AAR9460

UNIVERSIDAD CATÓLICA ANDRÉS BELLO
FACULTAD DE CIENCIAS ECONÓMICAS Y SOCIALES
ESCUELA DE ECONOMÍA

Comparación del Modelo de Fronteras Eficientes de Markowitz versus el modelo de Black-Litterman en el manejo de portafolios de renta fija para la administración de Reservas Internacionales.

Tutor: Adrián Ascanio

Elaborado por: Jessica Figueiras Chen
Claudia Zunica Romhany

Caracas, Octubre de 2010

AGRADECIMIENTOS Y DEDICATORIA

Dedicamos este trabajo a nuestros familiares, por su apoyo incondicional para alcanzar cada una de las metas que nos propusimos a lo largo de nuestros estudios universitarios.

A Adrián Ascanio, nuestro tutor, que con su conocimiento y experiencia nos orientó y alentó todo un año en la elaboración del presente trabajo de grado.

A David Delgado, por las incontables horas que trabajó y nos guió en la elaboración de la parte empírica.

Y por último un agradecimiento a Adriana Arreaza, quien siempre estuvo dispuesta a ayudarnos y orientarnos con la metodología.

A todos ellos y al Departamento de Riesgo del Banco Central de Venezuela nuestro más sincero agradecimiento por toda la ayuda prestada.

Índice de Contenido

AGRADECIMIENTOS Y DEDICATORIA i

INTRODUCCIÓN 9

CAPÍTULO I: LAS RESERVAS INTERNACIONALES 16

1.1 Definición: 16

1.2 Composición de las reservas internacionales 18

1.3 Clasificación de las reservas internacionales: 22

1.4 Funciones de las reservas internacionales: 24

1.5 Evolución reciente de las reservas internacionales: 26

1.6 Administración de las reservas internacionales: 28

CAPITULO II: CARTERA REFERENCIAL 32

2.1 Benchmark o Cartera Referencial. 34

2.2 Cartera Referencial Vigente en Venezuela. 41

CAPÍTULO III: DERIVACIONES FORMALES DE LOS MODELOS DE MARKOWITZ Y BLACK – LITTERMAN 51

3.1 Teoría moderna del portafolio: 51

3.1.1Optimización de portafolios 52

3.1.2 Ponderación de las Carteras: 52

3.1.3 Rendimiento de una inversión: 53

3.1.4 Rendimiento de una Cartera: 54

3.1.5 Rendimiento Esperado de una cartera: 54

3.1.6 Riesgo de la Cartera: 55

3.2 Modelo Media-Varianza de Markowitz 56

3.2.1 Determinación del conjunto de carteras eficientes 58

3.2.2 Selección de la cartera óptima: 60

3.2.3 Problemas que presenta el modelo de Markowitz: 62

3.3 Modelo de Black- Litterman 64

3.3.1 Capitalización del Mercado 65

3.3.2 Retornos de equilibrio en exceso: el vector Π 66

3.3.3 Opiniones del inversionista (Views): la matriz P y la matriz Q 69

3.3.4 Retornos esperados de Black-Litterman 70

CAPITULO IV: DESARROLLO DE ESTIMACIONES Y RESULTADOS 73

4.1 Recopilación y construcción de datos 73

4.2 Metodología de Estimación 78

4.2.1 Modelo de Markowitz. 78

4.2.2 Modelo de Black - Litterman 82

4.3 Presentación de los resultados 90

4.4 Análisis de los Resultados 96

CAPITULO V: CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES 108

Apéndice: Derivación de Black-Litterman 113

Bibliografía 113

Anexos 117

Índice de Gráficos

Gráfico 1- Composición promedio de las reservas internacionales para el período de 1999-2009 21

Gráfico 2- Clasificación de las Reservas Internacionales para el mes de marzo en el año 2009 24

Gráfico 3- Evolución de las Reservas Internacionales 1999-2009 28

Gráfico 4- Composición cambiaria del benchmark colombiano 37

Gráfico 5- Bolivia. Portafolio Euro: Estructura por emisor. 38

Gráfico 6 –Bolivia. Composición por calificación crediticia por semestre gestión 2009 41

Gráfico 7- Bolivia. Composición por sector de inversión al 31-dic-07 49

Gráfico 8- Bolivia. Composición por sector de inversión al 31-dic-08 50

Gráfico 9- Rentabilidad esperada y desviación estándar 59

Gráfico 10- Curvas de indiferencia y binomio rentabilidad-riesgo 60

Gráfico 11- Selección de la cartera óptima 62

Gráfico 12-Representación grafica del Modelo Black-Litterman 72

Gráfico 13-Curva de Markowitz 91

Gráfico 14- Pesos de los portafolios en el modelo de Markowitz 97

Gráfico 15- Pesos de los portafolios del modelo BL 98

Gráfico 16- Comparación de los rendimientos 99

Gráfico 17- Relación rendimiento-riesgo para el modelo de Marokitz y BL..... 102

Gráfico 18-Comparación rendimiento-riesgo entre el modelo de Mk y el modelo de BL con views no acertados..... 103

Índice de Tablas

Tabla 1- Principales técnicas para medición de riesgos 35

Tabla 2-Calificaciones de las principales agencias crediticias internacionales... 41

Tabla 3-Tramos de inversión de las reservas internacionales de Venezuela .... .43

Tabla 4- Colombia. Composición por tipo de activo. 47

Tabla 5. Colombia. Cambios en la composición de las reservas 48

Tabla 6- Retornos esperados 80

Tabla 7- Fuente de los pesos de equilibrio 83

Tabla 8- Pesos de Mercado 83

Tabla 9-Views Acertados 86

Tabla 10-Views no acertados 87

Tabla 11-Pesos del modelo de Markowitz 91

Tabla 12-Riego-rendimiento del modelo de Markowitz 92

Tabla 13- Pesos de BL para el view n°1 92

Tabla 14-Pesos de BL para el view n°2 93

Tabla 15- Pesos de BL para el view n°3 94

Tabla 16- Pesos de BL para el view n°4 94

Tabla 17- Pesos de BL para el view n°5 95

Tabla 18-Pesos de BL para el view n°6 95

Tabla 19-Riesgo y Rendimiento del modelo de Markowitz 101

Tabla 20-Riesgo-Retorno esperado del modelo de BL 101

Tabla 21- Grado de desacierto de los views 104

Tabla 22- Grado de acierto de los views 105

Tabla 23-Cuadro comparativo resumen 106

INTRODUCCIÓN

Los componentes de las reservas internacionales y el manejo de los mismos constituyen un álgido tema de debate en la sociedad actual, pues el hecho de que estas sean sólidas y sus posiciones en divisas bien invertidas es crucial para la economía del país, dada la vulnerabilidad de la economía a choques externos.

Es importante tomar en cuenta a la hora de diseñar las políticas respectivas para el manejo de reservas internacionales, aspectos tales como los objetivos y costo de mantener dicho acervo de recursos, así como el valor agregado, o retorno, que genera el manejo *activo* de los portafolios de inversión de reservas.

En los países en desarrollo expuestos de manera particular a choques externos, el nivel de las reservas internacionales constituye un importante indicador de alerta temprana de futuras crisis de pagos que pudieran afectar la moneda. De allí la importancia de mantener un monto adecuado de reservas y la necesidad de una administración eficiente de las mismas[1]. Se debe destacar que, para Venezuela en general, el principal choque externo se ha referido a la volatilidad experimentada por los precios del petróleo.

Para el buen funcionamiento de la economía, los bancos centrales manejan la composición del portafolio en el que se invertirán las reservas internacionales, atendiendo a tres criterios:

---

[1] Banco Central de Venezuela. (2004). *"Proceso de formación y utilización de las reservas internacionales en Venezuela"*. Serie Documentos de Trabajo Gerencia de Investigaciones Económicas.

- Seguridad: activos de calidad.
- Liquidez: activos que se puedan negociar fácilmente.
- Rentabilidad: activos que provean un rendimiento adecuado.

Una sólida posición en reservas internacionales fortalece la capacidad de pagos externos y disminuye el riesgo soberano[2].

Una porción de las reservas internacionales de los países, dependiendo de sus regulaciones internas, están invertidas en los mercados financieros en diferentes tipos de instrumentos. En nuestro país el 61 por ciento[3] de las reservas internacionales las constituyen reservas operativas es decir divisas y títulos valores. Si el dinero colocado rinde más, ello trae consecuencias positivas al país entre las que destacan: una mejor percepción a la hora de obtener ratings, incremento de la confianza en el país, mayor capacidad de endeudamiento, mayor calidad crediticia (al tener inversiones en activos no riesgosos).

La comunidad de bancos centrales, en estrecha colaboración con entes multilaterales, han constituido una red de intercambio de información y apoyo mutuo, para fortalecer el conocimiento financiero involucrado en la administración de activos de reserva. De esta reunión de experiencias y aportes han surgido metodologías, técnicas y mejores prácticas que son compartidas por la mayoría de estas instituciones, lográndose con ello alcanzar elevados estándares de calidad, seguridad, transparencia y confiabilidad en la gestión de tan importantes recursos.

El Banco Central de Venezuela (BCV) suscribe muchos de estos aspectos, y su actuación cuenta con el respaldo de las metodologías y practicas

---

[2] Banco Central de Venezuela. (2004). *"Proceso de formación y utilización de las reservas internacionales en Venezuela"*. Serie Documentos de Trabajo Gerencia de Investigaciones Económicas.

[3] Al 27 de Febrero de 2009 según datos del BCV.

internacionalmente reconocidas como las más idóneas en la gestión de portafolios de reservas.

Cada instrumento como alternativa de inversión presenta diferentes niveles de riesgo. Al invertir se busca que los recursos estén diversificados a través de la creación de un portafolio que incluya y distribuya en diferentes porciones el monto global de la inversión. Históricamente los inversionistas han tratado por medio de diferentes métodos de crear modelos matemáticos que sirvieran de apoyo a los gestores de recursos en la selección de las inversiones. Ello ha sido recogido en la teoría de las finanzas y constituye la moderna rama de la *ingeniería financiera.*

En el presente trabajo de grado se utilizarán dos modelos para el manejo de portafolios: el conocido o clásico modelo de Markowitz y el modelo de Black-Litterman.

El modelo de Markowitz por excelencia es utilizado en los portafolios de inversión en todas partes del mundo y su uso en la administración de reservas internacionales no es un secreto. Por ende partiendo de este modelo tradicional y su frontera eficiente compararemos los resultados obtenidos de dicha relación riesgo – rendimiento con los obtenidos con el modelo de Black – Litterman de uso reciente en la administración de carteras de inversión.

El modelo de Markowitz (1952) proporcionó una base conceptual al análisis de las inversiones de portafolio, marcando así el inicio de la teoría moderna de portafolios. Este modelo demostró cómo se podían construir carteras óptimas o eficientes, es decir, como obtener aquella composición de la cartera que haga máxima la rentabilidad para un determinado nivel de riesgo, o bien, un mínimo riesgo para una rentabilidad dada.[4]

[4] Fabozzi F., Modigliani F., y Ferri M., 1996. "Mercados e Instituciones Financieras". México.

A pesar del atractivo teórico del modelo de Markowitz, muchos inversionistas encuentran difícil su aplicación debido a que en la práctica los portafolios obtenidos a partir del modelo son poco intuitivos, poco diversificados, muy sensibles a los parámetros y bastante inestables.

Black y Litterman (1992) parecen ofrecer una solución a estos problemas mediante un sofisticado proceso que incorpora las expectativas del inversionista sobre el funcionamiento del mercado futuro a las rentabilidades. Este modelo genera igualmente carteras diversificadas y, además, incorpora la visión del gestor de una manera intuitiva.

Con base en lo anterior se podría pensar que con el modelo de Black-Litterman se obtienen portafolios de renta fija más eficientes, es decir, con mayor rendimiento a un nivel dado de riesgo, o menor riesgo a un nivel dado de rendimiento, en comparación con el que se obtendría a partir del modelo de fronteras eficientes de Markowitz, para el caso de los instrumentos de renta fija comúnmente utilizados en la administración de reservas internacionales.

Es así como a partir de una cartera referencial o benchmark que no es más que la mejor combinación de activos que permite optimizar el valor de las reservas en el contexto de las restricciones existentes[5] que en este caso sería con instrumentos de renta fija comúnmente utilizados en la administración de reservas internacionales se pretende comparar el rendimiento de carteras eficientes a partir del modelo de Markowitz con el rendimiento de las carteras arrojadas por el modelo de Black - Litterman.

---

[5] Banco Central de Venezuela (2009). *"Administración de Reservas Internacionales por parte del BCV"*. Vicepresidencia Operaciones Internacionales.

Es decir, dada la decisión de un nivel óptimo de reservas internacionales y una composición entre reservas operativas y no operativas se buscará mejorar la composición de una parte de las reservas operativas; específicamente la de los instrumentos de renta fija.

Los instrumentos a utilizar fueron: Notas del Tesoro de Estados Unidos de 1 a 3 años (G1O2)[6], Letras del Tesoro Americano de 0 a 6 meses (G0BA), Letras del Tesoro británico de 0 a 1 año (G0LA), Depósitos en banca comercial de 0 a 1 mes (L4US), Letras del Tesoro francés de 0 a 1 año (G0FB), Supras: depósitos en el Banco de Pagos Internacionales (FIX) y Medium Term Instrument (MTI): Títulos del Bank for International Settlements de Basilea (BIS) de 2 a 3 años con cupón (BMUS02TR).

Estos índices son de acceso fácil y universal, lo cual garantiza transparencia del proceso de evaluación del desempeño de los mismos, y por consiguiente, de la cartera de inversiones.

Se debe destacar que dichos instrumentos son comúnmente utilizados por los Bancos Centrales en todo el mundo.

Actualmente existe poca literatura sobre el desarrollo de las bondades del Modelo de Black-Litterman aplicados al caso de América Latina. Hemos encontrado evidencia en países de la región como: Colombia, Bolivia, México y Chile.

Los trabajos desarrollados sobre el uso del modelo de Black-Litterman necesariamente hacen alusión al modelo de Markowitz como punto de referencia[7], pues será este el origen de la teoría de selección de carteras y la consiguiente teoría de equilibrio en el mercado de capitales.

---

[6] Por sus siglas en Bloomberg.
[7] muchos autores denominan a éste el "modelo tradicional".

En la escasa bibliografía existente para América Latina hemos encontrado dos trabajos que pueden servir de guía y antecedente:

Para el caso de Colombia, Trujillo Segura (2009), hace un análisis detallado de cada uno de los componentes del modelo Black-Litterman y realiza una aplicación del modelo al caso de los fondos de pensiones obligatorias en Colombia. Los resultados confirman los beneficios de utilizar el enfoque Black-Litterman (BL) con otro conjunto de activos y otro tipo de portafolios referenciados en la literatura internacional.

Trujillo (2009) asegura que el administrador de portafolios que utilice el enfoque Black-Litterman puede usar el modelo de forma iterativa hasta que los resultados sean razonables y coherentes con sus expectativas.

Además concluye que el modelo tiene sus limitaciones y existen resultados que deben ampliarse ya que solo utilizó 20 portafolios para su estudio y en algunos portafolios obtuvo instrumentos con más de 60 por ciento de peso en el portafolio evidenciándose una diversificación no tan elevada. Igualmente el supuesto de normalidad limita mucho el análisis.

Por su parte en Bolivia, Martínez (2009), utiliza el modelo de Black-Litterman para evaluar los portafolios administrados por el Banco Central de Bolivia. El concluye de igual forma que BL es más diversificado en la mayoría de los escenarios y la metodología de Markowitz suele arrojar portafolios altamente concentrados. Esto constituye una gran debilidad que ha sido ampliamente cuestionada en la aplicación empírica.

Cabe resaltar que más que los resultados obtenidos *per se* el estudio apunta a mostrar los beneficios en términos de diversificación y flexibilidad que permite el modelo Black-Litterman.

Finalmente, como todo modelo, el enfoque Black-Litterman tiene sus limitaciones. El principal es el supuesto de normalidad que generalmente no se cumple debido a la existencia de eventos extremos, como es el caso de la crisis financiera internacional reciente.

No existe para el caso venezolano un estudio semejante por lo que se evidencia la necesidad de hacer una comparación del Modelo de Fronteras Eficientes de Markowitz versus el modelo de Black-Litterman en la manejo de portafolios de renta fija para la administración de Reservas Internacionales de Venezuela.

El problema planteado en la presente tesis podría significar un aporte importante en la búsqueda de mejores métodos para aumentar el rendimiento de los portafolios de renta fija en el manejo de Reservas Internacionales.

El siguiente trabajo de grado cuenta con cuatro capítulos: en el Capítulo I se hablará de las Reservas Internacionales, su definición, funciones, composición de las mismas en Venezuela y su administración. En el Capítulo II se expone el riesgo de cartera, los portafolios referenciales o "benchmarks" y la construcción del portafolio. En el Capítulo III se expondrán las derivaciones formales de los modelos de Markowitz y Black–Litterman. En el Capítulo IV se desarrollarán las estimaciones, los estudios comparativos y se discutirán los resultados. Por último en el Capítulo V se presentarán las conclusiones, limitaciones y recomendaciones.

CAPÍTULO I

LAS RESERVAS INTERNACIONALES

1.1 Definición:

Las reservas internacionales son los recursos financieros en divisas con los cuales cuenta un país para garantizar los pagos de los bienes que importa y el servicio de la deuda, así como para estabilizar la moneda[8].

De acuerdo a la definición del Fondo Monetario Internacional[9] las reservas internacionales son "activos en el exterior bajo el control de las autoridades monetarias, las cuales pueden disponer de ellos de inmediato para financiar directamente los desequilibrios de la balanza de pagos, para regular indirectamente la magnitud de dichos desequilibrios mediante la intervención en los mercados cambiarios modificando el tipo de cambio, y para otros fines".

Provienen, básicamente, de los ingresos por exportación de los países, otras fuentes pueden ser inversiones extrajeras, financiamiento externo y remesas del exterior.

---

[8] Fuente BCV

[9] Fondo Monetario Internacional (FMI) 1998.

En el caso particular de Venezuela, la exportación de petróleo es la principal actividad generadora de ingresos en divisas. Cuando Petróleos de Venezuela, S.A (Pdvsa) exporta petróleo recibe divisas, las cuales vende[10] al Banco Central de Venezuela (BCV) en forma exclusiva, de conformidad con lo establecido en su Ley de Convenio Cambiario vigente, a cambio de bolívares. Luego, Pdvsa cancela sus impuestos, regalías y utilidades y traspasa esos bolívares al Gobierno Nacional. De esta forma es que el BCV crea los bolívares que circulan en la economía.

En Venezuela, dada su estructura económica, el principal respaldo del dinero en circulación son las reservas internacionales. En vista de que los residentes transan internamente en bolívares, el cambio en las reservas internacionales tiene como contrapartida movimientos en la base monetaria o, temporalmente, en las cuentas corrientes en bolívares que el Sector Público mantiene en el ente emisor.

Estos recursos son utilizados internamente, con el objeto de intervenir en el mercado de divisas con miras a la protección del tipo de cambio de la moneda nacional y a garantizar la circulación monetaria interna.

[10] Luego de ser utilizadas para atender sus gastos en moneda extranjera, para realizar los aportes que le corresponden al Fondo de Estabilización Macroeconómica (FEM) así como en otros fondos que mantiene en el exterior, de conformidad con lo establecido en su Ley y en el Convenio Cambiario vigente.

1.2 Composición de las reservas internacionales[11]:

De acuerdo a lo establecido en el artículo 114 de la Ley del Banco Central de Venezuela, las reservas internacionales de Venezuela, están constituidas de la siguiente manera: disponibilidad en divisas, tenencias en derechos especiales de giro (DEG), oro monetario, posición crediticia en el Fondo Monetario Internacional y convenios internacionales e inversiones en divisas.

Disponibilidad en Divisas:

Tenencias en moneda extranjera del Banco Central de Venezuela, que se encuentran en este Instituto o depositadas en instituciones financieras del exterior calificadas como de primera clase, según criterios reconocidos internacionalmente. Comprende el efectivo en divisas y los depósitos a la vista en bancos del exterior. Estos recursos han sido clasificados como activos monetarios, los cuales pueden ser objeto de inversión colocados a muy corto plazo (horas) en operaciones overnight, coadyuvando en la generación de ingresos mantenidos bajo la forma de depósitos a la vista como recursos de intercambio. Pueden ser utilizadas en la cancelación de activos y/o servicios que el Instituto adquiera internacionalmente, o para atender exigencias de los acreedores externos o de los demandantes nacionales de divisa.

[11] Fuente Banco Central de Venezuela.

Tenencias en Derechos Especiales de Giro:

Los Derechos Especiales de Giro (DEG) son activos de reserva creados por el Fondo Monetario Internacional (FMI), asignados periódicamente a sus países miembros en proporción al monto de sus cuentas accionarias en dicho organismo. En el caso de Venezuela estos activos están a disposición del Banco Central de Venezuela en su carácter de representante de la República en el Fondo Monetario Internacional. En la cuenta se acumulan las asignaciones de DEG realizadas por el FMI, más las adquisiciones provenientes de préstamos del mismo fondo y los rendimientos de tales tenencias.

Oro Monetario:

Forma parte de las reservas internacionales en poder del Banco Central de Venezuela, constituido por las existencias de oro depositados en sus propias bóvedas o en instituciones financieras del exterior calificadas como de primera clase. Éste activo se acumula según criterios reconocidos internacionalmente, en calidad de activo de reserva, garantizando el pasivo en el cual incurre el Banco Central de Venezuela, al poner en circulación los billetes y monedas de curso legal, cumpliendo con lo establecido en el artículo 114 numeral numero 1 de la Ley del BCV[12]. Dicha cuenta comprende el oro monetario en el país (amonedado y en barra) y el oro en el exterior (invertido en préstamos u otros instrumentos financieros, o en custodia simple y especial). El oro monetario para ser considerado como reserva debe tener la certificación Good Delivery que otorgan algunas refinerías acreditadas para ello por la Asociación del Mercado de Oro de Londres (LBMA, por sus siglas en inglés).

[12] Art.114, numeral 1 de la ley del BCV dice: "Oro amonedado y en barras, depositado en sus propias bóvedas y en instituciones financieras del exterior calificadas de primera clase, según criterios reconocidos internacionalmente.

Posición crediticia neta en el Fondo Monetario Internacional:

Es la disponibilidad de giro que tiene cada país miembro del Fondo Monetario Internacional (FMI), en su cuenta del Fondo General de Reserva mantenida en dicho organismo. Representan recursos financieros o facilidades crediticias a favor de Venezuela en el Fondo Monetario Internacional, conocido también como posición en el Tramo de Reserva, donde todo país miembro puede financiarse hasta la totalidad del monto de su tramo de reserva en cualquier momento, sin que ello constituya uso del crédito del Fondo.

Convenios Internacionales:

Saldo a favor del BCV por operaciones con otros bancos centrales realizadas a través de Convenio de la Asociación Latinoamericana de Integración (Aladi). Dichos saldos cancelan se cada cuatro meses como consecuencia de la compensación multilateral que realiza el banco compensador entre los distintos bancos centrales participantes en el convenio.

Inversiones en Divisas:

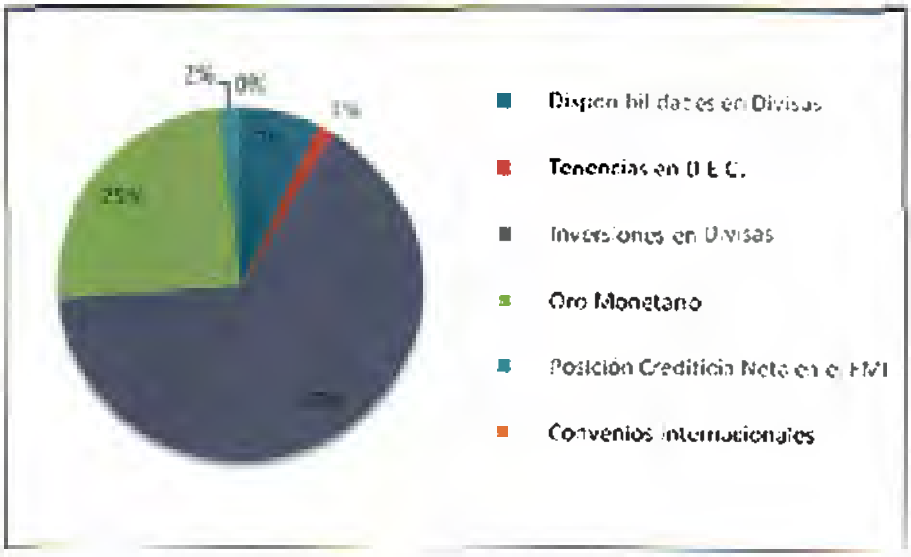
Recursos que el Instituto coloca en los mercados financieros internacionales, los cuales pueden estar representados por los depósitos a plazo fijo, títulos valores negociables foráneos, valores sujetos a convenios de recompra, o cualquier otro instrumento de inversión, de acuerdo con lo previsto en el artículo 114 de la ley del Banco Central de Venezuela; y las políticas que en este sentido dicte el Directorio del Instituto. Así mismo, comprende la participación de Venezuela en el Fondo de Latinoamericano de Reservas (FLAR)[13].

[13] Banco Central de Venezuela (2009). *"Administración de Reservas Internacionales por parte del BCV".* Vicepresidencia Operaciones Internacionales.

Las inversiones en divisa han sido el principal componente de las reservas internacionales de Venezuela para periodo 1999-2009, representando el 64,9 por ciento de las reservas totales y alcanzando un máximo histórico de 61 699.213 de bolívares en el año 2008. El segundo componente de las reservas corresponde al oro monetario, representando el 24,6 por ciento de las reservas totales. La disponibilidad en divisas constituye el 7,2 por ciento de las reservas totales.

Por otra parte, los convenios internacionales son el rubro que posee una menor participación en las reservas internacionales, los cuales conforman sólo el 0,01 por ciento del total de reservas internacionales[14]. (Ver gráfico a continuación y anexo número uno).

Gráfico 1- Composición promedio de las reservas internacionales para el periodo de 1999-2009



Fuente: Elaboración propia/ datos del BCV

[14] Fuente: Balance General del BCV (1999-2009).

1.3 Clasificación de las reservas internacionales:

Las reservas internacionales venezolanas, han sido clasificadas atendiendo a diversos criterios; entre ellos, el más común, es el referente a su liquidez, entendiéndose por liquidez la posibilidad que tienen los bienes para convertirse en efectivo dentro del ciclo normal de operaciones.

En atención al criterio de liquidez, el Banco Central de Venezuela (1990) clasifica a las reservas internacionales en reservas internacionales operativas y no operativas[15].

Reservas internacionales operativas:

En las reservas operativas el Instituto (1990) incluye aquellos recursos en su poder cuya naturaleza le permite convertirlos en efectivo en el corto plazo. Estos recursos están constituidos por:

a) Disponibilidades en divisas en:

i) Billetes y monedas.
ii) Depósitos en bancos de primera clase en el exterior.

b) Inversiones en divisas en:

i) Títulos valores con fines especulativos a corto plazo.

[15] Casáles, María. (2002). *El proceso contable de identificación, medición y cuantificación de las reservas internacionales venezolanas.* Cuadernos BCV Serie Técnica, Caracas.

ii) Inversiones en Oro, a corto plazo realizadas en instituciones financieras internacionales de primer orden.

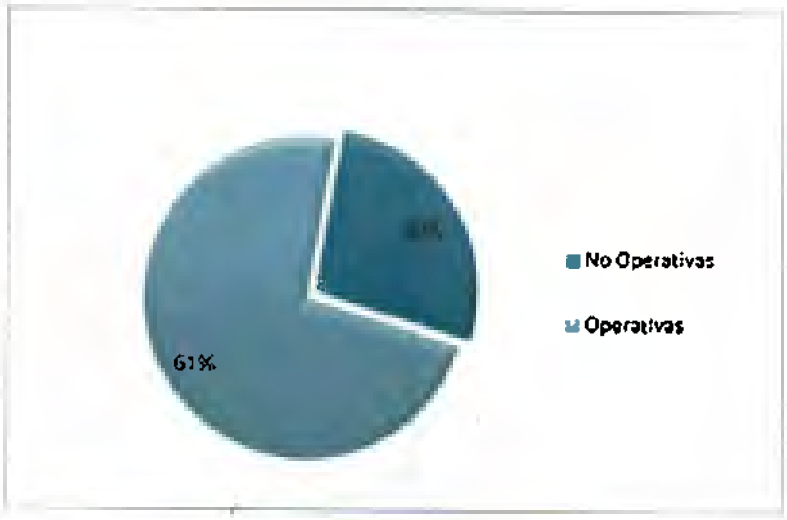
Reservas internacionales no operativas:

En la categoría de reservas internacionales no operativas, entran todos aquellos activos que las autoridades monetarias han destinado a una permanencia mayor de un año (ciclo de operaciones) dentro de los activos de la entidad. Estos activos están constituidos por:

- Oro monetario en posesión del BCV
- Posición crediticia neta ante el FMI
- Tenencias de DEG
- Acreencias derivadas de la Cooperación Financiera Internacional.

Durante el periodo 1999-2009 las reservas operativas han constituido la mayor parte de las reservas internacionales, representando a inicios del 2009 el 61 por ciento de las reservas totales, lo que significa que de 29 millones de dólares de las reservas totales, 17,7 millones de dólares son reservas internacionales operativas y 11,3 millones de dólares forman parte de reservas no operativas. (ver gráfico 2).

Gráfico 2- Clasificación de las Reservas Internacionales para el mes de marzo del año 2009



Fuente: BCV.

1.4 Funciones de las reservas internacionales:

Las reservas internacionales, además de servir de respaldo a la moneda nacional, tienen las siguientes funciones[16]:

[16] Banco Central de Venezuela (2004). *"Informe sobre los niveles de las reservas internacionales en Venezuela"* Serie Documentos de Trabajo Gerencia de Investigaciones Económicas.

(i) Propiciar la continuidad de los pagos internacionales de la economía, lo cual contribuye a generar una percepción de riesgo-país favorable en los mercados internacionales, reduciendo así los costos de transacción.

(ii) Atenuar los choques de origen externo relacionados con la interrupción del flujo de ingresos de divisas al país.

(iii) Apoyar el mantenimiento de la confianza y efectividad de las políticas monetaria y cambiaria y, en general, conferir mayores "grados de libertad" a la política económica.

En una economía tan poco diversificada como la venezolana, que depende de la exportación de petróleo cuyo precio es altamente volátil, las reservas internacionales adquieren un papel fundamental, debido a que pueden ser utilizadas como un stock que permita enfrentar caídas no previstas en los precios del petróleo. Así, las reservas internacionales amortiguan los efectos no deseados sobre la actividad económica, el empleo y la inflación originados en choques externos de naturaleza temporal y moderan los de naturaleza permanente. En este último caso, las reservas internacionales permitirían un ajuste más gradual hasta alcanzar un nuevo equilibrio en las variables económicas fundamentales. Ahora bien, de no contar con un nivel adecuado de reservas, las autoridades económicas se verían en la obligación de aplicar programas de ajustes económicos, muy costosos para la sociedad.

Adicionalmente la adopción de una política de tipo de cambio fijo, como en el caso de Venezuela, requiere necesariamente contar con una cantidad suficiente de reservas internacionales. Esto permite comprar o vender moneda extranjera en función de la demanda de divisas, con el fin de garantizar la oferta de divisas. En forma adicional, las autoridades monetarias podrán intervenir en los mercados

cambiarios para afectar la cantidad de moneda doméstica en circulación, comprando divisas cuando se quiera expandir la cantidad de dinero o vendiéndola si el objetivo es la contracción monetaria.

Sin embargo mantener reservas internacionales en exceso tiene asociado un costo de oportunidad que viene dado por los rendimientos potenciales que podrían generar la inversión real de estos recursos en la economía, que se expresan en términos de empleo e inflación. Por lo que la decisión de un país de mantener determinado nivel de reservas internacionales estará justificada tanto por la necesidad de contar con un grado adecuado de liquidez internacional, que le permita aminorar los costos de ajuste frente a desequilibrios externos y garantizar la viabilidad del sistema cambiario, como por los costos de acumular reservas internacionales y, en general, su nivel óptimo estará dado por la igualación marginal de los mismos[17].

1.5 Evolución reciente de las reservas internacionales:

A pesar de que el stock de reservas internacionales de Venezuela muestra una tendencia ascendente durante 1999-2009, es preciso señalar la volatilidad de la serie producto de importantes choques externos y de política económica que han afectado a la economía.

Como en el caso particular de Venezuela, la exportación de petróleo es la principal actividad generadora de ingresos en divisas, existe una clara correlación

[17] Blanco, E. y Córdoba, A (1996) *El nivel óptimo de reservas internacionales. El caso venezolano.* BCV. Serie Documentos de Trabajo Gerencia de Investigaciones Económicas.

entre los eventos que han impulsado al precio petrolero y la acumulación de reservas. Por lo que consecuencia del paro petrolero, durante el 2002 se observó una caída del 20 por ciento de las reservas internacionales con respecto al 2001, lo que se traduce en una pérdida de 3.663 millones de dólares. La producción de crudo de PDVSA antes del paro era de 2,9 millones de barriles diarios y para finales de diciembre de 2002 la producción cayó a un nivel histórico de 25 mil barriles diarios[18].

Por otra parte, es también evidente la correlación entre el comportamiento en el nivel de las reservas y las modificaciones en los regímenes cambiarios que se han seguido en el país, especialmente cuando se han adoptado controles de cambio. En febrero de 2003, la imposición de restricciones cambiarias fue seguida, por una importante acumulación de reservas internacionales[19].

Consecuencia de una gran restricción al otorgamiento de divisas por parte del organismo Cadivi (Comisión de Administración de Divisas) y de la recuperación súbita de los precios petroleros aunado a la recuperación de su producción, se ha originado una importante acumulación de reservas internacionales durante el período 2003-2006 para el país.

Para finales de 2009 las reservas internacionales estaban por el orden de los 35 mil millones de dólares, luego de haber alcanzado su máximo histórico los 43 mil millones de dólares en el mes de diciembre de 2008[20].

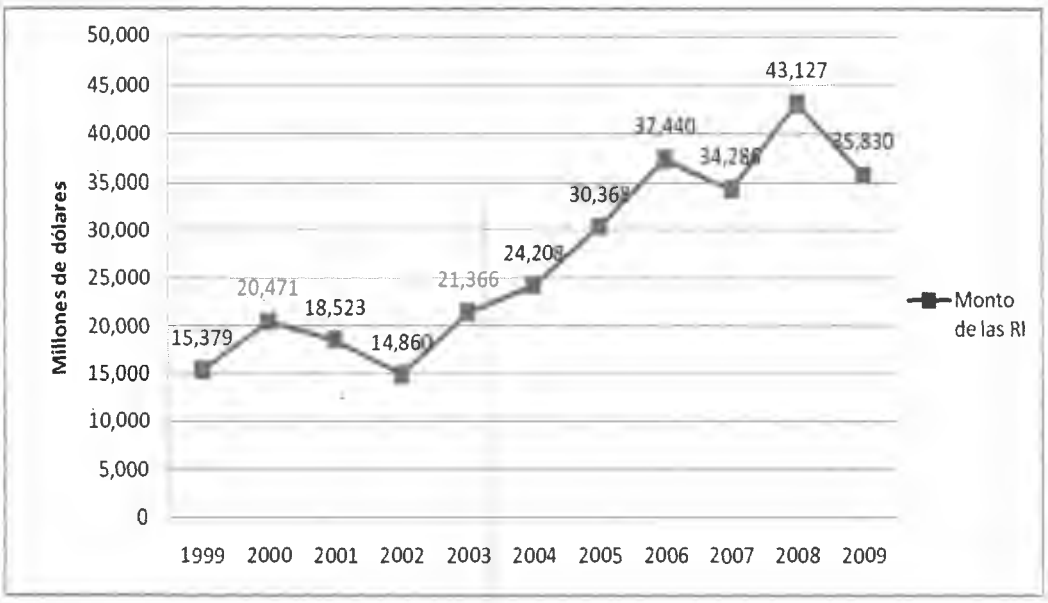
---

[18] Cifras suministradas por PDVSA. Ver anexo número dos.

[19] Vera, L. y Zambrano, L (20004). *El nivel adecuado de Reservas Internacionales: notas sobre el caso Venezolano.* Gerencia de investigación económica. Series papeles de trabajo año 04, n° 1. Caracas.

[20] Ver anexo número tres.

Gráfico 3- Evolución de las Reservas Internacionales 1999-2009



Fuente: Elaboración propia/ datos del BCV.

1.6 Administración de las reservas internacionales:

El Banco Central de Venezuela es responsable de la administración de las reservas internacionales de Venezuela, dentro del marco que determina la Ley del BCV, que en su Artículo siete establece: "El BCV debe centralizar y administrar las reservas monetarias internacionales de la República".

La Gestión de las reservas internacionales debe asegurar:

- El apropiado control de los riesgos inherentes al proceso de inversión de los recursos. Ello comprende riesgos de crédito, mercado y operativo.
- Contar con los fondos adecuados para hacer frente a los objetivos o funciones de las reservas previamente definidos.
- Obtener en el mediano plazo una rentabilidad apropiada sobre estos fondos, ello sujeto a las restricciones derivadas del perfil riesgo/retorno seleccionado para dicho portafolio.

De allí que el BCV mantenga un enfoque tradicional de gestión de reservas donde los criterios de *seguridad, liquidez y rentabilidad* definen las prioridades en la administración de dichos fondos[21]:

A. *Seguridad*. La selección de instrumentos (activos) de inversión y la calidad de los emisores, responde a la necesidad de preservar el capital invertido.
   Para el cumplimiento de este criterio el BCV realiza Inversiones en títulos de la mayor calidad crediticia, utiliza metodología de selección y límites por instituciones depositarias y emisoras, custodia en bancos centrales, transacciones efectuadas bajo la forma "pago contra entrega" y seguimiento de indicadores de riesgo de crédito y mercado.

[21] Banco Central de Venezuela (2009). *"Administración de Reservas Internacionales por parte del BCV"*. Vicepresidencia Operaciones Internacionales.

B. *Liquidez.* Los activos deben ser de fácil realización, lo que permite a la autoridad monetaria asegurar la fluidez en las transacciones financieras y comerciales con el resto del mundo.

Para cumplir con este criterio el BCV realiza: inversiones de corto plazo, inversiones en instrumentos con mercados secundarios de gran liquidez y profundidad, inversiones en monedas de libre convertibilidad y general aceptación e inversiones en mercados con alta disponibilidad de información.

C. *Rentabilidad.* Vinculada con las características anteriores de las reservas, cuyo manejo activo mediante técnicas apropiadas, se orienta a la obtención de un nivel de retorno asociado con un determinado perfil de riesgo.

Estos criterios se combinan en este mismo orden de prioridad, y dependen de la relación riesgo/retorno que mejor refleje los objetivos buscados, es decir, se trata de maximizar el valor de las reservas dentro de los parámetros de riesgo aceptados, asegurando entre otros aspectos, la disponibilidad de los fondos.

Para ello el BCV segmenta el monto total de divisas en dos tramos:

- Tramo de liquidez, cuyo objetivo es hacer frente a los pagos en moneda extranjera, necesarios para atender los requerimientos de la economía nacional y las obligaciones de la República.

- Tramo de inversión, que procura la obtención de un rendimiento más elevado a través de horizontes de inversión más flexibles.

La estrategia de inversión para el portafolio de divisas seleccionada por el BCV, una vez definida la relación riesgo/retorno deseada y acorde con los objetivos de política monetaria y cambiaria se definirán en el siguiente capítulo.

CAPITULO II

CARTERA REFERENCIAL

Al igual que en Venezuela en el resto del mundo los Bancos Centrales son los responsables de la administración de las reservas internacionales como se mencionó anteriormente en el Capítulo I.

La mayoría de los Bancos Centrales adoptan una posición relativamente adversa al riesgo para operar el manejo de sus reservas, y la minimización del riesgo desempeñará usualmente un papel importante en elementos como la elección de posiciones en las carteras.

Se debe considerar a la hora de diseñar las políticas para el manejo de las reservas los objetivos y el costo de mantener dicho acervo de recursos así como el valor agregado, o retorno, que genera el manejo *activo* de los portafolios de inversión de reservas.

Aunque cada Banco Central tiene que establecer su tolerancia al riesgo para sí mismo, existe un patrón bien conocido para la evolución de las actitudes ante el riesgo. Cualquiera que sea la manera en que se calculan los riesgos, el resultado neto es una medida que los ejecutivos principales pueden usar para determinar si las posiciones que están transando son adecuadas, teniendo en cuenta la actitud global del Banco Central en cuanto al riesgo.[22]

[22] Nugée J., (2004) "Manejo de las Reservas de oro y divisas". Centro de Estudios Latinoamericanos. México.

Una de las lecciones que dejaron las crisis financieras de finales de los noventa, especialmente la que comprometió a países del sudeste asiático como Tailandia y Corea, es la necesidad de tener un nivel de reservas suficiente para hacer frente a diferentes clases de shocks, especialmente los relacionados a la pérdida de confianza del sector privado, como sucedía al tratar de sostener una paridad cambiaria ante un ataque especulativo sobre la moneda doméstica.

Además del tamaño adecuado de las reservas surge la necesidad de preservar el valor de éstas, y en este contexto es que la administración de los riesgos de mercado ocupa un lugar destacado. Una interrogante al respecto es decidir cuánto riesgo debe ser asumido por un banco central. En la década de los ochenta el punto de vista predominante era que los bancos centrales debían concentrarse en operaciones con instrumentos que tuvieran bajo riesgo y rendimientos modestos. Este punto de vista ha ido cambiando en estos últimos años, considerándose que la importante acumulación de reservas internacionales observada en las economías emergentes y el desarrollo de técnicas más sofisticadas de administración de riesgo permiten a un banco central controlar eficientemente los riesgos y al mismo tiempo conseguir retornos superiores a los históricos.[23]

Sin embargo, independientemente de la decisión del nivel optimo de reservas internacionales la decisión de distribución del portafolio en el que se encuentran invertidas es importante y la razón fundamental del presente trabajo de grado.

[23] Ramirez Ezequiel. "La administración de riesgos en el manejo de las reservas internacionales" Revista Moneda.

2.1 Benchmark o Cartera Referencial.

La cartera referencial o benchmark es la mejor combinación de activos que permite optimizar el valor de las reservas en el contexto de las restricciones existentes.[24]

Los bancos centrales han adoptado el concepto de "benchmark" o portafolio de referencia para comparar sus gestiones de reservas con el comportamiento de este portafolio marcador.

Dentro de la administración de riesgos, la mayoría de los bancos centrales utiliza como medición de riesgos la desviación de los retornos obtenidos respecto de aquellos mostrados por el benchmark tanto a nivel de activos individuales como del portafolio total (Tabla 1).

Asimismo, la utilización de la metodología de Valor en Riesgo es cada vez más frecuente para la medición de riesgos, específicamente los del mercado. Esta metodología estima la máxima pérdida potencial que un portafolio puede experimentar a un nivel de probabilidad determinado debido a movimientos adversos de precios de mercado (tasas de interés, tipos de cambio, precios de commodities, etc.). De manera complementaria, algunos bancos centrales utilizan análisis de estrés, considerando las pérdidas potenciales del portafolio ante variaciones drásticas en determinados precios de mercado, mayores a las que históricamente se hubieran registrado.

---

[24] Banco Central de Venezuela (2009). *"Administración de Reservas Internacionales por parte del BCV".* Vicepresidencia Operaciones Internacionales.

Tabla 1- Principales técnicas para medición de riesgos

Técnica	Número de Países 1/	% de la muestra
Benchmark	43	80
Value at Risk	20	37
Stress at risk	12	22
Otros	9	17
Modelos Estadísticos Externos	4	7

1/ Incluye respuestas múltiples. Fuente: Encuesta a 54 bancos centrales realizada en 2003 para el libro: "How countries manage reserve assets" Robert Pringle y Nick Carver, Central Banking Publications.

En Venezuela se utiliza el Benchmark cuyas funciones son[25]:

- Parámetro de guía alrededor del cual se realiza la gestión de inversiones.

- Permite conocer en qué medida han sido acertadas u oportunas las decisiones de inversión que responden a expectativas acerca del comportamiento de los mercados.

- Los gerentes de fondos cuentan con cierto margen para invertir en instrumentos alternos a los contenidos en el *benchmark*.

- Esas posiciones constituyen los "desvíos", y están sujetos a las limitaciones establecidas para el portafolio en cuanto a instrumentos permitidos y límites de monto y plazo.

[25] Banco Central de Venezuela (2009). *"Administración de Reservas Internacionales por parte del BCV"*. Vicepresidencia Operaciones Internacionales.

- A partir del seguimiento constante del desempeño de los desvíos con respecto al *benchmark*, se trazan estrategias de corto plazo tendientes a incrementar el retorno de la cartera.

Los aspectos más resaltantes que caracterizan a un Benchmark son[26]:

1. ***Composición***; en monedas, mercados e instrumentos permitidos para invertir.

En el caso venezolano esta composición no es de acceso público pero a continuación se reseñan algunas composiciones de las reservas internacionales de países de la región:

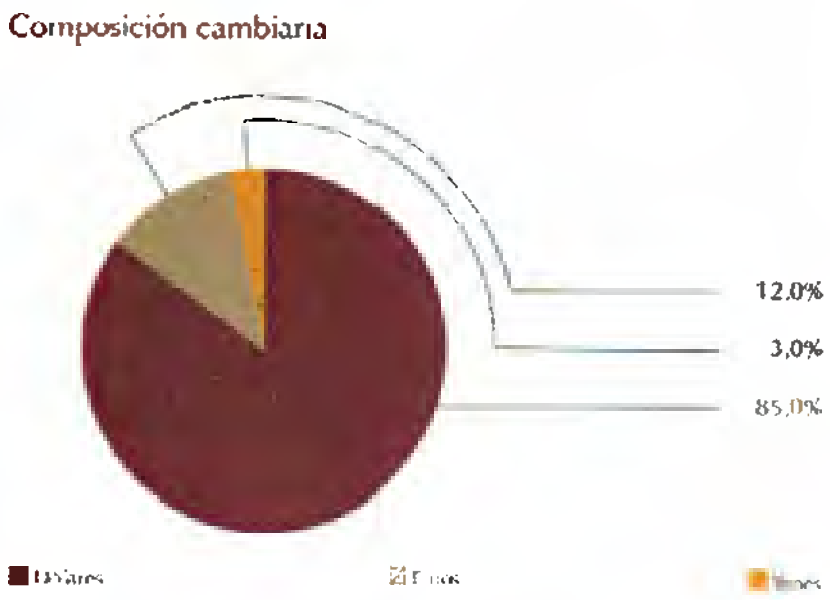
En Colombia el Banco de la República selecciona la composición por monedas ya que uno de sus objetivos es poder invertir en el mercado cambiario si se acumulan reservas para atender las obligaciones en moneda extranjera, tanto de comercio de bienes y servicios como de capitales, debe existir una proporción de las reservas que replique los egresos de la balanza de pagos del país.

El Comité de Reservas establece la composición por monedas de las reservas internacionales colombianas como una réplica de los egresos de la balanza de pagos de los últimos tres años. En la actualidad esa composición es la siguiente: 85% dólares, 12% euros, y 3% yenes (Gráfico 4). Aunque se realizan transacciones con muchos países, se escogen solamente las divisas en las que sus mercados financieros tienen bajos costos de transacción y alta liquidez. Así mismo, se tiene en

[26] Adrian Ascanio "El Benchmark en el manejo de Reservas Internacionales" BCV.

cuenta que el dólar estadounidense es, hasta el momento, la única moneda aceptada en las operaciones de intervención del Banco de la República[27].

Gráfico 4- Composición cambiaria del benchmark colombiano

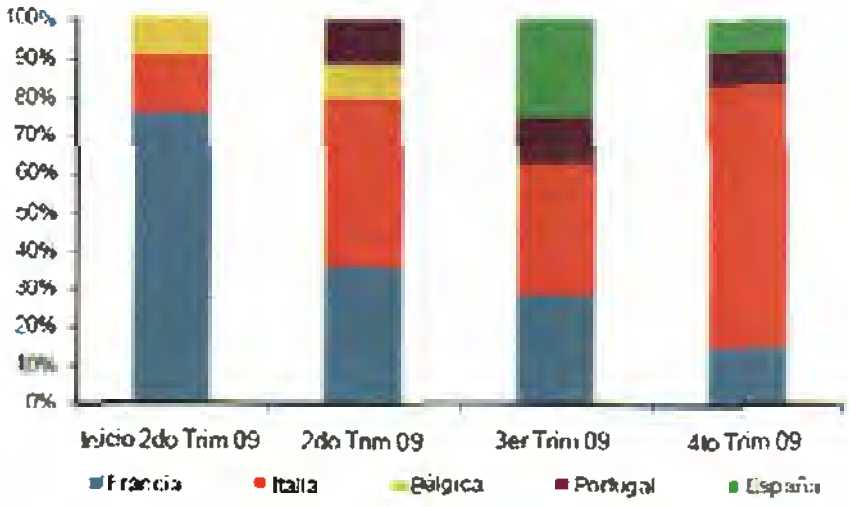


Fuente: Banco de la República de Colombia

Por su parte el Banco Central de Bolivia constituyó el 1 de abril de 2009 el portafolio euro (gráfico 5) con el principal propósito de diversificar las divisas en las que se invierten las reservas internacionales y de obtener una mejor relación riesgo retorno en el mediano y largo plazo. Este gran paso podría llevarnos a concluir que su cartera referencial también diversificaría su composición en divisas.

[27] Banco de la República (2009). "Administración de las Reservas Internacionales" Bogotá

Gráfico 5. Bolivia – Portafolio Euro: Estructura por emisor



Fuente: Banco Central de Bolivia

2. ***Duración:*** periodo que puede ser menor o igual al vencimiento del instrumento, en el cual el inversor recupera el capital invertido.

La definición de la duración del portafolio está directamente relacionada con el manejo del riesgo de mercado, esto es, el riesgo de que el valor de la inversión disminuya en la medida en que la tasa de interés aumente. Esta decisión tiene que ver con tres factores: i) el horizonte de inversión del banco central, ii) el retorno esperado, y iii) la variabilidad de dicho retorno.

3. ***Riesgo de crédito;*** Es el riesgo al que está expuesto el portafolio debido a la ocurrencia de eventos crediticios tales como:

- Deterioro de la calidad crediticia de los emisores/emisiones de los activos de inversión y/o.

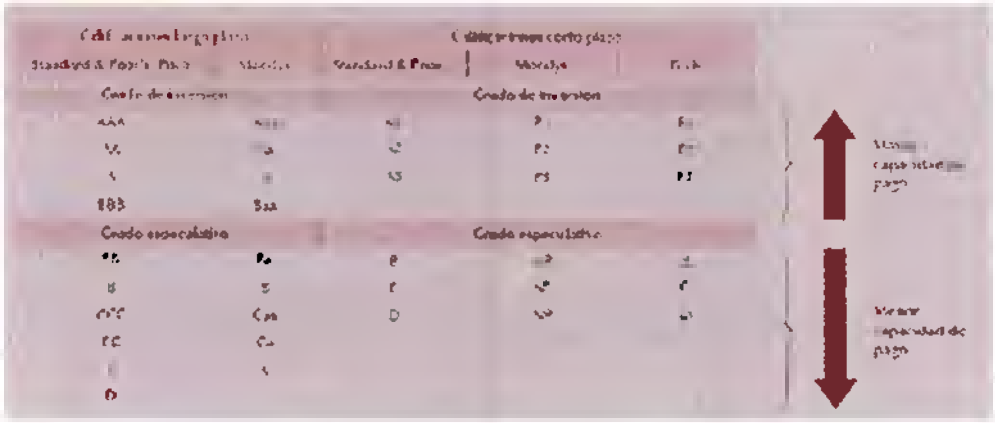
- Incumplimientos (o *default*) por parte de los emisores.

Para controlar este riesgo los bancos centrales imponen límites a la exposición que se tiene a cada tipo de instrumento financiero. El máximo riesgo aceptable se define a partir de las calificaciones de crédito emitidas por agencias internacionales especializadas.

En Colombia para limitar este riesgo, el Banco de la República toma como referencia las calificaciones crediticias publicadas por las agencias más reconocidas (S&P, Moody's y Fitch Ratings). En el corto plazo la calificación más alta de estas agencias es A-1+/P-1/F-1+ y la más baja A-3/P-3/F-3. En el largo plazo la calificación más alta es AAA y la más baja es D. Para un inversionista promedio se considera seguro invertir en papeles con calificaciones superiores a A-2/P-2/F-2 en el corto plazo y a BBB- en el largo plazo (grado de inversión).

El Banco de la República, consciente de la importancia de limitar el riesgo, exige una calificación mínima de A-1/P-1/F-1 en el corto plazo y de A- en el largo plazo, es decir, un nivel por encima de lo recomendado para corto plazo y tres niveles por encima de lo recomendado para el largo plazo. Como otra medida para enfrentar la crisis financiera internacional, en 2008 este banco aumentó la calificación mínima de largo plazo para bancarios y corporativos en tres niveles (*notches*), situándola en AA-.

Tabla 2. Calificaciones de las principales agencias crediticias internacionales

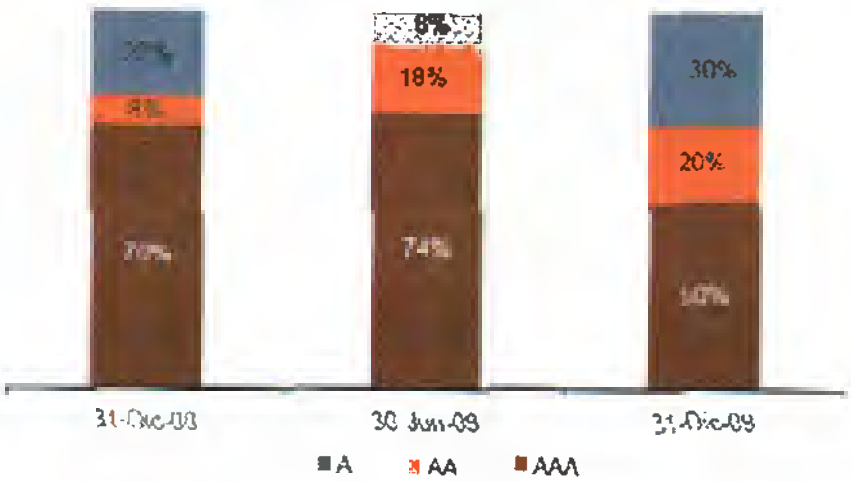


Fuente: *Agencias Calificadoras*

En Bolivia para el control y la administración del riesgo crediticio, el reglamento establece calificaciones de riesgo crediticio mínimas para las contrapartes y países donde se efectúan las inversiones. Asimismo, se establecen límites de inversión por sectores y por contraparte.

Al ser estas las estructuras permitidas para la inversión de las reservas internacionales de dichos países queda claro que sus benchmarks rondarán dichas clasificaciones.

Gráfico 6. Bolivia – Composición por calificación crediticia por semestre / Gestión 2009



Fuente: Banco Central de Bolivia

4. ***Riesgo de mercado;*** exposición de los instrumentos a fluctuaciones de tasas de interés y tipos de cambio, que afecten su valor de mercado.

5. ***Liquidez;*** disponibilidad, o facultad que posean los instrumentos de convertirse en dinero efectivo de manera inmediata o en el corto plazo.

2.2 Cartera Referencial Vigente en Venezuela.

El portafolio referencial que utiliza el Banco Central de Venezuela no es de conocimiento público.

Sin embargo si se conocen, considerando los elementos citados, los siguientes lineamientos[28]:

1. Portafolio denominado mayoritariamente en USD, asociado a los medios de pago y esquema cambiario vigente.

2. Inversiones de corto plazo que aseguren la disponibilidad de fondos y un mejor manejo del riesgo crediticio.

3. Instrumentos financieros de alta calificación: soberanos, multilaterales, una porción en Banca Central y Banca Comercial.

4. Diversificación en divisas e incorporación de elementos estratégicos orientados a asegurar la actuación en el contexto de crisis financiera internacional.

Los Bancos Centrales usualmente tenían como política no invertir en portafolios de acciones, por su adversidad al riesgo; hoy en día eso ha cambiado, ya que se puede manejar el riesgo con herramientas de portafolio (diversificación). Sin embargo, en el caso de Venezuela hay limitaciones la hora de invertir en acciones pues como veremos a continuación son otro tipo de instrumentos los permitidos.

La estructura por tramos de las inversiones de las Reservas Internacionales en el país se presenta a continuación:

---

[28] Banco Central de Venezuela (2009). *"Administración de Reservas Internacionales por parte del BCV"*. Vicepresidencia Operaciones Internacionales.

Tabla 3 - Tramos de inversión de las reservas internacionales de Venezuela

Tramo A	Recursos Líquidos. Capital de trabajo para atender requerimientos de la economía.
Tramo B	Recursos para inversión a mayor plazo. Constituyen soporte al tramo líquido. Se pueden invertir a mediano y largo plazo
Tramo C	Recursos en otras monedas distintas al USD. Se pueden invertir igualmente a mediano y largo plazo.

Fuente: BCV

Cada tramo de las reservas operativas contiene diferentes rubros:

El *tramo A*: El cual es el tramo que presenta mayor liquidez, es decir, son recursos de *Capital de Trabajo*, que están orientados a cubrir las necesidades y requerimientos del sector externo de la economía nacional en el plazo inmediato. En este tramo se efectúan inversiones con vencimiento hasta 1 mes de plazo.

El *tramo B*: Lo constituyen colocaciones e inversiones con un mayor plazo, destinadas a obtener una mayor rentabilidad en tanto que dichos recursos no se requieren en el corto plazo para cubrir necesidades y por tanto, se pueden invertir con un horizonte más extendido y flexible, aumentando en consecuencia también el riesgo asociado a dichas inversiones. En los bancos centrales, entre ellos el BCV,

estas inversiones suelen tener vencimientos entre 2 y 5 años, aunque en épocas de crisis financiera, como la reciente, dicho vencimiento suele acortarse para reducir la exposición a riesgo de mercado.

Y el último *tramo C*: Consiste en inversiones que poseen lineamientos similares a los del tramo B, pero efectuadas con divisas distintas al dólar de los EEUU.

Atendiendo a lo anterior se observa que las reservas internacionales se invierten en instrumentos conocidos como **renta fija**, los cuales se caracterizan por pagar al inversionista un interés previamente definido durante un período de tiempo determinado. Los instrumentos de renta fija tienen un vencimiento, es decir, un período de tiempo establecido en el que el inversionista recupera el monto total de su inversión.

En el manejo de portafolios de inversión, incluyendo reservas internacionales, existe la posibilidad de manejar los recursos de manera *activa* o *pasiva*, es decir, procurar la replicación de un conjunto de inversiones agrupadas como un índice, o de desviarse estratégicamente de dicho índice con el fin de procurar la obtención de rendimientos más elevados. La replicación del índice como estrategia se conoce "*indexación*".

El indexar un portafolio significa diseñar un portafolio de forma tal que su desempeño (rendimiento) sea igual al rendimiento de un índice predeterminado, en el caso claro que se invierta en este solo índice.

La indexación de un portafolio es un fenómeno relativamente reciente (en 1980 muy pocos activos se administraban con estrategias indexadas; hoy día esto se ha multiplicado por más de mil).

Cuando los gestores de reservas internacionales utilizan índices su objetivo es minimizar la variabilidad de los retornos totales, por lo que se debe seleccionar un índice que tenga baja variabilidad y que se espera que continúe así (por ejemplo con una duración más corta que otros índices).

La composición por instrumentos del portafolio de las reservas internacionales varía permanentemente dentro de los rangos permitidos por la cartera referencial seleccionada, de acuerdo con las posiciones que se toman diariamente a través de la compra-venta de instrumentos y monedas en los mercados financieros internacionales, lo cual obedece a las variables y condiciones de los mercados en cuanto a tasas de interés y tipos de cambio, producto del impacto causado por la información económica, política y de otra índole en el escenario mundial.

A través del análisis y seguimiento de los principales mercados financieros internacionales, e incorporando los criterios antes citados, el equipo técnico que diseña los benchmarks para la gestión de reservas del Banco Central de Venezuela produce portafolios de referencia con una periodicidad que se ajusta a la dinámica de los ciclos económicos de los mercados objeto de la inversión, así como a los potenciales cambios en el entorno doméstico, que determinen ajustes a la estrategia de inversión de largo plazo. Así, el patrón de comparación de la gestión de estos activos tan importantes para la nación, se constituye en una guía fidedigna para establecer si el proceso de inversión se lleva a cabo de manera eficiente.[29]

En el proceso de búsqueda e identificación de una estrategia benchmark que resulte cónsona con los objetivos y perfil de portafolios de inversión de reservas

[29] Adrian Ascanio "El Benchmark en el manejo de Reservas Internacionales" BCV.

internacionales, se tomó información de muestras referenciales[30] para la estructuración del benchmark de renta fija de 3 posibles combinaciones teóricas de portafolios conservadores de diversas instituciones financieras.

1. **Russell**: Firma asesora y recopiladora de información: el 55% está estructurado por obligaciones de renta fija.

2. **Banco Mercantil**: 22,5% en obligaciones de renta fija estadounidense.

3. **Citigroup Global Market**: 10% títulos de renta fija rescatables emitidos por agencias del gobierno de los Estados Unidos.

También se investigó las posiciones de otros Bancos Centrales en Renta Fija:

1. **Colombia**: El portafolio de inversión es la composición por tipo de activo, el cual está concentrado principalmente en bonos (46,2%), papeles comerciales (18,8%), letras del tesoro de los Estados Unidos (16,1%), efectivo o sus equivalentes (5,6%), y activos respaldados por hipotecas emitidos por agencias de los Estados Unidos (4,9%). (tabla 5)

[30] Trabajo de Grado. El papel del oro en las Reservas Internacionales. Ramsbott y Silva . UCAB. 2007.

Tabla 4. Colombia - Composición por tipo de activo

Composición por tipo de activo

Instrumento	Porcentaje total
Papel comercial respaldado por activos	0,65
Títulos respaldados por activos	1,07
Acuerdos de recompra	1,32
Bonos	46,21
Bonos flotantes	0,35
Certificados de depósito	2,53
Títulos respaldados por hipotecas	4,92
Letras de los Estados Unidos	16,13
Fondo de mercado monetario	1,93
Papel comercial	18,82
Depósitos a término	0,47
Efectivo o sus equivalentes*	5,60
Gran total	100,00

*Se incluyen operaciones cambiarias

Fuente: Banco de la Republica de Colombia.

Tabla 5. Colombia – Cambios en la composición de las reservas.

Cambios en la composición de las reservas

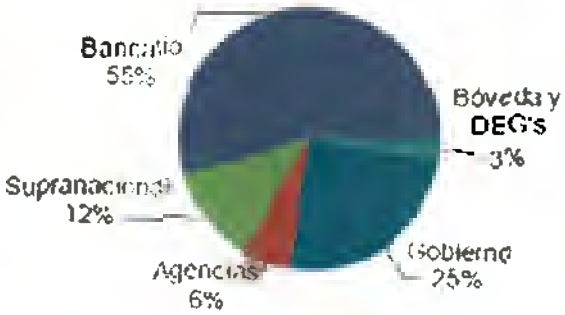
	Junio 30 2007			Diciembre 31 2008		
	Valor	Participación	Calificación crediticia mínima	Valor	Participación	Calificación crediticia mínima
I. Portafolio de inversión	18.835,2			22.699,0		
Gobiernos	9.801,6	52,0%	A	18.204,4	80,2%	A-
Bancarios	5.796,2	30,8%	A-	2.863,5	12,6%	AA-
Corporativos no bancarios	565,0	3,0%	A	155,2	0,7%	AA-
Supranacionales	401,3	2,1%	A	786,1	3,5%	A-
Títulos respaldados por activos	2.055,7	10,9%	AAA	389,8	1,7%	Se restringen nuevas inversiones
Acuerdos de recompra - Reserva Federal de los Estados Unidos	215,4	1,1%	N/A	300,1	1,3%	N/A
II. Otros*	**1.164,2**			**1.341,96**		
III. Total reservas brutas	**19.999,4**			**24.041,00**		

**Incluye Oro, aportes al FMI, aportes al FLAR y convenios internacionales. Fuente: Banco de La República de Colombia.*

A lo largo del año 2009 aumentó la participación de los títulos respaldados por las tesorerías de gobiernos de economías desarrolladas, las inversiones en la Reserva Federal y supranacionales. Entre el 30 de junio de 2007 y el 31 diciembre de 2008, la participación de estos títulos en el portafolio ha crecido de 55,3% a 85% del total de las inversiones

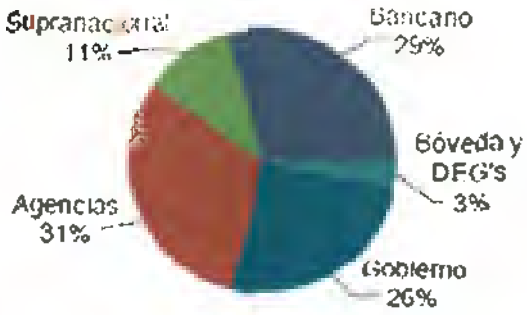
2. Para el caso de **Bolivia** en la gestión 2009 las reservas internacionales fueron invertidas en renta fija, con cambios en la composición de las mismas, producto de la crisis mundial. Es así como vemos menor exposición al sector bancario y un crecimiento en las agencias.

Gráfico 7. Bolivia – Composición por sector de inversión al 31/12/07



Fuente: Banco Central de Bolivia

Gráfico 8. Bolivia – Composición por sector de inversión al 31/12/08



Fuente: Banco Central de Bolivia

3. **Banco Central Europeo**: Las reservas gestionables se invierten en instrumentos de renta fija, a corto y largo plazo, utilizándose también derivados financieros sobre los mismos[31].

Como se puede observar la mayoría cuenta con obligaciones de renta fija en porcentajes considerables.

Cada instrumento como alternativa de inversión presenta diferentes niveles de riesgo. Al invertir se busca que los recursos estén diversificados a través de la creación de un portafolio que incluya y distribuya en diferentes porciones el monto global de la inversión. Es así como vemos que durante la historia varios inversores han tratado por medio de diferentes métodos de crear modelos matemáticos que sirvieran de apoyo a los inversionistas en la selección de las inversiones.

El modelo de Markowitz por excelencia es utilizado en los portafolios de inversión en todas partes del mundo y su uso en la administración de reservas internacionales no es un secreto. Por ende partiendo de este modelo tradicional y su frontera eficiente compararemos los resultados obtenidos de dicha relación riesgo – rendimiento con los obtenidos con el modelo de Black – Litterman de uso reciente en la administración de carteras de inversión.

Pero antes debemos revisar las descripciones formales de ambos modelos, las cuales se presentan a continuación.

[31] Concepción Gonzalo "La gestión de las Reservas Exteriores del Banco Central Europeo". Boletín Económico del ICE No. 2962. Abril 2009.

CAPÍTULO III.

DERIVACIONES FORMALES DE LOS MODELOS DE MARKOWITZ Y BLACK – LITTERMAN.

3.1 Teoría moderna del portafolio:

El trabajo pionero de Harry Markowitz (Portfolio Selection 1952)[32] proporcionó un fundamento conceptual al análisis de las inversiones de portafolio, marcando el inicio de la teoría moderna de portafolios (Modern Portafolio Theory), la cual se fundamenta en el análisis de la selección racional de portafolios basado en el uso eficiente del riesgo.

La teoría moderna de portafolio propone que el inversionista debe abordar la cartera como un todo, estudiando las características de riesgo y retorno global, en lugar de escoger valores individuales en virtud del retorno esperado de cada valor en particular.

Para poder implementar el análisis de media-varianza desarrollado por Markowitz necesitamos desarrollar los elementos básicos de una inversión en cartera.

[32] "*Portfolio Selection*" fue públicado en la revista *Journal of Finance* en 1952. Posteriormente, en 1959, publicó su libro *Portfolio Selection, Efficient Diversification of Investments*, en el que expone y desarrolla con mayor detalle su teoría.

3.1.1 Optimización de portafolios

Para construir un portafolio es necesario realizar la selección adecuada de los instrumentos de inversión que lo integrarán, así como también determinar la proporción de la inversión que se destinará a cada uno de estos instrumentos (pesos).

Los administradores de portafolio pueden utilizar las técnicas de optimización de portafolios para determinar la composición de un portafolio. Las técnicas de optimización de portafolios son herramientas cuantitativas que permiten combinar activos eficientemente para lograr un conjunto de objetivos con respecto al riesgo y al retorno del portafolio.

La teoría de la formación de carteras analiza el comportamiento del inversor que desea optimizar sus decisiones de inversión en los mercados de capitales.

3.1.2 Ponderación de las Carteras:

La ponderación, o pesos, en la cartera de la acción j, denominada Xj, es la fracción del capital de una cartera colocada en la acción j, esto es:

Xj: Dólares invertidos en la acción j/ valor en dólares de la cartera.

3.1.3 Rendimiento de una inversión:

El rendimiento es un beneficio o ganancia dividido por la cantidad invertida. Formalmente el rendimiento, R, es proporcionado por la fórmula:

$$Rit = (P_T + Div - P_{T-1})/P_{T-1} \qquad (1)$$

Donde:

Rit = Rendimiento de un activo i en el momento t.

P_T = Precio del activo en el momento t.

P_{T-1} = Precio del activo en el momento t-1.

Div = Efectivo distribuido entre el período t-1 y t, se determina según el tipo de la inversión[33].

Rit, una vez transcurrido el período, «ex-post», resulta una magnitud conocida con certeza. Pero la decisión de invertir se toma al comienzo del período, «ex-ante». En tal caso, ni Div ni Pit son conocidos con certeza, son variables aleatorias, y en consecuencia Rit también.

[33] Dividendos efectivos en caso de acciones y pagos de cupones en caso de bonos.

3.1.4 Rendimiento de una Cartera:

Al analizar una cartera de N activos financieros es posible calcular su rendimiento, a través del método de la cartera ponderado[34], en el cual se ponderan todos los rendimientos de las inversiones de la cartera por sus pesos respectivos en la misma y luego suma todas las rentabilidades ponderadas.

$$R_p = \sum_{i=1}^{N} x_i \; R_i \qquad (2)$$

Donde

Rp = rendimiento de la cartera en cada uno de los N activos.

Xi = proporción invertida en el activo i.

Ri = rendimiento del activo i.

3.1.5 Rendimiento Esperado de una cartera:

El análisis de la media- varianza se centra en las rentabilidades futuras anticipadas de las inversiones. Para calcular la rentabilidad esperada, se suman cada una de las rentabilidades ponderadas por su probabilidad de ocurrencia.

El rendimiento esperado es simplemente el promedio ponderado de los posibles resultados, donde las ponderaciones son las posibilidades relativas de ocurrencia. Por lo general, el rendimiento esperado de una cartera, viene dado por:

[34] Existe otro método equivalente para calcular el riesgo de una cartera, llamado Método del Ratio o Cociente, el cual divide el valor en dólares de la cartera al final del periodo (mas el efectivo distribuido, como los dividendos) por el valor de la cartera al comienzo del período y luego sustrae 1 del ratio obtenido.

$$E(Rp)= P_1R_1 + P_2R_{2+....} P_nR_n \quad (3)$$

Donde:

E(Rp) es el rendimiento esperado de la cartera

Rj son los rendimientos posibles

Pj las probabilidades asociadas

n es el número posible de resultados.

En la práctica a menudo se debe estimar el rendimiento esperado mediante el cálculo del promedio de los rendimientos históricos.

3.1.6 Riesgo de la Cartera:

El riesgo o variación del rendimiento de la cartera respecto a su valor esperado, se estima a partir de la desviación típica o varianza, la cual viene determinada por la expresión:

$$\sigma_p^2 = \sum_{j=1}^{n}\sum_{k=1}^{n} x_j\, x_k\, \sigma_{jk} = \sum_{j=1}^{n} x_j{}^2\sigma_j{}^2 + \sum_{j=1}^{n}\sum_{k=1}^{n} x_j\, x_k \sigma_{jk} \quad (4)$$

Donde:

σ_p^2 es la varianza de la cartera

σ_{jk} es la covarianza entre los activo j y k

σ_j^2 es la varianza del activo i ($\sigma_{jj}=\sigma_j^2$)

El cálculo de la covarianza se realiza a partir del coeficiente de correlación entre los rendimientos de un par de títulos.

$Cov(R_j , R_k) = \sigma_j \sigma_k \rho jk$

Donde ρ jk es el coeficiente de correlación entre los rendimientos de los títulos j y k.

El coeficiente de una cartera se puede expresar en función del coeficiente de correlación:

$$\sigma_p^2 = \sum_{j=1}^{n} \sum_{k=1}^{n} x_j x_k \, \sigma_j \, \sigma_k \rho_{jk} = \sum_{j=1}^{n} x_j^{\,2} \sigma_j^{\,2} + \sum_{j=1}^{n} \sum_{k=1}^{n} x_j \, x_k \sigma_j \, \sigma_k \rho_{jk} \qquad (5)$$

La expresión anterior nos indica que el riesgo de una cartera de activos financieros no depende exclusivamente del riesgo de cada uno de los valores que la componen, sino que está determinado por el riesgo de cada título, por la proporción del presupuesto invertido en cada título y por la correlación existente entre los rendimientos de los distintos títulos que componen la cartera.

3.2 Modelo Media-Varianza de Markowitz

El modelo de media-varianza fue desarrollado por Markowitz (1952) como modelo teórico para la determinación de la cartera óptima a partir de la premisa de que los rendimientos de los títulos y en consecuencia los de las carteras se comportan como variables aleatorias. Este modelo presta especial atención a la

diversificación de carteras y muestra cómo es posible disminuir la desviación típica de la rentabilidad de esta eligiendo activos con diferentes comportamientos.

Establece que el inversor adoptará su decisión en función de dos parámetros, es decir, en función del valor esperado y la desviación de la cartera. Aunque, la decisión dependerá, en último término, de la actitud del inversor frente al riesgo representada por su función de utilidad.

Existen dos hipótesis que sustentan esta teoría[35]:

a) El inversor tiene un comportamiento racional, por lo que prefiere más riqueza a menos. Ello le conduce a elegir aquella cartera que le proporciona el rendimiento esperado más alto.

b) El inversor presenta aversión al riesgo, por lo que dada una rentabilidad, prefiere la cartera que ofrezca el mínimo riesgo.

Esta aproximación plantea un modo de compaginar los dos objetivos en conflicto, es decir, la maximización del rendimiento y la minimización del riesgo. Además ofrece una consecuencia interesante para el inversor al introducir el concepto de diversificación. Así, una combinación adecuada de los activos que forman parte de una cartera puede suponer la reducción del riesgo de la misma sin que se reduzca necesariamente el rendimiento[36].

---

[35] Fernández Álvarez, A.I. (1994). *Introducción a las Finanzas.* Facultad de Administración y Dirección de Empresas. Universidad Politécnica de Valencia. España.

[36] Ídem.

3.2.1 Determinación del conjunto de carteras eficientes

Los portafolios son considerados eficientes en el espacio media-varianza si minimizan la varianza (el riesgo) para un nivel dado de retorno o si maximizan el retorno para una varianza dada.

Por lo que el problema de optimización de media-varianza de Markowitz puede ser formulado en dos maneras diferentes pero equivalentes. A continuación se presentará la formulación de minimización del riesgo.

$$Min \qquad \sigma^2 (Rp) = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} x_i . x_j \sigma_{ij} \qquad (6)$$

sujeto a:

$$E(R_p) = \sum_{i=1}^{n} x_i . E(R_i) = V^*$$

$$\sum_{i=1}^{n} x_i = 1$$

$$x_i \geq 0 \ (i=1, \ldots, n)$$ [37]

Donde:

x_i es la proporción del presupuesto del inversor destinado al activo financiero *i* (peso del activo i) e incógnita del programa cuadrático paramétrico que se busca resolver.

σ^2 (Rp) es la varianza de la cartera *p* (riesgo de la cartera *p*)

σ_{ij} es la covarianza entre los rendimientos de los valores *i* y *j*.

E(Rp) es la rentabilidad o rendimiento esperado de la cartera *p*.

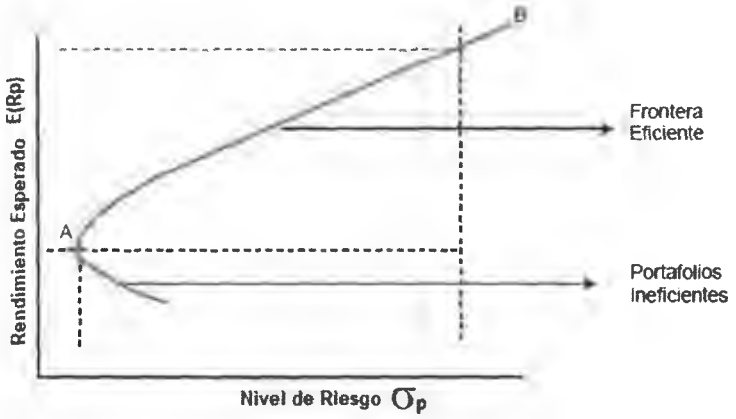
[37] Todos los pesos de los activos deben ser positivos.

De esta forma al variar el parámetro V* obtendremos en cada caso, al resolver el programa, el conjunto de proporciones x_i (pesos) que minimizan el riesgo de la cartera, así como su valor correspondiente. El conjunto de pares [E(Rp), σ^2 (Rp),] o combinaciones rentabilidad-riesgo de todas las carteras eficientes es **denominado "frontera eficiente".**

El modelo de Markowitz supone que el rendimiento obtenido históricamente se mantendrá para el siguiente período, así como la varianza y la covarianza obtenidas para los instrumentos de inversión también se mantendrán para un futuro. Para obtener los valores del rendimiento y la varianza de cada uno de los instrumentos de inversión es necesario establecer un marco temporal para los datos históricos

La siguiente figura representa el conjunto de carteras que se forma mediante la combinación de n activos, definidos por su rentabilidad esperada y su desviación típica.

Gráfico 9- Rentabilidad esperada y desviación estándar



Fuente: Fernández Álvarez, A.I. (1994). Introducción a las Finanzas.

Los portafolios eficientes son aquellos que en el pasado obtuvieron el retorno más alto dado un nivel de riesgo. En la frontera eficiente, están situadas las mejores rentabilidades para un riesgo determinado, clasificadas de la forma que a mayor riesgo corresponda una mayor rentabilidad. Según el grado de aversión al riesgo, el inversor se situará en uno u otro punto de la línea de la frontera eficiente. Cualquier otro punto sería irracional.

3.2.2 Selección de la cartera óptima:

La determinación de la cartera óptima depende del grado de aversión al riesgo del inversor medido a partir de la función de utilidad. Por lo que una vez determinado el conjunto de carteras eficientes, el inversor debe elegir aquella que corresponda con sus preferencias en cuanto a rendimiento y riesgo.

La siguiente figura representa mediante curvas de indiferencia las combinaciones de rentabilidad-riesgo que proporcionan la misma utilidad al inversor.

Gráfico 10- Curvas de indiferencia y binomio rentabilidad-riesgo

Fuente: Fernández Álvarez, A.I. (1994). Introducción a las Finanzas

Las curvas de indiferencia del inversor presentan las siguientes propiedades:

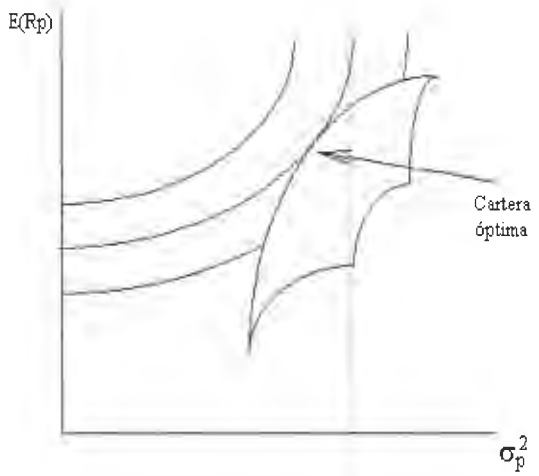
1) Su pendiente es positiva, dada la hipótesis de aversión al riesgo del inversor. Esto implica que un incremento en el riesgo debe ser compensado con un incremento en el rendimiento esperado

2) La forma de la curva es cóncava respecto al eje de ordenadas, esto supone una tasa marginal de sustitución entre riesgo y rendimiento decreciente.

3) Las curvas de indiferencia más altas, es decir, aquellas a las que corresponde una ordenada en el origen mayor, tienen un índice de utilidad o satisfacción mayor.

La cartera óptima viene definida por el punto de tangencia entre la frontera eficiente y una curva de indiferencia. En realidad, la frontera eficiente está determinada por el mercado y es la misma para todos los inversores. Sin embargo, las curvas de indiferencia se establecen de forma individual por el inversor y en consecuencia la cartera óptima será distinta en cada caso particular (Ver gráfico a continuación).

Gráfico 11- Selección de la cartera óptima



Fuente: Elaboración propia

3.2.3 Problemas que presenta el modelo de Markowitz:

A pesar del atractivo teórico del modelo de Markowitz, muchos inversionistas encuentran difícil su aplicación debido a que en la práctica este modelo puede generar:

A. Portafolios altamente concentrados:

Las estimaciones realizadas en función de datos históricos no aseguran el comportamiento posterior del mercado bursátil. En este sentido, Michaud (1989) considera que el empleo de parámetros históricos como estimadores de los parámetros esperados introduce sesgos importantes, que hace que las carteras eficientes proporcionadas por el modelo se formen fundamentalmente con activos de alta rentabilidad, bajo riesgo y baja correlación con otros activos. Esto

proporciona carteras concentradas en pocos títulos y que resultan poco atractivas para los inversores.

No obstante, este inconveniente puede solucionarse introduciendo restricciones que limiten el porcentaje máximo del presupuesto que puede destinarse a cada título (Michaud, 1989 y Haugen, 1993). Sin embargo, normalmente la inclusión de cualquier restricción adicional en el modelo genera una frontera de carteras eficientes que es dominada por la que resulta cuando no se tienen en cuenta las restricciones mencionadas. Es decir, dichas carteras no son tan eficientes como debieran (Haugen, 1993).

B. Los pesos cambian radicalmente con pequeños cambios en los inputs

C. En muchos casos se obtienen portafolios no intuitivos:

- No existe forma de incluir las expectativas del inversionista.
- No existe una manera formal de incorporar un nivel de confianza.
- No existe un punto de partida intuitivo para los retornos esperados.
- Es necesario definir los retornos esperados de todos los instrumentos.

Influye el hecho de que la mayor parte de los gestores de carteras tienden a basar sus decisiones de inversión en valoraciones subjetivas y no en el empleo de técnicas de selección de inversión de tipo cuantitativo.

Algunos inversionistas agregan restricciones al modelo estándar para tratar de controlar la inestabilidad de los portafolios resultantes y hacerlos más coherentes con sus opiniones. En el caso de muchas restricciones artificiales, los portafolios optimizados tienden a reflejar simplemente las expectativas

predeterminadas, las cuales no siempre son económicamente intuitivas (Drobetz, 2001).

3.3 Modelo de Black- Litterman

Fischer Black y Robert Litterman (1991, 1992) propusieron un modelo para estimar los retornos de los activos que se le introducen al optimizador de Markowitz de tal forma que se reduzcan los problemas de la metodología tradicional. Este modelo de distribución de activos en la gestión de carteras (asset allocation)[38] se conoce como el modelo Black-Litterman (BL)[39].

Este modelo busca encontrar portafolios óptimos, incorporando las expectativas subjetivas del inversionista, también denominados "views", acerca del desempeño de los activos en el futuro, incorporando, de igual forma, un grado de incertidumbre a estas creencias.

A diferencia de la optimización clásica por media y varianza de Markowitz, Black y Litterman proponen partir de una situación neutral, de un equilibrio. Argumentan que la única definición razonable de promedios neutrales es la del conjunto de retornos esperados que igualan la oferta y la demanda de activos financieros si todos los inversionistas tienen expectativas idénticas (Black y Litterman 1992). Al menos de que las expectativas del inversionista sobre un activo difieran de las del consenso del mercado, el retorno esperado de este activo debe ser consistente con el retorno de equilibrio de mercado. Por lo que en este modelo,

[38] Asset allocation es el proceso de decidir cómo distribuir el patrimonio de un inversor entre las diferentes clases de activos financieros.
[39] Publicado por la *Financial Analyst Journal* en Septiembre de 1992.

a diferencia del modelo de Markowitz, no es necesario que el inversionista provea un retorno esperado para todos los activo, sino solamente para aquellos activos en los que posea una expectativa particular.

Este modelo calcula los retornos esperados de mercado combinando el punto de referencia neutral de equilibrio y el conjunto de expectativas específicas (views) de cada inversionista. La combinación de estas dos fuentes de información las realiza el modelo utilizando el enfoque bayesiano. Según Castillo (2006), la estadística bayesiana ha hecho una contribución muy importante a la práctica de toma de decisiones al haber formulado una teoría estadística coherente que ha permitido estructurar y modelar probabilidades subjetivas en el contexto de un problema de decisión.

A continuación se presentan en detalle cada uno de los cálculos y componentes del modelo de Black-Litterman[40]:

3.3.1 Capitalización del Mercado

El portafolio de mercado está conformado por N activos indexados con i=1,..., N.

La capitalización de mercado[41] de cada activo está dada por M_i. La ponderación de mercado de los N activos está dada por el vector $w=\{w_{1,\ldots\ldots}\ w_n\}$, en donde la proporción de los fondos totales invertida en el activo *i*, es igual a:

[40] Trujillo, M. (2009). *Construcción y gestión de portafolios con el modelo Black-Litterman: Una aplicación a los fondos de pensiones obligatorias en Colombia.* Universidad de Los Andes, Bogotá.
[41] La capitalización de mercado es igual al número de títulos o unidades del activo disponibles en el mercado por su respectivo precio.

$$w_i = \frac{M_i}{\sum_i M_i} \tag{7}$$

Los retornos en exceso[42] de los activos están dados por el vector R= $\{R_1,\ldots\ldots,R_n\}$ y se distribuyen normalmente con retorno esperado E(R) y matriz de covarianza Σ. Es decir,

$$R \sim N\,(E(R), \Sigma) \tag{8}$$

Debido a que E(R) no puede estimarse con certeza, es modelado como una variable aleatoria cuya dispersión representa el posible error de estimación (Meucci, 2008).

3.3.2 Retornos de equilibrio en exceso: el vector Π

Black y Litterman definen al equilibrio como una serie de rentabilidades esperadas que deja "vacío" al mercado coincidiendo con los precios de mercado actuales si todos los inversores tuvieran las mismas visiones, esto debido a que en ausencia de restricciones o expectativas sobre los mercados, la teoría sugiere que el inversionista debe simplemente mantener un portafolio proporcional a las ponderaciones de capitalización de mercado.

En el caso del modelo de BL los retornos de equilibrio se pueden interpretar en torno a una teoría tal como el Modelo de Valoración de Activos[43] (CAPM por sus

[42] Los retornos en exceso son iguales al retorno de cada activo menos la respectiva tasa libre de riesgo.

[43] El CAPM es un modelo de equilibrio general que se emplea en para determinar la relación existente entre rentabilidad y el riesgo de un portafolio o un título cuando el mercado de capitales se encuentra en equilibrio.

siglas en ingles) o en términos de la oferta existente de activos ponderados por valor de mercado.

Es importante señalar que el modelo de BL no supone que el mercado está siempre en el equilibrio que propone el CAPM, sino que cuando los retornos esperados se alejan de sus valores de equilibrio, los desajustes en el mercado tenderán a traerlos de vuelta al equilibrio. Aunque el CAPM necesariamente no refleja de forma exacta las expectativas del mercado, constituye un punto de referencia para comparar las expectativas propias y determinar qué oportunidades de inversión existen.

El modelo CAPM sostiene que los inversionistas sólo son compensados por tomar riesgos necesarios. El riesgo del portafolio de mercado es inevitable, mientras que el riesgo no correlacionado con el mercado se puede evitar mediante la diversificación. De aquí surge la razón de que los inversionistas que no tienen una opinión sobre el desempeño futuro de a la del resto del mercado deben mantener el portafolio de mercado.

Uno de los subproductos del modelo CAPM es un procedimiento para determinar los retornos esperados en consenso por el mercado, es decir, los retornos de equilibrio en exceso Π. Estos se encuentran asumiendo que el portafolio de mercado es óptimo y determinando los retornos esperados consistentes con ese portafolio.

Asumir CAPM es válido en general, implica que las ponderaciones basadas en la capitalización de mercado de los activos son las ponderaciones de portafolio óptimas bajo un equilibrio de CAPM. Por lo que estos retornos implícitos de equilibrio surgen de:

$$\Pi = \beta\,(R_M \quad R_f) \tag{9}$$

que explícitamente señala que los retornos de equilibrio en exceso de la tasa libre de riesgo Π son proporcionales a la prima de mercado $(R_M - R_f)$. Esta proporcionalidad está dada por el vector de parámetros β, el cual es equivalente al cociente de la covarianza de los retornos de los distintos activos con el mercado y la varianza de este último. Es decir,

$$\beta = \frac{\Sigma w}{w' \Sigma w} \tag{10}$$

Reemplazando (9) en (10) se tiene el siguiente resultado:

$$\Pi = \frac{(R_M - R_f)}{w' \Sigma w} \Sigma w \tag{11}$$

donde el término $\Pi = \frac{(R_M - R_f)}{w' \Sigma w} = \frac{Prima\ de\ riesgo}{Varianza}$ es el coeficiente de aversión al riesgo λ, con lo que se obtiene la relación que determina los retornos en exceso de equilibrio.

$$\Pi = \lambda \Sigma w \tag{12}$$

Donde:

Π = Retornos de exceso de equilibrio.
λ= Coeficiente de aversión al riesgo.
Σ = Matriz de covarianza.
w= Capitalización del mercado (Pesos).

Como se observa, la información histórica no influye directamente en la determinación de los retornos de exceso de equilibrio. Estos retornos de equilibrio pueden interpretarse como los retornos de largo plazo que los mercados de capitales proveen y que igualan la oferta y la demanda de activos financieros.

En cuanto al vector de retornos en exceso esperados, E(R), se asume que tiene una distribución de probabilidad que es proporcional al producto de dos distribuciones normales. La primera distribución representa el equilibrio: está centrada en Π con matriz de covarianza $\tau\Sigma$, donde τ es una constante que refleja el grado de incertidumbre que se tiene respecto a los retornos en exceso de equilibrio[44]. Por tanto, la distribución de E(R) es:

$$E(R) \sim N(\Pi, \tau\Sigma) \tag{13}$$

Una vez determinado los retornos en exceso de equilibrio implícitos del modelo CAPM, el inversionista puede ajustarlos de acuerdo a sus expectativas.

3.3.3 Opiniones del inversionista (Views): la matriz P y la matriz Q

La segunda distribución representa las opiniones o expectativas del inversionista sobre los retornos de mercado. El inversionista tiene un conjunto de K opiniones representadas mediante relaciones lineales.

[44] Debido a que la incertidumbre sobre la media debe ser menor a la incertidumbre de la variable, usualmente τ se determina como un valor menor a 1 y cercano a cero. Si el grado de certidumbre es alto, τ será cercano a 0; de otra forma, τ será cercano a 1. Algunos autores consideran a τ como la incertidumbre en el valor estimado de Π dada una muestra de retornos de tamaño T y, por tanto, establecen que $\tau=1/T$ aproximadamente.

El modelo Black–Litterman propone la siguiente relación respecto a las expectativas sobre el vector de retornos E (R).

$$\theta = \Pi\, E(P) + \varepsilon_\theta \,,\ \varepsilon_\theta \sim N(0,\Omega) \qquad (14)$$

donde (q) es el vector de expectativas sobre los retornos en exceso de n activos o vector de los views y (P) es la matriz que considera los activos sobre los cuales se tiene expectativas.

La incertidumbre en las expectativas se representa en la matriz Ω, la cual viene dada por una matriz diagonal K x K con elementos w_{ii} en la diagonal y ceros en el resto de posiciones debido a que se asume que las opiniones no están correlacionadas entre sí. Un mayor w_{ii} representa un menor grado de confianza en los retornos esperados Q.

3.3.4 Retornos esperados de Black-Litterman[45]:

Aplicando la técnica de mínimos cuadrados generalizados sobre (13) y (14), se obtiene el estimador $E(R)_{BL}$ [46]

$$E(R)_{BL} = [\,(\tau\Sigma)^{-1} + P'\Omega^{-1}P\,]^{-1}\ [\,(\tau\Sigma)^{-1}\Pi + P'\Omega^{-1}q\,] \qquad (15)$$

Con:

---

[45] Martinez, O. *Aplicación del modelo de Black-Litterman a la optimización de portafolios del BC.* Banco Central de Bolivia.

[46] Ver Apéndice.

$$Var\ E(R)_{BI} = [(\tau\Sigma)^{-1} + P'\Omega^{-1}P\ ]^{-1} \qquad (16)$$

reformulando la relación (15), se tiene:

$$\mathbf{E(R)_{BL} = \prod + \tau\Sigma P' + (\Omega + \tau P\Sigma P')^{-1}\ (q - P\prod)} \qquad (17)$$

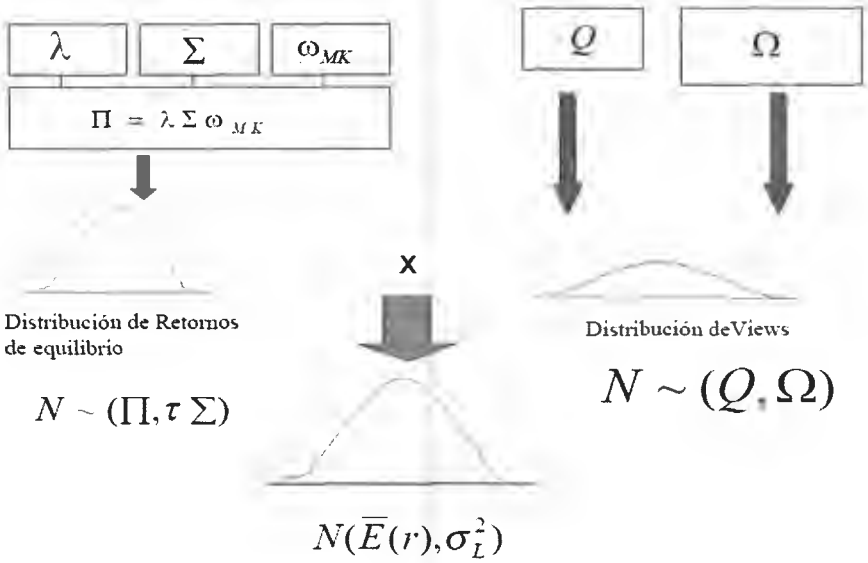
Esta última relación expresa que si no se tienen views respecto a los retornos en exceso de los n activos, entonces se deberían tomar solamente los retornos en exceso de equilibrio (Π), de lo contrario, existe una desviación respecto a los mismos cuya magnitud es función de las expectativas y la ponderación (τ) sobre las mismas.

Una vez calculados los retornos de Black-Litterman se puede proseguir a realizar la optimización del portafolio. El problema de optimización media – varianza puede ahora tomar como insumos el vector de retornos en exceso esperados $E(R)_{BL}$ y la matriz de covarianzas Σ_{BI} que se define como la suma de la matriz de covarianzas de los activos (Σ) y la varianza del vector de retornos $E(R)_{BL}$ es decir:

$$\Sigma = \Sigma + Var\ [E(R)_{BL}] \qquad (18)$$

El Gráfico 12 resume toda la metodología de Black-Litterman que se ha presentado hasta el momento.

Gráfico 12-Representación gráfica del Modelo Black-Litterman



Fuente: NOESIS

En el siguiente capítulo se procederá a desarrollar el modelo de media-varianza de Markowitz y así como el modelo de Black-Litterman para un conjunto seleccionado de instrumentos de renta fija comúnmente utilizados por el BCV en la administración de reservas internacionales.

CAPITULO IV

DESARROLLO DE ESTIMACIONES Y RESULTADOS

En el presente capítulo, se describirá la metodología utilizada para recopilar la información necesaria para la estimación de los modelos descritos en el capítulo anterior, así como el proceso de estimación y los resultados obtenidos.

4.1 Recopilación y construcción de datos

El portafolio referencial o benchmarks utilizado por el Banco Central de Venezuela no es público, por lo que en base a los criterios de inversión establecidos por el BCV descritos detalladamente en los capítulos anteriores, se buscó construir a través de la aplicación del modelo de Markowitz y Black-Litterman portafolios referenciales hipotéticos para la inversión de las reservas internacionales de Venezuela. Para ello fue necesario analizar y considerar los posibles instrumentos de renta fija[47] en los que podrían estar invertidas las reservas internacionales del país.

[47] Se toman en cuenta sólo instrumentos de renta fija por ser los activos menos riesgosos, y por ende más conservadores, siendo los que más se adecuan a los criterios de la administración de las reservas internacionales del BCV. Por lo tanto no se tomarán en cuenta activos de alto riesgo como: acciones, derivados, titularizaciones, futuros y opciones.

Se procedió a escoger siete instrumentos con el apoyo del Departamento de reservas internacionales del Banco Central de Venezuela, sin dejar de lado el componente de la "moneda" pues aunque las reservas internacionales se valoran en dólares; como se mencionó anteriormente, existen inversiones en otras monedas. Por este motivo, la fluctuación de las tasas de cambio también tiene un impacto sobre la rentabilidad del portafolio, es así como se seleccionaron dos instrumentos en otra moneda diferente al dólar; estos son: la libra esterlina y el euro.

Para ambos modelos Markowitz y Black-Litterman la data a utilizar son los siguientes instrumentos: Notas del Tesoro de Estados Unidos de 1 a 3 años (G1O2)[48], Letras del Tesoro Americano de 0 a 6 meses (G0BA), Letras del Tesoro británico de 0 a 1 año (G0LA), Depósitos en banca comercial de 0 a 1 mes (L4US), Letras del Tesoro francés de 0 a 1 año (G0FB), Supras: depósitos en el Banco de Pagos Internacionales (FIX) y Medium Term Instrument (MTI): Títulos del Bank for International Settlements de Basilea (BIS) de 2 a 3 años con cupón (BMUS02TR).

1- GOBA: *The BofA Merrill Lynch US Treasury Bill Index.*

Estos índices comenzaron a transarse (inception date) el 30 junio de 1992, son emitidos por el Departamento del Tesoro de EEUU. Los Bills, o Letras, tienen vencimientos que van desde 0 hasta 6 meses estos son de madurez constante, lo que implica que el vencimiento del índice se mantiene en el tiempo. Debe tener al menos un mes de plazo para que llegue al final de su madurez y una mínima cantidad pendiente de $ 1 mil millones, por ejemplo, para este caso el índice se compone de varios instrumentos con diversos vencimientos entre 0 y 6 meses, dicho paquete de instrumentos se "rebalancea" el ultimo día del mes incluyendo la información disponible hasta e incluyendo el tercer día hábil antes del último día

[48] Por sus siglas referenciadas en Bloomberg.

hábil del mes. En el rebalanceo se vende el grupo de títulos anteriores y se compra un nuevo grupo, para que el vencimiento promedio se mantenga constante.

2- G1O2: *The BofA Merrill Lynch 1-3 Year US Treasury Index.*

Estos índices tienen la misma estructura que el anterior pero con instrumentos cuyo vencimiento final sea hasta 3 años, y su inception date fue el 31 de diciembre de 1975. Estas llamadas Notas del Tesoro Americano muestran la rentabilidad de la deuda soberana en dólares EE.UU. denominados públicamente expedidos por el gobierno de los EE.UU. en su mercado interno. Los instrumentos contenidos en él deben tener un cupón fijo, tener al menos un año de plazo para que se dé el vencimiento final, y con una mínima cantidad en circulación de $ 1 mil millones dólares.

3- G0LA: *The BofA Merrill Lynch 0-1 Year UK Gilt Index.*

Este índice muestra la rentabilidad de la deuda soberana denominada en libras esterlinas emitido por el gobierno del Reino Unido en su mercado interno con menos de un año para llegar a la madurez. Los instrumentos que componen el índice deben de tener un vencimiento máximo de un año. Además los instrumentos que lo conforman deben tener un programa de cupón fijo y un importe mínimo pendiente de 500 millones de libras esterlinas. Su inception date: 30 junio 1998.

4 L4US:

Estos son los depósitos en banca comercial de 0 a 1 mes que el Banco Central coloca en diferentes instituciones en diferentes partes del mundo. El lugar y cantidad donde el BCV tiene estos depósitos no es de carácter público.

5- GOBF:

Es un índice de renta fija que representa el comportamiento de las emisiones vivas de letras del tesoro francés con vencimiento inferior o igual a 12

meses realizadas por los gobiernos de los Estados miembros de la Unión Europea y denominados en euros y que tengan un saldo mínimo en la emisión de 2000 millones de euros.

6- FIX:

Llamados también supras son depósitos que se tienen en los organismos supranacionales como el Fondo Latinoamericano de Reservas FLAR, la Corporación Andina de Fomento (CAF) y Banco Latinoamericano de Comercio Exterior (Bladex) entre otros. Estos depósitos tampoco son de conocimiento público para el caso del BCV.

7- MTI (BMUS):

Son títulos del Bank for International Settlements de Basilea (BIS). Estos títulos replican de manera cercana a los Tesoros de la moneda en que están denominados y tienen un spread positivo, es decir, una pequeña prima sobre los tesoros, ya que el riesgo BIS es ligeramente mayor al soberano, aún cuando el BIS se considera riesgo AAAA (4A), es decir, muy privilegiado. Los clientes del BIS son los bancos centrales. Los MTI son a cupón solamente.

Para obtener G1O2, G0BA, G0LA, L4US, BMUS02TR y el comportamiento del rendimiento de las monedas: euros (EUR) y libras esterlinas (GBP) se utilizó el sistema de noticias e información financiera Bloomberg LP disponible en el Banco Central de Venezuela.

Los rendimientos de los Supras para el período en estudio fueron facilitados por el Departamento de Riesgo del Banco Central de Venezuela.

Se recolectaron los precios históricos mensuales, específicamente el último precio mensual teniendo un horizonte temporal del año 2000 al 2009[49]. Los datos utilizados para aplicar los modelos fueron de 2000 a 2008, y los datos de 2009 fueron utilizados para saber lo ocurrido y así poder comparar en términos de la relación rendimiento-riesgo los portafolios arrojados por el modelo de Markowitz y Black-Litterman.

Conversión a la moneda.

Las UK gilts (G0LA) o letras británicas se cotizan en libras esterlinas por lo que con la data correspondiente a la moneda (GBP) se dolarizó los rendimientos utilizando la fórmula:

$$[\ (1+G0LA) \times (1+GBP)\ ]-1$$

El mismo procedimiento se siguió con las letras del tesoro francés de 0 a 1 año (G0BF) con la cotización del euro (EUR):

$$[\ (1+G0BF) \times (1+EUR)\ ]-1$$

Por último se calcularon las tasas de variaciones mensuales[50] para obtener así los retornos mensuales de todos los instrumentos durante el período 2000-2009[51].

[49] Ver anexo cuatro.
[50] $(P_t-P_{t-1}) / P_{t-1}$
[51] Ver anexo cinco.

Prueba de Normalidad

Adicionalmente se realizó una prueba de normalidad con el programa Crystal Ball[52] para cada uno de los instrumentos. Se observó que ninguno de los rendimientos históricos de dichos instrumentos se distribuye como una normal, violándose el supuesto de normalidad del modelo de Black-Litterman[53].

Sin embargo, a pesar de no cumplirse el supuesto de normalidad esto no representa un impedimento para continuar con el desarrollo del modelo BL, se observa como en numerosos trabajos se continua adelante con el modelo[54] pero sin dejar esta situación de lado y tomando en cuenta que este es uno de los principales limitantes de BL.

4.2 Metodología de Estimación

4.2.1 Modelo de Markowitz.

Para las estimaciones de Markowitz se generaron varios portafolios óptimos utilizando la data de los instrumentos mencionada con anterioridad para formar la frontera eficiente. Esta frontera está conformada por un conjunto de portafolios en

[52] Crystal Ball es un programa informático que se adiciona al Excel y que permite usar sus datos para simular, realizar modelos y optimizar.
[53] Ver anexo seis.
[54] Trujillo Segura (2009)

los que los pesos asignados a cada activo son generados a través de un proceso de optimización en el cual se minimiza la varianza (riesgo) de cada portafolio para un nivel de retorno determinado.

Para la optimización numérica restringida se utilizará la herramienta Solver[55] del paquete Microsoft Excel 2007, con la opción de solución cuadrática.

Esta herramienta permite buscar el valor óptimo para una celda, denominada *celda objetivo*, en este caso la celda objetivo es la celda que contiene la varianza (riesgo) de cada portafolio, el cual se busca minimizar[56].

El Solver cambia los valores de un grupo de celdas, denominadas *celdas cambiantes*, y que están relacionadas, directa o indirectamente, con la fórmula de la celda objetivo, en este caso las celdas cambiantes son las que corresponden a los pesos de cada uno de los instrumentos.

Para realizar este proceso de minimización de una función no lineal cuadrática se introdujeron las siguientes restricciones:

- Restricción referida al valor específico de retorno esperado del portafolio. Este fue asignado de forma aleatoria, en nuestro caso se tomaron doce retornos esperados:

[55] El Solver es una herramienta para resolver y optimizar ecuaciones mediante el uso de métodos numéricos.
[56] Ver anexo siete

Tabla 6- Retornos esperados

Portafolio	Retorno Esperado
1	0,27
2	0,30
3	0,32
4	0,35
5	0,40
6	0,42
7	0,45
8	0,49
9	0,4920
10	0,50
11	0,55
12	0,65

- Cada peso de cada instrumento debe ser mayor o igual a cero.

- La sumatoria de los pesos de los instrumentos es igual a uno.

La data incorporada fue de enero del año 2000 a diciembre del año 2008 y así se obtuvieron los pesos para cada instrumento en cada uno de los portafolios con su determinado retorno esperado, que como se mencionó anteriormente se asignó de forma aleatoria.

El rendimiento esperado es simplemente el promedio ponderado de los posibles resultados, donde las ponderaciones son las posibilidades relativas de ocurrencia. Por lo general, el rendimiento esperado de una cartera, viene dado por:

$$E(Rp)= P_1R_1 + P_2R_2+_{....} +P_nR_n$$

Donde:

E(Rp) : es el rendimiento esperado de la cartera,

Rj : son los rendimientos posibles,

Pj: las probabilidades asociadas,

n : es el número posible de resultados.

En el caso del presente trabajo de grado a través del Solver las incógnitas de la anterior ecuación serían las probabilidades asociadas o pesos de los instrumentos.

En pocas palabras el Solver nos permite obtener los pesos del portafolio con los cuales se minimiza la varianza (el riesgo) del portafolio dado un retorno esperado del portafolio.

Es así como se obtuvieron 12 portafolios (con su respectivo riesgo) que conforman la frontera eficiente del modelo de Markowitz.

4.2.2 Modelo de Black - Litterman

Para las estimaciones de Black – Litterman igualmente se utilizó el paquete Microsoft Excel, en este caso se utilizaron las herramientas de algebra matricial para las operaciones requeridas en el proceso de estimación.

ETAPA I: Retornos de Equilibrio.

Primero siguiendo la metodología de Black-Litterman[57] se halló la siguiente ecuación:

$$\prod = \lambda \Sigma w$$

Donde:

$\prod$ Vector implícito de retornos de equilibrio en exceso

λ Coeficiente de aversión al riesgo.

Σ Matriz de covarianza de retornos.

W capitalización de mercado (pesos de mercado).

Para obtener esta ecuación primero se procedió a buscar los pesos de equilibrio para cada instrumento. Los pesos de equilibrio no son más que el valor del índice respecto a la suma total del valor de mercado de los índices a utilizar.

[57] Idzorek Thomas (2005) A step by step guide to the Black Litterman Model. Ibbotson Associates. Chicago.

Tabla 7. Fuente de los Pesos de Equilibrio

Instrumento	Peso de Equilibrio
G0BA	Sumatoria del face value (Bloomberg)
G1O2	Sumatoria del face value (Bloomberg)
G0FB	Sumatoria del face value (Bloomberg)
G0LA	Sumatoria del face value (Bloomberg)
L4US	Sumatoria del total de depósitos en Banca Comercial (Fuente: BCV)
FIX	Sumatoria del total de los depósitos en instituciones, entes multilaterales u organismos internacionales (Fuente: BCV)
BMUS	Sumatoria de depósitos en banco de pagos internacionales (Fuente: BCV)

Con la sumatoria en millones de dólares de todo lo anterior se procedió a hacer una regla de tres para así obtener los pesos de cada instrumento usando como tamaño del mercado 100,000,000,000 USD (Ver tabla a continuación).

Tabla 8- Pesos de Mercado

Activo	W	USD
BMUS02TR	0,51%	508,808,530
FIX	3,75%	3,747,911,639
G0BA	22,10%	22,096,405,692
G0FB	4,20%	4,202,261,988
G0LA	0,93%	925,265,513
G1O2	35,13%	35,131,744,971

L4US	33,39%	33,390,044,267
TOTAL	100%	100,000,000,000

Posteriormente se elaboró la matriz de covarianza de retornos: Σ[58]

Por último en esta etapa I se calculó el coeficiente de aversión al riesgo:

$$\lambda = (E(R) - r_f) / \sigma^2_M$$

Donde:

E (R)	Retorno esperado del portafolio de mercado
r_f	Tasa libre de riesgo (letra del Tesoro 3 meses)
σ^2_M	Varianza del portafolio de mercado

La tasa libre de riesgo (USTB3M) se tomó de la página del Tesoro Americano del año 2000 al 2008[59] posteriormente se obtuvo la variación de los retornos para por ultimo tener su promedio y poder utilizarlo.

Con respecto a la varianza del portafolio de mercado esta se obtuvo sacando la varianza de todos los portafolios obtenidos con los pesos de equilibrio o de mercado.[60]

Es así como se alcanzó el vector implícito de retornos de equilibrio en exceso: $\prod$.[61]

[58] Ver anexo ocho.
[59] Ver anexo número nueve.
[60] Ver anexo número diez.
[61] Ver anexo número once.

ETAPA II: Views

Los views reflejan la visión del inversionista en relación al comportamiento futuro de los instrumentos financieros que componen su portafolio de inversión. Estos views principalmente están basados en análisis de las variables económicas relacionadas (Fundamentals) o análisis técnico, este último trata de predecir futuras tendencias de los precios de los instrumentos a través de su evolución estadística.

Los views se manejaron por separado para comparar los resultados de los portafolios referenciales asociados a cada uno de estas expectativas. De igual manera el análisis fue retrospectivo para precisamente evaluar la eficacia de la optimización para los casos en que los views resultan acertados.

En total se escogieron 6 views, con el propósito de obtener más puntos de análisis que los encontrados en los trabajos de Idzorek (2004) el cual solo utilizó 3 views y en el de Martínez (sobre el manejo de reservas internacionales de Bolivia) el cual utilizó 4 views para su análisis.

Estos views pueden ser clasificados de acuerdo al *grado de certeza* del inversor, es decir, al aplicar los modelos con la data histórica de 2000 al 2008 y conocer el desempeño de cada uno de los instrumentos durante el 2009, se puede determinar que tan "cerca" o "alejado" estuvo la opinión del inversionista acerca del comportamiento esperado del activo para el año 2009, con respecto a los rendimientos realmente obtenidos durante ese año. En base a esto tenemos:

- Views acertados: Estos tres primeros views se obtuvieron con el promedio de la variación de los retornos para cada instrumento en el año 2009.

Tabla 9-Views Acertados

View	Instrumento[62]	Rendimiento anual promedio Esperado para el 2009
View n°1	**BMUS (MTI)**	0.0030
View n°2	**G0FB (T. Francés)**	0.011452
View n°3	**G0LA (T. Británico)**	0.005154

Los elementos que pueden haber hecho al inversionista tener un view favorable tanto en letras del tesoro británico como en letras del tesoro francés para el año 2009 son explicadas principalmente a que se esperaba un ritmo lento de recuperación a la crisis por parte de la economía Norteamericana, por lo que se intuía una devaluación del dólar y consecuentemente apreciación de la libra y del Euro.

Adicionalmente, esta misma expectativa de recuperación lenta de los Estados Unidos tendería a incentivar a los inversionistas a esperar un diferencial de tasas de interés favorable a las economías europeas.

Por su parte, un inversionista que consideró el view en MTI a 2-3 años fue aquél que su apuesta se concentró en el beneficio de tasa asociado a un sector más largo de la curva de rendimientos. Este inversionista igualmente visualizaba una recuperación lenta de la economía y por ende podía aprovechar el beneficio asociado al mayor vencimiento con bajo riesgo de un eventual movimiento paralelo de alzas de la curva que afectara el desempeño de este sector, que es más sensible a movimientos de tasas versus los segmentos de menor vencimiento en ese mercado de renta fija.

62 Instrumento sobre el cual el inversionista posee expectativas sobre su desempeño futuro, diferentes a las del consenso del mercado.

- Views no acertados: Los tres últimos views se plantearon conociendo de igual forma lo sucedido en el año 2009 pero en este caso el inversor no acertó lo que realmente sucedió ese año.

Tabla 10-Views no acertados

VIEW	Instrumento[63]	Rendimiento anual promedio Esperado para el 2009	Rendimiento anual promedio obtenido en el 2009
View n°4	**FIX**	0.0005	0.0002
View n°5	**L4US**	0.0005	0.0003
View n°6	**G0LA**	0.0002	0.0051

Al ser introducido cada uno de los views de manera individual en el modelo BL cada uno de ellos formará diferentes escalares (Q), siendo necesario desarrollar para cada view todos los pasos que se presentarán de aquí en adelante por separado ya que el view condicionará los resultados debido a que modificará los pesos del portafolio final.

Seguidamente se procedió a operar la siguiente relación:

$$\omega_1 = p_1 \Sigma p_1' \tau$$

P: Esta matriz reflejará a que instrumento se le colocó el view[64],

[63] Instrumento sobre el cual el inversionista posee expectativas sobre su desempeño futuro, diferentes a las del consenso del mercado.

Σ: Es la matriz de covarianzas,

τ: 0,025

La literatura es escasa con respecto al valor que debe adoptar tao (τ), sin embargo coinciden en que este escalar es cercano a cero. Lee (2000)[65] considerando su experiencia trabajando con el modelo Black-Litterman normalmente establece el valor del escalar entre 0.01 y 0.05.

Satchell and Scowcroft (2000) sugieren que el valor del escalar tao (τ) a menudo se establece en uno.

Finalmente, Blamont and Firoozye (2003) interpretan que el escalar tao (τ) es aproximadamente uno dividido entre el numero de observaciones.

Considerando lo anterior se determinó el valor en 0.025 al igual que el utilizado en el trabajo de Idzorek Thomas (2005)[66].

Teniendo todos los datos de la ecuación anterior se obtuvo ω[67] para cada uno de los diferentes views.

Debido a que la matriz de las incertidumbres en las expectativas Ω, viene dada por una matriz diagonal K x K con elementos w_{ii} en su diagonal, al desarrollarse el modelo de Black-Litterman con un sólo view, la matriz Ω termina siento un escalar igual a ω.

---

[64] Ver anexo número doce.

[65] Comentarios tomandos de Idzorek Thomas (2005) A step by step guide to the Black Litterman Model. Ibbotson Associates. Chicago

[66] Idzorek Thomas (2005) A step by step guide to the Black Litterman Model. Ibbotson Associates. Chicago

[67] Es la varianza del término de error que es inversamente proporcional a la confianza del inversor en este punto de vista particular. Por lo tanto, una variación de el término de error (ω) de 0 representa el 100% de confianza (seguridad completa) en el punto de vista. Ver anexo número trece.

ETAPA III: Calcular el vector de retornos combinados.

En esta etapa se desarrollaron las siguientes operaciones algebraicas[68]:

1er término: $(\tau\Sigma)^{-1}$

2do término: $P'\Omega^{-1}P$

3er término: $(\tau\Sigma)^{-1}\prod$

4to término: $P'\Omega^{-1}Q$

La idea es obtener:

$$(\tau\Sigma)^{-1}\prod + P'\Omega^{-1}Q$$

$$E[R]=[(\tau\Sigma)^{-1} + P'\Omega^{-1}P]^{-1}\ [(\tau\Sigma)^{-1}\prod + P'\Omega^{-1}Q]$$

Donde:

E (R): Es el nuevo vector de retornos combinados (N x 1 columnas vector)[69]

τ: Es un escalar.

Σ: Matriz de covarianzas (N x N matriz)

P: Esta matriz reflejará a que instrumento se le colocó el view (K x N matriz o 1 x N en nuestro caso ya que se utilizó un solo view).

[68] Ver anexo número catorce.
[69] Ver anexo quince.

ETAPA IV: Optimización Inversa.

Seguidamente llegamos a la última fase donde se obtendrán los pesos de equilibrio para cada uno de los portafolios con su respectivo view. Para esto se realizaron las siguientes operaciones:

$$\prod = \lambda \Sigma \, w$$

$$w = (\lambda\Sigma)^{-1} \prod$$

$$w = (\lambda\Sigma)^{-1} \; E\,(R)$$

Es así como se obtuvo los W* o pesos previos de equilibrio, a estos se les aplicó una regla de tres para obtener W_{BL} que son los pesos de los instrumentos para el portafolio de Black- Litterman.

4.3 Presentación de los resultados

Con el modelo de media-varianza de Markowitz, se obtuvieron los siguientes pesos para cada uno de los portafolios que conforman la frontera eficiente, es decir, que minimizan el riesgo dado un nivel de retorno esperado.

Tabla 11-Pesos obtenidos con el Markowitz

	L4US	FIX	BMUS02T	G102	GOBA	GOFB	GOLA
Portafolio 1	0,0%	65,5%	0,0%	0,0%	34,2%	0,0%	0,3%
Portafolio 2	69,7%	28,0%	0,0%	0,0%	0,0%	2,3%	0,0%
Portafolio 3	83,5%	0,0%	14,8%	0,0%	0,0%	1,7%	0,0%
Portafolio 4	69,7%	0,0%	28,0%	0,0%	0,0%	2,3%	0,0%
Portafolio 5	46,6%	0,0%	50,0%	0,0%	0,0%	3,4%	0,0%
Portafolio 6	37,4%	0,0%	58,9%	0,0%	0,0%	3,8%	0,0%
Portafolio 7	23,5%	0,0%	72,1%	0,0%	0,0%	4,4%	0,0%
Portafolio 8	5,1%	0,0%	89,7%	0,0%	0,0%	5,2%	0,0%
Portafolio 9	4,1%	0,0%	90,6%	0,0%	0,0%	5,3%	0,0%
Portafolio 10	0,4%	0,0%	94,1%	0,0%	0,0%	5,4%	0,0%
Portafolio 11	0,0%	0,0%	65,1%	0,0%	0,0%	34,9%	0,0%
Portafolio 12	0,0%	0,0%	5,2%	0,0%	0,0%	94,8%	0,0%

La frontera eficiente de Markowitz, conformada por los portafolios obtenidos de los pesos anteriores, se presenta a continuación con su respectiva tabla:

Gráfico 13 - Curva de Markowitz

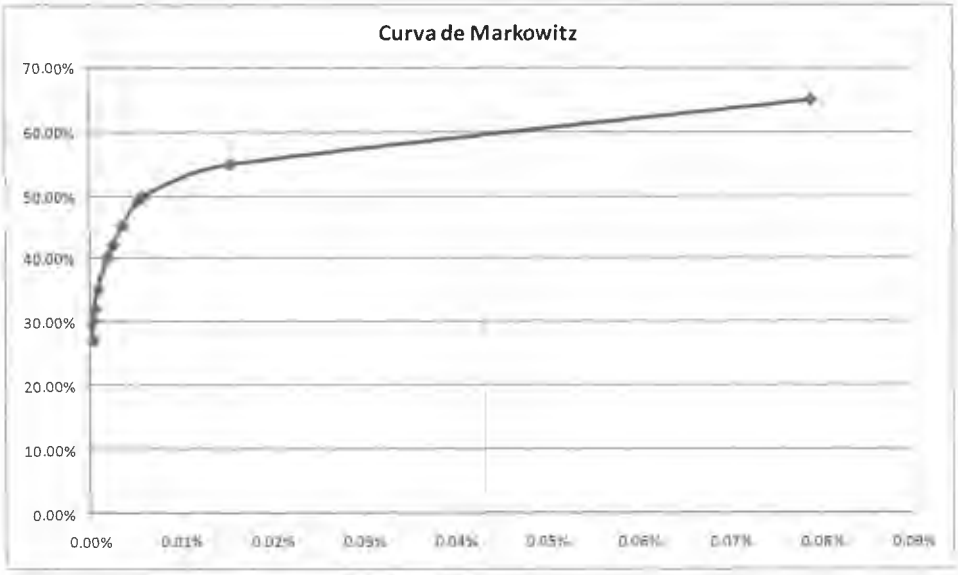


Tabla 12- Riego-rendimiento del modelo de Markowitz

2000 - 2008	Varianza (Riesgo)	Retorno Esperado (%)
Portafolio Uno	0.0002%	0.00257
Portafolio Dos	0.0003%	0.00386
Portafolio Tres	0.0004%	0.00563
Portafolio Cuatro	0.0008%	0.00828
Portafolio Cinco	0.0018%	0.01269
Portafolio Seis	0.0024%	0.01446
Portafolio Siete	0.0034%	0.01711
Portafolio Ocho	0.0052%	0.02064
Portafolio Nueve	0.0053%	0.02080
Portafolio Diez	0.0056%	0.02150
Portafolio Once	0.0153%	0.02640
Portafolio Doce	0.0788%	0.03610

Aquí se puede observar las carteras con la mejor relación rendimiento – riesgo.

Para el modelo Black-Litterman desafortunadamente el escalar (τ) y lo poco certero de los views son lo más abstracto y los parámetros más difíciles de especificar en el modelo, sin embargo estos fueron los resultados obtenidos:

- Para los 3 views donde el inversor acierta:

1. Con el view n°1 sobre el activo BMUS se obtuvieron los siguientes pesos:

Tabla 13- Pesos de BL para el View n°1

Activo	W*	Wmkt	WBL
BMUS02TR	708.71%	0,51%	87.69%
FIX	3.75%	3,75%	0.46%
G0BA	22.10%	22,10%	2.73%

G0FB	4.20%	4,20%	0.52%
G0LA	0.93%	0,93%	0.11%
G1O2	35.13%	35,13%	4.35%
L4US	33.39%	33,39%	4.13%
TOTAL	808.20%	100%	100%

2. Con el view n°2 sobre el activo G0FB se obtuvieron los siguientes pesos:

Tabla 14 -Pesos de BL para el View n°2

Activo	W*	Wmkt	WBL
BMUS02TR	0.51%	0,51%	0.19%
FIX	3.75%	3,75%	1.40%
G0BA	22.10%	22,10%	8.22%
G0FB	172.87%	4,20%	64.34%
G0LA	0.93%	0,93%	0.34%
G1O2	35.13%	35,13%	13.08%
L4US	33.39%	33,39%	12.42%
TOTAL	268.67%	100%	100%

3. Con el view n° 3 sobre el instrumento G0LA se obtuvieron los siguientes pesos:

Tabla 15- Pesos de BL para el view n°3

Activo	W*	Wmkt	WBL
BMUS02TR	0.51%	0,51%	0.38%
FIX	3.75%	3,75%	2.78%
G0BA	22.10%	22,10%	16.39%
G0FB	4.20%	4,20%	3.12%
G0LA	35.77%	0,93%	26.53%
G1O2	35.13%	35,13%	26.05%
L4US	33.39%	33,39%	24.762%
TOTAL	134.85%	100%	100%

- Para los 3 views donde el inversor no acierta:

1. Con el view n° 4 sobre el instrumento FIX se obtuvieron los siguientes pesos:

Tabla 16- Pesos de BL para el view n°4

Activo	W*	Wmkt	WBL
BMUS02TR	0.51%	0,51%	0.02%
FIX	2596,53%	3,75%	96,43%
G0BA	22.10%	22,10%	0,82%
G0FB	4.20%	4,20%	0,16%
G0LA	0,93%	0,93%	0,03%
G1O2	35.13%	35,13%	1,30%
L4US	33.39%	33,39%	1,24%
TOTAL	2692,79%	100%	100%

2. Con el view n°5 sobre el instrumento L4US se obtuvieron los siguientes pesos de equilibrio:

Tabla 17- Pesos de BL para el view n°5

Activo	W*	Wmkt	WBL
BMUS02TR	0.51%	0,51%	0.02%
FIX	3,75%	3,75%	0,14%
G0BA	22.10%	22,10%	0,80%
G0FB	4.20%	4,20%	0,15%
G0LA	0,93%	0,93%	0,03%
G1O2	35.13%	35,13%	1,28%
L4US	2683,50%	33,39%	97,58%
TOTAL	2750.11%	100%	100%

3. Con el view n° 6 sobre el instrumento G0LA se obtuvieron los siguientes pesos:

Tabla 18-Pesos de BL para el view n°6

Activo	W*	Wmkt	WBL
BMUS02TR	0.51%	0,51%	0.51%
FIX	3,75%	3,75%	3,75%
G0BA	22.10%	22,10%	22,08%
G0FB	4.20%	4,20%	4,20%
G0LA	0.99%	0,93%	0,99%
G1O2	35.13%	35,13%	35,11%
L4US	33,39%	33,39%	33,369%
TOTAL	100,07%	100%	100%

Nótese que los pesos de equilibrio, es decir, los pesos de mercado y los W* serán los mismos en todos los instrumentos excepto en el que posea el view.

4.4 Análisis de los Resultados

Como se planteó a lo largo del trabajo de grado el modelo de Markowitz por excelencia es utilizado en los portafolios de inversión en todas partes del mundo y su uso en la administración de reservas internacionales no es un secreto. Por ende partiendo de este modelo tradicional y su frontera eficiente comparamos los resultados obtenidos de dicha relación riesgo – rendimiento para el año 2009 con los obtenidos con el modelo de Black – Litterman de uso reciente en la administración de carteras de inversión.

Para la comparación se tuvieron en cuenta tres parámetros: los pesos de los portafolios, el rendimiento de los portafolios y la relación rendimiento-riesgo.

Comparación:

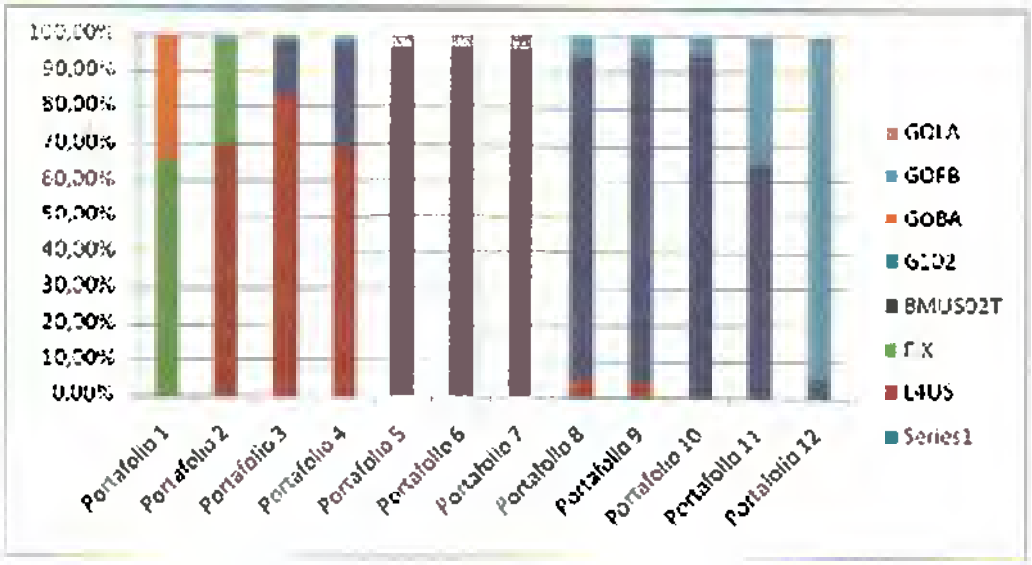
1. *Comparar pesos.*

Modelo de Markowitz.

En los doce portafolios realizados con el modelo de Markowitz podemos apreciar que hay una tendencia a invertir o darle más peso al activo cuyo retorno individual se acerque más al retorno esperado del portafolio.

Es por esto que se observa en el siguiente gráfico como prácticamente de los siete instrumentos disponibles para invertir el modelo de Markowitz se inclina mayormente solo a dos de ellos en cada portafolio, por lo que se presenta un problema de diversificación (ver cuadro a continuación).

Gráfico 14- Pesos de los portafolios en el modelo de Markowitz



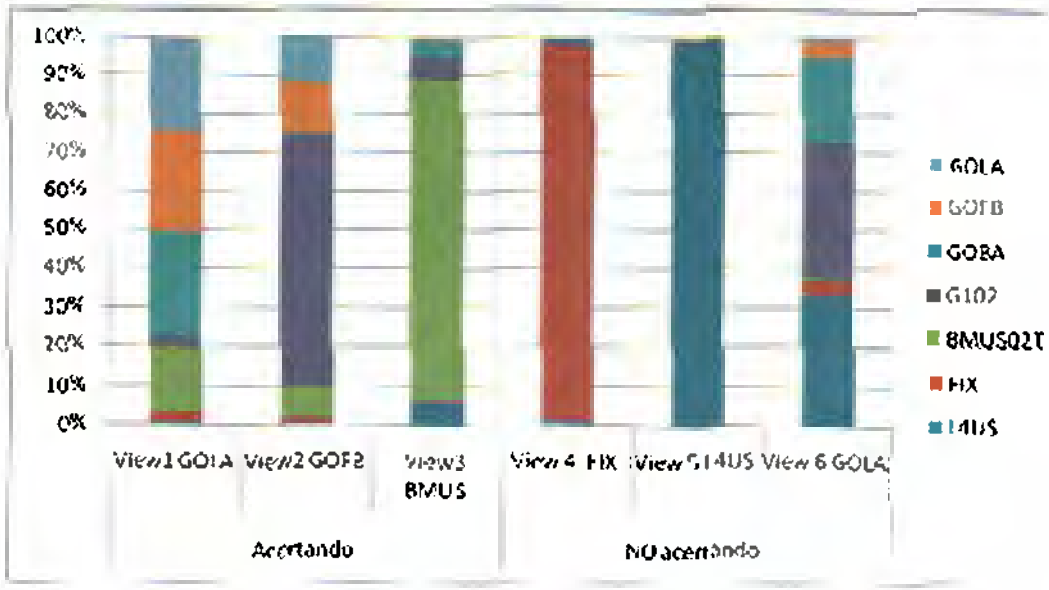
Modelo de Black-Litterman.

Los resultados con respecto a los pesos son dispersos y varían de acuerdo al view introducido en el modelo.

Se puede observar que los dos primeros portafolios y el último de hecho muestran una diversificación mayor que el resto e inclusive mayor que los portafolios de Markowitz.

Analizando detalladamente los resultados para cada tipo de view, se observa que los dos portafolios que presentaron una mayor diversificación corresponden al del view n° 1 (GOLA) el cual fue acertado por el inversionista, así como al portafolio obtenido por el view n° 6 (GOLA) el cual no fue acertado por el inversionista. Esto nos lleva a concluir que el grado de diversificación del portafolio no depende del grado de certeza del view. (Ver cuadro a continuación).

Gráfico 15 - Pesos de los portafolios del modelo BL

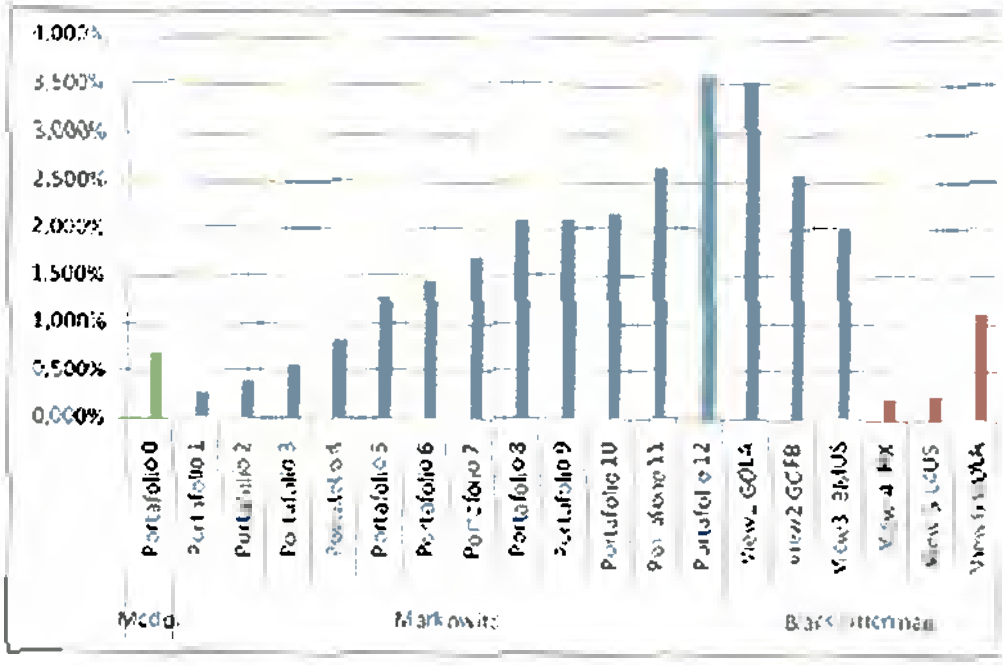


Al comparar la distribución de los pesos entre los diferentes tipos de activos en ambos modelos, en general se observa que el modelo de Black-Litterman genera portafolios más diversificados a los portafolios construidos bajo el modelo de Markowitz.

2 Comparar retornos

A continuación se presentan los rendimientos obtenidos para cada portafolio con cada modelo[21]

Gráfico 16- Comparación de los rendimientos



A primera vista podemos observar como el rendimiento de la mayoría de los portafolios del modelo de Markowitz son menores o iguales al 2%, siendo el portafolio número 12 es el que más rinde a pesar de que, como se observó en el punto anterior, dicho portafolio invierte más del 90% en un solo instrumento.

[21] Ver anexo número diecisiete.

Por su parte, con los portafolios de Black-Litterman poseedores de views acertados se obtienen portafolios con rendimientos por encima del rendimiento del portafolio del mercado, lo que significa que al introducir cualquiera de estos tres views del inversionista se logra incrementar el rendimiento del portafolio. Además se ubican por encima del 2% de rendimiento lo cual es una señal positiva debido a que están por encima de la mayoría de los portafolios arrojados por el modelo de Markowitz, a pesar de que no se obtuvo con este modelo el portafolio con el mayor rendimiento.

Debemos destacar que el portafolio con el view n°1 (GOLA) fue el más diversificado así que aunque tiene unos decimales menos que el portafolio 12 del modelo de Markowitz, parece ser óptimo tomando en cuenta estas dos variables peso – rendimiento.

Analizando los portafolios destacados en color rojo los cuales son los poseedores de los views no acertados, podemos darnos cuenta que rinden muy poco comparativamente con el resto de la muestra. Además tanto view n°4 (FOX) y view n°5 (L4US) presentan en sus pesos el 96,43% y 97,58% en un sólo instrumento respectivamente situación de hecho no satisfactoria para la construcción de una cartera eficiente.

Comparar relación rendimiento – riesgo.

Tomando en consideración los rendimientos y riesgos de cada portafolio de Markowitz:

Tabla 19-Riesgo y Rendimiento del modelo de Markowitz

2000 - 2008	Varianza (Riesgo)	Retorno Esperado 2009 (%)
Portafolio Uno	0.0002%	0.00257
Portafolio Dos	0.0003%	0.00385
Portafolio Tres	0.0004%	0.00563
Portafolio Cuatro	0.0008%	0.00828
Portafolio Cinco	0.0018%	0.01259
Portafolio Seis	0.0024%	0.01446
Portafolio Siete	0.0034%	0.01711
Portafolio Ocho	0.0052%	0.02064
Portafolio Nueve	0.0053%	0.02080
Portafolio Diez	0.0056%	0.02150
Portafolio Once	0.0153%	0.02640
Portafolio Doce	0.0788%	0.03610

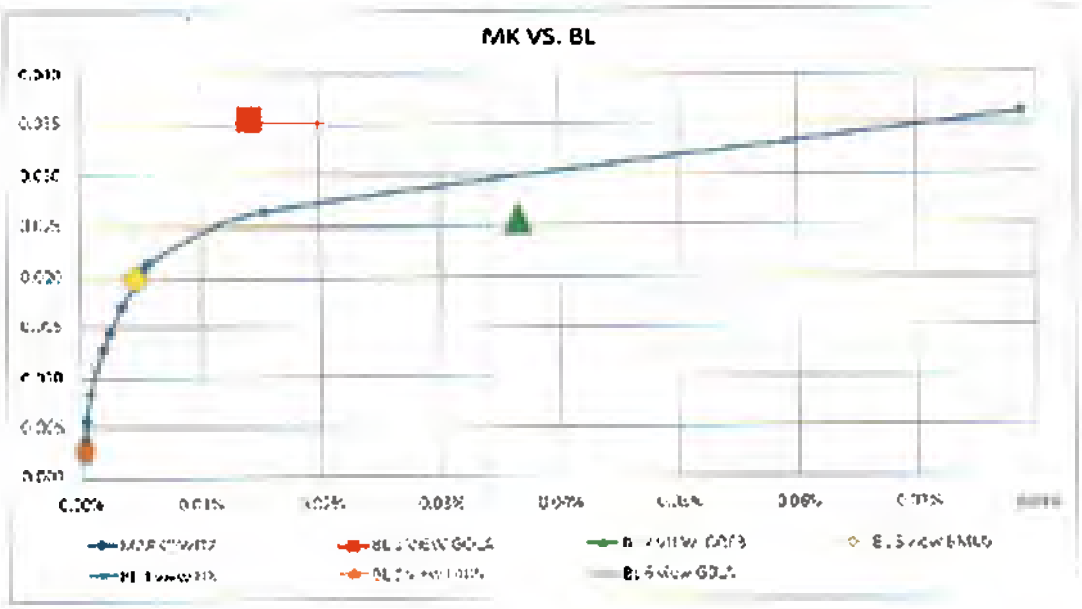
Y los de Black Litterman:

Tabla 20- Riesgo-Retorno esperado del modelo de BL

Portafolios	Varianza (riesgo)	Retorno Esperado 2009
View n°1 (KOLA)	0.0144%	0.03529
View n°2 (KOHL)	0.0366%	0.02577
View n°3 (BMUS)	0.0046%	0.0190
View n°4 (HIX)	0.00025%	0.0022
View n°5 (LAJS)	0.00024%	0.0026
View n° 6 (GOLA)	0.00079%	0.0111

Podemos graficar la curva de frontera eficiente y colocar los puntos de los portafolios de Black Litterman para analizar la relación rendimiento-riesgo:

Grafico 17- Relación rendimiento-riesgo para el modelo de Markowitz y BL.



Se pudo observar que en los 3 views donde el inversor acierta se presentó los siguientes tres casos:

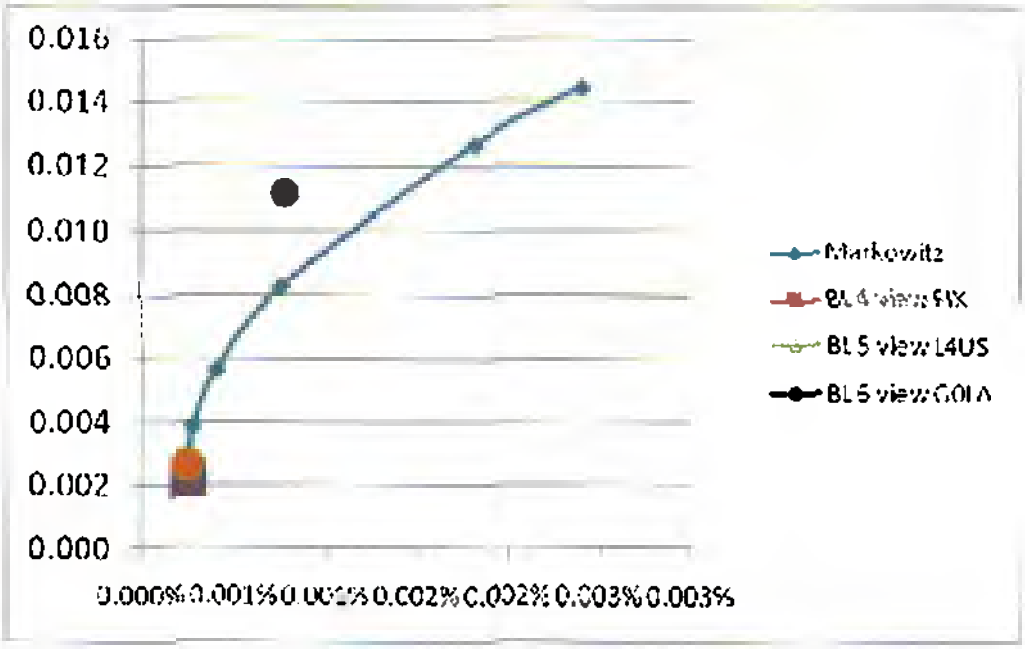
- El portafolio de BL tiene una mejor relación rendimiento-riesgo que los portafolios de Markowitz: view n°1 (GOL4).

- El portafolio de BL tiene la misma relación rendimiento-riesgo que el portafolio de Markowitz: view n°2 (SMLS).

- El portafolio de BL tiene una peor relación rendimiento-riesgo que los portafolios de Markowitz: view n°3 (GOFBI.

En el caso de los 3 views donde el inversor no acierta lo sucedido a simple vista se puede ver:

Gráfico 18-Comparación rendimiento-riesgo entre el modelo de Mk y el modelo de BL con views no acertados.



Se pudo observar que el modelo BL donde se introdujo el view n° 6 se encuentra por encima de la curva de Markowitz o frontera eficiente mientras que el resto de los views no acertados se hayan sobre la curva, por lo que no se puede afirmar que al no acertar el view la relación rendimiento-riesgo sea menos favorable que la obtenida acertando los views.

Adentrándonos más en el análisis de estos resultados debemos recordar que:

Tabla 21- Grado de desacierto de los views

Black-Litterman	Rend 2000 – 2008	Rend (anual) 2009	VIEW	Que nos indica el VIEW
View n° 4 (FIX)	0,0027	0,00014	0,0005	- 0,00035
View n°5 (L4US)	0,0028	0,0027	0,0005	+ 0,0002
View n°6 (GOLA)	-0,0036	0,0051	0,0002	-0,0049

Tanto en el view n° 4 como en el n° 5 estamos asegurando que ambos instrumentos rindieron por encima de lo que realmente rindieron en 2009 en 0,00035 y 0,0002 respectivamente.

Por su parte para el view n° 6 afirmamos que este instrumento rindió 0,0049 menos de lo que realmente rindió en 2009 pero históricamente (de 2000 – 2008) en promedio este instrumento presentó un rendimiento negativo por lo que si el inversor asegura que un instrumento que viene rindiendo negativo en el pasado va a cambiar su tendencia, es decir, va a comenzar a tener rendimientos positivos hace que aunque no acierte con exactitud el view se obtengan buenos resultados en cuanto al rendimiento del portafolio.

Como vemos la tendencia del pasado puede que juegue un papel importante a la hora del análisis pues como se ve en el ejemplo anterior un cambio en las expectativas de un instrumento que venía rindiendo negativo, o dicho de otra forma apostarle a un cambio de tendencia a un instrumento que no está rindiendo positivo puede generar portafolios con una mejor relación rendimiento-riesgo para el modelo de Black Litterman.

Considerando los tres primeros portafolios:

Tabla 22- Grado de acierto de los views

	Rend. 2000 – 2008	Rend anual promedio 2009	VIEW
View n°1 (G0LA)	-0,0096	0,0051	0,0051
View n°2 (G0FB)	0,0065	0,011	0,011
View n°3 (BMUS)	0,0049	0,0030	0,0030

También nos percatamos de que el instrumento que presentó un rendimiento histórico negativo y sobre el cual nuevamente el inversionista introduce un view que refleje un cambio en su tendencia, es decir, espera un rendimiento positivo para el 2009 generará el mejor portafolio de este grupo de views acertados de BL.

Esto podría significar una gran ventaja para el modelo de BL pues el modelo de Markowitz tomará solo las tendencias históricas negativas en este caso de estos instrumentos y en base a esto se obtendrán los pesos, en cambio con el modelo Black-Litterman el inversor tiene la oportunidad de cambiar sus expectativas y asignarle un peso nuevo a los instrumentos solo con su view.

En resumen[71]:

Tabla 23-Cuadro comparativo resumen

Modelo	Portafolio	Mas diversificados	Con mayor rendimiento	Mejor relación rendimiento - riesgo	El que cambió totalmente las expectativas.
Markowitz	Portafolio 1				
	Portafolio 2				
	Portafolio 3				
	Portafolio 4				
	Portafolio 5				
	Portafolio 6	X			
	Portafolio 7				
	Portafolio 8				
	Portafolio 9				
	Portafolio 10				
	Portafolio 11		X		
	Portafolio 12		X	X	
Black Litterman	View1 GOLA	X	X	X	X
	View2 GOFB	X			
	View3 BMUS				
	View4 FIX				
	View5 L4US				
	View6 G0LA	X		X	X

Con el cuadro resumen anterior se observa que los portafolios de Black-Litterman parecen más diversificados, tienen un alto rendimiento y su relación rendimiento – riesgo cumple con las expectativas de inversionista.

[71] Ver anexo diecisiete.

Lo que resulta relevante, es que los portafolios con los view que más difieren a la tendencia 2000-2008 son los que presentaron mejores resultados en la mayoría de los parámetros analizados.

Sin embargo, hay que recordar que el supuesto de normalidad establecido en el modelo de Black-Litterman no se cumple, lo que representa la principal limitante del modelo. Esta limitante podría ser la razón o explicación por la cual no se evidencia contundentemente que el modelo de BL es superior al modelo de Markowitz en cuanto a diversificación, rendimiento y riesgo.

CAPITULO V

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

Este trabajo de grado se centró en probar que utilizando el modelo de Black-Litterman se obtienen portafolios referenciales de renta fija más eficientes, es decir, con mayor rendimiento a un nivel dado de riesgo, o menor riesgo a un nivel dado de rendimiento, en comparación con el que se obtendría a partir del modelo de fronteras eficientes de Markowitz, para el caso de los instrumentos de renta fija comúnmente utilizados en la administración de reservas internacionales.

A través de la construcción de 18 portafolios utilizando 7 instrumentos en cada uno con una data de 2000 a 2008 pudimos observar que:

Como se anticipaba los resultados de los pesos óptimos bajo el enfoque de Black-Litterman son los más diversificados en su mayoría. Con respecto a las asignaciones óptimas obtenidas bajo el enfoque de Markowitz ellas comparten una característica similar: baja o nula diversificación. Ello se debe a que el optimizador beneficiará aquellos activos que posean un mayor retorno esperado. Por los resultados obtenidos podemos decir que cabe esperar que la metodología de Black-Litterman ayude a resolver estas inconsistencias del modelo media-varianza puro de Markowitz. Este constituye, en consecuencia, un mejor enfoque o más robusto al incorporar los pesos de mercado de los activos como punto de partida, y permite obtener portafolios diversificados e intuitivos cuyos pesos son modificados de acuerdo con las expectativas que tenga el inversor sobre cada uno de los activos, cabe señalar que en el caso que el inversor no posea expectativas, los pesos serán iguales a los de equilibrio.

De los resultados obtenidos también se desprende que el portafolio con mayor rendimiento fue el obtenido bajo el modelo de Markowitz, sin embargo este portafolio presenta muy baja diversificación (el 94,8% del portafolio esta invertido en un solo instrumento). Por el contrario, el portafolio que más rindió con el modelo de Black-Litterman es altamente diversificado y presenta un menor nivel de riesgo. Ello hace que dicho portafolio resulte el más adecuado de acuerdo a los criterios de *seguridad, liquidez y rentabilidad* de inversión de las reservas internacionales administradas por el Banco Central de Venezuela.

Al analizar en más detalle los rendimientos obtenidos a través del modelo de Black-Litterman, se observó que los resultados varían de acuerdo al view introducido en el modelo y en particular a su grado de certeza. En los modelos donde las expectativas del inversionista son acordes a lo realmente ocurrido se obtuvieron portafolios con un mayor rendimiento en comparación a los portafolios obtenidos de introducir views no acertados. Por ello, es importante evaluar la consistencia de las expectativas del inversionista.

Si bien es evidente la relación que existe entre el grado de certeza del view y los rendimientos obtenidos, no se encontró relación entre el grado de diversificación de los portafolios obtenidos en el modelo de Black-Litterman y el grado de certeza de los views.

Seguidamente al analizar la relación rendimiento-riesgo podemos concluir que la consistencia del modelo de Black-Litterman como el que posee mejor esta relación es dudosa pues de los tres portafolios elaborados con este modelo (acertando el view) solo uno representa una buena opción ubicándose por encima de la frontera eficiente de Markowitz.

Es claro que luego de toda la crisis mundial en el área financiera para el manejo de reservas internacionales se avecinarán grandes cambios y lo que ha acontecido en el pasado quizá ya no sea de utilidad para definir la asignación estratégica del capital de inversión sino lo que sucederá en el futuro y cuanta seguridad se tenga sobre ello. Con esta idea en mente podemos ver que con views contra intuitivos se obtuvieron portafolios más diversificados, con rendimientos muy altos y relaciones rendimiento – riesgo por encima de la frontera eficiente de Markowitz y por ende más óptimas.

Sin embargo, el enfoque de Black-Litterman presenta bastantes limitaciones entre las que destacan: el valor de tao (τ), conocer los pesos de equilibrio del mercado, acertar el view y el supuesto de normalidad; todas estas constituyen serias dificultades a la hora de tratar de optimizar el portafolio.

Con los resultados obtenidos no podemos asegurar a ciencia cierta que con el modelo de BL se obtienen portafolios más eficientes, es decir, con mayor rendimiento a un nivel dado de riesgo, o menor riesgo a un nivel dado de rendimiento, en comparación con el que se obtendría a partir del modelo de fronteras eficientes de Markowitz, el caso de los instrumentos de renta fija comúnmente utilizados en la administración de reservas internacionales pues todo dependerá de cuán acertado sea el *view* del inversionista y del comportamiento futuro de los mercados, lo cual representa una externalidad.

Quizá al realizar pruebas con una mayor cantidad de instrumentos y de views se pueda llegar a unos resultados más contundentes, inclusive se podría plantear introducir otra línea de investigación que consiste en incorporar avances del campo de la economía conductual, esto podría servir de ayuda a los administradores de los fondos para expresar la confianza en sus opiniones de manera adecuada evitando sesgos psicológicos, como el de sobreconfianza.

APÉNDICE- Derivación del modelo de Black-Litterman

Primero, se parte de la especificación del equilibrio del mercado:

$$\Pi=\mu+\varepsilon_{\Pi}, \qquad \varepsilon_{\Pi}\sim N(0,\tau\Sigma)$$

Y de las expectativas del inversionista (views):

$$\theta= \Pi\, E(P) +\varepsilon_{\theta}\ ,\ \varepsilon_{\theta} \sim N(0,\Omega)$$

Estas dos ecuaciones se pueden expresar de la forma:

$$Y=X\mu+\varepsilon, \qquad \varepsilon \sim N(0,\varsigma)$$

donde:

$$Y = \begin{bmatrix}\pi\\ Q\end{bmatrix}, \quad X = \begin{bmatrix}1\\ P\end{bmatrix}, \quad V = \begin{bmatrix}\tau\Sigma & 0\\ 0 & \Omega\end{bmatrix}$$

Aplicando la técnica de mínimos cuadrados generalizados y efectuando la sustitución respectiva, se tiene:

$$\mu_{BL}=(X'V^{-1}X)^{-1}\, X'V^{-1}y$$

$$\mu_{BL} = \left([\mathbf{I} \quad \mathbf{P}'] \begin{bmatrix} (\tau\Sigma)^{-1} & \\ & \Omega^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I} \\ \mathbf{P} \end{bmatrix} \right)^{-1} [\mathbf{I} \quad \mathbf{P}'] \begin{bmatrix} (\tau\Sigma)^{-1} & \\ & \Omega^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Pi \\ \mathbf{q} \end{bmatrix}$$

$$\mu_{BL} = \left([\mathbf{I} \quad \mathbf{P}'] \begin{bmatrix} (\tau\Sigma)^{-1} \\ \Omega^{-1}\mathbf{P} \end{bmatrix} \right)^{-1} [\mathbf{I} \quad \mathbf{P}'] \begin{bmatrix} (\tau\Sigma)^{-1}\Pi \\ \Omega^{-1}\mathbf{q} \end{bmatrix}$$

$$\mu_{BL} = [\,(\tau\Sigma)^{-1} + P'\Omega^{-1}P\,]^{-1}\ [\,(\tau\Sigma)^{-1}\prod + P'\Omega^{-1}q\,]$$

BIBLIOGRAFÍA

Ascanio, Adrian. (2006) *"El Benchmark en el manejo de Reservas Internacionales"* BCV.

Banco Central de Bolivia (2009). *"Administración de las Reservas Internacionales"* Gestión 2009. Gerencia de Operaciones Internacionales.

Banco Central de Venezuela. (2009). [Pagina web en línea]. Disponible en: http://www.bcv.org.ve/reservas/admonreservas.pdf

Banco Central de Venezuela (2004). *"¿Cómo se invierten las reservas internacionales?".* BCVOZ. Boletín económico informativo n°5. Año 8.

Banco Central de Venezuela. (2004). *"Proceso de formación y utilización de las reservas internacionales en Venezuela".* Serie Documentos de Trabajo Gerencia de Investigaciones Económicas.

Banco Central de Venezuela (2009). *"Administración de Reservas Internacionales por parte del BCV".* Vicepresidencia Operaciones Internacionales.

Banco de la República (2009). *"Administración de las Reservas Internacionales"* Bogotá.

Blanco, E. y Córdoba, A (1996) *"El nivel óptimo de reservas internacionales. El caso venezolano".* BCV. Serie Documentos de Trabajo Gerencia de Investigaciones Económicas.

Black, F. y Litterman R. (1992). *"Global Portfolio Optimization."* Financial Analysts Journal.

Casañas, M. (2000). *"El proceso contable de identificación, medición y comunicación de las reservas internacionales venezolanas"*. Cuadernos BCV Serie Técnica, Caracas.

Castillo, M. (2006) *"Toma de Decisiones en las Empresas: entre el arte y la técnica"*, UniAndes, Bogotá.

Concepción, G. (2009). *"La gestión de las Reservas Exteriores del Banco Central Europeo"*. Boletín Economico del ICE No. 2962.

Drobetz, W. (2001). *"How to Avoid the Pitfalls in Portfolio Optimization? Putting the Black-Litterman Approach at Work"*, Financial Markets and Portfolio Management, Vol. 15.

Fabozzi F., Modigliani F., y Ferri M., (1996). *"Mercados e Instituciones Financieras"*. México.

Fernández Álvarez, A.I. (1994). *"Introducción a las Finanzas"*. Facultad de Administración y Dirección de Empresas. Universidad Politécnica de Valencia. España.

Fondo Monetario Internacional. (2009). [Pagina web en línea]. Disponible en: http://www.imf.org/external/spanish/index.htm.

Haugen, R. A. (1993): *"Modern investment theory"*. Prentice Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, 3.ª edición.

Idzorek, T. (2004), *"A step-by-step guide to the Black-Litterman Model: Incorporating user-specified confidence levels"* Zephyr Associates, Inc.

Martínez, Oscar. *"Aplicación del Modelo de Black Litterman a la optimización de portafolios del BCB"* Banco Central de Bolivia.

Markowitz. (1952) "*Portfolio Selection*", Journal of Finance.

Meucci, A. (2008) "*The Black-Litterman Approach: original model and extensions*".

Michaud, R. O. (1989): *"The Markowitz optimization enigma: Is 'optimized' optimal".* Financial Analyst Journal, n.º 45.

Nugée J. (2004) *"Manejo de las Reservas de oro y divisas".* Centro de Estudios Latinoamericanos. México.

Ramírez, Ezequiel *"La administración de riesgos en el manejo de las reservas internacionales".* Articulo Revista Moneda.

Ramsbott y Silva (2007). *"El papel del oro en las Reservas Internacionales".* Trabajo de Grado. UCAB. Caracas.

Rebolledo, Paul *"Naturaleza de la administración de las Reservas Internacionales".* Articulo Revista Moneda.

Trujillo, M. (2009). *"Construcción y gestión de portafolios con el modelo de Black Litterman: Una aplicación a los fondos de pensiones obligatorias en Colombia".* Universidad de Los Andes. Bogotá.

Vera, L. y Zambrano, L. (2004). *"El nivel adecuado de Reservas Internacionales: notas sobre el caso Venezolano".* Gerencia de investigación económica. Series papeles de trabajo año 04, n° 1. Caracas.

Zubeldia, A et al., (2002) *"El modelo de Markowitz en la gestión de cartera".* Cuadernos de Gestión Vol. 2. N.º 1. Universidad del País Vasco.

ANEXOS

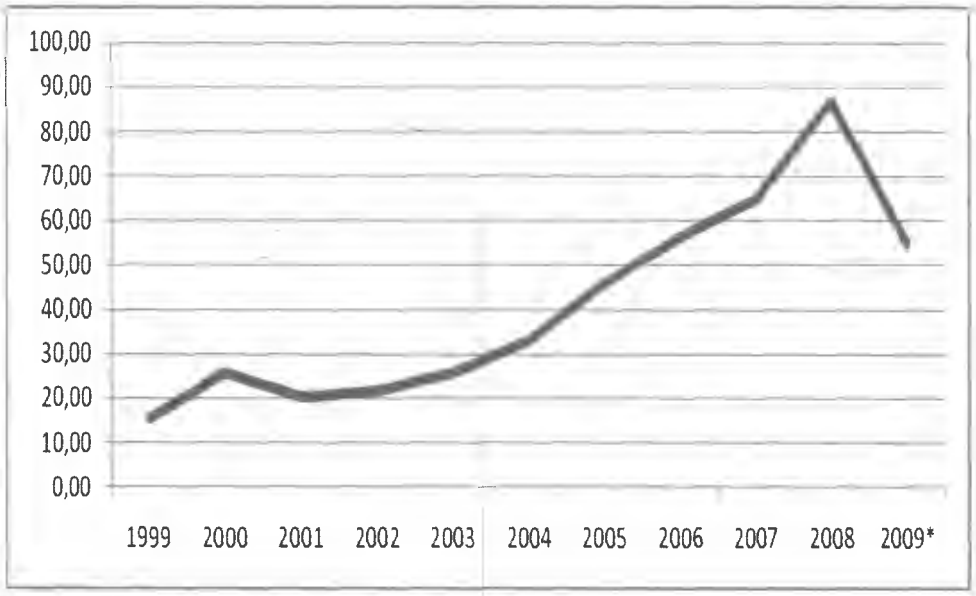
Anexo 1- Composición de las reservas internacionales de Venezuela para el período 1999-2009

Miles de bolívares	31/12/99	31/12/200	31/12/01	31/12/02	31/12/03
Disponibilidades en Divisas	690.882	1.061.222	1.312.515	2.568.308	2.841.800
Tenencias en D.E.G.	82.514	25.209	7.581	15.986	16.543
Inversiones en Divisas	6.884.978	7.762.959	5.408.787	8.664.841	21.968.707
Oro Monetario	1.868.710	1.952.451	2.328.672	4.914.206	7.392.317
Posición crediticia neta en el Fondo Monetario Internacional	285.929	293.060	308.261	611.701	763.426
Convenios Internacionales	2.109	3.473	3.354	1.562	570
TOTAL ACTIVOS DE RESERVA	**9.815.122**	**11.098.374**	**9.369.170**	**16.776.604**	**32.983.363**

Miles de bolívares	31/12/2004	31/12/2005	31/12/2006	31/12/2007	31/12/2008	31/12/2009
Disponibilidades en Divisas	2.196.174	6.438.510	2.953.055	6.007.574	8.168.943	2.215.304
Tenencias en D.E.G.	16.305	10.180	46	3.047	45.705	7.530.361
Inversiones en Divisas	32.021.465	43.858.088	59.095.785	44.783.806	61.699.313	35.716.101
Oro Monetario	9.810.547	12.262.435	15.558.975	19.903.762	19.731.428	28.516.850
Posición Crediticia Neta en el Fondo Monetario Internacional	957.442	986.699	1.038.565	1.090.928	1.063.328	1.082.257
Convenios Internacionales	1.974	2.148	726	5.166	6.409	127
TOTAL ACTIVOS DE RESERVA	**45.003.907**	**63.558.060**	**78.647.152**	**71.794.283**	**90.715.126**	**75.061.000**

Fuente: Elaboración Propia/Datos del BCV.

Anexo 2-Precios de la cesta petrolera venezolana para el período 1999-2009 (en dólares)



Fuente: Elaboración propia/Datos del Ministerio del Poder Popular para la Energía y Petróleo.

Anexo 3 - Total de reservas internacionales en Venezuela (Millones de dólares).

PERIODO	BCV	FIEM / FEM (1)	TOTAL (2)
2010	28.520	831	29.351
2009	35.000	830	35.830
2008	42.299	828	43.127
2007	33.477	809	34.286
2006	36.672	768	37.440
2005	29.636	732	30.368
2004	23.498	710	24.208
2003	20.666	700	21.366
2002	12.003	2.857	14.860
2001	12.296	6.227	18.523
2000	15.883	4.588	20.471
1999	15.164	215	15.379

Fuente: Elaboración propia/Datos del BCV.

Anexo 4 - Precios mensuales para el período 1999-2009

Fecha	BMUS02TR	FIX	G0BA	G0FB	EUR Curncy	G0LA	GBP Curncy	G102	LA4US
31/12/1999	74,285	5,660	142,892	103,048	0,9707	107,923	1,6162	701,066	120,274
29/02/2000	74,85	5,640	143,54	103,321	0,9642	108,454	1,5792	705,736	120,83
31/03/2000	75,119	5,940	144,224	103,618	0,9555	109,091	1,5911	710,112	121,438
28/04/2000	75,355	6,060	144,885	103,835	0,9119	109,702	1,5513	711,719	122,005
31/05/2000	75,371	6,420	145,712	104,106	0,938	110,354	1,5014	714,882	122,701
30/06/2000	76,483	6,410	146,405	104,525	0,9525	110,926	1,5141	722,299	123,367
31/07/2000	77,024	6,380	147,084	104,891	0,9266	111,445	1,4997	726,863	124,061
31/08/2000	77,801	6,380	147,838	105,286	0,8878	112,025	1,4473	732,236	124,757
29/09/2000	78,611	6,380	148,593	105,692	0,8828	112,572	1,4754	737,373	125,412
31/10/2000	79,136	6,380	149,366	106,123	0,8489	113,171	1,4477	741,453	126,138
30/11/2000	79,962	6,530	150,185	106,536	0,8729	113,715	1,4251	748,467	126,822
29/12/2000	81,237	6,310	151	107,042	0,9427	114,193	1,493	757,147	127,494
31/01/2001	82,604	5,330	152,029	107,495	0,9366	114,792	1,4646	766,883	128,219
28/02/2001	83,336	5,030	152,622	107,83	0,9236	115,267	1,4455	771,87	128,773
30/03/2001	83,988	4,790	153,698	108,31	0,8767	115,861	1,4161	778,19	129,332
30/04/2001	84,342	4,200	154,037	108,586	0,8891	116,362	1,432	780,385	129,878
31/05/2001	84,835	3,830	154,623	109,118	0,8453	116,854	1,4184	784,784	130,36
29/06/2001	85,022	3,630	155,046	109,55	0,849	117,231	1,4153	787,338	130,771
31/07/2001	86,544	3,580	155,566	109,954	0,8764	117,962	1,4252	796,285	131,204
31/08/2001	87,284	3,410	156,068	110,439	0,9123	118,58	1,4539	800,873	131,612
28/09/2001	89,157	2,400	156,719	110,971	0,9114	119,255	1,4744	813,816	131,957
31/10/2001	90,097	2,100	157,139	111,332	0,9005	119,894	1,4545	821,75	132,272
30/11/2001	89,707	1,840	157,466	111,68	0,8964	120,212	1,4241	819,973	132,51
31/12/2001	89,45	1,680	157,71	111,974	0,8895	120,412	1,4546	820,261	132,729
31/01/2002	90,314	1,700	157,935	112,199	0,8594	120,901	1,4108	821,925	132,927
28/02/2002	90,759	1,700	158,159	112,488	0,8694	121,266	1,4174	825,897	133,102
29/03/2002	89,811	1,710	158,368	112,762	0,8717	121,517	1,4259	819,985	133,283
30/04/2002	91,221	1,700	158,652	113,135	0,9005	122,083	1,458	829,486	133,498
31/05/2002	91,886	1,700	158,908	113,452	0,9342	122,445	1,4553	832,821	133,696
28/06/2002	92,727	1,690	159,146	113,81	0,9915	122,698	1,5335	839,588	133,874
31/07/2002	94,261	1,670	159,395	114,192	0,9776	123,426	1,5637	850,069	134,085
30/08/2002	95,153	1,680	159,609	114,531	0,9823	123,817	1,5505	852,878	134,273
30/09/2002	96,31	1,650	159,876	114,893	0,9866	124,326	1,5684	860,025	134,468
31/10/2002	96,479	1,530	160,124	115,196	0,9903	124,631	1,5651	861,981	134,663
29/11/2002	95,979	1,240	160,348	115,535	0,9943	124,826	1,5575	859,299	134,828
31/12/2002	97,467	1,140	160,537	115,856	1,0492	125,373	1,61	867,48	134,983

31/01/2003	97,416	1,150	160,706	116,166	1,0768	125,802	1,6463	867,366	135,13
28/02/2003	98,046	1,200	160,845	116,491	1,0807	126,365	1,5724	870,983	135,259
31/03/2003	98,43	1,150	161,029	116,688	1,0915	126,714	1,5827	872,572	135,398
30/04/2003	98,61	1,110	161,18	116,903	1,1184	127,068	1,5985	874,207	135,532
30/05/2003	99,588	1,140	161,335	117,211	1,1784	127,394	1,6364	877,396	135,666
30/06/2003	99,704	0,890	161,53	117,451	1,1512	127,696	1,6546	878,831	135,799
31/07/2003	98,627	0,920	161,635	117,626	1,1232	127,968	1,6108	874,048	135,914
29/08/2003	98,275	0,940	161,757	117,803	1,0984	128,191	1,5777	874,463	136,022
30/09/2003	99,71	0,890	161,919	118,056	1,1657	128,555	1,6618	882,578	136,142
31/10/2003	99,006	0,950	162,046	118,227	1,1593	128,798	1,6957	879,3	136,258
28/11/2003	98,903	0,930	162,176	118,41	1,1996	129,154	1,7222	878,661	136,364
31/12/2003	99,634	0,870	162,33	118,664	1,2595	129,624	1,7858	883,931	136,492
30/01/2004	99,883	0,870	162,455	118,891	1,2478	129,929	1,8238	885,654	136,605
27/02/2004	100,616	0,930	162,568	119,113	1,2493	130,38	1,8685	889,813	136,709
31/03/2004	101,051	0,940	162,712	119,346	1,2316	130,781	1,8462	892,757	136,83
30/04/2004	99,476	0,910	162,84	119,488	1,198	131,149	1,7781	884,148	136,941
31/05/2004	99,266	0,930	162,958	119,68	1,2188	131,496	1,8323	883,329	137,056
30/06/2004	99,114	1,180	163,058	119,871	1,22	132,103	1,8204	883,254	137,174
30/07/2004	99,721	1,350	163,249	120,107	1,2019	132,494	1,8199	886,372	137,313
31/08/2004	100,871	1,440	163,456	120,333	1,2183	133,119	1,8024	892,583	137,483
30/09/2004	100,726	1,600	163,649	120,524	1,2436	133,639	1,812	891,795	137,662
29/10/2004	101,198	1,780	163,852	120,752	1,2798	134,058	1,8373	894,363	137,853
30/11/2004	100,5	2,050	164,081	120,969	1,3279	134,676	1,9095	890,088	138,084
31/12/2004	100,754	2,120	164,388	121,187	1,3554	135,106	1,9182	891,947	138,341
31/01/2005	100,664	2,350	164,68	121,415	1,3039	135,521	1,8829	891,632	138,616
28/02/2005	100,35	2,520	164,941	121,61	1,3228	135,842	1,921	889,608	138,879
31/03/2005	100	2,680	165,322	121,829	1,2964	136,416	1,8905	889,658	139,189
29/04/2005	101,051	2,850	165,698	122,077	1,2873	136,909	1,9088	894,561	139,499
31/05/2005	101,454	2,900	166,137	122,291	1,2304	137,52	1,8171	898,017	139,863
30/06/2005	101,799	3,100	166,502	122,506	1,2108	138,044	1,7915	899,772	140,217
29/07/2005	101,155	3,290	166,86	122,696	1,2123	138,533	1,7579	897,06	140,58
31/08/2005	101,931	3,450	167,363	122,912	1,2346	139,141	1,8041	902,807	141,017
30/09/2005	101,497	3,630	167,857	123,113	1,2026	139,581	1,7643	900,565	141,437
31/10/2005	101,3	3,850	168,302	123,266	1,1992	140,071	1,77	900,483	141,896
30/11/2005	101,652	4,030	168,851	123,424	1,1788	140,573	1,7293	903,351	142,364
30/12/2005	102,094	4,120	169,382	123,682	1,1849	141,247	1,723	906,729	142,857
31/01/2006	102,251	4,340	169,926	123,922	1,2156	141,619	1,7793	908,325	143,403
28/02/2006	102,217	4,430	170,466	124,141	1,1921	142,049	1,7536	909,06	143,897
31/03/2006	102,258	4,620	171,12	124,326	1,2118	142,476	1,7372	910,309	144,46
28/04/2006	102,456	4,790	171,71	124,613	1,2635	142,844	1,8259	912,966	144,99
31/05/2006	102,67	4,870	172,44	124,883	1,281	143,333	1,8698	914,546	145,641
30/06/2006	102,646	5,090	173,109	125,162	1,2791	143,863	1,8483	916,221	146,252

31/07/2006	103,669	5,160	173,846	125,447	1,2767	144,435	1,8677	922,936	146,908
31/08/2006	104,64	5,110	174,604	125,753	1,2813	144,892	1,9047	929,407	147,573
29/09/2006	105,316	5,090	175,358	126,063	1,2674	145,404	1,8721	934,14	148,193
31/10/2006	105,715	5,110	176,053	126,388	1,2762	145,989	1,9074	937,819	148,879
30/11/2006	106,481	5,150	176,79	126,733	1,3242	146,576	1,9659	942,579	149,525
29/12/2006	106,406	5,090	177,522	127,088	1,3197	147,122	1,9588	942,539	150,154
31/01/2007	106,413	5,090	178,295	127,459	1,3032	147,616	1,9655	944,783	150,873
28/02/2007	107,484	5,130	178,984	127,818	1,3229	148,308	1,9639	952,317	151,483
30/03/2007	107,966	5,090	179,757	128,204	1,3354	148,864	1,9678	955,862	152,14
30/04/2007	108,385	5,070	180,56	128,591	1,3648	149,485	1,9995	959,378	152,822
31/05/2007	107,979	5,080	181,354	128,975	1,3453	150,147	1,9798	958,671	153,508
29/06/2007	108,24	5,070	182,054	129,403	1,3541	150,722	2,0087	962,575	154,151
31/07/2007	109,406	5,070	182,779	129,852	1,3684	151,24	2,0313	971,456	154,865
31/08/2007	110,677	4,750	183,818	130,42	1,3629	152,274	2,0171	981,442	155,568
28/09/2007	111,631	4,460	184,468	130,863	1,4267	153,024	2,0472	988,165	156,232
31/10/2007	112,282	4,280	185,09	131,292	1,4487	153,658	2,0798	992,049	156,96
30/11/2007	114,052	4,000	185,946	131,774	1,4633	154,397	2,0563	1009,093	157,571
31/12/2007	114,701	3,940	186,441	132,21	1,4589	155,229	1,985	1011,735	158,23
31/01/2008	117,691	2,690	187,363	132,696	1,4861	155,833	1,9872	1029,301	158,828
29/02/2008	118,546	2,370	187,682	133,126	1,5179	156,52	1,9891	1039,598	159,247
31/03/2008	119,116	1,910	188,144	133,483	1,5788	100	1,9837	1041,896	159,642
30/04/2008	117,486	1,810	188,368	133,881	1,5622	0	1,9869	1033,778	159,989
30/05/2008	117,033	1,880	188,425	134,289	1,5554	0	1,9823	1029,908	160,331
30/06/2008	117,132	1,800	188,765	134,64	1,5755	100,302	1,9923	1032,982	160,654
31/07/2008	117,809	1,780	189,154	135,158	1,5603	100,789	1,9841	1037,131	160,978
29/08/2008	118,508	1,770	189,425	135,67	1,4673	101,236	1,8211	1041,937	161,281
30/09/2008	118,815	1,430	190,064	136,411	1,4092	102,243	1,7805	1050,387	161,633
31/10/2008	120,777	0,240	190,46	137,23	1,2726	102,756	1,6076	1060,049	162,129
28/11/2008	122,889	0,120	190,767	137,699	1,2691	103,491	1,5377	1072,251	162,454
31/12/2008	125,214	0,020	191,003	138,09	1,3971	103,662	1,4593	1078,596	162,654
30/01/2009	124,819	0,090	190,963	138,453	1,2813	103,529	1,454	1074,813	162,709
27/02/2009	124,591	0,260	190,962	138,68	1,2669	103,715	1,4318	1073,79	162,745
31/03/2009	125,821	0,240	191,086	138,851	1,325	103,976	1,4323	1079,536	162,8
30/04/2009	125,447	0,210	191,21	138,941	1,323	103,993	1,479	1078,162	162,85
29/05/2009	125,958	0,210	191,249	139,028	1,4158	103,978	1,619	1079,838	162,886
30/06/2009	125,669	0,230	191,277	139,159	1,4033	104,005	1,6458	1078,371	162,915
31/07/2009	126,018	0,220	191,346	139,345	1,4257	104,201	1,6713	1079,778	162,94
31/08/2009	126,792	0,210	191,413	139,427	1,4334	104,357	1,6287	1084,122	162,962
30/09/2009	127,268	0,190	191,474	139,489	1,464	104,359	1,5982	1086,755	162,98
30/10/2009	127,651	0,180	191,515	139,527	1,4719	104,373	1,6452	1089,005	162,996
30/11/2009	128,712	0,140	191,559	139,603	1,5005	104,448	1,644	1095,722	163,013
31/12/2009	127,809	0,160	191,551	139,689	1,4321	104,457	1,617	1087,061	163,03

Anexo 5- Retornos mensuales para el período 1999-2009

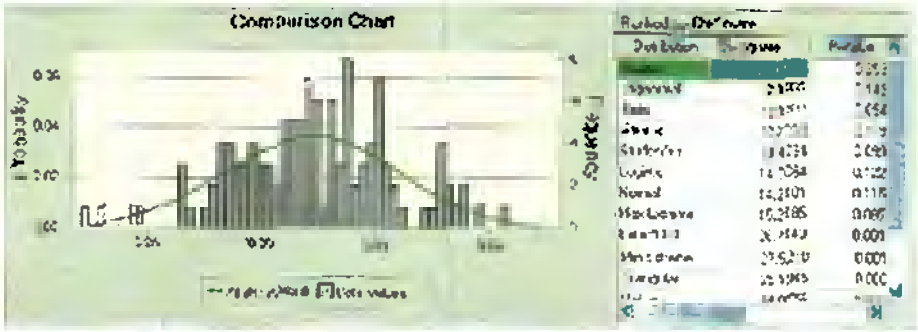
Fecha	BMUSG2TR	FIX	G0BA	G0FB	G0LA	G102	LA4US
29/02/2000	0,00761	0,00469	0,00453	-0,00406	-0,01809	0,00666	0,00462
31/03/2000	0,00359	0,00492	0,00477	-0,00617	0,01345	0,00620	0,00503
28/04/2000	0,00314	0,00492	0,00458	-0,04363	-0,01955	0,00226	0,00467
31/05/2000	0,00021	0,00526	0,00571	0,03131	-0,02641	0,00444	0,00570
30/06/2000	0,01475	0,00533	0,00476	0,01955	0,01369	0,01038	0,00543
31/07/2000	0,00707	0,00553	0,00464	-0,02379	-0,00488	0,00632	0,00563
31/08/2000	0,01009	0,00533	0,00513	-0,03827	-0,02992	0,00739	0,00561
29/09/2000	0,01041	0,00551	0,00511	-0,00180	0,02439	0,00702	0,00525
31/10/2000	0,00668	0,00551	0,00520	-0,03448	-0,01355	0,00553	0,00579
30/11/2000	0,01044	0,00534	0,00548	0,03227	-0,01088	0,00946	0,00542
29/12/2000	0,01595	0,00554	0,00543	0,08509	0,05205	0,01160	0,00530
31/01/2001	0,01683	0,00523	0,00681	-0,00227	-0,01388	0,01286	0,00569
28/02/2001	0,00886	0,00424	0,00390	-0,01081	-0,00896	0,00650	0,00432
30/03/2001	0,00782	0,00441	0,00705	-0,04655	-0,01529	0,00819	0,00434
30/04/2001	0,00421	0,00398	0,00221	0,01673	0,01560	0,00282	0,00422
31/05/2001	0,00585	0,00362	0,00380	-0,04461	-0,00531	0,00564	0,00371
29/06/2001	0,00220	0,00317	0,00274	0,00835	0,00103	0,00325	0,00315
31/07/2001	0,01790	0,00312	0,00335	0,03608	0,01327	0,01136	0,00331
31/08/2001	0,00855	0,00305	0,00323	0,04555	0,02548	0,00576	0,00311
28/09/2001	0,02146	0,00275	0,00417	0,00383	0,01987	0,01616	0,00262
31/10/2001	0,01054	0,00215	0,00268	-0,00875	-0,00821	0,00975	0,00239
30/11/2001	-0,00433	0,00175	0,00208	-0,00144	-0,01830	-0,00216	0,00180
31/12/2001	-0,00286	0,00158	0,00155	-0,00509	0,02312	0,00035	0,00165
31/01/2002	0,00966	0,00144	0,00143	-0,03190	-0,02617	0,00203	0,00149
28/02/2002	0,00493	0,00130	0,00142	0,01424	0,00771	0,00483	0,00132
29/03/2002	-0,01045	0,00147	0,00132	0,00509	0,00808	-0,00716	0,00136
30/04/2002	0,01570	0,00143	0,00179	0,03646	0,02727	0,01159	0,00161
31/05/2002	0,00729	0,00146	0,00161	0,04033	0,00111	0,00402	0,00148
28/06/2002	0,00915	0,00141	0,00150	0,06468	0,05591	0,00813	0,00133
31/07/2002	0,01654	0,00145	0,00156	-0,01071	0,02574	0,01248	0,00158
30/08/2002	0,00946	0,00143	0,00134	0,00779	-0,00530	0,00330	0,00140
30/09/2002	0,01216	0,00139	0,00167	0,00755	0,01570	0,00838	0,00145
31/10/2002	0,00175	0,00142	0,00155	0,00640	0,00034	0,00227	0,00145
29/11/2002	-0,00518	0,00122	0,00140	0,00699	-0,00330	-0,00311	0,00123
31/12/2002	0,01550	0,00104	0,00118	0,05815	0,03824	0,00952	0,00115
31/01/2003	-0,00052	0,00100	0,00105	0,02905	0,02605	-0,00013	0,00109
28/02/2003	0,00647	0,00090	0,00086	0,00643	-0,04061	0,00417	0,00095
31/03/2003	0,00392	0,00100	0,00114	0,01170	0,00933	0,00182	0,00103
30/04/2003	0,00183	0,00097	0,00094	0,02653	0,01280	0,00187	0,00099
30/05/2003	0,00992	0,00096	0,00096	0,05642	0,02634	0,00365	0,00099

30/06/2003	0,00116	0,00088	0,00121	-0,02108	0,01352	0,00164	0,00098
31/07/2003	-0,01080	0,00078	0,00065	-0,02287	-0,02440	-0,00544	0,00085
29/08/2003	-0,00357	0,00078	0,00075	-0,02061	-0,01884	0,00047	0,00079
30/09/2003	0,01460	0,00078	0,00100	0,06355	0,05630	0,00928	0,00088
31/10/2003	-0,00706	0,00078	0,00078	-0,00405	0,02233	-0,00371	0,00085
28/11/2003	-0,00104	0,00077	0,00080	0,03636	0,01843	-0,00073	0,00078
31/12/2003	0,00739	0,00080	0,00095	0,05219	0,04070	0,00600	0,00094
30/01/2004	0,00250	0,00076	0,00077	-0,00739	0,02368	0,00195	0,00083
27/02/2004	0,00734	0,00071	0,00070	0,00307	0,02807	0,00470	0,00076
31/03/2004	0,00432	0,00080	0,00089	-0,01224	-0,00890	0,00331	0,00089
30/04/2004	-0,01559	0,00079	0,00079	-0,02612	-0,03418	-0,00964	0,00081
31/05/2004	-0,00211	0,00079	0,00072	0,01900	0,03321	-0,00093	0,00084
30/06/2004	-0,00153	0,00082	0,00061	0,00258	-0,00191	-0,00008	0,00086
30/07/2004	0,00612	0,00099	0,00117	-0,01290	0,00268	0,00353	0,00101
31/08/2004	0,01153	0,00113	0,00127	0,01555	-0,00494	0,00701	0,00124
30/09/2004	-0,00144	0,00122	0,00118	0,02239	0,00925	-0,00088	0,00130
29/10/2004	0,00469	0,00139	0,00124	0,03106	0,01714	0,00288	0,00139
30/11/2004	-0,00690	0,00150	0,00140	0,03945	0,04409	-0,00478	0,00168
31/12/2004	0,00253	0,00175	0,00187	0,02255	0,00776	0,00209	0,00186
31/01/2005	-0,00089	0,00186	0,00178	-0,03619	-0,01539	-0,00035	0,00199
28/02/2005	-0,00312	0,00180	0,00158	0,01612	0,02265	-0,00227	0,00190
31/03/2005	-0,00349	0,00216	0,00231	-0,01819	-0,01172	0,00006	0,00223
29/04/2005	0,01051	0,00224	0,00227	-0,00500	0,01333	0,00551	0,00223
31/05/2005	0,00399	0,00243	0,00265	-0,04253	-0,04379	0,00386	0,00261
30/06/2005	0,00340	0,00243	0,00220	-0,01420	-0,01033	0,00195	0,00253
29/07/2005	-0,00633	0,00267	0,00215	0,00279	-0,01528	-0,00301	0,00259
31/08/2005	0,00767	0,00283	0,00301	0,02019	0,03079	0,00641	0,00311
30/09/2005	-0,00426	0,00288	0,00295	-0,02433	-0,01897	-0,00248	0,00298
31/10/2005	-0,00194	0,00314	0,00265	-0,00159	0,00675	-0,00009	0,00325
30/11/2005	0,00347	0,00320	0,00326	-0,01575	-0,01949	0,00318	0,00330
30/12/2005	0,00435	0,00347	0,00314	0,00728	0,00113	0,00374	0,00346
31/01/2006	0,00154	0,00359	0,00321	0,02790	0,03540	0,00176	0,00382
28/02/2006	-0,00033	0,00336	0,00318	-0,01760	-0,01145	0,00081	0,00344
31/03/2006	0,00040	0,00382	0,00384	0,01804	-0,00637	0,00137	0,00391
28/04/2006	0,00194	0,00385	0,00345	0,04507	0,05377	0,00292	0,00367
31/05/2006	0,00209	0,00412	0,00425	0,01605	0,02755	0,00173	0,00449
30/06/2006	-0,00023	0,00410	0,00388	0,00075	-0,00784	0,00183	0,00420
31/07/2006	0,00997	0,00439	0,00426	0,00040	0,01451	0,00733	0,00449
31/08/2006	0,00937	0,00443	0,00436	0,00605	0,02304	0,00701	0,00453
29/09/2006	0,00646	0,00426	0,00432	-0,00841	-0,01364	0,00509	0,00420
31/10/2006	0,00379	0,00439	0,00396	0,00954	0,02295	0,00394	0,00463
30/11/2006	0,00725	0,00426	0,00419	0,04044	0,03481	0,00508	0,00434
29/12/2006	-0,00070	0,00442	0,00414	-0,00061	0,00010	-0,00004	0,00421
31/01/2007	0,00007	0,00439	0,00435	-0,00962	0,00679	0,00238	0,00479
28/02/2007	0,01006	0,00397	0,00386	0,01798	0,00387	0,00797	0,00404
30/03/2007	0,00448	0,00443	0,00432	0,01250	0,00574	0,00372	0,00434
30/04/2007	0,00388	0,00425	0,00447	0,02510	0,02035	0,00368	0,00448

31/05/2007	-0,00375	0,00438	0,00440	-0,01134	-0,00547	-0,00074	0,00449
29/06/2007	0,00242	0,00424	0,00386	0,00988	0,01848	0,00407	0,00419
31/07/2007	0,01077	0,00438	0,00398	0,01407	0,01473	0,00923	0,00463
31/08/2007	0,01162	0,00433	0,00568	0,00034	-0,00020	0,01028	0,00454
28/09/2007	0,00862	0,00398	0,00354	0,05037	0,01992	0,00685	0,00427
31/10/2007	0,00583	0,00389	0,00337	0,01875	0,02013	0,00393	0,00466
30/11/2007	0,01576	0,00357	0,00462	0,01379	-0,00654	0,01718	0,00389
31/12/2007	0,00569	0,00348	0,00266	0,00029	-0,02947	0,00262	0,00418
31/01/2008	0,02607	0,00327	0,00495	0,02239	0,00500	0,01736	0,00378
29/02/2008	0,00726	0,00236	0,00170	0,02471	0,00537	0,01000	0,00264
31/03/2008	0,00481	0,00202	0,00246	0,04291	-0,36284	0,00221	0,00248
30/04/2008	-0,01368	0,00158	0,00119	-0,00756	0,00158	-0,00779	0,00217
30/05/2008	-0,00386	0,00155	0,00030	-0,00132	-0,00268	-0,00374	0,00214
30/06/2008	0,00085	0,00156	0,00180	0,01557	0,00848	0,00298	0,00201
31/07/2008	0,00578	0,00157	0,00206	-0,00584	0,00072	0,00402	0,00202
29/08/2008	0,00593	0,00154	0,00143	-0,05604	-0,07808	0,00463	0,00188
30/09/2008	0,00259	0,00146	0,00337	-0,03435	-0,01257	0,00811	0,00218
31/10/2008	0,01651	0,00113	0,00208	-0,09151	-0,09258	0,00920	0,00307
28/11/2008	0,01749	0,00040	0,00161	0,00066	-0,03664	0,01151	0,00200
31/12/2008	0,01892	0,00007	0,00124	0,10398	-0,04942	0,00592	0,00123
30/01/2009	0,00075	0,00011	-0,00021	-0,08048	-0,07978	-0,00351	0,00034
27/02/2009	0,00070	0,00002	-0,00001	-0,00962	-0,00892	-0,00095	0,00022
31/03/2009	0,00080	0,00009	0,00065	0,04715	0,04799	0,00535	0,00034
30/04/2009	0,00075	0,00021	0,00065	-0,00086	-0,00011	-0,00127	0,00031
29/05/2009	0,00073	0,00020	0,00020	0,07081	0,07159	0,00155	0,00022
30/06/2009	0,00080	0,00019	0,00015	-0,00789	-0,00710	-0,00136	0,00018
31/07/2009	0,00078	0,00019	0,00036	0,01732	0,01811	0,00130	0,00015
31/08/2009	0,00077	0,00020	0,00035	0,00599	0,00677	0,00402	0,00014
30/09/2009	0,00075	0,00019	0,00032	0,02180	0,02257	0,00243	0,00011
30/10/2009	0,00075	0,00017	0,00021	0,00567	0,00642	0,00207	0,00010
30/11/2009	0,00077	0,00016	0,00023	0,01999	0,02077	0,00617	0,00010
31/12/2009	0,00077	0,00014	-0,00004	-0,04500	-0,04426	-0,00790	0,00010

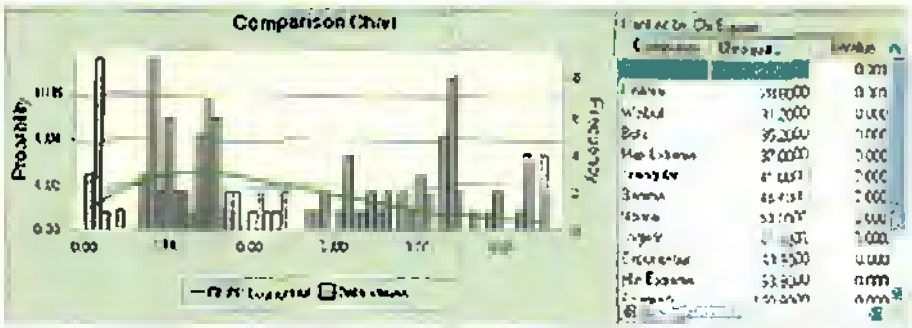
Anexo 6- Prueba de normalidad

BMU



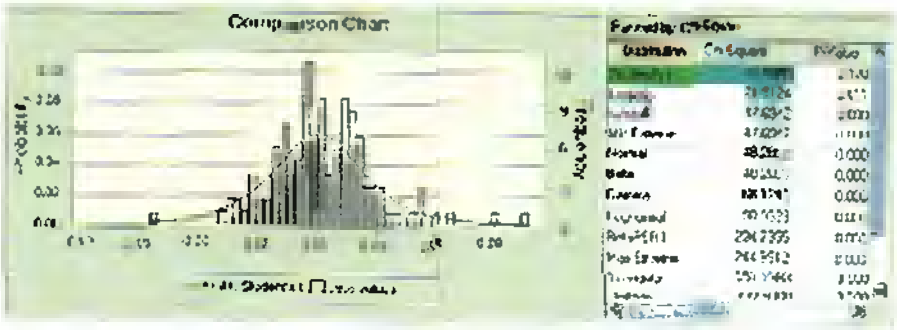
Confianza de una normal: 0,115

FIX



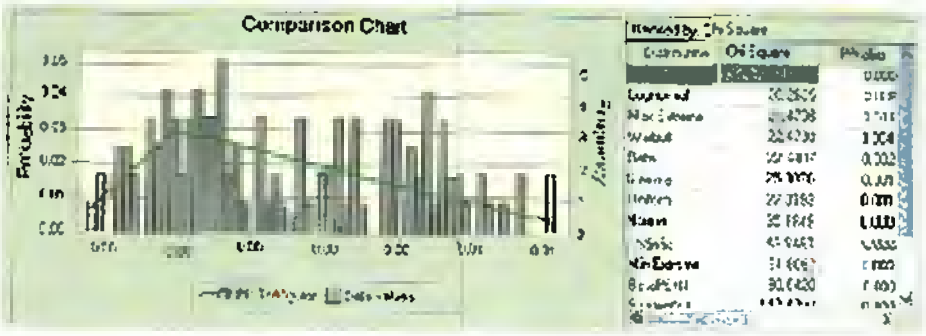
Confianza de una normal: 0,0

GCLA



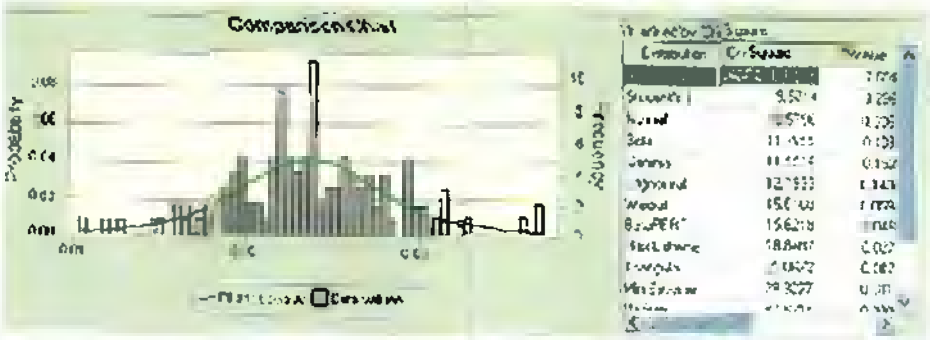
Confianza de una normal: 0,00

GCRA



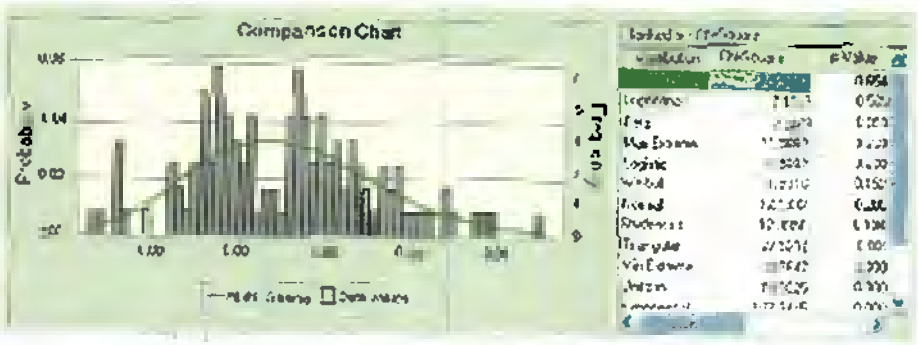
Confianza de una normal: 0,0

G102



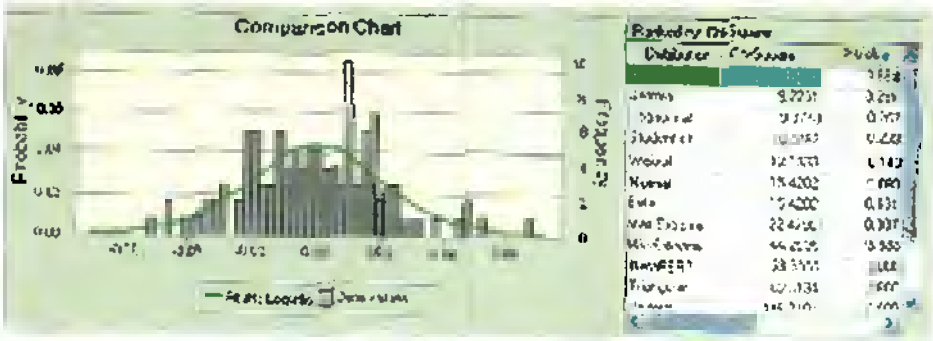
Confianza de una normal: 0,3

GOFB



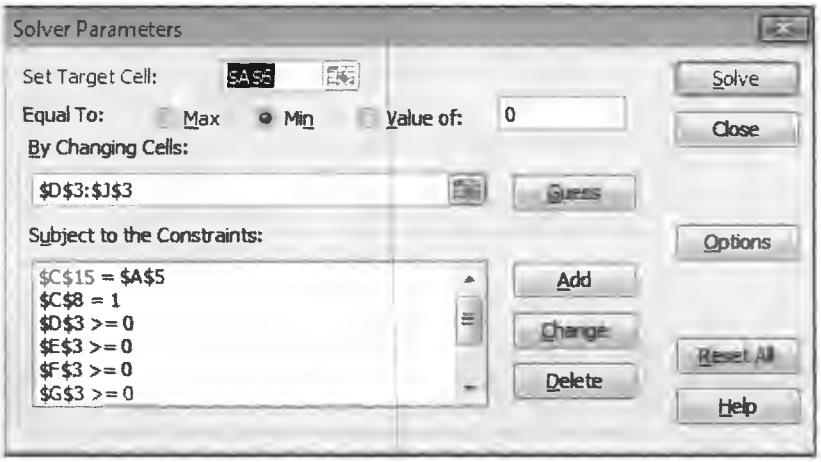
Confianza de una normal: 0,203

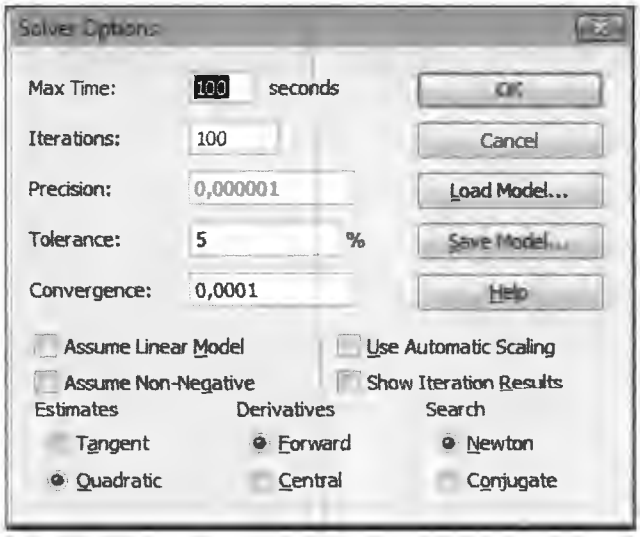
LGOS



Confianza de una normal: 0,08

Anexo 7- Parámetros del Solver





Anexo 8- Matriz de covarianza de de retornos

	BMUS02TR	FIX	G0BA	GOFB	G0LA	G102	LA4US
BMUS02TR	0,00005	0,00000	0,00000	0,00005	0,00001	0,00003	0,00000
FIX	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
G0BA	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
GOFB	0,00005	0,00000	0,00000	0,00086	0,00033	0,00002	0,00000
G0LA	0,00001	0,00000	0,00000	0,00033	0,00186	0,00002	0,00000
G102	0,00003	0,00000	0,00000	0,00002	0,00002	0,00002	0,00000
LA4US	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000

Anexo 9-Tasa anual libre de riesgo.

Año	USTB3M
2000	6,18%
2001	4,42%
2002	1,78%
2003	1,15%
2004	1,33%
2005	3,07%
2006	4,85%
2007	5,00%
2008	2,06%
Promedio	**3,31%**

Anexo 10- Varianza del Portafolio del mercado.

-0,067635751
0,051857567
0,076298849
-0,019145604
0,032332493
0,007459367
-0,012545539
0,015695485
0,017752798
0,012874249
0,082634767
-0,009321486
0,041127289
0,053003696
0,050664964
0,075098355
0,066409225
-0,010781825
-0,000692943
-0,005900926
0,069235916
0,037398589
0,036876376
0,002671854
-0,010062429
0,066077657
0,062476661
-0,043696305
0,026086155
0,055833405
0,050716843
0,114618278
0,000231317
0,021012899
0,012047939
0,049149762
0,008499257
0,04892799
0,061566312
0,003243282

0,000760657
-0,007476297
0,015689302
0,049516839
0,02836642
-0,001474917
0,032809904
0,081043811
0,076158191
0,101733924
0,052527195
0,070917211
0,087682845
-0,027585168
0,016672291
0,060579123
0,114421661
0,022846472
0,071531125
0,058654174
0,044191561
0,022235823
0,078617356
0,046867816
0,023922683
-0,017988021
-0,001172772
-0,015966862
-0,009318134
0,054133965
Varianza
0,00139879

Anexo 11- Vector implícito de retornos de equilibrio en exceso: Π

Activo	Π
BMUS02TR	**0,06%**
FIX	**0,01%**
G0BA	**0,02%**
G0FB	**0,03%**
G0LA	**1,04%**
G102	**0,04%**
LA4US	**1,19%**

Anexo 12- Matriz P (para cada View)

View n° 1:G0LA

BMUS02TR	FIX	G0BA	GOFB	G0LA	G102	LA4US
0	0	0	0	1	0	0

View n° 2: GOFB

BMUS02TR	FIX	G0BA	GOFB	G0LA	G102	LA4US
0	0	0	1	0	0	0

View n° 3: BMUS

BMUS02TR	FIX	G0BA	GOFB	G0LA	G102	LA4US
1	0	0	1	0	0	0

View n° 4: FIX

BMUS02TR	FIX	G0BA	GOFB	G0LA	G102	LA4US
0	1	0	0	0	0	0

View n° 5: L4US

BMUS02TR	FIX	G0BA	GOFB	G0LA	G102	LA4US
0	0	0	0	0	0	1

View n° 6: GOLA

BMUS02TR	FIX	G0BA	GOFB	G0LA	G102	LA4US
0	0	0	0	1	0	0

Anexo 13- Varianza del término de error: ω

ω1 (View 1: GOLA)	0,0000463972
ω2 (View 2: G0FB)	0,0000215628
ω3 (View 3: BMUS)	0,0000013581
ω4 (View 4: FIX)	0,0000000612
ω5 (View 5: L4US)	0,0000000598
ω6 (View 6: GOLA)	0,0000463972

Anexo 14- Operaciones algebraicas de la 3era fase del modelo de BL

View 1: G0LA

$(\tau\Sigma)^{-1}\Pi$
0,788791374
5,81028068
34,25542847
6,514647086
1,434412774
54,46374373
51,76363473

$P'\Omega^{-1}Q$
0
0
0
0
111,0775484
0
0

$(\tau\Sigma)^{-1}\Pi+P'\Omega^{-1}Q$
0,788791374
5,81028068
34,25542847
6,514647086
112,5119612
54,46374373
51,76363473

View 2: GOFB

$(\tau\Sigma)^{-1}\Pi$
0,788791374
5,81028068
34,25542847
6,514647086
1,434412774
54,46374373
51,76363473

$P'\Omega^{-1}Q$
0
0
0
531,0876044
0
0
0

$(\tau\Sigma)^{-1}\Pi+P'\Omega^{-1}Q$
0,788791374
5,81028068
34,25542847
537,6022515
1,434412774
54,46374373
51,76363473

View 3:BMUS

$(\tau\Sigma)^{-1}\Pi$
0,788791374
5,81028068
34,25542847
6,514647086
1,434412774
54,46374373
51,76363473

$P'\Omega^{-1}Q$
2242,737158
0
0
0
0
0
0

$(\tau\Sigma)^{-1}\Pi+P'\Omega^{-1}Q$
2243,52595
5,81028068
34,25542847
6,514647086
1,434412774
54,46374373
51,76363473

View 4: FIX

$(\tau\Sigma)^{-1}\Pi$
0,788791374
5,81028068
34,25542847
6,514647086
1,434412774
54,46374373
51,76363473

$P'\Omega^{-1}Q$
0
8174,460801
0
0
0
0
0

$(\tau\Sigma)^{-1}\Pi+P'\Omega^{-1}Q$
0,788791374
8180,271081
34,25542847
6,514647086
1,434412774
54,46374373
51,76363473

View 5: L4US

$(\tau\Sigma)^{-1}\Pi$
0,788791374
5,81028068
34,25542847
6,514647086
1,434412774
54,46374373
51,76363473

$P'\Omega^{-1}Q$
0
0
0
0
0
0
8356,48946

$(\tau\Sigma)^{-1}\Pi+P'\Omega^{-1}Q$
0,788791374
5,81028068
34,25542847
6,514647086
1,434412774
54,46374373
8408,253095

View 6: G0LA

$(\tau\Sigma)^{-1}\Pi$
0,788791374
5,81028068
34,25542847
6,514647086
1,434412774
54,46374373
51,76363473

$P'\Omega^{-1}Q$
0
0
0
0
3,232955619
0
0

$(\tau\Sigma)^{-1}\Pi+P'\Omega^{-1}Q$
0,788791374
5,81028068
34,25542847
6,514647086
4,667368393
54,46374373
51,76363473

Anexo 15- Vector de retornos combinados: E(R)

View n° 1:G0LA

Activo	E(R)
BMUS02TR	**0,01%**
FIX	**0,00%**
G0BA	**0,00%**
GOFB	**0,06%**
G0LA	**0,26%**
G102	**0,01%**
LA4US	**0,00%**

View n° 2: GOFB

Activo	E(R)
BMUS02TR	**0,04%**
FIX	**0,00%**
G0BA	**0,00%**
GOFB	**0,58%**
G0LA	**0,23%**
G102	**0,02%**
LA4US	**0,00%**

View n° 3: BMUS

Activo	E(R)
BMUS02TR	**0,16%**
FIX	**0,01%**
G0BA	**0,01%**
GOFB	**0,16%**
G0LA	**0,04%**
G102	**0,10%**
LA4US	**0,01%**

View n° 4: FIX

Activo	E(R)
BMUS02TR	0,03%
FIX	0,03%
G0BA	0,02%
G0FB	-0,02%
G0LA	0,05%
G102	0,03%
LA4US	0,02%

View n° 5: L4US

Activo	E(R)
BMUS02TR	0,04%
FIX	0,03%
G0BA	0,02%
G0FB	-0,03%
G0LA	0,00%
G102	0,03%
LA4US	0,03%

View n° 6: GOLA

Activo	E(R)
BMUS02TR	0,01%
FIX	0,00%
G0BA	0,00%
G0FB	0,02%
G0LA	0,01%
G102	0,00%
LA4US	0,00%

Anexo 16- Rendimientos de los portafolios

Mercado.	Portafolio 0	0,70%
Markowitz	Portafolio 1	0,26%
	Portafolio 2	0,39%
	Portafolio 3	0,56%
	Portafolio 4	0,83%
	Portafolio 5	1,27%
	Portafolio 6	1,45%
	Portafolio 7	1,71%
	Portafolio 8	2,06%
	Portafolio 9	2,08%
	Portafolio 10	2,15%
	Portafolio 11	2,64%
	Portafolio 12	3,61%
Black Litterman	View n°1 GOLA	3,53%
	View n°2 GOFB	2,58%
	View n°3 BMUS	1,99%
	View n°4 FIX	0,22%
	View n°5 L4US	0,26%
	View n°6 GOLA	1,11%

Anexo 17-Tabla resumen de los resultados obtenidos en los modelos de Markowitz y Black-Litterman

		L4US	FIX	BMUS02T	G102	GOBA	GOFB	GOLA			
Rendimiento del 2009		0,23%	0,19%	2,07%	0,78%	0,29%	3,69%	11,66%	Varianza	Retorno	Riesgo/Rend
Mercado		33,4%	3,7%	0,5%	35,1%	22,1%	4,2%	0,9%	0,00001	0,70%	0,11%
Markowitz											
Portafolio 1		0,0%	**65,5%**	0,0%	0,0%	**34,2%**	0,0%	**0,3%**	0,00000	**0,26%**	0,09%
Portafolio 2		**69,7%**	**28,0%**	0,0%	0,0%	0,0%	**2,3%**	0,0%	0,00000	0,39%	0,07%
Portafolio 3		**83,5%**	0,0%	**14,8%**	0,0%	0,0%	**1,7%**	0,0%	0,00000	0,56%	0,07%
Portafolio 4		**69,7%**	0,0%	**28,0%**	0,0%	0,0%	**2,3%**	0,0%	0,00001	0,83%	0,09%
Portafolio 5		**46,6%**	0,0%	**50,0%**	0,0%	0,0%	**3,4%**	0,0%	0,00002	1,27%	0,14%
Portafolio 6	P	**37,4%**	0,0%	**58,9%**	0,0%	0,0%	**3,8%**	0,0%	0,00002	1,45%	0,17%
Portafolio 7	E	**23,5%**	0,0%	**72,1%**	0,0%	0,0%	**4,4%**	0,0%	0,00003	1,71%	0,20%
Portafolio 8	S	**5,1%**	0,0%	**89,7%**	0,0%	0,0%	**5,2%**	0,0%	0,00005	2,06%	0,25%
Portafolio 9	O	**4,1%**	0,0%	**90,6%**	0,0%	0,0%	**5,3%**	0,0%	0,00005	2,08%	0,25%
Portafolio 10	S	**0,4%**	0,0%	**94,1%**	0,0%	0,0%	**5,4%**	0,0%	0,00006	2,15%	0,26%
Portafolio 11		0,0%	0,0%	**65,1%**	0,0%	0,0%	**34,9%**	0,0%	0,00015	2,64%	0,58%
Portafolio 12		0,0%	0,0%	**5,2%**	0,0%	0,0%	**94,8%**	0,0%	0,00079	**3,61%**	2,18%
Black-Litterman											
View1 GOLA		0%	3%	16%	3%	27%	26%	25%	0,00014	**3,53%**	0,41%
View2 GOFB		0%	1%	8%	64%	0%	13%	12%	0,00037	2,58%	1,42%
View3 BMUS		6%	1%	82%	6%	4%	1%	0%	0,00005	1,99%	0,23%
View 4 FIX		1%	96%	0%	1%	1%	0%	0%	0,00000	0,22%	0,11%
View 5 L4US		98%	0%	0%	1%	1%	0%	0%	0,00000	0,26%	0,09%
View 6 GOLA		33%	4%	1%	35%	22%	4%	1%	0,00001	1,11%	0,07%