



**Universidad Católica Andrés Bello**  
**Dirección General de los Estudios de Postgrado**  
**Régimen Especial de Doctorado**

**DECISIONES DE INVERSIÓN BAJO INCERTIDUMBRE:  
EL CASO DE LA EXPLORACIÓN PETROLERA EN  
ÁREAS NUEVAS Y SU APLICACIÓN A LOS  
CONTRATOS DE EXPLORACIÓN A RIESGO EN  
VENEZUELA**

**TESIS PARA OPTAR AL GRADO DE DOCTOR EN ADMINISTRACIÓN DE  
EMPRESAS**

AUTOR: Hernán Contreras Andreoli  
TUTOR: Darío Rico López

Caracas, Octubre de 2008

## **DEDICATORIA**

A mis padres Venecia Andreoli Capurro y Manuel Contreras Moroso, que me “acunaron” en libros y me llevaron por el camino del conocimiento y del crecimiento personal.

A mi familia que es la obra más importante de nuestra vida, mi esposa Carmen Gloria, a mis hijos Eduardo y Alejandra, a mi nieta Amandita, a mi nuera Chia Yu y a mi yerno Ramón.

## **AGRADECIMIENTOS**

Primero que nada agradezco a mis padres que tanto esfuerzo entregaron a que me educara y a quienes dedico este trabajo, también tengo que estar muy agradecido de esos grandes profesores que he tenido en mi vida, verdaderos maestros, desde aquel remoto colegio Nido de Águilas, donde inicié el camino formal del aprendizaje, luego al glorioso Instituto Nacional de Santiago de Chile y posteriormente la Escuela de Ingeniería de la Universidad de Chile, el Instituto de Estudios Superiores en Administración (IESA) de Caracas y la Universidad Católica Andrés Bello (UCAB), de Venezuela, de la cual he sido profesor por ya más de 27 años y que ahora me da la oportunidad de doctorarme en estas materias a las cuales tanto tiempo y pensamiento le he dedicado en los 37 años de profesión.

Estas instituciones me permitieron conocer a mi maestro, amigo y socio, pero siempre más maestro que cualquier otro rol: Pedro de Fridman Ferro, quién desde los días del IESA hasta la fecha ha tenido y espero siga teniendo una gran influencia en mi mejor comprensión de la gente, de la gerencia y de la vida. Por su parte la Universidad Católica Andrés Bello me ha permitido conocer a mi tutor y amigo, el profesor Darío Rico López, quién sin duda me ayudado a crecer como persona, no sólo en el ámbito conceptual, sino principalmente en el área humana, para ellos un muy especial reconocimiento.

No puedo dejar de mencionar y agradecer a Petróleos de Venezuela, S.A. (PDVSA), muy especialmente a su gente, hoy en día muchos de ellos fuera de la empresa por actuar en función de sus principios y valores, personas con los cuales en los últimos 25 años he trabajado en forma muy integrada, lo cual ha permitido entender esta compleja actividad económica y así apoyar su mejor desarrollo en aspectos como los que se incluyen en este trabajo.

## LISTA DE CUADROS

CUADRO	PP
2-1 Derechos y Obligaciones de Compradores y Vendedores.....	31
2-2 Paridad Put – Call.....	44
2-3 Beneficios de las Estrategias Simples .....	51
2-4 Variables que intervienen en las Decisiones de Opciones Financieras.....	78
2-5 Las Opciones de Crecimiento y el Factor Tiempo .....	105
2-6 Clasificación de las Opciones Reales.....	107
2-6 Clasificación de las Opciones Reales.....	126
2-7 Flujos de Caja del Proyecto y de la “Acción Gemela” .....	132
2-8 Flujos de Efectivo difiriendo la Inversión .....	135
2-9 Comparación de los Flujos de Efectivo .....	138
2-10 Comparación de los Flujos de Efectivo .....	143
3-1 Áreas Licitadas por PDVSA para Proceso de Exploración a Riesgo ...	223
3-2 Resultados Área Catatumbo.....	227
3-3 Resultados Área Delta Centro.....	228
3-4 Resultados Área El Sombrero.....	228
3-5 Resultados Área Golfo Paria Este .....	229
3-6 Resultados Área Golfo Paria Oeste .....	229
3-7 Resultados Área Guanare.....	230
3-8 Resultados Área Guarapiche .....	230
3-9 Resultados Área La Ceiba.....	231
3-10 Resultados Área Punta Pescador .....	231
3-11 Resultados Área San Carlos.....	232
3-12 Resumen de Resultados para todas las Áreas Licitadas Bajo Exploración a Riesgo.....	233

## LISTA DE GRÁFICOS

GRÁFICO	PP
1-1 Distribución de Probabilidades Truncada .....	6
1-2 Etapas de la Exploración Petrolera.....	7
2-1 Valor de la Oportunidad de Invertir .....	152

## LISTA DE FIGURAS

FIGURA	PP
2-1 Valor de una Opción Tipo Call .....	37
2-2 Valor de una Opción Tipo Put.....	38
2-3 Compra de una Opción Tipo Call.....	47
2-4 Venta de una Opción Tipo Call .....	48
2-5 Venta de una Opción Tipo Put.....	49
2-6 Compra de una Opción Tipo Put .....	50
2-7 Call Cubierta .....	54
2-8 Call Cubierta .....	58
2-9 Estrategias más frecuentes en Opciones Financieras.....	60
2-10 Distribución Binomial del Valor Residual .....	116
2-11 Distribución Binomial del Valor del Proyecto .....	118
2-12 Distribución del Valor de CATanare.....	123
2-13 Valor Actual de los Flujos de Caja de la I+D de los Vehículos Eléctricos para CarroSA.....	124
2-14 Valor de diferir la Opción de Compra de CATanare .....	125
2-17 Comportamiento Típico de Incertidumbres que evolucionan continuamente en el Tiempo.....	168

2-18 Incertidumbre Técnica .....	170
2-19 Nodo con Estructura Típica de Combinación de Incertidumbre.....	171
2-20 Análisis Cuatrinomial Combinando Movimientos al Alza y a la Baja de Dos Incertidumbres.....	176
3-1 Árbol de Decisión Procesos de Exploración y Evaluación de Yacimientos .....	207
3-2 Ejemplo de Estrategia de Perforación Exploratoria .....	208
3-3 Esquema Cuatrinomial para el Caso de Dos Incertidumbres que se mueven en el Tiempo de Manera Continua .....	210

## RESUMEN

Las inversiones representan un aspecto crucial para cualquier empresa ya que ellas afectan el largo plazo de la organización, tanto en el grado de éxito competitivo como en su viabilidad.

Dentro de este campo de las decisiones de inversión, se presenta en la realidad y con elevada frecuencia la situación de tener que tomarlas bajo muy elevados niveles de incertidumbre. Por ejemplo, las empresas petroleras continuamente tienen que desarrollar nuevas áreas y tomar decisiones de inversión con desconocimiento de lo que encontrarán: ¿Si habrá o no petróleo?, ¿En qué volúmenes?, ¿De qué calidad?, ¿Será explotable económicamente con las tecnologías existentes?. Situaciones análogas ocurren en los procesos de Investigación y Desarrollo, sean éstos de nuevos productos, nuevos procesos o nuevas tecnologías.

En la práctica empresarial, estas situaciones ocurren a través de un proceso secuencial de “adquisición” de información, una especie de pruebas y ajustes en función de lo que se va encontrando. Este proceso de “tantear y avanzar” hace que las decisiones de inversión sean contingentes a los resultados de las fases anteriores. Volviendo al ejemplo de las empresas petroleras, si la información sísmica muestra posibilidades de que exista petróleo, se perforan pozos exploratorios, de lo contrario, se da fin al proyecto; cuando en la exploración se encuentra crudo, se pasa a su evaluación, en caso negativo, se cierra el proyecto; al arrojar la evaluación que el campo es rentable, se desarrolla y explota; si no, se clausura el proyecto.

Esta forma de manejar la incertidumbre ha sido difícil modelar para evaluarla en sus impactos económicos y financieros, y los esquemas “clásicos”, basados en el Valor Presente Neto de los flujos de caja, no reflejan bien este proceso secuencial y contingente.

Para atender esta situación, se ha estudiado la posibilidad de aplicar un nuevo enfoque derivado de la Teoría de las Opciones Financieras, teoría que permite determinar el valor económico de activos financieros, cabe decir

acciones, bonos, monedas, para utilizarla ahora en la valorización de activos reales, tales como la Investigación y Desarrollo.

La aplicación de este nuevo enfoque, llamado de las Opciones Reales (OR), es el que se plantea adaptar al caso de los proyectos petroleros de exploración en áreas nuevas bajo condiciones de alta incertidumbre.

Este enfoque conceptual establece que al igual que en las Opciones Financieras, los inversionistas enfrentan el dilema de en cuánto valorar el derecho y monto a arriesgar en un desarrollo exploratorio petrolero, que es el equivalente al pago de un “boleto de entrada” para lograr “jugar”, sin el cual no hay manera de poder desarrollar el negocio a futuro y, por lo tanto, de obtener sus beneficios.

Este “boleto”, al igual que cualquier entrada a un espectáculo, es una especie de seguro: se tiene el derecho a participar pero no la obligación de hacerlo, lo que da características especiales para manejar el riesgo e incertidumbre de los proyectos, con importantes repercusiones financieras, modelando adecuadamente la serie de decisiones contingentes que lo estructuran.

Sobre estos temas trata esta tesis doctoral, con innegables beneficios para un país petrolero como Venezuela, sin contar que el mismo modelo conceptual es aplicable a cualquier proceso análogo, ya sea de exploración de recursos naturales, de Investigación y Desarrollo o de decisiones de tipo estratégico en la operación de una empresa.

## TABLA DE CONTENIDO

<b>LISTA DE CUADROS .....</b>	<b>i</b>
<b>LISTA DE GRÁFICOS.....</b>	<b>ii</b>
<b>LISTA DE FIGURAS .....</b>	<b>iii</b>
<b>CAPÍTULO I</b>	<b>1</b>
<b>1. MARCO GENERAL DE LA INVESTIGACIÓN.....</b>	<b>1</b>
1.1. Objetivo del Capítulo .....	1
1.2. Objetivos de la Investigación.....	2
1.2.1. Objetivo General.....	2
1.2.2. Objetivos Específicos .....	2
1.3. El Problema Bajo Estudio .....	3
1.3.1. Explicación del Problema .....	3
1.3.2. Formulación del Problema Bajo Investigación.....	4
1.3.3. Justificación de la Investigación .....	8
1.3.4. Beneficios de realizar la Investigación.....	12
1.3.5. Problema Práctico que Resuelve .....	15
1.4. Estado del Arte de las Decisiones de Inversión Bajo Incertidumbre .....	15
1.5. Estructura del Trabajo.....	21
<b>CAPÍTULO II</b>	<b>23</b>
<b>2. INTRODUCCIÓN A LAS OPCIONES REALES Y SUS BASES CONCEPTUALES EN LA TEORÍA DE LAS OPCIONES FINANCIERAS.....</b>	<b>23</b>
2.1. Objetivos del Capítulo .....	23
2.2. Conceptos Fundamentales de Opciones .....	23
2.2.1. El Concepto de Opciones.....	23
2.2.2. Las Opciones Reales .....	25
2.2.2.1. Pensar y Actuar en torno a Opciones.....	26
2.3. Fundamentos de Opciones Financieras.....	28
2.3.1. Factores que determinan el Precio de una Opción Financiera.....	33
2.3.2. Estrategias Típicas con Opciones Financieras.....	45

2.3.2.1.	Posiciones Básicas.....	46
2.3.2.2.	Posiciones Sintéticas.....	51
2.3.2.3.	Posiciones Complejas .....	55
2.3.3.	Valoración de Opciones Financieras.....	60
2.3.3.1.	Modelo de Black-Scholes .....	61
2.3.3.2.	Modelo de Valoración de Cox, Ross y Rubinstein.....	67
2.3.4.	Parámetros Característicos de las Opciones Financieras ..	70
2.4.	Opciones Reales y su Similitud con las Opciones Financieras.....	77
2.5.	Principales Características del Enfoque de las Opciones Reales ..	79

### **CAPITULO III**

**81**

<b>3.</b>	<b>BASES CONCEPTUALES DE LAS OPCIONES REALES .....</b>	<b>81</b>
3.1.	Objetivo del Capítulo.....	81
3.2.	Las Decisiones de Inversión y el Riesgo.....	83
3.3.	Fundamentos Conceptuales de las Decisiones de Inversión de Alta Incertidumbre: Las Opciones Reales .....	87
3.3.1.	Introducción.....	87
3.3.2.	Conceptos Claves en la Teoría de las Opciones Reales.....	89
3.3.2.1.	El Concepto de Neutralidad al Riesgo.....	89
3.3.2.2.	El Principio del Precio Único.....	92
3.3.2.3.	Análisis de Derechos Contingentes (Contingent Claims Analysis) .....	94
3.3.2.4.	Los Conceptos de Incertidumbre y Riesgo en las Inversiones .....	94
3.3.2.5.	Portafolio de Referencia en Opciones Reales y Riesgos Base y Privado.....	98
3.3.3.	Clasificación de las Opciones Reales.....	101
3.3.3.1.	En función del Tipo de Decisiones que apoyan.....	101
3.3.3.2.	En cuanto al Número de Actores que pueden ejercer la Opción.....	104
3.3.3.3.	En Función del Precio de Mercado versus el Precio de Ejercicio .....	105
3.3.4.	Tratamiento de Casos Unitarios Básicos de Opciones Reales .....	108
3.3.4.1.	Opción de Diferir una Inversión .....	109
3.3.4.2.	Opción de Crecimiento o de Ampliación.....	111
3.3.4.3.	Opción de Reducción .....	113

3.3.4.4.	Opción de Cierre Temporal.....	114
3.3.4.5.	Opción de Cierre Definitivo .....	115
3.3.4.6.	Opción de Aprendizaje .....	120
3.3.4.7.	Opción Compuesta .....	122
3.4.	Desarrollo de un Marco Teórico Avanzado a través de Casos de Ejemplos .....	127
3.4.1.	Primer Caso: Diferimiento Simple de una Inversión .....	127
3.4.2.	Segundo Caso: Comparación simplificada entre los métodos de Valor Presente Neto, Árboles de Decisión y Opciones Reales .....	131
3.4.2.1.	Estimación del Valor Presente Neto .....	131
3.4.2.2.	Análisis de Árboles de Decisión.....	134
3.4.2.3.	Análisis vía Opciones Reales .....	136
3.4.3.	Tercer Caso: Valorizando la Flexibilidad de una Inversión	138
3.4.4.	Visión Intuitiva del Método del Portafolio Réplica .....	139
3.4.5.	Rectificación de Mercado del Valor de Activos (RMVA) (Marketed Asset Disclaimer (MAD)) .....	140
3.4.6.	Método de las Probabilidades Neutrales al Riesgo (PNR)	142
3.4.7.	Primeras Conclusiones Teóricas .....	146
3.5.	Enfoque Analítico para la Valoración de Opciones Reales .....	146
3.5.1.	Caso Determinístico ( $\sigma = 0$ ).....	149
3.5.2.	Caso estocástico ( $\sigma > 0$ ).....	153
3.5.2.1.	Solución a Través dde la Programación Dinámica.	153
3.6.	Enfoque Numérico para la Valoración de Opciones Reales Con más de una Incertidumbre .....	158
3.6.1.	Tratamiento de Incertidumbres Simultáneas .....	158
3.6.1.1.	Caso de Dos Incertidumbres .....	159
3.6.1.1.1.	Primera Incertidumbre de tipo Discreta o “Técnica” .....	160
3.6.1.1.2.	Situación Base: Resolución “Clásica” mediante Valor Presente Neto de los Flujos de Caja Incrementales .....	162
3.6.1.1.3.	Resolución de Incertidumbre Discreta ó Técnica por Opciones Reales.....	164
3.6.1.2.	Incetidumbre que evoluciona continuamente en el Tiempo (Proceso Estocástico Continuo) .....	166
3.6.2.	CASO GENERAL: Combinación de Dos Tipos de Incertidumbres: Discreta y Continua .....	169

3.6.2.1. Modelo Cuatrinomial de Resolución de Dos Incertidumbres que evolucionan aleatoria y continuamente en el Tiempo.....	175
3.6.2.1.1. Caso de Independencia entre Incertidumbres Continuas.....	177
3.6.2.1.2. Caso de Dos Incertidumbres Continuas Correlacionadas.....	179

## **CAPÍTULO IV**

**195**

<b>4. APLICACIÓN METODOLÓGICA AL CASO PETROLERO: LOS CONTRATOS DE EXPLORACIÓN A RIESGO EN EL PROCESO DE APERTURA PETROLERA DE VENEZUELA.....</b>	<b>195</b>
4.1. Objetivos del Capítulo.....	195
4.2. Visión de Conjunto del Marco Metodológico.....	196
4.3. Descripción detallada del Problema.....	197
4.4. Fuentes de Incertidumbre.....	201
4.5. Modelación del Problema sobre la Base del Marco Teórico Desarrollado.....	204
4.5.1. Marco General de la Modelación.....	204
4.5.1.1. Población, Universo y Muestra del Estudio.....	204
4.5.1.2. Instrumentos de Recolección de Información...205	
4.5.1.3. Evaluación.....	205
4.5.1.4. Uso de Conceptos, Modelos y Herramientas....	206
4.5.2. Modelo Conceptual y Metodología Desarrollados sobre Opciones Compuestas Aplicadas al Caso en Estudio.....	206
4.5.2.1. Árbol Técnico o Discreto.....	207
4.5.2.2. Red de Incertidumbres de Evolución Continua en el Tiempo.....	209
4.5.3. Resolución Combinada de Incertidumbres.....	210
4.5.4. Solución Computacional de la Modelación.....	213
4.5.5. Resumen del Esquema General de Pasos para resolver un Problema de Valorización de un Área Petrolera de Nuevas Fronteras.....	214
4.5.6. Aplicación del Modelo Generado al caso de los Contratos de Exploración a Riesgo de PDVSA.....	215

4.5.6.1. El Marco de la Apertura Petrolera de Venezuela.....	215
4.5.6.2. El Proceso de Exploración a Riesgo.....	220
4.5.6.3. Aplicación de los Conceptos y Herramientas Desarrolladas a las Áreas Licitadas Bajo Exploración a Riesgo.....	224
4.5.6.4. Resultados Propios de cada Área .....	226
4.5.6.5. Análisis del Resultado de la Simulación .....	232
<b>5. CONCLUSIONES.....</b>	<b>235</b>
<b>6. BIBLIOGRAFÍA.....</b>	<b>237</b>

# CAPÍTULO I

## 1. MARCO GENERAL DE LA INVESTIGACIÓN

### 1.1. Objetivo del Capítulo

El presente capítulo tiene por finalidad dar, conjuntamente, una visión general del trabajo de tesis y la justificación de una investigación de este tipo.

Con estas motivaciones, el capítulo se estructura presentando primeramente los Objetivos propios de la investigación, tanto el general como los específicos; así mismo se explican las razones que justifican hacer un estudio como el contenido en este trabajo.

Lo anterior permite plantear y explicar el problema que se estudia y desarrolla en este trabajo: Las Opciones Reales y su aplicación a las decisiones de inversión de alto riesgo en la actividad petrolera y el estado del arte en cuanto al desarrollo y aplicación de este planteamiento conceptual.

Finalmente se resume y explica la estructura de este trabajo, lo cual permite tener una visión de conjunto del mismo y la forma en que se desarrolla.

## 1.2. Objetivos de la Investigación

### 1.2.1. Objetivo General

El objetivo general de la presente investigación consiste en validar la hipótesis que plantea que los conceptos de la Teoría de las Opciones Reales, son útiles para valorar la decisión de cuánto ofrecer o invertir en el derecho a explorar un área petrolera de nuevas fronteras, desarrollando para esto un esquema conceptual y metodológico que permita la determinación del valor de un área petrolera nueva a explorar.

En este sentido, se considera como nueva frontera exploratoria a un área geográfica donde no existe información directa sobre la existencia de petróleo, tanto en lo que se refiere a cantidad como a calidad y costos de desarrollo y explotación.

### 1.2.2. Objetivos Específicos

- Revisar y resumir la Teoría de las Opciones Financieras, como base conceptual de la Teoría de las Opciones Reales, fundamento importante en el desarrollo del presente trabajo.
- Revisar y desarrollar la Teoría de las Opciones Reales, como soporte de los siguientes elementos de este trabajo y para poder comprender porque es útil al análisis y solución de los problemas de decisión, en casos complejos de múltiples fuentes de incertidumbre, similares a l caso de la Industria petrolera.

- Desarrollar y adecuar modelos teóricos y metodológicos de las Opciones Reales al caso de evaluación de proyectos petroleros exploratorios en áreas nuevas.
- Determinar los parámetros que afectan este tipo de decisiones en el caso de los proyectos exploratorios en áreas petroleras nuevas, en función de los riesgos propios de este proceso.
- Cuantificar los parámetros en el caso de proyectos petroleros específicos, como lo son los del proceso que desarrolló Petróleos de Venezuela, S.A. (PDVSA), dentro del proceso llamado “Apertura Petrolera”, bajo el concepto de “Contratos de Asociación de Exploración a Riesgo”.
- Aplicar el modelo al caso de las áreas dadas bajo contratos de “Exploración a Riesgo”.
- Validar la hipótesis de que la Teoría de la Opciones es una herramienta adecuada para las decisiones de valuación de la opción de explorar un área petrolera nueva o en situaciones análogas.

### 1.3. El Problema Bajo Estudio

#### 1.3.1. Explicación del Problema

Las empresas petroleras requieren desarrollar continuamente nuevas áreas y por ende se ven obligadas a tomar decisiones de inversión con desconocimiento de lo que encontrarán: ¿Habrá o no petróleo?; de haber: ¿En qué volúmenes?, ¿De qué calidad?, ¿Será explotable económicamente con las tecnologías existentes y del futuro próximo?.

En los últimos años, se ha cuestionado la forma “tradicional” de tomar este tipo de decisiones de inversión de alto riesgo (Dixit y Pyndick, 1994), especialmente porque ésta asume una serie de supuestos que limitan su aplicación, específicamente en el caso de situaciones de alta incertidumbre, como lo es, por ejemplo, el desarrollo de nuevas fronteras petroleras.

Como consecuencia de lo anterior, se ha planteado la posibilidad de aplicar un nuevo enfoque, el de las Opciones Reales, el cual se ha derivado de la Teoría de la Opciones Financieras, teoría esta última, que permite determinar el valor económico de activos financieros, tales como acciones, bonos, monedas, etc.

Este nuevo enfoque de las Opciones Reales, es el que se plantea validar para los proyectos venezolanos de desarrollo de nuevas fronteras de producción petrolera, específicamente en el caso de lo que se ha denominado “Apertura Petrolera”, es decir, los “Contratos de Exploración a Riesgo”, y para ello es necesario desarrollar, a partir de lo ya existente, la base conceptual y metodológica que permita esta validación.

### 1.3.2. Formulación del Problema Bajo Investigación

El problema fundamental planteado es cuánto ofrecer por el derecho a explorar un área nueva: en el fondo cuál es su valor económico - financiero, cuando no existe información alguna sobre la existencia de petróleo en esta área. La oferta normalmente, en la práctica, se hace bajo el esquema de una licitación y contiene dos elementos: un primer pago, que es el equivalente al derecho de entrar y explorar, y otro que se hará sólo en caso de que se encuentre crudo económicamente explotable y se desarrolle. Este último tipo de pago se efectuará durante el período operativo del proyecto y, por lo tanto, actúa como un costo más.

Lo que interesa modelar en este caso es el pago inicial: ¿Cuánto ofrecer por este “boleto de entrada al juego exploratorio”?, ¿Cuál es su valor monetario?. Es aquí donde los conceptos y técnicas de la Teoría de las Opciones Financieras aplicadas a activos “reales”, como lo es un campo petrolero, se plantean como una base conceptual adecuada para que las empresas inversionistas tomen este tipo de decisiones.

Por lo tanto, el problema a estudiar radica en cómo determinar el VALOR de una zona de nuevas fronteras petroleras, donde sólo se tienen expectativas especulativas sobre la existencia de crudos con valor económico, lo cual es equivalente a decidir el monto a ofrecer como pago inicial para tener el derecho a explorar en un área petrolera nueva.

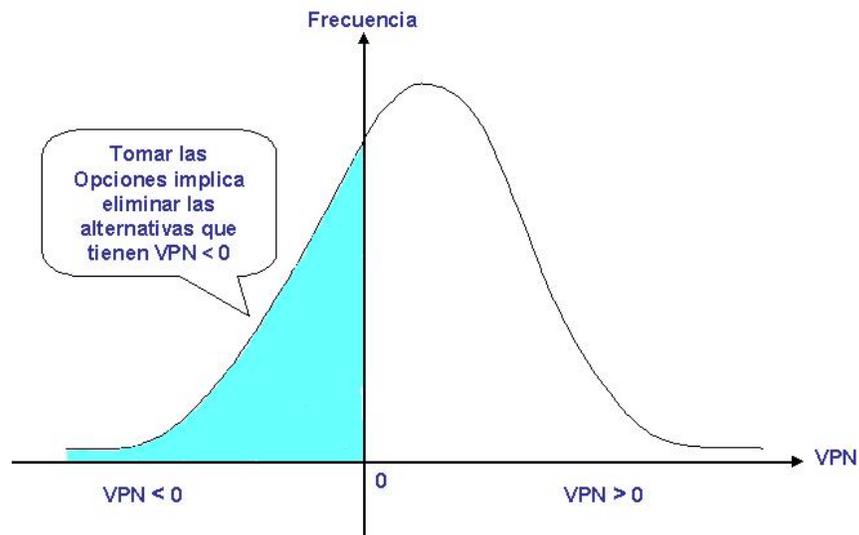
Por lo tanto, el problema planteado en este trabajo se formula de la siguiente manera: *Determinar el Valor de la Opción que tiene un inversionista al participar en una licitación para explorar y luego desarrollar un área de nuevas fronteras petroleras.*

Expresado de otra forma, la situación a resolver es la siguiente: “Cómo decidir el monto a ofrecer como pago inicial para tener el derecho a explorar y desarrollar un área petrolera nueva, área sobre la cual sólo se tienen expectativas especulativas sobre la existencia de crudos con valor económico”.

Como puede apreciarse, el problema es equivalente al de comprar un número para una lotería o el de una entrada a un espectáculo: si no se adquiere, no se puede jugar o no se puede ver el espectáculo, pero si se tiene, se puede utilizar de manera contingente a la información que se obtenga. Esto quiere decir que el dueño de la opción puede decidir luego si juega o no, pero sin el boleto de “entrada” está fuera del “juego”. Esta situación tiene un gran impacto en la gestión o marco de riesgo de una decisión de inversión: se tiene el derecho a jugar el juego, pero no la obligación de jugarlo (Copeland y Antikarov, 2001).

Este planteamiento, como marco de riesgo del problema, equivale a una distribución de probabilidades truncada (Gráfico 1-1), donde una parte, la más dañina, queda eliminada en función de las decisiones tomadas en secuencia y de manera contingente, de acuerdo a la información que se va obteniendo, siempre que se tenga el derecho pero no la obligación a continuar con un proyecto de inversión.

**Gráfico 1-1 Distribución de Probabilidades Truncada**



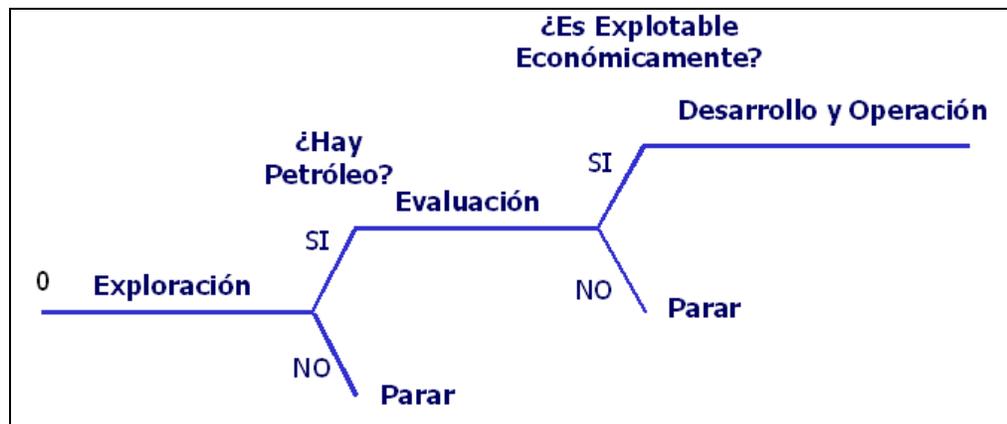
Dicho de otra manera, mientras mayor sea la incertidumbre, mayor valor tendrá la opción, dado que la incertidumbre significa mayor variabilidad posible en los resultados esperados, tanto hacia resultados positivos como negativos, pero con la salvedad de que sólo se ejercerán las opciones cuando los resultados se muevan en sentido favorable y no se ejecutarán, si se dan los resultados desfavorables, es decir, que sólo se desarrollan

campos evaluados con resultados positivos, en caso contrario, cuando no se encuentra petróleo, el proyecto se cancela.

Expresado en lenguaje coloquial, podría decirse que las opciones sólo se ejercerán si hay “lomito”, no si lo que se encuentra es “pellejo”. Esta posibilidad que brindan las opciones, de sólo ser ejercidas cuando producen beneficios y no si dan pérdidas, constituye su gran aporte a la valorización de decisiones estructuradas bajo este concepto, claro está que este proceso de “adquisición de información” tiene un costo, el cual corresponde a las inversiones que se van haciendo para tener más información que reduzca los riesgos.

Este aspecto es claro en los proyectos petroleros de exploración a riesgo, donde se pasa, en general, por tres grandes etapas, cada una de las cuales disminuye considerablemente el riesgo de la siguiente, a costa de pagar entradas, de hacer inversiones dosificadas y obtener o adquirir así más información (Gráfico 1-2).

**Gráfico 1-2 Etapas de la Exploración Petrolera**



En un planteamiento simplificado, estas fases son las siguientes: la primera es la de EXPLORACIÓN, que puede concluir con éxito o fracaso, lo cual significa que existe petróleo o no.

En esta última situación, el proyecto se cierra, sin que se hagan desembolsos de capital adicionales. Cuando esta fase es exitosa, se puede realizar la segunda fase de EVALUACIÓN, la cual también puede concluir en éxito o en fracaso, dado que esta fase tiene por finalidad determinar si el petróleo encontrado es explotable económicamente con las condiciones comerciales y tecnologías existentes o no, y finalmente, al éxito sigue la fase de DESARROLLO Y OPERACIÓN, la cual demanda del orden del 90% de las inversiones del total del proyecto, siendo también la única con potencial de generar flujos de efectivo positivos. En esta última fase también se presentan opciones del tipo: ¿Cuándo es la óptima oportunidad para desarrollar el campo descubierto y evaluado?, ¿Cuál es la velocidad de explotación óptima?,.

Esta secuencia lógica, que en la práctica se complica en un gran número de ramas del árbol, plantea el problema señalado: ¿Cuánto vale la opción de poder explorar un área nueva?, ¿Cuál es el valor de la entrada al juego?, sin la cual no hay posibilidad de jugarlo.

Ésta es la esencia del problema a resolver bajo la hipótesis de que la Teoría de las Opciones Reales es un esquema conceptual, que modela bien esta realidad y que permitirá construir las bases conceptuales y metodológicas para responder a la pregunta antes señalada.

Estos aspectos, incluyendo las bases de la Teoría de las Opciones Financieras, se desarrollan en el capítulo correspondiente al Marco Teórico de este trabajo de tesis.

### 1.3.3. Justificación de la Investigación

La justificación fundamental para la elección de este tema es su pertinencia a Venezuela. No cabe duda que el petróleo ha sido y será en los próximos años la principal fuente de riqueza del país y motor de su desarrollo económico y social. Es justamente en este caso petrolero, donde el enfoque de esta tesis doctoral puede constituir un aporte significativo a la toma de decisiones sobre exploración petrolera y desarrollo de áreas nuevas.

Hasta la fecha esta base conceptual no ha sido utilizada en Venezuela, aunque algunas veces se ha discutido su posible empleo en la organización de Exploración de Petróleos de Venezuela, S.A. (PDVSA), así como en los procesos licitatorios de áreas petroleras.

También se debe mencionar una motivación personal, dado que se ha tenido el privilegio de apoyar a PDVSA en su proceso de “Apertura Petrolera”, o “Contratos de Exploración a Riesgo”, actividad durante la cual se participó directamente en el análisis, selección e implementación de diversos esquemas conceptuales y herramientas, a fin de estructurar un modelo de negocios que le proporcione viabilidad y sea de indudables beneficios para el país.

Esta situación hace que el problema planteado tenga un interés personal, tanto en el ámbito racional como en el emotivo.

Un tercer tipo de justificación radica en el hecho de que la metodología de las Opciones Financieras aplicada a los activos “reales” - Teoría de las Opciones Reales - está teniendo un gran desarrollo y expansión de sus campos de aplicación, entre otros hacia las decisiones estratégicas de una empresa, tema que es de especial interés para el autor de este trabajo, debido a que en los últimos veinte años ha estudiado, trabajado y enseñado los campos de las Finanzas Corporativas y de Estrategia y Política de Empresas, muy especialmente en las Maestrías de Administración de

Empresas y de Economía Empresarial, que se imparten en la Universidad Católica Andrés Bello (UCAB).

#### Aplicación a Otras Situaciones

La presente sección se basa principalmente en los autores: Amram y Kulatilaka, 2000; Dixit y Pyndick, 1994; y Trigeorgis, 1999.

Como se ha planteado, la implementación de la Teoría de las Opciones Financieras en el campo de las opciones sobre activos “reales” está teniendo un gran desarrollo en la actualidad y se pueden mencionar como áreas de aplicación las que se describen a continuación.

- Investigación y Desarrollo

Las decisiones de inversión en Investigación y Desarrollo (I+D), al igual que las de exploración de petróleo en áreas nuevas, son de altísima incertidumbre. Es difícil prever si serán exitosas o no, cuándo y en qué medida, de manera que en la práctica se va invirtiendo en secuencia, y en cada fase se “compra información” y se decide si avanzar o detener el proyecto, por lo que son estructuralmente análogas y pueden ser analizadas y resueltas con modelos conceptuales similares.

En el mundo actual, en el que cada vez más los negocios se basan en el conocimiento aplicado a nuevos productos y procesos, donde áreas como la informática y la biotecnología tienen un gran desarrollo sobre la base de la I+D, esta herramienta sin duda será de gran utilidad en la toma de decisiones relacionadas con asignación de recursos a este tipo de proyectos. Por lo tanto, ésta constituye un área importante de aplicación y donde siempre ha sido difícil evaluar este tipo de decisiones.

- Estrategia

En el ámbito de las decisiones sobre Política y Estrategia de Empresas también se dan condiciones de elevada incertidumbre, especialmente en lo

referente a las reacciones y acciones de los diversos actores estratégicos, tales como empleados, clientes y competidores, haciendo difícil evaluar financieramente este tipo de situaciones.

En los últimos años, se han comenzado a aplicar los modelos y conceptos de las Opciones Reales a la evaluación de decisiones estratégicas, lo cual es un importante paso para que este tipo de decisiones deje de ser un dogma gerencial, que evade su evaluación en cuanto al impacto en la creación de valor.

- Otros Casos de Aplicación

Dentro de otros campos de la evaluación de decisiones, en los cuales el modelo de la Teoría de las Opciones Reales ha sido útil, se pueden mencionar los siguientes: valoración de puesta en marcha de negocios, inversión en infraestructura, valoración del uso de terrenos sin ocupación - en general el uso de recursos ociosos -, valuación del equilibrio dinámico en un sector industrial competitivo y en la evaluación de políticas de intervención en condiciones de mercados imperfectos (Pyndick, 1994; y Amram y Kulatilaka, 1999).

Adicionalmente, el modelo y el contexto en que aquí se aplica, es directamente utilizable en la exploración de cualquier tipo de riqueza minera en áreas nuevas, tales como oro, diamante, uranio, cobre, carbón u otros minerales y no minerales, de los cuales Venezuela posee una base importante de recursos.

- Flexibilidad

En general, todos los tipos de decisiones que pueden ser valuadas con este enfoque caben en el concepto de “flexibilidad”, en el fondo se plantea que estas decisiones se toman en secuencia y en función de más y/o mejor información, determinando qué “camino” transitar, presentándose en los puntos de decisión opciones a ser evaluadas y caminos a ser eliminados. De este modo se va resolviendo la incertidumbre sin tener que cargar con el

costo de algunos riesgos (fracasos), aspecto que no se puede incluir en los modos tradicionales de tomar decisiones de inversión, como lo es el método del Valor Presente Neto (VPN) de los flujos de caja incrementales generados por una decisión de inversión, que es el enfoque “clásico” y el más utilizado por las empresas en la actualidad y desde luego válido para la mayoría de los proyectos de inversión, que no tienen el componente de alta incertidumbre<sup>1</sup>.

Estas opciones o caminos alternos son la manifestación concreta de la flexibilidad de las decisiones, flexibilidad que genera valor económico - financiero, valor que puede evaluarse mediante las metodologías y conceptos objeto de este trabajo. Es más, en muchos casos, el pensar y estructurar las decisiones en función de opciones, generando caminos alternos y dando flexibilidad a un proyecto o negocio, es una manera creativa que los empresarios y gerentes deben desarrollar y utilizar.

#### 1.3.4. Beneficios de realizar la Investigación

Desplegar el tema propuesto en este trabajo de tesis es de alta conveniencia por los diversos beneficios que traerá su desarrollo y aplicación, especialmente en el caso de Venezuela y su base de recursos petroleros y mineros.

A continuación se explican de manera específica los principales beneficios que aporta la solución al problema en estudio.

---

<sup>1</sup> En el capítulo correspondiente al Marco Teórico se analizan y definen los conceptos de Riesgo e Incertidumbre.

- Beneficios Conceptuales

Sin duda, el esfuerzo de aplicar la teoría de las Opciones Reales al caso de las opciones de desarrollo de áreas exploratorias nuevas aportará un conjunto de conceptos y herramientas útiles para la comprensión de este tipo de decisiones de inversión y su modelación.

En general, esta modelación se establece por medio de árboles de decisión y de ecuaciones diferenciales estocásticas, algunas de las cuales tienen soluciones por deducción matemática y en otros casos, por análisis numérico, campos que dan amplio espacio a la explicación y adecuación de conceptos a la situación estudiada.

- Beneficios para la Enseñanza

Siendo el autor profesor de la Universidad Católica “Andrés Bello” y de diversos programas de Desarrollo Gerencial, muchos de los cuales son dictados en el ámbito del Sector Petrolero, no hay duda que este trabajo traerá muchos beneficios, tanto a nivel de postgrado como a profesionales del sector petrolero, al brindar capacitación en estas técnicas que permitirán tomar mejores decisiones de inversión y, por lo tanto, de desarrollo del país.

Dada la variedad de aplicaciones que está teniendo este enfoque teórico, se piensa que el capital humano interesado y capacitado en estos temas será fuente de progreso y pertinencia por su aplicación a un gran número de situaciones empresariales de mucha actualidad, en las cuales mejorarán las decisiones de asignación de recursos económicos, fuente de todo desarrollo.

- Beneficios para el País

En línea con lo expresado en el punto anterior, sin duda para un país como Venezuela con una amplia base de recursos mineros, muchos de ellos aún no explorados y cuantificados y donde se anuncian procesos de licitación para dar concesiones y derechos de explotación, este trabajo de tesis ofrece grandes beneficios y un considerable potencial de aplicación

práctica para la toma de mejores decisiones y la asignación de recursos escasos.

- Beneficios para la Industria Petrolera

Dado el ámbito de aplicación donde se ha focalizado el presente trabajo, no cabe duda que el área de petróleos e hidrocarburos será la más beneficiada con modelos conceptuales y herramientas que le permitirán una mejor y óptima asignación de recursos, por medio de una correcta toma de decisiones de inversión en proyectos de exploración y desarrollo de nuevas zonas petroleras y de hidrocarburos en general.

El modelo conceptual en estudio tiene una serie de aplicaciones vinculadas que se derivan del modelo de las Opciones Financieras, tales como aplicaciones a decisiones de posponer o iniciar inversiones, de paralizar proyectos o reabrirlos, de valorar ampliaciones a derechos de exploración y explotación petrolera, todas las cuales constituyen áreas de utilidad que se pueden mencionar como campos de aplicación de este ámbito del conocimiento y que son factibles de iniciar a partir de un trabajo como el que se ha planteado.

- Beneficios para Otras Áreas

Se ha mencionado que este tema puede aplicarse a la evaluación de otros tipos de decisiones, tales como las que se pueden presentar en el ámbito de la Investigación y Desarrollo de Productos, Materiales y Procesos, en las decisiones de Política y Estrategia de Empresas, especialmente en Estrategias Competitivas, así como en áreas de Inversión en Ampliación de Plantas, Lanzamiento de Nuevos Productos; Desarrollo de Infraestructura; Utilización de Recursos Ociosos, etc.

En este sentido y dada la información disponible, éste sería el primer paso en Venezuela para el desarrollo y aplicación de estas técnicas destinadas a obtener mejores decisiones en asignación de recursos escasos y al consecuente progreso y calidad de vida, y un aporte en función de lo

existente, que hasta donde se ha investigado, no cubre todo el proceso exploratorio y de desarrollo de áreas petroleras nuevas, en función de que se han centrado más en la determinación del momento óptimo para desarrollar un campo ya descubierto.

#### 1.3.5. Problema Práctico que Resuelve

De lo señalado en los puntos anteriores puede derivarse que el problema práctico que resuelve esta tesis doctoral, consiste en cómo Valorar áreas nuevas a explorar y por lo tanto, cuanto ofrecer en una licitación de este tipo; problema que es cada vez más frecuente, dadas las tendencias del mundo actual, especialmente en Venezuela si se desea desarrollar el país atrayendo capitales a la explotación racional de sus recursos petroleros, gasíferos y, en general, de cualquier recurso natural.

Pero como se ha comentado anteriormente, este esquema de decisiones se repite análogamente en un gran número de situaciones prácticas y por lo tanto, su campo de aplicación y de uso práctico en la realidad empresarial es amplio y de gran proyección.

#### 1.4. Estado del Arte de las Decisiones de Inversión Bajo Incertidumbre

La información expuesta en esta sección se basa principalmente en el trabajo de los autores Amram y Kulatilaka, 2000.

La aplicación de la Teoría de la Opciones Financieras al ámbito de los Activos “Reales” es lo que se ha denominado *Teoría de las Opciones Reales*.

Esta teoría tiene sus inicios en los años ochenta<sup>2</sup>, pero solamente en la actualidad, a partir del año 1995, ha venido tomando un auge importante.

Dado que en el enfoque tradicional gran parte del riesgo se incluye a través de la tasa de descuento de los flujos de caja, las bases se remontan al dilema del tipo de tasa de descuento a utilizar como costo de oportunidad del dinero para los inversionistas, lo cual trajo profundos problemas conceptuales a la mayoría de los teóricos.

Algunos profesores, incluido el destacado economista Paul Samuelson, reconocieron la función de retorno truncada de las inversiones contingentes (que se toman en función de la información que se obtiene en un proceso en etapas) y la necesidad de actualizar el valor de los retornos inciertos. Sin embargo, el trabajo que publicó en 1965 y los trabajos previos de otros investigadores en el mismo campo, no consiguieron resolver el problema del tipo de descuento (citado por Amram y Kulatilaka, 2000, quienes citan a Bernstein, 1992).

La solución desarrollada por Fischer Black, Robert Merton y Myron Scholes constituyó un cambio radical con respecto al análisis “clásico” del flujo de caja descontado (Valor Presente Neto). Estos tres autores se basaron en los factores que podrían cambiar el valor de una opción a lo largo del tiempo. ¿Cuál es el valor de una opción en el momento de su compra? ¿Cuál es el valor de una opción un poco más tarde, cuando queda menos tiempo para su vencimiento y ha cambiado el valor del activo subyacente<sup>3</sup>? El trabajo original para la determinación del precio de las opciones se hizo con la finalidad de valorar contratos de opción de compra de acciones negociadas en un intercambio financiero y de otras operaciones financieras

---

<sup>2</sup> Si bien existen antecedentes anteriores a los años 80, éstos son más bien de carácter poco estructurado y sólo en los 80 es donde se inicia un desarrollo sistemático y aplicado de este enfoque teórico.

<sup>3</sup> Se entiende por “Activo Subyacente” al objeto sobre el cual se adquiere derecho mediante una Opción, por ejemplo, si la Opción da derecho a comprar (o a vender) una acción de una empresa, el activo subyacente de la Opción es justamente la acción de la empresa.

similares, que son contratos de opciones emitidos, normalmente, por las empresas. Las opciones para la compra de acciones se emiten contra el capital social de la empresa, por lo que se pensó mucho en cómo cambiaría el valor de la opción con las fluctuaciones del precio de la acción.

La dinámica de la relación entre el valor de la opción y el precio de la acción se plantea en una ecuación diferencial parcial, que refleja los tipos de cambio simultáneos de varias variables. Black (citado por Amram y Kulatilaka, 2000), expresó: «Estudié la ecuación diferencial durante muchos meses. Cometí cientos de errores estúpidos que me condujeron hacia un Callejón sin salida. Nada funcionaba... [Los cálculos revelaron que] el valor de la garantía no dependía del retorno esperado de la acción, ni del retorno esperado de otros activos. Eso me fascinó» .

A finales de 1969, Black publicó la ecuación diferencial parcial y, junto con Scholes, descubrió una ecuación que resolvía el problema de la valoración de la opción, la cual se conoce ahora con el nombre de Fórmula de Black-Scholes. Merton añadió el elemento que faltaba: el arbitraje, lo cual fue fundamental para la validez y utilidad práctica de este enfoque.

El arbitraje es el proceso que valida la Ley del Precio Único<sup>4</sup> (*Law of One Price*): la compra de un activo a un precio y simultáneamente su venta (o la de un activo equivalente) a un precio más elevado no es posible porque el mercado “arbitra” eliminando estas posibles “máquinas de hacer dinero”. Si en un mercado, por ejemplo, una acción tiene un precio superior al de otro (Bolsas de Nueva York y de Caracas), los inversionistas comprarán en Caracas y venderán en Nueva York, haciendo subir los precios en Caracas y bajar en Nueva York, con lo cual los precios se nivelarán.

Las oportunidades de arbitraje externo son escasas y fugaces, porque los inversores profesionales mueven su dinero con gran velocidad para cubrir rápidamente cualquier vacío que quede en la determinación del precio. Lo

---

<sup>4</sup> Este concepto es explicado con detalle en el capítulo correspondiente al Marco Teórico.

que Merton reconoció, fue que el valor de la opción obtenido mediante la aplicación del modelo, debía partir de esta base de los mercados financieros. Más tarde Black (citado por Amram y Kulatilaka, 2000), señaló: «Una parte fundamental del primer documento de trabajo sobre opciones que escribí con Myron Scholes fue el argumento del arbitraje para obtener la fórmula. Bob [Merton] nos dio ese argumento». Probablemente se debería llamar documento Black-Merton-Scholes.

En 1973, Black y Scholes publicaron su solución y Merton escribió un documento que contenía un enfoque más generalizado para la valoración de opciones. Merton y Scholes obtuvieron el Premio Nobel de Economía en 1997 por su trabajo; Black había muerto en 1995.

Si bien la Teoría de las Opciones Reales ha sido aplicada al ámbito petrolero (Dixit y Pindyck, 1994; Mascareñas y Pérez-Iñigo, 1999; Trigeorgis, 2000; Amram y Kulatilaka, 2000, entre otros), en todos los casos investigados la única fuente de incertidumbre considerada es la de la volatilidad de los precios, la cual, a juicio del autor del presente trabajo es de relativa baja importancia para la utilización de la Teoría de las Opciones Reales, especialmente si se le compara con las incertidumbres que generan: a) Las actividades exploratorias: se encuentra o no petróleo; b) Evaluación y delineación de yacimientos: cantidades, calidades de crudos y sus costos de explotación; c) Comportamiento mecánico del yacimiento: implicaciones de inversiones para poder explotarlo. Fuentes de incertidumbre, todas ellas de mucha mayor volatilidad e incertidumbre que los precios.

Esta apreciación se ve reforzada por el hecho de que muchos de los análisis de tendencia a mediano y largo plazo muestran los precios de los crudos hacia la baja, aún sin considerar la sustitución tecnológica, que en el largo plazo es de mayor relevancia aún y que en este contexto los precios relativamente altos sólo se darán en períodos cortos, del orden de uno o dos años, con relación a la vida útil de los proyectos petroleros, del orden de 20 a 30 años.

Lo anterior hace que las opciones estudiadas relativas al momento óptimo de iniciar la explotación de un campo petrolero no tengan mucho sentido práctico, porque si los precios muestran una tendencia hacia la baja, cuanto antes se explote un yacimiento más valor agregará, situación que las Opciones Reales confirma.

Si a esto se agrega el hecho de que entre la decisión de explorar un área y la producción comercial de la misma pueden pasar entre tres y doce años, estando la mayoría de los casos de áreas nuevas por sobre los 8 años, éste es un factor que hace que toda posposición de proyectos, valor de retener la opción de desarrollo, en búsqueda de mejores precios, no sea realista ni muy útil a las empresas petroleras.

Por estos motivos es que la propuesta contenida en esta tesis doctoral enfrenta un problema no abordado a la fecha, hasta donde se ha investigado, al cual corresponde modelar de manera más realista las decisiones de inversión en proyectos petroleros de áreas nuevas, considerando de manera explícita las diferentes etapas y sus fuentes de incertidumbre.

### El Modelo de la Valoración de Opciones

La teoría de Black, Merton y Scholes utiliza un enfoque totalmente distinto para trabajar sobre el tema del dilema del tipo de descuento. Esta teoría establece el valor de una opción constituyendo paralelamente una cartera de títulos negociados, conocida como cartera de referencia o “cartera gemela” (de la cual se controlan y conocen todos los movimientos y cambios), que tiene los mismos retornos que la opción. Según la ley del precio único, dos activos que tienen los mismos retornos futuros deben tener el mismo valor hoy (valor presente o actual). El modelo de Valoración de Opciones utiliza esa condición de “no arbitraje” externo para garantizar dinámicamente que el valor de la opción sea equivalente al valor de la cartera, a medida que va evolucionando el precio de la opción. Esto se conoce como seguimiento dinámico de la trayectoria de los valores.

Este enfoque, que ha tenido un gran auge en el ámbito de los activos financieros (acciones, bonos, monedas, etc.), se ha venido aplicando en los últimos años a las decisiones de inversión en activos “reales”, tales como proyectos petroleros, mineros, de investigación, lanzamiento de productos, nuevas tecnologías; es decir, en situaciones donde existe una elevada incertidumbre y los modelos convencionales no ofrecen una buena representación de la realidad.

En este sentido, se han encontrado y modelado algunas situaciones típicas de estos proyectos. Algunas de ellas son: iniciar el proyecto o mantener la opción abierta sobre su posible ejecución, paralizar un proyecto o continuarlo, desarrollarlo a una escala determinada o hacerlo bajo un esquema que dé flexibilidad o desarrollarlo con crecimiento en función de cómo vaya evolucionando el mercado, etc. (Mascareñas y Pérez-Iñigo, 1999).

En muchos casos, las soluciones teóricas y su correspondiente modelación están bien sustentadas, pero en el área de mezcla de opciones u opciones compuestas los avances son incipientes y es justamente una mezcla o combinación de opciones, derivadas de múltiples factores de incertidumbre, lo que se encuentra en las decisiones de inversión en exploración y desarrollo petrolero en áreas nuevas. Éste es justamente el tema estudiado en esta tesis.

En el capítulo correspondiente al Marco Teórico se desarrolla en mayor profundidad lo fundamental que existe sobre este tema, junto con la aplicación del autor de esta tesis para el caso en estudio.

## 1.5. Estructura del Trabajo

Para desarrollar lo explicado anteriormente, el presente trabajo se ha dividido capítulos que van, paso a paso, resolviendo la valoración de áreas nuevas de exploración petrolera.

Primeramente, en el presente capítulo: Marco General de la Investigación, se da una visión de conjunto del proyecto: sus objetivos, las razones y motivaciones que lo justifican, los beneficios esperados y los elementos teóricos que lo fundamentan, así como la estructura de este trabajo.

Un segundo capítulo, Introducción a las Opciones Reales y sus Bases Conceptuales en la Teoría de las Opciones Financieras, desarrolla y explica el concepto de Opciones Reales, junto con presentar las bases conceptuales de la Teoría de las Opciones Financieras, como fundamento del cual se deriva la Teoría de las Opciones Reales.

En el tercer capítulo de este trabajo, Bases Conceptuales de las Opciones Reales, se desarrolla en detalle la base analítica, conceptual y metodológica de las Opciones Reales, incluyéndose en esta sección, la explicación de los principales conceptos que sustentan esta teoría y que son el insumo principal para desarrollar una solución al problema objeto de esta tesis. En este capítulo se desarrolla un esquema teórico para la valoración de Opciones Reales bajo múltiples incertidumbres, algunas bajo un comportamiento de evolución continua en el tiempo y otras que evolucionan discontinuamente.

Por su parte, el cuarto capítulo: Desarrollo Metodológico, a partir de las bases teóricas y conceptuales del capítulo anterior, desarrolla una metodología para valorar los proyectos petroleros de áreas nuevas, bajo la teoría de las Opciones Reales, metodología que se aplica al caso de las áreas licitadas en la apertura petrolera venezolana bajo la modalidad de “Exploración a Riesgo”, llegándose a valores que son comparados y

analizados en relación a los que efectivamente se ofertaron en las licitaciones ocurridas en este proceso.

Finalmente se plantean algunas conclusiones y recomendaciones que se estiman importantes, luego de todo este proceso de aproximación y desarrollo conceptual y metodológico aplicado al caso venezolano.

## **CAPÍTULO II**

### **2. INTRODUCCIÓN A LAS OPCIONES REALES Y SUS BASES CONCEPTUALES EN LA TEORÍA DE LAS OPCIONES FINANCIERAS**

#### 2.1. Objetivos del Capítulo

El presente capítulo tiene por objetivo presentar los conceptos fundamentales que dan soporte a la Teoría de las Opciones Reales.

Como las Opciones Reales nacen de las Opciones Financieras, por la analogía estructural que existen entre los fenómenos de negocio que ambas tratan de explicar, se ha considerado que es importante mostrar los conceptos más fundamentales de la teoría de las Opciones Financieras y en este sentido se tiene como uno de los objetivos de este capítulo, el explicar la base teórica más importante de este tipo de Opciones.

#### 2.2. Conceptos Fundamentales de Opciones

##### 2.2.1. El Concepto de Opciones

Como una introducción a los conceptos fundamentales de las Opciones Reales, se desea explicar de la manera más simple pero a la vez rigurosa, los conceptos e implicaciones más importantes de este enfoque conceptual, sobre los cuales se ha construido esta tesis.

Algunos autores, como Amram y Kulatilaka (2000), plantean que las Opciones Reales son toda una filosofía o forma de pensar, la cual, en sus aspectos más importantes, se desea aclarar en este capítulo.

Para ello, se piensa que lo más recomendable es iniciar recordando que es una **Opción**. A modo de definición, se puede decir que una Opción es la posesión de un derecho, pero no la obligación de tomar una determinada decisión a futuro, es decir, que llegado el momento se puede decidir ejercer la Opción, tomando un determinado camino, o no ejercerla, siguiendo por consiguiente otro distinto.

Como se ha dicho en páginas anteriores, esta estructura opera de manera similar a tener la entrada para un futuro espectáculo, pero que llegado el momento y con la información obtenida se decide ejercer la opción e ir al espectáculo, en caso de que todo indique que esta alternativa es la más conveniente, o no ir al espectáculo, en caso contrario.

Esta estructura permite “gerenciar” el riesgo, pagando un seguro que está representado por el precio de la entrada o precio de la opción. De esta manera se está en condiciones de aprovechar solamente lo que sea beneficioso y de descartar las alternativas futuras que perjudican.

La estructura antes descrita tiene muchos antecedentes de carácter histórico, sobre todo en los productos agrícolas donde existen indicios de que ya en la Edad Media se negociaban opciones sobre cosechas a futuro, manejándose de esta manera la incertidumbre sobre los precios.

En la actualidad, son los mercados financieros modernos los que han tenido un gran auge basados en esta forma de hacer negocios, existiendo hoy por hoy opciones sobre acciones, bonos, tasas de interés, monedas, etc., las cuales conviven con opciones sobre productos no diferenciados, o “commodities”, tales como metales, petróleo, semillas y otros productos agrícolas.

La mecánica que rige en estas situaciones, puede fácilmente ejemplificarse con opciones financieras sobre una determinada acción

bursátil. Por ejemplo, un contrato de opciones sobre acciones de una empresa X, le concede al comprador el derecho de adquirir las acciones de la empresa X a un precio determinado y dentro de un lapso también fijo, y esta opción sólo será utilizada (ejercida), si el precio de la acción de la empresa X, a la fecha de ejercer la opción, es en el mercado bursátil superior al pactado en la opción (hay ganancia para el dueño de la opción), si no, se dejará sin efecto, con una pérdida para el comprador de la opción igual al precio de la misma.

### 2.2.2. Las Opciones Reales

Dentro de este contexto, las **Opciones Reales** pueden definirse como la adecuación y aplicación de la teoría y del método de las Opciones Financieras a los Activos no Financieros (Activos Reales).

Para pasar de las Opciones Financieras a las Reales se necesita incluir o considerar la disciplina de los mercados financieros en las decisiones de negocio que hacen las empresas, apoyando de esta manera a los empresarios en la valoración financiera de sus decisiones estratégicas.

Ejemplo de una Opción Real es la que se presenta cuando se genera y comercializa un nuevo producto, el cual da acceso a información y conocimiento de mercado de productos complementarios y relacionados, generando opciones para diversificarse hacia ellos. Para ejemplificar este caso, se tiene que la ropa de golf abre posibilidades para lanzar zapatos y guantes y luego pelotas de golf y palos, todo esto utilizando información y posicionamiento logrado con el primer producto y reforzado con los siguientes (estrategia de diversificación relacionada).

Es posible que el proyecto de lanzamiento del primer producto resulte de Valor Presente Neto negativo y, por lo tanto, no recomendable para ser

desarrollado, pero si se consideran las opciones que genera, seguramente aportará valor para la empresa y, por ende, se justifica su materialización desde el punto de vista económico.

Situaciones como ésta son habituales en estrategia de negocios y también en nuevas áreas empresariales, donde debe invertirse capital de riesgo, como bioingeniería, nuevos materiales, negocios usando tecnologías de la información, etc. En todos estos casos, es de gran utilidad considerar las opciones que se generan a partir de una idea de negocios, de una estrategia novedosa.

En lo que concierne al caso en estudio, la actividad petrolera también es un campo de aplicación amplio de las Opciones Reales, especialmente en el desarrollo de áreas nuevas, donde sólo hay indicios de petróleo (reservas especulativas), las cuales deben someterse al proceso de “comprar información”, de manera de ir reduciendo el riesgo, al tomarse decisiones contingentes a lo que la información va señalando, minimizando de esta forma el elevado riesgo de realizar grandes inversiones de capital sin una contrapartida de hallazgos de hidrocarburos que las justifiquen.

Dado que el petróleo es un commodity, con una importante incertidumbre de mercado, ha habido muchas aplicaciones a este negocio, aunque la inmensa mayoría centradas exclusivamente en la incertidumbre de precios, sin considerar otras fuentes como las de origen geológico y tecnológico.

### Pensar y Actuar en torno a Opciones

Uno de los aspectos más útiles de las Opciones Reales es evaluar el valor financiero de la flexibilidad y, por lo tanto, los beneficios que se pueden obtener al estructurarse las situaciones en base a opciones, a alternativas.

Esto es muy visible en los casos ya mencionados de desarrollos petroleros en áreas nuevas o en proyectos de investigación, pero también lo es en innumerables situaciones empresariales, sociales, familiares y personales, en las cuales el estructurarlas en base a secuencias, que abran más posibilidades en lugar de cerrarlas, puede ser muy beneficioso.

Esta situación obliga a pensar en término de opciones, de posibilidades que se pueden generar hacia el futuro, en lugar de pensar solamente en vías únicas sin alternativas o con menos posibilidades.

En el ámbito de estrategia de empresas, por ejemplo, es muy útil para el éxito de ésta el tomar decisiones que le generen mayores campos de acción y, por lo tanto, una parte fundamental de las estrategias es generar nuevas posibilidades que permitan construir futuro “gerenciando” el riesgo, de manera de minimizar el riesgo de caer en situaciones catastróficas.

El diversificarse en mercados es una típica estrategia que puede pensarse y desarrollarse como una secuencia de opciones. En principio ir a un sólo nuevo mercado con un determinado tipo de producto en la perspectiva de aprender, para luego introducir en ese mercado otros productos, apoyados en el primero, así como también ir a nuevos mercados en base a lo aprendido en la primera experiencia utilizada de prueba.

En este caso, la inversión de penetrar el primer mercado debe evaluarse en su contexto total, como medio de apertura de los demás negocios, es decir, como una secuencia de opciones compuestas.

Situaciones similares ocurren en otros tipos de estrategias, tales como alianzas estratégicas con otras compañías, lanzamiento de nuevos productos, innovación de productos, cambio tecnológico, fortalecimiento organizacional, cambio cultural, etc.

En el área personal, el seguir una carrera profesional con sus diferentes opciones de especialización y desarrollo, así como con su potencial de alternativas de crecimiento personal y profesional en los ámbitos de interés de cada uno de nosotros, es también un ejercicio de opciones compuestas

de aprendizaje que van ocurriendo en el tiempo, donde hay algunos caminos (opciones) que ofrecen mayores beneficios, cualquiera que sea el tipo de éstos que nos interese, o que son más atractivos y valiosos que otros. Estos caminos también pueden ser evaluados con estos conceptos y herramientas.

En el caso de las Opciones Reales, se unen las técnicas de la teoría de las decisiones y con los conceptos de las finanzas modernas, para dar herramientas a fin de evaluar diferentes estructuras de construcción de futuro, sea esta construcción de tipo personal, familiar, social y por supuesto de tipo institucional y empresarial.

Éste es un tema, a juicio del autor de este trabajo, sumamente importante y de gran potencial de desarrollo futuro, el cual hasta la fecha ha sido poco explotado y menos implementado en la práctica, seguramente debido a la complejidad de las matemáticas involucradas en su aplicación y a la falta de desarrollo de un software que haga más simple y práctico su empleo.

### 2.3. Fundamentos de Opciones Financieras

Las Opciones Financieras fueron las primeras en desarrollar un marco conceptual completo y que en mucho cambió los enfoques y paradigmas financieros existentes. Por su parte, las Opciones Reales se desarrollaron utilizando esta base conceptual ya existente. De ahí la importancia de tener un marco de los conceptos fundamentales de las Opciones Financieras, que sirva de base al posterior desarrollo teórico de las Opciones Reales, lo que se hace en el respectivo capítulo.

Como se ha señalado, una Opción Financiera se materializa a través de un contrato entre dos agentes, en el que el comprador adquiere el derecho, pero no la obligación, de comprar (opción tipo Call) o de vender (opción tipo

Put) un determinado activo subyacente (acción, monedas, etc.) a un precio determinado, en (si la opción es de tipo europeo) o durante un período de tiempo (si la opción es de tipo americana), lapso también fijo y específico. En el mismo contrato, el vendedor o emisor se compromete a vender o comprar dicho activo bajo las condiciones establecidas en dicho contrato.

Los activos pueden ser estrictamente financieros, tales como acciones de empresas, tasas de interés, índices bursátiles (en el fondo un portafolio de acciones idéntico al que estructura el índice), divisas; o activos tipo commodities, tales como productos mineros (petróleo, gas, oro, aluminio, plata, etc.) o productos agrícolas (arroz, soya, trigo, maíz, etc.).

Para garantizar el precio de compra o de venta, según el tipo de opción, el comprador debe cancelar una prima (el equivalente a la entrada al espectáculo) que representa el precio de la opción, la cual pasa a poder del vendedor de la opción a cambio de la obligación que asume.

Si la opción puede hacerse efectiva (ejercerse) en cualquier fecha entre la firma del contrato y el día de su expiración, se dice que es de tipo americano. Si por el contrario sólo puede ejercerse en la fecha de su vencimiento, se dice que la opción es de tipo europeo. Hay otros tipos de opciones financieras, en función de su posibilidad de hacerse efectiva, que se consideran como exóticas, como por ejemplo las “bermudinas” las cuales pueden ejercerse sólo en determinados días prefijados, dentro de su lapso de vigencia.

Si bien es cierto que existen muchos tipos de opciones financieras, hay dos que constituyen los bloques fundamentales a partir de los cuales, por combinación, pueden derivarse muchas otras opciones. Éstas son las opciones tipo Call y las tipo Put.

Las **Opciones tipo Call** corresponden a opciones de compra, es decir, que dan derecho a adquirir un activo subyacente o, como se dice en jerga bursátil, a tomar una posición larga si la opción se ejecuta y, por lo tanto, el vendedor de la opción queda obligado a vender el activo subyacente al

precio establecido en el contrato y, por tanto, tener una posición corta o vendedora, en el caso que la opción se haga efectiva.

Por el contrario, la **Opción tipo Put** corresponde a opciones de venta, las cual dan derecho al comprador de la opción a vender un activo subyacente a un precio y en un lapso determinado. En este caso, el comprador asume una posición corta si la opción se materializa, y el vendedor del contrato se obliga a comprar el subyacente, es decir, a asumir una posición larga o compradora si se ejecuta la opción.

Las características de las Opciones Call y Put, en cuanto a derechos y obligaciones de compradores y vendedores, pueden resumirse de la siguiente manera (Cuadro 2-1):

**Cuadro 2-1**  
**Derechos y Obligaciones de Compradores y Vendedores**

<b>OPCION TIPO CALL</b>	
<b>Comprador</b>	<b>Vendedor</b>
Adquiere el derecho a comprar una cantidad acordada de activos financieros concretos, a un precio (E) determinado, dentro de un período fijado.	Toma la obligación de entregar una determinada cantidad de activos financieros concretos, a un precio acordado (E), en el momento en que el Comprador ejerza la opción, dentro del plazo acordado. Por lo cual cobra una prima (C).
<b>OPCION TIPO PUT</b>	
<b>Comprador</b>	<b>Vendedor</b>
Adquiere el derecho a vender una determinada cantidad de un activo financiero concreto, a un precio (E) acordado y dentro de un lapso fijado.	Toma la obligación de recibir una cantidad acordada de activos financieros determinados, a un precio acordado (E), en el momento que el comprador ejerza la opción dentro del lapso estipulado. Por lo cual cobra una prima (C).

Los contratos de opciones financieras se estructuran en base a los siguientes elementos:

- Comprador (Buyer). Es quien adquiere el derecho a comprar (en caso de opción tipo Call) o a vender (si la opción es tipo Put) un activo subyacente dentro de un período de tiempo determinado. Algunas veces se le llama Tenedor o Poseedor (Holder).

- Vendedor (Seller). Es el que tiene la obligación de vender (si la opción es Call) o de comprar (si la opción es de tipo Put), en caso que el comprador decida hacer efectiva la opción. Es decir, que es el actor que tiene la posición contraria al comprador. También recibe el nombre de Emisor (Writer) u Otorgante (Grantor). Este actor recibe la prima del comprador como pago por garantizar el precio del subyacente.

- Prima o Premio (Premium). Constituye el precio pagado por el comprador al vendedor y corresponde a la máxima pérdida potencial para el comprador, dado que si no es conveniente ejercer la opción, por ejemplo en el caso de una opción de compra o Call, donde durante el lapso de validez de la opción siempre el precio de mercado del subyacente está por debajo del precio estipulado en el contrato y, por lo tanto, no es beneficioso ejercerla, el comprador pierde la prima cancelada. En este sentido, es que corresponde a la pérdida máxima que está dispuesto a asumir.

- Activo Subyacente (Underlying). Es el bien o activo financiero objeto del contrato de opción, el cual puede ser comprado (opción Call) o vendido (opción Put) al hacer efectiva la opción.

- Precio de Ejercicio de la Opción (Strike Price). Corresponde al precio sobre el cual el comprador puede ejercer su derecho a comprar o vender el activo subyacente.

- Fecha de Expiración (Expiración Date). Es el último día en que la opción puede ser hecha efectiva y corresponde a la expiración o término del contrato.

En los mercados bursátiles, en donde se negocian opciones tipo Call y Put, los precios de las primas y de los activos subyacentes varían continuamente de manera aleatoria.

Los precios de ejercicio son determinados por los mercados bursátiles y es obligatorio usarlos en los contratos de opciones si la transacción se

desarrolla en mercados organizados, o pueden ser libremente fijados entre las partes, en caso contrario. Se habla de mercado *OTC (Over the Counter)* si la transacción se realiza en mercados extra bursátiles, donde el riesgo de incumplimiento (o riesgo de contrapartida) es asumido por las partes que negocian las opciones, y *Mercados Organizados* cuando se trata de mercados bursátiles donde se minimiza el riesgo de incumplimiento.

Dentro de lo que se conoce como "*Ingeniería Financiera*", se puede estructurar una opción sintética o compuesta que genere el efecto deseado, cuando no es posible comprar en el mercado una opción con un determinado precio de ejercicio.

Para esto, se puede apreciar que el tenedor de una opción puede realizar tres tipos de acciones: a) No hacer nada, es decir dejar que la opción expire; b) Ejercer la opción, lo que implica la compra o venta del subyacente, c) Vender o compensar la opción, lo que supone realizar una acción simétrica a la realizada, es decir, vender una opción idéntica a la adquirida.

Como se ha explicado, la máxima pérdida para el comprador es la prima pagada por la opción, mientras que la pérdida potencial para el vendedor es prácticamente ilimitada. De ahí que se diga que en las opciones, a diferencia de otros tipos de contratos como los de futuros por ejemplo, los riesgos son asimétricos para los actores.

La compra de opciones permite una cobertura para tomar ventaja en los movimientos de los precios de los activos subyacentes. Las opciones tipo Call se utilizan para establecer límites superiores o techos en los precios y las Put para poner límites inferiores o piso.

### 2.3.1. Factores que determinan el Precio de una Opción Financiera

El precio de la opción financiera de venta o tipo Call, corresponde a la prima que el comprador debe pagar y representa la potencial pérdida máxima para el comprador, de manera similar, también significa la ganancia máxima para el vendedor de la opción.

Es la ganancia máxima del vendedor debido a que si la opción es ejercida es porque el precio de mercado del activo subyacente, a la fecha de hacerse efectiva la opción, es igual o mayor al precio de ejercicio fijado en el contrato. Por lo tanto, la ganancia máxima del vendedor sólo se da en el límite en que el precio de mercado y el de ejercicio sean iguales. En los demás casos de ejercicio de la opción, el precio de mercado será superior al fijado en el contrato, diferencia que erosionará los potenciales beneficios del vendedor, pudiendo pasar fácilmente a pérdidas.

A la diferencia entre el precio de mercado y el de ejercicio del subyacente se le llama **Valor Intrínseco** de la opción. El comprador racional sólo hará efectiva la opción si este valor intrínseco es positivo.

La prima de las opciones se determina diariamente, en los mercados organizados, en la Bolsa de Valores y las demás condiciones se fijan en el contrato de la opción, normalmente por los agentes o intermediarios de la Bolsa, pudiendo haber contratos estandarizados y a la medida. Estos últimos se negocian en los mercados OTC (Over the Counter), acordándose especialmente el precio de ejercicio del subyacente y el lapso del contrato.

En los mercados bursátiles competitivos, el precio de las opciones (prima) se determina por el juego de la oferta y la demanda, no existiendo una fórmula única de fijación de primas, aunque es lógico que la prima dependa de la variación esperada que se estima tenga el precio del activo subyacente, variación de precios que se conoce como **volatilidad**. Así también estará fuertemente influido por el tiempo hasta la fecha de expiración del contrato y de manera similar, el precio que se fije al subyacente, bajo o alto, tendrá gran impacto en las primas.

Cuando el precio de mercado del subyacente es igual al precio de ejercicio, el valor de la opción de venta debe ser igual al de compra de la misma opción. Dicho de otra manera, se debería estar dispuesto a pagar el mismo precio por el derecho a comprar o a vender el activo subyacente bajo negociación, cuando su precio de mercado de éste sea el mismo que el de ejercicio.

Como puede verse, los tres elementos esenciales de la prima son: el precio de mercado del subyacente, el tiempo que falta hasta la fecha de expiración y la volatilidad del precio de mercado del activo subyacente.

El precio de la opción o prima se descompone para fines de análisis, en dos elementos: uno es el **Valor Intrínseco (Intrinsic Value)**, ya explicado, y el segundo corresponde al **Valor Tiempo (Time Value)**. Este segundo corresponde a las expectativas de que la volatilidad haga subir el precio de mercado, generando una ganancia mayor al comprador de una Call o a que el precio baje en el caso de una opción Put.

$$P = VI - VT \quad (2-1)$$

Donde P corresponde a la Prima o Precio a pagar por la opción; VI es el Valor Intrínseco y VT es el Valor Tiempo.

El valor intrínseco es igual a la diferencia entre el precio de mercado del activo subyacente y el precio de ejercicio de la opción. Por lo tanto, significa la ganancia que obtendrá el comprador de la opción Call por haber negociado la opción. Si en el momento de la firma del contrato ya el precio de mercado es superior al de ejercicio, el vendedor deberá, como mínimo, cobrar una prima igual a la diferencia de precios y lo normal es que agregue un adicional por las expectativas de variación de precios (valor tiempo), producto de la volatilidad del subyacente.

Por definición, el valor intrínseco corresponde a la siguiente fórmula:

$$VI = PM - PE \quad (2-2)$$

En esta fórmula (2-2) *VI* corresponde al Valor Intrínseco de la opción, *PM* es el Precio de Mercado y *PE* el precio de ejercicio de la opción.

Dado que el precio de ejercicio queda determinado en el contrato de la opción financiera, éste es constante a través de toda la vida de la opción, en el caso de una opción tipo Call o de compra. Mientras más bajo sea el precio de ejercicio, más alta será la prima y en caso opuesto, mientras más alto sea el precio de ejercicio, más bajo será la prima. En el caso de una opción tipo Put, la situación será la contraria, es decir, que a mayor precio de ejercicio menor será la prima y a menor precio de ejercicio, mayor será la prima correspondiente.

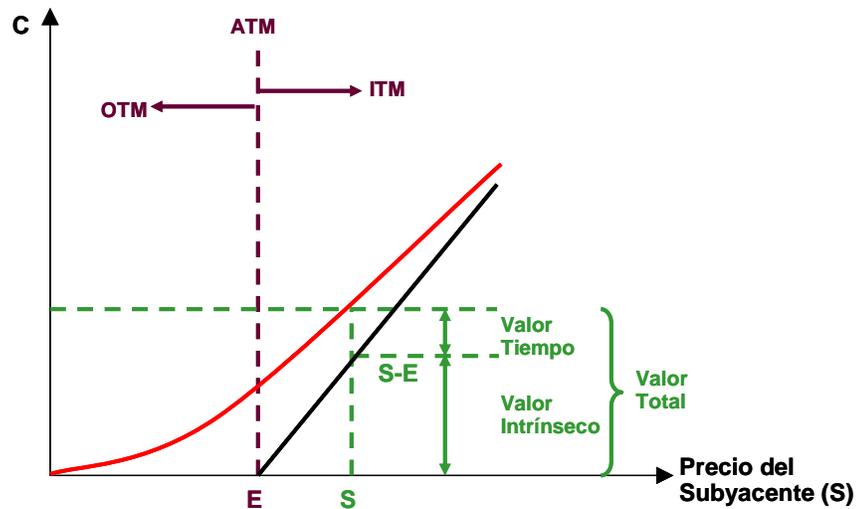
Esto hace que en el mercado de capitales el precio de las opciones tipo Call se mueva en el mismo sentido en que se está moviendo el precio del activo subyacente y lo contrario ocurre en las opciones tipo Put: si el precio del subyacente sube, la prima de la opción baja y si el precio del subyacente baja, el precio de la opción Put (prima) sube.

Cuando el precio de mercado del subyacente está por debajo del precio de ejercicio fijado, la prima de la opción Call llega casi a cero y en caso de opciones sobre acciones, hay que tener en cuenta el pago de dividendos, los cuales son recibidos por el poseedor de la acción, situación que genera una baja en la cotización de la acción luego del pago de dividendos. Esto afecta las primas de opciones sobre acciones, haciendo que sean mayores cuando no hay pago de dividendos y menores cuando si lo hay, si la opción es tipo Call, y ocurrirá lo inverso en el caso de opciones de venta o Put.

Las opciones de compra (Call) tienen valor intrínseco positivo cuando el precio de mercado es mayor al precio de ejercicio. En el caso de una opción de venta (Put), tiene valor intrínseco positivo en la situación opuesta, es decir, cuando el precio de ejercicio es superior al de mercado que tiene el activo subyacente. En el siguiente dibujo (Figura 2-1) se muestra que en una

opción tipo Call pueden darse tres situaciones distintas para el valor intrínseco.

**Figura 2-1 Valor de una Opción Tipo Call**

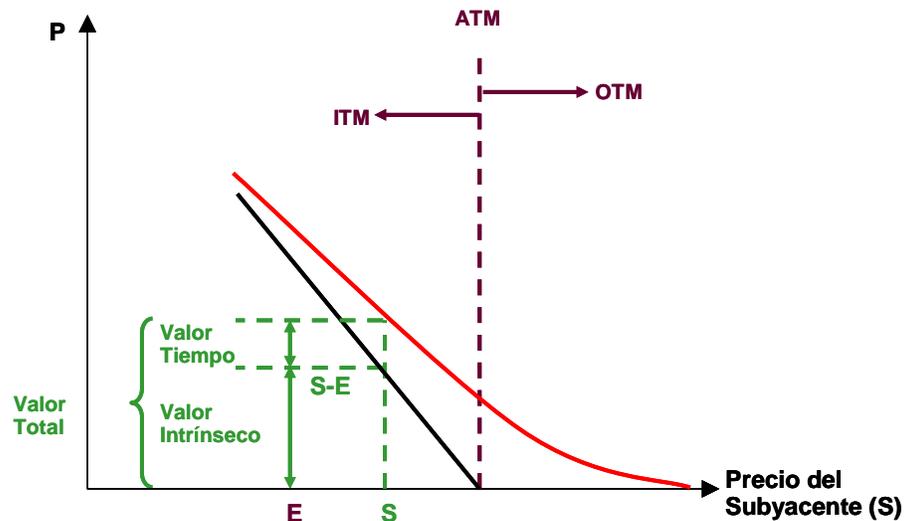


Estas situaciones corresponden a:

- En el gráfico las letras tienen los siguientes significados: C = valor de la Opción Call; E = precio de ejercicio del subyacente, fijado en el contrato; S = precio de mercado del subyacente.
- Valor intrínseco positivo, llamadas *In the Money (ITM)*, en caso de que el precio de mercado del subyacente sea mayor al precio de ejercicio.
- Valor intrínseco cero, o *At the Money (ATM)*, en caso de igualdad entre el precio de mercado del subyacente y el precio de ejercicio.
- Sin valor intrínseco, o *Out of the Money (OTM)*, cuando el precio de mercado del subyacente es menor al precio de ejercicio.

En el caso de opciones tipo Put, la situación es inversa, generándose las tres situaciones que se muestran en el siguiente dibujo (Figura 2-2):

**Figura 2-2 Valor de una Opción Tipo Put**



- Estas situaciones corresponden a:
  - En el gráfico, las letras tiene el siguiente significado: P = valor de la Opción Put; E = precio de ejercicio del la acción del subyacente, fijado en el contrato; S = precio de mercado del Subyacente.
  - Valor intrínseco positivo o *In the Money (ITM)*, cuando el precio de mercado del subyacente es menor al precio de ejercicio.
  - Valor intrínseco cero, o *At the Money (ATM)*, en el caso de igualdad entre el precio de mercado del subyacente y el precio de ejercicio.
  - Sin valor intrínseco, o *Out of the Money (OTM)*, cuando el precio de mercado del subyacente es mayor al precio de ejercicio.

Es decir, que sólo hay valor intrínseco cuando la situación es In the Money. En las demás situaciones ATM y OTM, el valor intrínseco es cero. Si a la fecha de vencimiento del contrato de opción se encuentra ATM u OTM, la opción expirará sin ser ejercida.

El valor tiempo corresponde a la expectativa, en el caso de una opción Call, que tiene el comprador de que el precio de mercado del subyacente suba antes de la fecha de expiración y, por lo tanto, es un adicional sujeto a la incertidumbre del subyacente, a la volatilidad de su precio.

En este sentido, el valor tiempo es un “premio” que se paga por encima del valor intrínseco y como depende de la posibilidad de que el precio de mercado del subyacente suba, en opciones tipo Call, o baje en opciones Put, se le llama también **Valor Extrínseco** de la opción. En situaciones ATM y OTM, la prima es igual al valor tiempo. El valor tiempo va, en general, disminuyendo a medida que la opción se acerca a su fecha de expiración, dado que a menor tiempo, menores son las posibilidades de que el subyacente aumente su precio en el mercado.

$$VT = P - VI \quad (2-3)$$

Esta fórmula esta derivada de la fórmula (1-1) y por lo tanto VT corresponde al Valor Tiempo; P a la prima o precio de la opción y VI al Valor Intrínseco.

Por lo tanto, el valor tiempo es función de los siguientes elementos:

- Tiempo que le queda a la opción hasta su fecha de expiración o vencimiento.
- La volatilidad del precio de mercado del activo subyacente.
- La relación entre el precio de ejercicio y el precio de mercado.
- El costo de oportunidad del dinero, reflejado en este caso en la tasa de interés de papeles libres de riesgo.

- La oferta y demanda sobre la opción.

*El Tiempo de Expiración* de la opción o tiempo hasta su vencimiento afecta el valor de la opción de la siguiente manera: si los demás factores se mantienen fijos, mientras mayor sea el tiempo, mayor será el valor de la opción, sea ésta Call o Put. Esto se debe a que hay mayor tiempo para que el precio del subyacente varíe de forma favorable al comprador de la opción, sin preocuparse si varía en forma contraria, dado que tiene limitada su pérdida y este pago ya está efectuado y, por lo tanto, es un “Costo Sumergido”. Este valor tiempo irá disminuyendo hasta la fecha de expiración, situación en la que será nulo. En este sentido, algunos especialistas hablan de las opciones como *Activos Consumibles*.

*Volatilidad del Precio de Mercado del Activo Subyacente.* Normalmente como volatilidad se considera la variabilidad del precio de mercado, la cual se mide a través de la varianza o de su raíz cuadrada (desviación estándar), en este caso, de los precios del subyacente.

Dado que el comprador de una opción tiene un precio fijo por el activo subyacente (precio de ejercicio), sólo puede beneficiarse con la volatilidad: si es una opción de compra (Call) y la volatilidad lleva al alza los precios del activo subyacente, él hará efectiva la opción beneficiándose con la diferencia entre el precio de mercado y el precio de ejercicio, mientras que si la volatilidad hace bajar los precios del subyacente, él no ejercerá la opción y su pérdida se limitará a la prima ya pagada.

Lo anterior explica la similitud de las opciones con los seguros: la mayor volatilidad implica mayores beneficios potenciales para el comprador y esto hace que mayores volatilidades impliquen mayor prima para la opción y, por supuesto, lo contrario también es válido, menores volatilidades implican menores primas.

*Relación entre Precio de Mercado del Subyacente y Precio de Ejercicio.* Además de factores constantes (seteris paribus), las opciones con valor intrínseco positivo, At the Money (ATM), tendrán más valor que aquellas con valor intrínseco cero o Out of the Money, dado que las probabilidades de que la opción sea ejecutada son altas.

En los mercados de opciones, una de las características que lo hacen más atractivo es el llamado “apalancamiento”, el cual consiste en la posibilidad de controlar recursos de magnitud importante con una inversión relativamente pequeña. Una opción no se negocia por menos de su valor intrínseco, de manera que las primas siempre están por encima del valor intrínseco cuando éste es positivo.

De ahí que opciones con elevado valor intrínseco tienen primas muy altas, lo que reduce las ventajas que normalmente se obtienen con este tipo de contrato, limitándose el mercado de opciones con altos valores intrínsecos. En estos casos, el valor tiempo se reduce, compensando en parte el alto valor intrínseco.

En resumen, opciones con alto valor intrínseco son de primas altas y bajo valor tiempo, aunque falte tiempo para la fecha de expiración.

*Tasa de Interés Libre de Riesgo.* Esta tasa es usada en el cálculo de los valores presentes del precio de ejercicio y de cualquier ganancia potencial futura, dado que la inversión en una opción tiene un costo de oportunidad de usar el dinero en otra alternativa, que en este caso se considera tiene un rendimiento igual a la tasa libre de riesgo, basándose en el principio de *Indiferencia al Riesgo*, que tendrían los inversionistas frente a las opciones.

Además de factores constantes, la tasa de interés libre de riesgo, al subir, hace crecer el precio de la opción tipo Call, al disminuir el valor presente del valor de ejercicio y hace bajar la prima de las opciones Put, por recibirse a futuro un activo con menor valor presente. En la práctica, las variaciones de las tasas de interés han mostrado muy poco efecto sobre la prima de las opciones.

Como valor de la tasa de interés libre de riesgo, se considera a la tasa que pegan, a similar horizonte de tiempo, los bonos del gobierno de los Estados Unidos de Norteamérica, dado que Wall Street es el mercado de capitales más grande del mundo y más cercano a un mercado de competencia perfecta.

Como valor de la tasa de interés libre de riesgo, se considera a la tasa que en el mercado bursátil están pagando, a similar horizonte de tiempo, los bonos del gobierno.

*Oferta y Demanda de la Opción.* Las fuerzas del mercado de las opciones, de manera análoga a cualquier mercado, impactan el precio de las opciones, haciendo subir su precio cuando aumenta la demanda, y bajándolos cuando es la oferta la que crece.

Claro está, que la oferta y la demanda se ven afectadas por el movimiento de los factores antes citados, de manera que si una opción se ve atractiva para su compra, seguramente aumentará la demanda y disminuirá la oferta, impactando los precios al alza. De manera simétrica, si una opción se vuelve poco atractiva para la compra, su demanda disminuirá y es posible que la oferta crezca, bajando las primas de las opciones.

Cuando se trata de opciones sobre acciones bursátiles, también los *Dividendos* afectan su precio. Esto se debe a que el tenedor de la acción recibirá, además de los pagos por la opción, dividendos de parte de la empresa y esto hace que el precio de las opciones de compra (Call) baje cuando hay pago de dividendos antes de ser ejercidas y el de las opciones de venta (Put) suba ante la misma situación, dado que bajará el precio de la acción a la fecha de expiración, luego del pago de dividendos.

*Paridad Put - Call.* Como es lógico, las opciones de compra (Call) y las de venta (Put) están financieramente vinculadas y esto puede verse claramente a través de la llamada paridad Put – Call. Para ello se utilizará la siguiente notación:

S = Precio de mercado del activo subyacente.

E = Precio de ejercicio de la opción.

C = Prima o precio de la opción Call.

P = Prima o precio de la opción Put.

r = Tasa de interés del mercado en rata anual.

t = Tiempo hasta la expiración de la opción.

En este caso, se pueden establecer las siguientes relaciones:

- Emisión o venta de una opción Call.
- Compra de una opción Put del mismo precio de ejercicio y vencimiento que la Call.
- Compra del activo subyacente.
- Tomar una deuda por un monto tal, que a su vencimiento la suma del principal e intereses sea igual al precio de ejercicio.

A continuación en el Cuadro 2-2, se presentan estas operaciones y, como resultado la paridad Put - Call. En él puede verse que, sea cual sea la evolución del subyacente, el resultado final es nulo o de equilibrio. Es importante tener claro, que esta paridad es válida para opciones de tipo europeo, es decir, para aquéllas que sólo pueden ser ejercidas en el día de su expiración.

**Cuadro 2-2 Paridad Put – Call**

<b>TABLA DE ARBITRAJE</b>	<b>FLUJOS DE CAJA</b>		
Operación	Momento Actual	Fecha de expiración $S < E$	Fecha de expiración $S > E$
Emisión de Call	$C$		$E - S$
Compra de Put	$-P$	$E - P$	
Compra de una Acción	$-S_0$	$S$	$S$
Endeudamiento	$E(1+r)^{-t}$	$-E$	$-E$
Resultado Total	$C - P - S_0 + E(1+r)^{-t}$	0	0
$C - P - S - E(1+r)^{-t} = 0$	$C = P + S - E(1+r)^{-t}$ $P = C - S + E(1+r)^{-t}$		

Fuente: Mascareñas Pérez-Iñigo, Juan, 2001

De esta tabla también pueden deducirse las siguientes implicaciones o consecuencias:

- La compra de una opción tipo Call equivale a comprar una tipo Put más el correspondiente activo financiero subyacente y a endeudarse por un monto igual al precio de ejercicio de la opción Call, este último actualizado a la tasa de la deuda.
- La compra de una opción Put es equivalente a la compra de una Call, junto con vender el activo subyacente y dar un préstamo por un

monto que a su vencimiento, el capital más los intereses generados sea igual al precio de ejercicio.

De la paridad Put - Call se desprende la siguiente ecuación:

$$S = C - P + E * (1 + r)^{-t} \quad (2-4)$$

Donde la compra del activo subyacente es equivalente a la compra de una Call, junto con la venta de una Put y además hacer un préstamo por una cantidad equivalente a que la suma del capital más los intereses sea igual al precio de ejercicio de la opción Call.

La construcción de la ecuación anterior se denomina *Construcción Sintética* de la compra de un activo subyacente y es una manera posible de hacerlo, como equivalente financiero, en virtud de las propiedades de las opciones o *Instrumentos Derivados*<sup>5</sup> (*Derivatives*).

### 2.3.2. Estrategias Típicas con Opciones Financieras

Dada la gran versatilidad y flexibilidad de las opciones, es posible estructurar innumerables combinaciones o posiciones financieras (estrategias), según el perfil de riesgos de cada inversionista. Si además se combinan con contratos a futuro, se incrementan considerablemente las posibilidades de adaptación a las particularidades de cualquier mercado financiero o de cualquier inversionista.

Es así como estas estrategias se convierten en una útil y potente herramienta para materializar diversas ideas creativas de cómo sacar

---

<sup>5</sup> Se conocen como Instrumentos Derivados a todo este conjunto de activos financieros como las opciones, futuros, etc. debido a que su valor está DERIVADO, es decir, es función de los activos subyacentes y no de ellos mismos.

provecho, anticipándose a los movimientos del mercado bursátil. Estas estrategias se clasifican en simples o básicas, sintéticas y complejas.

### Posiciones Básicas

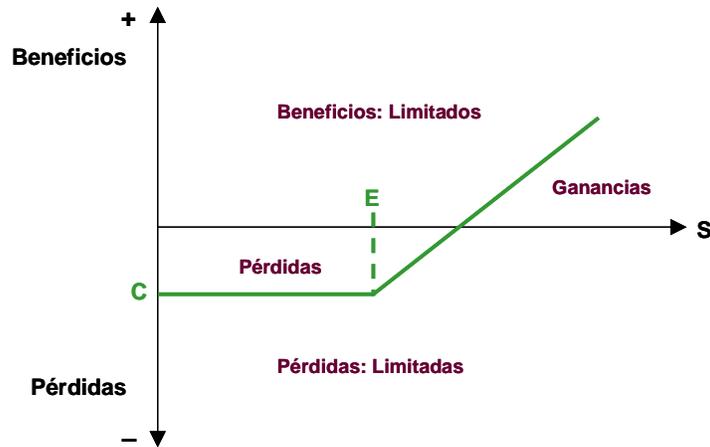
Las estrategias simples o básicas de las opciones financieras son cuatro, a saber:

- Compra de una opción de compra o Call.
- Venta de una opción de compra (Call).
- Compra de una opción de venta o Put.
- Venta de una opción de venta (Put)

Como se ha comentado, la **Compra de una Opción Call** potencialmente puede generar ganancias ilimitadas, mientras que las pérdidas máximas se limitan a la prima. Los beneficios crecen linealmente con el aumento de los precios del activo subyacente, por lo que esta posición financiera es la más recomendable en mercados alcistas.

En el siguiente dibujo (Figura 2-3) se representa la gráfica de beneficios de una opción tipo Call, versus el precio del activo subyacente, donde las ganancias del comprador son las pérdidas del vendedor y viceversa.

Figura 2-3 Compra de una Opción Tipo Call



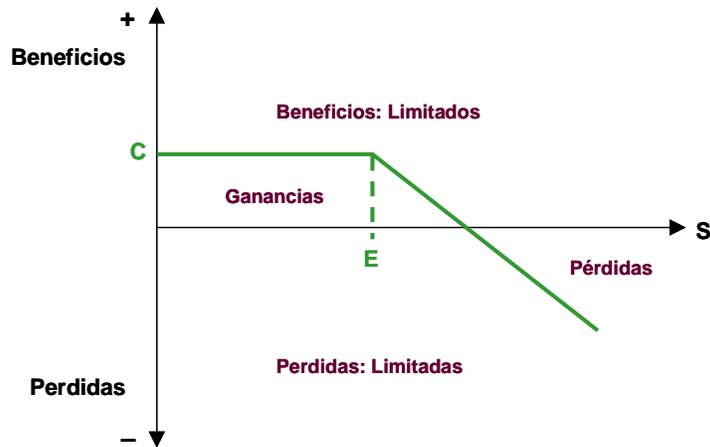
La ecuación del beneficio es, en este, caso la siguiente:

$$\begin{aligned} \text{Beneficio} &= -C_{cc} \\ \text{Beneficio} &= S - (C_{cc} + E_{cc}) \end{aligned} \quad (2-5)$$

Si  $S < C$  se cumple la primera ecuación, si no,  $S > \text{ó} = C$ , la válida es la segunda ecuación.

Por su parte, la **Venta de una Opción Call** genera beneficios limitados, como máximo la prima cobrada, a la vez que las pérdidas pueden ser ilimitadas. Es la posición totalmente complementaria a la compra de la opción Call. Esta posición se muestra en la siguiente gráfica (Figura 2-4):

**Figura 2-4 Venta de una Opción Tipo Call**



Como puede verse, los beneficios se generan cuando los precios del subyacente están a la baja, por lo que esta posición es recomendable cuando los mercados están a la baja. Claro está, que hay que mencionar que la estrategia de compra de una opción Put es menos arriesgada que ésta e igualmente protectora en el caso de mercados a la baja.

La ecuación de beneficios de la venta de una opción Call es la siguiente:

$$\begin{aligned}
 \text{Si } S > E_{vc} \text{ entonces } B_{vc} &= -C_{vc} \text{ y} \\
 \text{Sí } S < E_{vc} \text{ entonces } B_{vc} &= (C_{vc} + E_{vc}) - S \quad (2-6)
 \end{aligned}$$

Donde  $B_{vc}$  corresponde al beneficio generado por la venta de una opción Call;  $C_{vc}$  es la prima por la venta de la opción Call;  $E_{vc}$  es el valor de

ejercicio de la misma opción y  $S$  es el precio de mercado del activo subyacente.

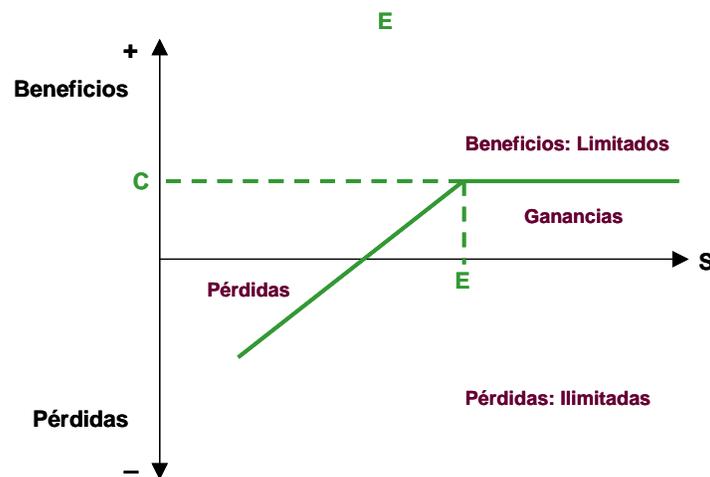
Otra posición simple corresponde a la **Venta de una Opción Put**. Esta estrategia proporciona beneficios limitados al monto de la prima ( $C$ ) cobrada por la opción, en cambio las pérdidas pueden ser ilimitadas.

Como los beneficios de esta posición simple se logran en mercados que tienden al alza, lo recomendable es utilizarla cuando existan estas expectativas con respecto al mercado.

Esta posición es más arriesgada que su equivalente recomendada para mercados al alza, la cual ha sido mencionada como la compra de una opción Call. Dado lo ilimitado de las pérdidas cuando se vende una opción Put, el único posible beneficio es el de recibir de inmediato el monto de la prima.

En el siguiente gráfico (Figura 2-5) se muestra la estructura de beneficios de este tipo de estrategia simple:

**Figura 2-5 Venta de una Opción Tipo Put**

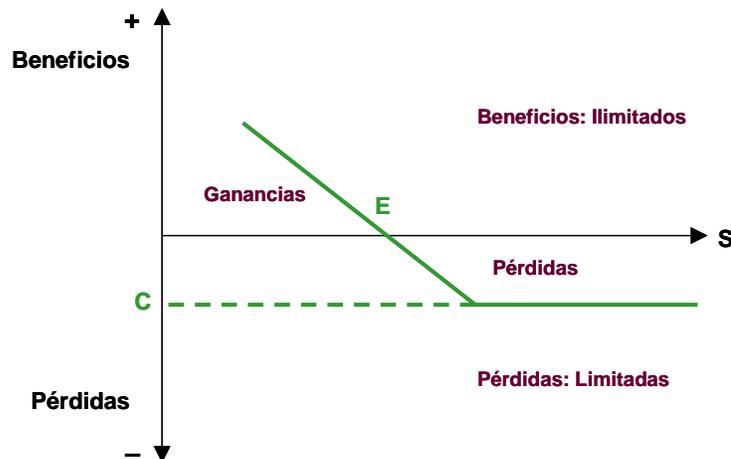


A continuación se muestran las ecuaciones que permiten calcular los beneficios de esta posición. La nomenclatura es la misma utilizada anteriormente, con subíndices vp (venta opción Put):

$$\begin{aligned} \text{Sí } S < E_{vp} \quad \text{entonces } B_{vp} &= S - (E_{vp} - C_{vp}) \\ S > E_{vp} \quad \text{Entonces } B_{vp} &= C_{vp} \end{aligned} \quad (2-7)$$

La última estrategia simple corresponde a la **Compra de una Opción Put**, en la cual se limitan las pérdidas al monto de la prima y, por el contrario, los beneficios pueden ser ilimitados. Como los beneficios aumentan con la disminución de los precios del activo subyacente, esta posición es aconsejable con mercados que se mueven a la baja, lo cual es similar al caso de la venta de una opción Call, sólo que en este caso, el riesgo es mucho menor, dado que las pérdidas están limitadas al valor de la prima, en comparación a pérdidas ilimitadas en el caso de la venta de la opción Call. A continuación (Figura 2-6) se muestra la estructura de pérdidas y beneficios de esta estrategia simple

**Figura 2-6 Compra de una Opción Tipo Put**



Las ecuaciones que permiten calcular los beneficios de esta posición se muestran en las siguientes fórmulas, donde la nomenclatura es la misma utilizada anteriormente, con subíndices cp (compra opción put):

$$\begin{aligned}
 \text{Si } S > E_{cp} & \text{ entonces } B_{cp} = (E_{cp} - C_{cp}) - S \\
 \text{Si } S < E_{co} & \text{ entonces } B_{cp} = -C_{cp}
 \end{aligned}
 \tag{2-8}$$

En resumen, los beneficios que potencialmente puede generar este conjunto de estrategias simples lo mostramos en el siguiente cuadro (Cuadro 2-3):

**Cuadro 2-3 Beneficios de las Estrategias Simples**

<b>ESTRATEGIA O POSICION</b>	<b>BENEFICIO SI S &lt; E</b>	<b>BENEFICIO SI S &gt; E</b>
<b>Compra de una CALL</b>	$= -C_{cc}$	$= S - (C_{cc} + E_{cc})$
<b>Venta de una CALL</b>	$= C_{vc}$	$= (C_{vc} + E_{vc}) - S$
<b>Compra de una PUT</b>	$= (E_{cp} - C_{cp}) - S$	$= -C_{cp}$
<b>Venta de una PUT</b>	$= S - (E_{vp} - C_{vp})$	$= C_{vp}$
<b>Compra de un activo</b>	$= S - P_{activo}$	$= S - P_{activo}$

### Posiciones Sintéticas

Utilizando la mezcla de opciones Call y Put y a veces combinándolo con acciones y o futuros, se pueden generar distintos tipos de posiciones, las cuales pueden ser diseñadas a la medida de las necesidades de los inversionistas, considerando su actitud frente al riesgo y, por lo tanto, las

expectativas, al alza o a la baja, que se tenga de los mercados de los activos subyacentes involucrados.

Cuando la combinación de posiciones simples sea otra posición simple, se está ante una estrategia o posición denominada sintética. En estos casos, no existe un solo contrato, sino que se materializa a través de un conjunto de varias estrategias simples.

La estructura genérica de estas posiciones sintéticas puede expresarse mediante la siguiente ecuación, donde los signos positivos implican compras y los negativos ventas:

$$\text{Futuro} / \text{Acciones} + \text{Put} - \text{Call} = 0 \quad (2-9)$$

De esta fórmula se derivan seis alternativas posibles de estrategias sintéticas:

- Compra de futuros equivalente a la compra de una opción Call y venta de una Put.
- Venta de un futuro igual a la compra de una Put más la venta de una Call.
- Compra de una Call equivalente a la compra de un futuro y de una Put.
- Venta de una Call: venta de un futuro y de una Put.
- Compra de una Put: compra de una Call y venta de un futuro.
- Venta de una Put: compra de un futuro y venta de una Call.

Cuando se utilizan posiciones de contado, compra o venta de acciones, junto con opciones Call y Put, se consigue reproducir estrategias sintéticas simples. Éste es el caso de posiciones tales como las llamadas “Call cubiertas” y “Put protectora”.

La **Call Cubierta** corresponde a la compra de acciones y venta simultánea de un número equivalente de opciones Call o la venta de opciones Call contra las acciones que ya se tienen en la cartera.

Las características más importantes de esta estrategia son las que se mencionan a continuación:

- Mejora en la rentabilidad al generarse un flujo de efectivo inmediato, producido por la prima cobrada por la venta de las opciones.
- Retrasa la llegada de las pérdidas derivadas de las bajas de los precios, de la baja del precio del activo subyacente.
- Genera una atractiva rentabilidad, si el precio del subyacente se mantiene constante.
- Es una estrategia recomendable para mercados estables o moderadamente alcistas.

Los beneficios de esta estructura se pueden calcular mediante la siguiente ecuación:

$$S < E_{vc} \quad B_{call\_cubierta} = C_{vc} + S - P_{accion}$$

$$\text{Si } S > E_{vc} \quad B_{call\_cubierta} = S - P_{accion} + (E_{vc} + C_{vc}) - S \quad (2-10)$$

$$B_{call\_cubierta} = (E_{vc} + C_{vc}) - P_{accion}$$

Un ejemplo de una posición Call Cubierta es el siguiente:

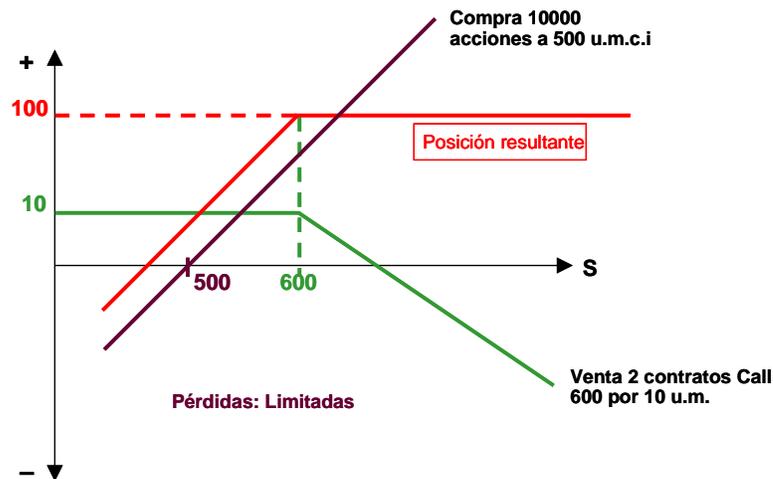
- Comprar 1000 acciones a 500 unidades monetarias cada acción.
- A la vez, se venden dos opciones Calls - cada contrato por 500 acciones - a un precio de ejercicio de 600 u.m., con una prima de 10 u.m. por acción.

El costo de la operación es:

- Por la compra de las acciones:  
1000 acc. x 500 u.m. c.u. = 500.000,00 u.m.
- Por la venta de dos opciones Calls:  
2 contratos x 10 u.m. x 500 acciones = 10.000,00 u.m.

En el siguiente dibujo (Figura 2-7) se muestra esta estrategia, en la cual se puede apreciar que la posición resultante es idéntica a la de la venta de una opción Put.

**Figura 2-7 Call Cubierta**



Aplicando estas fórmulas al ejemplo se tiene:

$$\text{Para } S < E_{vc} \quad \text{Beneficio} = 10 + S - 500 = S - 490$$

$$\text{Para } S > 0 = E_{vc} \quad \text{Beneficio} = 600 + 10 - 500 = 110 \text{ u.m.}$$

Por su parte, la **Put Protectora** se estructura con un número determinado de acciones y la adquisición simultánea de opciones Put equivalentes a las acciones adquiridas. En este caso, las características fundamentales de esta estrategia son:

- Los beneficios por aumento del precio, se reducen por el costo de la prima, aunque éstos son limitados.

- Pérdidas máximas limitadas a la prima pagada por las opciones Put. Junto a esto, con las opciones Put se asegura un precio mínimo de venta.

- Esta estrategia es muy conveniente como cobertura en situación de incertidumbre del mercado y puede ser entendida como un seguro a todo riesgo para la inversión en acciones.

- Es frecuente que se financien las primas con los dividendos recibidos, ya que el propietario de las acciones los continúa recibiendo hasta el momento de ejercer el derecho de venta de las mismas.

Los beneficios de esta estructura se pueden calcular mediante la siguiente ecuación:

$$\begin{aligned}
 S < E_{cp} \quad B_{put\_protectora} &= S - P_{accion} + (E_{cp} - C_{cp}) - S \\
 \text{Si } B_{put\_protectora} &= (E_{cp} - C_{cp}) - P_{accion} & (2-11) \\
 S > E_{cp} \quad B_{put\_protectora} &= S - P_{accion} - C_{cp}
 \end{aligned}$$

### Posiciones Complejas

Cuando el resultado de estructurar una combinación de estrategias básicas no es otra posición simple, sino otra diferente y a veces muy distinta, se habla de posiciones o estrategias complejas.

Con el tiempo y en virtud de necesidades de los inversionistas y situaciones de mercado específicas, se han diseñado un conjunto de posiciones complejas, las cuales llevan ya nombres típicos en función de la forma del gráfico resultante. Es así como existen mariposas, conos, túneles, cunas, etc., sólo por nombrar las más usadas, pero reconociendo que en la práctica pueden estructurarse un gran número de estrategias complejas,

pudiéndose construir cualquier posición en función de las expectativas de rentabilidad, riesgo y comportamiento esperado del mercado.

Como un ejemplo, se puede exponer el siguiente caso: supóngase que un inversionista desea asegurar la venta de unas acciones dentro de un rango de precios. Para ello, puede estructurar una estrategia de túnel o spread, que en esta situación específica sería lo que se llama un túnel vendido o spread alcista, el cual consiste en la venta de una Call Out of the Money o Call Cubierta por un monto equivalente al número de acciones que se desea cubrir y simultáneamente, la compra de un opción Put Protectora, por lo tanto también de valor equivalente a las acciones.

En esta estrategia, es requisito que el precio de ejercicio de la Call sea superior al de la Put. De esta manera, la Put limita las pérdidas de la posición ante escenarios de caída de precios de las acciones, al mismo tiempo que la Call reduce el costo de la Put. Claro está, que en esta situación, al reducirse los riesgos, también se reducen los beneficios de la posición en el caso de un alza del mercado bursátil.

Los atributos más importantes de esta estrategia corresponden a:

- Asegura un piso al valor de una cartera de acciones, al mismo tiempo que deja abierta la posición para beneficiarse de una posterior alza del mercado.
- Corresponde a una estrategia de cobertura de reducido costo, que incluso puede ser nulo y en casos extremos, obtener una prima neta, en función de los precios que se seleccionen.
- Las ganancias están limitadas y la rentabilidad es menor a la de una Call Cubierta o de una Put Protectora, pero a cambio de esta reducción relativa de la rentabilidad potencial, también se disminuyen los riesgos de pérdidas, las cuales con esta posición quedan determinadas por el piso fijado.

- Es una estrategia a ser utilizada en mercados inestables, puesto que da mayor seguridad y protege cuando no hay expectativas alcistas muy probables.

Un ejemplo numérico de esta estrategia es el siguiente:

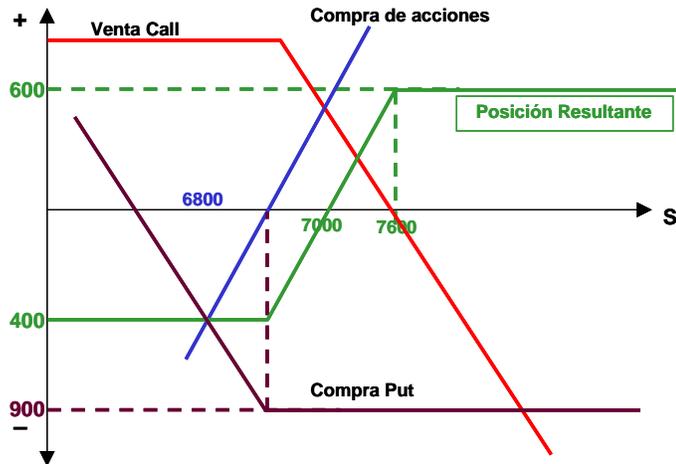
- Compra de 100 acciones por 7.000 u.m.
- Venta de una Call a un precio de ejercicio de 7.600 u.m. con una prima de 700 u.m.
- Compra de una opción Put a un precio de ejercicio de 7.000 u.m. con una prima de 900 u.m.

El resultado o precio neto es de 200 u.m. (900 - 700 u.m.) por acción, para un total de 20.000 u.m. y el costo total de la operación es:

- Compra de acciones: 100 acciones x 7.000 u.m. = 700.000 u.m.
- Venta opción Call: 1 contrato x 700 u.m. x 100 acc. = -70.000 u.m.
- Compra de una Put: 1 contrato x 900 u.m. x 100 acc = 90.000 u.m.
- Inversión neta = 720.000 u.m.

El siguiente dibujo (Figura 2-8.) muestra el comportamiento de esta estrategia. En él puede verse que cuando el precio de la acción está entre 7.000 y 7.600 u.m. no se ejercen las opciones, ni la Put ni la Call.

Figura 2-8 Call Cubierta



Esta posición es recomendable cuando el mercado tiene expectativas alcistas, especialmente cuando se está llegando a un punto de límite de crecimiento, lo cual genera una situación de incertidumbre.

Las ecuaciones para calcular los beneficios de esta posición pueden derivarse fácilmente a partir de los beneficios de las posiciones simples que la estructuran, beneficios que se indicaron en el Cuadro 2-3. Estas ecuaciones son:

- Si  $S < E_{cp} < E_{vc}$  se tiene:  

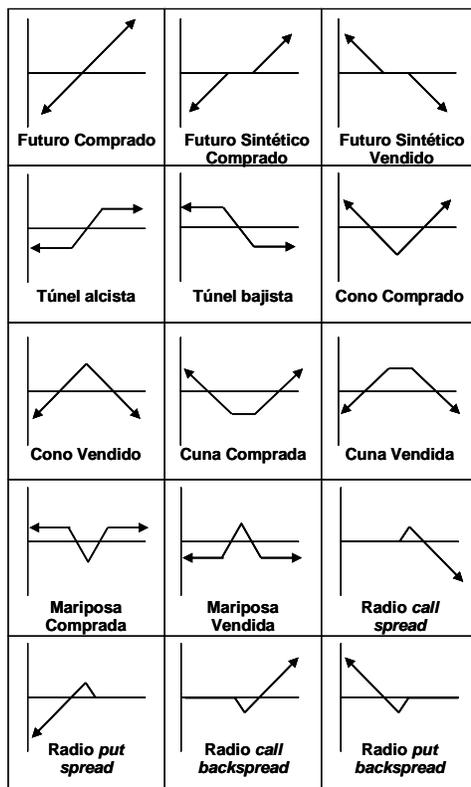
$$\text{Beneficio} = S - P_{accion} + C_{vc} + (E_{cp} - C_{cp}) - S = C_{vc} + E_{cp} - C_{cp} - P_{accion} \quad (2-12)$$
- Si  $S > E_{cp}$  pero  $S < E_{vc}$  se tiene:  $\text{Beneficio} = S - P_{accion} - C_{cp} + C_{vc} \quad (2-13)$
- Si  $S > E_{vc} > E_{cp}$  se tiene:  

$$\text{Beneficio} = S - P_{accion} + (E_{vc} + C_{vc}) - S - C_{cp} = E_{vc} + C_{vc} - C_{cp} - P_{accion} \quad (2-14)$$

A continuación se enumeran algunas estrategias complejas usuales en los mercados de opciones:

- Túnel o spread alcista
- Túnel o spread bajista
- Cono o straddle comprado
- Cono o straddle vendido
- Cuna o strangle comprada
- Cuna o strangle vendida
- Mariposa o butterfly comprada
- Mariposa o butterfly vendida
- Razón Call spread
- Razón Put spread
- Razón Call backspread
- Razón Put backspread
- Las cuales se muestran en el siguiente dibujo (Figura 2-9):

**Figura 2-9 Estrategias más frecuentes en Opciones Financieras**



Nota: García Machado, Juan José; 2001

### 2.3.3. Valoración de Opciones Financieras

La solución a la valoración de las primas a pagar por las opciones financieras es uno de los asuntos que más ha influido en las finanzas modernas, modificando la tradicional valoración basada en flujos de efectivo.

La valoración de las opciones fue resuelta por primera vez, tal como se ha comentado en la sección de justificación de esta tesis, en 1973 por Fisher Black y Myrón Scholes. Este modelo continúa utilizándose ampliamente,

aunque hoy en día se han derivado otras ecuaciones y muchos métodos basados en análisis numérico.

Aquí se incluyen dos de los métodos básicos de valoración, que aclaran los aspectos fundamentales de la valoración de opciones. Estos métodos son los de Black-Scholes y el de Cox, Ross y Rubinstein<sup>6</sup>.

### Modelo de Black-Scholes

Este modelo se basa en el siguiente conjunto de hipótesis:

- El mercado de capitales cumple con los principios de la competencia perfecta y, por lo tanto, no hay límites para solicitar dinero en préstamo, al mismo tiempo que se pueden prestar los excedentes de dinero a la tasa libre de riesgo, la cual es conocida y constante en el período de evaluación considerado.
- No existen costos de información y transacción.
- No hay impuestos que afecten las transacciones y las ganancias y pérdidas de los actores.
- Aunque esta restricción ha sido levantada, en el modelo original se consideraba que no había pago de dividendos en el período de evaluación o de vida de la opción.
- La distribución de probabilidades que sigue el precio del subyacente es log normal, con varianza de los rendimientos ( $\sigma^2$ ), y corresponde a una variable estocástica que es proporcional al tiempo ( $\sigma^2 t$ ).

---

<sup>6</sup> Esta sección se basa en los desarrollos de Casanovas, Montserrat (1992) y Lamothe, Prosper (1993).

- El mercado de las opciones es continuo.

Este modelo se desarrolló inicialmente para opciones del tipo europeo sobre acciones, pero luego ha sido extendido y adecuado a otros activos financieros como divisas.

La valoración de Black-Scholes se basa en la estructuración de una cartera gemela o de réplica, construida con opciones europeas sobre acciones, y por las acciones que constituyen el activo subyacente de esas opciones.

Para facilitar la comprensión de esta fórmula de valuación, se comenzará por la hipótesis de certeza, aplicada al caso de la compra de una opción de compra, es decir, una opción tipo Call.

El beneficio (B) teórico de una opción a su vencimiento, es la diferencia entre el precio de mercado del activo subyacente (S) y el precio de ejercicio (E) acordado en la operación, lo cual se expresa matemáticamente en la siguiente ecuación:

$$B = S - E \quad (2-15)$$

Llevados estos valores al momento en que se toma la decisión o se negocia la opción, y considerando un tiempo de expiración de  $t$ , se tiene:

$$Be^{-rt} = (S - E)e^{-rt} = S_0 - Ee^{-rt} \quad (2-16)$$

Donde  $r$  es la tasa de interés libre de riesgo,  $e$  la base de los logaritmos neperianos (2,71828...) y  $S_0$  es el precio del activo subyacente, acción por ejemplo, en la fecha de decisión de compra de la opción Call.

Este beneficio potencial puede considerarse como el valor de la opción: cuánto pagar como prima por la opción, lo cual sería igual al valor actualizado a la tasa libre de riesgo de la diferencia entre el precio del subyacente y el precio de ejercicio.

Como estos precios no pueden predecirse exactamente (tienen incertidumbre), el análisis de Black y Scholes considera las probabilidades de lograr esos precios. De manera análoga, para eliminar el riesgo derivado de

los cambios del precio de las acciones (S), este modelo plantea la construcción de una cartera de réplica a la opción, estructurada en base a acciones y opciones emitidas contra esas opciones, cartera que se conforma en proporciones que dan la misma volatilidad.

Para ilustrar esta situación, se considerará un sólo período de tiempo, siendo  $p$  la probabilidad de que el precio de la acción  $S$  aumente a  $S_a$  y  $1-p$  la probabilidad de que la acción baje a un precio  $S_b$ . De manera similar, se llamará  $C_a$  y  $C_b$  a las primas de la opción en ambos escenarios de cambio del precio de la acción subyacente.

Se llama “Razón de Cobertura” (*Hedge Ratio*) a la relación entre ambas variaciones, denominada  $h$ , la cual expresada como ecuación corresponde a:

$$h = \frac{C_a - C_b}{S_a - S_b} \quad (2-17)$$

De manera que si se desea estar en una posición de indiferencia al riesgo, como hacer un cambio de ejes que elimine el efecto del riesgo del precio de las acciones, la proporción entre las acciones a poseer y las opciones emitidas deben ser  $h$ . De esta manera, los resultados positivos o negativos de la opción se compensan automáticamente con la variación del precio de las acciones.

Manteniendo permanentemente esta posición durante el lapso de validez de la opción, la rentabilidad de la cartera es independiente de los cambios en el precio de las acciones y, por lo tanto, se está en una situación de indiferencia al riesgo que, entre otras cosas, permite utilizar en los cálculos la tasa libre de riesgo.

A continuación se ilustra esto a través de un ejemplo. Supongamos que una acción que hoy tiene un precio de 100 u.m. (S), precio que puede subir a 120 u.m. ( $S_a$ ) o bajar a 80 u.m. ( $S_b$ ), la tasa libre de riesgo es 10% anual y el

precio de ejercicio (E) de la opción es 100 u.m. Con estas cifras se aprecia que el valor de la opción en el escenario alto es  $C_a = 20$  u.m. ( $Max[0; S - E]$ ). Si se construye una cartera con la venta de una opción Call (posición corta), la compra de h acciones (posición larga) o viceversa, el valor de la cartera tendrá el siguiente comportamiento:

$$h = \frac{20 - 0}{120 - 80} = 0,5$$

A su vez, el valor teórico de la opción es:

$$C = \frac{p(Max[0; S_a - E]) + (1 - p)(Max[0; S_b - E])}{(1 + r_f)} \quad (2-18)$$

Es decir,

$$C = \frac{0,75 * (Max[0; 120 - 100]) + 0,25 * (Max[0; 80 - 100])}{1,1} = 13,64$$

Las probabilidades corresponden a las llamadas probabilidades libres de riesgo, dadas por la fórmula<sup>7</sup>:

$$p = \frac{(1 + r_f) - b}{a - b} \quad (2-19)$$

¿Qué pasa si en el mercado la opción Call se cotiza en 15 u.m?: se vende la opción a 15 u.m. y se compran 0,5 acciones del subyacente, lo que significa un flujo de caja de  $15 - 0,5 \times 100 = -35$ , suma que se financia a la tasa libre de riesgo, es decir, un 10% con los siguientes resultados:

- Escenario Alto. Al final del período, la acción tiene un precio de 120 u.m. Se ejerce la opción y se pierden 20 u.m. ( $100 - 120$ ), se vende la acción comprada  $120 \times 0,5 = 60$  u.m., se paga el crédito  $35 \times 1,1 = 38,5$  u.m., lo cual arroja un beneficio total de  $60 - 20 - 38,5 = 1,5$  u.m.

---

<sup>7</sup> Más adelante se justifican y explican las probabilidades libres de riesgo

- Escenario Bajo. Al final del período, la acción tiene un precio de 80 u.m. Por lo tanto, la opción no se ejerce (precio de ejercicio 100), se vende la acción comprada  $0,5 \times 80 = 40$  u.m., se paga el crédito  $35 \times 1,1 = 38,5$  u.m. y el beneficio total es de  $40 - 38,5 = 1,5$  u.m.

Se puede ver que siempre, en cualquier escenario, el beneficio es el mismo y que equivale al valor futuro de la diferencia entre el precio de mercado bursátil y el teórico de la opción:

$$\text{Beneficio} = (15 - 13,64) * 1,1 = 1,5$$

Utilizando estos conceptos y bajo la hipótesis de que el precio de las acciones es una variable aleatoria continua, con una distribución de frecuencias del tipo log normal de media constante y varianza proporcional al tiempo, el riesgo también está neutralizado, si se ajusta continuamente la posición de cobertura. Bajo estos supuestos, se plantea la ecuación de Black y Scholes para el cálculo de primas en opciones, la cual es:

$$C = S N(d_1) - E e^{-r_f t} N(d_2) \quad (2-20); \text{ donde}$$

$$d_1 = \frac{\ln(S/E) + (r_f + \sigma^2/2)t}{\sigma\sqrt{t}} \quad (2-21) \quad \text{y}$$

$$d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{t} \quad (2-22)$$

En estas ecuaciones,  $N(d_1)$  y  $N(d_2)$  son las funciones de densidad de probabilidades de las variables  $d_1$  y  $d_2$ ,  $t$  tiempo que falta hasta la expiración de la opción y los demás parámetros tienen los mismos significados ya definido anteriormente.

La primera parte de la ecuación de Black y Scholes,  $SN(d_1)$ , corresponde al valor esperado si  $S > E$  en la fecha de expiración de la opción, mientras que la segunda expresión de la ecuación,  $E e^{-r_f t} N(d_2)$ , es el valor presente de la inversión correspondiente al precio de ejercicio (E)

multiplicado por la probabilidad de que  $S > E$  a la fecha de expiración. Ambas probabilidades calculadas bajo la condición de neutralidad al riesgo.

Para la aplicación práctica de esta fórmula se utiliza la volatilidad histórica del precio de los activos subyacentes. En algunos casos, en los cuales no se tiene información, se estima la volatilidad utilizando modelos del tipo Monte Carlo.

Las fórmulas (2-19) y (2-20) son totalmente análogas. La diferencia está solamente en las funciones de densidad de probabilidad, que tienen valores entre 0 y 1 y actúan como factores de ponderación. Por lo tanto, en caso de certeza, estos factores serían 1 y la fórmula (2-20) se convierte en la (2-19).

Las funciones de densidad pueden obtenerse de tablas o calcularse mediante las siguientes fórmulas:

$$N(d) = 1 - Z(d) * (a_1 k + a_2 k^2 + a_3 k^3) \quad \text{si } d \geq 0 \quad (2-23) \text{ y}$$

$$N(d) = 1 - N(-d) \quad \text{si } d < 0 \quad (2-24)$$

Donde:

$$k = \frac{1}{1 + bd} \quad (2-25)$$

con:

$$\begin{aligned} b &= 0,33267 \\ a_1 &= 0,4361836 \\ a_2 &= -0,1201676 \\ a_3 &= 0,937298 \end{aligned} \quad (2-26)$$

$$Z(d) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-(d^2/2)}$$

Para la compra de una opción del tipo Put, la ecuación Black y Scholes se cambia a:

$$P = Ee^{-r_f t} [1 - N(d_2)] - S [1 - N(d_1)] \quad (2-27)$$

En caso de dividendos y siempre que éstos sean constantes como proporción del precio de mercado del activo subyacente ( $d = \text{Dividendos} / \text{Precio\_del\_Activo\_Subyacente}$ ), la fórmula se modifica de la siguiente manera:

$$C = S e^{-dt} N(d_1) - E e^{-rt} N(d_2) \quad (2-28)$$

$$d_1 = \frac{\ln(S/E) + (r_f - d + \sigma^2/2)t}{\sigma\sqrt{t}} \quad y$$

$$d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{t}$$

y para una opción tipo Put, la ecuación es:

$$P = E e^{-rt} N(-d_2) - S e^{-dt} N(-d_1) \quad (2-29)$$

Este modelo se desarrolló originalmente para opciones tipo europeas (se ejecutan sólo a su expiración). Sin embargo, también sirve para la valoración de opciones de compra tipo americanas (se pueden ejercer en cualquier momento hasta la fecha de expiración), debido a que un agente económico racional, y casi todos lo son cuando se refiere al dinero, no ejercerá la opción hasta el último día (fecha de expiración), dado que siempre será más atractivo vender en el mercado la opción, que ejercerla por precaución.

Esto no es válido para opciones Put americanas, puesto que puede convenir ejercerla antes de su expiración, con la finalidad de reinvertir el dinero obtenido por la venta al precio de ejercicio. Por lo tanto, el valor de la opción tipo americana es equivalente al valor de la opción de venta europea más los intereses obtenidos por la reinversión del dinero obtenido por la venta, entre el momento del análisis y la fecha de expiración.

#### Modelo de Valoración de Cox, Ross y Rubinstein

El modelo de Cox, Ross y Rubinstein es válido tanto para opciones del tipo europeo, como del tipo americano. Para el cálculo del valor de la opción utiliza una estructura de árbol binomial multiplicativo o geométrico, en el cual el precio del activo subyacente varía al alza y a la baja en cada instante del tiempo.

Las hipótesis fundamentales de este modelo corresponden a:

- Mercado financiero perfecto.
- No hay costos de transacción y de información.
- No hay impuestos a las ganancias o pérdidas, ni a las transacciones a que da lugar la operación con la opción.
- No considera pago de dividendos durante la validez de la opción.
- El precio de mercado del subyacente sigue un proceso, al alza y a la baja, del tipo binomial multiplicativo.

Si en el período inicial  $t = 0$ , el precio del activo subyacente es  $S_0$ , éste puede variar en un lapso discreto o al alza  $aS_0$ , o a la baja  $bS_0$ , con probabilidades  $p$  y  $1 - p$  respectivamente.

De manera similar, la prima  $C$  de una opción Call puede cambiar de un período a otro pasando a  $C_a$  o a  $C_b$ , con iguales probabilidades  $p$  y  $1 - p$ .

Al igual que en el caso de Black y Scholes, en este modelo también se supone que se estructura una cartera de réplica indiferente al riesgo, combinando una posición larga (compra) en acciones con una corta en opciones (venta de opciones de compra) sobre esas acciones.

Para el caso de un sólo período, el valor teórico de la prima es:

$$C = \frac{pC_a + (1-p)C_b}{(1+r_f)} \quad (2-30), \quad \text{donde}$$

$$p = \frac{(1+r_f) - b}{a - b} \quad (2-31) \quad \text{y}$$

$$1 - p = \frac{a - (1+r_f)}{a - b}$$

Generalizando esta estructura a  $n$  períodos discretos de tiempo, se deriva la ecuación del modelo binomial de valoración de opciones propuesto por Cox, Ross y Rubinstein, el cual se presenta en la siguiente fórmula:

$$C = S \left[ \sum_{j=h}^{j=n} \frac{n!}{j!(n-j)!} p^j (1-p)^{(n-j)} \left( \frac{a^j b^{(n-j)}}{(1+r_f)^n} \right) \right] - E(1+r_f)^{-n} \left[ \sum_{j=h}^{j=n} \frac{n!}{j!(n-j)!} p^j (1-p)^{(n-j)} \right] \quad (2-32)$$

Donde  $h$  es el menor número entero positivo que cumpla la siguiente inecuación:

$$h > \log(E/S) / \log(a/b) \quad (2-33)$$

Lo cual indica el número mínimo de movimientos al alza que tiene que experimentar el valor de la acción para que este valor no sea nulo.

Como puede apreciarse, este modelo expresa que el valor teórico de la opción es igual al valor actual del precio del subyacente menos el valor actual del precio de ejercicio de la opción, siendo en todo similar a la de Black y Scholes.

Si bien estos dos modelos han sido computarizados, el más utilizado en la práctica es el de Black y Scholes y sus variantes.

#### 2.3.4. Parámetros Característicos de las Opciones Financieras

Dado que el precio de las opciones depende de diversos factores, se han planteado varios indicadores que miden la sensibilidad del valor de las opciones en relación a estas distintas variables.

Estos indicadores son utilizados por los inversionistas para analizar y cuantificar el riesgo de distintos tipos de opciones.

De estos indicadores, los más utilizados son: Delta, Vega, Theta y Rho

**Delta** ( $\delta$ ). Este índice mide la sensibilidad de la prima de una opción (precio) a los cambios en el precio del subyacente, además de factores constantes. En este sentido, mide el riesgo de una opción o de una estrategia, en relación a los movimientos del precio del activo subyacente en el mercado.

Este parámetro mide la elasticidad del precio de la opción con respecto al precio del activo subyacente y se utiliza en los mercados de opciones para estimar el riesgo de los inversionistas y a través de él, el margen de garantía que han de depositar en el mercado. Dado que la prima de una opción es función de:

$$C = f(S, E, r, t, \sigma) \quad (2-34) \quad \text{para un opción Call}$$

$$P = f(S, E, r, t, \sigma) \quad (2-35) \quad \text{para una opción Put}$$

Donde:

C = Precio de la opción Call

P = Precio de la opción Put

S = Precio de mercado del subyacente

E = Precio de ejercicio

$r$  = Tasa de interés libre de riesgo

$t$  = Tiempo hasta la expiración de la opción

$\sigma$  = Volatilidad de los precios del subyacente

De manera analítica, el parámetro delta corresponde a:

$$\delta_c = \frac{\partial C}{\partial S} > 0 \quad (2-36) \quad \text{para una Call}$$

$$\delta_p = \frac{\partial P}{\partial S} < 0 \quad (2-37) \quad \text{para una Put}$$

Como se puede apreciar, el signo depende del tipo de opción y su rango de variación es:

- Signo positivo para las Calls:  $0 < \delta < 1$
- Signo negativo para las Puts:  $-1 < \delta < 0$

En el caso de opciones de compra, lo normal es que el valor del parámetro Delta de opciones Out of the Money esté cerca de 0, de una At the Money cerca de 0,5 y de una In the Money cerca de 1. De este modo, es también un indicador de si la opción será ejercida.

El parámetro Delta se conoce también con el nombre de *Razón de Cobertura*, dado que indica la cantidad de activo subyacente requerido para cubrir una posición en opciones y por esto se utiliza para desarrollar las estrategias Delta Neutral, con las que se consigue neutralizar el riesgo de variación del precio del subyacente en las opciones.

Los elementos que afectan al valor de la Delta son:

- En la medida en que aumenta la volatilidad del precio del subyacente, crece el parámetro delta, si es que está en la región out Of the Money y decrece en la zona In the Money.
- Al acercarse a la fecha de expiración, crece el valor de delta.
- El precio del subyacente es el elemento que más afecta el valor de delta y esto se mide por el coeficiente Gamma.

Por ejemplo, un Delta de 0,8 indica que una variación de 100 u.m. en el precio del subyacente genera una variación de 80 u.m. en el precio de la opción Call.

**Gamma** ( $\gamma$ ). Muestra cuánto varía Delta ante una variación del precio del activo subyacente, manteniéndose constantes los demás parámetros. Por lo tanto, mide la aceleración en los cambios de Delta y se debe entender como la variación de este parámetro ante un cambio de una unidad en el precio del activo subyacente.

Como se puede apreciar, Delta mide la velocidad de cambio del precio de una opción ante cambios en el precio del subyacente y Gamma mide la aceleración en el cambio de la prima de la opción ante cambios del subyacente. Su cálculo se hace a través de las siguientes ecuaciones:

$$\gamma_C = \frac{\partial^2 C}{\partial S^2} > 0 \quad \text{ó} \quad \gamma_C = \frac{\partial \delta}{\partial S} > 0 \quad (2-38) \quad \text{para una Call}$$

$$\gamma_P = \frac{\partial^2 P}{\partial S^2} > 0 \quad \text{ó} \quad \gamma_P = \frac{\partial \delta}{\partial S} > 0 \quad (2-39) \quad \text{para una Put}$$

La Gamma siempre es de signo positivo, salvo cuando se venden las opciones, sean Call o Put y se maximiza cuando el precio de ejercicio es igual al precio del subyacente, es decir, cuando está At the Money.

El valor de la Gamma influye en el plazo hasta el vencimiento y la volatilidad. Según se acerca el plazo de vencimiento, la Gamma:

- Crecerá fuertemente en las opciones At the Money.
- Tender a anular en las opciones In the Money y Out of the Money.

Un aumento en la volatilidad:

- Disminuirá la Gamma en las opciones At the Money.

- Generará un aumento hasta cierto nivel en las opciones In the Money y out Of the Money.

Este parámetro es muy útil, ya que representa una medida sintética del riesgo en relación al subyacente. Por ejemplo, un valor alto y positivo indicará una posición larga o compradora y que el cambio de precio de la opción va a ser muy rápido, por lo que habrá que estar atento para cambiar de estrategia en cualquier momento.

**Vega (Kappa,  $\kappa$ ).** El parámetro Vega, Kappa u Omega es la variación en el valor teórico de una opción, cuando varía la volatilidad del subyacente y permanecen constantes los demás factores que afectan la prima. Siendo la sensibilidad de la prima a la volatilidad, analíticamente se calcula mediante las siguientes fórmulas:

$$\kappa_C = \frac{\partial C}{\partial \sigma} > 0 \quad \text{para una Call} \quad (2-40)$$

$$\kappa_P = \frac{\partial P}{\partial \sigma} > 0 \quad \text{para una Put} \quad (2-41)$$

El parámetro Vega es positivo para todas las opciones, ya que un aumento en la volatilidad del precio del activo subyacente aumenta la prima de la opción. Crecen las posibilidades de precios más altos y más bajos en los activos subyacentes, pero los compradores cuentan con la protección que dan las opciones de sólo beneficiarse con los cambios favorables. Al mismo tiempo que como significará más riesgo para los vendedores, éstos cobrarán primas más altas para cubrirse. Este parámetro se maximiza cuando la opción está At the Money, por lo que éstas son las más sensibles ante variaciones en la volatilidad. En la medida en que la opción se convierta más In the Money o más Out of the Money, el valor mostrado por la Vega decrece.

**Theta ( $\theta$ ).** Este parámetro mide cómo las opciones van perdiendo valor en la medida en que pasa el tiempo y se acerca la fecha de expiración,

considerando los demás factores constantes. También representa el costo diario de tener una posición compradora en opciones o la cantidad obtenida diariamente por tener una posición corta o vendedora, es decir, expresa la sensibilidad del precio de la opción ante variaciones en el tiempo. Matemáticamente:

$$\theta_c = \frac{\partial C}{\partial t} > 0 \quad \text{para una Call} \quad (2-42)$$

$$\theta_p = \frac{\partial P}{\partial t} > 0 \quad \text{para una Put} \quad (2-43)$$

Debido a que falta un tiempo por transcurrir hasta el vencimiento, casi todas las opciones tienen una Theta positiva, aunque suele ponerse el signo negativo delante de la expresión para destacar el efecto contrario que tiene la disminución del tiempo sobre el valor de las opciones (numerador y denominador son negativos en la expresión, disminuye el tiempo y el precio de la opción).

No obstante, existen algunas excepciones y dándose la circunstancia de que quede muy poco tiempo para su vencimiento, la theta puede ser negativa cuando:

- Opciones Put europeas muy In the Money sobre acciones que no pagan dividendos.
- Opciones Call europeas In the Money sobre divisas y con tasas de interés muy altas.
- Opciones muy In the Money sobre futuros.

Para el caso de opciones americanas, el parámetro Theta es siempre positivo, puesto que en caso contrario se ejercerían de inmediato.

Este indicador impacta principalmente a las opciones que están At the Money, debido a que pueden convertirse, bien en una opción In the Money, o

bien Out of the Money. La tasa de reducción de la prima aumenta a medida que disminuye el tiempo faltante hasta la expiración.

En el caso de opciones In the Money, si permanece en esa zona, su precio se reduce linealmente conforme pasa el tiempo y en las Out of the Money, si se mantiene en esa posición, la disminución de la prima con el tiempo es cada vez menor.

Otra forma de expresar este parámetro es en términos de pérdida del valor de la opción por el transcurso de un día:

$$\text{Pérdida por día} = \frac{\theta_{\text{annual}}}{365} \quad (2-44)$$

**Rho** ( $\rho$ ). Este indicador muestra la sensibilidad del precio de una opción ante variaciones de la tasa de interés libre de riesgo, manteniéndose los demás factores constantes. A este parámetro se le considera de menor importancia en comparación con los parámetros antes mencionados, debido a que estas variaciones afectan muy poco los precios de las opciones.

En todo caso, las opciones que se muestran más sensibles a las tasas de interés son las que están muy In the Money, debido a que son las que requieren un mayor desembolso. Además, cuanto mayor es el tiempo que resta hasta la expiración, mayor es el valor de Rho. Analíticamente se rige por las siguientes expresiones:

$$\rho_C = \frac{\partial C}{\partial r} > 0 \quad \text{para una Call} \quad (2-45)$$

$$\rho_P = \frac{\partial P}{\partial r} < 0 \quad \text{para una Put} \quad (2-46)$$

El signo de rho depende del activo subyacente, siendo positivo, desde el punto de vista comprador para las opciones sobre acciones, y negativo para el resto de los activos financieros y futuros.

Este parámetro se compone de dos elementos:

- Uno que refleja el efecto de las variaciones del tipo de interés sobre el precio del activo subyacente y, a su vez, de éste último sobre la prima de la opción.

- El segundo refleja el impacto del tipo de interés sobre el costo de mantener la opción. En el precio de la opción se debe reflejar este costo de oportunidad. En este sentido, la prima será mayor cuanto mayor sea el tipo de interés.

A continuación se muestra a través de un ejemplo cómo trabajan conjuntamente estos parámetros. Se supone que se desea saber la prima a pagar por una opción Call sobre acciones de una empresa ZZZ, con vencimiento en tres meses, con un precio de ejercicio de 500 u.m.. Cuando la cotización de la acción suba a 510 u.m., la volatilidad cambia del 20 al 21%, siempre que hayan transcurrido 15 días desde su emisión y los tipos de interés a corto plazo no hayan variado. Los cálculos a realizar serían los siguientes:

- En primer lugar, se necesita conocer para el precio de ejercicio de 500 u.m., los valores de los parámetros Delta, Gamma, Vega, Theta, Rho. Esto no supone gran problema ya que suelen ser suministrados por las propias Bolsas de Valores:

- Precio teórico = 45 u.m.
- Delta = 30,5%
- Gamma = 5%
- Vega = 0,30
- Theta = - 0,045
- Rho = 0

- Luego se requieren hacer los siguientes cálculos:

- Incremento de la cotización =  $(510-500)/500 = 2 \%$
- Delta para el nuevo precio =  $30,5\%+2 \times 5\% = 40,5\%$

• En tercer lugar es necesario sumar, acumular, todos los efectos:

- Efecto delta:  $10 \times 0,405 = 4,05$
- Efecto vega:  $1 \times 0,30 = 0,30$
- Efecto theta:  $15 \times (-0,045) = -0,675$
- Efecto rho:  $0 = 0$
- Efecto Total:  $3,675$
- Nuevo precio teórico  $45,00 + 3,675 = 48,675$  u.m.

#### 2.4. Opciones Reales y su Similitud con las Opciones Financieras

Las Opciones Reales nacen a partir de las similitudes que tienen con las Opciones Financieras, las cuales se deben, fundamentalmente, a que muchos mercados de activos reales, tales como los commodities (productos agrícolas, crudo, etc.), se van acercando a la disciplina de los mercados de activos financieros y, por lo tanto, son aplicables, en una proporción importante, los desarrollos hechos en la teoría de las Opciones Financieras a las Opciones sobre Activos Reales.

Estas similitudes, por ejemplo, se producen entre la decisión de ejercer o no una opción financiera tipo Call y la decisión de inversionistas frente al hecho de realizarla o no. La comparación y significado de las variables que están en juego en este tipo de decisiones se muestran en el siguiente cuadro (Cuadro 2-4):

**Cuadro 2-4**  
**Variables que intervienen en las Decisiones de Opciones Financieras**

Opción Financiera Call o Put	Parámetro	Proyecto de Inversión
Prima o precio de la opción	C, P	Bono para ganar licitación de posibilidad de inversión
Precio de ejercicio	E	Valor Presente de la Inversión requerida para desarrollar el proyecto
Precio de Mercado del Activo Subyacente	S	Valor Presente de los Flujos de Caja Operativos del proyecto
Tiempo hasta la Expiración	t	Tiempo que se puede demorar la inversión
Varianza de los Rendimientos del Subyacente	$\sigma^2$	Riesgo del activo real subyacente
Tasa de interés libre de riesgo	$r_f$	Tasa libre de riesgo

De manera análoga a las Opciones Financieras, el precio de una Opción Real de inversión cambia de acuerdo a estos parámetros de la siguiente manera:

- Cuanto mayor sea el tiempo  $t$  que falta hasta la fecha de expiración, mayor será el valor de la opción, dado que hay mayores

probabilidades de que la incertidumbre genere escenarios favorables y si se producen escenarios negativos no es importante, porque en este caso no se hace la inversión, es decir, no se ejerce la opción.

- A mayor volatilidad  $\sigma$ , mayor valor de la opción, dado que ofrece expectativas de mayores valores de escenarios favorables, no importando los desfavorables por las razones indicadas de que en estos casos no se hacen las inversiones.

- Aumentos en la tasa libre de riesgo  $r_f$  implican caídas en el precio de ejercicio (inversión) de la opción, por lo que generalmente significan aumentos en el precio de la opción.

- A mayor valor de la Inversión, precio de ejercicio E, menor valor de la opción de invertir.

- Si el precio del subyacente, considerado como el valor presente de los flujos de caja positivos del proyecto, se incrementa, también sube el precio de la opción, dado que se aspira a mayores ganancias.

- 

- 

## 2.5. Principales Características del Enfoque de las Opciones Reales

Primeramente, hay que señalar que el método de las Opciones Reales no es siempre el más adecuado de usar, ni válido para toda evaluación de decisiones de inversión. Hay decisiones de inversión que son muy claras, sobre todo cuando son muy valiosas, es decir de elevado Valor Presente Neto (VPN), o cuando por el contrario el proyecto es muy negativo y claramente destruye valor, es decir, su Valor Presente Neto (VPN) es sin

duda extremadamente negativo. En estos casos, es casi imposible que el método de las Opciones Reales cambie estas situaciones.

Así mismo, el método del Valor Presente Neto de los flujos de caja incrementales es el más adecuado cuando no hay opciones o, lo que es lo mismo, no hay grandes incertidumbres que resolver y manejar, dado que son éstas las que generan opciones.

Por el contrario, hay situaciones también claras, donde la aproximación de las Opciones Reales es la más conveniente:

- Sí lo fundamental de la decisión de inversión es la generación de nuevas oportunidades y opciones.
- Cuando la o las incertidumbres son muy importantes y sus posibles caminos son muy diferentes en sus impactos financieros y, por lo tanto, la forma de “manejarlas” y o resolverlas es fundamental en la evaluación.
- Se está ante decisiones de inversión que no son planas, sino contingentes a situaciones que irán ocurriendo en el tiempo. Este tipo de situaciones sólo puede ser evaluado mediante este método.
- Ante la existencia de importantes incertidumbres, el método del VPN da resultados dudosos, cercanos a cero. Es decir, cuando hay que considerar la flexibilidad de la decisión.
- En los casos en que se presentan cambios de importancia en el desarrollo de una estrategia o proyecto, los cuales deben ser evaluados en sus alternativas posibles.

En todas estas circunstancias, el método de las Opciones Reales es el indicado y el más recomendable para analizar y evaluar estrategias e inversiones en sus efectos económicos y financieros.

## CAPITULO III

### 3. BASES CONCEPTUALES DE LAS OPCIONES REALES

#### 3.1. Objetivo del Capítulo

El presente capítulo tiene por objetivo explicar las bases conceptuales desarrolladas sobre las Opciones Reales y en función de ellas derivar un modelo teórico que permita generalizar la resolución de problemas de valorización de Opciones Reales del tipo que se presentan en el caso de las inversiones petroleras y conceptualmente análogas, que como se ha mencionado anteriormente son muchas y en los más diversos campos de la actividad humana, pero muy especialmente en los ámbitos de la investigación y desarrollo y en el de las decisiones estratégicas empresariales.

Para esto se comienza con secciones orientadas a dar un marco conceptual general, lo cual se incluye en las secciones “Las Decisiones de Inversión y el Riesgo” y “Fundamentos Conceptuales de las Decisiones de Inversión de Alta Incertidumbre: Las Opciones Reales”. En ellas se explican en profundidad la naturaleza de las decisiones de inversión de las empresas y las implicaciones que significa el Riesgo, explicándose este concepto, para luego detallar los conceptos fundamentales a partir de los cuales se deriva la Teoría de las Opciones Reales, conceptos tales como: Neutralidad al Riesgo, Principio del Precio Único, Portafolio de Referencia o Gemelo, etc.

Luego se presentan diferentes formas de clasificar las Opciones Reales, en función de un conjunto de criterios, tales como: Tipo de

decisiones que apoyan, número de actores que pueden ejercer las opciones, etc. Junto a estas clasificaciones, se presenta la solución a los casos unitarios o simples que se presentan en las Opciones Reales, con lo cual se introduce el tratamiento y la solución analítica de los casos simples que habitualmente se presentan en los negocios.

En función de lo anterior y sobre la base de ejemplos que luego se generalizan, se van desarrollando los conceptos y fundamentos teóricos para la resolución y valoración de Opciones Reales, desde casos simples a más complejos. Este es el objetivo de la sección “Desarrollo de un Marco Teórico Avanzado a Través de Casos de Ejemplo”, en el cual se cubre tanto las soluciones analíticas puras como la solución por análisis numérico sobre la base de una estructura de árboles.

En las siguientes secciones, el autor de este documento deriva una base teórica y metodológica general para la valoración de Opciones Reales que mezclan diferentes tipos de incertidumbres y sobre la base de las técnicas de análisis numérico se le da una solución a la valoración de cualquier estructura de Opciones Reales que mezclen incertidumbres que tiene una evolución continua con incertidumbres que se presentan discretamente, las cuales corresponden a la mayoría de los casos de las Opciones Reales que ocurren en la práctica y muy especialmente en el caso de inversiones petroleras en áreas nuevas.

Finalmente se aplica esta metodología a casos prácticos, a modo de ejemplos en situaciones que ocurren en la realidad de los negocios y actividades humanas.

### 3.2. Las Decisiones de Inversión y el Riesgo

Las decisiones de inversión se toman, desde el punto de vista financiero, sobre la base del Valor que Agregan, en función de los flujos de caja descontados que aportan de manera incremental a los que ya tiene una empresa.

El Valor Agregado por estos flujos se expresan en “Valor Presente” (VPN), es decir en dinero de hoy: libre de riesgo (aversión al riesgo) y de recibir dineros en años futuros (preferencia por el presente), que corresponden a los dos aspectos fundamentales que toma en cuenta un inversionista para decidir.

Para esto se utiliza, habitualmente, una tasa de descuento que representa el “costo de oportunidad de los inversionistas ajustado por riesgo”, el cual considera ambos factores de aversión al riesgo y preferencia por el presente. El método del VPN considera únicamente los flujos de caja esperados, descontados a una tasa constante, porque se asume que el riesgo se mantendrá igual a lo largo de la vida del proyecto.

Esta metodología “tradicional” no es útil para el caso de decisiones que en la realidad se dan de manera secuencial y contingente. Es decir, que las inversiones se van haciendo en función de la información que se va obteniendo y, por lo tanto, son secuenciales, se hacen una tras otra en función de los resultados que genera la inversión anterior, lo que las hace a la vez contingentes a los resultados de cada paso: se descubre petróleo en la Exploración y con esa información se hacen las inversiones de la fase de Evaluación y sólo si ésta señala que el petróleo encontrado es económicamente explotable con las tecnologías existentes, se hacen las inversiones de Desarrollo del campo.

En este ejemplo petrolero se aprecia claramente que las decisiones de inversión van ocurriendo en secuencia: primero las de Exploración, luego las

de Evaluación y en tercer lugar las de Desarrollo, y además son contingentes, porque sólo se hacen las inversiones de Evaluación si la Exploración ofrece información de que hay petróleo, en caso contrario, no se hacen esas inversiones y lo mismo ocurre con las de Desarrollo, las cuales sólo se realizarán si la información obtenida en la fase de Evaluación señala que se justifican.

Esta situación implica que el riesgo es cada vez menor, dado que se va gestionando en la realidad misma de los proyectos, aspecto que no toma en cuenta el modo de evaluación tradicional, según el cual todas las fases ocurrirán. Además, en la gerencia de este tipo de proyectos, la incertidumbre genera valor, dado que sólo se harán las grandes inversiones en los casos en que se den los escenarios favorables, si no, sólo se habrá incurrido en una fracción baja de la inversión total, fracción destinada a “pagar” por obtener información que ayude a resolver las incertidumbres. Esto significa que a mayor incertidumbre, mayor valor de la opción sobre la inversión.

Lo expresado anteriormente es todo lo contrario a lo que ocurre con el método “tradicional” del VPN de los flujos de caja descontados, donde a mayor riesgo hay menor Valor Presente Neto, como resultado de que a mayor incertidumbre mayor tasa de descuento, es decir, mayor costo de oportunidad del dinero. En este caso, es una racionalidad económica fundamental si se tienen varias alternativas de inversión, sólo deben acometerse las de mayor riesgo si y solo si ofrecen, a la vez, mayor rentabilidad. Este razonamiento acepta el riesgo como dado, no modificable; cuando en la práctica mucho de la labor gerencial es afectar el riesgo disminuyéndolo, gestionándolo, mitigándolo y no sometiéndose a él.

Como se ha señalado, esta situación de valoración de las opciones se debe a que se tiene el derecho pero no la obligación de ejecutar la opción y si la fase anterior de inversión o “compra” de información dice que se debe abandonar, se abandona y no se incurre en más inversiones; si por el

contrario dice que hay que seguir, se acomete la próxima fase del proyecto y así sucesivamente.

En algunas ocasiones, un proyecto se desarrolla y completa, pero luego cuando ya está en plena operación se producen cambios que afectan sustancialmente los resultados económicos, situaciones de caídas de precios o de cambios en las tecnologías, que hacen evaluar la opción de abandonar. Esta clase de decisiones de abandono tampoco son bien resueltas por modelos de flujo de caja, en cambio la Teoría de las Opciones Reales resuelve bien este tipo de situaciones empresariales.

#### *El Problema de la Tasa de Descuento*

Uno de los grandes problemas del modelo de Flujos de Caja Descontados es justamente el de: ¿Qué tasa de descuento se debe utilizar? No hay manera de resolver, hasta la fecha, este cálculo para situaciones de caminos contingentes en un proyecto, es decir, con una estructura de árbol como la mostrada en el Gráfico 1-2.

Aunque en algunas empresas se sientan tentados de eludir el problema la Tasa de Descuento<sup>8</sup>, trabajando por ejemplo con una tasa única para todas sus decisiones denominada TRAM (Tasa de Retorno Atractiva Mínima), el problema es más grave, dado que lleva a que las empresas tiendan a que sus portafolios de proyectos se vuelvan cada vez más riesgosos.

Esto se debe a que los proyectos de mayor nivel de riesgo tienen, por lo general, más capacidad de generar efectivo que los de menores niveles de

---

<sup>8</sup> En la Harvard Business Review de Octubre del 2002 se publicó un interesante artículo sobre el costo de oportunidad del capital a usarse en la evaluación de decisiones de inversión, en el cual se critica el uso para una empresa del método tradicional basado en el factor  $\beta$  para medir el riesgo y utiliza otros parámetros, algunos de ellos derivados de opciones financieras. (McNulty, James; Yeh Tony; Schuize William y Lubatkin Michael: What's Your Real Cost of Capital? Harvard Business Review Octubre 2002).

riesgo y si ambos compiten con igual Tasa de Descuento, tenderán a “ganar” los más riesgosos, elevándose así el nivel de riesgo de todo el portafolio de proyectos y por ende, el de toda la empresa.

Otros esquemas de evaluación, como los modelos de simulación, también plantean el problema: ¿Cuáles son las probabilidades y sus funciones de distribución? Cuando en la práctica se usa la información histórica y la consulta de expertos, tipo procedimiento Delphi, siempre existe la suspicacia de que es una forma de manipular los resultados.

La solución desarrollada por Fisher Black, Robert Merton y Mairon Scholes<sup>9</sup> fue un cambio total con el esquema de los Flujos de Caja Descontados. Estos tres economistas se basaron en considerar los factores que cambian el valor de una Opción sobre un activo financiero:

- a) Precio de ejercicio o monto de las inversiones para poder generar los flujos positivos de un proyecto.
- b) Precio de la acción “gemela”, Valor Presente de los flujos de caja netos que se obtendrán con la inversión.
- c) Tiempo hasta el vencimiento o duración de la opción para desarrollar un campo.
- d) Volatilidad de los rendimientos o riesgo total del activo subyacente o del proyecto de inversión a efectuar.
- e) Valor del dinero en el tiempo o costo de oportunidad del dinero.

Sobre la base de estos considerando se desarrolló la teoría de las Opciones Financieras, explicadas en el capítulo anterior y la cual por analogía sirve de base para la teoría de las Opciones Reales que se explica y construye paulatinamente en las siguientes secciones.

---

<sup>9</sup> En la sección de Conceptos Fundamentales de Opciones se detalla este planteamiento de las Opciones Financieras.

### 3.3. Fundamentos Conceptuales de las Decisiones de Inversión de Alta Incertidumbre: Las Opciones Reales

(Los aspectos aquí expuestos tienen su base en los autores: Copeland y Antikarov, 2001; y Dixit y Pindyck, 1994)

#### 3.3.1. Introducción

La Teoría de las Opciones nace en el área de los activos financieros, tales como acciones, bonos, índices bursátiles, etc., en los cuales se establece un acuerdo a futuro, fijándose un precio de compra del activo financiero a una fecha de vencimiento determinada, pagándose una comisión o valor de compra de la opción.

Por ejemplo, se firma un contrato para comprar en un año más una acción de Exxon a un precio de US\$ 12, cancelándose una comisión de 0,5 US\$ por acción.

El dueño de la opción de compra (opción tipo Call), llegada la fecha de expiración puede ejercerla, si el precio de la acción de Exxon es superior a los US\$ 12, o no ejecutarla si el precio de la acción es inferior a los US\$ 12. Como puede apreciarse, la opción funciona como un seguro que da el derecho, pero no la obligación a ejercerla (comprar la acción de Exxon).

En el caso de un derecho a explorar o desarrollar un área petrolífera, se está en una situación análoga: al licitarse el derecho a explorar se ha comprado la opción para explorar y luego desarrollar el área en función de los resultados obtenidos de la exploración. En ambos casos, se tiene el derecho, pero no la obligación de ejercerlo. El ejercicio de la opción es función contingente a los resultados de situaciones que van “resolviendo” la incertidumbre.

En el caso de la opción sobre una acción de Exxon, el mercado bursátil ha determinado el precio de este activo y como resultado será éste mayor o menor a los US\$ 12 de valor acordado para el ejercicio de la opción y, por lo tanto, se verá si conviene o no ejercerla, o por el contrario comprar la acción directamente en la Bolsa de Valores.

Para proyectos exploratorios, son justamente los resultados de la exploración los que permiten ejercer o no la opción de seguir adelante y desarrollar o no el área.

Como se ha dicho, con la “compra” de la opción se tiene el derecho, pero no la obligación de ejercerla, lo cual genera una asimetría que reduce considerablemente el riesgo del inversionista, es decir, del poseedor de la opción. En este sentido, las opciones actúan como un seguro que, por el pago de una prima, protege de incurrir en pérdidas, pero a la vez se tiene la oportunidad de materializar un negocio y sus beneficios.

Se trata de un problema, donde el valor futuro es el resultado de una combinación de factores aleatorios, que puede elevar o disminuir los actuales valores. Por ejemplo, el precio de la acción de Exxon evolucionará al alza o a la baja como resultado del comportamiento futuro de los precios del crudo, de los nuevos proyectos que inicie Exxon, de los resultados de proyectos y negociaciones en curso, de posibles cambios en legislación ambiental que afecte al negocio energético, etc.

De manera muy similar, el valor de un proyecto petrolero también podrá evolucionar al alza o a la baja como resultado de factores iguales o similares, tales como el comportamiento de los precios petroleros, la legislación ambiental, el comportamiento de la competencia, etc.

Estos caminos del valor son aleatorios, con altos y bajos, lo que en lenguaje técnico se identifica como un proceso “Markoviano”. Los precios futuros sólo dependen del precio actual y no de los pasados, y a partir de este precio continúan caminos que fluctúan probabilísticamente, al alza o a la baja.

Para analizar este comportamiento paso a paso, se muestra a continuación, bajo un caso muy simple, la diferencia en la evaluación financiera bajo dos enfoques teóricos: el tradicional del Valor Presente Neto de los flujos de caja y el de la Teoría de las Opciones Reales.

### 3.3.2. Conceptos Claves en la Teoría de las Opciones Reales

A continuación se desarrolla la explicación de un conjunto de conceptos básicos de la Teoría de las Opciones Reales, los cuales son considerados clave para el entendimiento de los posteriores desarrollos de este enfoque y de su aplicación en este trabajo.

#### El Concepto de Neutralidad al Riesgo

El concepto de neutralidad de los inversionistas frente al riesgo es un elemento fundamental de la Teoría de las Opciones, tanto Financieras como Reales, el cual plantea que la estructura misma de las opciones hace que su valuación sea neutra frente al riesgo y de ahí que la tasa o costo de oportunidad a utilizarse en sus cálculos sea la llamada tasa libre de riesgo.

La tesis de neutralidad al riesgo fue planteada por Cox, Ross y Rubinstein en 1976 y apunta a una característica esencial de la Teoría de las Opciones, la cual consiste en que la posición de cobertura al riesgo, es decir, el combinar la opción con un portafolio gemelo o cartera de referencia, genera una posición de alternativas iguales, sin riesgo, y por lo tanto a ser evaluadas con la tasa de rentabilidad libre de riesgo, significando que ambas

alternativas tienen el mismo valor, independientemente de la actitud o preferencia por el riesgo.

Esto se debe a que, en la medida que el precio de mercado del activo subyacente fluctúa, la cartera de cobertura, o portafolio de réplica, se ajusta instantáneamente en su valor, lo que se denomina seguimiento dinámico de la trayectoria del portafolio, de manera que la posición de cobertura se mantiene libre de riesgo.

Si la rentabilidad de la posición de cobertura y la composición de la cartera de referencia son las mismas para todos los tipos de inversores: adversos al riesgo, amantes del riesgo o neutrales al riesgo (indiferentes), el valor de la cartera de referencia y de la opción son independientes de las actitudes frente al riesgo.

Esta situación hace que para la valoración de opciones se pueda asumir la posición de indiferencia al riesgo, eliminando de esta forma la necesidad de estimar cualquier tipo de prima por riesgo.

La aplicación de este principio no quiere decir que los resultados de la valoración sean correctos sólo si los inversionistas son indiferentes al riesgo; no, el significado de este principio es que el valor de una opción es el mismo en el mundo de la neutralidad al riesgo que en el mundo cotidiano, el mundo de la aversión al riesgo.

La formulación de la valoración de opciones de Black-Sholes reconoció la oportunidad de generar un portafolio de réplica, gemelo a la posición de la opción, y basándose en la Ley del **Precio Único** (Law of One Price), es decir, que en un instante de tiempo determinado y por arbitraje de los mercados financieros, un activo sólo puede tener un precio único, planteando una ecuación a derivadas parciales basada en este principio, estableciendo una posición de cobertura arriesgada compuesta por la cartera de referencia y la opción e igualando la tasa de rentabilidad de dicha posición de cobertura a la tasa libre de riesgo. Como el valor de la opción resultante no depende de la

tasa de rentabilidad ajustada por riesgo, la valoración de la opción se puede hacer sin tener en cuenta las preferencias por el riesgo.

La hipótesis de base es que cualquier opción puede ser replicada (homologada) por un portafolio de activo transado en un mercado de capitales (creación de una opción sintética). En base a esto, se tendrá una equivalente a un “cambio de ejes”<sup>10</sup>, en que se queda en una posición de comparar situaciones que son indiferentes al riesgo, a partir de donde se pueden valorizar las opciones, utilizando la tasa libre de riesgo, lo cual puede estructurarse a través de la siguiente ecuación:

$$\begin{aligned} Opcion &= n\_acciones + m\_bonos\_libres\_de\_riesgo \\ Opcion - n\_acciones &= m\_bonos\_libres\_de\_riesgo \end{aligned} \quad (2-47)$$

Esta igualdad implica que dinámicamente se produzcan ajustes entre el valor de las opciones y el precio de las acciones, de manera que se está permanentemente, con este cambio de ejes, ante una situación libre de riesgo, independientemente de la posición frente al riesgo que se tenga ante las opciones o las acciones, analizadas aisladamente.

En el caso de decisiones contingentes que no puedan ajustarse dinámicamente al valor de la opción, las probabilidades objetivas de estos eventos pueden ser traducidas fácilmente a probabilidades ajustadas al riesgo, de manera de quedar en una posición libre de riesgo y usar así la tasa libre de riesgo para el descuento de valores.

---

<sup>10</sup> De manera similar a como al cambiarse un sistema de coordenadas sobre un sistema en movimiento, sólo se registrarán en esos ejes los movimientos relativos al sistema sobre el cual se ha montado el sistema, por ejemplo se miden las velocidades de un vehículo sobre la Tierra al montarse el sistema de coordenadas sobre el planeta, obviando los movimientos de la Tierra en el espacio.

## El Principio del Precio Único

El Principio del Precio Único, junto al de Neutralidad al Riesgo, son dos pilares fundamentales de la Teoría de las Opciones, tanto de las Financieras como de las Reales.

Este principio plantea que en los mercados financieros y de commodities existe arbitraje y que, por lo tanto, en cada instante de tiempo sólo puede haber un precio único para un activo financiero o real, cuando éste se encuentre correlacionado a un activo financiero o a un commodity.

Así mismo, este principio permite resolver los cálculos temporales de los valores de las opciones, dado que las opciones y su portafolio gemelo evolucionarán de manera correlacionada, manteniendo iguales valores en cada momento de esa evolución y un precio que será siempre único.

Si el seguimiento de valores entre la opción y el portafolio gemelo o de referencia no está perfectamente correlacionado, es decir, no hay un seguimiento perfecto de las trayectorias de los valores, se producirá un error, llamado error de seguimiento, el que es común en las Opciones Reales, pero no así en las Financieras, las cuales siempre, están en sus precios perfectamente correlacionadas con sus activos subyacentes, lo que se conoce como seguimiento dinámico perfecto.

En las Opciones Reales, cuando por ejemplo se correlaciona el valor de un proyecto petrolero con los precios del crudo o a un proyecto de maíz con los precios internacionales de este commodity, no existe esa correlación de seguimiento dinámico perfecto entre proyecto y precio, cometándose el error de seguimiento, el cual, para ser válido los cálculos, debe mantenerse dentro de cierto rango.

Este error se genera, debido a que los dos activos que se vinculan, proyecto y precios de commodity, no necesariamente están afectados por las mismas fuentes de incertidumbre. En el caso de activos reales,

fundamentalmente el error se produce por los costos que implica el seguimiento y por la calidad de este seguimiento, entendiendo por calidad la exactitud con que la cartera de referencia se mueve con el valor de la opción.

Los seguimientos dinámicos perfectos son complejos y costosos, debido a que necesitan de una actualización de la cartera de referencia de manera permanente o con elevada frecuencia. Pero cambiar las posiciones de la cartera gemela o de referencia tiene costos elevados y, normalmente, lo más conveniente es aceptar ciertos desvíos, que se separe un poco del valor de la opción durante breves lapsos, aunque en esos períodos no se cumpla a plenitud el principio del precio único.

También, de manera frecuente, para evitar las complejidades y potenciales errores en el cálculo de los valores de las Opciones Reales de una cartera de referencia, éstas se correlacionen con el propio proyecto o activo real del cual se derivan, lo que obliga a calcular y hacer seguimiento de la trayectoria dinámica del propio subyacente real, que en muchos casos esto se hace utilizando simulación Monte Carlo.

Resolviéndose este asunto del seguimiento o evolución paralela de la opción y del portafolio de referencia, se tendrá la forma de calcular el valor de la opción en diferentes tiempos, a través de la igualdad de precios que deben mantener ambos en esos tiempos: principio del precio único.

Este principio permite que cuando se calculan los precios de las opciones, las diferentes rutas o caminos de incertidumbre que conducen a un determinado punto, o nodo todos los caminos deben llegar a él con el mismo valor de la opción en un mismo tiempo, lo cual facilita el resolver las ecuaciones en cada nodo. De ahí que sea un principio fundamental en el cálculo del valor de las Opciones Reales.

## Análisis de Derechos Contingentes (Contingent Claims Analysis)

Las Opciones Reales se estructuran sobre los futuros posibles, escenarios, que se pueden generar en función de cómo evolucionen las incertidumbres involucradas que afectan un proyecto. Estos futuros posibles producen a las alternativas – opciones - que se pueden presentar y sobre las cuales el poseedor de la opción, dueño de los derechos de un proyecto, puede decidir tomarlas o no. A esta situación se le denomina Derechos Contingentes que posee el comprador de la opción.

Desde luego, lo contingente proviene de que las decisiones serán eventuales (contingentes) a los escenarios de alternativas que se presenten y ante esas eventualidades, el poseedor de la opción tendrá derechos de ejercerlas o no.

Sobre esta base, unido al principio del Precio Único y estructurado sobre lo explicado de Portafolio de Referencia, es que se calculan los valores de las Opciones Reales. De ahí que el Análisis de Derechos Contingentes sea un concepto clave en este marco conceptual.

Como puede apreciarse, este concepto apunta a la esencia de la Teoría de las Opciones, según la cual el inversor tiene la oportunidad, el derecho, a tomar la decisión (ejercer o no las opciones), sólo después de que los eventos se hayan revelado. Por lo tanto, el tomador de la decisión tendrá el derecho de actuar de manera contingente a lo que los hechos vayan mostrando, mientras se resuelven las incertidumbres paso a paso.

### Los Conceptos de Incertidumbre y Riesgo en las Inversiones

Los conceptos de **Incetidumbre** y de **Riesgo** están indudablemente vinculados. Sin embargo, si se consulta la literatura del área financiera se

encontrarán diferentes definiciones de estos conceptos o su uso como sinónimos.

El diccionario de la Real Academia de la Lengua Española, define Incertidumbre como *“falta de certidumbre, duda, perplejidad”*. Certidumbre, a su vez, la define como *“seguro, obligación de cumplir una cosa”*. Riesgo se define como: *“1. contingencia o proximidad de un daño, 2. Cada una de las contingencias que puede ser objeto de un contrato de seguro”*. Como puede apreciarse, estas definiciones son superficiales y poco apropiadas para su “operacionalización” en la evaluación de decisiones.

Continuando con esta aproximación sobre lo que dicen los diccionarios en cuanto a estos conceptos, según el Larousse, Incertidumbre es *“Falta de certidumbre”* y, a su vez, *“Certidumbre es certeza”*, por lo tanto, Incertidumbre se puede definir como *“falta de certeza”*. En este mismo diccionario, se define Riesgo como *“peligro, contingencia de un daño”*. Como se puede apreciar, este diccionario tampoco presta mucha ayuda al respecto.

En este sentido, se puede decir que los diccionarios apuntan a que Incertidumbre se refiere a la dificultad para predecir lo que ocurrirá a futuro o lo que ocurrió, independientemente de que los resultados sean positivos o negativos; mientras que Riesgo siempre tiene un significado de potencial negativo, de daño.

En este sentido, es el concepto de Incertidumbre el que más se asemeja a los utilizados en finanzas, entendiendo por ésta la dificultad para predecir resultados, sean éstos favorables o desfavorables, ya sea como riesgo o como incertidumbre.

Si se investiga en los libros de finanzas, se encontrará que la gran mayoría de los autores elude el dar definiciones de estos conceptos. Más bien hablan de ellos y de cómo medirlos, dejando implícita su definición. Esto ocurre con autores tan prestigiosos como Brealey y Meyers (1998) o Damodaran (1999). Otros autores, en algunos de sus libros de finanzas, aventuran tímidas definiciones, por ejemplo, Van Horne (1977) señala que

riesgo puede definirse como la “posibilidad de que los retornos actuales se desvíen del que se espera”. Por su parte, Weston y Brigham (1984), en su glosario, definen riesgo como “el grado de distribución de los rendimientos futuros con respecto al valor medio esperado. Se mide por la variancia, por la desviación estándar o por el coeficiente de variación de los rendimientos futuros” y no define Incertidumbre. Una tercera definición de Riesgo la tenemos de Ross, Westerfield y Jordan (1996), quienes definen Riesgo como “la parte inesperada del rendimiento, es decir, la parte que resulta de la sorpresa, constituye el verdadero riesgo de la inversión”, no refiriéndose en ninguna parte del libro a la incertidumbre.

Para algunos autores<sup>11</sup>, se habla de Riesgo cuando se pueden cuantificar, vía probabilidades, los posibles comportamientos futuros de una variable o de un proyecto; mientras que Incertidumbre es cuando no hay manera de cuantificar los posibles comportamientos futuros de una variable o conjunto de variables.

Otros autores<sup>12</sup> más cercanos al ámbito petrolero, tales como Campbell Jr., Campbell Sr. y Campbell Robert (2001), refiriéndose al riesgo, dicen que su definición favorita es la siguiente: “riesgo es sobre lo que se refiere la incertidumbre” (...?), agregando que riesgo se refiere a algo sobre lo cual existe conocimiento incompleto, reconociendo que algunos autores separan riesgo de incertidumbre, en función del tipo de desconocimiento existente. Finalmente, estos autores agregan las siguientes cuatro definiciones más comunes en la literatura especializada:

---

<sup>11</sup> Este criterio lo plantea, por ejemplo, Martín K. Starr y David W. Miller en Control de Inventarios: teoría y práctica, Ed. Diana, 1973, México, también es de esta opinión. James C. T. Mao en Análisis Financiero, Ed. El Ateneo, 1969, Argentina, el cual cita como referencia de este enfoque a Frank H. Knight en Risk, Uncertainty and Profit, Houghton Mifflin Company, 1921, USA; libro que también es citado en relación a estos conceptos por Carlos Romero: Introducción a la Financiación Empresarial y al Análisis Bursátil, Ed. Alianza, 1984, España .

<sup>12</sup> Este punto está basado en autores especializados en el área de Riesgo e Incertidumbre de proyectos petroleros.

- Riesgo e Incertidumbre son sinónimos. A juicio de estos autores esta definición sería la más aceptada.

- Incertidumbre se relaciona a eventos cuyas probabilidades de ocurrencia son desconocidos, mientras que Riesgo existe cuando las probabilidades de los eventos son conocidas.

- Incertidumbre es cuando las ganancias o pérdidas de un proyecto o proceso no dependen de los resultados posibles, mientras que riesgo refleja las posibles pérdidas, tanto de hacer la inversión como de no hacerla.

- Riesgo cubre a los riesgos geológicos (pozo seco versus reservas comerciales) e Incertidumbre trata sobre asuntos económicos, políticos y técnicos.

Para Newendorp y Schuyler (2000), luego de reconocer que estos conceptos son entendidos de diferentes maneras, existe Riesgo cuando los posibles eventos son totalmente diferentes y, por lo tanto, discretos. Por ejemplo, pozo seco o pozo descubridor; mientras que Incertidumbre se refiere a eventos cuyos posibles resultados son continuos, como por ejemplo, tamaño del descubrimiento de crudos o precios del crudo.

Como puede apreciarse, existe una amplia incertidumbre sobre el significado de estos conceptos, así que utilizando esta amplitud de definiciones a continuación planteamos una variante afín a lo que nos ocupa.

Para este trabajo se utilizará la interpretación de Amram y Kulatilaka (1999), por ser la más cónsona con las Opciones Reales y su base conceptual desarrollada hasta la fecha. Estas definiciones corresponden a las siguientes:

- Se entiende por *Incertidumbre* a las fuentes externas de variabilidad, que afectan o determinan los resultados futuros de una variable o conjunto de variables. Por ejemplo, la existencia o no de hidrocarburos en

un área determinada, la cantidad de hidrocarburos, el comportamiento mecánico de los yacimientos, los precios de los crudos en el mercado mundial, así también hay incertidumbre en lo referente a fenómenos naturales, climáticos o no; o la respuesta de un mercado ante un nuevo producto o tecnología; etc. Todas ellas afectan y determinan los resultados económicos y financieros de un proyecto.

- *Riesgo* es el resultado o consecuencia económico-financiera adversa generada por las incertidumbres a que se expone un proyecto, decisión o negocio.

Como puede apreciarse, la Incertidumbre es muy difícil de ser afectada por una empresa y por esto es un input en el esquema de las Opciones Reales. La exposición a la incertidumbre tiene un potencial impacto sobre los flujos de efectivo de la empresa, ingresos y egresos, afectando de esta manera sus resultados económicos y financieros y, por lo tanto, de acuerdo a la definición antes dada, de convertirse en Riesgo.

Por ello, las inversiones y la manera de realizarlas tienen la finalidad de modificar esta exposición de la empresa a las incertidumbres. Ésta es la gran habilidad de una buena gerencia y de las estrategias que ella ejecuta.

Por ejemplo, el hacer diversos tipos de estudios, específicamente estudios sísmicos y su interpretación, reducen considerablemente la exposición de una empresa petrolera al riesgo exploratorio. Este mecanismo, de ir tomando decisiones contingentes de inversión, contingentes a los resultados de pequeñas dosis de inversión que van resolviendo las incertidumbres, es la manera de “gerenciar” la exposición a la incertidumbre que valorizan las Opciones Reales.

Portafolio de Referencia en Opciones Reales y Riesgos  
Base y Privado.

Como se ha explicado en los puntos anteriores de esta sección, en la valorización de opciones es importante la estructuración de un portafolio de réplica o gemelo, que coloque a los actores en una posición libre de riesgo. Esta cartera debe ajustarse dinámicamente a los cambios de mercado, utilizando la razón de cobertura  $h$ .

Este seguimiento dinámico es especialmente difícil en Opciones Reales, debido fundamentalmente a dos diferencias importantes con los activos financieros. Estas diferencias corresponden a: a) Costos del Seguimiento y Actualización y b) Calidad del seguimiento.

Dado que la Ley del Precio Único requiere una permanente actualización de la cartera de referencia y esta actualización sobre activos reales puede significar un costo de transacciones elevado, en la práctica es conveniente dejar que la cartera de referencia se desvíe, por breves períodos, del valor de la opción.

En cuanto a la Calidad del Seguimiento, entendiendo por calidad óptima o absoluta cuando los cambios en el precio de la opción es acompañado por el mismo cambio en el valor del portafolio de referencia, ésta se debe principalmente a tres factores: a) Mermas de Valor; b) Riesgo Base y c) Riesgo Privado, los cuales explicamos a continuación.

Las Mermas de Valor corresponden al hecho de que los activos reales implican costos para su resguardo y mantenimiento. Por ejemplo, el poseedor de granos de trigo o de barriles de petróleo incurre en los costos de almacenamiento y protección que significan los sitios de almacenaje e instalaciones de protección, los cuales representan costos de capital y de operación que no tienen los tenedores de activos financieros. También puede suceder con los activos reales, que su poseedor tenga una rentabilidad de conveniencia, producto de estar en condiciones de aprovechar situaciones puntuales de un mercado con respecto a ésta en una situación privilegiada,

como puede ser por ubicación o vínculos con compradores. Una tercera causa de Mermas de Valor de las Opciones Reales ocurre cuando el activo subyacente es un producto perecedero, tal como productos agrícolas y algunos artículos químicos inestables. En este caso, esta situación afecta el valor de las opciones sobre ellos. Un cuarto y último factor de Merma se presenta cuando el activo subyacente no puede almacenarse, como es el caso de la electricidad, aspecto que debe establecerse en los contratos de opciones sobre este tipo de productos.

En cuanto a los riesgos señalados, los activos reales, sean éstos commodities o de otra naturaleza, presentan dos tipos especiales de riesgos, muy propios de sus características físicas y que hacen que en la práctica sean difíciles de replicar en portafolios gemelos conformados por activos netamente financieros. Estos dos tipos de riesgo corresponden a los llamados *Riesgo Base* y *Riesgo Privado*.

El Riesgo Base corresponde a diferencias provenientes de factores tales como: calidad distinta entre el producto sobre el cual se plantea una opción y el de la cartera gemela, por ejemplo, opción sobre un crudo específico de una calidad determinada y el precio de mercado de crudos marcadores, que por no ser idénticos tienen evolución de precios diferentes. También el Riesgo Base puede tener su origen en la localización de la entrega de productos, que pueden ser distintas entre los productos cotizados en bolsa y los de un caso específico sobre el cual se desea establecer opciones. Una tercera fuente de Riesgo Base se debe a diferencias entre plazos. Esta causal se da especialmente entre futuros.

Por su parte, el Riesgo Privado se debe a incertidumbres muy particulares, propias de discontinuidades del valor de la opción real, que no tienen los valores cotizados en bolsa y que normalmente se utilizan en la construcción de carteras de réplica o gemelas. Ejemplos de este tipo de riesgo son los que se presentan en procesos de investigación y desarrollo, sean éstos de nuevos productos o tecnologías, donde hay puntos de

alternativas (opciones) muy distintas o discontinuidades, cabe decir, éxito y fracaso o descubrimiento de nuevos usos no previstos o potencialidades de mercados con escenarios muy distintos unos de los otros. Igual situación ocurre en los proyectos petroleros en áreas nuevas, donde los resultados de la exploración y evaluación pueden ser éxito o fracaso o donde pueden haber escenarios de descubrimientos con resultados económicos muy distintos unos de los otros.

### 3.3.3. Clasificación de las Opciones Reales

Existen diversos criterios para clasificar los diferentes tipos de Opciones Reales, de los cuales aquí se incluyen los de uso más frecuente y que son considerados como los más útiles para su entendimiento y aplicación.

#### En función del Tipo de Decisiones que apoyan

Éste es el sistema de clasificación más frecuentemente utilizado y sus categorías corresponden a:

- *Opción de Diferir una Inversión (Deferral Call Option).* Corresponde a la oportunidad que tienen algunos inversionistas, durante un determinado lapso, de postergar la ejecución de una inversión en espera de mejores condiciones. Esto ocurre cuando se han adquirido los derechos de desarrollar una zona minera o un campo petrolero y durante un tiempo contractual prefijado se puede postergar el desarrollo del área en concesión en espera de mejores condiciones de precio, legales o tecnológicas. Esta

situación puede ser frecuente en muchos casos, tales como desarrollos inmobiliarios, lanzamiento de un producto, incursión en nuevo mercado, etc.

- *Opción de Ampliación o Realización Continuada de Inversiones.* Este caso también es frecuente en la industria manufacturera, en la química y en la minera, aunque puede presentarse en cualquier ámbito de actividad. Corresponde a valorizar la flexibilidad que tienen ciertas situaciones de poder ir creciendo en función de condiciones que se pueden dar o se van generando durante la vida de un negocio y justamente lo importante puede ser estructurar la actividad creando opciones de crecimiento o ampliación.

- *Opción de Reducción.* Este tipo de opción es la opuesta a la de ampliación y, por lo tanto, corresponde a la posibilidad de algunos proyectos y negocios de reducir sus actividades bajo ciertas condiciones. Esta flexibilidad también es un aspecto importante de estructurar en la gerencia de los negocios y es indudablemente una fuente de valor por su impacto en el riesgo.

- *Opción de Cierre Temporal de Actividades (Switching Options).* Éste es otro tipo de flexibilidad que puede tener o puede dársele a un proyecto o negocio, que minimiza el riesgo frente a contingencias de mercados competitivos. En el fondo, esta opción es una combinación de las de Ampliación y de Reducción de actividades. También a este tipo de opciones se les conoce como opciones de intercambio, entre apertura y cierre, entre cambio de localización física, o cambio de uso de materiales, o de cambio de actividad de negocios y corresponde a una combinación de opciones de compra y de venta.

- *Opción de Cierre o Abandono de Actividades (American Put Option: a Cancelable Operating Option).* Este tipo de opción valoriza la posibilidad de cerrar definitivamente una determinada actividad y de retirarse

de un negocio, pasando las barreras de salida. Sin duda, esta flexibilidad puede tener un alto valor en actividades muy riesgosas.

- *Opción de Aprendizaje (Learnig Option)*. Corresponde a una opción tipo Put, de venta de un activo, que ocurren cuando lo conveniente es ir resolviendo la incertidumbre de un negocio por medio de la compra de información. Esta situación es frecuente en actividades de Investigación y Desarrollo (I+D), sea de nuevos productos, nuevos procesos o nuevos materiales. También sucede con los desarrollos de áreas nuevas en petróleo, donde se gerencia el riesgo vía estudios, perforación exploratoria y actividades delineadoras de yacimientos, proceso en el cual se compra información en cada etapa y con ello se va disminuyendo la incertidumbre. Este proceso obliga a efectuar inversiones relativamente pequeñas a lo largo del tiempo, antes de efectuar la inversión de desarrollo mayor. El tiempo que se toma, a veces, puede actuar en contra de otras opciones que se tengan en el proyecto. La estructura de las opciones de aprendizaje es ampliamente utilizada en los casos de inversiones de capital de riesgo, donde los inversionistas van comprando opciones de aprendizaje y minimizando el capital arriesgado.

- *Opción Compuesta (Compound Option)*. Corresponde a una secuencia de opciones, donde unas van dando lugar a otras en el tiempo, por lo que son opciones dentro de opciones. Este tipo de opciones se estructuran, por ejemplo, en la penetración de mercados, donde la introducción de un producto va generando opciones para otros productos y para posicionar una marca. Así mismo, este tipo de opciones se presenta en la construcción de una fábrica, la cual se puede hacer en tres fases: diseño, ingeniería de detalle y construcción, en cada una de las cuales se puede paralizar el proyecto o reformularlo.

- *Opción Arco Iris Compuesta (Compound Rainbow Options)*. Por opciones Arco Iris Compuesta se entiende la mezcla de las opciones antes

descritas y son las que con mayor frecuencia se dan en la realidad. Normalmente, se generan por la interacción de variadas fuentes de incertidumbre que actúan generando diferentes tipos de opciones, especialmente de aprendizaje: diferir, ampliar y reducir simultáneamente. Por ejemplo, en un proyecto petrolero de áreas nuevas están presentes todas estas opciones derivadas de las fuentes de incertidumbre de origen geológico, tecnológico, comercial y competitivo. Como se ha señalado, esta clasificación es la más utilizada en la práctica y la que cubre mejor las posibilidades de utilización de las Opciones Reales.

#### En cuanto al Número de Actores que pueden ejercer la Opción

Existen opciones que sólo pueden ser ejercidas por un actor. En este caso se habla de *Opciones Exclusivas*. Por ejemplo, cuando una empresa ha adquirido la posibilidad de desarrollar un área petrolera a exclusividad, ella es la única que puede aprovechar las opciones sobre esa área.

Por el contrario, hay opciones en las que más de un actor económico puede desarrollar y explotar, a las cuales se les conoce como *Opciones Compartidas*. Este tipo de opciones se presenta, por ejemplo, cuando dos o más empresas están investigando y desarrollando un mismo tipo de producto, donde la primera que lo lleva al mercado puede tener ventajas sobre la que llega en segundo lugar, por lo que se puede afirmar que el mayor efecto sobre el valor de una opción compartida es el efecto competitivo. De ahí que las opciones compartidas tengan menor precio que las exclusivas.

Un análisis comparativo en función del marco de competitividad de esta clasificación de Opciones Reales se presenta en el siguiente cuadro (Cuadro 2-5)<sup>13</sup>:

**Cuadro 2-5 Las Opciones de Crecimiento y el Factor Tiempo**



En Función del Precio de Mercado versus el Precio de Ejercicio

<sup>13</sup> Cuadro obtenido de W. Carl Kester, en Today's Options for Tomorrow's Growth, artículo incluido en Schwartz and Trigeorgis 2001.

De manera similar al caso de las Opciones Financieras, se pueden clasificar a las Opciones Reales como *Dentro de Dinero (In the Money)* o *Fuera del Dinero (Out of the Money)*. Para esto se debe definir el *Índice de Rentabilidad (IR)*<sup>14</sup>, el cual es igual a la relación entre el Valor Actual o Valor Presente de los Flujos de Ingresos Operativos Netos (flujos de caja positivos del proyecto) dividido entre el Valor Presente de las Inversiones requeridas por el proyecto, ambos montos incrementales con respecto a la empresa que analiza la inversión. Expresado como ecuación es:

$$IR = \frac{VP(FC+)}{VP(Inversiones)} = \frac{S}{VP(E)} \quad (2-48)$$

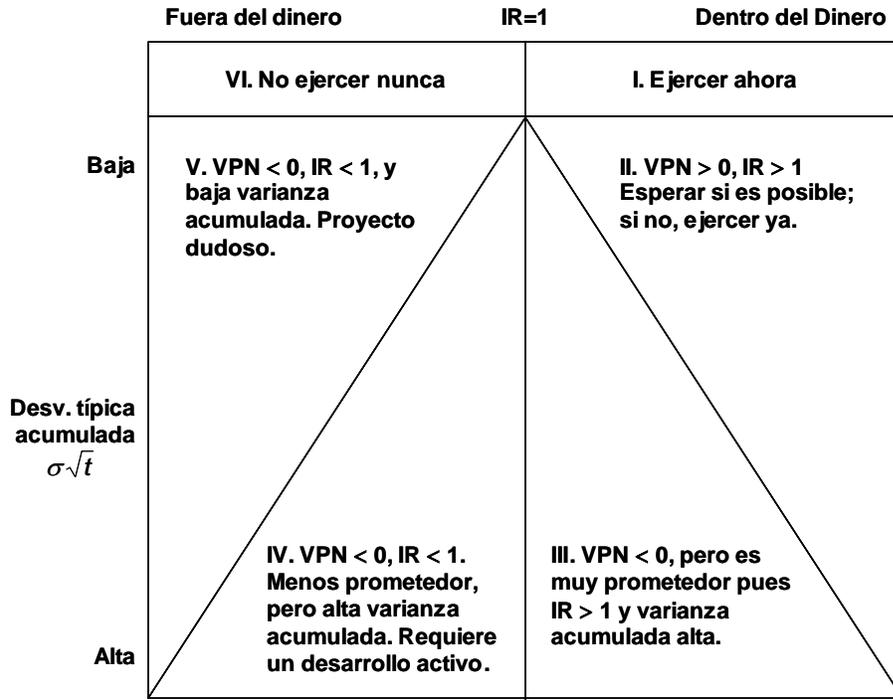
Donde el Valor Presente de los flujos de caja positivo equivale, como se ha dicho, al precio del activo subyacente (S) y el Valor Presente de las inversiones al precio de ejercicio de la opción (E). Por lo tanto, si  $IR > 1$  la opción está Dentro de Dinero y Fuera del Dinero si  $IR < 1$ . Esto permite clasificar a las Opciones Reales en las seis categorías que se muestran y explican en el siguiente cuadro (Cuadro 2-6)<sup>15</sup>.

---

<sup>14</sup> Este indicador también es llamado en Finanzas Corporativas Eficiencia de la Inversión (EI) (Brealey y Myers 1998).

<sup>15</sup> Este cuadro es presentado por Timothy A. Luehrman en su artículo *Strategy as a Portfolio of Real Options*, incluido en Schwartz and Trigeorgis 2001.

**Cuadro 2-6 Clasificación de las Opciones Reales**



Esta clasificación utiliza el concepto de las Opciones Financieras Dentro de Dinero y Fuera de Dinero, en función de que el precio de mercado del subyacente, activo real, esté por encima (dentro de dinero) o sea inferior (fuera de dinero) al precio de ejercicio del activo, es decir, del monto a invertir requerido por el proyecto.

### 3.3.4. Tratamiento de Casos Unitarios Básicos de Opciones Reales

Como se ha explicado, la decisión de inversión en áreas petroleras nuevas ocurre a través de un proceso secuencial y contingente a los logros o resultados de cada etapa. Esto hace que un proyecto de inversión de esta naturaleza deba verse como una combinación de opciones, muchas de ellas secuenciales, donde cada etapa está dominada por algún tipo de incertidumbre. Por ejemplo, la etapa Exploratoria está dominada por la incertidumbre geológica relativa a la existencia o no de crudos; mientras que la fase de Evaluación es dominada por la incertidumbre de volúmenes y calidades de los crudos. De manera similar, las fases de Desarrollo y de Operación son dominadas por incertidumbres de precios y tecnológicas.

Esta situación hace que el problema planteado deba considerarse como una Opción Real Compuesta, es decir, estructurada sobre la base de distintos tipos básicos de Opciones Reales Simples. Ésta es una idea fundamental de la teoría de las Opciones Financieras (Castro y Mascareñas, 1991), donde cada Opción Simple se trata como un “ladrillo”, con el cual se pueden construir estructuras financieras más complejas, especialmente al unir diferentes tipos de “ladrillos”, es decir, diferentes tipos de Opciones Simples, dando origen a la *“Ingeniería Financiera”*, tal como se desarrolló en el 1.3 de este capítulo, referente a Opciones Financieras.

En la Teoría de las Opciones Financieras, hay dos “ladrillos” fundamentales<sup>16</sup>: a) Opciones de Compra o “Call” y b) Opciones de Venta o “Put”, a partir de los cuales se pueden derivar diferentes estructuras para manejar el riesgo y rentabilidad de situaciones prácticas.

---

<sup>16</sup> Tal como se puede ver en la sección 1.3 de este capítulo, referente a Opciones Financieras.

En el caso de las Opciones Reales, se identifica un conjunto de tipos básicos de opciones<sup>17</sup>, aunque todas ellas se originan en las dos Opciones Financieras Simples antes señaladas: las “Call” y las “Put”. Estos casos o estructuras básicas de Opciones Reales corresponden a las que se detallan a continuación, explicadas aquí de la manera más simple posible a través de ejemplos sencillos.

### Opción de Diferir una Inversión

Cuando se licita un área petrolera para obtener el derecho a explorar y luego desarrollar los campos que hipotéticamente se encontrarán, el inversionista está en posesión de una opción exclusiva (sólo él la posee una vez licitada), que es válida dentro de un cierto horizonte de tiempo (período de validez del derecho a explorar). Pero dentro de este lapso, él puede determinar en qué momento se da la mejor oportunidad temporal para acometer las inversiones y, por lo tanto, puede DIFERIR el inicio del proyecto. Esto puede ocurrir si se prevé un aumento de los precios del crudo, lo cual le permitirá tener una mejor posición negociadora para las siguientes fases del proyecto.

De esta forma se puede plantear, de una manera muy simplificada, que si el precio del petróleo sube suficientemente, la empresa inversionista estará dispuesta a invertir  $I_1$ , ejerciendo la opción de extraer el crudo. El valor, un instante antes de que expire el derecho, se puede calcular por la siguiente fórmula:

$$E_1 = \text{Max}[VP_1 - I_1; 0] \quad (2-49)$$

---

<sup>17</sup> Esta sección se basa en Schwartz y Trigeorgis (2001); Copeland y Antikarov (2001), Amram y Kulatilaka (2000) y Mascareñas y Perez-Iñigo (1999).

Ecuación que señala que la Opción de DIFERIR es igual a una Opción Financiera de compra (Call) tipo americana<sup>18</sup>, con la cual se tiene derecho al Valor Presente de los flujos de caja positivos esperados del proyecto ( $VP_1$ ), cuyo precio de ejercicio es la inversión  $I_1$  que hay que hacer para desarrollar el campo y poder acceder a  $VP_1$ . La ejecución inmediata o adelantada del proyecto significa renunciar a la opción (posibilidad) de diferirlo. El valor de esta opción es un “costo de oportunidad”, que señala que esta decisión debe tomarse sólo cuando el Valor Presente de los flujos de caja esperados sea mayor que la Inversión Inicial en una determinada cantidad, que mientras mayor es, mejor, y la diferencia representa el valor de la Opción de DIFERIR.

Lo anterior puede ilustrarse a través del siguiente ejemplo. Supóngase la situación de un proyecto petrolero, cuyo Valor Presente hoy es de 100 millones de dólares, el cual se puede diferir en su inicio en un año, con la expectativa de que el Valor Presente de los flujos puedan ser o 180 millones de dólares, con una probabilidad de 0,4 de que los precios suban, o de 60 millones de dólares, si los precios bajan, escenario que tiene una probabilidad de 0,6. Si además se sabe que la inversión inicial ( $I_1$ ) es de 104 millones de dólares y que la tasa libre de riesgo es de 8% anual, ¿Qué es más conveniente: llevar a cabo el proyecto o diferirlo?

Puede verse que el Valor Presente Neto (VPN) hoy es de -4 millones de dólares, resultado de restarle 104 (MMUS\$) a los 100 (MMUS\$) del Valor Presente de los flujos de caja positivos esperados.

Al diferir se tiene, como valor de la inversión inicial,  $I_1 = 104 * 1,08 = 112,32$  millones de dólares, en comparación con el Valor

---

<sup>18</sup> Las Opciones Financieras tipo Americano pueden ejercerse en cualquier instante antes de la fecha de expiración de la opción, mientras que las Europeas sólo pueden ejercerse en la fecha de expiración.

Presente del proyecto dentro de un año, bajo las consideraciones de neutralidad ante el riesgo<sup>19</sup>, se estima de la siguiente manera:

$$V_1^+ = \text{Max}[VP_1^+ - I_1; 0] = \text{Max}[180 - 112,32; 0] = 67,68 \text{MMUS\$}$$

$$V_1^- = \text{Max}[VP_1^- - I_1; 0] = \text{Max}[60 - 112,32; 0] = 0 \text{MMUS\$}$$

El valor total del proyecto, con la opción de diferimiento incluida, se calcula a través de la ecuación<sup>20</sup>:

$$V_0 = \frac{pE_1^+ + (1-p)E_1^-}{(1+r_f)} = \frac{0,4 \times 67,6 + 0,6 \times 0}{1+0,08} = 25,07$$

De aquí se puede obtener el Valor de la Opción de DIFERIR, a partir de restarle al Valor Total (25,07 MMUS\$) su Valor Presente Neto base (-4 MMUS\$), de donde se obtiene que el Valor de la Opción de DIFERIR es 29,07 MMUS\$.

Opción de DIFERIR = VPN total – VPN base = 25,07 – (- 4) = 29,07 MMUS\$

Lo cual representa un 29 % del valor de dichos flujos, cifra de magnitud bastante importante.

### Opción de Crecimiento o de Ampliación

Si en el futuro se producen circunstancias de mercado que hacen atractivo el evaluar el CRECIMIENTO de la escala del proyecto, o lo que es lo mismo, su AMPLIACIÓN, por ejemplo, en un  $\omega\%$ , incurriendo en una inversión adicional de  $I_a$ , en término de Opciones, esta situación es

---

<sup>19</sup> El concepto de Neutralidad al Riesgo se explicó en la sección 1.6.1. de este capítulo.

<sup>20</sup> Fórmula es explicada en el capítulo de Marco Teórico fórmula (2-64).

equivalente a tener una opción de compra (Call) sobre una parte adicional del proyecto, con un precio de ejercicio de  $I_a$ .

En este caso, el valor de la Opción de Crecimiento incorporada al proyecto puede ser evaluado en función de la siguiente fórmula:

$$V_1 = VP_1 + Máx[\omega VP_1 - I_a; 0] \quad (2-50)$$

Aplicando el ejemplo desarrollado anteriormente y agregando los siguientes datos: la producción y ventas pueden hacer aumentar el Valor Presente en un 50% ( $\omega = 50\%$ ), para lo cual se requiere una inversión incremental de 40 MMUS\$, situación que se podrá apreciar en un año más, expresado aritméticamente se tienen las siguientes ecuaciones:

$$V_1^+ = VP_1^+ + Máx[\omega VP_1^+ - I_a; 0] = 180 + Máx[180 \times 0,5 - 40; 0] = 230$$

$$V_1^- = VP_1^- + Máx[\omega VP_1^- - I_a; 0] = 60 + Máx[60 \times 0,5 - 40; 0] = 60$$

En  $V_1^+$  (escenario alto) es conveniente ampliar las operaciones, pero en  $V_1^-$  (escenario bajo) ocurre lo contrario: no es recomendable, no agrega valor el ampliar las operaciones.

Por lo tanto, el valor total del proyecto ( $V_0$ ), con la opción de ampliación incluida, es igual a:

$$V_0 = \frac{pV_1^+ + (1-p)V_1^-}{(1+r_f)} - I_0 = \frac{0,4 \times 230 + 0,6 \times 60}{1+0,08} - 104 = 14,5 \text{ MMUS\$}$$

y el valor de la opción de ampliar tendrá un valor de 18,5 MMUS\$ (el 18,5 por 100 del valor actual de los flujos de caja):

Opción de ampliar = VAN total - VAN básico = 14,5 - (- 4) = 18,5 MMUS\$

Un claro ejemplo de este tipo de opciones es el proceso de inversión por etapas seguido por los fondos de inversión en capital-riesgo. Así, de cara a reducir su riesgo, dichos fondos van invirtiendo dinero en la empresa paso a paso, con la condición de que la etapa previa haya proporcionado un resultado aceptable. De esta manera, van ejerciendo las diversas opciones de ampliación de su inversión.

En caso contrario, si el resultado fuese desfavorable, siempre se puede ejercer la opción de abandonar. En conclusión, la inversión por etapas permite obtener las opciones de crecimiento y abandono y decidir cuál ejercer, según sea la información que vayan recogiendo a lo largo del horizonte de planificación.

### Opción de Reducción

En este punto vamos a ver el caso contrario al contemplado en la sección anterior. Si las condiciones del mercado resultan ser peores que las esperadas, la compañía podría operar con menor capacidad productiva e, incluso, podría optar por reducirla en un  $c\%$ , lo que le permitiría ahorrar parte de los desembolsos iniciales previstos ( $A_r$ ). Esta flexibilidad para reducir las pérdidas se puede contemplar como una opción de venta (Put) sobre parte (un  $c\%$  del proyecto inicialmente previsto), con un precio de ejercicio igual al ahorro de los costos potenciales ( $A_r$ ), y que viene proporcionada por:

$$\text{Máx}[A_1 - cVA_1; 0] \quad (2-51)$$

## Opción de Cierre Temporal

En cierto tipo de industrias como las de extracción de recursos naturales (minería, petróleo, gas, etc.), o en la planificación y construcción de industrias cíclicas, moda, bienes de consumo, etc., existe la posibilidad de detener temporalmente la totalidad del proceso productivo cuando los ingresos obtenidos son insuficientes para hacer frente a los costos variables operativos (como los de mantenimiento, por ejemplo) y de volver a producir cuanto la situación haya cambiado favorablemente.

Por lo tanto, se pueden contemplar las operaciones anuales como opciones de compra de los ingresos de ese año ( $C$ ), cuyo precio de ejercicio viene dado por los costos variables operativos ( $A_v$ ). El valor de dichas opciones se puede calcular a través de la siguiente expresión:

$$\text{Máx } [C - A_v; 0] \quad (2-52)$$

Si se toman nuevamente los datos del punto anterior con alguna información adicional se tiene el siguiente ejemplo: supóngase que la directiva puede realizar un primer pago de 50 MMUS\$ y un segundo pago al final del año de 58,32 millones. Este último se subdivide en 25 millones de costos de mantenimiento (20 de costos fijos y el resto de costos variables) y 33,32 millones de costos de publicidad (todos variables). Es decir, los costos fijos totales representan 20 MMUS\$ y los variables son 38,32 millones. Supóngase que al final del año 1 se espera que los ingresos sean iguales al 30% del valor actual del proyecto en dicho instante ( $C = 0,3VA_1$ ), es decir:

$$C^+ = 0,3 \quad VI^+ = 0,3 \times 180 = 54 \quad \text{Escenario Alto}$$

$$C^- = 0,3 \quad VI^- = 0,3 \times 60 = 18 \quad \text{Escenario Bajo}$$

Si la directiva desea conseguir dichos ingresos, deberá incurrir en 38,32 millones de costos variables. Así pues, aquélla tiene la opción de hacerse con el valor del proyecto VI (neto de costos fijos  $I_F$ ) menos los costos variables o bien abandonarlo temporalmente manteniendo el valor del proyecto menos los ingresos a los que se renuncia (C):

$$E_1 = \text{Máx}[VI_1 - I_V; VI_1 - C] - I_F = (VI_1 I_F) - \text{Mín}[I_V; C] \quad (2-53)$$

Sustituyendo las variables por sus valores se obtiene:

$$E_1^+ = (VI_1^+ - I_F) - \text{Mín}[I_V; C^+] = (180 - 20) - \text{Mín}[38,32; 54] = 121,68$$

$$E_1^- = (VI_1^- - I_F) - \text{Mín}[I_V; C^-] = (60 - 20) - \text{Mín}[38,32; 18] = 22$$

El valor del proyecto, opción de cierre temporal incluida, es igual a:

$$V_0 = \frac{pV_1^+ + (1 - p)V_1^-}{(1 + r_f)} - I_0 = \frac{0,4 \times 121,68 + 0,6 \times 22}{1 + 0,08} - 50 = 7,29 \text{ MMUS\$}$$

y, por lo tanto, el valor de la opción aisladamente considerada alcanzará un valor de:

$$\begin{aligned} \text{Opción de cerrar temporalmente} &= \text{VAN total} - \text{VAN básico} = \\ &= 7,29 - (-4) = 11,29 \text{ MMUS\$} \end{aligned}$$

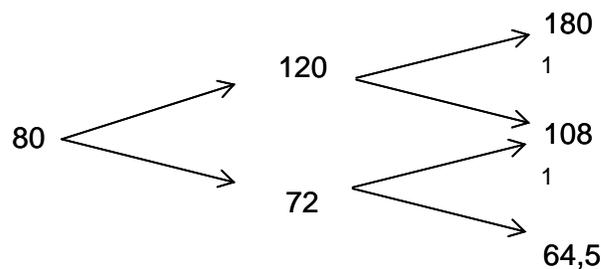
Opción de Cierre Definitivo

La directiva no tendrá que seguir incurriendo en costos fijos si no se vislumbra una mejora del precio del petróleo o si existen otras causas que aconsejan el abandono definitivo del proyecto. Esto significa que la directiva tiene una opción para abandonar el proyecto a cambio de su valor residual (éste puede ser su valor de liquidación, la venta de la compañía, etc.). Dicha opción de venta sobre el valor actual del proyecto (VI) es de tipo americana. Su precio de ejercicio es el valor residual o el de la mejor alternativa posible (VR) y capacita a la directiva a recibir:

$$VI + Máx [VR - VI; 0] = Máx [VI ; VR] \quad (2-54)$$

Así, supóngase que el valor residual de la empresa de explotación petrolífera (o el de su mejor alternativa) se distribuye según el esquema temporal mostrado en la Figura 2-10.

**Figura 2-10 Distribución Binomial del Valor Residual**



En la figura se puede observar cómo el valor residual actual ( $VR_0 = 80$  millones) es inferior al valor actual del proyecto

( $VI_0 = 100$  Millones), puesto que si esto no fuese así, la directiva habría optado directamente por no acometer este último. Además, tiene la misma tasa de rendimiento interno que el proyecto (20 por 100) y una menor varianza (así, si las cosas van bien, no será óptimo abandonar tempranamente el proyecto, pero si van mal podría ser aconsejable). Por lo tanto, el valor del proyecto para los accionistas será:

$$V_1^+ = \text{Máx} [VI_1^+ ; VR_1^+] = \text{Máx} [180 ; 120] = 180 \text{ (continuar)}$$

$$V_1^- = \text{Máx} [VI_1^- ; VR_1^-] = \text{Máx} [60 ; 72] = 72 \text{ (abandonar)}$$

El valor del proyecto, opción de abandono incluida, será:

$$E_0 = \frac{pV_1^+ + (1 - p) V_1^-}{(1 + r_f)} - A_0 = \frac{0,4 \times 180 + 0,6 \times 72}{1 + 0,08} - 104 = 2,67 \text{ MMUS\$}$$

Y, por lo tanto, el valor de la opción de abandonar totalmente la producción es igual a:

$$\text{Opción de cerrar} = \text{Valor total} - \text{VAN básico} = 2,67 - (-4) = 6,67 \text{ MMUS\$}$$

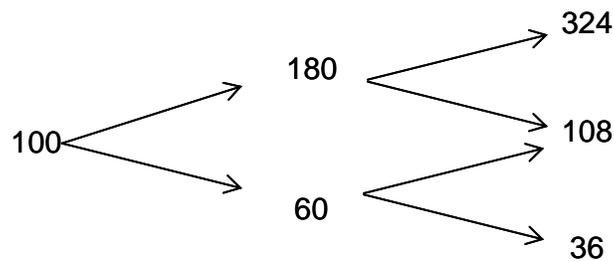
### *El Caso de Dos Períodos*

Este punto se puede aprovechar para comentar que, evidentemente, la valoración del proyecto de inversión o de las propias opciones no se limita sólo al próximo período, sino que se puede extrapolar a períodos posteriores. Por ejemplo, cómo se podría hacer este cálculo para los dos próximos años en el caso analizado aquí, situación que puede extenderse por el número de períodos que sea necesario.

Para calcular el valor del proyecto al final del año 1 es necesario recordar que el valor actual del mismo en dicho instante podía ser o bien  $VI_1^+ = 180$  MMUS\$, o bien  $VI_1^- = 60$  MMUS\$, en función de que las cosas

fuesen bien o mal, respectivamente. Obsérvese que el factor de crecimiento del valor del proyecto es del 1,8 y el de decrecimiento es del 0,6 (Figura 2-11)

**Figura 2-11 Distribución Binomial del Valor del Proyecto**



En caso de que las condiciones sean optimistas el  $VI_2^{++} = VI_1^+ \times 1,8 = 324$  millones, si son intermedias el  $VI_2^{+-} = VI_1^2 \times 0,6 = 108$  millones, mientras que si fuese pesimista  $VI_2^{--} = VI_1^- \times 0,6 = 36$  millones. Por lo tanto, los posibles valores del proyecto al final del año 2, con la posibilidad de abandonarlo totalmente, serían:

$$V_2^{++} = \text{Máx} [VI_2^{++} ; VR_2^{++}] = \text{Máx} [324 ; 180] = 324 \text{ millones}$$

(continuar)

$$V_2^+ = \text{Máx} [VI_2^+ ; VR_2^+] = [108 ; 108] = 108 \text{ millones (continuar)}$$

$$V_2^{--} = \text{Máx} [VI_2^{--} ; VR_2^{--}] = \text{Máx} [36 ; 64,5] = 64,5 \text{ millones}$$

(abandonar)

Con estos datos se puede calcular el valor del proyecto al final del año 1, si las condiciones son óptimas:

$$V_1^+ = \frac{pV_2^{++} + (1 - p) V_2^{+-}}{(1 + r_f)} = \frac{0,4 \times 324 + 0,6 \times 108}{1 + 0,08} = 180$$

millones

y si son pesimistas:

$$V_1^- = \frac{pV_2^{+-} + (1 - p) V_2^{--}}{(1 + r_f)} = \frac{0,4 \times 108 + 0,6 \times 64,5}{1 + 0,08} = 75,8$$

millones

Por lo tanto, el valor del proyecto, opción de abandono incluida, será:

$$V_0 = \frac{pV_1^+ + (1 - p) V_1^-}{(1 + r_f)} - I_0 = \frac{0,4 \times 180 + 0,6 \times 75,8}{1 + 0,08} - 104 = 4,78$$

millones.

Y el valor de la opción de abandonar totalmente la producción es igual a: Opción de cerrar = Valor total – VAN básico = 4,78 – (-4) = 8,75 MMUS\$.

Obsérvese que, como se señaló anteriormente, al tener en cuenta un mayor plazo de tiempo el valor de la opción es mayor, lo que es lógico, puesto que el valor de las operaciones aumenta con el horizonte temporal, bajo el considerando fundamental de la teoría de la opciones: sólo se ejercen si el futuro se aprecia con beneficios.

## Opción de Aprendizaje

Las Opciones de Aprendizaje surgen cuando una empresa se encuentra ante la posibilidad de invertir dinero con objeto de acelerar la adquisición de conocimiento o información (reducir el desfase tecnológico en I+D o averiguar la cantidad de mineral disponible en una explotación, por ejemplo) y utilizar lo que ha aprendido con objeto de calcular mejor la demanda de su producto y, por lo tanto, rectificar o confirmar sus expectativas acerca de los flujos de caja previsto.

Las empresas mineras tienen que decidir cuándo desarrollar las concesiones que poseen y cuánto ofrecer por el derecho a desarrollar propiedades adicionales. Dichas decisiones suelen implicar una combinación de opciones. Por ejemplo, en el caso de la explotación petrolífera es interesante esperar a ver si las tendencias del precio del crudo, si estas son al alza es conveniente proceder a extraerlo, pero también se debe conocer el volumen del yacimiento de petróleo que se piensa explotar, lo que se consigue con una serie de pruebas que cuestan dinero. Las fuentes de incertidumbre son el precio del barril de petróleo crudo y el tamaño del yacimiento. Por lo tanto, hay que ponderar el valor de la opción de diferir con respecto al de la opción de aprender, porque con la primera se reduce la incertidumbre sobre el precio, mientras que con la segunda se reduce la del tamaño del yacimiento de petróleo.

Éste es un caso de una *Opción Arco Iris (Rainbow Option)*, donde ambas opciones componentes se encuentran en conflicto, lo que implica que para las compañías y sus accionistas el valor combinado de ambas opciones es inferior a la suma de sus valores individuales.

Así, el desarrollo inmediato de la explotación sacrifica la opción de diferir, pero proporciona información sobre el tamaño de aquella. Por otro lado, el diferir la realización del proyecto permite aprovecharse del instante

en que el precio de mercado del crudo sea interesante, pero no se dispone de ninguna información sobre cuánto crudo se podrá extraer.

La solución puede venir de un desarrollo parcial que reduzca la incertidumbre sobre el tamaño del yacimiento de petróleo, sin eliminar la posibilidad de retrasar la extracción hasta que los precios mejoren.

Si el valor actual de los flujos de caja está próximo al umbral de rentabilidad, la espera proporciona a la directiva la oportunidad de reaccionar ante las futuras variaciones de los precios. Sin embargo, el desarrollo parcial de la explotación proporcionará una información valiosa sobre el tamaño del yacimiento, lo cual reduce la incertidumbre sobre su volumen, mientras preserva la posibilidad de que el equipo directivo ajuste los flujos de caja esperados de acuerdo a lo aprendido. Por lo tanto, el desarrollo parcial representa una opción de aprendizaje que se encuentra en conflicto con la opción de diferir, porque la empresa no puede acometer ambas.

Los proyectos de Investigación y Desarrollo multi-etapa suelen contener implícitas una serie de opciones de aprendizaje (tipo Put), basadas en la incertidumbre sobre la tecnología y el comportamiento del mercado. La realización de proyectos de I+D da al equipo directivo el derecho, pero no la obligación, de comercializar el producto desarrollado. Aunque un proyecto de I+D aisladamente considerado pueda tener un Valor Presente Neto (VPN) negativo, la opción de comercializarlo puede ser muy valiosa, al igual que la opción de aprendizaje tecnológico. Esto significa, que una empresa que desarrolla una tecnología determinada puede renunciar a comercializar un producto, porque permite acometer un nuevo proceso de investigación más ambicioso, del cual resultará otro producto de tecnología superior, que posiblemente sí puede ser comercializado en su momento.

## Opción Compuesta

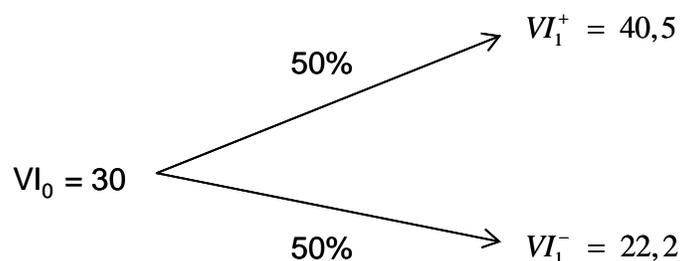
Las opciones compuestas corresponden a aquéllas que cuando son ejercidas generan otra opción al mismo tiempo que un flujo de caja. En general, implican inversiones secuenciales o por etapas. Es decir, la realización de la primera inversión da a la empresa la posibilidad, pero no la obligación, de realizar una segunda inversión que, a su vez, posibilita realizar una tercera, etc.

Las inversiones secuenciales proporcionan a los directivos la posibilidad de abandonar o de ampliar los proyectos a lo largo de su vida. Se pueden encontrar en cualquier industria manufacturera, cuando se está pensando en construir una nueva factoría o en realizar una gran inversión. Las decisiones de expansión en nuevas áreas geográficas y la inversión I+D también implican inversiones secuenciales de este tipo.

Supóngase que un fabricante de vehículos a motor, al que se denomina CarroSA, se plantea la adquisición de la empresa CATanare, que acaba de presentar un prototipo de vehículo propulsado por energía solar. La idea de CarroSA es negociar la posibilidad de adquirir dicha empresa durante el plazo de un año, por el precio de mercado que tenga en el momento de la compra y, una vez adquirida CATanare, plantearse la fabricación, desarrollo y distribución de los vehículos de energía solar a gran escala.

Según los cálculos de los analistas de CarroSA, el valor actual de CATanare toma un valor medio igual a 30MMUS\$ que transcurrido un año, puede aumentar hasta situarse en 40,5 millones o descender hasta los 22,2 millones, tal como puede apreciarse en la Figura 2-12.

**Figura 2-12 Distribución del Valor de CATanare**

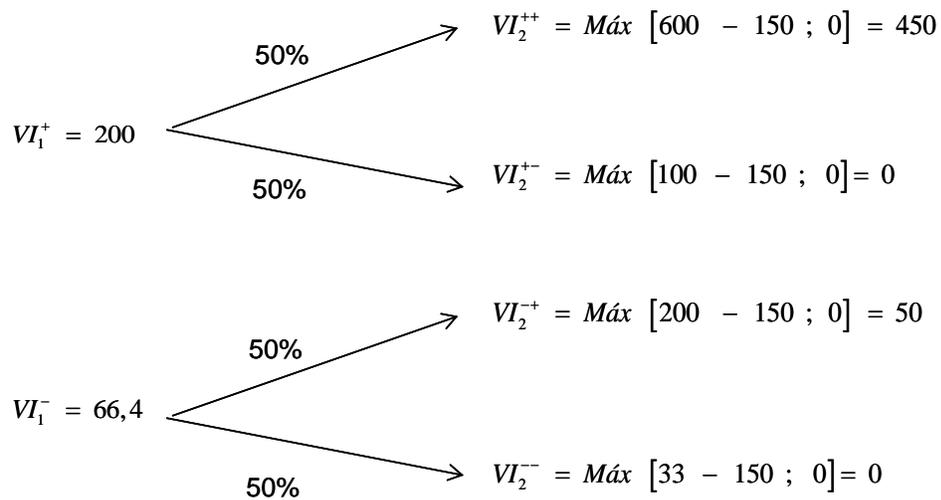


De tal manera que CarroSA puede adquirir CATanare dentro de un año por su valor de mercado en dicho instante (40,5 millones o 22,2 millones). Dicha cantidad actúa como el precio de ejercicio de una opción de compra, que le permite a CarroSA investigar, desarrollar, distribuir y vender vehículos propulsados por energía solar. Los analistas de esta última compañía consideran que después de adquirir CATanare, se pueden obtener los flujos de caja mostrados en la Figura 6-13, siempre que se acometa un proyecto de desarrollo y venta a gran escala de los vehículos, mediante la inversión de 150MMUS\$ en un año de plazo.

Así, si las condiciones son favorables (el precio de ejercicio es de 40,5 MM) el valor esperado en el año 1, aportado por la adquisición de CATanare, es de 20 MMUS\$, valor que puede aumentar al año próximo hasta los 600 millones o descender hasta los 10 millones, si el mercado no se muestra receptivo.

Para obtener dichos flujos de caja no basta con comprar CATanare, sino que habrá que invertir una cantidad de dinero en I+D, inversión que puede demorarse un año. Como ya se ha dicho, el valor de la cantidad invertida se cifra en 150 MMUS\$ del año 2. En la Figura 2-13 puede verse el valor intrínseco de la opción en el año 2 (450 o 0 millones).

**Figura 2-13 Valor Actual de los Flujos de Caja de la I+D de los Vehículos Eléctricos para CarroSA**



Si las condiciones no son inicialmente favorables (precio de compra de CATanare de 22,2 millones), el valor de los flujos de caja esperados para CarroSA en el año 1 es de 66,4 MM, valor que puede mejorar hasta situarse en 200 millones o empeorar hasta los 33 millones. El valor intrínseco de la opción de compra el segundo año es de 50 millones es nula.

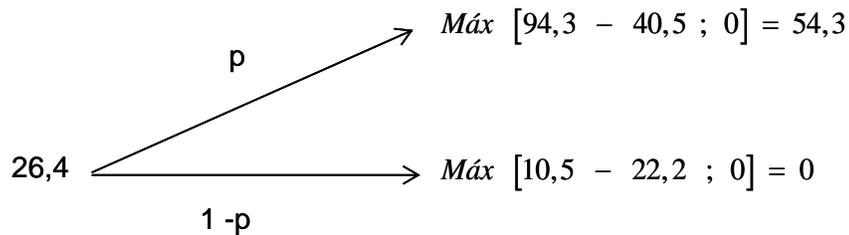
Una vez analizados los flujos de caja, se pasará a valorar la opción de compra de I+D que posee CarroSA, una vez adquirida CATanare. Si el tipo de interés sin riesgo es de 5% anual, las probabilidades neutrales al riesgo serán  $p = 0,22$  y  $(1-p) = 0,78$ . El valor de la opción de compra en ambos casos será igual a:

$$V_1^+ = \frac{pV_2^{++} + (1 - p) V_2^{+-}}{(1 + r_f)} = \frac{0,22 \times 450 + 0,78 \times 0}{1 + 0,05} = 94,3 \text{ MM}$$

$$V_1^- = \frac{pV_2^{++} + (1 - p) V_2^{--}}{(1 + r_f)} = \frac{0,22 \times 50 + 0,78 \times 0}{1 + 0,05} = 10,5 \text{ MM}$$

De acuerdo a estos datos, CarroSA puede saber si le interesa o no adquirir SolaCar, puesto que dichas cifras indican el valor de la opción de compra I+D, cuyo precio de ejercicio viene dado por el valor de adquisición de CATanare en el primer año. Obsérvese la Figura 2-14. Si CarroSA ejerce la opción de comprar CATanare dentro de un año, cuando las expectativas sean buenas, ganará 54,3 MMUS\$. No ganará nada en el otro caso, porque el precio de compra superará las ganancias esperadas

**Figura 2-14 Valor de diferir la Opción de Compra de CATanare**



Aplicando un tipo de interés sin riesgo del 5% anual a los datos mostrados en la figura anterior, veremos que  $p = 0,51$  y  $(1-p) = 0,49$ , por lo que el valor de la opción de compra de CATanare es igual a:

$$V_0 = \frac{pV_1^+ + (1 - p) V_1^-}{(1 + r_f)} = \frac{0,51 \times 54,3 + 0,49 \times 0}{1 + 0,05} = 26,4$$

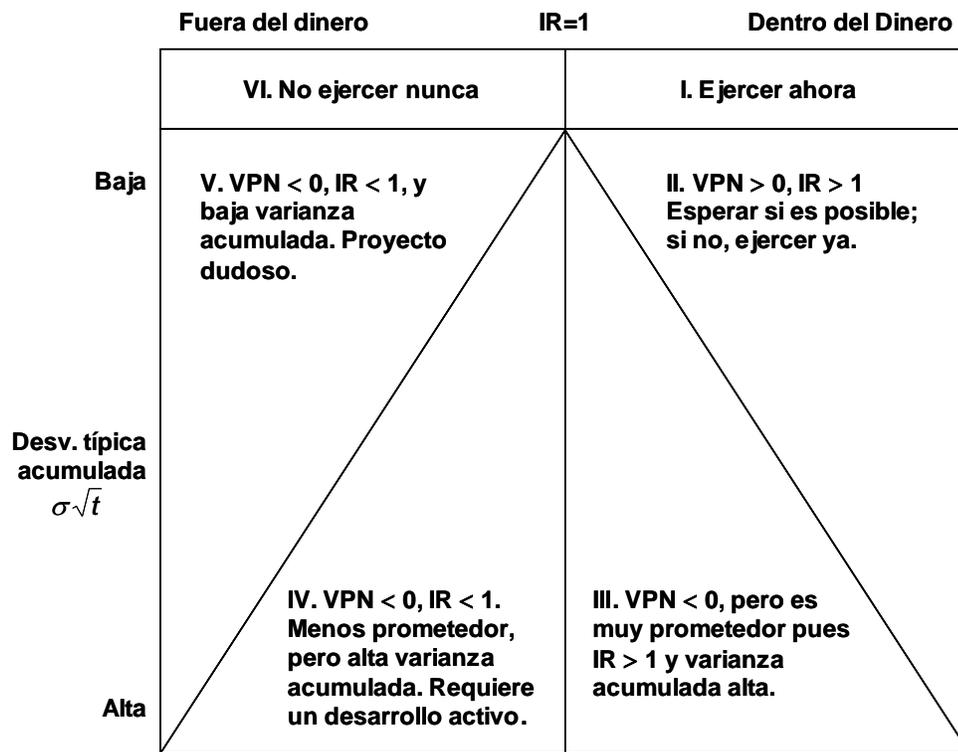
millones

Resumiendo, CarroSA posee una opción de compra sobre CATanare, que si la ejerce, le permitirá desarrollar un ambicioso proceso de desarrollo y

venta de vehículos propulsados por energía solar, lo que en sí mismo constituye otra opción, puesto que CarroSA puede renunciar a dicho proceso una vez adquirida CATanare. Teniendo en cuenta todo esto, se ha calculado como el valor actual de la opción de adquirir CATanare dentro de un año, por su valor de mercado en dicho instante, vale 26,4 millones para CarroSA.

En la siguiente sección se desarrolla un método general de valoración de las Opciones Reales, el cual se construye paso a paso sobre la base conceptual de los métodos analíticos y numéricos existentes.

**Cuadro 2-6 Clasificación de las Opciones Reales**



Esta clasificación utiliza el concepto de las Opciones Financieras Dentro de Dinero y Fuera de Dinero, en función de que el precio de mercado del subyacente, activo real, esté por encima (dentro de dinero) o sea inferior (fuera de dinero) al precio de ejercicio del activo, es decir, del monto a invertir requerido por el proyecto.

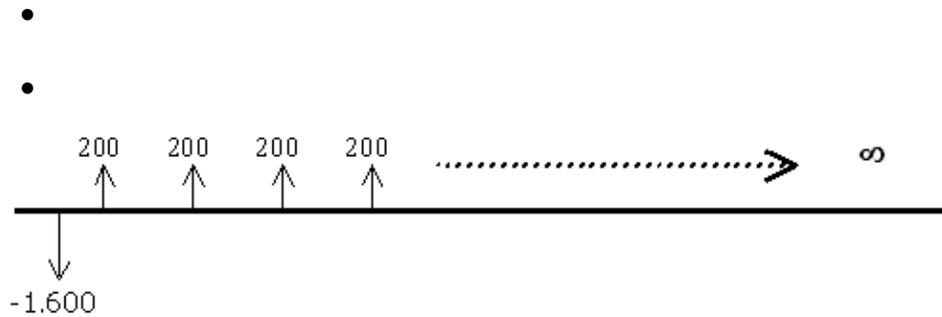
### 3.4. Desarrollo de un Marco Teórico Avanzado a través de Casos de Ejemplos

En esta sección se deriva una solución general de valoración de Opciones Reales, la cual se construye paso a paso, desde los casos más simples hasta los más complejos y por lo tanto los más cercanos a las realidades empresariales y de negocio, este proceso sirve para aclarar diferentes conceptos e ir comparándolos con otros métodos que se han aplicado a las decisiones de inversión.

#### 3.4.1. Primer Caso: Diferimiento Simple de una Inversión

Considérese el caso de una opción muy simple de diferir una inversión, de la cual se tiene la siguiente información. Existe la alternativa a) Se invierten MUS\$ 1.600,00 ó b) se difiere en un año la inversión. Los flujos de efectivo que se consideran son de ingresos de efectivo a perpetuidad, de MUS\$ 200,00 al año, para el caso (a), o que los flujos de ingreso pueden subir a MUS\$ 300 o bajar a MUS\$ 100, para el caso (b). Ambos vistos hoy con probabilidades de 50% al alza o a la baja, es decir, flujos de efectivo esperados de MUS\$ 200,00 [Valor Esperado =  $0,5 \cdot 300 + 0,5 \cdot 100 = 200,00$ ], el mismo que hoy se estima.

- Caso analizado como “Valor Presente Neto” (Caso “a”). En este caso los flujos de efectivo son los que se presentan en el siguiente dibujo:

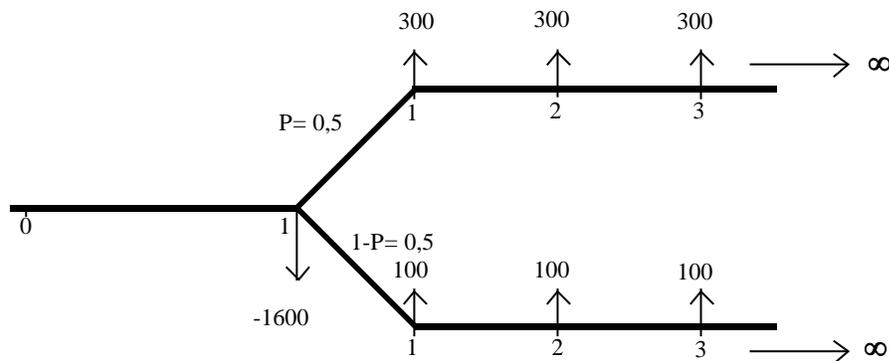


El cálculo del Valor Presente Neto es el siguiente:

$$VPN = -1600 + \sum_{t=0}^{\infty} \frac{200}{(1,1)^t} = -1600 + 2200 = 600$$

Como se aprecia el valor en este caso es MUS\$ 600,00.

- Caso analizado como Opción de diferir la Decisión (Caso “b”). Si se difiere la decisión de invertir, los Flujos de Efectivo son los que se muestran en el siguiente gráfico:



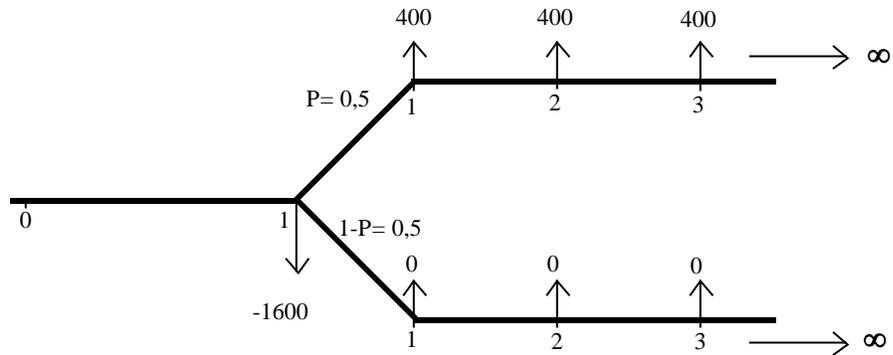
En este caso, el cálculo del Valor está dado por la siguiente expresión:

$$\begin{aligned}
VPN &= 0,5Máx\left[\frac{-1600}{1,1} + \sum_{t=1}^{\infty} \frac{300}{(1,1)^t}; 0\right] + 0,5Máx\left[\frac{-1600}{1,1} + \sum_{t=1}^{\infty} \frac{300}{(1,1)^t}; 0\right] \\
&= 0,5Máx\left[\frac{-1600 + 3300}{1,1}; 0\right] + 0,5Máx\left[\frac{-1600 + 1100}{1,1}; 0\right] \\
&= 0,5Máx\left[\frac{1700}{1,1}; 0\right] + 0,5Máx[0] = \frac{850}{1,1} = 773
\end{aligned}$$

Como se puede apreciar, en este caso de diferir la decisión, el valor del proyecto es MUS\$ 773,00. Este aumento del valor del proyecto está explicado por el Valor de la Opción de diferir la ejecución de la inversión, es decir MUS\$ 773 – 600 = MUS\$ 173,00. Al diferirse la opción se aprecia que el proyecto sólo se desarrolla si el monto de los flujos de efectivo sube a MUS\$ 300. Si bajan, el proyecto no se lleva a cabo, dado que en este escenario, el proyecto destruye valor. Este ejemplo ilustra de manera clara el valor que implica el tener el derecho, pero no la obligación de desarrollar el proyecto; éste sólo se lleva adelante si agrega valor.

Ahora, si se supone que el proyecto aumenta su volatilidad y los flujos de efectivo esperados a perpetuidad son aumentar a MUS\$ 400,00 o reducirse a MUS\$ 0,00, con probabilidades de 50 y 50% respectivamente, se sigue manteniendo el valor esperado de los flujos de efectivo en MUS\$ 200,00.

El dibujo que se muestra a continuación da los flujos de efectivo para esta variante:



Los cálculos de valor están dados por la siguiente expresión, en el caso de diferir la opción de invertir:

$$\begin{aligned}
 VPN &= 0,5Máx\left[\frac{-1600}{1,1} + \sum_{t=1}^{\infty} \frac{400}{(1,1)^t}; 0\right] + 0,5Máx\left[\frac{-1600}{1,1} + \sum_{t=1}^{\infty} \frac{0}{(1,1)^t}; 0\right] \\
 &= 0,5Máx\left[\frac{-1600 + 4400}{1,1}; 0\right] + 0,5Máx\left[\frac{-1600 + 0}{1,1}; 0\right] \\
 &= 0,5[2545,45] + 0,5[0] = 1272,73
 \end{aligned}$$

Los resultados muestran que ahora el valor de la opción de diferir se eleva a MUS\$ 673 (el valor pasa de MUS\$ 673 a MUS\$ 1.272,73).

Este cálculo simple muestra otra característica del valor de las opciones: a mayor incertidumbre, mayor volatilidad de la opción; mayor valor de ésta, en vez de menos valor. Como se ha explicado, esto se debe a que

las opciones sólo se ejercen en caso de que convengan y se dejan de lado en caso contrario: derecho pero no obligación a ejercerla.

Un segundo ejemplo, un poco más complejo, permite profundizar en estos conceptos.

### 3.4.2. Segundo Caso: Comparación simplificada entre los métodos de Valor Presente Neto, Árboles de Decisión y Opciones Reales

Considérese el siguiente ejemplo de opción de diferimiento o de posponer una inversión. Se presentan las siguientes alternativas:

- Iniciar hoy un proyecto con una inversión de US\$ 106,48 millones, que puede producir flujos de caja de US\$ 170 ó US\$ 65 millones, con probabilidades iguales del 50%.

- La alternativa es posponer, diferir, la decisión un año para ver que escenario se da, el de US\$ 170 ó el de US\$ 65 millones.

- 

#### Estimación del Valor Presente Neto

Lo normal es calcular, utilizando el modelo de “Valuación de Activos de Capital”, una tasa de descuento ajustada por riesgo. En este caso, el riesgo se estima tomando el parámetro  $\beta$ .

Supóngase que se puede encontrar una “acción gemela”, cuyos flujos de caja están perfectamente correlacionados con los del proyecto y que, por

lo tanto, tienen el mismo  $\beta$ , igual riesgo, y con un precio actual de la “acción gemela” de US\$ 20. El siguiente cuadro de datos muestra los valores del proyecto y de la “acción gemela”.

**Cuadro 2-7 Flujos de Caja del Proyecto y de la “Acción Gemela”**

	<b>Proyecto</b>	<b>Acción Gemela</b>
<b>Escenario alto (a)</b>	US\$ 170	US\$ 34
<b>Escenario bajo (b)</b>	US\$ 65	US\$ 13

Se aprecia, que los flujos de la “acción gemela” son un quinto (1/5) de los del proyecto. Con esta información se puede estimar la tasa de descuento ( $k$ ) ajustada por riesgo, la cual se calcula en función de los datos de la “acción gemela”, tal como se muestra a continuación:

$$V_o = \frac{q(V_a) + (1 - q)(V_b)}{1 + k} \quad (2-55)$$

$$20 = \frac{0,5(\$34) + 0,5(\$13)}{1 + k}$$

$$k = 17,5\% \text{ anual}$$

En esta ecuación  $q$  y  $1 - q$  son las probabilidades objetivas de obtener el escenario alto y el bajo respectivamente.

Éste es el método de los flujos descontados a una tasa ajustada por riesgo ( $k$ ), para calcular el Valor Presente Neto (VPN) del proyecto.

En el caso del ejemplo, el VPN esperado de los flujos futuros es:

$$VPN = \frac{0,5(\$170) + 0,5(\$65)}{1,175} = \text{US } \$100$$

Pero como la inversión, hoy, es US\$ 106,48; se tiene el siguiente resultado:

$$VPN = \$100 - \$106,48 = \text{US\$ } -6,48$$

De acuerdo a este criterio, el proyecto no debe hacerse porque destruye valor, ya que el VPN es menor que cero (US\$ -6,48).

Un método más “elegante” es crear un portafolio compuesto de acciones que se sabe tienen los mismos flujos de pago que el proyecto.

Usando la ley del “precio único”, es decir, que una acción sólo puede tener un único precio en cada instante del tiempo (si no actúa el arbitraje para llevarla a un único precio), se pueden calcular los valores presentes y futuros.

Supóngase un portafolio compuesto, estructurado por “ $m$ ” acciones gemelas y “ $B$ ” bonos del estado (libres de riesgo), para “replicar los flujos de pago” del proyecto de ejemplo:

Escenario Alto (a)    ( $r_f$  = tasa libre de riesgo)

Portafolio de Réplica:  $m (\$34) + B (1+r_f) = \$170$

Escenario Bajo (b)    ( $r_f$  = tasa libre de riesgo)

Portafolio de Réplica en el Escenario Bajo:  $m (\$13) + B (1+r_f) = \$65$

Con estas dos ecuaciones se pueden calcular  $m$  y  $B$ . En este caso  $m = 5$  y  $B = 0$  y el VPN del portafolio de réplica es:

$$VPN = m (\$20) + B (\$1) = 5 (\$20) + 0 (\$1) = \$100$$

Lo cual confirma que este portafolio está perfectamente correlacionado con el proyecto en todos los períodos de éste.

Este método se conoce como “Portafolio de Réplica”. Es usado frecuentemente en la valuación de opciones y de él se deriva el método de la “Neutralidad al Riesgo”, que es matemáticamente equivalente y se explicará más adelante con detalle.

### Análisis de Árboles de Decisión

Este método es utilizado para tomar en cuenta la flexibilidad de un proyecto, aspecto que el método del VPN no permite valorar.

Si la inversión, que se conoce con certeza (sin riesgo), al postergarla en un año, considerando una tasa libre de riesgo  $r_f = 8\%$  anual, da un valor US\$ 115,00 ( $1,08^* \text{ US\$ } 106,48$ ), se tendrían, los flujos de caja mostrados en el siguiente cuadro:

**Cuadro 2-8 Flujos de Efectivo difiriendo la Inversión**

	<b>Flujos de Ingreso</b>	<b>Inversión</b>	<b>Flujo Neto</b>	<b>Diferir</b>
<b>Escenario alto (a)</b>	US\$ 170	US\$ 115	US\$ 55	Máx. [55, 0]
<b>Escenario bajo (b)</b>	US\$ 65	US\$ 115	US\$ -50	Mín. [-50, 0]

El Análisis de Árboles de Decisión (AAD) permite evaluar el impacto que tendrá el diferir la decisión de invertir un año y resolver la incertidumbre en cuanto al escenario, alto o bajo, que se dará. En este caso el VPN de la decisión, considerando el costo de capital ajustado por riesgo, es:

$$VPN = \frac{0,5 \times (\$55) + 0,5 \times (\$0)}{1 + 0,175} = \frac{\$27,5}{1,175} = \$23,40$$

El VPN, al diferir la decisión de inversión, se incrementa desde - \$ 6,48 a \$23,4. Por lo tanto, la opción de diferir, usando el método del AAD es \$23,4 -(-6,48) = \$ 29,88 millones.

A primera vista, ésta luce como una buena aproximación para valorar la flexibilidad de diferir, pero si se analiza más detalladamente, se puede ver que hay un error. ¿Por qué?, debido a que se ha violado la Ley del “precio único”.

La tasa ajustada por riesgo de 17,5% es la adecuada para una probabilidad del 50% para los escenarios alto y bajo y para cualquier flujo de efectivo perfectamente correlacionado. Pero al diferir la decisión (opción) de invertir, la situación es totalmente diferente.

En el cuadro anterior (Cuadro 2-8), se puede ver que los flujos de caja de la última columna (55 ó 0) no están perfectamente correlacionados con los flujos de caja netos (55; -50). Para evaluar esta situación se necesita el método del “Portafolio Réplica”.

### Análisis vía Opciones Reales

Se puede formar un Portafolio Réplica estructurado por  $m$  acciones gemelas, con un precio hoy de US\$ 20 por acción y  $B$  dólares de bonos libres de riesgo de un precio de US\$ 1 cada bono. Los flujos de caja que genera este portafolio deben ser los mismos que la opción de diferir la inversión (última columna Cuadro 2-8).

Al final del período, el Portafolio Réplica tiene los siguientes flujos de efectivo:

$$\text{Escenario Alto (a)} \quad m (\$34) + B (1+r_f) = \$55$$

$$\text{Escenario Bajo (b)} \quad m (\$13) + B (1+r_f) = \$0$$

Resolviendo se tiene:

$$m = 2,62 \text{ acciones y}$$

$B = -\$31,53$ , lo que significa prestar a la tasa libre de riesgo del 8%, US\$ 31,53.

Para tener doble chequeo de estas cifras, se reemplazan estos valores en las ecuaciones anteriores:

$$\text{Escenario Alto (a): } 2,62 (\$34) - 31,53 (1,08) = \$89,08 - \$34,05 \approx \$55$$

$$\text{Escenario Bajo (b): } 2,62 (\$13) - 31,53 (1,08) = \$34,06 - \$34,05 \approx \$0$$

Por la Ley de Precio Único se debe tener el mismo valor presente en el Portafolio Réplica

Valor Presente del Portafolio Réplica:

$$m \cdot (\$20) + B \cdot (1) = 2,62 \cdot (\$20) - 31,53 = \$20,87$$

El Valor de la flexibilidad de diferir, opción de diferir la inversión, es igual a la diferencia entre el valor del proyecto sin diferir (VPN del primer caso expuesto en este punto), es decir US\$ -6,48, y el valor de la flexibilidad de diferir, US\$ 20,87, por lo tanto US\$ 27,35 millones.

Si se usa correctamente la tasa de descuento ajustada por riesgo para los flujos de caja de la opción de diferir, el método del Análisis de Árboles de Decisión (AAD) debe dar el mismo resultado. Por lo tanto, la tasa de descuento ajustada por riesgo debe cumplir con lo siguiente:

$$PV = \frac{\$20,87}{1+k} = 0,5(\$55) + 0,5(0)$$

$$k = 31,9\%$$

Este análisis confirma, que cuando se emplea el AAD, se usa la tasa de descuento ajustada por riesgo, asumiendo inflexibilidad de posponer la inversión, en este caso una  $k = 17,5\%$ . Pero esta tasa de descuento es inapropiada para el caso de los flujos de efectivo, considerando la flexibilidad de diferir las inversiones.

En general, el análisis simple de AAD da respuestas erradas, porque asume tasas de descuento constantes a través de todo el árbol, cuando el riesgo cambia en función del lugar en el que uno se encuentre en el árbol que describe la estructura secuencial de las decisiones, las cuales dan flexibilidad al proyecto en sus decisiones de inversión.

### 3.4.3. Tercer Caso: Valorizando la Flexibilidad de una Inversión

Esta valorización se deriva de la generalización del ejemplo desarrollado en los párrafos anteriores.

En primer lugar, se analizarán los flujos del proyecto con y sin flexibilidad, según se muestra en el siguiente cuadro:

**Cuadro 2-9 Comparación de los Flujos de Efectivo**

	<b>Proyecto con Flexibilidad</b>	<b>Proyecto sin Flexibilidad</b>	<b>Flujos de la Opción</b>
<b>Escenario alto(a)</b>	Máx. [170 - 115; 0] = \$55	\$170 - \$115 = \$55	US\$ 0
<b>Escenario bajo (b)</b>	Máx. [\$65 - \$115; 0] = \$0	\$65 - \$115 = -\$50	US\$ 50

La opción de diferir evita los flujos negativos del escenario “bajo”. Los portafolios de réplica, son los siguientes:

$$\text{Escenario Alto (a)} \quad m (\$34) + B (1+r_f) = \$0$$

$$\text{Escenario Bajo (b)} \quad m (\$13) + B (1+r_f) = \$50$$

Resolviendo las ecuaciones tenemos:

$$m = -2,38 \text{ y}$$

$$B = \$74,93$$

por lo tanto el valor de la opción es:

$$\text{Valor Presente de la Opción: } m \cdot (\$20) - B = -2,38 \cdot (\$20) + 74,93 = \$27,34$$

Estos cálculos muestran que ambos caminos permiten calcular el valor de mercado de la flexibilidad. Se logran los mismos resultados, bien sea calculando la diferencia entre el valor del proyecto con y sin flexibilidad, o valorizando la opción de flexibilidad directamente del diferencial de los flujos de caja generados.

#### 3.4.4. Visión Intuitiva del Método del Portafolio Réplica

El portafolio “réplica” se conforma con  $m$  unidades de acciones gemelas y  $B$  unidades de bonos libres de riesgo. Sea  $C_a$  el flujo de caja de la opción en el escenario alto,  $C_b$  el correspondiente al escenario bajo y  $V_a$  y  $V_b$  los correspondientes a los flujos o valores de la acción gemela en los mismos escenarios, entonces se debe cumplir lo siguiente:

$$hV_a + B(1 + r_f) = C_a \quad (2-56)$$

$$-\left[ hV_b + B(1 + r_f) = C_b \right] \quad (2-57)$$

luego:

$$m = \frac{C_a - C_b}{V_a - V_b} = \frac{\text{Incremento de Flujos de la Opción}}{\text{Cambio en el valor de la Acción Gemela}} \quad (2-58)$$

A “**h**” se le llama “razón de cobertura” y debe cumplir, por la ley del precio único, las siguientes ecuaciones:

$$hV_0 - B_0 = C_0, \quad (2-59)$$

donde se deduce que:

$$hV_0 - C_0 = B_0 \quad (2-60)$$

Esto muestra, que al tener  $m$  acciones gemelas, si su valor sube o baja, el capital gana o pierde exactamente el mismo monto y, por lo tanto, como ambas posiciones o situaciones son financieramente idénticas, colocan en posición de indiferencia frente al riesgo; ambas dan al flujo libre de riesgo de  $B_0$  (Bonos Libres de Riesgo).

#### 3.4.5. Rectificación de Mercado del Valor de Activos (RMVA) (Marketed Asset Disclaimer (MAD))

Un aspecto limitante del método del portafolio gemelo, es que es prácticamente imposible encontrar un activo financiero, acciones por ejemplo, cuyos flujos de caja en cualquier estado y tiempo, a lo largo de la vida del proyecto en consideración, estén perfectamente correlacionados con los del proyecto. Por lo tanto, es poco factible encontrar precios de mercado de activos financieros gemelos que funcionen como activos subyacentes, alternativos al proyecto.

Algunas aplicaciones iniciales del análisis de Opciones Reales (OR) usaron como portafolio gemelo precios de “commodities”, pero esto implica asumir supuestos incorrectos, especialmente en cuanto a la volatilidad (tasa de variabilidad del precio) del valor del proyecto sin flexibilidad, al considerarse que era igual a la volatilidad del “commodities”, por ejemplo,

asumir la volatilidad del precio del oro en el mercado mundial, como volatilidad del valor de una mina de oro que tiene el derecho, opción, de diferir su desarrollo. Pero en realidad, estos casos no son iguales. La mina tiene diferentes fuentes de flexibilidad para adaptarse a cambios en el mercado del oro, las cuales no reflejan los precios del oro.

Para casos en los que se están evaluando proyectos de investigación y desarrollo o el cierre temporal de una empresa es imposible encontrar acciones gemelas de igual volatilidad. En esta situación se recomienda usar como activo gemelo el valor presente del mismo proyecto sin flexibilidad. ¿Qué puede estar mejor correlacionado en sus flujos de efectivo que el proyecto consigo mismo?

Éste es un supuesto correcto si el VPN del proyecto sin flexibilidad está correctamente calculado, no sesgado. A este supuesto se le llama Rectificación de Mercado del Valor de Activos (RMVA), cuya aplicación se analizará utilizando el mismo ejemplo que se ha venido desarrollando.

Usando el método de RMVA, los flujos de caja de ingresos son los mismos del proyecto, es decir, \$170 en el escenario alto y 65\$ en el escenario bajo y el valor presente del proyecto es de \$100. Por lo tanto, el portafolio réplica sería el siguiente:

- Escenario Alto (a)  $m (\$170) + B (1+r_f) = \$55$
- Escenario Bajo (b)  $m (\$65) + B (1+r_f) = \$0$

Resolviendo este sistema de ecuaciones se obtiene:

$$m = 0,524 \text{ y}$$

$$B = -\$31,54$$

Por lo tanto, el valor presente del portafolio réplica debe ser idéntico al valor presente del proyecto con flexibilidad (Ley del Precio Único).

Valor presente del proyecto con flexibilidad:

$$m \cdot (\$100) - B = 0,524 (\$100) - 31,54 = \$52,4 - \$31,54 = \$20,86$$

Ésta es la misma cifra que se obtuvo con el portafolio gemelo, pero este enfoque es más práctico porque evita encontrar un activo financiero, acciones por ejemplo, con igual volatilidad, lo cual constituye el beneficio del RMVA.

#### 3.4.6. Método de las Probabilidades Neutrales al Riesgo (PNR)

Éste es otro enfoque intuitivo y simple para evaluar Opciones Reales (OR). Se puede iniciar con un portafolio de cobertura que se estructura de acciones gemelas del activo riesgoso en una posición corta de “m” acciones de la opción que se desea valorar. En el ejemplo que se ha desarrollado, ésta es una opción de compra (tipo Call), equivalente a la opción de diferir la inversión.

La razón de cobertura “m” es elegida sin riesgo, porque el valor subyacente de la acción se mueve en iguales montos y valores, como se ha visto en el punto anterior.

Continuando con el mismo ejemplo y haciendo las presunciones del RMVA, los flujos de caja al final del período en una cobertura sin riesgo se muestran en el siguiente cuadro:

**Cuadro 2-10 Comparación de los Flujos de Efectivo**

	<b>Flujos del portafolio de cobertura</b>	<b>Flujos del subyacente</b>	<b>C</b>
<b>Escenario alto (a)</b>	\$170 - m Máx. [\$170 - \$115; 0]	\$170	US\$ 55
<b>Escenario bajo (b)</b>	\$65 - m Máx. [\$65 - \$115; 0]	\$65	US\$ 0

Si se construyen las ecuaciones correspondientes a esta situación, es decir, al final del período, se tiene:

$$a V_0 - m C_a = b V_0 - m C_b \quad (2-61)$$

(Posición de indiferencia a los escenarios)

En el ejemplo:

$$\$170 - m (55) = \$65 - m (0)$$

$$= \frac{(a - b) V_0}{C_a - C_b} = \frac{(1,7 - 0,65) 100}{55 - 0} = 1,909091$$

En estas fórmulas:

a = Movimiento al alza = 1,7

b = Movimiento a la baja = 0,65

$V_0$  = Valor de Arranque = 100

$C_a = \text{Valor "Call" de escenario alto} = 55$

$C_b = \text{Valor "Call" de escenario bajo} = 0$

Para revisar estos resultados se construyen los valores del portafolio de cobertura y la posición corta de 1,909091 unidades de la opción de compra (Call).

Portafolio de cobertura:

Flujo en el escenario alto:  $170 - 1,909091 (55) = 65$

Flujo en el escenario bajo:  $65 - 1,909091 (0) = 65$

Conociendo que el portafolio de cobertura en cuestión es libre de riesgo, se puede calcular el valor algebraico de la razón de cobertura  $m$ , en función del Valor Presente del portafolio de cobertura y resolver la ecuación resultante para el Valor Presente de la opción Call. El valor presente del portafolio de cobertura es:

$$V_0 - m C_0 = 100 - 1,90901 C_0$$

A continuación, el portafolio de cobertura "genera" la tasa libre de riesgo ( $r_f$ ) y los resultados serán los mismos si se da el escenario alto o bajo. En la siguiente ecuación se calcula el valor presente del portafolio de cobertura, multiplicado por uno más la tasa libre de riesgo ( $r_f$ ) y al conjunto se le hace igual al flujo generado en el escenario alto:

$$(V_0 - m C_0)(1+r_f) = 170 - m C_a \quad (2-62)$$

$$(100 - 1,90901 C_0)(1,08) = 170 - 1,90901 C_0$$

$$C_0 = \frac{\left[ \frac{170 - 105}{1,08} \right] - 100}{-1,90901} = 20,86$$

Lo cual da, evidentemente, el mismo resultado usando el método del portafolio réplica. Si se sustituye el valor de  $m$  y resolviendo para  $C_0$  se tiene:

$$C_0 = \frac{\left[ C_a \left( \frac{(1+r_f)-b}{a-b} \right) + C_b \left( \frac{a-(1+r_f)}{a-b} \right) \right]}{(1+r_f)} \quad (2-63)$$

Se define la expresión entre corchetes [ ], como probabilidades libres de riesgo,  $p$  y  $1-p$ , entonces la ecuación se puede expresar:

$$C_0 = \frac{[p \cdot C_a + (1-p)C_b]}{(1+r_f)} \quad (2-64)$$

En otras palabras, el valor presente de una opción de compra Call es igual a los flujos esperados multiplicados por las probabilidades ajustadas por su riesgo. De esta manera, el numerador se convierte en un equivalente cierto de los flujos de caja, los cuales se pueden descontar a la tasa libre de riesgo ( $r_f$ ). Hay que destacar que las probabilidades neutrales al riesgo, como es debido, suman uno.

$$\left[ \frac{(1+r_f)-b}{a-b} \right] + \left[ \frac{a-(1+r_f)}{a-b} \right] = \left[ \frac{a-b}{a-b} \right] = 1 \quad (2-65)$$

Las probabilidades neutrales al riesgo no son iguales a las probabilidades objetivas que se estiman cuando se analizan los escenarios y su probabilidad de ocurrencia.

Las probabilidades neutrales al riesgo se llaman también probabilidades de cobertura y su beneficio es que permiten trabajar con la tasa libre de riesgo.

### 3.4.7. Primeras Conclusiones Teóricas

Hasta aquí se ha presentado un conjunto fundamental de conceptos y herramientas de la base teórica de las Opciones Reales.

La forma de evaluar la flexibilidad, que en la realidad de muchos proyectos e inversiones se presenta; así como el tratamiento de la manera de evaluar incertidumbre vía el portafolio de activos gemelos que conforman la estructura de cobertura, son los que colocan la valoración de las opciones en una posición libre de riesgo.

En las siguientes secciones de este capítulo de bases teóricas, se presentan los fundamentos de las bases conceptuales más complejas y profundas de las opciones reales.

### 3.5. Enfoque Analítico para la Valoración de Opciones Reales

#### El Valor de una Inversión considerándolas un Proceso Estocástico

Como se ha planteado, el modelo básico consiste en que se tiene que realizar una inversión ( $I$ ), que en general es bastante mesurable y, por lo tanto, puede ser considerada como fija, y con esta inversión se tendrá la oportunidad de lograr unos flujos de ingreso cuyo Valor Presente ( $V$ ) es difícil de predecir y, por lo tanto, en la mayoría de los casos es de elevada incertidumbre.

Bajo el esquema de las Opciones Reales (OR) se considera que el Valor Presente ( $V$ ) sigue un comportamiento estocástico del tipo Browniano Geométrico, donde la regla de invertir del  $VPN \geq 0$  se cambia por un valor crítico ( $V^*$ ) en que la inversión se hace si  $V > V^*$  y  $V^* > I$ . Normalmente  $V^*$  es entre 2 y 3 veces la inversión ( $I$ ).

Un movimiento browniano o proceso Wiener, es un proceso estocástico Markoviano, es decir, que se cumplen las siguientes condiciones:

- $X_{t+1}$  sólo es función de  $X_t$  (Proceso Estocástico Markoviano), que señala que el resultado en un tiempo  $t + 1$  sólo es función de su estado anterior y no de la historia, lo que puede expresarse como que no tiene memoria. (también es válido para una combinación lineal del tipo:  $X_t = a + b X_{t-1}$ ).

- Por ejemplo, los precios del petróleo de mañana sólo son función de los precios de hoy, es decir se pueden expresar como una variación del precio de hoy.

- Tiene variaciones independientes, lo cual puede expresarse como que la distribución de probabilidades de las variaciones del proceso a través del tiempo es independiente de intervalo a intervalo (proceso estocástico).

- Los cambios en el proceso, sobre un intervalo finito, están distribuidos normalmente con una varianza que crece linealmente en el tiempo:

$$\sigma^2(t) = \sigma^2 t$$

Expresado matemáticamente, un proceso Wiener cumple las siguientes condiciones:

- $\Delta Z - \varepsilon_t \sqrt{\Delta t}$   $\varepsilon_t$  normalmente distribuido con media cero y  $\sigma = 1$
- $E[\varepsilon_t, \varepsilon_s] = 0$  para cualquier  $t \neq s$

Lo cual señala la independencia de la variación de  $Z(t)$  en el tiempo

- Si  $n = \frac{T}{\Delta t}$  el cambio de  $Z$  en el intervalo  $(s + t, s)$  es

$$Z(s+t) - Z(s) = \sum_{i=1}^n \varepsilon_i \sqrt{\Delta t} \quad (2-66)$$

Crecimiento lineal de la varianza en función del tiempo (la desviación estándar es función de la raíz cuadrada de t).

El movimiento browniano geométrico significa que la variación del proceso es función de su valor, lo que expresado matemáticamente es:

$$dx = \alpha x \cdot dt + \sigma x dz \quad (2-67)$$

Donde  $\alpha$  es el parámetro de dirección,  $\sigma$  el de la varianza y dz el incremento del proceso Wiener, los cuales crecen en función de X como factor multiplicador (geométrico).

En términos matemáticos, el proceso browniano geométrico del Valor de una Opción queda descrito por la siguiente ecuación diferencial:

$$dV = \alpha V dt + \sigma V dz \quad (2-68)$$

Donde:

V = Valor Presente de los flujos de ingreso que genera la inversión I

$\alpha$  = Parámetro de dirección en el movimiento de V

dt = Diferencia infinitesimal del tiempo

$\sigma$  = Desviación estándar del comportamiento esperado del valor presente (V)

dz = Comportamiento estocástico en la evolución de la variabilidad, incertidumbre del valor. Este parámetro sigue un proceso tipo Wiener de varianza  $\sigma^2$  y media 0.

El valor hoy del proyecto de inversión se conoce en su mejor estimado sin flexibilidad, es decir, el Valor Presente Neto Clásico, en el sentido de lo explicado anteriormente, pero los valores futuros incorporando la flexibilidad, están distribuidos de manera log normal, con una varianza que crece en el tiempo de manera lineal (proceso Wiener).

Esta situación es equivalente a la de una opción financiera de compra tipo Call, a perpetuidad.

La ecuación de pagos, de valor agregado, en cualquier tiempo  $t$  es:

$$F(v) = V_t - I \quad (\text{función de pago})$$

y se desea maximizar el Valor Presente Neto esperado, si lo expresamos matemáticamente se tiene:

$$F(v) = \text{Máx}E \left[ (V_t - I) \cdot e^{-\rho t} \right] \quad (2-69)$$

Dónde  $t$  es el tiempo, desconocido, en que la función de pagos se hace máxima y  $\rho$  es la tasa de descuento por unidad de tiempo.

Para que la ecuación (2-69) tenga sentido  $\alpha > \rho$ , si no  $t \rightarrow \infty$  y la inversión nunca debe hacerse.

Si hacemos  $\delta = \rho - \alpha$  y se asume  $\delta > 0$  se pueden analizar casos típicos que resuelven el problema de decisión de inversión planteado. A continuación se ven algunos de esos casos típicos.

### 3.5.1. Caso Determinístico ( $\sigma = 0$ )

Si  $\sigma = 0$ ; la ecuación (2-68) queda como sigue:  $dV = \alpha V dt$

$$t = \int_{V_0}^V \frac{1}{\alpha} \frac{dV}{V} \quad \text{con } V = V_0 \text{ para } t = 0$$

en este caso se tiene:  $V(t) = V_0 e^{\alpha t}$

Por lo tanto, la función de pagos queda expresada de la siguiente manera:

$$F(V) = (V_0 e^{\alpha t} - I) e^{-\rho t} \quad (2-70)$$

Si  $\alpha \leq 0$  ó  $V(t)$  es constante o declina con el tiempo, queda claro que el óptimo es invertir inmediatamente y por lo tanto:

$$F(V) = \text{Máx}[V-I; 0]$$

Si  $0 < \alpha < \rho$  implica  $F(V) > 0$ ; y si además  $V < I$ , el valor actual es menor a la inversión, es mejor esperar para hacer la inversión.

Para calcular el tiempo óptimo ( $t$ ), se puede derivar la ecuación, hacerla igual a cero y obtener los resultados óptimos.

$$F(v) = (Ve^{\alpha t} - I)e^{-\rho t} \quad (2-70)$$

$$\frac{dF(v)}{dt} = -(\rho - \alpha)Ve^{-(\rho-\alpha)t} + \rho Ie^{-\rho t} = 0$$

Cálculo de  $t^*$  (óptimo) a partir de la ecuación (6-70):

- Si  $t^* = 0$        $F(v)t^* = 0 = V-I$
- Si  $t^* > 0$   $F(v) = Ve^{-(\rho-\alpha)t^*} - Ie^{-\rho t^*}$

Derivando con respecto a  $V$  y aplicando la condición de óptimo, se tiene:

$$\frac{dF(v)}{dv} = -(\rho - \alpha)Ve^{-(\rho-\alpha)t^*} + \rho Ie^{-\rho t^*} = 0$$

$$\rho Ie^{-\rho t^*} = (\rho - \alpha)Ve^{-(\rho-\alpha)t^*}$$

$$\frac{\rho I}{(\rho - \alpha)V} = \frac{e^{-\rho t^*} \cdot e^{\alpha t^*}}{e^{-\rho t^*}}$$

Aplicando logaritmo neperiano, se tiene:

$$\ln\left[\frac{\rho I}{(\rho - \alpha)V}\right] = \alpha t^*$$

$$y: t^* = \frac{1}{\alpha} \ln\left[\frac{\rho I}{(\rho - \alpha)V}\right]$$

$$\text{Óptimo: } t^* = \text{Máx}\left[\frac{1}{\alpha} \ln\left[\frac{\rho I}{(\rho - \alpha)V}\right]; 0\right] \quad (2-71)$$

Hay que esperar que si V es similar a I en el tiempo, entonces: ¿Para qué valores de V es óptimo invertir?

Si  $t^* = 0$  se debe invertir inmediatamente siempre que  $V > I$

Si  $t^* > 0$  se tiene:

$$V^* = \frac{\rho}{\rho - \alpha} I > I \quad (2-72)$$

Si se sustituye (2-71) en (2-70), se tiene la siguiente solución para F(v):

$$= F(v) \begin{cases} \left[\frac{\alpha I}{\rho - \alpha}\right] \left[\frac{(\rho - \alpha)V}{\rho I}\right]^{\rho/\alpha} & \text{Para } V \leq V^* \\ V - I & \text{Para } V > V^* \end{cases}$$

Se deduce de las ecuaciones anteriores:

a. Si  $t^* = 0$   $F(v) = (V - I)$

b. Si  $t^* > 0$ :  $F(v) = \left[ V e^{\alpha \left\{ \frac{1}{\alpha} \ln \frac{\rho I}{(\rho - \alpha)V} \right\}} - I \right] e^{-\rho \left[ \frac{1}{\alpha} \ln \frac{\rho I}{(\rho - \alpha)V} \right]}$

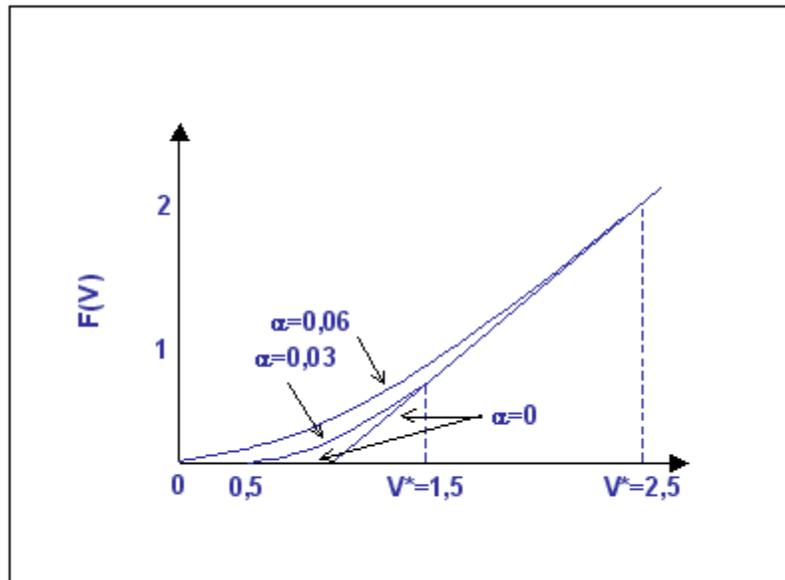
Como  $\ln$  es el logaritmo con base neperiana (e), se tiene:

$$F(v) = \frac{\left[ \cancel{V} \cdot \frac{\rho I}{(\rho - \alpha) \cancel{V}} - I \right]}{\left[ \frac{\rho I}{(\rho - \alpha) V} \right]^{\rho/\alpha}}$$

$$F(v) = \left[ \frac{\rho I - (\rho - \alpha) I}{(\rho - \alpha)} \right] \times \left[ \frac{(\rho - \alpha) V}{\rho I} \right]^{\rho/\alpha}$$

$$F(v) = \left[ \frac{\alpha I}{(\rho - \alpha)} \right] \times \left[ \frac{(\rho - \alpha) V}{\rho I} \right]^{\rho/\alpha}$$

**Gráfico 2-1 Valor de la Oportunidad de Invertir**



### 3.5.2. Caso estocástico ( $\sigma > 0$ )

Condición: Óptimo es hacer la inversión si  $V > V^*$  lo cual hace que  $a > \sigma$ ,  $V^*$  crezca.

Solución a Través de la Programación Dinámica.

La programación dinámica se basa en optimizar una serie de decisiones secuenciales, basadas en el principio de Bellman, el cual señala:

“Una política óptima tiene la propiedad de que cualesquiera que sea el estado inicial, las decisiones deben constituir una política óptima con respecto al estado que resulte de la primera decisión”. Este principio deriva en la siguiente ecuación, llamada ecuación de Bellman:

$$\rho F dt = E (dF) \quad (2-73)$$

Si se expresa  $dF$  usando el lema de Ito<sup>21</sup>, se obtiene:

$$dF = F'(v) dV + \frac{1}{2} F''(v)(dV)^2$$

$$\text{donde: } F' = \frac{dF}{dV} \quad \text{y} \quad F'' = \frac{d^2 F}{dV^2}$$

Si sustituimos la ecuación (2-68) para  $dV$  en esta expresión se tiene lo siguiente:

$$E(dF) = \alpha V F'(v) dt + \frac{1}{2} \sigma^2 V^2 F''(v) dt$$

---

<sup>21</sup> El lema de Ito se obtiene del desarrollo en serie de Taylor de la función  $F(v)$  y eliminando los términos de  $dt$  elevado a potencia mayor a 1 por ser nulos. Ver Apéndice A sobre el Lema de Ito.

por lo tanto, la ecuación de Bellman se transforma dividiendo por dt, en:

$$\frac{1}{2} \sigma^2 V^2 F''(v) + \alpha V F'(v) - \rho F = 0 \quad (2-74)$$

Donde  $\alpha = \rho - \delta$  y  $\alpha < \rho$  ó  $\delta > 0$ , lo cual permite la siguiente expresión de (2-74):

$$\frac{1}{2} \sigma^2 V^2 F''(v) + (\rho - \delta) V F'(v) - \rho F = 0 \quad (2-75)$$

Con las siguientes restricciones:

$$F(0) = 0 \quad (2-76)$$

$$F(v^*) = V^* - I \quad (2-77)$$

$$F'(v^*) = 1 \quad (2-78)$$

Estas condiciones establecen que si  $V = 0$ , no hay valor agregado (2-76) para  $V^*$ , el valor óptimo de la función de pago es la diferencia entre el valor óptimo de los flujos de ingreso menos la inversión, (2-77) y la tercera condición señala que la función de valor  $F(V)$  es continua y derivable y que, por lo tanto, en el punto en que se transforma en la recta de valor de la opción (ver Gráfico 2-1) que corresponde al punto  $V^*$ , la derivada es igual a la de la recta, es decir de pendiente unitaria.

La ecuación (2-75) es una ecuación diferencial de segundo orden, que es satisfecha junto con las restricciones para:

$$F(v) = AV^{\beta_1} \quad (2-79), \text{ donde,}$$

$A$  es una constante a calcular y  $\beta_1 > 1$ ,  $\beta_1$  es una función de los parámetros  $\alpha$ ,  $\rho$  y  $\delta$ . Al sustituir (2-79) en (2-77) y (2-78) se tiene:

$$(2-77) \quad F(v^*) = V^* - I, \quad \text{es decir, } AV^{*\beta_1} = V^* - I \quad (a)$$

$$\text{y (2-78) } F'(v^*) = \frac{dF(v^*)}{dv} = 1 \quad \text{con } \beta_1 > 1$$

Derivando (2-77) con respecto a  $V^*$  obtenemos:

$$F'(v^*) = \beta_1 \frac{AV^{*\beta_1}}{V^*} = 1 \quad \text{pero } F(v^*) = AV^{*\beta_1}$$

$$\text{luego: } F'(v^*) = \frac{\beta_1 F(v^*)}{V^*} = 1$$

de (2-77) tenemos:

$$F'(v^*) = \frac{\beta_1(V^* - I)}{V^*} = 1$$

$$\beta_1 V^* - \beta_1 I = V^*$$

ordenando:

$$V^*(\beta_1 - 1) = \beta_1 I$$

$$V^* = \frac{\beta_1}{\beta_1 - 1} I \quad (2-80)$$

La constante A se puede calcular a partir de:

Al despejar la ecuación (a):  $A = \frac{V^* - I}{V^{*\beta_1}}$  y utilizando (2-80) se tiene:

$$A = \frac{\left(\frac{\beta_1}{\beta_1 - 1}\right) \cdot I - I}{\left[\left(\frac{\beta_1}{\beta_1 - 1}\right) \cdot I\right]^{\beta_1}}$$

reordenando:

$$A = \frac{\left[ \left( \frac{\beta_1}{\beta_1 - 1} \right) - 1 \right] I}{\frac{\beta_1^{\beta_1}}{(\beta_1 - 1)^{\beta_1}} \cdot I^{\beta_1}} = \frac{\left[ \frac{\beta_1 - \beta_1 + 1}{\beta_1 - 1} \right] \cdot I}{\frac{\beta_1^{\beta_1}}{(\beta_1 - 1)^{\beta_1}} \cdot I^{\beta_1}}$$

por lo tanto:

$$A = \frac{(\beta_1 - 1)^{\beta_1 - 1}}{\beta_1^{\beta_1} I^{\beta_1}} \quad (2-81)$$

Si  $\beta_1 > 1$ ,  $\frac{\beta_1}{\beta_1 - 1} > 1$  y  $V^* > 1$  lo cual implica que el criterio de VPN es erróneo.

Para el cálculo de  $\beta_1$  se tiene la ecuación (2-75). Esta ecuación diferencial homogénea de segundo orden es lineal en función de  $F$  y sus derivadas, por lo tanto su solución general, puede expresarse como una combinación lineal de dos soluciones independientes. Si se trata con la función  $AV^\beta$  puede verse que la solución que satisface (2-75) permite calcular  $\beta$ .

Si  $F(v) = AV^\beta$  se pueden obtener las derivadas y reemplazarlas en (2-75):

$$F'(v) = \frac{dF}{dv} = \beta AV^{\beta-1} = \frac{\beta AV^\beta}{V}$$

$$F''(v) = \frac{d^2F}{dv^2} = \beta(\beta-1)AV^{\beta-2} = \beta(\beta-1) \frac{AV^\beta}{V^2}$$

Sustituyendo en (2-75), simplificando y dividiendo por  $AV^\beta$  se tiene:

$$\frac{1}{2} \sigma^2 \beta(\beta - 1) + (\rho - \delta) \beta - \rho = 0 \quad (2-82)$$

A partir de la cual se calcula  $\beta$ :

$$\beta_1 = \frac{1}{2} - \frac{(\rho - \delta)}{\sigma^2} + \sqrt{\left[ \frac{(\rho - \delta)}{\sigma^2 - 1/2} \right]^2 + \frac{2\rho}{\sigma^2}}$$

$\beta_1 > 1$ , y:

$$\beta_2 = \frac{1}{2} - \frac{(\rho - \delta)}{\sigma^2} - \sqrt{\left[ \frac{(\rho - \delta)}{\sigma^2 - 1/2} \right]^2 + \frac{2\rho}{\sigma^2}} < 0$$

Por lo tanto la solución general es:

$$F(v) = A_1 V^{\beta_1} + A_2 V^{\beta_2}$$

donde  $A_1$  y  $A_2$  son constantes. En nuestro planteamiento, la condición (2-76) implica que  $A_2 = 0$ , dejando la solución (2-79)  $F(v) = AV^{\beta_1}$

Éstas son las principales bases conceptuales, tanto en el análisis de árboles de decisión, como bajo el estudio de las Opciones Reales y procesos estocásticos. En función de estas bases se estructurará el modelo más adecuado al caso que se analiza, el cual mezcla o combina opciones de distinto tipo, tanto Call como Put, lo cual obliga a un análisis y modelaje especial no tratado por los desarrollos actuales.

Como puede apreciarse, el método analítico de valoración de Opciones Reales tiene cierto grado de complejidad a la vez que sólo atiende a casos de una o dos fuentes de incertidumbre, lo cual lo limita seriamente en su aplicación práctica, aunque da poderosos elementos de evaluación a los principales parámetros que afectan el valor de una Opción Real.

En la siguiente sección se desarrolla una base conceptual general, más flexible y más útil de aplicar a las situaciones reales, la cual se basa en la solución de árboles de evolución del valor de una Opción Real.

### 3.6. Enfoque Numérico para la Valoración de Opciones Reales Con más de una Incertidumbre

#### 3.6.1. Tratamiento de Incertidumbres Simultáneas

El tratamiento de Opciones Reales con múltiples fuentes de incertidumbre que ocurren simultáneamente plantea, primeramente, el análisis separado de estas incertidumbres para luego vincularlas lógicamente según como ocurren realmente en la situación analizada, con sus correlaciones o independencias.

En proyectos petroleros y en los de investigación y desarrollo, las opciones de “aprendizaje”, de ir comprando información para ir paso a paso

resolviendo la incertidumbre, ocurren en paralelo con posibles cambios tecnológicos que tienen efectos sobre los resultados financieros.

De manera similar, los precios del crudo, en el sector petrolero, o del producto a generar, en el caso de algunos proyectos de investigación y desarrollo, pueden evolucionar simultáneamente a las otras incertidumbres, de manera que cuando se van resolviendo algunas de ellas, el cuadro de resultados financieros puede ser diferente al inicial: cuando se culmina la fase de Exploración petrolera, la tecnología de extracción y producción petrolera puede, por ejemplo, haber hecho bajar costos y aumentar los montos a invertir y el cuadro de precios de los crudos puede ser distinto al del inicio de la fase de Exploración.

Esta situación hace que se deban mezclar las incertidumbres de una manera lógica, de la forma que se explica en los siguientes puntos.

### Caso de Dos Incertidumbres

En el caso de dos incertidumbres, el marco conceptual existente plantea, primero analizar independiente cada una de ellas y luego, en una segunda etapa, mezclarlas lógicamente, siempre comparando con el caso base que es el del Valor Presente Neto “tradicional”.

Aunque en la literatura consultada este aspecto sólo está resuelto para unos pocos casos particulares, aquí se generalizará para estructuras, primero típicas y luego genéricas.

Para ello, en primer lugar se analizan las incertidumbres de manera individual, ante dos casos o familias típicas de opciones. Una que tiene un comportamiento de fases discretas, donde paso a paso se resuelve la incertidumbre, a la que llamamos incertidumbre de tipo técnico, que se da en los proyectos de investigación y desarrollo de productos, tecnologías y

procesos; así como también en los proyectos extractivos como la minería y el petróleo. En relación con estas incertidumbres, se dice que generan opciones de aprendizaje, dado que en cada fase se aprende algo del proyecto, junto con el hecho de que se resuelve algún aspecto de la incertidumbre. La otra familia típica de incertidumbres, comprende aquellas que se mueven aleatoriamente y de forma aproximadamente continua en el tiempo, como lo son precios de productos, avances tecnológicos y sus implicaciones financieras y económicas.

Estos dos tipos de incertidumbres se combinan en los proyectos petroleros objeto de este estudio y son las que se analizan en sus fundamentos teóricos en las siguientes secciones.

#### 3.6.1.1.1. Primera Incertidumbre de tipo Discreta o “Técnica”

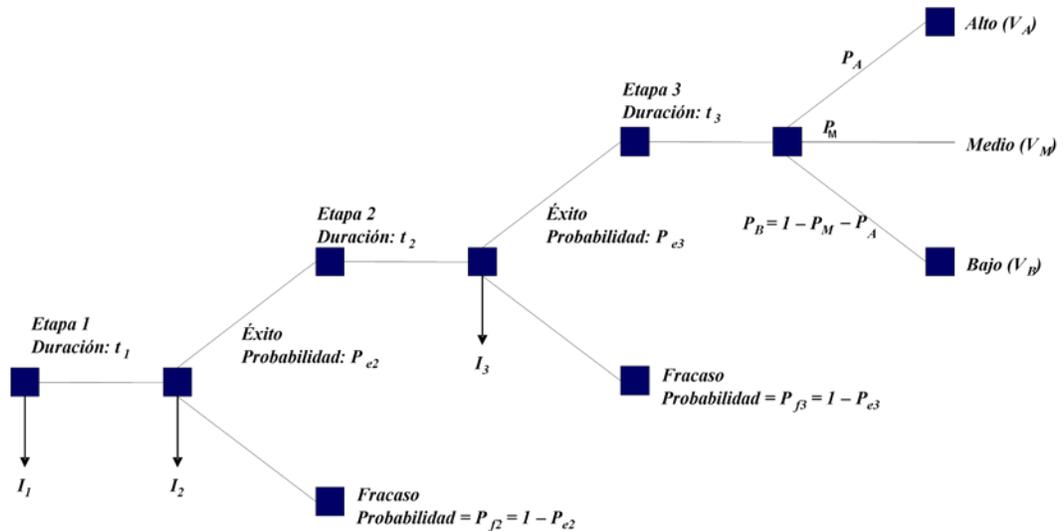
Se define como incertidumbre de tipo Técnico o Discreta, a aquella que se va resolviendo a través de la investigación, es decir, desarrollando información paso a paso, en función de fases características, cabe decir, las actividades de investigación y desarrollo científico o comercial, o en la exploración y desarrollo de actividades extractivas, como el petróleo o la minería en general. En estos casos, los proyectos pueden darse a través de fases del tipo: prueba de laboratorio, prueba piloto y comercialización, o exploración, evaluación y desarrollo y operación, etc.

Estas incertidumbres, al resolverse, generan escenarios o situaciones totalmente distintas unas de otras: pozo seco o pozos descubridores de hidrocarburos, éxito en prueba piloto de un nuevo medicamento o fracaso. Son situaciones discretas totalmente distintas.

Supóngase que el caso es el descrito en la Figura 2-15, que se muestra a continuación. Como puede verse, se tiene un proyecto de tres fases o

etapas, en el cual las dos primeras pueden terminar en Éxito o en Fracaso y la tercera, termina en tres posibilidades de escenarios: Alto (A), Medio (M) y Bajo (B).

**Figura 2-15 Ejemplo de Incertidumbre de Tipo “Técnica” o Discreta**



Cada etapa tiene duraciones  $t_1$ ,  $t_2$  y  $t_3$ . De manera similar, las probabilidades de Éxito y de Fracaso en las etapas 1 y 2 son  $P_{e1}$ ,  $P_{f1} = 1 - P_{e1}$ ,  $P_{e2}$ ,  $P_{f2} = 1 - P_{e2}$  y en la tercera fase las probabilidades corresponden a  $P_{e3}$ ,  $P_{f3} = 1 - P_{e3}$ , y para los distintos escenarios:  $P_A$ ,  $P_M$  y  $P_B$ , para las correspondientes situaciones o escenarios.

3.6.1.1.2. Situación Base: Resolución “Clásica”  
mediante Valor Presente Neto de los Flujos  
de Caja Incrementales

Si este caso se resuelve bajo el enfoque clásico del Valor Presente Neto (VPN), se tendrá el siguiente resultado.

Sea  $V_A$ ,  $V_M$  y  $V_B$  los VPN de las tres ramas finales y  $I_1$ ,  $I_2$  e  $I_3$  los Valores Presentes de las Inversiones requeridas por cada fase,  $r_f$  la tasa libre de riesgo (tasa pagada por los Bonos del Tesoro de USA por ejemplo) y  $p_A, p_B, p_C$  las probabilidades de los escenarios Alto, Medio y Bajo, respectivamente. Si esos VPN están calculados el primer año de cada fase, se tiene en el inicio de la fase 3 lo siguiente:

$$V_{3i} \equiv \frac{p_A * V_A + p_B * V_B + p_C * V_C}{(1 + r_f)^{t_3}} - I_3$$

luego, al final de la fase 2 el Valor Presente es:

$$V_{f2} = p_{e3} * V_{3i} - p_{f3} * I_3$$

Este VPN debe traerse al inicio de la fase 2 y restársele la inversión de esta fase ( $I_2$ ), tal como se muestra en la siguiente fórmula:

$$V_{i2} = \frac{V_{f2}}{(1 + r_f)^{t_2}} - I_2$$

Este resultado corresponde a la rama del éxito y al pasarlo al final de la fase 2, considerando tanto el éxito como el fracaso, se tiene:

$$V_{f1} = p_{e2} * V_{i2} - p_{f2} * I_2$$

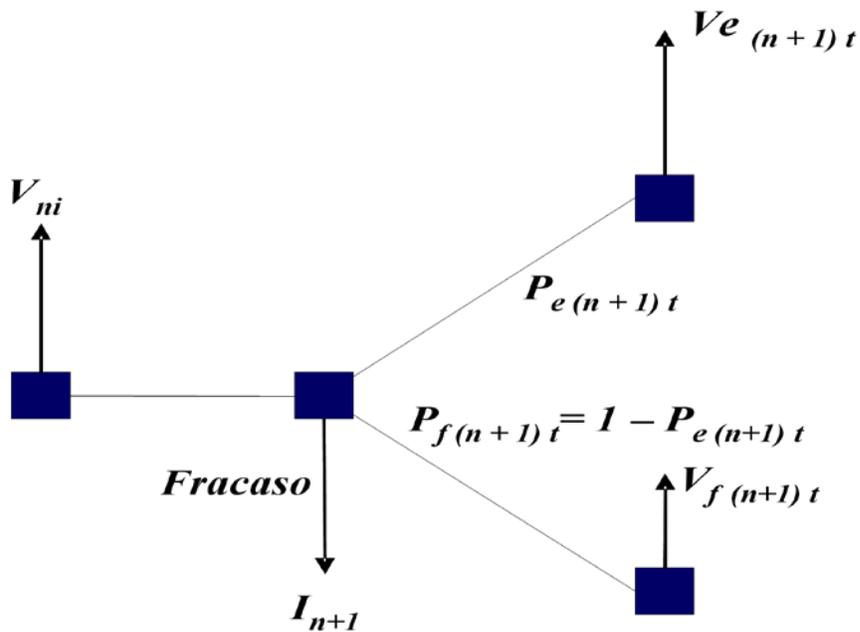
Finalmente, al inicio del período 1, el VPN estará dado por la siguiente fórmula:

$$V_{1i} = \frac{V_{1f}}{(1+r_f)^{t_1}} - I_1$$

donde  $V_{1f}$  corresponde al Valor Presente Neto (VPN) del árbol de riesgo de la incertidumbre 1 planteada.

Generalizando esta estructura de resolución de una incertidumbre que se dilucida en fases, se puede plantear para una rama cualquiera, tal como la mostrada en la Figura 2-16, la siguiente fórmula:

**Figura 2-16 Resolución de una Incertidumbre en Fases**



$$V_{ni} = \frac{P_{en} * V_{e(n+1)i} + P_{fn} * V_{f(n+1)i} - I_{(n+1)}}{(1+r_f)^{t_n}} \quad (2-83)$$

En el caso que los fracasos tengan valor cero, desaparece el correspondiente término, pero en la realidad normalmente hay costos de

cierre de un proyecto que se paraliza y también pueden haber créditos fiscales por llevar a pérdidas las inversiones hechas hasta la fecha. En tal situación, para la empresa, se genera un flujo de efectivo, igual al escudo fiscal de esas inversiones cargadas como pérdidas debido a la terminación del proyecto.

Este escudo fiscal, para una tasa marginal de Impuesto sobre la Renta de  $T$  %, es igual a:

$$EscudoFiscal = \left[ (T) * \sum_{i=1}^{i=n+1} I_i \right] \quad (2-84)$$

Cuando en una rama existan varios resultados ( $m$ ) con sus respectivas probabilidades, el valor de  $V_{e(n+1)i}$  es igual a:

$$V_{e(n+1)i} = \sum_{k=1}^{k=m} p_k * V_k \quad (2-85)$$

Sobre la base de estas fórmulas, se puede resolver cualquier estructura de árbol que modele una incertidumbre, tal como la incertidumbre exploratoria, en el caso de los proyectos petroleros, y la de desarrollo de nuevos productos, tecnologías o procesos.

### 3.6.1.1.3. Resolución de Incertidumbre Discreta ó Técnica por Opciones Reales

En este caso, sólo se ejecutan las inversiones de la fase siguiente si ha habido éxito y el Valor Esperado de esas fases es mayor al valor de las inversiones, para lo cual hay que modificar las ecuaciones anteriores de acuerdo a ese criterio de sólo ir a la etapa siguiente, si hay posibilidades de agregar valor.

Las ecuaciones quedarían expresadas de la siguiente forma:

$$VO_{e(n+1)i} = \sum_{k=1}^{k=m} p_k * Max[0; V_k ]$$

Cuando en una rama hayan m resultados, se tendrá que:

$$VO_{ni} = \frac{p_{en} * Max[0; V_{e(n+1)i} - I_{(n+1)}] + p_{fn} * Max[0; V_{f(n+1)i} ]}{(1 + r_f)^{t_n}}$$

Estas ecuaciones referidas al caso de tres fases anteriormente desarrollado, implican los siguientes cambios:

$$VO_{3i} \equiv Max \left[ 0; \frac{p_A * Max[0; V_a ] + p_M * Max[0; V_M ] + p_B * Max[0; V_B ]}{(1 + r_f)^{t_3}} - I_3 \right] \quad (2-86)$$

Esta ecuación considera que sólo se efectuará la fase 3 si ésta aporta un valor agregado; si no, se abandona el proyecto al finalizar la fase 2. De manera similar, las siguientes fórmulas se modifican a:

$$VO_{f2} = Max[0; p_{e3} * Max[0; V_{3i} ]]$$

$$VO_{i2} = Max \left[ 0; \frac{V_{f2}}{(1 + r_f)^{t_2}} - I_2 \right]$$

$$VO_{f1} = Max[0; p_{e2} * Max[0; V_{i2} ]]$$

$$VO_{1i} = \text{Max} \left[ 0; \frac{V_{1f}}{(1+r_f)^{t_1}} - I_1 \right] \quad (2-87)$$

Esta última fórmula calcula el valor de la inversión considerando la flexibilidad de ejecutar las inversiones en fases, sólo cuando el resultado de una de ellas genera un Valor Presente Neto Esperado positivo.

El Valor de la Opción de la Incertidumbre 1, o de la flexibilidad, es la diferencia entre este valor y el del VPN tradicional o “clásico”:

$$\text{Valor de la Opción} = VO_{1i} - V_{1i} \quad (2-88)$$

#### Incertidumbre que evoluciona continuamente en el Tiempo (Proceso Estocástico Continuo)

El tratamiento de incertidumbres que evolucionan permanentemente en el tiempo, tales como los cambios tecnológicos o los precios del petróleo en el mercado mundial, al ser analizados independientemente pueden tratarse como un proceso estocástico (ver sección 2.2.6.2. de este capítulo) o siguiendo un árbol o rejilla que muestra esta evolución en períodos de tiempo definido.

Esta última alternativa de tratamiento es la que más se emplea actualmente, por ser la más fácil de tratar numéricamente y porque en el caso límite, más de diez períodos, tiende a la solución continua de un proceso estocástico.

En este sentido, la volatilidad del fenómeno en sus impactos al alza y a la baja de la variable estudiada, se caracteriza por una varianza por unidad de tiempo, anual por ejemplo, de  $\sigma^2$  la cual evoluciona, fenómeno

estocástico, en función del tiempo. Por lo tanto, la varianza a un horizonte  $t$  es:

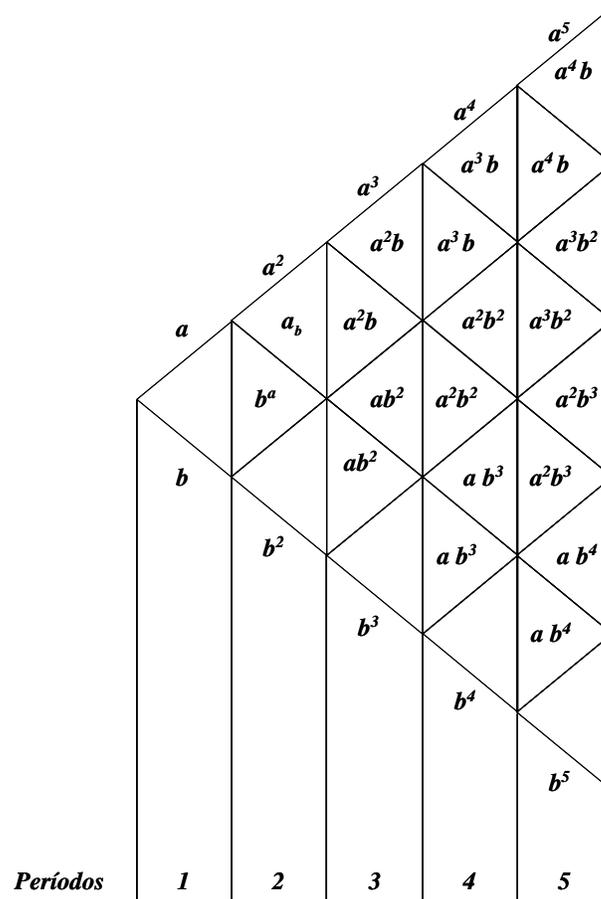
$$\text{Varianza} = \sigma^2 t \quad \text{y la desviación estándar es} = \sigma\sqrt{t}$$

Estas características permiten calcular los parámetros para los movimientos al alza y a la baja de la variable estudiada, precios o impacto en los costos e inversión del avance tecnológico, por ejemplo. Según Copeland y Antikarov (2001), las fórmulas para estos cálculos son las siguientes (p. 181):

$$a = e^{\sigma\sqrt{t}} \quad \text{y} \quad b = 1/a = e^{-\sigma\sqrt{t}} \quad (2-89)$$

El tiempo debe estar en la misma unidad de medida que la desviación estándar, es decir, si ésta es anual,  $t$  debe estar en años; cuando los períodos sean mensuales, trimestrales o semestrales, deben ajustarse los parámetros. En la Figura 2-17, se muestra un comportamiento típico de esta clase de incertidumbre en un horizonte de 5 períodos.

**Figura 2-17 Comportamiento Típico de Incertidumbres que evolucionan continuamente en el Tiempo**



Con los coeficientes  $a$  y  $b$  se calculan los valores de la variable a diferentes horizontes de tiempo, siguiendo los movimientos posibles al alza y a la baja de la variable estudiada. En la tabla siguiente se muestran los resultados a partir de un modelo desarrollado<sup>22</sup> ad hoc.

<sup>22</sup> El autor, basado en los planteamientos de algunos autores como Trigeorgis (2000), y en las fórmulas desarrolladas en las secciones anteriores, elaboró un conjunto de modelos en Excel para cálculos de opciones, uno de los cuales permite lo que se muestra en esta página.

### 3.6.2. CASO GENERAL: Combinación de Dos Tipos de Incertidumbres: Discreta y Continua

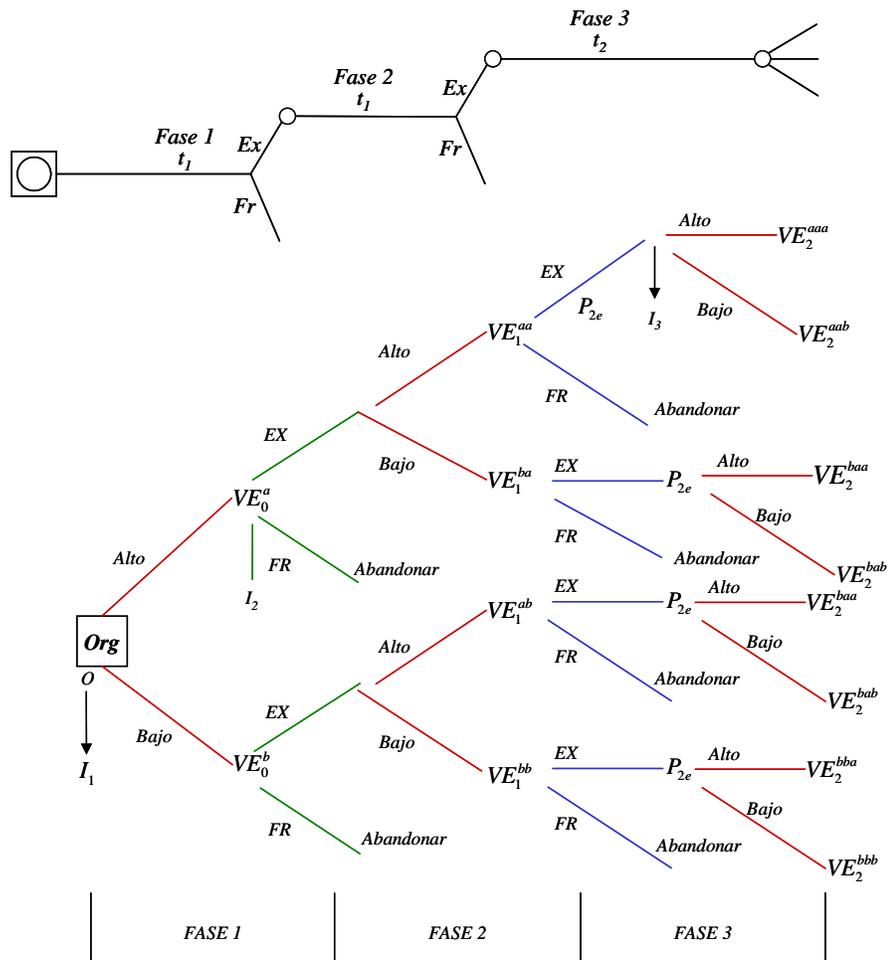
Las deducciones y fórmulas presentadas dentro de esta sección son un desarrollo del autor de este trabajo, basado en los análisis y casos planteados por Kamrad, Bardia y Ritchken (1991), Boyle Phelim, Evnine Jeremy y Gibbs Stephen (1989), Boyle Phelim (1988).

En esta sección se combinan las dos incertidumbres antes explicadas: una cuya resolución sigue la estructura de un árbol técnico y una segunda que evoluciona estocásticamente en el tiempo. Esta construcción es desarrollada por el autor fundamentándose en los conceptos y desarrollos de las secciones y capítulos anteriores.

Para ello, en cada fase del árbol de decisión correspondiente a la Incertidumbre Técnica se presentan varios valores posibles de la

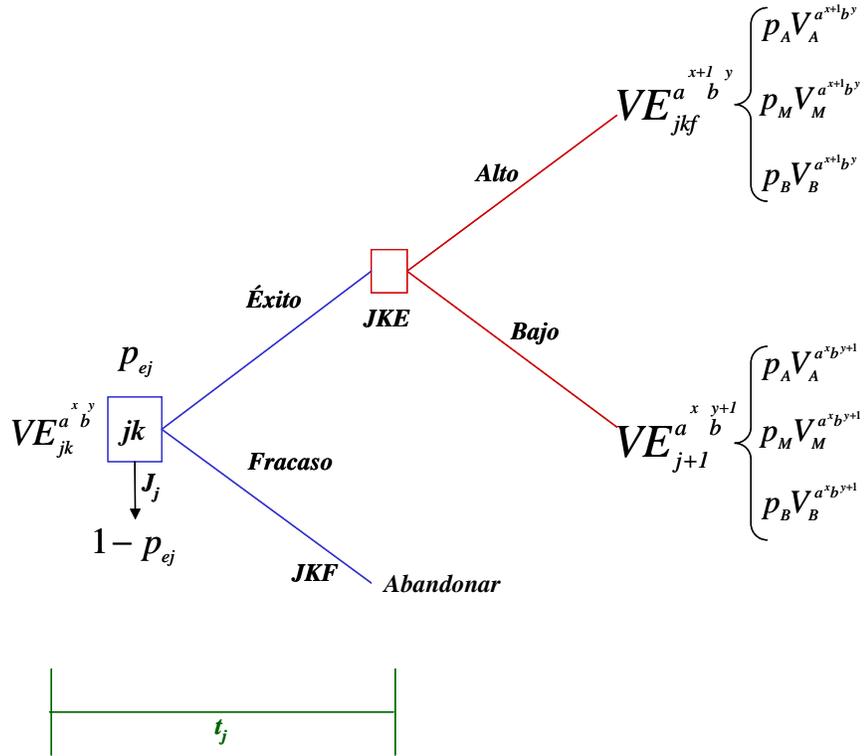
incertidumbre que sigue una evolución en el tiempo y, por lo tanto, en cada fase debe resolverse esa combinación de incertidumbre. Esta es la situación que mostramos en el siguiente dibujo (Figura 2-18).

**Figura 2-18 Incertidumbre Técnica**



En la Figura 2-19, se muestra un nodo con una estructura típica de combinación de incertidumbres, el cual es útil para resolver el cálculo de la opción en estas circunstancias.

Figura 2-19 Nodo con Estructura Típica de Combinación de Incertidumbre.



La nomenclatura utilizada, tratando de ser lo más general posible, corresponde a:

$VE$  es Valor Esperado con los subíndices  $jk$  indicando el nodo del árbol en que se está efectuando el análisis y  $JKE$  es el nodo en su variante o escenario de Éxito, mientras que  $JKF$  es el nodo en su rama de Fracaso. Por su parte, las potencias tales como  $a^x$  significan que hasta ese nodo han ocurrido  $x$  movimientos al alza ( $a$ ) y  $b^y$  implica que también ha habido  $y$

movimientos a la baja ( $b$ ). Las probabilidades de los escenarios alto, medio y bajo corresponden a  $p_A, p_M, p_B$  respectivamente y los Valores de esos escenarios son  $V_A^{a^x b^y}, V_M^{a^x b^y}, V_B^{a^x b^y}$  respectivamente. Por estructura del árbol binomial, la rama del éxito tiene a su vez una rama alta y una rama baja, dependiendo si el valor de la opción se mueve al alza a través de multiplicar su valor por  $a$ , o se desplaza a la baja, multiplicando su valor por  $b$ . Si la rama tiene  $n$  períodos, el alza corresponderá a  $a^n$  y la hacia la baja a  $b^n$ .

En función de esta nomenclatura se derivó un conjunto de ecuaciones genéricas para resolver cualquier árbol de opciones reales de estructura análoga.

(A) Valor en la Rama Alta de Éxito.

$$VE_{jKE}^{a^{x+t} b^y} = \left( p_A * \text{Max}\left[0; V_A^{a^{x+t} b^y} - I_{j+1}\right] + p_M * \text{Max}\left[0; V_M^{a^{x+t} b^y} - I_{j+1}\right] + p_B * \text{Max}\left[0; V_B^{a^{x+t} b^y} - I_{j+1}\right] \right)$$

$$VOE_{jKE}^{a^{x+t} b^y} = \frac{VE_{jKE}^{a^{x+t} b^y}}{(1 + r_f)^t}, \quad (2-90)$$

Donde VOE es el valor esperado de la opción, con los demás parámetros significando lo señalado anteriormente.

(B) Valor en la Rama Baja de Éxito.

$$VE_{jKE}^{a^x b^{y+t}} = \left( p_A * \text{Max}\left[0; V_A^{a^x b^{y+t}} - I_{j+1}\right] + p_M * \text{Max}\left[0; V_M^{a^x b^{y+t}} - I_{j+1}\right] + p_B * \text{Max}\left[0; V_B^{a^x b^{y+t}} - I_{j+1}\right] \right)$$

$$VOE_{jKE}^{a^x b^{y+t}} = \frac{VE_{jKE}^{a^x b^{y+t}}}{(1 + r_f)^t}, \quad (2-91)$$

(C) Por su parte, el valor al inicio de la rama tipo es a su vez un Valor Esperado de los estimados para los tres niveles (alto, medio y bajo) de

la incertidumbre que varía con el tiempo en ese instante. Por lo tanto, su valor se calcula mediante la siguiente fórmula:

$$V_{jKE}^{a^x b^y} = p_A * V_A^{a^x b^y} + p_M * V_M^{a^x b^y} + p_B * V_B^{a^x b^y} \quad (2-92)$$

Éste no es un valor de la opción, sino un Valor Esperado en ese momento, para el cual se debe cumplir el principio del precio único, es decir, que el valor al inicio debe ser el mismo por cualquier rama o camino que se le acceda, avanzando o retrocediendo por el árbol.

(D) A partir del Valor Esperado calculado en (C) y siguiendo la Ley del Precio Único se calculan los Valores de las Ramas Alta y Baja, con las siguientes fórmulas:

$$aV_{jKE}^{a^x b^y} = V_{jKE}^{a^x b^y} * a^{t_j} \quad \text{Valor Rama Alta} \quad (2-93)$$

$$bV_{jKE}^{a^x b^y} = V_{jKE}^{a^x b^y} * b^{t_j} \quad \text{Valor Rama Baja} \quad (2-94)$$

(E) Con los valores calculados en los pasos anteriores, se puede estructurar el correspondiente portafolio de réplica, como paso para el cálculo del Valor de la Opción al inicio del período tipo considerado. Para esto se utilizan las siguientes fórmulas:  
En la Rama Alta :

$$(F) \quad m * aV_{jKE}^{a^x b^y} + (1 + r_f) * B = aVR_{jKE}^{a^x b^y} = VE_{jKE}^{a^{x+t_j} b^y} \quad (2-95)$$

En la Rama Baja:

$$m * bV_{jKE}^{a^x b^y} + (1 + r_f) * B = bVR_{jKE}^{a^x b^y} = VE_{jKE}^{a^{x_b} b^{y+t_j}} \quad (2-96)$$

De donde se obtienen los valores de  $m$  y de  $B$  del Portafolio Réplica, al despejarse de las fórmulas anteriores:

$$m_{jKE} = \frac{VE_{jKE}^{a^{x+t}j b^y} - VE_{jKE}^{a^x b^{y+t}j}}{aV_{jKE}^{a^x b^y} - bV_{jKE}^{a^x b^y}} \quad (2-97)$$

$$B_{jKE} = \frac{\left[ V_{jKE}^{a^x b^{y+t}j} - (m_{jKE} * bVE_{jKE}^{a^x b^y}) \right]}{(1 + r_f)^{t_j}} \quad (2-98)$$

(G) Cálculo del Valor en el nodo  $jKE$ , según Ley del Precio Único:

$$VE_{jKE} = m_{jKE} * V_{jKE}^{a^x b^y} + B \quad (2-99)$$

(H) Basado en los cálculos anteriores, se obtiene el Valor de la opción al inicio de la rama típica analizada, utilizando la siguiente fórmula:

$$VEOp_{jKE} = VE_{jKE} - I_j \quad (2-100)$$

(I) Con todo lo anterior se tiene  $VE_{jKE}$  y  $VEOp_{jKE}$  y se pueden aplicar las características de la incertidumbre técnica para resolver el nodo  $jK$ , según las probabilidades de Éxito y Fracaso. Si en caso de Fracaso, hay que hacer desembolsos para cerrar el proyecto y/o recuperación de las inversiones hechas a la fecha, al llevarse a pérdidas y utilizar el escudo fiscal, se tendría lo siguiente:

$$VF_{jKF} = T * \sum_1^{j-1} I_l - (1 - T) * D_j \quad (2-101)$$

Donde  $VF_{jKF}$  corresponde al valor de la Rama de Fracaso en el nodo  $jK$ ,  $T$  es la tasa marginal de Impuesto Sobre la Renta de la organización

que evalúa el proyecto,  $I_t$  son las inversiones hechas período a período hasta el nodo anterior en el desarrollo del proyecto y  $D_j$  son los desembolsos por el cierre del proyecto.

Con estos cálculos podemos obtener los Valores en el nodo  $jK$ , utilizando las siguientes fórmulas:

$$VOP_{jk} = p_{ej} * VEOp_{jKE} + (1 - p_{ej}) * Max[0; VF_{jKF}] \quad (2-102)$$

$V_{jk}^{a^x b^y}$  corresponde al Valor Esperado al inicio del nodo, el cual ya fue calculado en el punto (C).

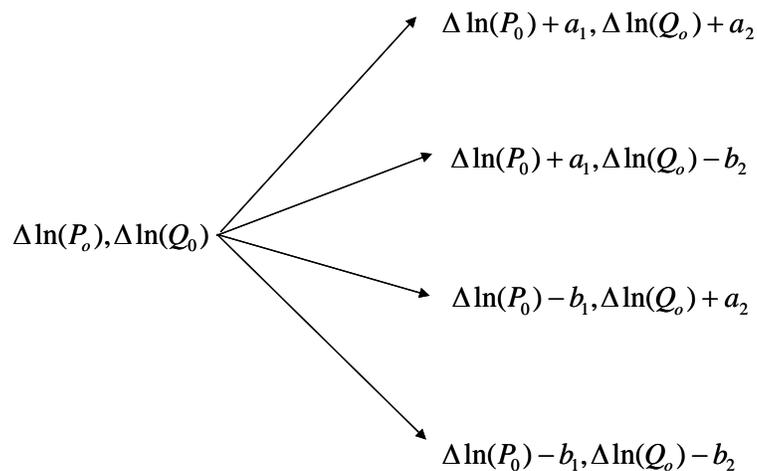
#### Modelo Cuatrinomial de Resolución de Dos Incertidumbres que evolucionan aleatoria y continuamente en el Tiempo

En los puntos anteriores se desarrollaron las bases conceptuales de dos tipos de incertidumbres que evolucionan de manera distinta, una correspondiente a Opciones de Aprendizaje, que es lo que se ha llamado aquí una Incertidumbre Técnica, y otra que evoluciona continuamente en el tiempo.

En este caso, se presentan las bases conceptuales que son especialmente útiles cuando hay dos incertidumbres que simultáneamente evolucionan de manera aleatoria y continua, lo que se identifica como el análisis “cuatrinomial”, en el cual se combinan los movimientos al alza y a la baja en el Valor de la Opción, como producto de las dos incertidumbres, dando el efecto combinatorio cuatro posibles evoluciones: a) Que la primera y segunda incertidumbre muevan al alza el Valor en un mismo período, b) Que la incertidumbre 1 mueva al alza el Valor, mientras la 2 lo hace a la baja,

en ese mismo período, c) La situación inversa a (b), es decir que la incertidumbre 1 mueva a la baja el Valor, mientras la 2 lo hace al alza en ese lapso, y d) Que ambas incertidumbres muevan el valor de la Opción a la baja en un mismo período. Esta situación se muestra en el siguiente dibujo (Figura 2-20)

**Figura 2-20 Análisis Cuatrinomial Combinando Movimientos al Alza y a la Baja de Dos Incertidumbres**



Es interesante ver que ambas incertidumbres pueden ser independientes o dependientes, en cuyo caso las probabilidades de obtener cualquiera de las cuatro evoluciones serán distintas.

Por ejemplo, si las incertidumbres son precios del crudo, como primera incertidumbre, e impacto en los costos, tanto operativos como de capital, de la evolución tecnológica, como segunda incertidumbre, es posible que ambas sean bastante independientes. Por el contrario, si la primera incertidumbre corresponde a precios del crudo y la segunda a cantidades de barriles

vendidos, estas incertidumbres estarán correlacionadas en su comportamiento.

Ambas situaciones serán explicadas en su basamento teórico en las siguientes secciones.

#### 3.6.2.1.1. Caso de Independencia entre Incertidumbres Continuas

Tal como lo muestra la Figura 2-20, se trata del caso en que la generación de efectivo de un proyecto es función de dos incertidumbres que evolucionan en el tiempo de manera independiente. Cada incertidumbre, se asume, sigue un proceso Gaussiano Wiener.

En este caso, el valor del activo riesgoso o proyecto con riesgo al inicio, en  $t = 0$  es  $V_o$ , el cual puede variar al alza o a la baja, en un proceso multiplicativo o geométrico, con tasas  $a_1$  (al alza) y  $b_1$  (a la baja), bajo la influencia de la incertidumbre 1 (precios del crudo por ejemplo) y tasas  $a_2$  (al alza) y  $b_2$  (a la baja), sometida al efecto de una segunda fuente de incertidumbre (evolución tecnológica y su impacto en inversiones y costos).

El árbol o rejilla de eventos de la cuatrinomial tiene cuatro ramas en cada nodo y es en todo similar a la binomial, utilizada en las formas ya vistas de opciones simples, sólo que la binomial tiene dos ramas por nodo, una a la alza y otra a la baja.

Para desarrollar el árbol y estimar los valores de  $a_1, b_1, a_2, b_2$  se requiere conocer la volatilidad de las incertidumbres consideradas, es decir  $\sigma_1$  y  $\sigma_2$ , así como el coeficiente de correlación entre ambas, en caso de dependencia,

$\rho_{12}$ , lo que significa conocer la distribución conjunta de las dos variables aleatorias.

El valor de ejercer la opción corresponderá a los gastos o inversiones que deban hacerse en cada fase, los cuales dependerán del caso que se analice. Si es petrolero, serán las inversiones de las fases de Exploración, Evaluación y Desarrollo; si son proyectos de investigación, serán las inversiones en las fases de laboratorio y prueba piloto, por ejemplo.

Esta estructura cuatrinomial se puede resolver vía el Portafolio de Réplica, para lo cual y como se ha realizado en las secciones precedentes, se deben resolver las siguientes ecuaciones y calcular  $m$  y  $B$ .

$$ma_1a_2V_0 + (1 + r_f)B = C_{a_1a_2} \quad (2-103)$$

$$ma_1b_2V_0 + (1 + r_f)B = C_{a_1b_2}$$

$$mb_1a_2V_0 + (1 + r_f)B = C_{b_1a_2}$$

$$mb_1b_2V_0 + (1 + r_f)B = C_{b_1b_2}$$

Éste es un sistema sobre determinado, ya que sólo posee dos incógnitas y hay seis ecuaciones.

A continuación, habría que calcular las probabilidades neutrales al riesgo, de manera de tener el valor de la opción en  $t = 0$ , es decir el valor de  $C_0$ , según la siguiente ecuación:

$$C_0 = \frac{p_{a_1a_2} C_{a_1a_2} + p_{a_1b_2} C_{a_1b_2} + p_{b_1a_2} C_{b_1a_2} + p_{b_1b_2} C_{b_1b_2}}{(1 + r_f)} \quad (2-104)$$

Si las dos incertidumbres son independientes, las probabilidades neutrales al riesgo de cada rama de la estructura cuatrinomial es igual al producto de las probabilidades neutrales al riesgo para cada rama, calculadas en función de cada fuente de incertidumbre, analizadas de manera independiente. Esto es lo que se expresa en las siguientes ecuaciones:

$$P_{a_1 a_2} = P_{a_1} * P_{a_2} \quad (2-105)$$

$$P_{a_1 b_2} = P_{a_1} * P_{b_2}$$

$$P_{b_1 a_2} = P_{b_1} * P_{a_2}$$

$$P_{b_1 b_2} = P_{b_1} * P_{b_2}$$

Con estas fórmulas se puede calcular el valor de la opción, utilizando la respectiva ecuación de  $C_0$ , proceso que puede repetirse en cada tramo del árbol, y de esta forma se resolvería esta estructura de problema.

#### 3.6.2.1.2. Caso de Dos Incertidumbres Continuas Correlacionadas

A través del teorema de Bayes para probabilidades condicionadas, tal como lo plantean Copeland y Antikarov (2001), a quienes se sigue en su desarrollo, en el caso de dos variables estocásticas, se demuestra que cuando el valor de un activo sigue un proceso geométrico (multiplicativo) Browniano, la rentabilidad del mismo activo sigue un proceso aritmético (aditivo) Browniano. Por ejemplo, el precio de un producto (petróleo) nunca es negativo y sus movimientos a través del tiempo pueden ser modelados como un proceso geométrico Browniano, usualmente log normal. La tasa de rentabilidad de ese activo (petróleo por ejemplo), si puede ser de valores negativos y puede modelarse como un proceso Browniano aritmético.

Utilizando este hecho, se puede modelar un proceso Browniano aritmético en una estructura cuatrinomial, en la cual los movimientos al alza y a la baja de las incertidumbres son aditivos y simétricos, lo cual se recombina en el árbol cuatrinomial.

Los cambios en el valor del activo subyacente siguen en el proceso Browniano geométrico planteado, según lo descrito en secciones anteriores, por la siguiente ecuación:

$$dV = \mu V dt + \sigma V dz$$

Aplicando uno de los fundamentos de la teoría de las opciones, el Lema de Ito (ver Apéndice A), se modelan los cambios en el valor de cualquier tipo de derivativo u opción, real o financiero, cuyo valor es contingente al de otro activo subyacente, sobre cualquier período corto de tiempo. Si el valor de la opción lo denominamos  $C$ , el cual es función solo del tiempo,  $t$ , y valor del activo riesgoso subyacente es  $V$ , se puede escribir la siguiente expresión:

$$dC = \left[ \frac{\partial C}{\partial V} \mu V + \frac{\partial C}{\partial t} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 C}{\partial V^2} \sigma^2 V^2 \right] dt + \frac{\partial C}{\partial V} \sigma V dz \quad (2-106)$$

Si se hace al valor de la opción  $C = \ln(S)$ , se tiene:

$$\frac{\partial C}{\partial V} = \frac{1}{S} \quad (2-107)$$

$$\frac{\partial^2 C}{\partial V^2} = -\frac{1}{S^2}$$

$$\frac{\partial C}{\partial t} = 0$$

Sustituyendo estas expresiones en la fórmula derivada del Lema de Ito, se obtiene la expresión del proceso Browniano aritmético:

$$dC = \left[ \mu + \frac{\sigma^2}{2} \right] dt + \sigma dz \quad (2-108)$$

Esta ecuación da el cambio en el valor de la opción C y muestra la tasa de crecimiento o porcentaje de cambio en el valor del activo subyacente:  $\partial C = \partial V/V$ . Esta tasa de crecimiento está distribuida normalmente con media de  $\mu + \sigma^2/2$  y con una desviación estándar de  $\sigma\sqrt{t}$ .

Retomando el problema de dos fuentes de incertidumbre correlacionadas, donde cada una sigue un proceso Browniano geométrico, se puede modelar utilizando esta aproximación.

Se analizará con detalle el comportamiento de cada fuente de incertidumbre. Normalmente se examina su comportamiento histórico o se estima ese comportamiento, por simulación Monte Carlo por ejemplo, la correlación entre ambas fuentes y sus tasa de crecimiento. Para ilustrar mejor esta situación, se supondrá que las dos fuentes de incertidumbre son el precio unitario y la cantidad a vender de un nuevo producto que se está comenzando a desarrollar.

Sea la tasa esperada de crecimiento de los precios igual a  $g_1$ , y la de crecimiento de las cantidades  $g_2$ . Las respectivas desviaciones estándar son  $\sigma_1$  y  $\sigma_2$ . En un mundo neutral al riesgo, las tasas de crecimiento promedio son iguales a la tasa libre de riesgo, por lo que pueden escribirse las ecuaciones del crecimiento para el precio  $P$  y las cantidades  $Q$ , como sigue:

$$d \ln(P) = \left[ r_f + \frac{\sigma_1^2}{2} \right] dt + \sigma_1 dz \quad (2-109)$$

$$g_1 = \left[ r_f + \frac{\sigma_1^2}{2} \right] dt \quad (2-110)$$

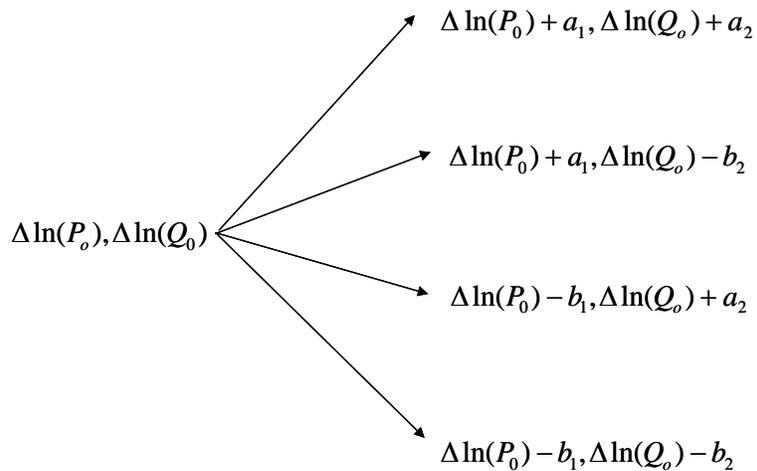
y para las cantidades:

$$d \ln(Q) = \left[ r_f + \frac{\sigma_2^2}{2} \right] dt + \sigma_2 dz$$

$$g_2 = \left[ r_f + \frac{\sigma_2^2}{2} \right] dt$$

Las tasas de crecimiento siguen un movimiento Browniano aritmético, con tasas constante al alza y a la baja, simétricas y de signo opuesto,  $a = -b$ . La combinación de estos posibles valores se muestra en la siguiente Figura 2-21.

**Figura 2-21 Caso de Dos Incertidumbres Correlacionadas.**



Si las incertidumbres fueran independientes se usarían las ecuaciones de producto de probabilidades planteadas en la sección anterior,

$$\Delta \ln(P_o), \Delta \ln(Q_o) \quad (2-111)$$

Que expresan la situación inicial, la cual, en función de las dos evoluciones posibles de cada una de las variables, se transforma en los cuatro valores probables que se presentan a continuación:

$$\Delta \ln(P_o) + a_1, \Delta \ln(Q_o) + a_2$$

$$\Delta \ln(P_o) + a_1, \Delta \ln(Q_o) - b_2$$

$$\Delta \ln(P_o) - b_1, \Delta \ln(Q_o) + a_2$$

$$\Delta \ln(P_o) - b_1, \Delta \ln(Q_o) - b_2$$

En el caso que nos ocupa, de incertidumbres correlacionadas, se pueden plantear las seis siguientes ecuaciones y seis incógnitas:

La esperanza de ir al alza con la fuente de incertidumbre o variable 1 es igual a la suma de las probabilidades de que esa incertidumbre se mueva al alza, tanto si la incertidumbre 2 va al alza o a la baja, menos la suma de las probabilidades de que la incertidumbre 1 se mueva a la baja. Esto es lo que se expresa matemáticamente de la siguiente forma:

$$E(g_1)\Delta t = \left[ r_f + \frac{\sigma_1^2}{2} \right] \Delta t = (p_{a_1 a_2} + p_{a_1 b_2})a_1 - (p_{b_1 a_2} + p_{b_1 b_2})a_1 \quad (2-112)$$

Igual procedimiento se aplica a la esperanza matemática de que la incertidumbre o variable 2 se mueva a alza (crecimiento), está dado por la expresión siguiente:

$$E(g_2)\Delta t = \left[ r_f + \frac{\sigma_2^2}{2} \right] \Delta t = (p_{a_1 a_2} + p_{b_1 a_2})a_2 - (p_{a_1 b_2} + p_{b_1 b_2})a_2 \quad (2-113)$$

De manera similar, la volatilidad de la incertidumbre 1, estimada a través de su varianza, es aplicando la formulación estadística:

$$\sigma_1^2 \Delta t = (p_{a_1 a_2} + p_{a_1 b_2})a_1^2 - (p_{b_1 a_2} + p_{b_1 b_2})a_1^2 \quad (2-114)$$

Aplicando los mismos conceptos para la variable 2, se tiene:

$$\sigma_2^2 \Delta t = (p_{a_1 a_2} + p_{b_1 a_2}) a_2^2 - (p_{a_1 b_2} + p_{b_1 b_2}) a_2^2$$

En forma análoga, la correlación entre ambas variables o fuentes de incertidumbre queda expresada matemáticamente por la siguiente expresión:

$$\rho_{12} \sigma_1 \sigma_2 \Delta t = (p_{a_1 a_2} - p_{b_1 a_2} - p_{a_1 b_2} - p_{b_1 b_2}) a_1 a_2 \quad (2-115)$$

La última ecuación de este sistema, corresponde a que la suma de las cuatro probabilidades debe sumar la certeza, es decir uno:

$$p_{a_1 a_2} + p_{b_1 a_2} + p_{a_1 b_2} + p_{b_1 b_2} = 1 \quad (2-116)$$

En función de este sistema de seis ecuaciones, se obtienen las siguientes seis resultados de fórmulas para el cálculo de las probabilidades de la cuatrinomial, bajo condiciones de correlación estadística entre las dos fuentes de incertidumbre consideradas:

$$p_{a_1 a_2} = \frac{a_1 a_2 + a_2 g_1 \Delta t + a_1 g_2 \Delta t + \rho_{12} \sigma_1 \sigma_2 \Delta t}{4 a_1 a_2} \quad (2-117)$$

$$p_{a_1 b_2} = \frac{a_1 a_2 + a_2 g_1 \Delta t + b_1 g_2 \Delta t - \rho_{12} \sigma_1 \sigma_2 \Delta t}{4 a_1 a_2}$$

$$p_{a_2 b_1} = \frac{a_1 a_2 + b_2 g_1 \Delta t + a_1 g_2 \Delta t - \rho_{12} \sigma_1 \sigma_2 \Delta t}{4 a_1 a_2}$$

$$p_{b_1 b_2} = \frac{a_1 a_2 + b_2 g_1 \Delta t + b_1 g_2 \Delta t + \rho_{12} \sigma_1 \sigma_2 \Delta t}{4 a_1 a_2}$$

$$a_1 = \sigma_1 \sqrt{t}$$

$$a_2 = \sigma_2 \sqrt{t}$$

Con estas ecuaciones se puede calcular el valor de Opciones, cuyo valor depende de dos fuentes de incertidumbre, tal como se explicó en el ejemplo de la siguiente sección.

## Ejemplo de Aplicación al Caso de Dos Incertidumbres Correlacionadas

La Compañía Pharma está evaluando una inversión en I+D en varias fases:

Investigación Básica US MMUS\$ 3 con 20% de probabilidad de éxito.

Fase de Desarrollo, sólo en caso de éxito de la Investigación Básica, con una inversión de US MMUS\$ 60, con probabilidades: 15% gran éxito con VP de US MMUS\$ 600; 25% producto mediano con VP de US MM\$ 40; 60% de fracaso, producto no comercial.

Incorporarse al mercado tiene una inversión de US MM\$ 40, requeridos para construir la planta.

Los flujos de perpetuidad se inician al finalizar la fábrica, 3 años.

wacc = 10%

Vt = 5%

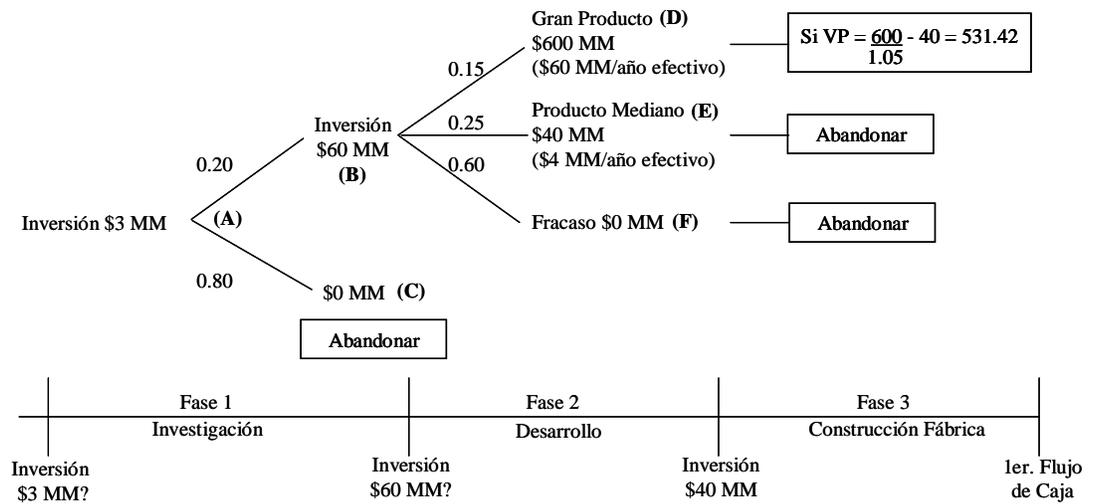
$$VPN = -3 + 0,20 \left[ \frac{0,15 \left[ \left( \frac{600}{1,05} \right) - 40 \right] + 0,25 \left[ \left( \frac{40}{1,05} \right) - 40 \right] + 0,6(-40)}{1,05} - 60 \right] + \frac{0,8 \left[ \frac{0}{1,05} - 60 \right]}{1,05}$$

(A)

$$= -3 - 1,48 + (-45,71) = -50,19 \text{ MM\$}$$

Pero en realidad las inversiones de MMUS\$ 60 y MMUS\$ 40 se pueden evitar si la Investigación Básica fracasa.

**Figura 2-22 Caso de Dos Incertidumbres Correlacionadas**



$$VPN_{nodo(B)} = -60 + \left\{ \frac{0.15 \left[ \left( \frac{600}{1,05} \right) - 40 \right] + 0,25(0) + 0,6(0)}{1,05} \right\} = -60 + 75,92 = 15,92MM\$$$

En el nodo **(C)** no se ejerce la opción de invertir \$60 MM.

Retrocediendo al nodo **(A)**, se encuentra el Valor Presente del Proyecto basado en la decisión óptima en el nodo **(B)**.

$$VPN_{nodo(A)} = -3 + \left[ 0,2 \left( \frac{15,92}{1,05} \right) + 0,8(0) \right] = -3 + 3,03 = \$0,03MM$$

VPN (con flexibilidad) = 0,18 MM\$

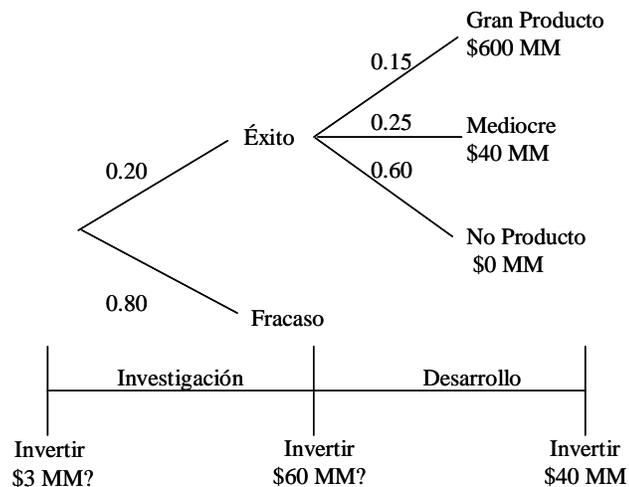
-VPN (sin flexibilidad) = -(-51,33) MM\$

Valor de la flexibilidad = 51,55 MM\$

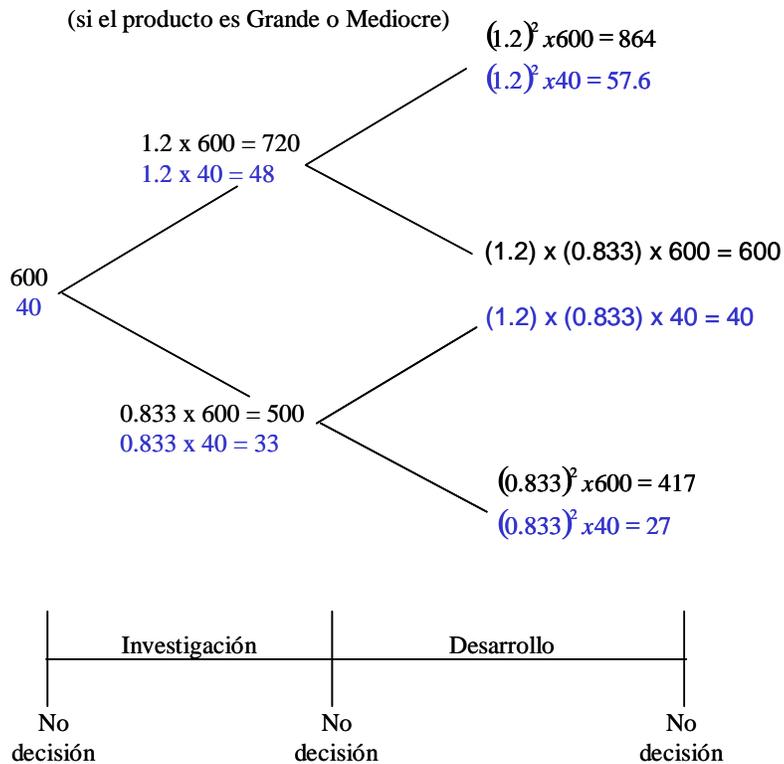
### Opción Compuesta con Dos Incertidumbres no Correlacionadas

Si se complica el problema con una incertidumbre de mercado, los flujos de caja no pueden descontarse a la tasa libre de riesgo. Supóngase que el departamento de Marketing estima que las operaciones a futuro oscilan hacia arriba o hacia abajo en un 20% al año y que los estimados de MM\$ 60 y MM\$ 4 son hechas hoy.

Figura 2-23 Incertidumbre Tecnológica o Discreta



**Figura 2-24 Incertidumbre Comercial o Continua**



Como la incertidumbre tecnológica (Figura 2-22) es independiente del mercado, se pueden descontar los flujos a la tasa libre de riesgo.

Como el árbol comercial (Figura 2-23) está correlacionado al mercado, se debe usar el enfoque del Portafolio de Réplica. Una solución más precisa es la de la metodología Cuatrinomial, la cual se verá más adelante.

Al final del árbol la incertidumbre tecnológica resuelve los nodos A, B, C y D al final del segundo año. En ese punto se decide si se invierten los MMUS\$ 40 para ir a producción o abandonar el proyecto.

El VPN en cada uno de esos nodos toma ventaja de la independencia frente a la incertidumbre de mercado. Por lo tanto, el VPN es el valor esperado de contado a la mitad del año a la tasa libre de riesgo, menos el costo de la inversión (precio de ejercicio de la opción de fabricación).

Por ejemplo, en el nodo **(D)** está basada en la resolución de la incertidumbre de mercado.

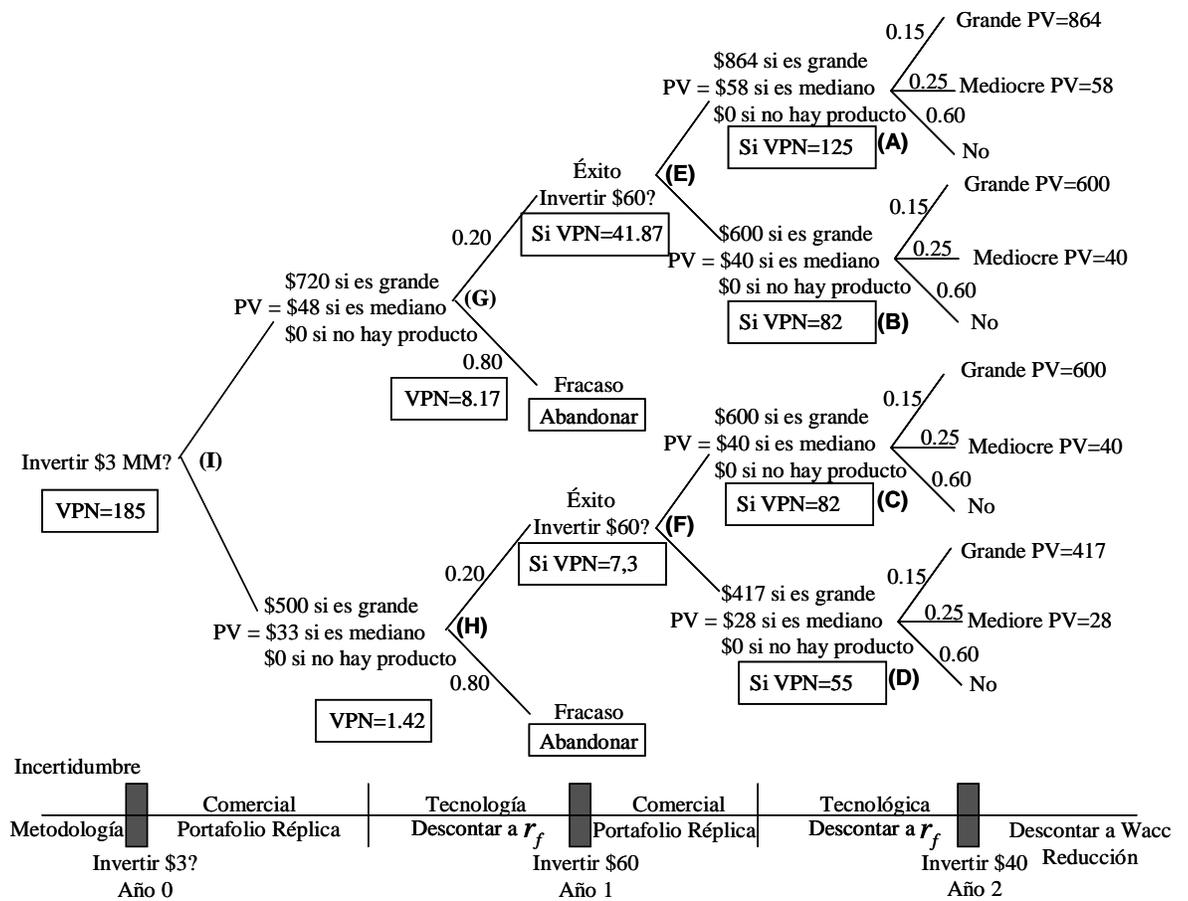
$$\begin{array}{ccc}
 \text{MAX}[(27,78 - 40); 0] & & \text{MAX}[0 - 40; 0] \\
 \downarrow & & \downarrow \\
 \text{VPN}_{\text{nodo}(D)} = \frac{0,15(417 - 40) + 0,25(0) + 0,6(0)}{1,025} = 55,17 \text{MM} \$
 \end{array}$$

De manera similar en los nodos A, B y C:

$$\text{VPN}_{\text{nodo}(A)} = \frac{0,15(864 - 40) + 0,25(58 - 48) + 0,6(0)}{1,025} = 124,98 \text{MM} \$$$

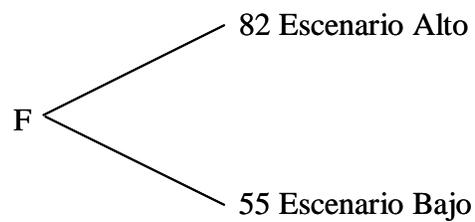
$$\text{VPN}_{\text{nodo}(B)} = \text{VPN}_{\text{nodo}(C)} = \frac{0,15(600 - 40) + 0,25(40 - 40) + 0,6(0)}{1,025} = 81,95$$

Figura 2-24



En los nodos E y F la incertidumbre es la Comercial y hay que usar la técnica del Portafolio de Réplica.

Ejemplo Nodo F:



El valor al inicio del período F es el Valor Esperado:

$$VE = 0,15 * 500 + 0,25 * 33 = 83,25MM\$ = V$$

Valor en el Origen

$$uV = 0,15(1,2x500) + 0,25(1,2x33) + 0,6(0) = \$100$$

Valor Avanzado del  
Subyacente

$$dV = 0,15(0,833x500) + 0,25(0,833x33) + 0,6(0) = \$69,55$$

Usando estos datos:

$$muV + (1 + r_f)B = 82$$

$$mdV + (1 + r_f)B = 55$$

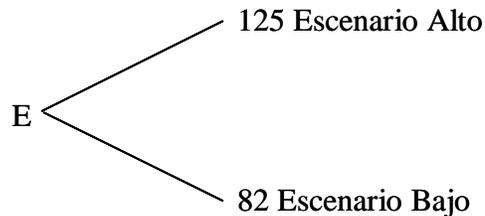
$$m = \frac{82 - 55}{100 - 69,55} = \frac{27}{30,45} = 0,887$$

$$B = \frac{55 - 0,887 \times 69,55}{1,025} = -6,54$$

$$\text{ValorenF} = mV + B = 0,887 + 83,25 - 6,54 = 67,30 \text{MM}$$

Con este valor se decide si se invierten MM\$ 60 o si se abandona.

$$67,3 - 60 = 7.3 \text{ VPN en F}$$



$$\text{VE en E: } 0,15 \times 720 + 0,25 \times 48 = 120 = V$$

Valor en Escenario Alto y Bajo

$$uV = 0,15(1,2 \times 720) + 0,25(1,2 \times 48) + 0,6(0) = 144$$

$$dV = 0,15(0,833 \times 720) + 0,25(0,833 \times 48) + 0,6(0) = 100$$

Portafolio de Réplica:

$$muV + (1 + r_f)B = 125$$

$$mdV + (1 + r_f)B = 82$$

$$m = \frac{125 - 82}{44} = \frac{43}{44} = 0,977$$

$$B = \frac{82 - 0,977 \times 100}{1,025} = -15,34$$

$$\text{ValorE} = mV - B = 0,977 \times 180 - 15,34 = 101,93$$

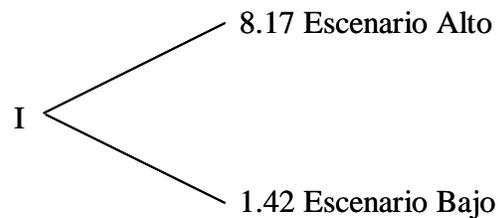
$$\text{Valor Operación} = 101,93 - 60 = 41,93 \text{ MM\$}$$

Nodos G y H:

$$H = \frac{0,20 \times 7,3 + 0,8(0)}{1,025} = 1,42$$

$$G = \frac{0,20 \times 41,87 + 0,8(0)}{1,025} = 8,17$$

Nodo I por Portafolio de Réplica:



VE en I:

$$VE = 0,15 \times 600 + 0,25 \times 40 + 0 = 100 = V$$

$$uV = 0,15(1,2 \times 600) + 0,25(1,2 \times 40) + 0,6(0) = 120$$

$$dV = 0,15(0,833 \times 600) + 0,25(0,833 \times 40) + 0,6(0) = 83,33$$

Portafolio Réplica:

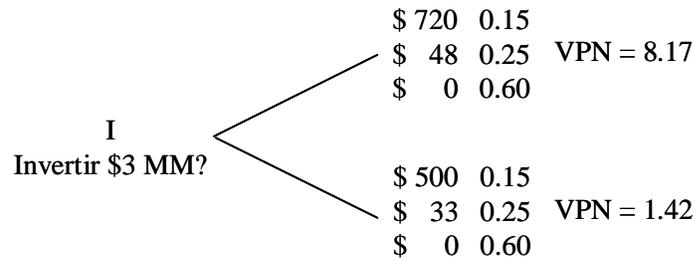
$$muV + (1 + r_f)B = 8,17$$

$$mdV + (1 + r_f)B = 1,42$$

$$m = \frac{8,17 - 1,42}{120 - 83,33} = \frac{6,75}{36,667} = 0,184$$

$$B = \frac{1,42 - 0,184 \times 83,33}{1,025} = 13,581$$

$$I = mV - B = 0,184 \times 600 - 13,581 = 96,819 - 3 = 93,82$$



$$720 \times 0,15 + 48 \times 0,25 + 0 \times 0,60 = 120$$

$$500 \times 0,15 + 33 \times 0,25 + 0 \times 0,60 = 83,25$$

$$uV = 120 \qquad dV = 83,25$$

$$muV + (1 + r_f)B = 8,17$$

$$- [mdV + (1 + r_f)B = 1,42]$$

$$120m - 83,25m = 8,17 - 1,42$$

$$m = \frac{8,17 - 1,42}{120 - 83,25} = \frac{6,75}{1,441} = 0,184$$

$$B = \frac{8,17 - 0,184 \times 120}{1,025} = -13,533$$

$$V = 100 \text{ (} uV = 120 \text{ y } u = 1,2 \rightarrow V = 100)$$

Valor en I:

$$mV - B = 0,184 \times 100 - 13,533 = 18,4 - 13,533 = 4,867$$

$$\text{Inversión en I} = 4,867 - 3 = 1,86$$

## CAPÍTULO IV

### **4. APLICACIÓN METODOLÓGICA AL CASO PETROLERO: LOS CONTRATOS DE EXPLORACIÓN A RIESGO EN EL PROCESO DE APERTURA PETROLERA DE VENEZUELA**

#### 4.1. Objetivos del Capítulo

Este capítulo tiene por finalidad validar los desarrollos teóricos y metodológicos explicados en los capítulos anteriores a través de aplicarlos al caso de los Contratos a Riesgos desarrollados por PDVSA dentro de lo que se llamó Apertura Petrolera.

Para el logro de este objetivo el capítulo se ha estructurado en las siguientes secciones:

- Visión de Conjunto del Marco Metodológico, en la cual se plantean los grandes parámetros del proceso de aplicación al caso de los Contratos a Riesgo de los conceptos y bases metodológicas explicados y desarrollados en el capítulo III: Bases Conceptuales de las Opciones Reales.
- Modelación del Problema Sobre la Base del Marco Conceptual Desarrollado, sección en la que se aplica el Marco Conceptual desarrollado al caso de los Contratos a Riesgo, valorizándose como Opciones Reales cada uno de los Campos licitados bajo este esquema de la Apertura Petrolera, comparándose los resultados dados por este planteamiento con los realmente ofertados por las empresas que licitaron y ganaron estos procesos. También en esta sección se plantea un proceso paso a paso para abordar y valorizar las Inversiones Petroleras que siguen este esquema.

## 4.2. Visión de Conjunto del Marco Metodológico

El presente trabajo de grado tiene por objetivo describir y modelar la situación en que se encuentra el tomador de decisiones de inversión ante el caso de participar e iniciar una inversión en el desarrollo de un área petrolera nueva.

Esta situación, como se ha comentado, es de muy elevada incertidumbre, ya que se desconoce el monto que se terminará invirtiendo (el capital que se arriesgará), si se encontrará o no petróleo, así como también en qué cantidades.

En base a las fuentes bibliográficas investigadas y a los fundamentos conceptuales desarrollados en el capítulo anterior, se plantea que el método para resolver el problema en cuestión debe estructurarse en los siguientes pasos: 1) Analizar y llegar a conocer profundamente el problema analizado; 2) Identificar las fuentes de incertidumbre que configuran el problema, así como las interrelaciones entre ellas; 3) Dividir las fuentes de incertidumbre entre aquéllas que requieren un esfuerzo interno (de la empresa) para ir las resolviendo, normalmente discretas, y las que evolucionan en el tiempo de manera aproximadamente continua por factores externos, de forma de construir un árbol “técnico”, que modele la resolución de las incertidumbres de este tipo y las “rejillas” que modelan las incertidumbres que evolucionan continuamente en el tiempo; 4) Construir un “calculador” o “evaluador” de opciones, basado en la mezcla lógica del árbol técnico y de las rejillas que modelan el problema en estudio, bajo todos los considerando derivados del marco conceptual de las Opciones Reales; 5) Calcular el Valor de la Opción compuesta en cuestión.

Este enfoque metodológico es el que se sigue en este trabajo para el caso de la valorización de proyectos petroleros de desarrollo de nuevas fronteras, pero debe destacarse que el mismo enfoque puede ser utilizado para mucho otros problemas análogos de valorización, como los que ya se han mencionado, referidos al desarrollo de nuevos productos y tecnologías, a la penetración de nuevos mercados o al manejo de alianzas estratégicas.

En las próximas secciones se describe este enfoque, paso a paso, para el caso en estudio.

#### 4.3. Descripción detallada del Problema

Los proyectos petroleros de desarrollo de nuevas fronteras, así como de cualquier actividad extractiva, se inician con una inversión relativamente baja de obtención de información básica, fundamentalmente especulativa, donde los especialistas, geólogos, geofísicos e ingenieros de petróleo, principalmente, consideran si en un área determinada vale la pena o no desarrollar estudios sísmicos y de otro tipo, que permitan tener mayor información e incrementar la probabilidad de obtención de crudos. Esta primera etapa puede concluir en la terminación del proyecto o en el paso a una segunda fase de estudios más específicos, tales como estudios sísmicos y satelitales, junto con el análisis e interpretación de la información que estos estudios generan, lo cual dará como resultado si el proyecto debe o no pasar a una siguiente etapa.

Si el proyecto debe continuar porque la interpretación de la información adicional da mayores indicios de la existencia de hidrocarburos, se inicia una etapa de perforación exploratoria, la cual es de un nivel de inversiones superior, dado que hay que perforar pozos exploratorios, lo cual significa una inversión entre 5 y 25 millones de dólares cada uno.

Esta fase da origen a toda una estrategia exploratoria de secuencia de pozos en función de los resultados que se van logrando, lo que puede combinarse con estudios sísmicos más detallados. A escala mundial, aproximadamente uno de cada cuatro pozos exploratorios, en promedio, resulta exitoso en el sentido de “encontrar” petróleo, cifras que varían en función de que los adelantos tecnológicos permiten mejorar los aciertos y por otra parte, las zonas petroleras se van volviendo cada vez más escasas y complejas.

Una vez que se ha encontrado petróleo (en caso contrario se finaliza el proyecto), se acomete una etapa de Evaluación la cual tiene la finalidad de determinar si hay petróleo en cantidades, calidades y condiciones de explotación, que con las tecnologías existentes pueda ser desarrollado de manera rentable.

Cuando la Evaluación arroja como resultado que debe explotarse el campo, se inicia la fase final de Desarrollo del mismo y luego su Operación, etapa donde se requieren las grandes inversiones del proyecto y es, desde luego, la única que tiene potencial de generar ingresos rentables.

Este proceso secuencial, que se ha descrito en sus pasos más importantes, va “comprando” información y resolviendo incertidumbres a través de inversiones de cada vez mayor monto en función del aumento de probabilidades de encontrar crudos explotables. Esto es lo que en la Teoría de las Opciones Reales se conoce como Opciones de Aprendizaje.

Este proceso de ir “comprando” información ocurre de manera simultánea con otros procesos que tienen un impacto fundamental en los resultados financieros de los proyectos petroleros: la evolución de los precios y el avance tecnológico en la explotación petrolera.

Estas dos fuentes de incertidumbre afectan de manera decisiva la rentabilidad y capacidad de agregar valor de los proyectos petroleros, haciendo que algunos de ellos no puedan acometerse o dando viabilidad financiera a otros.

En los últimos años ha habido gran discusión sobre la tendencia a largo plazo de los precios del petróleo en el mercado mundial. Para algunos, estos precios están irremediabilmente condenados a ir a la baja, especialmente por sustitución tecnológica de fuentes energéticas y por presión ambiental, mientras que para otros, los recursos de hidrocarburos se están agotando y habrá una crisis alrededor del 2050 (En el Anexo n° 2 Precios del Petróleo, se incluye un material sobre este aspecto).

Esta situación es crucial dado que todo proyecto importante en el sector petróleos tiene un horizonte de treinta o más años y si los precios, con fluctuaciones de corto plazo, van hacia la baja, desde el punto de vista económico, conviene explotarlos lo antes posible, claro está, tomando en cuenta los volúmenes del mercado.

Los que apoyan este enfoque se refieren a la ya famosa frase del jeque Yamani: “La edad de piedra no se terminó porque se acabaran las piedras”, y aunque hoy se consume mucho más piedra que en la época en que los Faraones egipcios construían pirámides, la explotación de canteras actualmente no es un negocio de grandes rentabilidades. Por lo tanto, la única opción en este caso es dosificar la explotación petrolera maximizando el Valor Presente que pueden generar las reservas petroleras probadas, probables y posibles.

En caso contrario, no se justificaría el “adelantar” producción y la estrategia de explotación “racional” sería otra, sin duda alguna.

A esto se agrega el hecho de que día a día se producen cambios tecnológicos dentro de la actividad petrolera que afectan inversiones y costos, haciendo que yacimientos abandonados hoy sea posible re explotarlos rentablemente y que en la mayoría de los casos se pueda

extraer, de manera económica, más petróleo de campos maduros, mejorándose los factores de recobro y aumentando las reservas<sup>23</sup>.

Todo esto lleva a que en esta actividad productiva haya gran incertidumbre proveniente de muchas fuentes distintas, que configura la complejidad del problema y para lo cual las Opciones Reales plantean un esquema de solución más adecuado a esta complejidad y su tratamiento.

¿Cómo ir tomando estas decisiones de inversión? ¿Qué factores o variables considerar y cómo? ¿Cuánto ofrecer para participar en un área licitada para exploración y desarrollo? Éstas son las incógnitas a resolver con el planteamiento metodológico que en los siguientes puntos se describe.

En función de lo descrito en los párrafos anteriores, se aprecia que la variable dependiente es el Valor de la Opción para explorar y desarrollar un área petrolera nueva y las variables independientes son aquellas relacionadas con los factores de incertidumbre que afectan los flujos de efectivo, ingresos y egresos, que se derivan de la exploración.

Hasta estos momentos se han identificado las siguientes áreas de variables independientes:

- Inversiones a efectuarse en las diferentes etapas del proyecto, con sus relaciones con las diferentes fuentes de incertidumbre.
- Egresos operativos provenientes, por una parte, de los factores productivos demandados por los niveles de producción y por la tecnología, así como por el marco social y legal existente, junto con los pagos fiscales propios de esta actividad: impuesto sobre la renta, participación del estado en las ganancias, impuestos municipales y regalías<sup>24</sup>.

---

<sup>23</sup> Las reservas petroleras corresponden a los estimados de hidrocarburos de un área determinada o de un yacimiento multiplicado por el Factor de Recobro, es decir, por aquella fracción que con las tecnologías y condiciones actuales puede explotarse de manera rentable.

<sup>24</sup> Las Regalías corresponden a un pago que se le debe hacer al Ministerio de Energía y Minas por los hidrocarburos extraídos del subsuelo, el cual se cancela en función de producción y del poder energético de esos productos. La Participación del Estado en la Ganancias o PEG, es un pago que afecta a los Contratos de Exploración a Riesgo dentro de la Apertura Petrolera, el cual tiene por

#### 4.4. Fuentes de Incertidumbre

Del problema descrito en la sección anterior, se desprenden las principales fuentes de incertidumbres que afectan al desarrollo de áreas nuevas petroleras.

Estas fuentes se pueden clasificar en incertidumbres geológicas, comerciales, tecnológicas, legales y sociales, de las cuales las más importantes son las comerciales – precios del crudo - , geológicas – que calidad, cantidad y a que costo se encontrará el crudo – y las tecnológicas – como la innovación tecnológica afectará los costos y las inversiones.

##### A) Fuentes de Incertidumbre Geológicas:

Las fuentes de incertidumbre de origen geológico corresponden situaciones tales como las siguientes: existencia o no de crudos, a las cantidades y calidades de los mismos y al desempeño mecánico de los yacimientos durante el horizonte de explotación, este último factor tiene una gran repercusión en la productividad de los pozos, en la cantidad de crudos que se puede recobrar del yacimiento, a los esfuerzos tecnológicos requeridos para explotar el yacimiento, el número de pozos necesarios, es decir una gran incidencia en las inversiones y en los costos operativos.

##### B) Fuentes de Incertidumbre de Mercado

Estas fuentes de incertidumbre se refieren a los factores que inciden en la Oferta y la Demanda de crudos y que se manifiestan como comportamiento de los precios del crudo en el mercado internacional.

Del lado de la oferta esta la evolución y comportamiento de los productores, los cuales se ven afectados por un gran número de factores de

---

objetivo compartir ganancias inesperadas y extraordinarias, resultado de precios extraordinarios o de hallazgos muy grandes que pudieran afectar a estos proyectos.

las más diferentes índoles, tales como: Situación política y religiosa en los países productores, aspecto que ha tenido una gran incidencia en los últimos cuarenta años, especialmente en los países árabes y recientemente los cambios políticos en Rusia y en Venezuela; Reservas de petróleo, dado que este es un producto no renovable; Avances tecnológicos que afecten el recobro de los yacimientos existentes, aumentando así las reservas; e Inversiones en desarrollo de áreas petroleras que aumenten la capacidad de producción.

Si se analiza la demanda, esta está afectada principalmente por factores tales como desarrollo económico de los países, factor de alta incidencia en estos tiempos (2004) en la demanda de China y la India; el cambio tecnológico de los usuarios de petróleo, donde los nuevos motores de combustión interna han incrementado considerablemente su rendimiento; el costo de la energía de sustitución, que hace que algunos consumidores importantes pasen de petróleo a gas o a carbón; y los problemas de contaminación ambiental, que han presionado fuertemente a ir a combustibles más limpios, tipo gas.

Sin duda, a largo plazo, la fuente de incertidumbre más importante de la demanda, es el cambio tecnológico, donde el avance de los motores de celda de hidrógeno pueden llegar a sustituir a los de combustión interna con claros beneficios ambientales, aunque los escenarios a este respecto no consideran que esta tecnología tenga un impacto importante en los próximos 50 años.

### C) Fuentes de Incertidumbre del Marco Tributario y Fiscal

El cambio en las reglas de juego derivadas de las reglamentaciones dadas por los gobiernos, son otra fuente de incertidumbre importante en el negocio del petróleo y muy especialmente los cambios en los marcos tributarios y fiscal.

En Venezuela en el año 2001 se modificó la reglamentación del pago de regalías, tanto en el petróleo como en el gas, pasando, en términos gruesos, de  $16 \frac{2}{3}$  a 30% sobre el valor de lo producido, afectando seriamente la rentabilidad de los campos de altos costos de producción, y se disminuyó la tasa de impuesto sobre la renta de 67 % a 50% en la actividad petrolera, manteniéndose el 34% en los negocios de producción y comercialización de gas.

Dado que la regalía es un pago fiscal que se hace sobre la base de lo producido y no sobre beneficios, como el impuesto sobre la renta, es un factor de considerable afectación negativa, para los inversionistas, tanto en los beneficios y como en el riesgo .

#### D) Fuentes de Incertidumbre Tecnológica

Esta fuente de incertidumbre, como ya se ha mencionado, tiene un importante impacto en la oferta y en la demanda y es sin duda, a largo plazo, la gran amenaza de esta actividad.

La tecnología, en los últimos años, ha tenido un fuerte impacto en la reducción de costos, haciendo viables económicamente un conjunto de áreas petroleras muy difíciles de explotar, tales como las explotaciones costa afuera. Hoy el Mar del Norte tiene costos comparables a los promedio de Venezuela, 10 a 11 dólares por barril y ha hecho que cada vez se haga posible explotaciones más profundas y complejas como las que se están llevando a cabo frente a la península del Labrador en USA.

#### E) Fuentes de Incertidumbre del Entorno Social y Político

Las fuentes de incertidumbre del entorno Social y Político obedecen a situaciones tales como poder negociador de grupos de presión tales como: sindicatos, organizaciones no gubernamentales de diversa índole, comunidades de residentes en áreas petroleras y la acción de grupos y partidos políticos.

Todos estos grupos han tenido una creciente afectación, tanto legítima como ilegítima, entre estos últimos están los grupos armados de Colombia y delincuentes en ciertas zonas de Venezuela; todo lo cual le confiere incertidumbres a este tipo de actividad, que no sólo afectan los costos, sino hasta la seguridad del personal y la confiabilidad de sus operaciones y entregas, con un impacto difícil de cuantificar, pero sin duda cada vez más importante.

#### 4.5. Modelación del Problema sobre la Base del Marco Teórico Desarrollado

##### 4.5.1. Marco General de la Modelación

##### Población, Universo y Muestra del Estudio

Para la obtención de información sobre los modelos teóricos existentes, se exploró en el ámbito de bibliotecas, librerías e Internet, específicamente las bibliotecas de Caracas Venezuela, incluyendo la propia sobre esta materia, las bibliotecas y librerías a las que se tiene acceso por Internet (Universidad de California en Chico USA, Universidad Estatal de Houston Texas USA; Universidad de Tulane USA), las librerías de Amazon.com y Barnes and Noble (bn.com) y Gestión 2000 España. También se consideraron los artículos que se encuentran en el ámbito de la revisión vía Internet.

En el caso de probar el Modelo en el ejemplo de la Apertura Petrolera de Venezuela, los contratos de “Exploración a Riesgo”, se trabajó con la información de los ocho bloques licitados en 1994.

Se considera que con esta investigación la muestra será más que representativa de lo existente a la fecha, dado que son las áreas donde más se ha desarrollado el estudio de decisiones de inversión bajo incertidumbre.

### Instrumentos de Recolección de Información

Dado el carácter teórico que domina este trabajo de investigación, los instrumentos de recolección de información corresponden a los propios de la investigación bibliográfica planteada en el punto anterior, con los medios y recursos ahí señalados.

Para la validación del modelo a desarrollar, se dispone de la información del proceso de licitación de los contratos de “Exploración a Riesgo” y de toda la información relacionada, como precios del petróleo, montos de las ofertas de licitación, modelos financieros empleados.

### Evaluación

La evaluación se llevó a cabo desde el punto de vista de consistencia conceptual del modelo y de las características y limitaciones de las teorías que sustentan este desarrollo conceptual, especialmente la teoría de las Opciones Reales y su soporte en otras teorías de apoyo, como la Programación Dinámica, de la Investigación de Operaciones, los procesos Estocásticos Markovianos y la Teoría de Probabilidades, así como en las teorías financieras de la determinación del Valor de Activos.

Otra evaluación, como se ha mencionado, corresponde a la aplicación de los modelos objeto de esta tesis al caso de los Contratos de Exploración a Riesgo ocurridos en el proceso de Apertura Petrolera, el cual llevo a cabo Petróleos de Venezuela, S.A. (PDVSA) en el año 1994.

### Uso de Conceptos, Modelos y Herramientas

Finalmente, se planteó en qué situaciones los conceptos y metodologías desarrollados serán de útil aplicación, tanto dentro del ámbito específico de desarrollo de esta tesis, como en otras situaciones donde la estructura del problema sea análoga.

Como se ha señalado, hay un conjunto de casos reales donde la estructura de la toma de decisiones es análoga al caso de exploración en áreas nuevas, muy especialmente en decisiones de Estrategia de Empresas y de Investigación y Desarrollo.

En el caso de Venezuela, se espera que estos desarrollos sean de beneficio para la industria petrolera, especialmente a Petróleos de Venezuela, S.A. (PDVSA) y que de ahí se proyecte a toda la nación.

#### 4.5.2. Modelo Conceptual y Metodología Desarrollados sobre Opciones Compuestas Aplicadas al Caso en Estudio

En base a lo explicado en los puntos anteriores y lo desarrollado en el capítulo de Marco Teórico, se puede apreciar que el problema en cuestión puede modelarse a través del uso de dos tipos de árboles de decisión, que describen el comportamiento de las incertidumbres que afectan el problema.

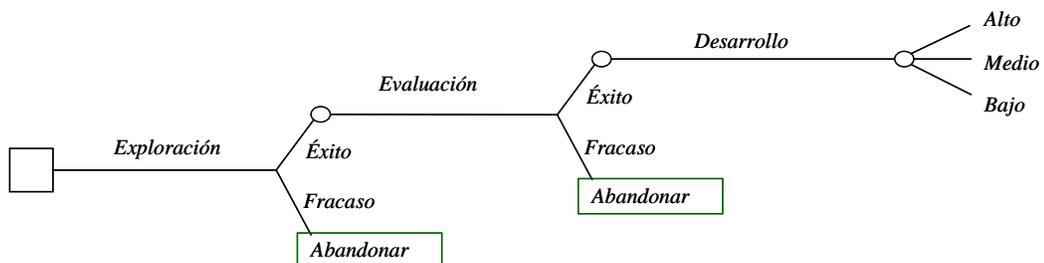
Estos dos tipos de árbol son: el que se ha llamado árbol Técnico, incertidumbres que pueden resolverse con esfuerzo interno de la empresa, y la Rejilla correspondiente a incertidumbres que se considera que evolucionan continuamente en el tiempo y cuyo comportamiento obedece fundamentalmente a factores externos a la empresa.

### Árbol Técnico o Discreto

El árbol técnico, en este caso, corresponde al tratamiento que se da en la práctica a aquellas incertidumbres que se van resolviendo con la “adquisición” de información en el tiempo y que son las llamadas Opciones de Aprendizaje, para las cuales la empresa se organiza y las enfrenta.

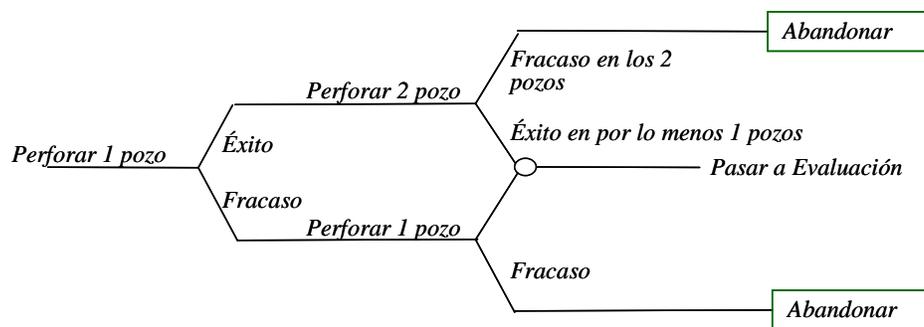
En el caso del desarrollo de nuevas fronteras petroleras, este tipo de incertidumbre es propia de los procesos de Exploración y de Evaluación de yacimientos y puede seguir árboles de decisión extremadamente complejos, con ramas que implican tiempos de ejecución, a través de las cuales se van acometiendo las inversiones de “adquisición” de la información que justifica desarrollar la siguiente etapa. Esto se muestra en su expresión más fundamental en el siguiente grafico (Figura 3-1).

**Figura 3-1 Árbol de Decisión Procesos de Exploración y Evaluación de Yacimientos**



Como se explicó en la sección anterior, esta estructura de toma de decisiones puede involucrar más pasos, traduciéndose en un árbol más complejo, lo cual es mostrado de manera gráfica en el siguiente ejemplo (Figura 3-2), donde se ha dividido el proceso exploratorio en dos grandes etapas: una de adquisición de información y otra de perforación, y ambas se han subdividido a su vez en función de lo que en la práctica llaman estrategias de adquisición de información y estrategias de perforación exploratoria.

**Figura 3-2 Ejemplo de Estrategia de Perforación Exploratoria**



Estos árboles consideran el tratamiento de incertidumbres y su resolución a un nivel adecuado en cuanto a: 1) La existencia o no de petróleo, 2) En caso de existir, la calidad del crudo: su poder energético (grado API); 3) Una primera estimación de los volúmenes de crudo hallados (normalmente con la explotación del yacimiento se va mejorando la estimación de la cantidad de crudos existentes o POES (Petróleo Original en Sitio)); 4) Una buena evaluación del comportamiento mecánico del yacimiento y por lo tanto de la mejor forma de desarrollarlo y explotarlo; 5)

Derivado de lo anterior, un buen estimado de las inversiones de desarrollo requeridas y de los costos de explotación del mismo.

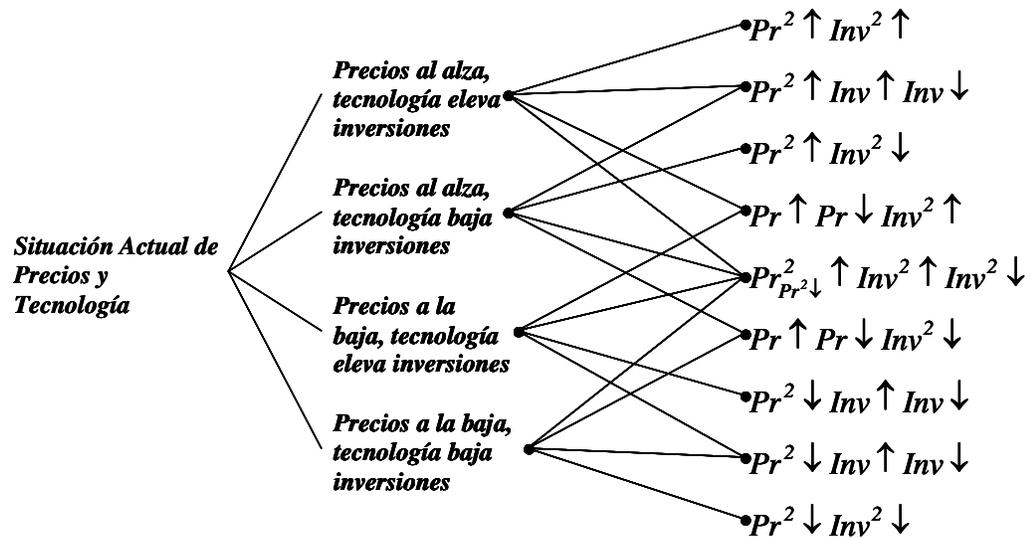
### Red de Incertidumbres de Evolución Continua en el Tiempo

Como se ha explicado en el capítulo correspondiente al Marco Teórico, la manera de resolver las incertidumbres que se mueven o “viajan” de manera continua en el tiempo, movidas por factores externos a la empresa, es decir, la forma de modelarlas como procesos estocásticos, a través de: a) ecuaciones analíticas; y b) “rejillas”, que siguen los movimientos al alza o a la baja de la variable o fuente de incertidumbre considerada. En el límite, ambos tratamientos dan los mismos resultados, sólo depende del espaciamiento y número de períodos considerados en la rejilla.

Para el modelación y la resolución de situaciones, la aproximación vía rejilla es más práctica y es la que se propone adoptar en este caso y aplicar a dos incertidumbres fundamentales del negocio petrolero: una es la comercial, con su impacto en los precios, y la segunda es la tecnológica, con su afectación sobre las inversiones y los costos, y por lo tanto, sobre los volúmenes a recuperar de los yacimientos, a través de lo que se denomina Factor de Recobro del petróleo.

El tratamiento que aquí se propone para estas dos incertidumbres es a través del esquema cuatrinomial, detallado en el capítulo de Marco Teórico para el caso de dos incertidumbres que se mueven en el tiempo de manera continua. Esta situación es la que se diagrama en la figura presentada a continuación (Figura 3-3):

**Figura 3-3 Esquema Cuatrinomial para el Caso de Dos Incertidumbres que se mueven en el Tiempo de Manera Continua**



#### 4.5.3. Resolución Combinada de Incertidumbres

En función de lo planteado en las dos secciones anteriores, la solución a la valoración de opciones para el desarrollo de un área petrolera de nuevas fronteras debe basarse en la resolución conjunta de un árbol técnico y de una rejilla, que en ese caso, sigue un comportamiento "cuatrinomial".

Esta resolución conjunta debe vincular al árbol técnico y a la rejilla de una manera lógica, que represente bien cómo ocurre realmente un comportamiento simultáneo de todas las incertidumbres consideradas y el proceso de toma de decisiones en cuanto a ejercer las opciones o no.

Debe considerarse que el árbol técnico es dominante sobre la rejilla, en el sentido de que las actividades consideradas en el árbol técnico requieren de determinados plazos de ocurrencia; explorar cierta zona petrolera toma, por ejemplo, tres años y luego su evaluación demanda dos años más y a

continuación su desarrollo requiere de cuatro años adicionales. Éstas son situaciones que dada una zona, unos recursos y una tecnología, quedan bastante determinadas en cuanto a sus lapsos de ejecución.

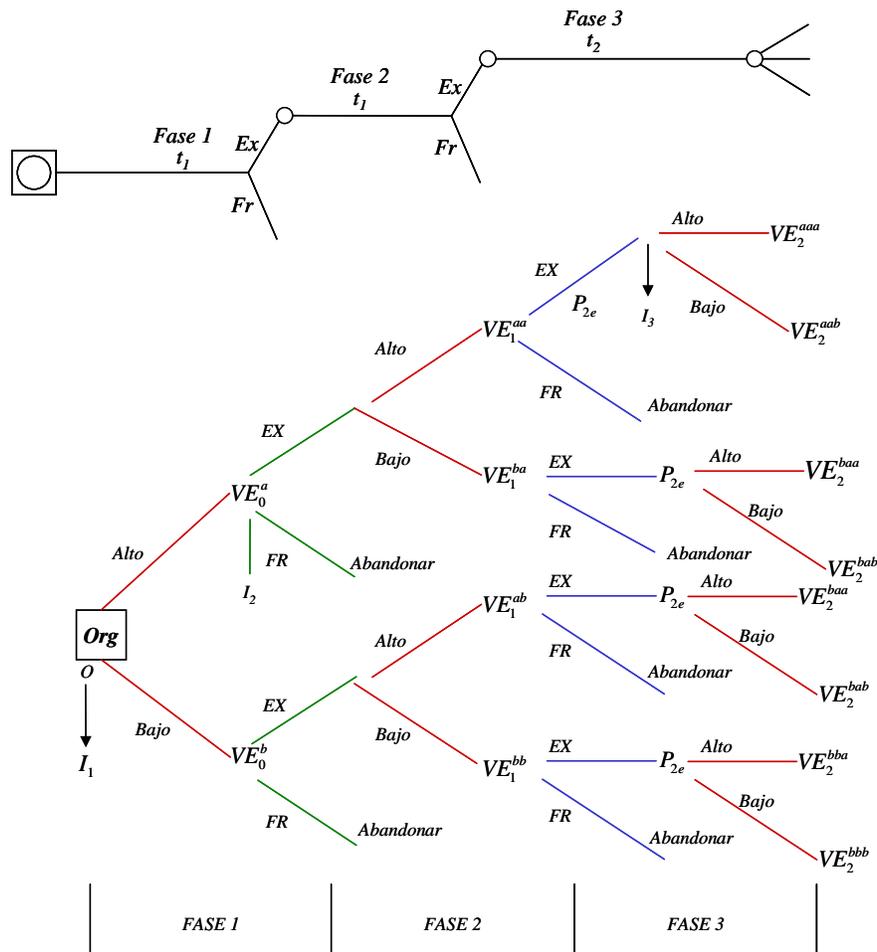
Simultáneamente, los precios del petróleo y el cambio tecnológico ocurren impactando en los resultados económicos y la toma de decisiones.

Puede verse, que en cada punto de toma de decisiones del árbol técnico: seguir explorando o no, evaluar o no, desarrollar o no y en caso de desarrollar, de qué manera hacerlo, hay una nueva situación de expectativas de precios y de avance tecnológico, con los efectos financieros ya mencionados.

De aquí, que la manera de combinar el árbol técnico y la rejilla cuatrinomial debe hacerse de forma tal, que en cada punto de toma de decisiones se consideren las posibles situaciones de precios y de cambio tecnológico, puesto que así es como ocurre en la realidad.

Tomando como base lo expuesto y desarrollado en el capítulo de Marco Teórico, tanto para el caso del árbol técnico como para la solución de rejilla cuatrinomial, así como la manera descrita de relacionar ambas estructuras de resolución de incertidumbre, se ha procedido a un desarrollo metodológico y un esquema de valoración de las opciones y por lo tanto, del valor de un área petrolera de nuevas fronteras. Este esquema es el que se muestra en el siguiente dibujo (Figura 3-4), el cual diagrama la vinculación de ambos planteamientos de resolución de incertidumbre.

Figura 3-4 Esquema de Valoración del Valor de un Área Petrolera de Nuevas Frontera



#### 4.5.4. Solución Computacional de la Modelación

Siguiendo lo planteado en los puntos anteriores y aplicando las ecuaciones detalladas en la sección de Conceptos Fundamentales, se ha desarrollado un programa computacional<sup>25</sup> en Microsoft Excel, el cual se incluye en los anexos.

Este software está estructurado en cinco páginas. La primera corresponde a la entrada de datos que caracterizan al problema, considerándose árboles de hasta tres etapas. Para el caso en estudio, Exploración, Evaluación y Desarrollo, terminando la etapa de Desarrollo entre posibles escenarios de tamaño del desarrollo: grande, mediano y pequeño.

La segunda hoja resuelve el árbol técnico con las incertidumbres geológicas, en el caso en estudio, y para valores más probables de los descubrimientos.

La tercera hoja resuelve, por medio de un árbol binomial una incertidumbre continua, precios, por ejemplo.

La cuarta página modela la resolución de dos incertidumbres externas, bajo el modelo cuatrinomial, precios e incertidumbre tecnológica, en el caso en cuestión.

La quinta y última hoja resuelve la combinación de los árboles técnicos y rejilla, calculando el valor de un proyecto sometido a tres fuentes de incertidumbre fundamentales.

---

<sup>25</sup> El software ha sido desarrollado por el autor de este trabajo y no posee toda la flexibilidad deseada debido, fundamentalmente, a la poca pericia del autor en estos temas y, en menor grado, a limitaciones del Excel. En otro idioma de programación y con las ecuaciones planteadas se puede desarrollar una herramienta bastante poderosa en el análisis de Opciones Reales Compuestas.

#### 4.5.5. Resumen del Esquema General de Pasos para resolver un Problema de Valorización de un Área Petrolera de Nuevas Fronteras

El desarrollo metodológico implica la ejecución de los siguientes pasos:

1) Análisis del problema e identificación de las principales incertidumbres y sus relaciones.

2) Agruparlas en función de si varían continuamente en el tiempo o en situaciones específicas.

3) Crear y dibujar los árboles correspondientes a las incertidumbres:

- a. Que varían continuamente en el tiempo.
- b. Que ocurren en determinadas circunstancias.
- c. Árbol combinado

4) Eslabones Finales: Valor Esperado Escenarios para llegar a Rama Alta (a) y Rama Baja (b) de la decisión técnica anterior, para lo cual se calcula el Valor Esperado en función de Valores de Opción  $MAX[0; V - I] / (1 + r_f)^x$ , descontados.

5) Luego se calcula el valor de combinar la Rama Alta (a) con la Baja (b) utilizando el método del Portafolio de Réplica, para lo cual se debe calcular:

- a. Lo señalado en el punto (4)
- b. En función de los valores de mercado (Incertidumbre Comercial) en el nodo de origen, antes de la bifurcación de la Incertidumbre Geológica, se calcula el valor en el nodo como valor esperado de los escenarios, de Valor Final, sin descontar inversión y sin descuento.

c. Usando los mismos valores del nodo antes de la bifurcación, se calcula cuánto sería su valor en las alternativas Alta y Baja.

$$aV = p_{EscA} * aV_A + p_{EscM} * aV_M + p_{EscB} * aV_B$$

$$bV = b(p_{EscA} * V_A + p_{EscM} * V_M + p_{EscB} * V_B)$$

6) Se calculan m y B del Portafolio de Réplica:

$$m = \frac{ValorRamaAltaDevolviendose - ValorRamaBajaDevolviendose}{aV - bV} \quad (4)$$

$$m = \frac{ValorRamaAltaDevolviendose - ValorRamaBajaDevolviendose}{aV - bV} \quad (5c)$$

7) Se calcula Valor en nodo Rama Éxito

$V_{Ex} = mV + B$ , donde V es el Valor Esperado en nodo único antes de la bifurcación (5b).

8) Se calcula el Valor de la Opción como el valor  $V_{Ex}$  - Inversión de la Fase Geológica Rama Éxito.

9) Se repite esto para los otros nodos.

#### 4.5.6. Aplicación del Modelo Generado al caso de los Contratos de Exploración a Riesgo de PDVSA

### El Marco de la Apertura Petrolera de Venezuela

A finales de la década de los ochenta y durante la de los noventa, Petróleos de Venezuela, S.A. (PDVSA) desarrolló una estrategia de apertura en diferentes dimensiones.

El primer proyecto significativo en esta dirección fue el llamado Cristóbal Colón, donde se pretendía el desarrollo gasífero costa afuera en el

norte de la península de Paria, mediante asociaciones estratégicas entre PDVSA y empresas internacionales que aportarían sus mercados, capitales y tecnologías, dada la poca experiencia de PDVSA en proyectos de estas características.

Para su estudio y posible desarrollo<sup>26</sup> hubo que modificar leyes, influir sobre diferentes opiniones y prejuicios, así como obtener una aprobación del Congreso de la República.

Esta estrategia de apertura tuvo un gran impulso a finales de los noventa, en el período del presidente Rafael Caldera y cuando el presidente de PDVSA era el ingeniero Luis Giusti. En este período se amplió el espacio de apertura bajo los principales considerandos que se señalan seguidamente:

- Venezuela debía hacer crecer su producción o potencial de producción de crudos hasta 6.000.000 de barriles por día, dado que América, como continente, es un importador neto de más de 8 millones de barriles por día y éste es un mercado natural para Venezuela, en virtud del ahorro en flete para los clientes.
- La existencia de tendencias mundiales en el sentido que las empresas se concentren en lo más fundamental (medular) y den a socios, aliados, proveedores, etc., las demás actividades. Política ésta que ha mostrado ser beneficiosa financiera y organizacionalmente.
- La falta de capital en el gobierno para soportar las elevadas inversiones requeridas (más de 100.000 millones de dólares en 10 años), unido a una creciente presión fiscalista de obtener

---

<sup>26</sup> Aún a la fecha de este trabajo no se ha podido materializar este proyecto, aunque hoy, con diferente nombre y socios se espera su ejecución definitiva.

dividendos, regalías e impuestos de PDVSA para financiar al gobierno central, tendencia que se ha intensificado significativamente en los últimos años.

- La necesidad de integrar a los venezolanos, empresas y personas, al negocio petrolero.

Con estos planteamientos la Apertura se sustentó, principalmente, en los siguientes planes:

- Convenios de Servicio, primero para operar campos “maduros” o “marginales”, donde el Operador debía aportar tecnología e inversión para mejorar la productividad de los yacimientos asignados, pero PDVSA mantendría la propiedad sobre los mismos y, por lo tanto, repagaría las inversiones que efectuarían los contratistas. De este proceso se desarrollaron tres “rondas” y los campos cada vez eran menos marginales y más “normales”. En cada una de estas “rondas” se fue aprendiendo y cada una ha sido mejor estructurada, desde el punto de vista de resultados operativos y financieros para PDVSA.
- Contratos de Exploración a Riesgo, que fue el proceso que se llamó de Apertura, en el cual se licitaron 8 áreas o bloques para que fueran explorados por empresas y consorcios, algunos constituidos por grupos nacionales, tales como Polar, Otepi, Inelectra. En estos contratos la exploración la hacen las empresas que ganan la licitación y si no encuentran petróleo, devuelven el área a Venezuela y traspasan sin costo alguno la información e inversiones realizadas. Si encuentran petróleo explotable económicamente, PDVSA puede asociarse hasta en

un 35% y pagar proporcionalmente lo ya invertido y continuar conjuntamente el desarrollo del campo. Esta modalidad está sujeta al régimen tributario normal más un pago fiscal llamado PEG, "Participación del Estado en las Ganancias", el cual tiene por finalidad "capturar" ganancias inesperadas, del tipo "disparo" en los precios de los crudos o grandes descubrimientos de hidrocarburos. Justamente, la licitación se basaba en ofrecer este porcentaje, que tiene por máximo un 50% de las ganancias antes de ISRL y de gastos financieros. En caso de empate se resolvía la licitación con un bono adicional, a través de los cuales Venezuela obtuvo en el año 98 más de 2.000 millones de dólares. En la actualidad sólo hay dos áreas que están bajo evaluación para su posible desarrollo: La Ceiba en el sur del Lago de Maracaibo de Exxon-Mobil y Golfo de Paria Este de Conoco-Phillips. Las demás están en proceso de devolución.

- Un tercer plan de Apertura son las "Asociaciones Estratégicas", las cuales tienen por objetivo el desarrollo de "gas libre" (no asociado a crudo) costa afuera, del cual se derivó el proyecto Cristóbal Colón, hoy Norte de Paria y se está viendo el de la Plataforma Deltana, al este del Delta del Orinoco y sur de Trinidad. En esta modalidad también se encuentra la explotación de Bitúmenes (Bitor) y los proyectos que se negocian con chinos e italianos, entre otros. Los proyectos más importantes de este tipo de apertura son los correspondientes a la explotación de crudos extra pesados de la Faja del Orinoco, los cuales constan de dos partes: a) La exploración y explotación de campos de crudos extra pesados y b) Los procesos de "Mejoramiento" de los crudos en plantas que son una refinería incompleta, que genera

crudos llamados “crudos sintéticos” (crudo casi liviano y de muy bajo contenido de impurezas), que deben ser terminados de refinar en plantas convencionales. Todas estas asociaciones pagan un impuesto sobre la renta normal de 34% y tienen, hasta estos momentos, convenios para pagar bajos porcentajes de Regalía, especialmente en los primeros años de operación.

- También forman parte de la apertura los procesos de outsourcing en un gran número de actividades identificadas como no medulares, del tipo inyección de agua o gas a yacimientos, generación de electricidad, perforación de pozos, etc. Aquí se incluyen situaciones como convenios con proveedores, que ponen y administran inventarios de insumos y facturan en función de entregas efectivas.
- Un aspecto considerado importante en el proceso de Apertura era la Sociedad Financiera Petrolera (SOFIP), la cual tenía por objetivo hacer participar a ahorristas-inversionistas de diversos tamaños aportando capital a proyectos petroleros, donde se obtenía un rendimiento en dólares, variable en función de las rentabilidades de los proyectos en los cuales se invertirían esos ahorros. Incluso, se consideraba la inversión de esos ahorros en el desarrollo de proveedores nacionales con calidad y capacidad exportadora como una manera de fortalecer al sector conexo a la industria petrolera y por ende la economía nacional. Con SOFIP se pretendía incorporar a la mayor parte de los venezolanos, por lo menos potencialmente, al negocio petrolero y sus beneficios.

En la actualidad, muchos de estos procesos están disminuidos debido, principalmente, a la muy particular situación política y de gobierno de

Venezuela. Sin embargo, todo el desarrollo del área del gas se está haciendo, o se desea hacer, bajo modalidades similares a la Apertura hecha anteriormente. En este sentido, ya se licitaron los campos de gas libre Yucal Placer y se pretende dar en outsourcing plantas de separación de líquidos del gas natural. Así mismo, se desea licitar y vender muchos de los sistemas de transmisión de metano y también licitar la distribución de gas en ciudades e ir vía asociación al desarrollo de la mencionada Plataforma Deltana.

Si bien es cierto que el sistema planteado en esta tesis es aplicable a la mayoría de estos procesos que han conformado la Apertura Petrolera de Venezuela, en este trabajo sólo será aplicado al proceso llamado de Exploración a Riesgo, el cual se explica en mayor profundidad en la siguiente sección.

### El Proceso de Exploración a Riesgo

El proceso llamado de Exploración a Riesgo consistió en abrir las posibilidades de exploración y explotación de hidrocarburos mediante asociaciones estratégicas entre PDVSA y terceras empresas con capacidades tecnológicas y financieras para acometer estos proyectos.

Las áreas a licitar bajo esta modalidad correspondían a áreas nuevas o de desarrollo de nuevas fronteras sobre las cuales, en la mayoría de los casos, había muy poca información proveniente de estudios y sísmicas, y su potencial capacidad de tener petróleo se debía a la interpretación de expertos basados en información indirecta.

Por lo tanto, aquí se está ante un típico caso donde la evaluación bajo el esquema de las Opciones Reales es la mejor metodología para evaluar su valor y entre otras cosas, definir cuánto ofrecer en una licitación. De ahí que

se haya elegido a modo de ejemplo y prueba de lo desarrollado como objeto de esta tesis doctoral.

La estructura de la Exploración a Riesgo se caracteriza por los factores principales que se describen a continuación:

- Las empresas licitantes debían demostrar su capacidad técnica y financiera, para lo cual podían formar consorcios con entes financieros. Las empresas nacionales tenían beneficios de condiciones menos estrictas que las extranjeras.

- Los ganadores desarrollarían las fases de Exploración y de Evaluación a su propio riesgo. Si no se encontraba petróleo, las empresas entregarían sin costo alguno la información obtenida y las inversiones tangibles efectuadas. En caso de encontrarse hidrocarburos con valor económico, se procedería a la declaración de “Comercialidad” y PDVSA podría decidir entrar como socio entre un uno y un treinta y cinco por ciento, debiendo cancelar las inversiones hechas proporcionalmente a su participación y con el pago de intereses.

- Una empresa para obtener un área bajo licitación, lo hacía ofreciendo una Participación del Estado en las Ganancias (PEG) mínimo, ganando la empresa que ofertara mayor PEG. En caso de empate entre dos más empresas, se resolvía esta situación mediante la oferta de un Bono especial, asignando el área a la empresa que ofertara mayor Bono.

- El PEG, como se explica anteriormente, corresponde a un pago fiscal que debe hacerse al Ministerio de Energía y Minas (MEM), sobre el Beneficio Operativo antes de Impuesto sobre la Renta y tiene por finalidad capturar Ganancias Extraordinarias, no previsibles en el momento de la licitación, que pueden tener los siguientes orígenes: un alza de precios de los crudos, descubrimiento de grandes magnitudes, y/o crudos de elevada

calidad, y/o de muy bajos costos totales de explotación. La fórmula del PEG, para capturar parte de estas potenciales ganancias extraordinarias es:

$$PEG = PEG_{MIN} + \frac{ROA}{15} \leq 50\%$$

donde ROA es la rentabilidad operativa, antes de Impuesto sobre la Renta sobre los Activos Totales.

- En este proceso de Exploración a Riesgo, además del PEG, los pagos fiscales son similares a los de PDVSA, es decir, el Impuesto sobre la Renta tiene una tasa del 67,7 % y la Regalía, que al igual que el PEG, se debe pagar al MEM, es en este caso variable entre un 1% y el 16,67 %, en función de la Tasa Interna de Retorno (TIR) del proyecto, calculada a partir de flujos de caja reales ocurridos antes del momento de cálculo y los proyectados a futuro, utilizando la siguiente fórmula:  
 $Regalia = 1\% + [(16,67 - 1) / (20 - 12)] * TIR$  ; si la TIR es menor o igual al 20% y la Regalía es 16,67% , si la TIR es superior al 20%.

- Este marco de pagos fiscales significa que en estos proyectos el gobierno captura entre el 90 y el 95% de los flujos de caja libres, cifra que es una de las más altas del mundo en situaciones similares, según PetroConsultans firma especializada en el tema petrolero.

- Los resultados de este proceso de Exploración a Riesgo, sobre las 10 áreas que se licitaron, fueron los siguientes:

**Cuadro 3-1 Áreas Licitadas por PDVSA para Proceso de Exploración a Riesgo**

<b>Área en Licitación</b>	<b>Empresas Ganadoras</b>	<b>PEG mínimo ofertado</b>	<b>Bono de desempate</b>
La Ceiba	Mobil (USA), Veba (Alemania) y Niponn (Japón)	50%	US\$ 103.999.999
Golfo de Paria Oeste	Du Pont-Conoco (USA)	50%	US\$ 21.197.844
Guanare	Elf Aquitaine (Francia) y Du Pont-Conoco (USA)	50%	No hubo empate
Golfo de Paria Este	Enron (USA) e Inelectra (Venezuela)	29%	No hubo empate
El Sombrero	Desierto		
Guarapiche	British Petroleum (R.U.), Amoco (USA) y Maxus (Argentina)	50%	US\$ 108.987.510,00
San Carlos	Perez Compac (Argentina)	40%	No hubo empate
Punta Pescador	Amoco (USA)	50%	US\$ 10.658.910,00
Catatumbo	Desierto		
Delta Centro	Luisiana Land & Exploration (USA), Norcen (Canada) y Benton (USA)	41%	No hubo empate

Fuente: PDVSA.

- Como se ha mencionado, a la fecha finales del 2002, sólo se siguen evaluando los campos y su posible declaración de Comercialidad en las áreas de La Ceiba y Golfo de Paria Oeste. Los demás se encuentran paralizados y muchos de ellos en proceso de devolución de las áreas obtenidas.

Como se recordará, la propuesta de esta tesis doctoral se basa en que las herramientas derivadas de las Opciones Reales son las apropiadas para decidir cuánto ofertar por un área bajo licitación, es decir, para tener el mejor estimado del valor de un área de exploración petrolera.

En este sentido, en las próximas secciones se aplica la base conceptual desarrollada, así como las herramientas construidas, a las zonas licitadas antes identificadas.

#### Aplicación de los Conceptos y Herramientas Desarrolladas a las Áreas Licitadas Bajo Exploración a Riesgo

Con la información disponible de cada bloque y los estimados de precios del crudo existentes a la fecha de las licitaciones (mediados de 1997) se hicieron simulaciones utilizando el modelo computacional desarrollado en base a los fundamentos teóricos construidos y al método planteado.

Hay que dejar establecido, que cada empresa o consorcio licitante hacía su estimación de posibles hallazgos de crudos, funcionamiento mecánico del yacimiento o yacimientos y derivaba su mejor estimado de producción, ingresos, costos e inversiones, cifras que no se conocen y que

pueden haber tenido variaciones importantes de licitante a licitante y, por supuesto, con los estimados de los expertos de PDVSA.

Otro aspecto que afecta las evaluaciones financieras efectuadas es que la base de estos cálculos son los impactos del proyecto, en este caso las áreas bajo licitación, sobre la empresa ya existente, específicamente sobre los flujos de efectivo y riesgo de la empresa o grupo ofertante.

Estos impactos pueden ser considerablemente distintos de empresa a empresa y son muy difíciles de estimar fuera de ellas. Por ejemplo, a una empresa sin reservas petroleras le será muy valioso el tener acceso a nuevos recursos, o empresas con grandes costos fijos de administración y comercialización, podrán “gerenciar” estos nuevos proyectos y operaciones con la misma base, diluyendo sus efectos y de manera similar pueden haber muchos factores que hacen que una empresa evalúe de manera muy distinta a otra el mismo proyecto.

En este sentido, se han empleado como base en este trabajo los estimados de PDVSA, con algunas variantes que no afectarán, en lo fundamental, los resultados de la evaluación. Tomando este conjunto de cifras se hicieron simulaciones y sensibilidades, cuyos resultados se muestran a continuación, presentándose en los anexos los detalles de los cálculos realizados.

### **Parámetros y Resultados Fijos para todas las Áreas**

Tasa Libre de Riesgo	5%
Dispersión de Precios	27%
Correlación Precio Tecnología	10%
Dispersión de Tecnología	3%
Tasa de ISLR	67,7%

A continuación se indica la procedencia de cada uno de estos parámetros y resultados:

*Tasa Libre de Riesgo:* se utilizó la planteada en los textos de Finanzas, como Brealey y Myers (1998).

*Dispersión de Precios del Petróleo:* como desviación estándar de los precios calculada utilizando los precios del Apéndice B.

*Correlación entre precios y cambio tecnológico:* obtenido de consultas realizadas a expertos de PDVSA y de información general sobre este tema, sobre el cual no se conoce de un estudio específico.

*Dispersión del efecto tecnológico:* medido como la desviación estándar del impacto de la tecnología en los costos operativos, de acuerdo a información de expertos de PDVSA.

*Tasa de ISLR:* vigente a la fecha de las licitaciones de la Apertura Petrolera: Contratos de Exploración a Riesgo.

### Resultados Propios de cada Área

A continuación se presentan los resultados obtenidos de la simulación para los diferentes bloques o áreas licitadas bajo Exploración a Riesgo.

Para todos los casos se tiene que:

*VPN:* Valor Presente Neto del Proyecto, calculado según el método tradicional.

*VPN con Flexibilidad:* Valor Presente Neto considerando la flexibilidad que le dan las Opciones Reales del Proyecto ( $VPN \text{ con Flexibilidad} = VPN + \text{Valor de las Opciones}$ ).

*Opción:* Valor Presente de las Opciones consideradas en el Proyecto, según cálculo de las Opciones Reales.

*Bono:* Bono pagado por la empresa ganadora de la licitación, el cual debe ser el Valor Presente Neto con Flexibilidad, como orden de magnitud.

*Bono/VPN con Flexibilidad:* Relación porcentual entre el Bono efectivamente pagado y el valor dado por la teoría de las Opciones Reales, bajo los parámetros y considerandos utilizados en este trabajo de tesis.

### Cuadro 3-2 Resultados Área Catatumbo

	VPN Inversión	Duración (años)	Probabilidad de Éxito		
Exploración	33,6	3	15%		
Evaluación	22,4	2	45%		
	Inversión	VPN	Duración (años)	Probabilidad	
Desarrollo Alto	480	891,25	4	10%	
Desarrollo Medio	400	775	4	50%	
Desarrollo Bajo	340	620	4	40%	
	VPN	VPN con flexibilidad	Opción	Bono	Bono/VPN con flexibilidad.
Resultados	-63,5	19,1	82,6	DESIERTO	

Cifras en MMUS\$

**Cuadro 3-3 Resultados Área Delta Centro**

	VPN Inversión	Duración (años)	Probabilidad de Éxito		
Exploración	42	2	25%		
Evaluación	28	1	70%		
	Inversión	VPN	Duración (años)	Probabilidad	
Desarrollo Alto	402,5	1.380	1	20%	
Desarrollo Medio	350	1.150	1	50%	
Desarrollo Bajo	280	920	1	30%	
	VPN	VPN con flexibilidad	Opción	Bono	Bono/VPN con flexibilidad
Resultados	16,6	83,3	108,7	0	0%

Cifras en MMUS\$

**Cuadro 3-4 Resultados Área El Sombrero**

	VPN Inversión	Duración (años)	Probabilidad de Éxito		
Exploración	12	3	20%		
Evaluación	8	2	60%		
	Inversión	VPN	Duración (años)	Probabilidad	
Desarrollo Alto	132,25	204	3	20%	
Desarrollo Medio	115	170	3	50%	
Desarrollo Bajo	97,8	136	3	30%	
	VPN	VPN con flexibilidad	Opción	Bono	Bono/VPN con flexibilidad
Resultados	-23,1	7	30,1	DESIERTO	

Cifras en MMUS\$

**Cuadro 3-5 Resultados Área Golfo Paria Este**

	VPN Inversión	Duración (años)	Probabilidad de Éxito		
Exploración	24	3	27%		
Evaluación	16	2	70%		
	Inversión	VPN	Duración (años)	Probabilidad	
Desarrollo Alto	241,5	804	3	20%	
Desarrollo Medio	210	670	3	50%	
Desarrollo Bajo	178,5	536	3	30%	
	VPN	VPN con flexibilidad	Opción	Bono	Bono/VPN con flexibilidad
Resultados	2,4	32,5	30,1	0	0%

Cifras en MMUS\$

**Cuadro 3-6 Resultados Área Golfo Paria Oeste**

	VPN Inversión	Duración (años)	Probabilidad de Éxito		
Exploración	30	3	30%		
Evaluación	20	2	75%		
	Inversión	VPN	Duración (años)	Probabilidad	
Desarrollo Alto	264,5	828	3	25%	
Desarrollo Medio	230	690	3	50%	
Desarrollo Bajo	195,5	552	3	25%	
	VPN	VPN con flexibilidad	Opción	Bono	Bono/VPN con flexibilidad
Resultados	3,7	36,2	32,5	21,2	59%

Cifras en MMUS\$

**Cuadro 3-7 Resultados Área Guanare**

	VPN Inversión	Duración (años)	Probabilidad de Éxito		
Exploración	18	3	25%		
Evaluación	12	2	60%		
	Inversión	VPN	Duración (años)	Probabilidad	
Desarrollo Alto	299	684	1	20%	
Desarrollo Medio	260	570	1	50%	
Desarrollo Bajo	221	456	1	30%	
	VPN	VPN con flexibilidad	Opción	Bono	Bono/VPN con flexibilidad
Resultados	-22,2	35,9	58,1	0	0%

Cifras en MMUS\$

**Cuadro 3-8 Resultados Área Guarapiche**

	VPN Inversión	Duración (años)	Probabilidad de Éxito		
Exploración	135	3	25%		
Evaluación	0	0	100%		
	Inversión	VPN	Duración (años)	Probabilidad	
Desarrollo Alto	1.050	3.000	4	20%	
Desarrollo Medio	985	2.500	4	50%	
Desarrollo Bajo	800	2.000	4	30%	
Resultados	VPN	VPN con flexibilidad	Opción	Bono	Bono/VPN con flexibilidad
	95	168,7	53,7	109	65%

Cifras en MMUS\$

**Cuadro 3-9 Resultados Área La Ceiba**

	VPN Inversión	Duración (años)	Probabilidad de Éxito		
Exploración	180	3	35%		
Evaluación	0	0	100%		
	Inversión	VPN	Duración (años)	Probabilidad	
Desarrollo Alto	504	2.100	6	25%	
Desarrollo Medio	420	1.850	6	50%	
Desarrollo Bajo	380	1.500	6	25%	
	VPN	VPN con flexibilidad	Opción	Bono	Bono/VPN con flexibilidad
Resultados	88	98,5	10,5	104	106%

Cifras en MMUS\$

**Cuadro 3-10 Resultados Área Punta Pescador**

	VPN Inversión	Duración (años)	Probabilidad de Éxito		
Exploración	72,5	3	30%		
Evaluación	0	0	100%		
	Inversión	VPN	Duración (años)	Probabilidad	
Desarrollo Alto	350	1.300	5	30%	
Desarrollo Medio	305	1.197	5	50%	
Desarrollo Bajo	250	950	5	20%	
	VPN	VPN con flexibilidad	Opción	Bono	Bono/VPN con flexibilidad
Resultados	41	46,3	5,3	10,7	23%

Cifras en MMUS\$

**Cuadro 3-11 Resultados Área San Carlos**

	VPN Inversión	Duración (años)	Probabilidad de Éxito		
Exploración	12	3	25%		
Evaluación	8	2	60%		
	Inversión	VPN	Duración (años)	Probabilidad	
Desarrollo Alto	132,25	174	3	20%	
Desarrollo Medio	115	145	3	50%	
Desarrollo Bajo	97,8	116	3	30%	
	VPN	VPN con flexibilidad	Opción	Bono	Bono/VPN con flexibilidad
Resultados	-26,7	5,9	32,6	0	0%

Cifras en MMUS\$

### Análisis del Resultado de la Simulación

En el siguiente cuadro se presenta de manera resumida los resultados de la valoración de los campos sometidos a licitación en la Apertura Petrolera, bajo el esquema de Perforación a Riesgo.

Se muestra tanto el valor dado por el método convencional de Valor Presente Neto de los Flujos de Caja a ser generados por el proyecto (VPN), como el Valor medido bajo el esquema de las Opciones Reales (VPN con Flexibilidad); así como también el Bono pagado por las empresas ganadoras de cada área licitada, es decir el valor más alto asignado por los postulantes en las licitaciones efectuadas.

En otras columnas se compara lo pagado como Bono en la licitación ganadora con respecto a la valoración convencional y relativo a lo determinado por la metodología de las Opciones Reales.

De estas columnas se desprende que el Valor determinado por medio de las Opciones Reales está más ajustado a lo ofertado por las empresas ganadoras, oscilando el Bono ganador, entre un 23 y un 106 % del valor determinado con las Opciones Reales; en comparación con el rango de 26 a 573% que resulta de hacer esta comparación con los valores del método convencional.

Al aplicar hacer la prueba estadística “t de Student” (ver Anexo n° 4), se obtiene que el VPN con flexibilidad, calculado con el método basado en las Opciones Reales, explica los resultados de los Bonos ofertados con un nivel de confianza de más del 99%, mientras que con el VPN convencional, el nivel de confianza es inferior al 60%. Este resultado estadístico respalda ampliamente el uso de la metodología basada en la teoría de las Opciones Reales para ser usado en la valoración de campos petroleros aún no explorados.

### **Cuadro 3-12 Resumen de Resultados para todas las Áreas Licitadas Bajo Exploración a Riesgo**

Cifras en MMUS\$

Además de lo anterior, desde el punto de vista conceptual el método de las Opciones Reales es claramente favorable en relación al convencional para situaciones de valoración de áreas petroleras de nuevas fronteras, especialmente para valorar cuanto pagar por la “entrada” al juego y por lo tanto cuanto ofrecer en una licitación.

Esta situación no es modelada por el método convencional del Valor Presente Neto, de ahí que se justifique desde el punto de vista gerencial y práctico el profundizar la aplicación de la metodología de las Opciones Reales a estos casos, especialmente en Venezuela donde estas situaciones son frecuentes y de gran importancia para la nación.

## 5. CONCLUSIONES

Con los resultados obtenidos, tanto a nivel teórico como de validación empírica en los casos de los bloques sometidos a la Apertura petrolera (Contratos de Exploración a Riesgo), se plantean algunas conclusiones y recomendaciones fundamentales sobre la aplicabilidad de la teoría de las Opciones Reales a la valoración de áreas petroleras de nuevas fronteras.

Las principales conclusiones de este trabajo son las siguientes:

1. Los resultados obtenidos sobre los bloques licitados muestran que esta aproximación teórica-metodológica, permite valoraciones más cercanas a lo que realmente ocurre en este tipo de procesos licitatorios.

2. La Teoría de las Opciones Reales ofrece una nueva manera de pensar en cuanto a la valoración de las inversiones, así como la posibilidad de sacar provecho de la generación de opciones. Igualmente brinda la posibilidad de obtener una amplia gama de aplicaciones a situaciones reales. Esto es especialmente válido en los casos de grandes y variadas incertidumbres.

3. En este caso será de especial importancia la extrapolación de su uso a realidades análogas a la exploración petrolera.

4. La Teoría de las Opciones Reales ofrece una nueva manera de pensar en cuanto a la valoración de las inversiones, así como la posibilidad de sacar provecho de la generación de opciones. Igualmente brinda la posibilidad de obtener una amplia gama de aplicaciones a situaciones reales.

5. Por otra parte, esta teoría permite obtener un mejor y más profundo conocimiento del comportamiento de los negocios, así como realizar un modelaje más cercano a la realidad, con la flexibilidad con que se manejan los negocios en la práctica y, por lo tanto, considerando ajustes dinámicos a los cambios que ocurren en in situ y que son inevitables.

6. Analizando los resultados obtenidos de la aplicación del modelo desarrollado en este trabajo de tesis doctoral al caso en estudio, se puede afirmar que la Teoría de las Opciones Reales permite representar de una manera más clara y funcional los procesos de evaluación de inversiones petroleras de gran incertidumbre, como lo son la exploración y desarrollo de nuevas fronteras.

7. Sin embargo, aun cuando se ha visto que esta teoría ofrece importantes aportes a la hora de evaluar inversiones, hoy en día todavía se requiere profundizar en el tema, a fin de dotarlo de herramientas y tratamientos matemáticos más simples, ya que como se puede observar a lo largo de este trabajo el modelo matemático utilizado continúa siendo bastante complejo.

Continuando con el enfoque matemático, se recomienda el desarrollo de soluciones de cálculo ajustadas a la realidad de los proyectos de alta incertidumbre, a través de la creación de software de uso generalizado, y por lo tanto más flexibles, dotándolos de una estructura amigable para el usuario.

Finalmente y haciendo énfasis en el beneficio que puede brindar la aplicación y validación de la Teoría de las Opciones Reales, el autor del presente trabajo recomienda ampliar su utilización a otros campos, tales como gestión de portafolios y estrategia de empresas, permitiendo profundizar en el conocimiento del negocio y obtener mayor información en el momento adecuado, lo cual será de gran ayuda en la toma de decisiones de inversión.

## 6. BIBLIOGRAFÍA

### Fuentes Impresas

Allen, M. *Business Portfolio Management: Valuation, Risk Assessment, and EVA<sup>tm</sup> Strategies*. EE.UU, Editorial John Wiley & Sons, 2000, 246 p.

Amram, M. y Kulatilaka, N. *Opciones Reales Evaluación de Inversiones en un Mundo Incierto*. España, Editorial Gestión 2000, 311 p. Existe versión original en inglés: *Real Options Managing Strategic Investment in an Uncertain World*. EE.UU: Harvard Business School Press, 1999.

Berenson, M. y Levine, D.M. *Estadística Básica en Administración. Conceptos y Aplicaciones*. México: Prentice-Hall, Cuarta Edición, 1992, 946 p.

Blomeyer, E. y Johnson, E. *An Empirical Examination of the Pricing of american Put Options*. The Journal of Financial and Quantitative Analysis, Vol. 23, Issue 1, Marzo 1988, pp. 13-22.

Boyle, P. *A Lattice Framework for Option Pricing with Two State Variables*. The Journal of Financial and Quantitative Analysis. Vol. 23, Issue 1, Marzo 1988, pp 1-12.

Brealey, R. y Myers, S. *Principios de Finanzas Corporativas*. España: McGraw-Hill. Cuarta Edición (1993) y Quinta Edición (1998), 805 p.

**Brach, Marion A., *Real Options in Practice*, Ed. John Wiley & Sons, Inc.  
USA, 2002, 370 p.**

**Campbell J.; Campbell J. y Campbell R. *Analyzing and Managing Risky Investments*. USA, Published by John M. Campbell, First Edition,  
2001, 488 p.**

**Calistrate, D.; Paulhus, M. y Sick, G. *A Recombining Binomial Tree for Valuing Real Options With Complex Structures*. Real Options Group and Faculty Management, University of Calgary, Canada, Versión Preliminar, May 28, 1999, pp. 1-11.**

**Carrera, L.; Vázquez, M. y Díaz M. *Técnicas de redacción e investigación documental*. Caracas: Publicaciones UCAB, Primera Edición, 1999,**

**Casanovas, M. *Opciones Financieras*. Madrid, Ediciones Pirámide, 1992,  
205 p.**

**Copeland, T. y Antikarov, V. *Real Options a practitioner's guide*. EE.UU,  
Editorial Texere, 2001, 372 p.**

**Copeland, T.; Koller, T. y Murrin J. *Valuation, Measuring and Managing the Value of Companies*. USA, John Wiley & Sons, Inc. Tercera Edición, 2000, 490 p.**

**Chang C. y Chang J. Option Pricing with Stochastic Volatility: Information-Time vs. Calendar-Time. *Management Science*. Vol. 42,  
No. 7, July 1996, pp. 974-991.**

**Damodaran, A. *Applied Corporate Finance*. EE.UU, Editorial John Wiley & Sons, 1999, 566 p.**

- Damodaran, A. *The Dark Side of Valuation: Valuing Old Tech, New Tech, and New Economy Companies*; EE.UU, Prentice Hall, 2000, 479 p.
- Damodaran, A. *Investment Valuation*. EE.UU, John Willey and Sons, Inc., 1996, 519 p.
- De Castro L. y Mascareñas J. (1991). *Ingeniería Financiera*. España, Ed. McGraw Hill, 1991, 464 p.
- Dixit, A. y Pindyck, R. *Investment Under Uncertainty*; Princeton EE.UU, University Press, 1994, 468 p.
- Duffie, D. *Dynamic Asset Pricing Theory*; EE.UU, Princeton University Press, 2001, 465 p.
- Fernández, P. *Valoración de Empresas*. España, Ed. Gestion 2000, 2000, 557 p.
- Herath, H. y Park, C.S. *Real Options Valuation and Its Relationship to Bayesian Decision-Making Methods*, *The Engineering Economist*, 2001, Vol. 46, No. 1, pp. 1-32.
- Howell, S.; Stark, A.; Newton, D.; et all. *Real Options, Evaluating Corporate Investment Opportunities in a Dynamic World*. USA, Prentice Hall, 2001, 308 p.
- Hull, J. *Introducción a los Mercados de Futuros y Opciones*. Madrid, Prentice-Hall. Primera Edición, 1996, 484 p.
- Hull, J. y White, A. *The Pricing of Options on Assets with Stochastic Volatilities*. *The Journal of Finance*, Vol. 42, Issue 2, Junio 1987, 481 p.

- Kamrad, B. y Ritchken, P. *Multinomial Aproximating Models for Options with  $k$  State Variables*. Management Science. Vol 37, No. 12, December 1991, pp. 1.640-1.653.**
- Korn, R. *Optimal Portafolios, Stochastics Models for Optimal Investment and Risk Management in Continuous Time*. Londres, Editorial World Scientific, 1998, 338 p.**
- Lamothe, P. *Opciones Financieras. Un enfoque fundamental*. Madrid, McGraw-Hill, 1996, 322 p.**
- Laughton, D. y McKenna, A. *The Valuation in Real Option Analysis*. USA. Material de charla dada en San Antonio Texas durante el seminario SPE, Octubre 2002, 48 p.**
- Lerche I. y Mackay J. *Economic Risk in Hydrocarbon Exploration*. USA, Ed. Academic Press, 1999, 404 p.**
- Levy, H. *Stochastic Dominance Investment Decisión Making Under Uncertainty*. EE.UU, Kluwer Academic Publishers, 1998, 379 p.**
- Luehrman, T. *Investment Opportunities as Real Options: Getting Started on the Numbers*. Harvard Business Review, July-August 1998, pp. 3-15.**
- Mao, J.C.T. *Análisis Financiero*. Argentina, El Ateneo, 1969, 558 p..**
- Machado, J. J. *Opciones Reales Aplicaciones de la Teoría de Opciones a las Finanzas Empresariales*. España, Ed. Pirámide, 2001, 227 p.**
- Mascareñas Pérez-Íñigo, J. *Innovación Financiera Aplicaciones para la Gestión Empresarial*. España, McGraw Hill, 1999, 270 p.**

Mendenhall, W.; Wackerly, D. y Scheaffer, R. *Estadística Matemática con Aplicaciones*. México, Grupo Editorial Iberoamérica. Segunda Edición, 1994, 772 p.

Mun, Johnathan, *Real Options Analysis Course*, Ed. John Wiley & Sons, Inc., 2003, 304 p.

Newendorp, P. y Schuyler, J. *Decision Analysis for Petroleum Exploration*. Ed. Press Planning, 2000, 606 p.

Real Academia Española, *Diccionario de la Lengua Española*, vigésima primera edición, Ed. Espasa-Calpe, 1992, 1514 p.

Romero, C. *Introducción a la Financiación Empresarial y al Análisis Bursátil*. España, Alianza Editorial, 1984, 238 p.

Ross, S.; Westerfield, R. y Bradford, J. *Fundamentos de Finanzas Corporativas*. España, IRWIN, Segunda Edición, 1996, 900 p.

Ross, S.; Westerfield, R. y Jaffe, J. *Finanzas Corporativas*. Mexico, Mcgraw Hill, Quinta Edición, 1999, 1.049 p

Schwartz, E. S. y Trigeorgis L. *Real Options and Investment under Uncertainty*. USA, The MIT Press, 2001, 871 p.

Trigeorgis, L. *Real Options Managerial Flexibility and Strategy in Resource Allocation*. EE.UU, The MIT Press, 1999, 427 p.

Trigeorgis, L. (2000) *Real Options and Business Strategy: Applications to Decision Making*. Gran Bretaña, Risk Books, 2000, 372 p.

Universidad Católica Andrés Bello, Facultad de Ciencias Económicas y Sociales. *Lineamientos para la Presentación y Aprobación del Trabajo de Grado*. Caracas, Autor, 1998, 21 p.

Universidad Pedagógica Experimental Libertador, Vicerrectorado de Investigación y Postgrado. *Manual de Trabajos de Grado de Especialización y Maestría y Tesis Doctorales*. Caracas, Editorial FEDUPEL, 1998, 216 p.

Van Horne, J. *Administración Financiera*. Argentina, Ediciones Contabilidad Moderna. Segunda Edición, 1976, 939 p.

Van Horne, J. y Wachowicz, J. *Fundamentos de Administración Financiera*. México, Prentice-Hall. Octava Edición, 1994, 859 p.

Van Horne J. *Financial Management and Policy*. USA, Ed. Prentice Hall (Fourth Edition), 1977, 756 p.

Weston, F. y Brigham, E. *Fundamentos de Administración Financiera*. México, McGraw-Hill, Décima Edición, 1996, 1.148 p.

Weston, F. y Brigham, E. *Finanzas en Administración*. México: Interamericana, Séptima Edición, 1984, 1.171 p.

Winston W. *Financial Models Using Simulation and Optimization*. USA, Ed. Palisade, Second Edition, 2000, 505 p.

**Fuentes Electrónicas**

Benaroch, M. y Kauffman R.J. (1999). *A Case for Using Real Options Pricing Analysis to Evaluate Information Technology Project Investments*. Information Systems Research [Revista en línea], Volumen 10 No. 1, pp. 70-86. Disponible:

<http://sominfo.syr.edu/facstaff/mbenaroc/PAPERS/OPM-ISR/WWW-PAPR.html> [Consulta: ]

Chicago Board Options Exchange. [Página Web en Línea]. Disponible:

<http://www.cboe.com> [Consulta: ]

Energy Information Administration, El 30, Estadísticas de Precios del Petróleo, Washington, DC 20585, [Specialized Information Services](#) For Technical Problems phone: 202-586-8959 email: [wmaster@eia.doe.gov](mailto:wmaster@eia.doe.gov), Disponible:[http://www.eia.doe.gov/oil\\_gas/petroleum/info\\_glance/crudeoil.html](http://www.eia.doe.gov/oil_gas/petroleum/info_glance/crudeoil.html)

Guimarães Dias, M. A. y Carlos Roche, K.M. (Primera Versión Marzo 1998, esta versión 2001). *Petroleum Concessions with Extendible Options Using Mean Reversion with Jumps to Model Oil Prices*.

[Documento en Línea]. Real Options in Petroleum. Pontifícia Universidade Católica de Rio de Janeiro. Disponible:

<http://www.puc-rio.br/marco.ind/extend.html> [Consulta: ]

Guimarães Dias, M. A. (1999) *Stochastic Processes with Focus in Petroleum Application: Mean Reversion with Jumps Models*

[Documento en Línea]. Real Options in Petroleum. Pontifícia Universidade Católica de Rio de Janeiro. Disponible:

<http://www.puc-rio.br/marco.ind/rev-jump.html> [Consulta: 2003, Junio 16]

Kumar, R. L. (1997). *Understanding the Value of Information Technology Enabled Responsiveness*. The Electronic Journal of

Information Systems Evaluations [Revista en línea], Vol 1 Issue 1.

Disponible:

[http://www.iteva.rug.nl/ejise/vol1/issue1/paper1/fr\\_pap.html](http://www.iteva.rug.nl/ejise/vol1/issue1/paper1/fr_pap.html)

[Consulta: ]

Real Options Group [Página Web en Línea]. Disponible:

<http://www.rogroup.com/> [Consulta: ]

Sick, G.. (Julio 1992, Revisado 1997, 1999). *Analyzing a Real Option in a Petroleum Property* [Documento en Línea]. University of Calgary.

Disponible:

<http://www.ucalgary.ca/~sick/TeachingMaterials/AnalyzingRealOptions.pdf> [Consulta: ]

Yahoo [Menú Gopher en Línea]. Disponible <http://www.yahoo.com>

[Consulta:



UNIVERSIDAD CATÓLICA ANDRÉS BELLO  
U.C.A.B.

DIRECCIÓN GENERAL DE ESTUDIOS DE POSTGRADO  
RÉGIMEN ESPECIAL DE DOCTORADO

DECISIONES DE INVERSIÓN BAJO INCERTIDUMBRE: EL CASO DE LA  
EXPLORACIÓN PETROLERA EN ÁREAS NUEVAS Y SU APLICACIÓN A  
LOS CONTRATOS DE EXPLORACIÓN A RIESGO EN VENEZUELA

ANEXOS

TESIS PARA OPTAR AL GRADO DE DOCTOR EN ADMINISTRACIÓN DE EMPRESAS

AUTOR:  
Hernán Contreras Andreoli  
TUTOR:  
Darío Rico López

Caracas, Marzo de 2009

## **ANEXO N° 1: Lema de Ito**

## Lema de Ito

Supongamos que  $x(t)$  es un proceso del tipo “ ITO” y que por lo tanto cumple con :

$$dx = a(x,t)dt + b(x,t)dz \quad (\text{A.1})$$

¿Cómo obtenemos las derivadas de la función  $F(x,t)$ ? Una forma es la regla usual de:

$$dF = \frac{\partial F}{\partial x} dx + \frac{\partial F}{\partial t} dt ; \text{ pero supongamos que deseamos incluir términos de}$$

mayor orden, entonces tenemos:

$$dF = \frac{\partial F}{\partial x} dx + \frac{\partial F}{\partial t} dt + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} (dx)^2 + \frac{1}{6} \frac{\partial^3 F}{\partial x^3} (dx)^3 + \dots \quad (\text{A.2})$$

En si, la mayor parte de los casos los términos de orden superior son nulos en el límite, pero no en este caso. Si utilizamos el  $dx$  de la ecuación A.1 para obtener  $(dx)^2$ , se tiene:

$$(dx)^2 = a^2(x,t)(dt)^2 + 2a(x,t)b(x,t)(dt)^{3/2} + b^2(x,t)dt$$

Los términos en  $(dt)^{3/2}$  y  $(dt)^2$  tienden más rápidamente hacia cero que  $dt$  se vuelva infinitesimalmente pequeño, por lo tanto, si se ignoran estos términos, se puede escribir esta ecuación de la siguiente manera:

$$(dx)^2 = b^2(x,t)dt$$

Todos los términos del desarrollo en serie de  $(dx)^3$  o superiores incluyen términos en  $dt$  elevados a potencias superiores a 1, y por lo tanto tienden a cero. Por lo tanto, podemos escribir el diferencial  $dF$  de la siguiente forma:

$$dF = \frac{\partial F}{\partial t} dt + \frac{\partial F}{\partial x} dx + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} (dx)^2 \quad (\text{A.3})$$

Sustituyendo en la ecuación A.1, se tiene:

$$dF = \left[ \frac{\partial F}{\partial t} + a(x,t) \frac{\partial F}{\partial x} + \frac{1}{2} b^2(x,t) \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} \right] dt + b(x,t) \frac{\partial F}{\partial x} dz \quad (\text{A.4})$$

**Expresión que corresponde al Lema de Ito y que es la utilizada en el desarrollo de este documento.**

**ANEXO N° 2: PRECIOS DEL PETROLEO**

**SERIES HISTORICAS (Series Temporales en Archivo Magnético anexo  
al documento de Tesis)**

**ANEXO N° 3: MODELO COMPUTACIONAL DESARROLLADO PARA  
VALORAR LAS OPCIONES REALES (Modelos en Archivo Magnético  
anexo al documento de Tesis)**

**ANEXO N° 4: APLICACIÓN DEL ESTADISTICO T DE STUDENT A LOS  
RESULTADOS OBTENIDOS**

Los resultados arrojados por el método tradicional (VPN) y el de las Opciones Reales (VPN con flexibilidad), son sometidos al test para pequeñas muestras t de Students, contratado contra lo realmente ofrecido por los ganadores de las licitaciones de los Bloques de Exploración a Riesgo.

En la siguiente tabla se muestran los datos y los resultados, estos últimos muestran que el grado de confianza de los resultados de mostrados por las Opciones Reales es más de diez veces más confiable que los del método tradicional para predecir lo que ofrecieron las empresas en las licitaciones ganadoras.

Si bien esto no es una comprobación definitiva, es un buen indicio de que esta metodología es más adecuada a valorizar y ganar licitaciones sobre negocios de alta incertidumbre.

n°	Bloque	VPN	VPN con flexibilidad	Bono
1	Golfo de Paria Este	2.4	32.5	0
2	Golfo de Paria Oeste	3.7	36.2	21.2
3	Guanare	-22.2	35.9	0
4	Guarapiche	95	168.7	109
5	La Ceiba	88	98.5	104
6	Punta Pescador	41	46.3	10.7
7	San Carlos	-26.7	5.9	0
	Promedio	25.89	60.57	34.99
	Desviación Estandar	49.97	55.25	49.49
	t Student De la tabla	-1.27	3.24	
	Grados de libertad	6		
	t Student para 6 grados	0.370	0.009	

Tabla t de Student utilizada: Walpole, Ronald y Myers, Raymond Probabilidad y Estadística, 4° Edición, Ed. McGraw Hill, 1992

a	-0.099	-0.009
b	0.243	0.038
x	-1.275	3.242
y	0.370	0.009