decidido conservar los montos de por vida, en cada una de estas propuestas

Evalúe la decisión que deberá tomar Maritza, bajo el criterio del costo capitalizado, tomando en consideración una tasa de interés $J_3=14,75\%$.

Resolución:

Conversión de tasas:

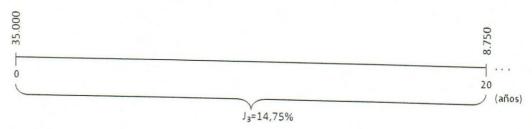
$$(1+i) = \left(1 + \frac{0,1475}{3}\right)^3$$

i = 0,1548709369

$$\left(1+i_{\frac{1}{5}}\right)^{\frac{1}{5}} = \left(1+\frac{0,1475}{3}\right)^3$$

 $i_{\frac{1}{5}} = 1,054316058$

Alternativa A:



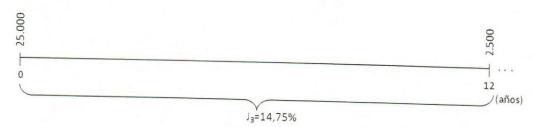
Costo de reemplazo:

$$W = 35.000 - 35.000(0,25) = 26.250$$

Costo capitalizado:

$$C = 35.000 + \frac{26.250}{0,1548} \left[\frac{0,1548}{(1+0,1548)^{20} - 1} \right] = 35.000 + 1.561,55 = 36.561,55$$

Alternativa B:



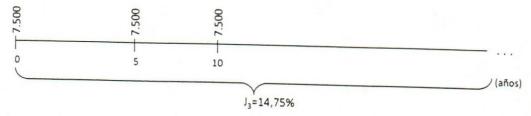
Costo de reemplazo:

$$W = 25.000 - 25.000(0,10) = 22.500$$

Costo capitalizado:

$$C = 25.000 + \frac{22.500}{0,1548} \left[\frac{0,1548}{(1+0,1548)^{12} - 1} \right] = 25.000 + 4.861,07 = 29.861,07$$

Alternativa C:



Costo total:

$$VA = \frac{7.500}{1,0543}(1+1,0543) = 14.613,62$$

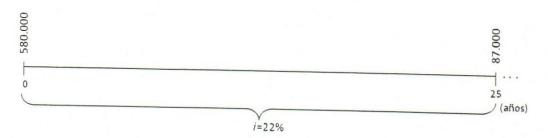
Maritza Gutiérrez deberá elegir la opción de reparar y tapizar los muebles cada 5 años, ya que su costo capitalizado es más económico en referencia a las otras dos propuestas ofrecidas, debido a que al depositar hoy en un fondo Bs.14.613,62, a una tasa de interés anual con capitalización cuatrimestral de 14,75%, se garantizará la renovación por siempre, en cada ciclo de vida útil de sus muebles.

- 6. La empresa Dynamo usa actualmente, para el procesamiento y elaboración de su producto final en el sector agroalimentario, un equipo cuya inversión inicial es Bs. 580.000, el cual posee una vida útil de 25 años y un valor de rescate del 15%. Sin embargo, su proveedor habitual le presenta otra alternativa que según ellos es más económica que la máquina actual. Esta segunda opción representa una inversión inicial de Bs. 650.000, vida útil de 30 años y un valor de rescate del 10%.
 - a) Si el propietario de Dynamo evalúa ambas propuestas con un costo de oportunidad del 22% anual, ¿cuál de las 2 representa un costo capitalizado más económico?
 - b) Si el deseo del propietario es que el costo capitalizado de la segunda máquina sea idéntica a la primera, ¿cuál es el máximo precio que él debería estar dispuesto a pagar por la segunda máquina?

Resolución:

a) Costo capitalizado más económico

Alternativa A:



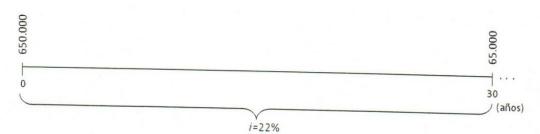
Costo de reposición:

$$W = 580.000 - 580.000(0,15) = 493.000$$

Costo capitalizado:

$$C = 580.000 + \frac{493.000}{0.22} \left[\frac{0.22}{(1+0.22)^{25} - 1} \right] = 580.000 + 3.442.49 = 583.442.49$$

Alternativa B:



Costo de reposición:

$$W = 650.000 - 65.000(0,10) = 585.000$$

Costo capitalizado:

$$C = 650.000 + \frac{585.000}{0.22} \left[\frac{0.22}{(1+0.22)^{30} - 1} \right] = 650.000 + 1.504,7926 = 651.504,79$$

Después de realizar la correspondiente evaluación de costo capitalizado de cada una de las máquinas, al propietario le convendría seguir utilizando la máquina que actualmente posee la empresa, ya que con un aporte de único hoy de Bs. 583.442,49 (considerando un costo de oportunidad de 22% anual) podrá garantizar de manera perpetua la compra y futuras renovaciones que necesitará dicha

maquinaria. Es importante señalar que el aporte mencionado es inferior en Bs. 68.062,30 en comparación con el costo que contraería el empresario por el mismo concepto, si decide implementar la máquina propuesta por su proveedor en el proceso productivo de su empresa Dynamo.

b) Precio máximo que estaría dispuesto a pagar

$$583.442,49 = F + \frac{F - (0,10)F}{0,22} \left[\frac{0,22}{(1+0,22)^{30} - 1} \right]$$

583.442,49 = 1,002315066F

F = 582.094.91

El precio máximo que el propietario debería estar dispuesto a pagar por la segunda máquina sería de Bs. 582.094,90; esto a fin de garantizar que el costo capitalizado que esta representa sea igual al correspondiente a la primera máquina.

- 7. Una alcaldía está evaluando el mantenimiento del teatro Blue Mozart, el más emblemático de la ciudad, básicamente se requiere el mantenimiento y la sustitución de todos los equipos de sonidos, así como la sustitución del piso de la tarima.
 - La empresa Ruido Blanco le ofrece la venta de equipos de sonido por un monto de Bs. 350.000, los cuales tendrán una vida útil, considerando la obsolescencia, de 15 años. En las primeras 2 reposiciones se considerará un reajuste por efectos de inflación del 15%, considerando un valor residual de los equipos del 20%. Luego, el precio se mantendrá de forma indefinida, pero sin ningún valor de salvamento.

El cambio del piso de la tarima lo realizará por Bs. 125.000 y deberá sustituirse cada 20 años. Promete mantener el precio de por vida.

Sin embargo, cobrará gastos mensuales de mantenimiento por Bs. 3.500 durante el 1° año, para luego aumentarlos anualmente en 5% de por vida.

 La empresa Sueño Stereo le ofrece la venta de los equipos de sonido por un monto de Bs. 275.000, los cuales tendrán una vida útil de 10 años. En las primeras 5 reposiciones se considerará un reajuste por efectos de inflación del 20% cada década, considerando un valor residual de los equipos del 15%. Luego el precio se mantendrá de forma indefinida, con un valor residual de 5%.

El cambio del piso de la tarima lo realizará por Bs. 150.000 y deberá sustituirlo cada 30 años. Promete mantener el precio de por vida.

Además, cobrará gastos mensuales operativos y de mantenimiento por Bs. 2.900 durante el 1° año, para luego aumentarlos anualmente en 7,5% de por vida.

Asumiendo que el mantenimiento es de por vida, estime cuál es la alternativa más económica, considerando una tasa de interés del 14,5% anual con capitalización cuatrimestral.

Resolución:

Conversión de tasas:

$$(1+i) = \left(1 + \frac{0,145}{3}\right)^{3}$$

$$i = 0,1521212454$$

$$(1+i_{12})^{12} = \left(1 + \frac{0,145}{3}\right)^{3}$$

$$i_{12} = 0,01187029977$$

$$(1+i_{\frac{1}{10}})^{\frac{1}{10}} = \left(1 + \frac{0,145}{3}\right)^{3}$$

$$i_{\frac{1}{10}} = 3,120802989$$

$$(1+i_{\frac{1}{15}})^{\frac{1}{15}} = \left(1 + \frac{0,145}{3}\right)^{3}$$

$$i_{\frac{1}{15}} = 7,365131602$$

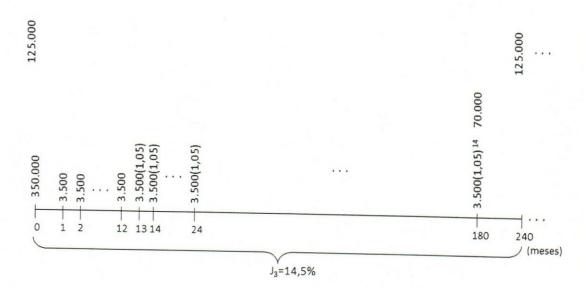
$$(1+i_{\frac{1}{20}})^{\frac{1}{20}} = \left(1 + \frac{0,145}{3}\right)^{3}$$

$$i_{\frac{1}{15}} = 15,98101727$$

$$\left(1 + i_{\frac{1}{30}}\right)^{\frac{1}{30}} = \left(1 + \frac{0,145}{3}\right)^3$$

$$i_{\frac{1}{30}} = 68,97542672$$

Alternativa A:



Cuota equivalente anual (mantenimientos mensuales):

$$VF_1 = 3.500 \left[\frac{(1+0.0118)^{12} - 1}{0.0118} \right] = 44.853,49$$

$$VF_2 = 3.500(1.05) \left[\frac{(1+0.0118)^{12} - 1}{0.0118} \right] = 47.096,16$$

$$VF_3 = 3.500(1.05)^2 \left[\frac{(1+0.0118)^{12} - 1}{0.0118} \right] = 49.450,97$$

$$g = \frac{VF_3}{VF_2} = \frac{VF_2}{VF_1} = 1.05$$

Costo de reemplazo:

$$W_1 = 350.000(1,15) - 350.000(0,20) = 332.500$$

$$W_2 = 350.000(1,15)^2 - 350.000(1,15)(0,20) = 382.375$$

$$g = \frac{W_2}{W_1} = 1,15$$

Costo de reemplazo a partir de la 3° reposición:

$$W_3 = 350.000(1,15)^2 = 462.875$$

Costo capitalizado:

Sonido:

$$C = 350.000 + 332.500 \left[\frac{1,15^2(1+7,3651)^{-2}-1}{1,15-(1+7,3651)} \right] + \frac{350.000(1,15)^2}{0,1521} \left[\frac{0,1521}{(1+0,1521)^{15}-1} \right]$$
$$(1+0,1521)^{-30}$$

$$C = 350.000 + 45.212,75 + 898,13 = 396.110,87$$

Piso:

$$C = 125.000 + \frac{125.000}{0,1521} \left[\frac{0,1521}{(1+0,1521)^{20} - 1} \right] = 125.000 + 7.821,78 = 132.821,78$$

Valor presente perpetuo de los costos asociados:

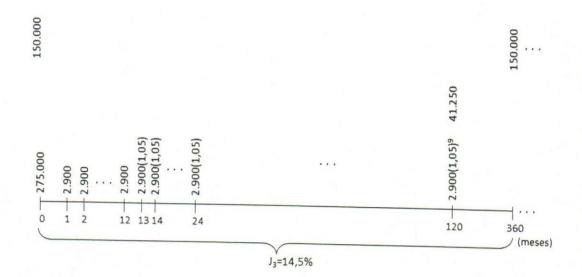
$$VA = \frac{44.853,49}{(1+0,1521) - 1,05} = 439.218$$

Costo total:

$$CT = 396.110,87 + 439.218 + 132.821,78 = 968.150,65$$

Se necesitarán Bs. 968.150,65, valor que representa un aporte único realizado hoy en un fondo financiero que remunere una tasa de interés: J_3 =14,5%, el cual garantizará la compra y reposición del equipo de sonido cada 15 años, más los gastos de mantenimiento y el cambio del piso de manera perpetua cada 20 años.

Alternativa B:



Cuota equivalente anual (mantenimientos mensuales):

$$VF_1 = 2.900 \left[\frac{(1+0.0118)^{12} - 1}{0.0118} \right] = 37.164,32$$

$$VF_2 = 2.900(1.075) \left[\frac{(1+0.0118)^{12} - 1}{0.0118} \right] = 39.951,64$$

$$VF_3 = 2.900(1.075)^2 \left[\frac{(1+0.0118)^{12} - 1}{0.0118} \right] = 42.948,02$$

$$\frac{VF_3}{VF_2} = \frac{VF_2}{VF_1} = 1.075$$

Costo de reemplazo:

$$\begin{split} W_1 &= 275.000(1,20) - 275.000(0,15) = 288.750 \\ W_2 &= 275.000(1,20)^2 - 275.000(1,20)(0,15) = 346.500 \\ W_3 &= 275.000(1,20)^3 - 275.000(1,20)^2(0,15) = 415.800 \\ g &= \frac{W_3}{W_2} = \frac{W_2}{W_1} = 1,20 \end{split}$$

Costo de reemplazo a partir de la 6° reposición:

$$W_6 = 275.000(1,20)^5 - 275.000(1,20)^5(0,15) = 650.073,60$$

Costo capitalizado:

Sonido:

$$C = 275.000 + 288.750 \left[\frac{1,20^{5}(1+3,1208)^{-5} - 1}{1,20 - (1+3,1208)} \right] + \frac{650.073,60}{3,1208} (1+3,1208)^{-5}$$

$$C = 275.000 + 98.652,78 + 175,30 = 373.828,08$$

Piso:

$$C = 150.000 + \frac{150.000}{0,1521} \left[\frac{0,1521}{(1+0,1521)^{20} - 1} \right] = 150.000 + 2.174,69 = 152.174,69$$

Valor presente perpetuo de los costos asociados:

$$VA = \frac{37.164,32}{(1+0,1521) - 1,075} = 481.894,70$$

Costo total:

$$CT = 373.828,08 + 152.174,69 + 481.894,70 = 1.007.897,47$$

Se necesitarán Bs. 1.007.897,467, valor que representa un aporte único realizado hoy en un fondo financiero que reditúe una tasa de interés: $J_3 = 14,5\%$, el cual garantizará la compra y reposición del equipo de sonido cada 10 años, más los gastos de mantenimiento y el cambio del piso de manera perpetua cada 30 años.

Comparando las alternativas, la más económica para realizar el mantenimiento del teatro de la ciudad, de manera perpetua, es la primera. Esto con un costo capitalizado de Bs. 968.150,65; considerando una tasa de interés del 14,5% anual con capitalización cuatrimestral.

8. Félix ha sido designado presidente de la junta de condominio del edificio donde reside, su primera gestión consiste en realizar el análisis económico correspondiente al aseo de por vida del Conjunto Residencial "Granada Azul", a tal fin él evalúa las 2 siguientes propuestas: • La primera consiste en utilizar una máquina pulidora eléctrica que tiene una vida útil de 5 años y un costo inicial de Bs. 12.500. Además, durante el 1° ciclo de vida útil el costo de mantenimiento presenta la siguiente estructura: Bs. 6.500 el primer semestre, incrementándose en un 3% semestralmente durante los primeros 3 años, posteriormente tendrá un costo de Bs. 500 bimestrales hasta el final de su vida útil. Además, se requieren 2 empleados para operar dicha máquina, los cuales devengarán un sueldo mensual de Bs. 3.500 durante el 1° año, incrementándose en un 15% cada año. La máquina tendrá un valor de rescate del 45%.

Los costos asociados con la compra de la máquina y su respectivo mantenimiento aumentarán en 20% en cada ciclo de vida útil. El sueldo de los 2 operadores se incrementará, de acuerdo con lo señalado, de forma perpetua.

La segunda alternativa consiste en contratar a 3 empleados para el aseo manual del edificio, percibiendo cada uno de ellos un sueldo mensual de Bs. 3.500 el 1° año, aumentando 15% anualmente; además los gastos en implementos de aseo se estiman en Bs.10.000 anuales, al principio de cada año, incrementándose en 12% anualmente. Tanto el sueldo del operador como los gastos en implementos de aseo serán perpetuos.

¿Cuál de las dos alternativas es la más económica? Tasa de oportunidad: 25% anual con capitalización mensual. Explique económicamente.

Resolución:

Conversión de tasas:

$$(1+i_{12})^{12} = \left(1 + \frac{0.25}{12}\right)^{12}$$

$$i_{12} = 0.020833333333$$

$$(1+i) = \left(1 + \frac{0.25}{12}\right)^{12}$$

$$i = 0.2807315607$$

$$(1+i_2)^2 = \left(1 + \frac{0.25}{12}\right)^{12}$$

$$i_{2} = 0.1316941109$$

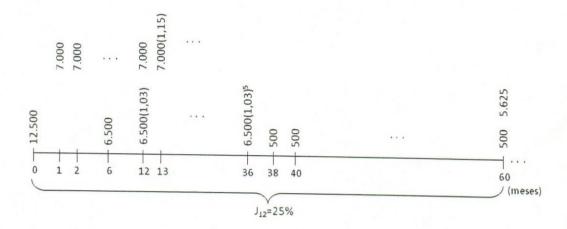
$$(1+i_6)^6 = \left(1+\frac{0.25}{12}\right)^{12}$$

$$i_6 = 0.04210069444$$

$$(1+i_{\frac{1}{5}})^{\frac{1}{5}} = \left(1+\frac{0.25}{12}\right)^{12}$$

$$i_{\frac{1}{5}} = 2.445803908$$

Alternativa A:



Costo sueldos mensuales: 3.500(2) = 7.000

Cuota equivalente anual (sueldos mensuales):

$$VF_1 = 7.000 \left[\frac{(1+0.0208)^{12} - 1}{0.0208} \right] = 94.325.80$$

$$VF_2 = 7.000(1.15) \left[\frac{(1+0.0208)^{12} - 1}{0.0208} \right] = 108.474.68$$

$$VF_3 = 7.000(1.15)^2 \left[\frac{(1+0.0208)^{12} - 1}{0.0208} \right] = 124.745.88$$

$$g = \frac{VF_3}{VF_2} = \frac{VF_2}{VF_1} = 1.15$$

Costo de reemplazo:

$$W_1 = 12.500(1,20) - 12.500(0,45) = 9.375$$

$$W_2 = 12.500(1,20)^2 - 12.500(1,20)(0,45) = 11.250$$

$$W_3 = 12.500(1,20)^3 - 12.500(1,20)^2(0,45) = 13.500$$

$$g = \frac{W_3}{W_2} = \frac{W_2}{W_1} = 1,20$$

Costo capitalizado:

$$C = 12.500 + \frac{9.375}{(1 + 2,4458) - 1,20} = 12.500 + 4.174,45 = 16.674,45$$

Costos asociados (implementos de aseo):

$$VA = 6.500 \left[\frac{(1,03)^6 (1+0,1316)^{-6} - 1}{1,03 - (1+0,1316)} \right] + 500 \left[\frac{1 - (1+0,0421)^{-12}}{0,0421} \right] (1+0,2807)^{-3}$$

$$VA = 27.587,08 + 2.206,76 = 29.793,84$$

Valor presente perpetuo de los costos asociados:

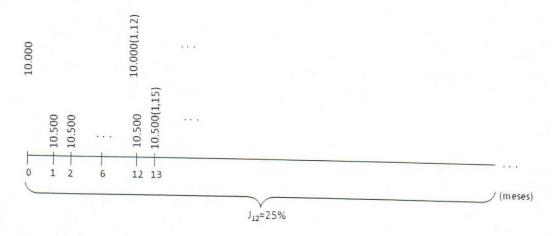
$$VA = \frac{29.793,84}{(1+2,4458)-1,20}(1+2,4458) + \frac{94.325,80438}{(1+0,2807)-1,15}$$

$$VA = 45.713,57 + 721.522,82 = 767.236,39$$

Costo total:

$$CT = 16.674,45 + 767.236,39 = 783.910,85$$

Alternativa B:



Costo sueldos mensuales: 3.500(3) = 10.500

Cuota equivalente anual (sueldos mensuales):

$$VF_1 = 10.500 \left[\frac{(1+0.0208)^{12} - 1}{0.0208} \right] = 141.488.71$$

$$VF_2 = 10.500(1.15) \left[\frac{(1+0.0208)^{12} - 1}{0.0208} \right] = 162.712.01$$

$$VF_3 = 10.500(1.15)^2 \left[\frac{(1+0.0208)^{12} - 1}{0.0208} \right] = 187.118.81$$

$$g = \frac{VF_3}{VF_2} = \frac{VF_2}{VF_1} = 1.15$$

Costo total:

$$CT = \frac{10.000}{(1+0.2807) - 1.12}(1+0.2807) + \frac{141.488.71}{(1+0.2807) - 1.15}$$

$$CT = 79.681,40 + 1.082.284,23 = 1.161.965,63$$

La opción que representa el menor costo para llevar a cabo la limpieza del conjunto de manera perpetua y por ende, la alternativa que debe elegir Félix por resultar la más económica, es la primera, por un monto de Bs. 783.910,85, considerando una tasa de oportunidad del 25% anual con capitalización mensual, lo cual representa el monto que se debería depositar hoy en un fondo financiero, a la tasa mencionada, para así garantizar la compra de una máquina, la reposición de dicha máquina cada ciclo de vida útil, sus respectivos mantenimientos y los respectivos sueldos para llevar a cabo la limpieza, de por vida.

- 9. Marlenis Del Valle Ordaz es designada por el Presidente de la República Bolivariana como la nueva Directora de Obras Públicas, adscrita al Ministerio de Infraestructura. Su primera labor será la evaluación económica para la construcción e instalación de un puente para el pueblo de Upata. Ella recibe 2 propuestas:
 - La primera corresponde a la Corporación Pacheco & Asociados, dirigida por Ana Laura, con un costo inicial de US\$ 1,45 millones

(incluye la instalación), gastos anuales de mantenimiento de US\$ 29.000 durante los primeros 5 años, luego US\$ 31.000 el 6° año, aumentando 4% anual durante los siguientes 10 años; luego 22.000 anuales durante el resto de la vida útil. Valor de salvamento: 10% del costo inicial. Vida útil: 25 años.

• La segunda propuesta es la ofertada por la empresa Galvis & Bro. cuya propietaria es la famosa empresaria Andrea Galvis, mejor conocida en los medios como "la Bill Gates venezolana". De acuerdo a esta alternativa el costo inicial sería de US\$ 1,53 millones más un costo de US\$ 75.000 de instalación. Además, gastos anuales de mantenimiento de US\$ 20.000 el 1° año, aumentando anualmente en US\$ 1.000 durante los siguientes 6 años. Luego US\$ 15.000 al 8° año, incrementándose en un 3% anualmente hasta el año 20, y de allí en adelante US\$ 6.500 anuales por el resto de la vida útil. Valor de salvamento: 12% sobre el costo inicial (el valor residual también aplica sobre el costo de instalación). Vida útil: 30 años.

Basándose en el criterio del costo capitalizado, ¿cuál de las dos alternativas debe seleccionar la Directora de Obras Públicas? Explique económicamente el resultado obtenido. Tasa de interés: $J_{12}=13,5\,\%$.

Resolución:

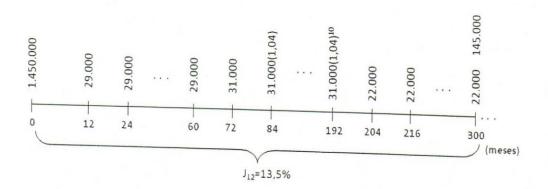
Conversión de tasas:

$$(1+i) = \left(1 + \frac{0,135}{12}\right)^{12} \qquad i = 0,1436744407$$

$$\left(1 + i_{\frac{1}{25}}\right) = \left(1 + \frac{0,135}{12}\right)^{12} \qquad i_{\frac{1}{25}} = 27,67876109$$

$$\left(1 + i_{\frac{1}{30}}\right) = \left(1 + \frac{0,135}{12}\right)^{12} \qquad i_{\frac{1}{30}} = 55,11415964$$

Alternativa A:



Costo de reemplazo:

$$W = 1.450.000 - 1.450.000(0,10) = 1.305.000$$

Costo capitalizado:

$$C = 1.450.000 + \frac{1.305.000}{0.1436} \left[\frac{0.1436}{(1+0.1436)^{25} - 1} \right]$$

$$C = 1.450.000 + 47.148,06 = 1.497.148,06$$

Costos asociados (gastos de mantenimiento):

$$VA = 29.000 \left[\frac{1 - (1 + 0.1436)^{-5}}{0.1436} \right] + 31.000 \left[\frac{(1.04)^{11}(1 + 0.1436)^{-11} - 1}{(1.04) - (1 + 0.1436)} \right]$$
$$(1 + 0.1436)^{-5} + 22.000 \left[\frac{1 - (1 + 0.1436)^{-9}}{0.1436} \right] (1 + 0.1436)^{-16}$$

$$VA = 98.686,40 + 99.089,05 + 12.534,01 = 210.309,45$$

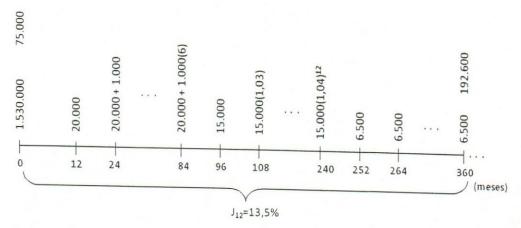
Valor presente perpetuo de los costos asociados:

$$VA = \frac{210.309,45}{27,6787}(1 + 27,6787) = 217.907,68$$

Costo total:

$$CT = 1.497.148,06 + 217.907,68 = 1.715.055,74$$

Alternativa B:



$$F = 1.530.000 + 75.000 = 1.605.000$$

Costo de reemplazo:

$$W = 1.605.000 - 1.605.000(0,12) = 1.412.400$$

Costo capitalizado:

$$C = 1.605.000 + \frac{1.412.400}{0.1436} \left[\frac{0.1436}{(1+0.1436)^{30} - 1} \right]$$

$$C = 1.605.000 + 25.626,81 = 1.630.626,81$$

Costos asociados (gastos de mantenimiento):

$$VA = \left\{ 20.000 \left[\frac{1 - (1 + 0.1436)^{-7}}{0.1436} \right] + \frac{1.000}{0.1436} \left[\frac{1 - (1 + 0.1436)^{-7}}{0.14361} - 7(1 + 0.143)^{-7} \right] \right\} + 15.000 \left[\frac{(1.03)^{13}(1 + 0.1436)^{-13} - 1}{(1.03) - (1 + 0.1436)} \right] (1 + 0.1436)^{-7} + 6.500 \left[\frac{1 - (1 + 0.1436)^{-10}}{0.1436} \right] (1 + 0.1436)^{-20}$$

$$VA = 95.289,92 + 38.338,84 + 2.280,40 = 135.909,16$$

Valor presente perpetuo de los costos asociados:

$$VA = \frac{135.909,1624}{55,1141} (1 + 55,1141) = 138.375,12$$

Costo total:

CT = 1.630.626,81 + 138.375,12 = 1.769.001,93

Luego de evaluar las alternativas presentadas por ambas empresas, a la tasa de interés considerada, convendría tomar la primera opción correspondiente a la Corporación Pacheco & Asociados, ya que con un depósito a valor de hoy de US\$ 1.715.055,74 podrá garantizar de manera perpetua la construcción e instalación del puente, además de sus gastos de mantenimiento.

- 10. Abdala Saheli está evaluando la compra de una máquina empacadora en línea para su empresa Venga Masari, para esto dispone de 2 alternativas:
 - a) La primera tiene un costo inicial de US\$ 500.000, más US\$ 25.000 de instalación, costos de mantenimiento de US\$ 35.000 los primeros 6 años, luego US\$ 20.000 el 7° año, aumentando en US\$ 850 los siguientes 7 años, posteriormente tendrá un costo anual de US\$ 12.500 hasta el final de la vida útil. Adicionalmente, se presentan gastos administrativos de US\$ 750 mensuales de por vida. Valor de salvamento: 12% del costo inicial más la instalación. Vida útil: 20 años.
 - b) La segunda máquina tiene un costo inicial de de US\$ 650.000, costos de mantenimiento de US\$ 25.000 los primeros 5 años, luego US\$ 45.000 el 6° año, aumentando en 2,5% los siguientes 7 años; posteriormente tendrá un costo anual de US\$ 9.000 hasta el final de la vida útil. Adicionalmente, se presentan gastos administrativos de US\$ 250 mensuales de por vida. Valor de salvamento: 15% del costo inicial. Vida útil: 30 años.

Basándose en el criterio del costo capitalizado, ¿cuál de las dos máquinas empacadoras Alí Saheli debe adquirir para su empresa? Explique económicamente el resultado obtenido. Tasa de interés: $J_4=17,25\%$.

Resolución:

Conversión de tasas:

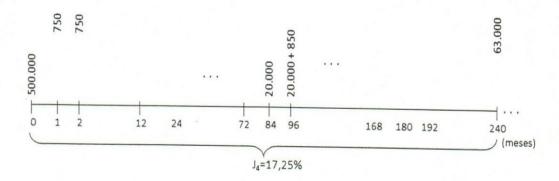
$$(1+i) = \left(1 + \frac{0,1725}{4}\right)^4 \qquad i = 0,183982862$$

$$(1+i_{12})^{12} = \left(1+\frac{0,1725}{4}\right)^4$$
 $i_{12} = 0,01417317216$

$$\left(1 + i_{\frac{1}{20}}\right)^{\frac{1}{20}} = \left(1 + \frac{0,1725}{4}\right)^4 \qquad \qquad i_{\frac{1}{20}} = 28,30274609$$

$$\left(1 + i_{\frac{1}{30}}\right)^{\frac{1}{30}} = \left(1 + \frac{0,1725}{4}\right)^4 \qquad \qquad i_{\frac{1}{30}} = 157,6216572$$

Alternativa A:



$$F = 500.000 + 25.000 = 525.000$$

Costo de reemplazo:

$$W = 525.000 - 525.000(0.12) = 462.000$$

Costo capitalizado:

$$C = 525.000 + \frac{462.000}{0,1839} \left[\frac{0,1839}{(1+0,1839)^{20} - 1} \right] = 525.000 + 16.323,50 = 541.323,50$$

Costos asociados (gastos administrativos y de mantenimiento):

$$VA = 35.000 \left[\frac{1 - (1 + 0.1839)^{-6}}{0.1839} \right] + \left\{ 20.000 \left[\frac{1 - (1 + 0.1839)^{-8}}{0.1839} \right] + \frac{850}{0.1839} \right]$$

$$\left[\frac{1 - (1 + 0,1839)^{-8}}{0,1839} - 8(1 + 0,1839)^{-8}\right] \left\{ (1 + 0,1839)^{-6} + 12.500 \left[\frac{1 - (1 + 0,1839)^{-6}}{0,1839} \right] \right\}$$

$$(1 + 0,1839)^{-14}$$

$$VA = 121.176,45 + 32.523,47 + 4.068,41 = 157.768,32$$

Valor presente perpetuo de los costos asociados:

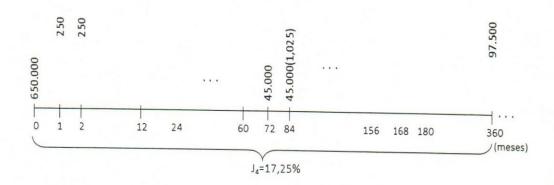
$$VA = \frac{157.768,32}{28,3027} (1 + 28,3027) + \frac{750}{0,0141}$$

$$VA = 163.342,64 + 52.916,88 = 216.259,51$$

Costo total:

$$CT = 541.323,50 + 216.259,51 = 757.583,02$$

Alternativa B:



Costo de reemplazo:

$$W = 650.000 - 650.000(0,15) = 552.500$$

Costo capitalizado:

$$C = 650.000 + \frac{552.500}{0,1839} \left[\frac{0,1839}{(1+0,1839)^{30} - 1} \right] = 650.000 + 3.505,23 = 653.505,23$$

Costos asociados (gastos administrativos y de mantenimiento):

$$VA = 25.000 \left[\frac{1 - (1 + 0.1839)^{-5}}{0.1839} \right] + 45.000 \left[\frac{(1.025)^8 (1 + 0.1839)^{-8} - 1}{1.025 - (1 + 0.1839)} \right]$$
$$(1 + 0.1839)^{-5} + 9.000 \left[\frac{1 - (1 + 0.1839)^{-17}}{0.1839} \right] (1 + 0.1839)^{-13}$$

$$VA = 77.479,17 + 83.271,34 + 5.136,32 = 165.886,83$$

Valor presente perpetuo de los costos asociados:

$$VA = \frac{165.886,83}{157,6216}(1+157,6216) + \frac{250}{0,0141}$$

$$VA = 166.939,26 + 17.638,96 = 184.578,22$$

Costo total:

$$CT = 653.505,23 + 184.578,22 = 838.083,45$$

La alternativa A es la más económica, por tanto si se deposita hoy US\$ 757.583,02 en un fondo financiero, a una tasa de interés: J_4 = 17,25%, se garantizará la compra de la máquina, su renovación cada 20 años, así como todos los costos de mantenimiento y los gastos administrativos, todos estos conceptos de por vida.

- 11. Bárbara Maury, magnate empresarial, está evaluando la compra de una máquina de última tecnología para su corporación; para esto dispone de 2 propuestas:
 - a) La primera máquina implica un inversión inicial de US\$ 750.000, además presenta costos anuales de mantenimiento de US\$ 25.000 los primeros 10 años, luego US\$ 18.000 el año 11, incrementándose en US\$ 725 los siguientes 5 años, posteriormente tendrá un costo anual de US\$ 14.750 hasta el final de la vida útil. Adicionalmente, se presentan gastos administrativos de US\$ 875 mensuales

permanentemente. Valor de salvamento: 15% del costo inicial. Vida útil: 25 años.

b) La segunda máquina tiene una inversión inicial de de 675.000 US\$, además presenta un costo de instalación y puesta en marcha de US\$ 25.000; se deben asumir costos anuales de mantenimiento de US\$ 35.000 los primeros 5 años, luego US\$ 12.500 el 6° año, aumentando en 5% los siguientes 12 años; posteriormente tendrá un costo anual de US\$ 11.000 hasta el final de la vida útil. Finalmente, se presentan gastos administrativos mensuales de US\$ 315 de forma perpetua. Valor de salvamento: 15% del costo inicial (el valor residual también se aplica al costo de instalación y puesta en marcha). Vida útil: 30 años.

Los costos de mantenimiento señalados corresponden al primer ciclo de vida útil, luego amentarán en 15% en cada ciclo de vida útil para la primera máquina y 12% para la segunda máquina.

Basándose en el criterio del costo capitalizado, ¿cuál de las dos máquinas empacadoras debe adquirir Bárbara? Explique económicamente el resultado obtenido. (Tasa de interés: $J_{12}=15~\%$).

Resolución:

Conversión de tasas:

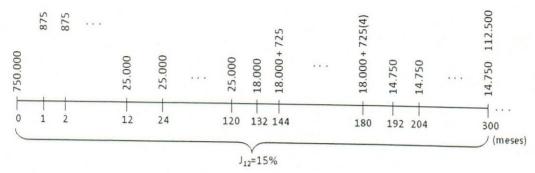
$$(1+i_{12}) = \left(1 + \frac{0,15}{12}\right)^{12} \qquad i_{12} = 0,0125$$

$$(1+i) = \left(1 + \frac{0,15}{12}\right)^{12} \qquad i = 0,1607545177$$

$$\left(1 + i_{\frac{1}{25}}\right)^{\frac{1}{25}} = \left(1 + \frac{0,15}{12}\right)^{12} \qquad i_{\frac{1}{25}} = 40,54412019$$

$$\left(1 + i_{\frac{1}{30}}\right)^{\frac{1}{30}} = \left(1 + \frac{0,15}{12}\right)^{12} \qquad i_{\frac{1}{30}} = 86,54099514$$

Alternativa A:



Costo de reemplazo:

$$W = 750.000 - 750.000(0,15) = 637.500$$

Costo capitalizado:

$$C = 750.000 + \frac{637.500}{(1+0,1607)^{25} - 1} = 750.000 + 15.723,61 = 765.723,61$$

Costos asociados (gastos de mantenimiento):

$$VA = 25.000 \left[\frac{1 - (1 + 0.1607)^{-10}}{0.1607} \right] + \left\{ 18.000 \left[\frac{1 - (1 + 0.1607)^{-6}}{0.1607} \right] + \frac{725}{0.1607} \left[\frac{1 - (1 + 0.1607)^{-6}}{0.1607} - 6(1 + 0.1607)^{-6} \right] \right\} (1 + 0.1607)^{-10} + 14.750$$

$$\left[\frac{1 - (1 + 0.1607)^{-9}}{0.1607} \right] (1 + 0.1607)^{-16}$$

$$VA = 120.492,04 + 16.151,15 + 6.239,95 = 142.883,14$$

Valor presente perpetuo de los costos asociados:

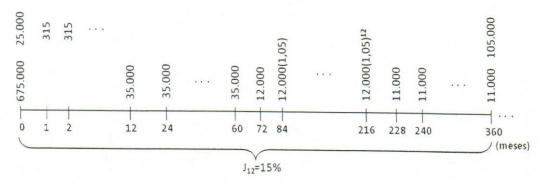
$$VA = \frac{142.883,14}{(1+40,5441)-1,15}(1+40,5441) + \frac{825}{0,0125}$$

$$VA = 146.950,95 + 70.000 = 216.950,95$$

Costo total:

$$CT = 765.723,61 + 216.950,95 = 982.674,56$$

Alternativa B:



$$F = 675.000 + 25.000 = 700.000$$

Costo de reemplazo:

$$W = 700.000 - 700.000(0,15) = 595.000$$

Costo capitalizado:

$$C = 700.000 + \frac{595.000}{(1 + 0,1607)^{30} - 1} = 700.000 + 6.875,35 = 706.875,35$$

Costos asociados (gastos de mantenimiento):

$$VA = 35.000 \left[\frac{1 - (1 + 0.1607)^{-5}}{0.1607} \right] + \left\{ 12.500 \left[\frac{(1.05)^{13}(1 + 0.1607)^{-13} - 1}{1.05 - (1 + 0.1607)} \right] \right\}$$
$$(1 + 0.1607)^{-5} + 11.000 \left[\frac{1 - (1 + 0.1607)^{-12}}{0.1607} \right] (1 + 0.1607)^{-18}$$

$$VA = 114.398,86 + 39.016,79 + 3.894,64 = 157.310,30$$

Valor presente perpetuo de los costos asociados:

$$VA = \frac{157.310,30}{(1+86,5409) - 1,12} (1+86,5409) + \frac{315}{0,0125}$$

$$VA = 159.349,01 + \frac{315}{0.0125} = 184.549,01$$

Costo total:

$$CT = 706.875,35 + 184.549,01 = 891.424,37$$

Bárbara Maury debe comprar la 2° máquina, ya que tendría que depositar hoy, en un fondo financiero que remunere una tasa de interés: $J_{12}=15\%$, un monto único de US\$ 891.424,37. Esto permitirá cubrir la inversión inicial, todas las reposiciones de por vida, así como el costo de instalación y puesta en marcha, los costos de mantenimiento y los gastos administrativos, todos de forma perpetua.

- 12. Ud. fue contratado por el Gobierno Nacional con el fin de analizar 2 propuestas para la construcción de un muelle para el pueblo de Yocoima:
 - La primera correspondiente a la Corporación Japonesa: "Sakakibara"; esta alternativa presenta un costo inicial de US\$ 1,75 millones, costos anuales de mantenimiento de US\$ 27.000 durante los primeros 5 años, luego US\$ 30.000 el 6° año, aumentando 5% anual durante los siguientes 10 años; luego US\$ 20.000 anuales durante el resto del tiempo. Vida útil: 50 años. Valor de salvamento: 25% del costo inicial.
 - La segunda propuesta corresponde a la famosa empresa Alianza de Lima; de acuerdo con esta alternativa el costo inicial es de US\$ 1,81 millones más un costo de prueba por US\$ 35.000. Además, gastos anuales de mantenimiento de US\$ 25.000 el 1º año, disminuyendo anualmente en US\$ 1.000 durante los siguientes 6 años. Luego, al 8º año tiene un costo de US\$ 15.000, incrementándose en un 5% anualmente hasta el año 20, y de allí en adelante un costo de US\$ 7.000 anuales. Vida útil: 60 años. Valor de salvamento: 30% del costo inicial (el valor residual también se aplica sobre el costo de prueba). En ambas alternativas, considere que la estructura de costos se repite para cada ciclo de vida útil.

Basándose en el criterio del costo capitalizado, ¿cuál de las 2 alternativas debe seleccionarse? Explique el resultado obtenido. Evalúe este problema para una tasa de interés: $J_6=18\%$.

Resolución:

Conversión de tasas:

$$(1+i) = \left(1 + \frac{0.18}{6}\right)^6 \qquad i = 0.1940522965$$

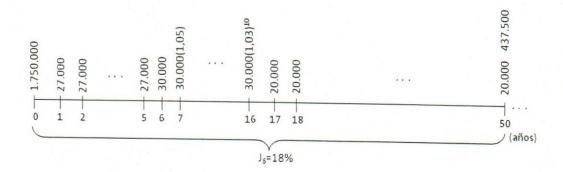
$$\left(1 + i_{\frac{1}{50}}\right)^{\frac{1}{50}} = \left(1 + \frac{0.18}{6}\right)^{6}$$

$$i_{\frac{1}{50}} = 7.097,513483$$

$$\left(1 + i_{\frac{1}{60}}\right)^{\frac{1}{60}} = \left(1 + \frac{0.18}{6}\right)^{6}$$

$$i_{\frac{1}{60}} = 41.820,62407$$

Alternativa A:



Costo de reemplazo:

$$W = 1.750.000 - 1.750.000(0,25) = 1.312.500$$

Costo capitalizado:

$$C = 1.750.000 + \frac{1.312.500}{0,194} \left[\frac{0,194}{(1+0,194)^{50} - 1} \right] = 1.750.000 + 184,92 = 1.750.184,92$$

Costos asociados (gastos de mantenimiento):

$$VA = 27.000 \left[\frac{1 - (1 + 0.194)^{-5}}{0.194} \right] + 30.000 \left[\frac{(1.05)^{11}(1 + 0.194)^{-11} - 1}{1.05 - (1 + 0.194)} \right] (1 + 0.194)^{-5} + 20.000 \left[\frac{1 - (1 + 0.194)^{-34}}{0.194} \right] (1 + 0.194)^{-16}$$

$$VA = 81.814,84 + 54.385,92 + 6.021,32 = 142.222,08$$

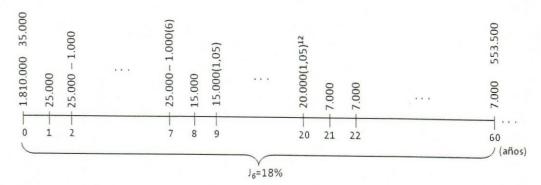
Valor presente perpetuo de los costos asociados:

$$VA = \frac{142.222,08}{7.097,5134}(1+7.097,5134) = 142.242,12$$

Costo total:

$$CT = 1.750.184,92 + 142.242,12 = 1.892.427,04$$

Alternativa B:



$$F = 1.810.000 + 35.000 = 1.845.000$$

Costo de reemplazo:

$$W = 1.845.000 - 1.845.000(0,30) = 1.291.500$$

Costo capitalizado:

$$C = 1.845.000 + \frac{1.291.500}{0.194} \left[\frac{0.194}{(1+0.194)^{60} - 1} \right] = 1.845.000 + 30.88 = 1.845.030,88$$

Costos asociados (gastos de mantenimiento):

$$VA = \left\{ 25.000 \left[\frac{1 - (1 + 0.194)^{-7}}{0.194} \right] - \frac{1.000}{0.194} \left[\frac{1 - (1 + 0.194)^{-7}}{0.194} - 7(1 + 0.194)^{-7} \right] \right\} + 15.000 \left[\frac{(1.05)^{13} (1 + 0.194)^{-13} - 1}{1.05 - (1 + 0.194)} \right] (1 + 0.194)^{-7} + 7.000 \left[\frac{1 - (1 + 0.194)^{-40}}{0.194} \right] (1 + 0.194)^{-20}$$

$$VA = 83.145,44 + 24.432,27 + 1.038,37 = 108.616,07$$

Valor presente perpetuo de los costos asociados:

$$VA = \frac{108.616,07}{41.820,624} (1 + 41.820,624) = 108.618,67$$

Costo total:

CT = 1.845.030,88 + 108.618,67 = 1.953.649,55

La propuesta más económica es la primera, por lo cual si se deposita hoy en un fondo US\$ 1.892.427,04, a una tasa de interés: J_6 = 18%, se garantizará la construcción del muelle hoy, así como su reacondicionamiento en cada ciclo de vida útil, además de todos los costos de mantenimiento asociados, todos estos conceptos de por vida.

- 13. La corporación Velvet Dress está evaluando la inversión más económica entre 2 telares:
 - a) La primera tiene una inversión inicial de US\$ 450.000, más US\$ 25.000 de costos de instalación y puesta en marcha. Para el 1° ciclo de vida útil, los costos mensuales de mantenimiento serán US\$ 2.100 los primeros 7 años, luego US\$ 2.200 mensuales el 8° año, aumentando en US\$ 250 anualmente los siguientes 9 años; posteriormente, tendrá un costo mensual de US\$ 1.500 hasta el final de su vida útil. Además, los costos de mantenimiento aumentarán en 10% en cada ciclo de vida útil.
 - Adicionalmente, se presentan gastos administrativos de 500 US\$ mensuales de por vida. Valor de salvamento: 10%. (el valor residual aplica sobre la inversión inicial, los costos de instalación y la puesta en macha). Vida útil: 25 años.
 - b) La segunda máquina tiene un costo inicial de US\$ 415.000; en el 1° ciclo de vida útil, los costos trimestrales de mantenimiento serán US\$ 6.400 los primeros 7 años, luego US\$ 6.380 trimestrales el 8° año, incrementándose en US\$ 150 anualmente hasta el final de su vida útil. Además, estos costos de mantenimiento aumentan en 11% en cada ciclo de vida útil.

Adicionalmente, se presentan gastos administrativos de US\$ 300 mensuales en el primer ciclo de vida útil, los mismos se

incrementarán en 10% en cada ciclo. Valor de salvamento: 15% del costo inicial. Vida útil: 30 años.

Basándose en el criterio del costo capitalizado y considerando una tasa de oportunidad de 18% anual con capitalización bimestral, ¿cuál de los 2 telares debe adquirir Velvet Dress? Explique el significado económico de la alternativa seleccionada.

Resolución:

Conversión de tasas:

$$(1+i_{12})^{12} = \left(1+\frac{0,18}{6}\right)^{6}$$

$$i_{12} = 0,01488915651$$

$$(1+i) = \left(1+\frac{0,18}{6}\right)^{6}$$

$$i = 0,1940522965$$

$$(1+i_{4})^{4} = \left(1+\frac{0,18}{6}\right)^{6}$$

$$i_{4} = 0,0453358312$$

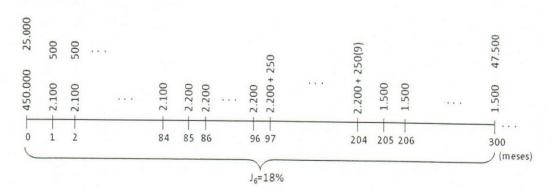
$$\left(1+i_{\frac{1}{25}}\right)^{\frac{1}{25}} = \left(1+\frac{0,18}{6}\right)^{6}$$

$$i_{\frac{1}{25}} = 83,25267641$$

$$\left(1+i_{\frac{1}{30}}\right)^{\frac{1}{30}} = \left(1+\frac{0,18}{6}\right)^{6}$$

$$i_{\frac{1}{30}} = 203,5033596$$

Alternativa A:



$$F = 450.000 + 25.000 = 475.000$$

Cuota equivalente anual (costos de mantenimiento mensuales):

$$VF_1 = 2.200 \left[\frac{(1+0.0148)^{12} - 1}{0.0148} \right] = 28.672,88$$

$$VF_2 = (2.200 + 250) \left[\frac{(1+0.0148)^{12} - 1}{0.0148} \right] = 31.931,17$$

$$VF_3 = [2.200 + 250(2)] \left[\frac{(1+0.0148)^{12} - 1}{0.0148} \right] = 35.189,45$$

$$g = VF_2 - VF_1 = VF_3 - VF_2 = 3.258,28$$

Costo de reemplazo:

$$W = 475.000 - 475.000(0,10) = 427.500$$

Costo capitalizado:

$$C = 475.000 + \frac{427.500}{83,2526} = 475.000 + 5.134,97 = 480.134,97$$

Costos asociados (gastos de mantenimiento):

$$VA = 2.100 \left[\frac{1 - (1 + 0.0148)^{-84}}{0.0148} \right] + \left\{ 28.672.88 \left[\frac{1 - (1 + 0.1940)^{-10}}{0.1940} \right] + \frac{3.258.28}{0.1940} \right]$$

$$\left[\frac{1 - (1 + 0.1940)^{-10}}{0.1940} - 10(1 + 0.1940)^{-10} \right] \left\{ (1 + 0.1940)^{-7} + 1.500 \left[\frac{1 - (1 + 0.0148)^{-96}}{0.0148} \right] \right\}$$

$$(1 + 0.0148)^{-204}$$

$$VA = 100.286,78 + 47.973,01 + 3.745,37 = 152.005,16$$

Valor presente perpetuo de los costos asociados:

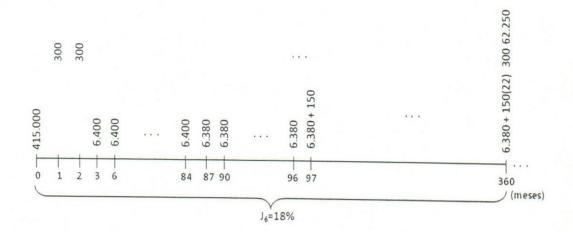
$$VA = \frac{152.005,1589}{(1+83,2526)-1,10}(1+83,2526) + \frac{500}{0,0148}$$

$$VA = 154.015,9862 + 33.581,48594 = 187.597,47$$

Costo total:

$$CT = 480.134,97 + 187.597,47 = 667.732,44$$

Alternativa B:



Cuota equivalente anual (costos de mantenimiento trimestrales):

$$VF_1 = 6.380 \left[\frac{(1+0.0453)^4 - 1}{0.0453} \right] = 27.308,50$$

$$VF_2 = (6.380 + 150) \left[\frac{(1+0.0453)^4 - 1}{0.0453} \right] = 27.950,55$$

$$VF_3 = (6.380 + 150(2)) \left[\frac{(1+0.0453)^4 - 1}{0.0453} \right] = 28.592,60$$

$$L = VF_2 - VF_1 = VF_3 - VF_2 = 642,05$$

Costo de reemplazo:

$$W = 415.000 - 415.000(0,15) = 352.750$$

Costo capitalizado:

$$C = 415.000 + \frac{352.750}{203,5033} = 415.000 + 1.733,39 = 416.733,39$$

Costos asociados (gastos de mantenimiento):

$$VA = 6.400 \left[\frac{1 - (1 + 0.0453)^{-28}}{0.0453} \right] + \left\{ 27.308.50 \left[\frac{1 - (1 + 0.1940)^{-23}}{0.1940} \right] + \frac{642.05}{0.1940} \right]$$

$$\left[\frac{1 - (1 + 0.1940)^{-23}}{0.1940} - 23(1 + 0.1940)^{-23} \right] \left\{ (1 + 0.1940)^{-7} \right\}$$

$$VA = 100.376,70 + 44.447,72 = 144.824,41$$

Gastos administrativos:

$$VA = 300 \left[\frac{1 - (1 + 0.0148)^{-360}}{0.0148} \right] = 20.050,37$$

Valor presente perpetuo de los costos asociados:

$$VA = \frac{144.824,4139}{(1+203,5033)-1,11}(1+203,5033) + \frac{20.050,37}{(1+203,5033)-1,10}(1+203,5033)$$

$$VA = 145.614,78 + 20.158,80 = 165.773,58$$

Costo total:

$$CT = 416.733,39 + 165.773,58 = 582.506.96$$

La Corporación debe adquirir la 2° máquina, porque depositando hoy US\$ 582.366,01 en un fondo financiero a la tasa de interés considerada, podrá garantizar la compra hoy, así como la reposición del telar cada 30 años, los costos de mantenimiento y los gastos administrativos, todo esto de por vida.

- 14. Se está evaluando la construcción de un sistema de acueductos para el pueblo El Danto:
 - a) La primera alternativa proviene de la Corporación Blind Melon, en esta propuesta el costo inicial es US\$ 1.215.000. En el 1° ciclo de vida útil, los costos semestrales de mantenimiento serán US\$ 35.000 durante los primeros 10 años. Luego se comportarán de forma adelantada, y aumentarán en US\$ 1.000 semestralmente, hasta el final de la vida útil, la cual será 45 años. Se asume el 85% del costo de reposición.
 - b) La segunda alternativa la presenta la empresa Pearl Jam, en esta se considera un costo inicial de US\$ 1.329.000 más un costo de US\$ 50.000 por concepto de pruebas de calidad. Además, en el 1° ciclo

de vida útil los costos cuatrimestrales de mantenimiento serán US\$ 27.000 los primeros 10 años, luego al 11° año tiene un costo trimestral adelantado de US\$ 18.000, aumentando un 2,75% hasta el año 20. Posteriormente, los costos serán US\$ 25.000 semestrales adelantados hasta el final de la vida útil. Durará 40 años, al reconstruirlo se asumirá el 70% (incluye el costo inicial más el costo de pruebas de calidad), ya que el resto se recuperará.

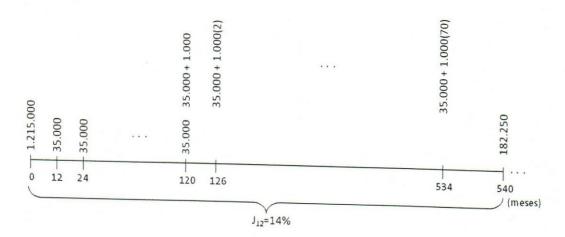
Suponiendo que cada vez que se hace la reposición, los costos de mantenimiento se incrementan en 12% para cada alternativa, ¿cuál de las 2 alternativas debe seleccionarse? Explique financieramente el resultado obtenido. Suponga una tasa de interés $J_{12}=14\%$.

Resolución:

Conversión de tasas:

| $(1+i) = \left(1 + \frac{0,14}{12}\right)^{12}$ | i = 0,1493420292 |
|--|------------------------------------|
| $(1+i_2)^2 = \left(1 + \frac{0.14}{12}\right)^{12}$ | $i_2 = 0,07207370512$ |
| $\left(1 + i_{\frac{1}{45}}\right)^{\frac{1}{45}} = \left(1 + \frac{0.14}{12}\right)^{12}$ | $i_{\frac{1}{45}} = 524,070929405$ |
| $(1+i_3)^3 = \left(1 + \frac{0.14}{12}\right)^{12}$ | $i_3 = 0,04748970372$ |
| $(1+i_4)^4 = \left(1 + \frac{0.14}{12}\right)^{12}$ | $i_4 = 0,03540992131$ |
| $\left(1 + i_{\frac{1}{40}}\right)^{\frac{1}{40}} = \left(1 + \frac{0.14}{12}\right)^{12}$ | $i_{\frac{1}{40}} = 260,801139572$ |

Alternativa A:



Costo de reemplazo:

$$W = 1.215.000 - 1.215.000(0,15) = 1.032.750$$

Costo capitalizado:

$$C = 1.215.000 + \frac{1.032.750}{0.1493} \left[\frac{0.1493}{(1+0.1493)^{45} - 1} \right]$$

$$C = 1.215.000 + 1.970,63 = 1.216.970,63$$

Costos asociados (gastos de mantenimiento):

$$VA = 35.000 \left[\frac{1 - (1 + 0.0720)^{-20}}{0.0720} \right] + \left\{ (35.000 + 1.000) \left[1 + \frac{1 - (1 + 0.0720)^{-70+1}}{0.0720} \right] + \frac{1.000}{0.0720} \left[1 + \frac{1 - (1 + 0.0720)^{-70+1}}{0.0720} \right] - 70(1 + 0.0720)^{-70+1} \right\} (1 + 0.1493)^{-10}$$

$$VA = 364.888,69 + 181.035,58 = 545.924,27$$

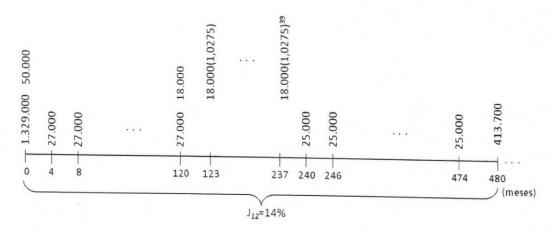
Valor presente perpetuo de los costos asociados:

$$VA = \frac{545.924,27}{(1+524,0709)-1,12}(1+524,0709) = 547.091,24$$

Costo total:

$$CT = 1.216.970,63 + 547.091,24 = 1.764.061,90$$

Alternativa B:



Costo de reemplazo:

$$W = 1.379.000 - 1.379.000(0,30)965.300$$

Costo capitalizado:

$$C = 1.379.000 + \frac{965.300}{0,1493} \left[\frac{0,1493}{(1+0,1493)^{40}-1} \right] = 1.379.000 + 3.701,29 = 1.382.701,29$$

Costos asociados (gastos de mantenimiento):

$$VA = 27.000 \left[\frac{1 - (1 + 0.0474)^{-30}}{0.0474} \right] + 18.000(1 + 0.0354) \left[\frac{1.0275^{40}(1 + 0.0354)^{-40} - 1}{1.0275 - (1 + 0.0354)} \right]$$
$$(1 + 0.149)^{-10} + 25.000(1 + 0.072) \left[\frac{1 - (1 + 0.072)^{-40}}{0.072} \right] (1 + 0.149)^{-20}$$

$$VA = 427.202,23 + 154.737,42 + 21.562,33 = 603.501,98$$

Valor presente perpetuo de los costos asociados:

$$VA = \frac{603.501,98}{(1+260,8011)-1,12}(1+260,8011) = 606.094,89$$

Costo total:

$$CT = 1.382.701,29 + 606.094,89 = 1.988.796,18$$

Debe escoger la alternativa A, ya que considerando una tasa de interés del 14% anual con capitalización mensual, el costo total actualizado a valor de hoy como

resultado de la propuesta de Blind Melon es menor; con ello logrará cubrir los costos de mantenimiento, así como los costos de construcción del sistema de acueductos, además de su reposición en cada vida útil, todo a perpetuidad.

- 15. La Cía. Automotriz Vetel Racing recibe 2 propuestas para el diseño y construcción de una nueva línea de producción para fabricar su vehículo estrella Babyface:
 - a) The Edge Motors propone una inversión de US\$ 10.000.000, los costos mensuales operativos para el 1° año ascienden a U\$ 40.000, aumentando cada año en una razón de US\$ 2.500 hasta el final de la vida útil. Por otra parte, los costos de mantenimiento alcanzan un monto de U\$ 15.000 el 1° año, para luego aumentar en 7% bienalmente de por vida. Vida útil: 50 años. Esta línea de producción tendrá un valor de rescate de U\$ 4.500.000 cuando se requiera hacer la remodelación.
 - b) En la segunda alternativa, la empresa Clayton & Mullen plantea una inversión de U\$ 11.500.000, siendo los costos operativos del 1° año de U\$ 50.000, aumentando cada año en U\$ 1.780 hasta el final de la vida útil. Los costos de mantenimiento de la línea ascienden a U\$ 20.000 el 1° año, incrementándose a razón de U\$ 250 trienalmente de por vida. Vida útil: 60 años. Cuando se realice la remodelación de la línea, solo se deberá invertir el 55% del costo inicial.

Estas estructuras de costos se repiten en cada ciclo de vida útil.

¿Cuál de las 2 dos propuestas presentadas es la más económica para Vetel Racing? Considere una tasa de oportunidad del 15% anual.

Resolución:

Conversión de tasas:

$$(1+i_{12})^{12} = (1+0.15)$$
 $i_{12} = 0.01171491692$

$$\left(1 + i_{\frac{1}{50}}\right)^{\frac{1}{50}} = (1 + 0.15)$$

$$i_{\frac{1}{50}} = 1.082,657442$$

$$\left(1 + i_{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{2}} = (1 + 0.15)$$

$$i_{\frac{1}{2}} = 0.3225$$

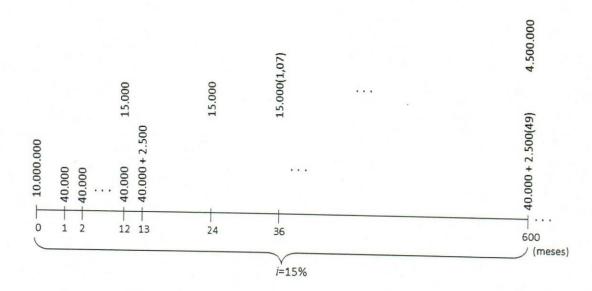
$$\left(1 + i_{\frac{1}{60}}\right)^{\frac{1}{60}} = (1 + 0.15)$$

$$i_{\frac{1}{60}} = 4.382,998746$$

$$\left(1 + i_{\frac{1}{3}}\right)^{\frac{1}{3}} = (1 + 0.15)$$

$$i_{\frac{1}{3}} = 0.520875$$

Alternativa A:



Cuota equivalente anual (costos operativos mensuales):

$$VF_1 = 40.000 \left[\frac{(1+0.0117)^{12} - 1}{0.0117} \right] = 512.167,53$$

$$VF_2 = (40.000 + 2.500) \left[\frac{(1+0.0117)^{12} - 1}{0.0117} \right] = 544.178$$

$$VF_3 = \left[40.000 + 2.500(2) \right] \left[\frac{(1+0.0117)^{12} - 1}{0.0117} \right] = 576.188,47$$

$$L = VF_3 - VF_2 = VF_2 - VF_1 = 32.010,47$$

Cuota equivalente bienal (costos de mantenimiento anuales):

$$VF_1 = 15.000 \left[\frac{(1+0.15)^2 - 1}{0.15} \right] = 32.250$$

$$VF_2 = 15.000(1,07) \left[\frac{(1+0,15)^2 - 1}{0,15} \right] = 34.507,50$$

$$VF_3 = 15.000(1,07)^2 \left[\frac{(1+0,15)^2 - 1}{0,15} \right] = 36.923,03$$

$$g = \frac{VF_3}{VF_2} = \frac{VF_2}{VF_1} = 1,07$$

Costo de reemplazo:

$$W = 10.000.000 - 4.500.000 = 5.500.000$$

Costo capitalizado:

$$C = 10.000.000 + \frac{5.500.000}{0.15} \left[\frac{0.15}{(1+0.15)^{50} - 1} \right]$$

$$C = 10.000.000 + 5.080,09 = 10.005.080,09$$

Costos asociados (costos operativos):

$$VA = 512.167,53 \left[\frac{1 - (1 + 0.15)^{-50}}{0.15} \right] + \frac{32.010,47}{0.15} \left[\frac{1 - (1 + 0.15)^{-50}}{0.15} - 50(1 + 0.15)^{-50} \right]$$

$$VA = 3.411.299,31 + 1.411.528,28 = 4.822.827,59$$

Valor presente perpetuo de los costos asociados:

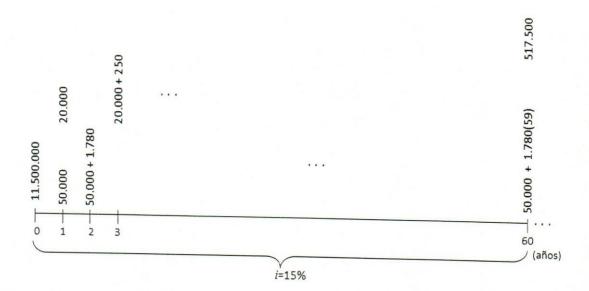
$$VA = \frac{4.822.827,59}{1.082,65} (1 + 1.082,65) + \frac{32.250}{(1 + 0.3225) - 1.07}$$

$$VA = 4.827.282,21 + 127.722,77 = 4.955.004,98$$

Costo total:

$$CT = 10.005.080,09 + 4.955.004,98 = 14.960.085,07$$

Alternativa B:



Costo de reemplazo:

$$W = 11.500.000 - 11.500.000(0,45) = 6.325.000$$

Costo capitalizado:

$$C = 11.500.000 + \frac{6.325.000}{0.15} \left[\frac{0.15}{(1+0.15)^{60} - 1} \right]$$

$$C = 11.500.000 + 1.443,07 = 11.501.443,07$$

Cuota equivalente trienal (costos de mantenimiento):

$$VF_1 = 20.000 \left[\frac{(1+0.15)^3 - 1}{0.15} \right] = 69.450$$

$$VF_2 = (20.000 + 250) \left[\frac{(1 + 0.15)^3 - 1}{0.15} \right] = 70.318,13$$

$$VF_3 = [20.000 + 250(2)] \left[\frac{(1+0.15)^3 - 1}{0.15} \right] = 71.186,25$$

$$L = VF_3 - VF_2 = VF_2 - VF_1 = 868,13$$

Costos asociados (costos operativos):

$$VA = 50.000 \left[\frac{1 - (1 + 0.15)^{-60}}{0.15} \right] + \frac{1.780}{0.15} \left[\frac{1 - (1 + 0.15)^{-60}}{0.15} - 60(1 + 0.15)^{-60} \right]$$

$$VA = 333.257,30 + 78.930,66 = 412.187,96$$

Valor presente perpetuo de los costos asociados:

$$VA = \frac{412.187,96}{4.382,99} (1 + 4.382,99) + \frac{\left(69.450 + \frac{868,13}{0,5208}\right)}{0,5208}$$

$$VA = 412.282 + 136.533,08 = 548.815,08$$

Costo total:

$$CT = 11.501.443,07 + 548.815,08 = 11.501.443,59$$

Vetel Racing debe escoger la Alternativa B, ya que tiene un menor costo total actualizado, lo cual determina que de manera más económica logrará cubrir todos los costos de operativos y de mantenimiento de la línea; así como el costo inicial y los costos de remodelación de la línea de producción al vencer su tiempo de vida útil, todo esto a perpetuidad.

- 16. Una empresa está evaluando la compra de un equipo eléctrico para su línea ensambladora y recibe 2 ofertas:
 - a) Un equipo con un costo de U\$ 150.000, una duración de 10 años y un valor residual de U\$ 10.000. El costo operativo del 1° mes es U\$ 2.000, luego los costos mensuales aumentan U\$ 20 cada semestre hasta el final de su vida útil. Los costos del mantenimiento preventivo se comportan bajo el siguiente esquema: U\$20.000 el 1° año, aumentando cada año en U\$ 2.000 hasta el final de su vida útil.
 - b) Un equipo con un costo inicial de U\$ 180.000 y un valor de rescate de U\$ 40.000, al final del período de servicio de 12 años. Los costos operativos consisten en U\$ 7.000 semestrales el 1° año, luego

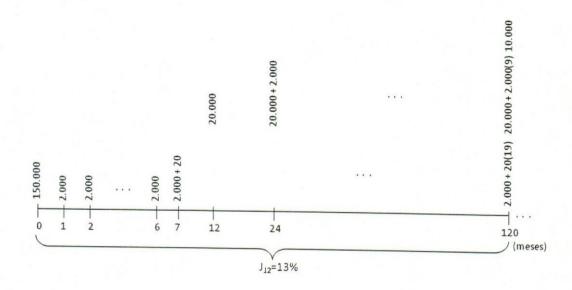
aumentan en U\$ 100 cada año hasta el final de su vida útil. Requiere un mantenimiento preventivo de U\$ 5.000 el primer año, incrementándose anualmente en U\$ 500 a lo largo de toda su vida útil. Además, esta propuesta considera un mantenimiento correctivo de US\$ 12.000 cada olimpiada, de por vida.

¿Cuál de las dos alternativas recomienda Ud.? Interprete económicamente el resultado obtenido de la alternativa seleccionada.

Evalúe el problema para una tasa de interés del 13% anual con capitalización mensual.

Resolución:

Alternativa A:



Conversión de tasas:

$$(1+i) = \left(1 + \frac{0,13}{12}\right)^{12} \qquad i = 0,1380324816$$

$$(1+i_{12})^{12} = \left(1 + \frac{0,13}{12}\right)^{12} \qquad i_{12} = 0,01083333333$$

$$(1+i_{\frac{1}{10}})^{\frac{1}{10}} = \left(1 + \frac{0,13}{12}\right)^{12} \qquad i_{\frac{1}{10}} = 2,643733272$$

$$(1+i_{2})^{2} = \left(1 + \frac{0,13}{12}\right)^{12} \qquad i_{2} = 0,06678605241$$

$$\left(1 + i_{\frac{1}{4}}\right)^{\frac{1}{4}} = \left(1 + \frac{0.13}{12}\right)^{12}$$

$$i_{\frac{1}{4}} = 0,6773304506$$

Cuota equivalente semestral (costos operativos mensuales):

$$VF_1 = 2.000 \left[\frac{(1+0.0108)^6 - 1}{0.0108} \right] = 12.329,73275$$

$$VF_2 = (2.000 + 20) \left[\frac{(1 + 0.0108)^6 - 1}{0.0108} \right] = 12.453,03$$

$$VF_3 = [2.000 + 20(2)] \left[\frac{(1 + 0.0108)^6 - 1}{0.0108} \right] = 12.576,33$$

$$L = VF_3 - VF_2 = VF_2 - VF_1 = 123,30$$

Costo de reemplazo:

$$W = 150.000 - 10.000 = 140.000$$

Costo capitalizado:

$$C = 150.000 + \frac{140.000}{2,6437} = 150.000 + 52.955,42 = 202.955,42$$

Costos asociados (costos operativos y de mantenimiento):

$$VA = \left\{12.329,73 \left[\frac{1 - (1 + 0,066)^{-20}}{0,066} \right] + \frac{123,30}{0,066} \left[\frac{1 - (1 + 0,066)^{-20}}{0,066} - 20(1 + 0,066)^{-20} \right] \right\} + \left\{20.000 \left[\frac{1 - (1 + 0,1380)^{-10}}{0,1380} \right] + \frac{2.000}{0,1380} \left[\frac{1 - (1 + 0,1380)^{-10}}{0,1380} - 10(1 + 0,1380)^{-10} \right] \right\}$$

$$VA = 143.871,9367 + 141.525,25 = 285.397.18$$

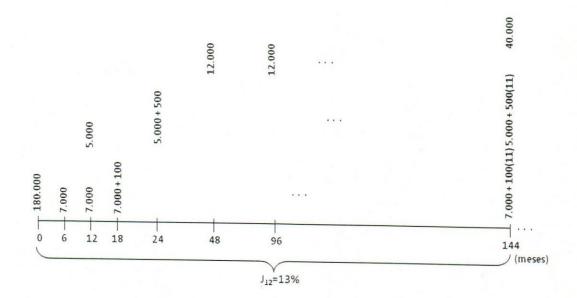
Valor presente perpetuo de los costos asociados:

$$VA = \frac{285.397,18}{2,6437}(1+2,6437) = 393.349,52$$

Costo total:

$$CT = 202.955,42 + 393.349,52 = 596.304,94$$

Alternativa B:



Cuota equivalente anual (costos operativos semestrales):

$$VF_1 = 7.000 \left[\frac{(1+0.0667)^2 - 1}{0.0667} \right] = 14.467,50$$

$$VF_2 = (7.000 + 100) \left[\frac{(1+0.066)^2 - 1}{0.066} \right] = 14.674,18$$

$$VF_3 = [7.000 + 100(2)] \left[\frac{(1+0.066)^2 - 1}{0.066} \right] = 14.880,86$$

$$L = VF_3 - VF_2 = VF_2 - VF_1 = 206,68$$

Costo de reemplazo:

$$W = 180.000 - 40.000 = 140.000$$

Costo capitalizado:

$$C = 180.000 + \frac{140.000}{3,7190} = 180.000 + 37.643,88 = 217.643,88$$

Costos asociados (costos operativos y de mantenimiento):

$$VA = 14.467,50 \left[\frac{1 - (1 + 0,1380)^{-12}}{0,1380} \right] + \frac{206,68}{0,1380} \left[\frac{1 - (1 + 0,1380)^{-12}}{0,1380} - 12(1 + 0,1380)^{-12} \right] +$$

$$5.000 \left[\frac{1 - (1 + 0.1380)^{-12}}{0.1380} \right] + \frac{500}{0.1380} \left[\frac{1 - (1 + 0.1380)^{-12}}{0.1380} - 12(1 + 0.1380)^{-12} \right]$$

$$VA = 87.343,32 + 40.017,89 = 127.361,21$$

Valor presente perpetuo de los costos asociados:

$$VA = \frac{127.361,2}{3,7190} (1+3,7190) + \frac{120.000}{0,6773} = 161.606,71 + 177.166,11 = 338.772,82$$

Costo total:

$$CT = 217.643,88 + 338.772,82 = 556.416,69$$

Luego de evaluar las dos alternativas presentadas a la empresa, a esta le convendría adquirir el equipo eléctrico de la Alternativa B, ya que con un depósito hoy de US\$ 556.416,69 en un fondo financiero que rinda una tasa de interés del 13% anual con capitalización mensual, podrá garantizar de manera perpetua la compra, reposición y mantenimiento de dicha máquina.

- 17. La afamada aerolínea Elevation Tour, especializada en paquetes turísticos, está evaluando cambiar su modelo de avión, por tal motivo lo contrata a Ud. como asesor financiero para que evalúe cuál de las 2 siguientes propuestas debería escoger, sabiendo que la calidad y eficiencia son idénticas en ambos casos.
 - a) La exitosa fábrica de aviones Rattle & Hum, le ofrece un avión último modelo de mediana capacidad, con un costo de US\$ 2.250.000. Los costos asociados al entrenamiento del personal de tripulación ascienden a US\$ 25.000 cada vez que se sustituya el avión.

Los costos de mantenimiento son como siguen: US\$ 10.000 mensuales durante los primeros 15 años, luego dichos costos mensuales crecerán 10% anualmente hasta el final de su vida útil.

La empresa le asegura que el avión operará en condiciones óptimas por 35 años, luego habrá que sustituirlo. Rattle & Hum reconocerá el

15% del costo inicial, esto como parte del pago del nuevo avión cada vez que haya que sustituirlo. El precio de este modelo de avión aumentará 9% en cada reposición.

b) Joshua Tree, fábrica renombrada a nivel internacional, le oferta un avión con características similares por US\$ 2.300.000; se deben asumir costos pre - operativos por un monto de US\$ 15.000, cada vez que se reemplace el avión. Además, se concede gratis el entrenamiento al personal de tripulación.

Se deben asumir los siguientes costos de mantenimiento: US\$ 45.000 semestrales los primeros 4 años, luego US\$ 9.000 mensuales, los cuales aumentarán 15% bienalmente por el resto de su vida útil.

Se garantiza que este modelo de avión operará eficientemente por 30 años, luego habrá que sustituirlo invirtiendo el equivalente al 80% de su costo inicial. Sin embargo, cada vez que el avión se sustituya el precio se incrementará en 10%.

Evalúe cuál es la mejor alternativa para Elevation Tour, considerando una tasa de oportunidad del 15,75% anual con capitalización semestral. Interprete financieramente el resultado obtenido para aquella alternativa que haya resultado más económica.

Resolución:

Conversión de tasas:

$$(1+i) = \left(1 + \frac{0,1575}{2}\right)^{2} \qquad i = 0,1637015625$$

$$(1+i_{12})^{12} = \left(1 + \frac{0,1575}{2}\right)^{2} \qquad i_{12} = 0,01271397118$$

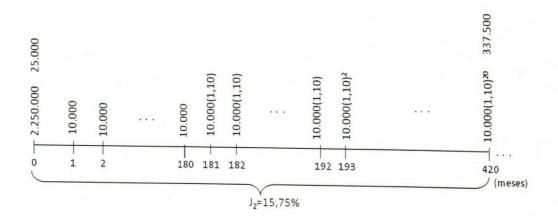
$$\left(1 + i_{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{2}} = \left(1 + \frac{0,1575}{2}\right)^{2} \qquad i_{\frac{1}{2}} = 0,3542013266$$

$$\left(1 + i_{\frac{1}{35}}\right)^{\frac{1}{35}} = \left(1 + \frac{0,1575}{2}\right)^{2} \qquad i_{\frac{1}{35}} = 200,5842562$$

$$\left(1 + i_{\frac{1}{30}}\right)^{\frac{1}{30}} = \left(1 + \frac{0,1575}{2}\right)^{2} \qquad \qquad i_{\frac{1}{30}} = 93,46012662$$

$$(1 + i_{2})^{2} = \left(1 + \frac{0,1575}{2}\right)^{2} \qquad \qquad i_{2} = 0,07875$$

Alternativa A:



Costo de reemplazo:

$$W_1 = 2.250.000(1,09) - 2.250.000(0,15) = 2.115.000$$

$$W_2 = 2.250.000(1,09)^2 - 2.250.000(1,09)(0,15) = 2.305.350$$

$$W_3 = 2.250.000(1,09)^3 - 2.250.000(1,09)^2(0,15) = 2.512.831,50$$

$$g = \frac{W_3}{W_2} = \frac{W_2}{W_1} = 1,09$$

Costo capitalizado:

$$C = 2.250.000 + \frac{2.115.000}{(1 + 200,5842) - 1,09} = 2.250.000 + 10.548,93 = 2.260.548,93$$

Cuota equivalente anual (gastos mensuales):

$$VF_1 = 10.000(1,10) \left[\frac{(1+0,0127)^{12} - 1}{0,0127} \right] = 141.632,95$$

$$VF_2 = 10.000(1,10)^2 \left[\frac{(1+0,0127)^{12} - 1}{0,0127} \right] = 155.796,24$$

$$VF_3 = 10.000(1,10)^3 \left[\frac{(1+0.0127)^{12}-1}{0.0127} \right] = 171.375,86$$

$$g = \frac{VF_2}{VF_1} = \frac{VF_3}{VF_2} = 1,10$$

Costos asociados (entrenamiento y mantenimiento):

$$VA = 10.000 \left[\frac{1 - (1 + 0.0127)^{-180}}{0.0127} \right] + 141.632,95 \left[\frac{(1.10)^{20}(1 + 0.1637)^{-20} - 1}{1.10 - (1 + 0.1637)} \right]$$
$$(1 + 0.1637)^{-15} + 25.000$$

$$VA = 705.609,11 + 154.563,93 + 25.000 = 885.713,04$$

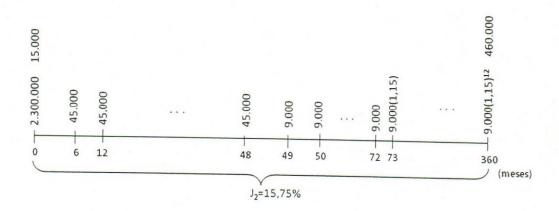
Valor presente perpetuo de los costos asociados:

$$VA = \frac{885.713,04}{200,5842}(1 + 200,5842) = 889.586,01$$

Costo total:

$$CT = 2.260.548,93 + 889.586,01 = 3.150.134,94$$

Alternativa B:



Costo de reemplazo:

$$W_1 = 2.300.000(1,10) - 2.300.000(0,20) = 2.070.000$$

$$W_2 = 2.300.000(1,10)^2 - 2.300.000(1,10)(0,20) = 2.323.000$$

$$W_3 = 2.300.000(1,10)^3 - 2.300.000(1,10)^2(0,20) = 2.504.700$$

$$g = \frac{W_3}{W_2} = \frac{W_2}{W_1} = 1,10$$

Costo capitalizado:

$$C = 2.300.000 + \frac{2.070.000}{(1 + 93,4601) - 1,10} = 2.300.000 + 22.172,21 = 2.322.172,21$$

Cuota equivalente bienal (costo mantenimientos mensuales):

$$VF_1 = 9.000 \left[\frac{(1+0.0127)^{24} - 1}{0.0127} \right] = 250.732,98$$

$$VF_2 = 9.000(1.15) \left[\frac{(1+0.0127)^{24} - 1}{0.0127} \right] = 288.342,93$$

$$VF_3 = 9.000(1.15)^2 \left[\frac{(1+0.0127)^{24} - 1}{0.0127} \right] = 331.594,37$$

$$g = \frac{VF_2}{VF_1} = \frac{VF_3}{VF_2} = 1,15$$

Costos asociados (costos pre-operativos y mantenimientos):

$$VA = 45.000 \left[\frac{1 - (1 + 0.0787)^{-8}}{0.0787} \right] + 250.732.98 \left[\frac{(1.15)^{13}(1 + 0.3542)^{-13} - 1}{1.15 - (1 + 0.3542)} \right]$$
$$(1 + 0.0127)^{-48} + 15.000$$

$$VA = 259.829,98 + 589.576,22 + 15.000 = 864.406,20$$

Valor presente perpetuo de los costos asociados:

$$VA = \frac{864.406,20}{93,4601}(1+93,4601) = 873.655,13$$

Costo total:

$$CT = 2.322.172,21 + 873.655,13 = 3.195.827,34$$

La opción más económica es la Alternativa A, ya que representa el monto que habría que depositar hoy en un fondo financiero, a una tasa de interés de 15,75% anual con capitalización semestral, para que la empresa Elevation Tour pueda

comprar hoy este modelo de avión y cambiarlo cada 35 años permanentemente, además de cubrir todos los costos asociados de forma perpetua.

- 18. Una empresa está evaluando la prestación de servicios de fotocopiado, para lo cual tiene 2 opciones:
 - a) La compra de un set de fotocopiadoras por un monto de Bs. 250.000, con una vida útil de 15 años, para el 1° ciclo de vida útil se presentará un mantenimiento semestral de Bs. 2.500 durante el 1° año, los cuales aumentarán en 10% cada año. Además, el proveedor reconocerá el 25% de costo inicial cuando se requiera reponerlo por otro nuevo set de fotocopiadoras. Los costos de mantenimiento aumentarán en 11% cada vida útil.
 - b) El alquiler de un set de fotocopiadoras con las mismas especificaciones técnicas que la opción anterior, se pagará Bs. 5.000 mensualmente. La ventaja es que el arrendatario le concede gratis los mantenimientos que se requieran, por lo cual no deberá asumir costo alguno por dicho concepto.

¿Cuál de las dos opciones es la más económica a fin de emprender el negocio?

Realice el análisis financiero considerando una tasa de interés: i = 23 %.

Resolución:

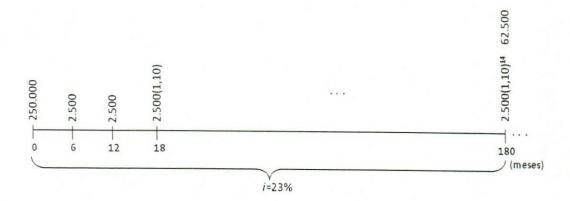
Conversión de tasas:

$$(1+i_2)^2 = (1+0.23)$$
 $i_2 = 0.1090536506$

$$(1+i_{\frac{1}{15}})^{\frac{1}{15}} = (1+0.23)$$
 $i_{\frac{1}{15}} = 21.3139611$

$$(1+i_{12})^{12} = (1+0.23)$$
 $i_{12} = 0.01740084177$

Alternativa A:



Costo de reemplazo:

$$W = 250.000 - 250.000(0,25) = 187.500$$

Costo capitalizado:

$$C = 250.000 + \frac{187.500}{(1+0.23)^{15} - 1} = 250.000 + 8.797.05 = 258.797.05$$

Cuota equivalente anual (mantenimientos semestrales):

$$VF_1 = 2.500 \left[\frac{(1+0,1090)^2 - 1}{0,1090} \right] = 5.272,63$$

$$VF_2 = 2.500(1,10) \left[\frac{(1+0,1090)^2 - 1}{0,1090} \right] = 5.799,90$$

$$VF_3 = 2.500(1,10)^2 \left[\frac{(1+0,1090)^2 - 1}{0,1090} \right] = 6.379,89$$

$$g = \frac{VF_3}{VF_2} = \frac{VF_2}{VF_3} = 1,10$$

Costos asociados:

$$VA = 5.272,63 \left[\frac{(1,10)^{15}(1+0,23)^{-15}-1}{1,10-(1+0,23)} \right] = 32.966$$

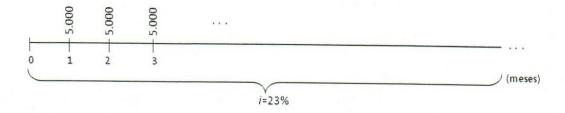
Valor presente perpetuo de los costos asociados:

$$VA = \frac{32.966}{(1+21,3139)-1,11}(1+21,3139) = 34.691,72$$

Costo total:

$$CT = 258.797,05 + 34.691,72 = 293.488,77$$

Alternativa B:



Costo total:

$$CT = \frac{5.000}{0,0174} = 287.342,42$$

La opción más económica es la Alternativa B, por tanto le conviene alquilar el set de fotocopiadoras.

19. Una gobernación deberá asumir, dentro de 3 años, los costos del mantenimiento de por vida de una vieja carretera, la cual se encuentra en muy mal estado, esto de acuerdo con la siguiente proyección:

| Año | Costo Mantenimiento (Bs.) |
|-----|---------------------------|
| 1 | 1.500.000 |
| 2 | 1.525.000 |
| 3 | 1.550.000 |
| | |

Ahora bien, una empresa privada le ofrece otra opción:

 Construir una moderna autopista, con el fin de disminuir los costos a largo plazo.

La construcción de la misma presenta la siguiente estructura de costos:

- a) Los costos anuales de construcción serán Bs. 3.265.000. La construcción durará 3 años.
- b) La autopista durará 50 años en óptimas condiciones, contados a partir de la culminación de la obra.
- c) Cada vez que se necesite remodelar la autopista, solo se tendrá que incurrir en el 50% del costo inicial de la construcción.
- d) El costo de mantenimiento del 1° trimestre será Bs. 150.000, luego aumentarán con una inflación equivalente al 1% mensual, esto para el primer ciclo de vida útil. Ahora bien, en cada ciclo de vida útil los costos de mantenimiento se incrementarán en 5,5%, con respecto al anterior.

Tomando como base una tasa de interés: i=24%, ¿cuál alternativa le conviene más a la gobernación?

Resolución:

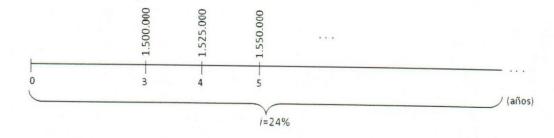
Conversión de tasas:

$$(1+i_4)^4 = (1+0.24)$$
 $i_4 = 0.05525014692$

$$(1 + i_{\frac{1}{50}})^{\frac{1}{50}} = (1 + 0.24)$$
 $i_{\frac{1}{50}} = 46.889,43461$

$$(1 + \pi_4) = (1 + 0.01)^{12}$$
 $\pi_4 = 0.030301$

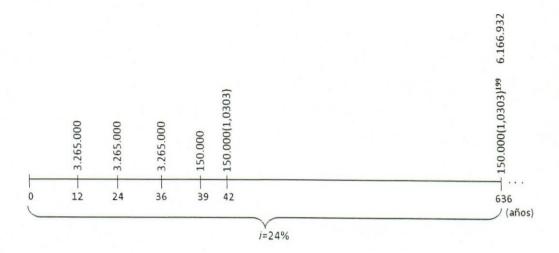
Alternativa A:



Costo total:

$$CT_0 = \frac{\left(1.500.000 + \frac{25.000}{0.24}\right)}{0.24} (1 + 0.24)(1 + 0.24)^{-3} = 4.347.052,41$$

Alternativa B:



$$F = 3.265.000 \left[\frac{(1+0.24)^3 - 1}{0.24} \right] = 12.333.864$$

Costo de reemplazo:

$$W = 12.333.864 - 12.333.864(0.50) = 6.166.932$$

Costo capitalizado:

$$C = 12.333.864 + \frac{6.166.932}{46.889.4346} = 12.333.864 + 131,52 = 12.33.995,52$$

Costos asociados (mantenimientos):

$$VA_{36} = 150.000 \left[\frac{1,0303^{200} (1 + 0,0552)^{-200} - 1}{1,0303 - (1 + 0,0552)} \right] = 5.962.021,31$$

Valor presente perpetuo de los costos asociados:

$$VA_{36} = \frac{5.962.021,31}{(1+46.889,44)-1,055}(1+46.889,44) = 5.962.155,46$$

Costo total:

Monto necesario, dentro de 3 años, para cubrir la construcción y mantenimiento de la carretera:

 $CT_{36} = 12.333.995,52 + 5.962.155,46 = 18.296.150,98$

Monto necesario hoy para cubrir la construcción y mantenimiento de la carretera: $CT_0=18.296.150,98(1+0.24)^{-3}=9.596.098,12$

La opción más económica es la Alternativa A, por tanto es más conveniente para la Gobernación encargarse del mantenimiento de la vieja carretera. (Este análisis no toma en cuenta las ventajas de la moderna autopista, solo es un análisis desde el punto de vista del costo capitalizado y demás costos asociados).

- 20. Ud. está evaluando la compra de 2 máquinas para el proceso de manufacturación de su empresa:
 - La primera máquina tiene un costo de US\$ 100.000, los costos operativos ascienden a US\$ 7.500 el 1° semestre y incrementándose en un 5% semestral; los demás gastos asociados tienen un monto de US\$ 600 el 1° mes, aumentando en US\$ 50 mensualmente. Todos estos conceptos aplican para cada vida útil; el valor de rescate es equivalente al 15% del costo inicial.
 - La segunda máquina tiene un costo de US\$ 80.000, más un costo de instalación de US\$ 10.000. Los costos de operación ascienden a US\$ 15.000 el 1° año, aumentando en un 10% anualmente. Los otros gastos ascienden a US\$ 3.600 el 1° semestre, incrementándose semestralmente en US\$ 300. Todos estos conceptos aplican para cada vida útil; el valor de rescate constituye el 5% del costo inicial (el valor residual también se aplica al costo de instalación).

En ambos casos, la vida útil es 12 años.

De acuerdo con el criterio de costo capitalizado, ¿cuál de las 2 máquinas debería adquirir la empresa?

Evalúe el problema para una tasa de interés $J_{12}=16\%$.

Resolución:

Conversión de tasas:

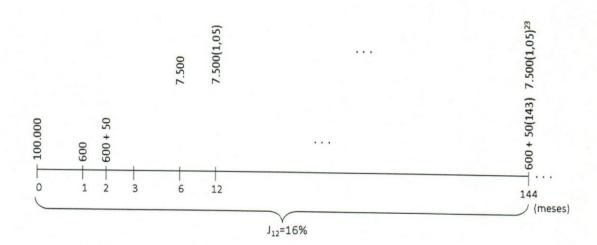
$$(1+i_{24})^{24} = \left(1+\frac{0.16}{12}\right)^{12}$$
 $i_{24} = 0.00664459136$

$$(1+i_2)^2 = \left(1 + \frac{0.16}{12}\right)^{12}$$
 $i_2 = 0.08271455068$

$$\left(1 + i_{\frac{1}{12}}\right)^{\frac{1}{12}} = \left(1 + \frac{0.16}{12}\right)^{12} \qquad \qquad i_{\frac{1}{12}} = 5,734965262$$

$$(1+i) = \left(1 + \frac{0,16}{12}\right)^{12}$$
 $i = 0,1722707983$

Alternativa A:



Costo de reemplazo:

$$W = 100.000 - 100.000(0,15) = 85.000$$

Costo capitalizado:

$$C = 100.000 + \frac{85.000}{5,7349} = 100.000 + 14.821,36 = 114.821,36$$

Costos asociados:

$$VA = 7.500 \left[\frac{1,05^{24} (1+0,0827)^{-24} - 1}{1,05 - (1+0,0827)} \right] + \left\{ 600 \left[\frac{1 - (1+0,0133)^{-144}}{0,0133} \right] + \frac{50}{0,0133} \right]$$

$$\left[\frac{1 - (1+0,0133)^{-144}}{0,0133} - 144(1+0,0133)^{-144} \right] \right\}$$

$$VA = 119.474,55 + 197.630,18 = 317.104,73$$

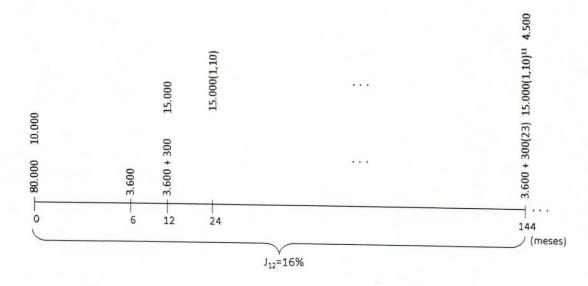
Valor presente perpetuo de los costos asociados:

$$VA = \frac{317.104,73}{5,7349}(1+5,7349) = 372.397,96$$

Costo total:

$$CT = 114.821,36 + 372.397,96 = 487.219,32$$

Alternativa B:



$$F = 80.000 + 10.000 = 90.000$$

Costo de reemplazo:

$$W = 90.000 - 90.000(0,05) = 85.500$$

Costo capitalizado:

$$C = 90.000 + \frac{85.500}{5,7349} = 90.000 + 14.908,55 = 104.908,55$$

Costos asociados:

$$VA = 15.000 \left[\frac{1,10^{12}(1+0,0172)^{-12}-1}{1,10-(0,0172)} \right] + \left\{ 3.600 \left[\frac{1-(1+0,0827)^{-24}}{0,0827} \right] + \frac{300}{0,0827} \left[\frac{1-(1+0,0827)^{-24}}{0,0827} - 24(1+0,0827)^{-24} \right] \right\} + 100 \left[\frac{1-(1+0,0133)^{-2}}{0,0133} \right]$$

$$VA = 110.835,16 + 61.474,52 + 196,07 = 172.309,68$$

Valor presente perpetuo de los costos asociados:

$$VA = \frac{172.309,68}{5,7349} (1 + 5,7349) = 202.355,14$$

Costo total:

$$CT = 104.908,55 + 202.355,14 = 307.263,69$$

La alternativa que se debe escoger es la Alternativa B, con una diferencia de US\$ 179.955,63. Por tanto, se debe depositar hoy en un fondo, a una tasa J_{12} = 16%, US\$ 307.263,69 con el fin de garantizar la renovación permanente de la máquina en cada vida útil, incluyendo su costo de instalación; además se cubrirán los costos de operación de forma perpetua.

- 21. Dayana González, propietaria de la empresa de bebidas gaseosas Cool -Kola desea comprar un lote de máquinas de última tecnología que le permitirán aumentar su producción, para esto necesita analizar las propuestas por parte de 2 proveedores:
 - Propuesta 1 Delta Machine:

Costo inicial: US\$ 1.750.000. Valor de rescate: 12% del costo inicial. Vida útil: 20 años. El costo de la nueva máquina se incrementará en 9% en cada vida útil.

Para el 1° ciclo de vida útil, los costos de mantenimiento tendrán un valor de US\$ 12.500 el 1° trimestre, incrementándose en 8% anualmente, esto por 4 años; luego tendrá un costo trimestral de US\$ 14.000, aumentando en US\$ 200 en cada trimestre por el resto de la vida útil. Además, dichos costos aumentarán en 10% en cada vida útil.

Propuesta 2 – High Tech:

Costo inicial: US\$ 2.000.000. Valor de salvamento: 14% del valor inicial. Vida útil: 25 años. El costo de la nueva máquina se incrementará en 8,75% en cada vida útil.

Para el 1° ciclo de vida útil, los costos de mantenimiento serán US\$ 20.500 semestrales por 5 años, luego por 8 años tendrá un costo semestral de US\$ 28.700; posteriormente, tendrá un costo semestral de US\$ 27.500, el cual aumentará 4% anualmente hasta el final de la vida útil. Adicionalmente, los costos de mantenimiento aumentarán en 6,5% en cada vida útil.

Evalúe estas propuestas con una tasa de interés: $J_{12}=20\%$.

Resolución:

Conversión de tasas:

$$\left(1 + \frac{0,20}{12}\right)^{12} = (1+i) \qquad i = 0,2193910849$$

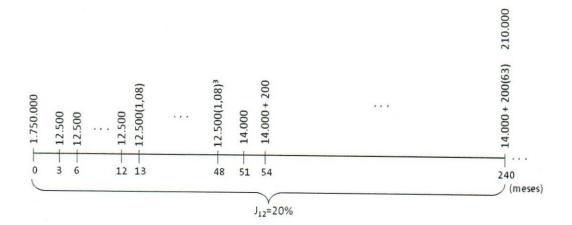
$$\left(1 + \frac{0,20}{12}\right)^{12} = (1+i_2)^2 \qquad i_2 = 0,1042604244$$

$$\left(1 + \frac{0,20}{12}\right)^{12} = (1+i_4)^{12} \qquad i_4 = 0,05083796296$$

$$\left(1 + \frac{0,20}{12}\right)^{12} = \left(1 + i_{\frac{1}{20}}\right)^{\frac{1}{20}} \qquad i_{\frac{1}{20}} = 51,82753063$$

$$\left(1 + \frac{0,20}{12}\right)^{12} = \left(1 + i_{\frac{1}{25}}\right)^{\frac{1}{25}} \qquad i_{\frac{1}{25}} = 141,4214451$$

Propuesta 1:



Cuota equivalente anual (costos mantenimientos trimestrales):

$$VF_1 = 12.500 \left[\frac{(1+0.0508)^4 - 1}{0.0508} \right] = 53.943,72$$

$$VF_2 = 12.500(1.08) \left[\frac{(1+0.0508)^4 - 1}{0.0508} \right] = 58.259,21$$

$$VF_3 = 12.500(1.08)^2 \left[\frac{(1+0.0508)^4 - 1}{0.0508} \right] = 62.919,95$$

$$g = \frac{VF_3}{VF_2} = \frac{VF_2}{VF_1} = 1,08$$

Costo de reemplazo:

$$\begin{split} W_1 &= 1.750.000(1,09) - 1.750.000(0,12) = 1.697.500 \\ W_2 &= 1.750.000(1,09)^2 - 1.750.000(1,09)(0,12) = 1.850.275 \\ W_3 &= 1.750.000(1,09)^3 - 1.750.000(1,09)^2(0,12) = 2.016.799,75 \\ g &= \frac{W_3}{W_2} = \frac{W_2}{W_1} = 1,09 \end{split}$$

Costo capitalizado:

$$C = 1.750.000 + \frac{1.697.500}{(1 + 51,8275) - 1,09} = 1.750.000 + 32.809,84 = 1.782.809,84$$

Costos asociados (mantenimientos):

$$VA = 53.943,72 \left[\frac{(1,08)^4 (1+0,2193)^{-4} - 1}{(1,08) - (1+0,2193)} \right] + \left\{ 14.000 \left[\frac{1 - (1+0,0508)^{-64}}{0,0508} \right] + \frac{1.000}{0,0508} \right]$$

$$\left[\frac{1 - (1+0,0508)^{-64}}{0,0508} - 64(1+0,0508)^{-64} \right] \left\{ (1+0,2193)^{-4} \right\}$$

$$VA = 148.857,38 + 263.194,83 = 412.052,21$$

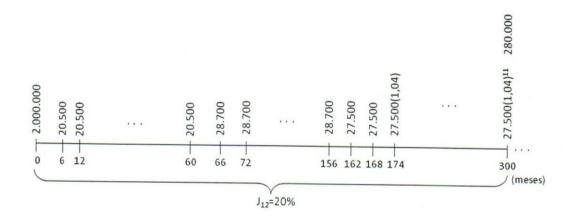
Valor presente perpetuo de los costos asociados:

$$VA = \frac{412.052,21}{(1+51,8275)-1,10}(1+51,8275) = 420.814,61$$

Costo total:

$$CT = 1.782.809,84 + 420.814,61 = 2.203.624,45$$

Propuesta 2:



Cuota equivalente anual (costos mantenimientos semestrales):

$$VF_1 = 27.500 \left[\frac{(1+0.1042)^2 - 1}{0.1042} \right] = 57.867,16$$

$$VF_2 = 27.500(1.04) \left[\frac{(1+0.1042)^2 - 1}{0.1042} \right] = 60.181,85$$

$$VF_3 = 27.500(1.04)^2 \left[\frac{(1+0.1042)^2 - 1}{0.1042} \right] = 62.589,12$$

$$g = \frac{VF_3}{VF_2} = \frac{VF_2}{VF_1} = 1,04$$

Costo de reemplazo:

$$\begin{split} W_1 &= 2.000.000(1,0875) - 2.000.000(0,14) = 1.895.000 \\ W_2 &= 2.000.000(1,0875)^2 - 2.000.000(1,0875)(0,14) = 2.060.812,50 \\ W_3 &= 2.000.000(1,0875)^3 - 2.000.000(1,0875)^2(0,14) = 2.241.133,59 \\ g &= \frac{W_3}{W_2} = \frac{W_2}{W_1} = 1,0875 \end{split}$$

Costo capitalizado:

$$C = 2.000.000 + \frac{1.895.000}{(1 + 141,4214) - 1,0875} = 2.000.000 + 13.407,96 = 2.013.407,96$$

Costos asociados (mantenimientos):

$$VA = 20.500 \left[\frac{1 - (1 + 0.1042)^{-10}}{0.1042} \right] + 28.700 \left[\frac{1 - (1 + 0.1042)^{-16}}{0.1042} \right] (1 + 0.2193)^{-5} + 57.867,16 \left[\frac{(1.04)^{12}(1 + 0.2193)^{-12} - 1}{(1.04) - (1 + 0.2193)} \right] (1 + 0.2193)^{-13}$$

$$VA = 123.690,83 + 81.216,77 + 20.851,55 = 225.759,15$$

Valor presente perpetuo de los costos asociados:

$$VA = \frac{225.759,15}{(1+141,42) - 1,065}(1+141,42) = 227.460,05$$

Costo total:

$$CT = 2.013.407,96 + 227.460,05 = 2.240.868,01$$

Evaluando cada una de las propuestas, se puede concluir que Dayana González deberá escoger la Propuesta 1, ya que posee un menor costo total actualizado y por ende, le permitirá aumentar la producción de la planta por un monto a valor de hoy de US\$ 2.203.624,45, a una tasa de oportunidad del 20% anual con capitalización mensual, lo cual cubrirá la compra hoy de un lote de máquinas de última tecnología,

el costo de reposición perpetuo de dichas máquinas en cada ciclo de vida útil y sus respectivos mantenimientos de por vida.

- 22. Perfect Beauty desea adquirir una máquina envasadora de pinturas de uñas que hará aumentar su producción, para ello recibe 2 ofertas de parte de sus proveedores:
 - Beautiful Girl: Una inversión inicial por US\$ 60.000 y una vida útil de 20 años; el valor de salvamento de la máquina será el 10% de la inversión inicial. Además, para el 1° ciclo de vida útil se consideran costos anuales de mantenimiento por US\$ 15.000 los primeros 5 años, y luego US\$ 5.000 que se incrementarán 15% cada año, esto hasta el final de la vida útil. Los costos de mantenimiento aumentarán 5% en cada vida útil.
 - Modern Woman: Inversión inicial por US\$ 70.000, el valor de rescate será 7% de la inversión inicial y la vida útil de la máquina será 15 años. El programa de mantenimiento para el 1° ciclo de vida útil consiste en US\$ 10.000 anuales, incrementándose en US\$ 850 cada año por los primeros 8 años. Después, US\$ 6.000 anuales aumentando 2% cada año, esto por el resto de la vida útil. Los costos de mantenimiento aumentarán US\$ 3.000 en cada vida útil.

¿Cuál de las ofertas debe aceptar Perfect Beauty, si la tasa de interés es 19% anual con capitalización cuatrimestral?

Resolución:

Conversión de tasas:

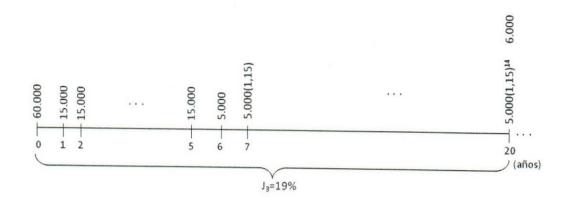
$$(1+i) = \left(1 + \frac{0,19}{3}\right)^3 \qquad i = 0,2022873704$$

$$\left(1 + i_{\frac{1}{20}}\right)^{\frac{1}{20}} = \left(1 + \frac{0,19}{3}\right)^3 \qquad i_{\frac{1}{20}} = 38,82590929$$

$$\left(1 + i_{\frac{1}{15}}\right)^{\frac{1}{15}} = \left(1 + \frac{0,19}{3}\right)^3$$

$$i_{\frac{1}{15}} = 14,85346781$$

Alternativa A:



Costo de reemplazo:

$$W = 60.000 - 60.000(0,10) = 54.000$$

Costo capitalizado:

$$C = 60.000 + \frac{54.000}{0,2022} \left[\frac{0,2022}{(1+0,2022)^{20} - 1} \right] = 60.000 + 1.390,82 = 61.390,82$$

Costos asociados (mantenimientos):

$$VA = 15.000 \left[\frac{1 - (1 + 0.2022)^{-5}}{0.2022} \right] + 5.000 \left[\frac{(1.15)^{15} (1 + 0.2022)^{-15} - 1}{1.15 - (1 + 0.2022)} \right]$$

$$(1 + 0.2022)^{-5}$$

$$VA = 44.634,33381 + 18.527,7458 = 63.162,08$$

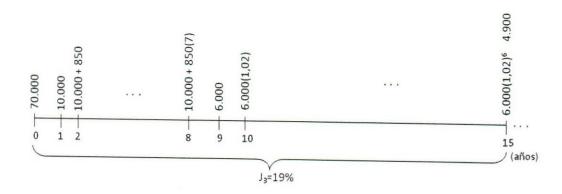
Valor presente perpetuo de los costos asociados:

$$VA = \frac{63.162,07961}{(1+38,8259)-1,05}(1+38,8259) = 64.872,42$$

Costo total:

$$CT = 61.390,82 + 64.872,42 = 126.263,25$$

Alternativa B:



Costo de reemplazo:

$$W = 70.000 - 70.000(0,07) = 65.100$$

Costo capitalizado:

$$C = 70.000 + \frac{65.100}{0,2022} \left[\frac{0,2022}{(1+0,2022)^{15} - 1} \right] = 70.000 + 4.382,82 = 74.382,82$$

Costos asociados (mantenimientos):

$$VA = \left\{ 10.000 \left[\frac{1 - (1 + 0.2022)^{-8}}{0.2022} \right] + \frac{850}{0.2022} \left[\frac{1 - (1 + 0.2022)^{-8}}{0.2022} - 8(1 + 0.2022)^{-8} \right] \right\} + 6.000 \left[\frac{(1.02)^{7} (1 + 0.2022)^{-7} - 1}{1.02 - (1 + 0.2022)} \right] (1 + 0.2022)^{-8}$$

$$VA = 46.426,08 + 5.154,35 = 51.580,43$$

Valor presente perpetuo de los costos asociados:

$$VA = \frac{\left(51.580,43 + \frac{3.000}{14,8534}\right)}{14,8534}(1 + 14,8534) = 55.268,62$$

Costo total:

$$CT = 74.382,82 + 55.268,62 = 129.651,43$$

A Perfect Beauty le convendría adquirir la máquina envasadora ofrecida por Beautiful Girl, ya que con un depósito hoy consistente en US\$ 126.263,25 en un fondo que rinda una tasa de interés: $J_3 = 19\%$, se podrá podrá garantizar de manera perpetua la compra, reposición y mantenimiento de dicha máquina.

CONCLUSIONES

En el caso de una materia que presenta un alto nivel de dificultad para su aprendizaje, unido al bajo nivel de formación en matemáticas en el bachillerato, se requiere de un problemario que facilite la enseñanza, de la forma más pedagógica posible y orientado a facilitarle al estudiante de la facultad de las ciencias económicas y sociales una mayor comprensión de la materia y por ende, el mejoramiento de su rendimiento académico.

Concretamente, se ha pretendido dar un valioso aporte con la publicación de este problemario, con la intención que pueda servir de texto de estudio para los estudiantes de la cátedra: Matemáticas Financieras II, correspondiente al 6° semestre de la carrera de Administración y Contaduría, en la Ucab – Guayana, específicamente en aquellos tópicos de mayor complejidad: rentas a interés compuesto. Sin embargo, la aspiración del autor es que el presente problemario pueda servir de apoyo a cualquier docente que imparta esta materia en cualquier universidad.

Además, el aprovechamiento académico de muchas materias de pregrado en las distintas universidades, tales como: mercados financieros, finanzas internacionales, formulación y evaluación de proyectos, análisis de carteras de inversiones, etc. depende en gran medida de la comprensión oportuna de las matemáticas financieras, constituyéndose en herramientas fundamentales para la solución de problemas financieros mucho más complejos.

Por consiguiente, se persigue contribuir en una temática de gran aplicación práctica en el plano laboral, empresarial y en la gestión pública, la cual constituye la base para el desempeño con éxito del futuro profesional en el ámbito financiero, concretamente para los economistas, contadores públicos, administradores de empresas y demás profesionales afines.

El valor agregado de las matemáticas financieras determina, en gran medida, el adecuado desempeño del profesional en los postgrados relacionados con las

menciones de finanzas, negocios, gerencia de proyectos y otras similares, en el cual el profesor da por descontado que el estudiante debe poseer un alto conocimiento en el manejo de estas herramientas financieras, por lo que se requiere una sólida formación en el pregrado.

Este problemario en particular, a diferencia de muchos otros, considera las rectas de tiempo en cada uno de los casos planteados, de tal manera de facilitarle al estudiante la comprensión en lo que se refiere a la disposición de los distintos montos en el tiempo. Esto le permitirá, con mayor criterio, entender el significado de un concepto tan fundamental como lo es el *valor del dinero en el tiempo*.

Por lo expuesto anteriormente, y dada la experiencia del autor como docente en la cátedra de matemáticas financieras, se ha considerado fundamental para la enseñanza en esta materia destacar la importancia de un correcto planteamiento de las rectas de tiempo, antes de resolver cada problema planteado; ya que esto constituye la mitad del éxito en el análisis del caso, el resto está en función de la correcta aplicación de todas las fórmulas necesarias para resolver cada ejercicio.

Otro aspecto que el autor ha considerado de vital importancia, previo a la solución de cada problema, es que el alumno disponga del cálculo de las tasas equivalentes, las cuales se utilizarán para la aplicación de las distintas fórmulas. Los estudiantes presentan graves fallas en el cálculo de las tasas equivalentes (lo cual el autor ha podido constatar en el aula de clases), lo cual implica reiterados errores en los resultados obtenidos.

Por tal motivo, se ha llegado a la conclusión que es preciso dedicar un capítulo entero a este aspecto fundamental. En dicho capítulo se contempla una breve explicación teórica, así como conceptos básicos; además se destaca una propuesta muy particular de parte del autor, de cómo se deben calcular las tasas equivalentes de forma expedita, independientemente del caso. Adicionalmente, se exponen diferentes ejercicios de conversiones de tasas, los cuales permiten al estudiante comprender y practicar suficientemente la metodología del cálculo, antes de abordar los capítulos dedicados a los distintos problemas de rentas a interés compuesto.

Los problemas aquí expuestos son de variada complejidad: baja, media y alta dificultad y además todos están resueltos, de tal forma que el estudiante pueda comparar sus resultados con los correspondientes al problemario, así como revisar los procedimientos realizados. Aún cuando existen varios caminos para resolver un mismo problema, los mismos se exponen de la manera más expedita, para que el alumno entienda cuál es la forma más eficiente de resolverlos, esto le permite al estudiante reflexionar sobre los pasos innecesarios y abordar el siguiente ejercicio de una forma más directa.

Son muchos los problemas que el lector podrá asimilar a casos reales de amortizaciones de préstamos, colocaciones bancarias, inversiones en proyectos, análisis de alternativas económicas, etc. tanto para empresas, organizaciones sin fines de lucros, gobiernos locales y regionales, incluso situaciones relacionadas a la economía del hogar, por tanto la utilidad del texto va más allá del plano estrictamente académico.

A lo largo de este problemario se destaca el impacto de la inflación en el valor del dinero en el tiempo, concretamente en los problemas de los capítulos correspondientes a Rentas Variables, Rentas Perpetuas y Costo Capitalizado. Estos problemas facilitan la comprensión, desde el punto de vista financiero, del impacto de la inflación sobre valor del dinero en el tiempo, específicamente sobre el salario real y el poder adquisitivo, entre otros aspectos. El estudiante y demás interesados deberán hacer énfasis en estos problemas, si desean hacer una similitud con el caso actual de la economía venezolana.

En la gran mayoría de las universidades, el pensum de la carrera de ingeniería industrial suele contemplar materias tales como: introducción a las finanzas, gerencia de proyectos e ingeniería económica, las cuales requieren de una sólida base de las herramientas de matemáticas financieras, por tanto este problemario puede complementar y aportar en este sentido.

Por último, es importante que el profesor comprenda que su aporte en materia de publicación es tan importante como la docencia, por tanto es de suma importancia la recopilación y sistematización del contenido impartido en el aula de clases, la clasificación de la información y el orden requerido para plasmarlo en una

publicación, de tal forma de no perder el esfuerzo de todo el material didáctico desarrollado a lo largo de los años en el marco de una determinada cátedra. Solo así se podrían documentar todos los casos discutidos en clase, contribuyendo así al conocimiento y a la enseñanza, y de esta forma al acervo académico de la universidad, para lo cual todo docente debe estar llamado.

Por tanto, se espera que este problemario sirva de motivación para otros profesores, para que así asuman el compromiso de divulgar su aporte docente a través de una publicación académica, sea esta un problemario, un manual didáctico o un texto de estudio, tal que aporte a la enseñanza de una determinada cátedra y al aprendizaje del estudiante.

RECOMENDACIONES

Sería conveniente incorporar en futuras ediciones del presente problemario, capítulos de gran interés en el ámbito financiero, tales como la amortización bajo los tres sistemas o modalidades: francés, alemán y americano; bonos, análisis de alternativas de inversión mediante la metodología de la tasa interna de retorno (TIR), el valor actual neto (VAN) y el costo anual uniforme equivalente (CAUE), más aún cuando estas metodologías incluyen en su análisis los flujos descontados de los ingresos de los proyectos (Sapag Chaín, 2007).

Dados los argumentos expuestos en la Introducción, se sugiere la incorporación explícita en el contenido programático de Matemáticas Financieras II, correspondiente al 6° semestre de Administración y Contaduría de la Universidad Católica Andrés Bello (UCAB), de los temas referidos a Rentas Perpetuas y Costo Capitalizado, contemplados en los capítulos V y VI del problemario. De esta manera, se evitaría cualquier omisión de estos temas de tanta relevancia en el ámbito financiero en el cronograma del docente.

Dada la experiencia del autor en el aula, se recomienda la utilización de rectas de tiempo en todos los problemas, las cuales ayudan a comprender mejor el significado del valor del dinero en el tiempo, así como hacer énfasis en el cálculo de las tasas equivalentes. Estos aspectos son fundamentales para que el estudiante pueda abordar los problemas con éxito.

Es preciso que el estudiante realice un minucioso repaso a las matemáticas de bachillerato, en tópicos como: logaritmos, ecuaciones con raíces, ecuaciones potenciales y exponenciales, series en progresión geométrica y aritmética, interpolación, sistemas de ecuaciones, entre otros. Sin un sólido conocimiento de estos contenidos sería imposible resolver muchos de los problemas financieros presentados. Por tanto, se recomienda al profesor que tenga bajo su cargo la cátedra de matemáticas financieras alertar al estudiante en tal sentido.

Teniendo en cuenta que este problemario está orientado a estudiantes de pregrado, en el área de las ciencias económicas y sociales, sería de gran interés que otros docentes expertos en esta temática se motiven a realizar problemarios con ejercicios orientados a la ingeniería, lo cual sería de gran utilidad para cátedras como gerencia de proyectos e ingeniería económica, solo por mencionar algunas. Adicionalmente, tratándose de casos más complejos en el ámbito financiero, podría realizarse un problemario similar para los postgrados en las áreas de finanzas, negocios y afines.

Se recomienda al docente interesado en realizar un problemario de similares características, apoyarse en Microsoft Excel, concretamente el uso de la herramienta editor de ecuaciones, ya que facilita el diseño de todas las fórmulas financieras involucradas en el análisis, permitiendo una ilustración más pedagógica de las soluciones a los problemas.

Cualquiera que sea la orientación del problemario, el profesor debe entender que es de vital importancia el aporte de los estudiantes, organizados mediante equipos de trabajo los cuales reporten a sus respectivos líderes; esto facilita el trabajo del docente; dicha metodología ya fue explicada con detalle en el apartado *Método de Trabajo*.

Este es el tipo de materia que requiere de una gran práctica y continua reflexión, en la cual se aprende mucho de los errores incurridos, por tanto es importante que el docente le haga saber esto al estudiante como parte de su aprendizaje, incentivándole en todo momento. Dada la gran variedad de problemas presentados, es preciso que el estudiante realice la mayor cantidad de problemas posibles, para así reconocer los distintos casos que se le presentarán en el ámbito académico, así como en el plano laboral más adelante en su vida profesional.

Se recomienda que tanto los ejercicios abordados en clase, como aquellos asignados para la siguiente sesión, sean resueltos en equipos de trabajo, para que así se fortalezca el co - aprendizaje entre los participantes, aprendiendo cada uno de los demás compañeros de estudio e igualmente del facilitador docente. Por esta razón, se sugiere que sean los mismos estudiantes que traten de resolver los problemas en el pizarrón, con orientación del profesor, desde el diseño de la recta

de tiempo, pasando por las conversiones de tasas, hasta la resolución del mismo, con el necesario debate entre todos los compañeros de estudio.

A los docentes quien tienen esta materia bajo su cargo en la UCAB, en las distintas carreras donde se cursa, se recomienda el uso del aula virtual: Módulo 7, ya que incluso facilitaría la tutoría del profesor fuera del aula de clase, en lo referente a la orientación, asignación y revisión de ejercicios; lo cual se convierte en un importante aliado para el aprendizaje del estudiante, en una materia en la cual se requiere dedicarle una gran cantidad de horas adicionales a la solución de los distintos tipos de problemas contemplados en los textos. Sin duda, esto potenciaría la labor docente haciendo más dinámica la enseñanza.

En aquellos problemas basados en rentas de amortización, se recomienda complementar el análisis ilustrado con el uso del software *Microsoft Excel*. Esto le facilitaría al estudiante la comprensión y análisis en cuanto a la disposición de cada una de las variables financieras en la tabla de amortización, mediante el uso de las fórmulas en cada una de las celdas correspondientes, haciendo uso de una herramienta versátil.

Se recomienda hacer énfasis en las matemáticas cursadas en los primeros semestres de las distintas carreras, específicamente en aquellos contenidos fundamentales para la comprensión de las matemáticas financieras, concretamente: ecuaciones con raíces, ecuaciones con logaritmos, funciones potenciales y exponenciales, progresiones geométricas y aritméticas, entre otros; esto con el fin de que el estudiante pueda con mayor éxito comprender el abordaje de las matemáticas financieras. De igual manera, se precisa una sólida enseñanza del interés compuesto en la cátedra Matemáticas Financieras I, para el adecuado aprendizaje de los distintos casos de rentas. Por tanto, es necesario una adecuada comunicación y sinergia entre los profesores de las cátedras involucradas, a fin de aplicar las estrategias pertinentes con miras a coadyuvar al rendimiento de los estudiantes.

El docente siempre debe tener presente que el rol del preparador es fundamental, como apoyo en la asignación y revisión de los distintos ejercicios; ya que su experiencia como estudiante y su pasantía docente le permite aportar al profesor, concretamente indicándole en cuáles contenidos se deben hacer énfasis, así como en el reforzamiento de ciertos conceptos.

Se sugiere la utilización, por parte del docente y de los estudiantes, de calculadoras financieras para la resolución de cada uno de los ejercicios en el aula. Sin ánimo de hacer publicidad, mas sí de orientar a todo aquel interesado en lograr la mayor eficiencia en la resolución de cada uno de los problemas de este y otros textos de estudio, se recomiendan las calculadoras HP 17BII+ o HP19BII+, la cual en opinión del autor es la más utilizada en el mundo financiero, tanto a nivel académico como en el ámbito empresarial. Además, permiten almacenar las fórmulas financieras ahorrando tiempo en los cálculos, incluso facilitan la estimación de las tasas de interés, sin necesidad de recurrir a la interpolación, esto entre otras ventajas.

En lo que respecta al contenido, es preciso destacar que en aquellos problemas cuyos montos están expresados en bolívares (Bs.), los cuales son la mayoría en este problemario, el profesor debe tener presente la alta inflación en la economía venezolana. Por tanto, periódicamente se deberán ajustar los valores de los mismos para hacerlos más realistas y cónsonos con la economía nacional al paso el tiempo.

Por último, este problemario es solo una humilde contribución de parte del autor, dada su experiencia laboral y académica, al mundo de las matemáticas financieras, por tanto es una herramienta más para la enseñanza de esta importante materia. Pero lo más importante es la pedagogía empleada por el docente en el aula, tal que facilite la solución de los problemas, entendiendo que esta es una materia que se aprende *haciendo*, es decir en la medida que más práctica adquiera el estudiante.

Finalmente, se invita a profesores y estudiantes a hacer críticas constructivas, así como importantes aportes y sugerencias para el mejoramiento continuo en próximas publicaciones, siempre serán bienvenidas...

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Álvarez, A. (2005). Matemáticas Financieras. (3° edición). Colombia: McGraw Hill.
- Baca, G. (2003). Fundamentos de Ingeniería Económica. (3° edición). México: McGraw Hill.
- Banco Central de Venezuela. [Página Web en línea] Disponible: http://www.bcv.org.ve/c4/notasprensa.asp [Consulta: 2013]
- Bodie, Z. y Merton, R. (2003). Finanzas. México: Prentice Hall.
- Díaz Mata, A. y Aguilera Gómez, V. (2008). *Matemáticas Financieras*. (4° edición). México: McGraw Hill.
- García, J. (2000). *Matemáticas Financieras, con Ecuaciones de Diferencia Finita*. (4° edición). Colombia: Pearson.
- Gómez Rondón, F. (1992). *Matemáticas Financieras*. *Teorías y Prácticas Resueltas*. Caracas, Venezuela: Ediciones Fragor.
- Imbernón, F. (2007). La Investigación Educativa y la Formación del Profesorado. (3° edición). España: Editorial Graó.
- Jaguán, A. (2009). *Matemáticas Financieras*. Maracay, Venezuela: Ediciones Valle de Aragua.
- Portus Govinden, L. (1997). *Matemáticas Financieras*. (4° edición). Bogotá, Colombia: McGraw Hill.
- Redondo, A. (1986). *Curso Práctico de Matemática Financiera*, (2° edición). Centro Contable Venezolano.
- Sapag Chaín, N. (2007). Proyectos de Inversión. Formulación y Evaluación. México: Pearson.
- Serna, R. (2012). *Manual Didáctico de Matemáticas Financieras*. Bogotá, D.C.: Facultad de Postgrados, Universidad EAN.
- Villalobos, J. (2007). *Matemáticas Financieras*. (3° edición), México: Prentice Hall. Pearson Educación.
- Kozikowski, Z. (2007). Matemáticas Financieras. El Valor del Dinero en el Tiempo. India: Mc Graw Hill.

GLOSARIO

Acción: título de renta variable correspondiente a la cuota parte de participación en el capital o patrimonio de una empresa, el cual reditúa dividendos cuando así lo determine la junta directiva en función de las ganancias obtenidas.

Amortización: operación financiera mediante la cual se paga paulatinamente una deuda contraída con sus respectivos intereses, esto bajo ciertas condiciones de periodicidad de los pagos, tasas de interés y en un determinado periodo de tiempo.

Bono: título de renta fija producto de una emisión de deuda, el cual constituye un activo para quien lo adquiere (tenedor del bono) y un pasivo para el ente que lo haya emitido. Generalmente está sometido a una determinada tasa de interés, posee una fecha de redención (plazo acordado de vencimiento), generando periódicamente pago de cupones (intereses). Se puede adquirir a la par, con prima o con descuento, dependiendo si se adquiere a un precio igual a su valor nominal, a un precio superior o a un precio inferior, respectivamente.

Costo de oportunidad: es el costo desde la perspectiva de las alternativas perdidas o no asumidas. Normalmente, en el ámbito financiero, se asume como la ganancia o la rentabilidad que deja de percibirse por invertir un capital en un determinado negocio y no en otra alternativa. En economía este concepto se asocia con la ganancia normal.

Cupón: es el interés periódico generado por un bono, el cual se calcula en función del valor nominal (independientemente que se haya adquirido a la par, con prima o con descuento).

Dividendo: es la ganancia o el beneficio obtenido por cada acción, una vez que la junta directiva de una empresa haya decidido repartir las utilidades entre los accionistas.

Fecha Focal: es aquella fecha seleccionada con el fin de realizar la equivalencia de los resultados de las distintas operaciones financieras, es decir con el objeto de que coincidan los valores en un mismo momento del tiempo.

Fideicomiso: es un contrato mediante el cual una persona denominada fideicomitente designa a una persona natural o jurídica (fiduciaria), para que administre ciertos fondos, activos financieros y/o demás bienes en beneficio de un tercero (beneficiario), de tal forma que en un plazo establecido o en virtud de algún evento o suceso, fijado por el fideicomitente, se entreguen el total de las inversiones con su respectivo rendimiento financiero al beneficiario.

Hiperinflación: consiste en un crecimiento desmedido y acelerado de los precios de los bienes y servicios en una economía, también denominado *inflación galopante*. Ya que la inflación se encuentra fuera de control, la pérdida del poder adquisitivo del dinero crece a un ritmo muy alto y en forma sostenida, razón por la cual se pierde una de las principales funciones del dinero: la transacción de bienes y servicios. Se asume como una tasa de inflación que supera el 100% anual durante al menos 3 años, o también como una tasa superior al 50% mensual.

Indexación: es un proceso estadístico mediante el cual se ajusta una variable por un determinado índice. Ejemplo: Indexación de los salarios por efectos de la inflación, en este caso se deflacta el salario nominal entre el índice nacional de precios al consumidor (INPC), dando como resultado el salario real.

Inflación: aumento continuo y generalizado, en un periodo de tiempo prolongado, del nivel de precios de la mayoría de los bienes y servicios de una economía, lo cual implica la merma del poder adquisitivo del consumidor.

INPC: Índice Nacional de Precios al Consumidor. Dicho indicador estadístico permite calcular la evolución de los precios de una determinada canasta básica, desde el periodo base hasta el periodo de análisis. La variación porcentual interperiódica del INPC se denomina inflación.

Interés: rédito o rendimiento al cual está sometido un determinado capital o las imposiciones una renta de capitalización. En el caso de una renta de amortización,

es la cantidad de dinero que se debe pagar como retribución al capital monetario recibido en calidad de crédito o préstamo.

Inversión de Cartera: aquélla destinada a la especulación en el mercado de capitales. El principal objetivo del inversionista es obtener ganancias de capital, es decir vender el instrumento financiero a un precio superior al precio de compra (inversión inicial).

Inversión Directa: consiste en adquirir acciones de una empresa con la intención de tomar parte en la gestión de la misma, por tanto dirigirla en función de los criterios de maximización de ganancias, para así aumentar el valor de la organización.

Periodo de Gracia: lapso de tiempo en el cual solo se pagan los intereses correspondientes de un préstamo o crédito.

Periodo Muerto: periodo durante el cual no se realiza pago alguno sobre una deuda contraída, por tanto no se amortiza capital ni tampoco se pagan intereses.

Progresión Geométrica: serie o sucesión de términos en los cuales cada uno de ellos se obtiene como resultado de multiplicar a su inmediato anterior por una razón fija.

Progresión Aritmética: serie en la cual cada término es el resultado de sumar algebraicamente un gradiente fijo a su inmediato anterior.

Tasa de Oportunidad: es aquella tasa asociada con el costo de oportunidad, por tanto representa la mínima tasa de rendimiento que estaría dispuesto a exigir un inversionista, con tal de obtener al menos el beneficio normal.

Valor Actual (VA): es el valor presente de las rentas o montos, descontados a valor de hoy u otra fecha focal, considerando una tasa de interés determinada.

Valor Futuro (VF): consiste en la acumulación de las imposiciones o capitales con sus respectivos intereses, esto en una determinada fecha focal, obteniendo así el monto correspondiente.