AAR 6891

UNIVERSIDAD CATÓLICA ANDRÉS BELLO
VICERRECTORADO ACADÉMICO
DIRECCIÓN GENERAL DE ESTUDIOS DE POSTGRADO
ÁREA DE HUMANIDADES Y EDUCACIÓN
Especialización en Educación: Procesos de Aprendizaje

Trabajo Especial de Grado

ESTRATEGIAS METACOGNITIVAS PARA MEJORAR LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS DE SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES POR EL MÉTODO DE CRAMER

Presentado por
Felipe Antonio Gudiño Guédez
para optar al título de
Especialista en Educación

Asesora
Patricia Peña

Caracas Julio de 2009

Y 2996

UNIVERSIDAD CATÓLICA ANDRÉS BELLO
DIRECCIÓN GENERAL DE ESTUDIOS DE POSTGRADO
ÁREA DE HUMANIDADES Y EDUCACIÓN
PROGRAMA DE ESPECIALIZACIÓN EN EDUCACIÓN
MENCIÓN: PROCESOS DE APRENDIZAJE

ESTRATEGIAS METACOGNITIVAS PARA MEJORAR LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS DE SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES POR EL MÉTODO DE CRAMER

Autor: Felipe Antonio Gudiño Guédez
Tutora: Patricia Peña.
Fecha: Julio de 2009

Resumen

El propósito de este estudio fue determinar el efecto de un programa basado en estrategias metacognitivas para mejorar el rendimiento en la resolución de problemas de sistemas de ecuaciones en alumnos de 5° año de la Unidad Educativa Pública del Municipio San Felipe del Estado Yaracuy. Para lograr este objetivo se reviso la literatura y los antecedentes relacionados con las estrategias metacognitivas y la resolución de problemas. Se hizo una descripción del escenario de trabajo del participante para establecer el contexto.

Diseñándose un programa basado en estrategias metacognitivas para mejorar el rendimiento en la resolución de problemas. Una población de 74 alumnos separados en un grupo experimanetal sujeto a la intervención del programa y un grupo control sin la aplicación de las estrategias metacognitivas. La duración de la intervención fue de seis semanas. Un pretest y postest fueron aplicados a los grupos para determinar sus efectos.

Los resultados muestran una diferencia significativa de rendimiento en el postest con respecto al pretest del grupo experimental, esto da una aceptación a la hipótesis dirigida a comprobar el efecto del programa de estrategias metacognitivas para mejorar la resolución de problemas de sistemas de ecuaciones en estudiantes de 5° año.

Descriptores: Estrategias metacognitivas, resolución de problemas.

Índice de Contenidos

Capitulo 1. Introducción

El quinto año de bachillerato es uno de los grados escolares donde la matemática es fundamental e importante para el futuro estudiante universitario. Este nivel del sistema educativo requiere de una gran atención por parte del docente para poder corregir o solventar las diferencias que poseen los alumnos de años anteriores. Muchos de esos problemas de aprendizaje son originados por falta de estrategias. Algunos estudiantes no poseen un esquema de trabajo a la hora de abordar un problema. Un caso particular es la resolución de sistemas de ecuaciones lineales, muy importante para estudios posteriores. Los alumnos no tienen formas para llegar a una solución.

Se diseño una intervención para enseñar a resolver sistemas de ecuaciones lineales implementando la resolución de problemas por método de Cramer adquiriendo estrategias de aprendizajes y conocimientos matemáticos. Pero antes, se comentará sobre aspectos relacionados con el contexto, el esquema, el escenario donde el autor realizará la intervención y el rol que cumple en ese entorno.

Descripción del contexto

La Unidad Educativa Pública está ubicada geográficamente en la zona centro-occidental de Venezuela Estado Yaracuy Municipio San Felipe próximo a la capital, es una institución dependiente del Ministerio del Poder Popular para La Educación. La comunidad a la cual presta servicio es de escasos recursos económicos, cuya actividad productiva es la agricultura y el comercio en pequeña escala. El servicio de Aseo Urbano y transporte público son deficientes. Esta comunidad y la Unidad Educativa cuenta con el servicio de agua esporádicamente, esto trae como consecuencia que en algunas veces se suspenda las actividades escolares por la falta del preciado líquido.

El servicio de bibliotecas públicas no existe en la comunidad y en la institución escolar hay un espacio llamado biblioteca con escasos textos escolares. Esta comunidad presenta la característica de una zona con pocos servicios y atención pública. En lo referente al espacio físico la Unidad Educativa Pública tiene un área de 10.256m^2 de terreno, dos canchas para actividades deportivas, 24 aulas cuyas dimensiones son 54m^2, 15 de estas aulas tienen techo de acerolit, 9 con techo de teja y paredes de bloques para albergar 38 estudiantes por sección, en algunas los pupitres no son suficientes. La iluminación y ventilación es natural y en otras el sistema eléctrico presenta fallas, un comedor (que no funciona), una cantina, no posee laboratorios para Biología, Química, Física y una biblioteca cuya dotación de textos es poca.

Como se puede constatar la Unidad Educativa presenta una serie de características que la identifican, tanto en su personal docente, administrativo, obrero y como en su planta física, que son parte del contexto donde se desarrollan los procesos de enseñanza y aprendizaje.

Escenario de trabajo del autor

La Unidad Educativa Pública del Municipio San Felipe fue fundada en 1945, en sus comienzos se impartían las primeras letras desde primer grado hasta sexto grado, actualmente y desde el 2006 el máximo grado de instrucción del cual salen promovidos los alumnos es el Quinto año. Este es un organismo público dedicado a la educación sistemática de los jóvenes que en el futuro serán los ciudadanos aptos para cumplir las funciones que la sociedad exija.

Su misión es la formación de ciudadanos que den respuesta a las propuestas de una sociedad enmarcada en un modelo de desarrollo social, político, cultural y económico con una concepción más humanista, ambientalista e intercultural.

La Unidad Educativa Pública desarrolla su acción en un medio social escaso en recursos sociales y económicos, la gran mayoría de la población apenas alcanza el sexto grado de educación básica. La matricula estudiantil, Tabla Nº 1, la integran 1398 alumnos 547 para la primaria de 1° a 6° y 851 en la secundaria de 1° año a 5° año es de notar que en esta institución el número de hombres es mayor al de mujeres.

Tabla N° 1
Matricula estudiantil año escolar 2008-2009

Alumnos	Mujeres	Hombres	Total
Primaria de 1° a 6°	251	296	547
Secundaria de 1er. año a 5to. Año	422	429	851
Total de alumnos	673	725	1398

Nota: Datos aportados por la Dirección del Plantel

Su personal directivo es un director, 2 subdirectores administrativos (1 para primaria y otro para secundaria), 2 subdirectores académicos (1 para primaria y otro para secundaria), 2 coordinadores nivel I, 1 coordinador nivel II, 2 evaluadores, 1 coordinador de Proyecto y Desarrollo Endógeno quienes dirigen y organizan la institución acorde con los lineamientos del Ministerio del Poder Popular la Educación.

Tabla N° 2
Personal directivo de la Unidad Educativa Pública.

Cargo	Subsistema	N°
Director	Primaria-Secundaria	1
Subdirector administrativo	Primaria Secundaria	1 1
Subdirector académico	Primaria Secundaria	1 1
Coordinadores		
Nivel I		1
Nivel I	Secundaria	1 1
Nivel II		1
Evaluación		2

Continuación Tabla N°2

Proyecto de Desarrollo Endógeno	1
Total personal directivo	11

Nota: Datos aportados por Dirección de la Unidad Educativa Pública.

El personal docente, ver Tabla N° 3, esta compuesto por 64 docentes de los cuales son 14 titulares en primaria y 10 titulares en secundaria, así mismo existe 12 docentes no graduado en primaria y 28 no graduado en secundaria con la característica que 24 docentes poseen título universitario y 40 docentes estudian para obtener título universitario en la U.P.E.L.

Tabla N° 3
Personal docente año escolar 2008-2009

Docentes	Titulares	No graduado	Total
Primaria de 1° a 6°	14	12	26
Secundaria de 1er. año a 5to. Año	10	28	38
Total de docentes	24	40	64

Nota: Datos aportado por la Dirección del plantel.

Con respecto al personal administrativo Tabla N° 4 la institución cuenta con 8(ocho) secretarias para el trabajo administrativo 6 titulares y 2 contratadas, en cuanto a los obreros son 35 (treintaycinco) obreros para la limpieza y mantenimiento del local escolar .

Tabla N° 4
Personal administrativo y obrero año escolar 2008-2009

Cargo	Titular	Contratado	total
Administrativo	6	2	8
Obrero	23	12	35

Nota: Datos dirección de la institución.

Rol del autor

El autor de este trabajo es docente con 20 años de servicios, en términos del Ministerio del Poder Popular para La Educación docente-categoría 5(cinco). Durante muchos años he impartido enseñanza de matemática a estudiantes de 7º,8º, 9º, 4º año y 5º año actualmente imparto la Matemática de 5º año siendo testigo de las dificultades que presentan los alumno para aprender. Una especial atención requiere estos estudiantes a la hora de adquirir el conocimiento matemático particularmente en los sistemas de ecuaciones lineales. Se tratara de enseñar estrategias metacognitivas para la resolución problemas de sistemas de ecuaciones lineales por método de Cramer, una de las tantas formas de encontrar solución.

Como se ha descrito la Unidad Educativa Pública presenta una serie de características particulares que la identifican como un entorno idóneo para abordar los problemas de aprendizaje por medio de la enseñanza de estrategias en la resolución de problemas.

Capitulo 2. Estudio del problema

El estudio del problema esta enmarcado en las siguientes 5 secciones que son: (a) enunciado del problema, (b) descripción del problema, (c) documentación del problema, (d) análisis de las causas y (e) relación del problema con la literatura.

Enunciado del problema

El problema a resolver en este Practicum es mejorar la resolución de problemas, aplicando la regla de Cramer en estudiantes de 5º año secciones "A" y"B" de la Unidad Educativa Pública mediante el entrenamiento en estrategias metacognitiva.

Descripción del problema

En lapsos anteriores el índice de aplazados ha sido muy elevado, esto se evidencia según datos existentes en La Oficina de Evaluación y Control de Estudio de la Unidad Educativa Pública. Las estadísticas más recientes ver Tabla 5 (Ier, lapso) año Escolar 2008-2009 arrojan los siguientes resultados de 74 alumnos de 5º Año secciones "A" y"B", 61 obtuvieron notas por debajo de la nota mínima aprobatoria es decir 10ptos. esto equivale a un 78,7% y el otro 21,3% corresponde a los aprobados cuyas notas están entre 10 y 14 puntos.

Tabla 5

Notas de Matemática 5º Año Secciones "A" y"B" Ier. Lapso 2008-2009

Alumno	5º "A"	5º "B"	Alumno	5º "A"	5º "B"	Alumno	5º"A"	5º"B"
1	07	09	14	09	10	27	08	06
2	06	12	15	06	08	28	09	12
3	08	05	16	08	05	29	06	11
4	10	08	17	09	08	30	10	10
5	09	06	18	11	07	31	12	08
6	08	07	19	10	09	32	05	09
7	06	09	20	07	06	33	08	05
8	05	13	21	09	07	34	05	09
9	05	05	22	07	09	35	07	06
10	12	08	23	09	06	36	08	04
11	07	09	24	08	04	37	09	06
12	08	14	25	13	13	*	*	*
13	07	05	26	07	05	*	*	*

Nota: Datos aportado por La Oficina de Control de estudio y Evaluación

Es cuestionable que una de las asignaturas de mayor proyección en el bachillerato es la matemática de 5° Año, por abarcar un área muy amplia se han presentado muchas dificultades en su aprendizaje que podrían estar relacionadas con la de estrategias de aprendizaje que implementan los estudiantes y que pueden influir en el rendimiento académico.

En el 5° Año de Educación Diversificada secciones "A" y "B" los educandos se encuentran en período de pensamiento Lógico-formal. Por ello en esta etapa de acuerdo a Baroody (2000) en el joven se inicia la comprensión de carácter formal del pensamiento y del lenguaje matemático, así como de los procesos de abstracción. La matemática en este período contribuirá a la evolución del pensamiento concreto a lo abstracto.

Entrevistando a un profesor de matemática en la Unidad Educativa Pública que dictó en años anteriores la asignatura se le hizo la siguiente pregunta ¿como es el rendimiento académico de los alumnos de 5° Año en el área de matemática?, el docente respondió que un 85% un alto porcentaje, exageradamente alto de alumnos no sabe Resolver Sistemas de Ecuaciones, adicionado a las deficiencias que tienen en suma de fracciones y en la dificultad de interpretar y operar ecuaciones.

Así mismo en una Prueba Diagnóstica Anexo A aplicada a los alumnos de 5° año secciones "A"y"B" con preguntas relacionadas con sistemas de numeración, relaciones y funciones, conjuntos y operaciones con números reales, estos estudiantes no demostraron suficiente conocimiento matemático para dar con respuestas favorables a los problemas planteados en el examen.

En la Prueba diagnóstica los alumnos demostraron dificultad en razonamiento y resolución de problemas a pesar del esfuerzo y dedicación para lograr un éxito en el aprendizaje.

Capitulo 2. Estudio del problema

El estudio del problema esta enmarcado en las siguientes 5 secciones que son: (a) enunciado del problema, (b) descripción del problema, (c) documentación del problema, (d) análisis de las causas y (e) relación del problema con la literatura.

Enunciado del problema

El problema a resolver en este Practicum es mejorar la resolución de problemas, aplicando la regla de Cramer en estudiantes de 5° año secciones "A" y"B" de la Unidad Educativa Pública mediante el entrenamiento en estrategias metacognitiva.

Descripción del problema

En lapsos anteriores el índice de aplazados ha sido muy elevado, esto se evidencia según datos existentes en La Oficina de Evaluación y Control de Estudio de la Unidad Educativa Pública. Las estadísticas más recientes ver Tabla 5 (Ier, lapso) año Escolar 2008-2009 arrojan los siguientes resultados de 74 alumnos de 5° Año secciones "A" y"B", 61 obtuvieron notas por debajo de la nota mínima aprobatoria es decir 10ptos. esto equivale a un 78,7% y el otro 21,3% corresponde a los aprobados cuyas notas están entre 10 y 14 puntos.

Tabla 5

Notas de Matemática 5° Año Secciones "A" y"B" Ier. Lapso 2008-2009

Alumno	5° "A"	5° "B"	Alumno	5° "A"	5° "B"	Alumno	5°"A"	5°"B"
1	07	09	14	09	10	27	08	06
2	06	12	15	06	08	28	09	12
3	08	05	16	08	05	29	06	11
4	10	08	17	09	08	30	10	10
5	09	06	18	11	07	31	12	08
6	08	07	19	10	09	32	05	09
7	06	09	20	07	06	33	08	05
8	05	13	21	09	07	34	05	09
9	05	05	22	07	09	35	07	06
10	12	08	23	09	06	36	08	04
11	07	09	24	08	04	37	09	06
12	08	14	25	13	13	*	*	*
13	07	05	26	07	05	*	*	*

Nota: Datos aportado por La Oficina de Control de estudio y Evaluación

Es cuestionable que una de las asignaturas de mayor proyección en el bachillerato es la matemática de 5° Año, por abarcar un área muy amplia se han presentado muchas dificultades en su aprendizaje que podrían estar relacionadas con la de estrategias de aprendizaje que implementan los estudiantes y que pueden influir en el rendimiento académico.

En el 5° Año de Educación Diversificada secciones "A" y "B" los educandos se encuentran en período de pensamiento Lógico-formal. Por ello en esta etapa de acuerdo a Baroody (2000) en el joven se inicia la comprensión de carácter formal del pensamiento y del lenguaje matemático, así como de los procesos de abstracción. La matemática en este período contribuirá a la evolución del pensamiento concreto a lo abstracto.

Entrevistando a un profesor de matemática en la Unidad Educativa Pública que dictó en años anteriores la asignatura se le hizo la siguiente pregunta ¿como es el rendimiento académico de los alumnos de 5° Año en el área de matemática?, el docente respondió que un 85% un alto porcentaje, exageradamente alto de alumnos no sabe Resolver Sistemas de Ecuaciones, adicionado a las deficiencias que tienen en suma de fracciones y en la dificultad de interpretar y operar ecuaciones.

Así mismo en una Prueba Diagnóstica Anexo A aplicada a los alumnos de 5° año secciones "A"y"B" con preguntas relacionadas con sistemas de numeración, relaciones y funciones, conjuntos y operaciones con números reales, estos estudiantes no demostraron suficiente conocimiento matemático para dar con respuestas favorables a los problemas planteados en el examen.

En la Prueba diagnóstica los alumnos demostraron dificultad en razonamiento y resolución de problemas a pesar del esfuerzo y dedicación para lograr un éxito en el aprendizaje.

Documentación del problema

Desde que el alumno comienza a estudiar bachillerato se enfrenta con las matemáticas. Muchos de ellos se preguntan en el aula de clase, ¿por qué debo estudiar matemática?, ¿para qué sirven?, estas interrogantes son derivadas, en gran parte, de que la enseñanza se limita a presentar contenidos y problemas que los estudiantes no comprenden ni entienden por que la consideran aislada de su contexto y vivencia cotidiana. De igual forma en opinión de Docentes de Matemáticas a la pregunta, ¿a que se debe el bajo rendimiento de los alumnos de 5° Año?, ellos dan como respuesta general, que el joven no posee las herramientas ni el método adecuado para aprender matemática, y sus apuntes están compuestos por fórmulas y operaciones que no consideran de utilidad.

En un ensayo elaborado por Planchart (1990), se describe la realidad de la enseñanza de la matemática y en su análisis de investigaciones efectuada por el Cenamec, Opsu, Examen de Admisión de la Simón Bolívar y las Olimpiadas Matemáticas concluyó que hay problemas gravísimos en el procesos de enseñanza y aprendizaje de matemática en la Escuela Básica y Media diversificada, en otras palabras un alto índice de alumnos no sabe matemática o tienen dificultades para resolver problemas de matemática.

Así mismo en un artículo de prensa publicado en Venelogía.com sobre los resultados de la Prueba de Aptitud Académica P.A.A aplicado el 9 de junio de 2007 los cuales son alarmantes, más del 90% de los estudiantes que presentaron la prueba respondieron mal los ítems, tanto en el área de lectura y comprensión como de razonamiento matemático. A decir de Julia Montoya Coordinadora del Sistema de Ingreso a la Educación Superior Opsu, cada año el rendimiento es el mismo. En esta prueba se formularon 30 preguntas de lectura y comprensión, y para razonamiento matemático se efectuaron 40 preguntas, el promedio de ítems contestado correctamente fue de 8. Aquí también se evidencia que el alumno no posee las herramientas necesarias para tener éxito en esta Prueba.

En ese mismo orden de resultados en el 1er lapso del año 2008-2009 en la asignatura de Matemática 5° Año secciones "A" y"B" de la Unidad Educativa Pública se encontró que el 78,7% de los alumnos tiene un bajo rendimiento académico en una escala del 1 punto a 20 puntos con calificaciones por debajo de los 10 puntos que es la nota mínima aprobatoria según el articulo 108 del Reglamento General de la Ley orgánica de Educación (2003), el otro 21,3% tiene calificaciones por encima de 10 puntos en el primer lapso.

Finalmente se puede concluir que el problema del bajo rendimiento académico en matemática o la deficiencia de conocimientos matemáticos, es un problema que ha existido en años anteriores y que actualmente se encuentra en nuestros alumnos.

Análisis de causas

El procedimiento para recolectar información que sustente el análisis de las causas del problema en un marco social como lo es el área escolar de la Unidad Educativa Publica del Municipio San Felipe del Estado Yaracuy y que posibilite la averiguación del origen, se hizo mediante la observación directa y la entrevista, como técnicas para obtener información y analizar las causas del problema, para Buendía (1998) la observación es un procedimiento usado cuando los datos son extraídos en contextos naturales (como la Unidad Educativa Pública) con nulo o mínimo control. La observación cuidadosa de los actos de enseñanza y aprendizaje es un proceso que permite adquirir información y se realiza a diario. Igualmente la entrevista según Hidalgo (2005) es un procedimiento que propicia la recolección de datos cuantitativos y cualitativos, se pude hacer en forma individual o grupal.

En la observación directa del trabajo diario de clase en los alumnos de 5° año secciones "A" y "B" se caracterizo por la organización de actividades comprendidas en el ejercicio de acciones concretas y el desarrollo de acciones interiores cada vez más abstractas y reflexivas. Estas observaciones determinaron que los alumnos al exteriorizar sus pensamientos no siguen procesos ordenados ni estructurados, necesarios para la solución de problemas y el desarrollo de la intuición matemática, así mismo los alumnos no poseen agilidad mental y capacidad analítica para el manejo de números y operaciones matemáticas que dificultan el pensar rápido y la descomposición de los problemas en sus partes, de igual forma no posee herramientas para calcular peso y longitudes, no conocen la aplicación de las figuras geométricas, lo cual es fundamental en la combinación de los espacios.

En definitiva se pudo percibir que los procesos de formación del alumno en sus habilidades conceptuales, procedimentales y actitudinales son deficientes, y además estos jóvenes estudiantes de 5° Año secciones "A" y "B" llenan sus apuntes de formulas y operaciones que no consideran de utilidad.

En una entrevista realizada a 25 alumnos consistió en las siguientes preguntas, ver anexo B, (1) ¿tienes un lugar apropiado y material para estudiar?, (2) ¿realiza lectura y comprensión de textos matemáticos? y (3) ¿repasas la clase de matemática?, con estas preguntas se busco indagar en los alumnos como estudian matemática. Los resultados aportaron que un 75% estudia matemática en lugares como la cocina, la sala, el cuarto y solo el 25% lo hace en un lugar donde tiene un escritorio o mesa para desarrollar sus tareas escolares. En cuanto al material para estudiar el 100% regularmente usa su cuaderno de apunte. Con respecto a la pregunta (2) los estudiantes manifestaron en un 100% que solo realizan la lectura y comprensión de los textos que tienen en sus cuadernos y en la pregunta (3) el 90% no repasa los contenidos de las clases, solo un

10% se toma un tiempo para estudiar matemática. Estos resultados indican que los alumnos en su gran mayoría no poseen hábitos de estudio, ni son meticulosos y detallistas al estudiar matemática y por ende puede ser una de las tantas causas del bajo rendimiento en matemática.

Relación del problema con la literatura.

El proceso de aprendizaje esta muy relacionado con las estrategias de aprendizaje y la metacognición, de acuerdo a Flavell (1976) es su estudios iniciales en el desarrollo del pensamiento, la ha descrito como el más alto nivel de actividad mental y el nivel donde se elabora el conocimiento ,la conciencia, el control de las demás actividades mentales. De igual forma Poggioli (1997) define la metacognición como el grado de conciencia de los individuos sobre sus pensamientos, estructuras y sobre la habilidad para controlar los procesos cognitivos. Al respecto Marti (1999) dice que la metacognición con sus mecanismos reguladores actúa en la secuencia de acciones que conducen al aprendizaje de conocimientos, la planificación, control y evaluación se encaminan a logro de las metas. Consecuentemente, Lombana (2003), enmarca la metacognición sobre la indagación de cómo los seres humanos piensan y controlan sus propios procesos de pensamiento.

De acuerdo a lo expuesto la metacognición es el proceso mental en el cual se desarrolla una constante acomodación de las ideas a un nivel alto de reflexión en forma conciente y que a la vez se establece el control de las otras actividades mentales.

Las estrategias son consideradas procesos mediante los cuales se eligen, coordinan y emplean habilidades, que se vinculan con el aprendizaje, por su parte Monereo (1998), afirma que las estrategias son concientes e intencionales, dirigidas a un objetivo relacionado con el aprendizaje. A través de estrategias de aprendizaje se puede lograr que el alumno tenga conciencia de sus propios procesos mentales, pensamientos ideas y que conozca su estructura para así mejorar su habilidad de controlar los procesos cognitivos. Con la metacognición se regulan los procesos de aprendizaje por medio de mecanismos mentales de planificación, control y evaluación que conducen al logro de metas.

El uso de la metacognición para mejorar el rendimiento de los alumnos en la resolución de problemas matemáticos es un paso favorable en el aprendizaje y de acuerdo a Desoete (2007) se puede conseguir mejoras en el aprendizaje matemático a través de la metacognición. . Este aspecto del empleo de estrategias a un nivel conciente tiene que ver con la metacognición donde el sujeto puede tener conocimiento de conciencia de sus propios procesos y productos cognitivos y al seguimiento y control de esos procesos en la relación con los objetivos cognitivos que regularmente están al servicio de alguna meta u objetivo concreto. En este Practicum las estrategias metacognitivas están dirigidas a adquirir conocimientos que faciliten el aprendizaje de las matemáticas y que fundamentadas en la metacognición contribuyan a mejorar el rendimiento de los alumnos de 5° Año, son estas formas de aprendizaje las que garantizan un optimo desenvolvimiento en la resolución de problemas y determinan un desempeño eficiente en el proceso de solución, en consecuencia un aprendizaje

La metacognición al estar íntimamente relacionada con la estrategias se establece una secuencia de actividades realizadas de forma deliberada y planificada lo que supone la existencia de una acción conciente por parte del sujeto sobre que y como encadenan una secuencias de procedimientos apropiados para el logro de una meta, igualmente Martínez, Tubau, Guilera, Rabanaque y Sánchez (2008) sostiene que la relevancia de las estrategias metacognitivas para resolver problemas parece mostrarse sólo en problemas de solución incremental, problemas cuya dificultad reside mayormente en la planificación y control temporal de una secuencia de acciones u operaciones, en su estudio se relaciona las estrategias metacognitivas (EM) y la eficacia de distintas ayudas en la resolución de un problema insight, cuyo objetivo es la profundización de dicha relación en el contexto de un problema tipo insight . Un aspecto positivo según Doménech (2006) es la inclusión en aspectos de desarrollo de la inteligencia y la metacognición en el currículo escolar porque ellos contribuyen y juegan un papel preponderante en la resolución de problemas, y favorece la comisión de menos errores y menor interferencia.

Los estudios sobre estrategias han planteado la implicación de la metacognición en los procesos de aprendizaje y enseñanza. Así mismo Campanario (2000) aporta una serie de recursos y sugerencias para que el docente considere a la metacognición como un factor fundamental en los procesos cognitivos de aprendizaje y enseñanza que inciden en el conocimiento, control, regulación y organización en forma consciente y deliberada. En ese mismo orden de ideas Bara (2001) da un aporte positivo en el cual las estrategias metacognitiva mejoran el aprendizaje en forma significativa. De igual forma Villalobos (2007), reseña que los estudiantes desarrollan estrategias metacognitivas como la autoevaluación, el automonitoreo, la planificación y el uso de recursos como el de diario escrito que demuestran diferencias significativas entre estudiantes escritores más competentes y menos competentes especialmente en los que emplearon estrategias de aprendizaje.

Consecuentemente, González (2004) investiga sobre la enseñanza y aprendizaje de la matemática por medio de la resolución de problemas en alumnos que cursan la carrera de formación docente en el área, el artículo da respuesta a las interrogantes, ¿Cuál es la formación en resolución de problemas que ha de recibir un futuro profesor?, ¿Cómo debe llevarse acabo dicha formación?, ¿de que tipo han de ser las experiencias de resolución de problemas en los que han de participar los futuros profesores durante su proceso de formación inicial?, así mismo aborda la problemática de aprendizaje de la matemática en bachilleres que no aprendieron a resolver problemas y profesores que no han adquirido las competencias para enseñar matemática. Encontraste Trillo (1989) reconoce la importancia del protagonismo del alumno en proceso de aprendizaje y la metacognición en las operaciones mentales ya que una buena instrucción debe incluir la explicación a los estudiantes de cómo aprender, cómo recordar, cómo pensar y cómo motivarse a ellos mismos.

En este Practicum se considera como detalles importante para el desarrollo del programa de intervención las investigaciones y estudios de Martínez et al (2008), Campanario (2000), Ruiz (2002) y Ríos (2004), el primero de ellos por ser un estudio que se relaciona con las estrategias metacognitivas (EM) y la eficacia de distintas ayudas en la resolución de un problema insight, cuyo objetivo es la profundización de dicha relación en el contexto de un problema tipo insight. En este trabajo se tomo una muestra de 86 estudiantes de Psicología de la Universidad Autónoma de Barcelona, los cuales fueron distribuidos en cuatro grupos, un primer grupo no se le dio ayuda, el segundo grupo con ayuda abstracta, un tercer grupo con ayuda abstracta mas directa y el cuarto grupo con ayuda de conceptos claves. El estudio en sus tres análisis del posible efecto de las estrategias metacognitivas para la resolución de problemas confirman la relevancia y en especial la estrategia de control y evaluación, aunque al parecer la monitorización y la reflexión no siempre conducen al surgimiento del insight sino que su efecto depende de si la información clave esta disponible. De tal forma que un objetivo del Practicum es dar una ayuda a través de un programa basado en la metacognición que aporten ayuda (claves) que faciliten a los estudiantes la toma de conciencia de cuales son los procesos de aprendizaje, de cómo funcionan y de cómo optimizar su funcionamiento y el control de los procesos en aras de un aprendizaje.

El segundo autor Campanario (2000) realiza una investigación donde presenta propuestas compatibles con el desarrollo de la metacognición y las estrategias metacognitivas. Él ofrece al docente de ciencias un repertorio de recursos y sugerencias para considerar la metacognición como elemento fundamental en el desarrollo del aprendizaje y la enseñanza de la ciencia. Este autor considera que los recursos y actividades tienen carácter metacognitivo cuando son compatibles en los siguientes aspectos:

a) Conocimiento y control del propio conocimiento o procesos cognitivos.
b) Autorregulación cognitiva.
c) Ideas adecuadas sobre la estructura, producción y organización del conocimiento.

Aunque el autor dice que no existe muchas propuestas explicitas para desarrollar las capacidades metacognitivas en el marco de un cambio conceptual, el avala una estrategia dirigida al desarrollo de la metacognición fundamentada en un enfoque explicito donde el alumno desarrolla sus estrategias metacognitivas como objetivo principal, así el controla su actuación y uso de estrategias ejecutivas. Resaltando el programa basado en método de instrucción directa (Carriedo y Alonso Tapia, 1994) citado por Campanario (2000):

1) Introducción general: se explica a los alumnos el propósito del programa y la utilidad de las estrategias que se van aprender (control de la coherencia interna de un texto)
2) Ejemplo: se relaciona mediante ejemplos el papel de la estrategia metacognitiva en el proceso de comprensión de un texto.
3) Explicación: el profesor explica en qué consiste la estrategia y demuestra activamente su aplicación.

4) Práctica dirigida: Bajo el control del profesor se realizar ejercicios de aplicación.
5) Práctica independiente: se le proporcionan a el alumno materiales y tareas para desarrollar por si mismos su actividad de estrategias metacognitivas.

Con este programa en método de instrucción directa se puede enseñar a los alumnos de 5° Año a controlar su actuación y sentirse capaces de ejecutar su estrategia en la resolución de problemas.

Ruiz (2002) realizo un estudio para determinar si existe una transferencia del entrenamiento metacognitivo en comprensión de lectura al mejoramiento de la habilidad de resolución de problemas y viceversa, efectuando previamente el efecto de dicho entrenamiento en ambas variables. Con una muestra de 98 estudiantes de séptimo grado en una escuela básica pública de Cabudare del Estado Lara, los organizo en tres secciones de 32, 30 y 36 alumnos respectivamente. Con edades de 13 años y un estrato socioeconómico bajo. En este estudio las variables sometidas a comprobación son la habilidad de comprensión de lectura y la habilidad de resolución de problemas. Los grupos recibieron tratamiento diferente, administrado por el investigador: El grupo 1 se le aplicó estrategias metacognitivas en la lectura con la finalidad de mejorar su comprensión lectora. El grupo 2 fue similar al del 1 con la diferencia que la tarea utilizada fue la resolución de problemas verbales genéricos, de acuerdo con los postulados del procesamiento de la información. El grupo 3 trabajó con materiales parecidos a los utilizados por los otros dos grupos, pero sin la intervención mediadora del docente, quien solo daba información para hacer las tareas y retroalimentación de acuerdo a los resultados dados por los alumnos. Se aplicó un pretest y postest para medir las variables en estudio. En conclusión producto de los resultados se determinó que la mediación de estrategias metacognitivas del docente tuvo un efecto significativo en el mejoramiento de las habilidades de comprensión lectora y resolución de problemas de los sujetos. El aporte de esta investigación es la comprobación de la transferencia de conocimiento en la habilidad lectora y resolución de problemas producto de la mediación docente en estrategias metacognitivas como causa que mejora las habilidades en alumnos de educación básica y nivel socioeconómico bajo, detalles y cualidades a considerar en este practicum

Para Ríos (2004), la metacognición se conoce como pensar antes de iniciar una tarea y darse cuenta del camino seguido en la realización de la misma, la misma comprende tres momentos del pensamiento reflexivo: planificación, supervisión y evaluación. Así este autor ha conjugado las propuestas de Dewey y Polya y se tiene un procedimiento sistemático para abordar la resolución de problemas mediante 4 fases que son:

1) Definición del problema.
2) Plan de solución.
3) Ejecución y supervisión del plan.
4) Evaluación de la solución obtenida.

Considerando los aportes de Martínez et al. (2008), Campanario (2000), Ruiz (2002) y Ríos (2004) se diseña El Programa de intervención con el objetivo de facilitar a los estudiantes la toma de conciencia de sus propios procesos de aprendizaje, como funcionan, como optimizar su funcionamiento y el control de los procesos.

Se puede decir que la literatura favorece la implementación de estrategias metacognitivas para la resolución de problemas y de lo que se trata es de lograr niveles más desarrollado de aprendizajes.

Resolución de problemas

Desde hace muchos años, los investigadores interesados en la enseñanza de la matemática han fortalecido las capacidades de los docentes para enseñar a resolver problemas proponiendo el estudio para superar los obstáculos y obtener soluciones efectivas mediante la enseñanza y aprendizaje de estrategias. Polya (2002), estudiando los métodos de solución de problemas, percibió otra faceta de la matemática a parte de ser una ciencia rigurosa, sistemática y deductiva pero también inductiva como ciencia experimental. De acuerdo con este autor en la resolución de problemas, se descubre, se activa la curiosidad, se induce a la inventiva, si resuelve por sus propios medios. Para García (s/f) aborda la enseñanza y el aprendizaje de la matemática con una didáctica que se incline en potenciar la comprensión mediante una visión amplia con aspectos teóricos-prácticos y con el restablecimiento de las técnicas básicas como la resolución de problemas, en interés de la eficiencia y economía del aprendizaje.

Las diferencias individuales entre novatos y expertos al resolver problemas lógico-matemáticos son tratadas por Castillo (1999), al comparar las características y niveles cognoscitivos. En este artículo la resolución de problemas cobra importancia como estrategia porque evidencia qué distinto es un experto de un novato al abordar una situación problema.

Para algunos investigadores cobra gran importancia evaluar la habilidades cognitivas en la resolución de problemas matemáticos ante un creciente porcentaje de fracaso escolar en el área de matemática, todo ello para poder elaborar programas de intervención educativa de mayor calidad y adaptados a las necesidades de los alumnos, Tobozo (2004) y Ferreira (1997).

De acuerdo a Orton (1998), se admite que "... la matemática es tanto un producto como un proceso; tanto cuerpo organizado de conocimientos como una actividad creativa... Así, la resolución de problemas puede considerarse como la verdadera esencia de la matemática" (p. 51). Algunos autores consideran que la resolución de problemas es la esencia del aprendizaje de las matemáticas, incluso hasta el punto de estimar que el cuerpo de conocimientos que otros juzgan como matemático, es una serie de instrumentos existentes para el proceso activo de la resolución de problemas.

Constantemente los alumnos se enfrentan a situaciones problemáticas que plantean una solución, es decir requieren del pensamiento para superar los obstáculos que se pueden encontrar a la hora de lograr un objetivo. La solución efectiva de un problema depende de que el estudiante que la enfrenta esté consciente de la existencia de uno o más obstáculos, que este motivado para resolverlo y afronte su solución, utilizando estrategias adecuadas de razonamiento. Poggioli (1998) dice que la resolución de problemas consiste en un conjunto de actividades mentales y conductuales, a la vez que implica también factores de naturaleza cognoscitiva, afectiva y motivacional. En la resolución de problemas el sujeto debe estar conciente de los conocimientos que debe poseer para ejecutar una serie de acciones para resolver una tarea, Martín (1999). Según Poggioli (1999) citando a (Andre, 1986; Hayes, 1981) que señalan que las etapas de resolución de problemas sirven para enfatizar el pensamiento consciente y para aproximarse analíticamente a la solución, así como también para ofrecer una descripción de las actividades mentales de la persona que resuelve el problema.

Es de importancia en el aprendizaje de la matemática y en virtud de que existen destrezas analíticas y cualidades que el alumno debe poseer a la hora de las relaciones entre variables para mejorar la resolución de problemas.

Capitulo III. Anticipación de Resultados e Instrumento de Recolección de Datos.

El presente trabajo esta orientado a resolver el problema planteado con el desarrollo de objetivos generales y específicos que guíen el desarrollo del Practicum. Así mismo adicionar lo resultados esperados después de la ejecución del programa como también la forma en que van ser medidos.

Objetivo General

Mejorar la resolución de problemas de sistemas de ecuaciones, aplicando la Regla de Cramer en estudiantes de quinto año de la Unidad Educativa Pública del Estado Yaracuy mediante el entrenamiento en un programa basado en estrategias metacognitivas.

Objetivo Específico

1. Determinar el nivel de conocimiento de dos grupos de estudiantes de quinto año de una Unidad Educativa Pública del Municipio San Felipe del estado Yaracuy en la resolución de problemas de sistemas de ecuaciones mediante la aplicación un pretest para el grupo experimental y grupo control.
2. Diseñar un programa basado en estrategias metacognitivas para mejorar la resolución de problemas de sistemas de ecuaciones aplicando la Regla de Cramer, dirigido a estudiantes de quinto año.
3. Aplicar el programa basado en estrategias metacognitivas, al grupo experimental de estudiantes de quinto año de una institución pública del Municipio San Felipe del Estado Yaracuy que conforman el grupo experimental.
4. Determinar el nivel de conocimiento del los alumnos de quinto año de la Unidad Pública del municipio San Felipe del Estado Yaracuy en la resolución de problemas de sistemas de ecuaciones después de ser aplicado el programa basado en estrategias metacognitivas, a través de un postest.

5. Determinar si hay diferencia significativa entre los promedios del pretest y postest en los alumnos de 5° Año de la unidad Educativa Pública entrenados en el programa.
6. Determinar si hay diferencia significativa entre los promedios del pretest y postest de los alumnos del grupo experimental y grupo control.

Resultados Esperados

Los resultados esperados para este Practicum son los siguientes:

Hipótesis de Investigación

1.- Los estudiantes del grupo control y el grupo experimental presentan igualdad de condiciones con respecto al conocimiento sobre la resolución de problemas de sistemas de ecuaciones por la Regla de Cramer medido a través de un pretest.

2.- La aplicación del programa de intervención en estrategias metacognitivas en los estudiantes de quinto año del grupo experimental, influye en el rendimiento de los mismos en el postest con respecto a el pretest a un nivel de significativo de ά = 0.005.

3.- Existe diferencia estadísticamente significativa del rendimiento de los estudiantes de quinto año del grupo experimental en el postest con respecto al grupo control.

Hipótesis Operacional Nula

1.- La aplicación del programa de intervención en estrategia metacognitivas en estudiantes de quinto año de una institución del municipio San Felipe del Estado Yaracuy, no influye en el rendimiento de los mismos en el postest con respecto al pretest.

2.- No se evidencia diferencias estadísticas significativas en el rendimiento de los estudiantes de quinto año del grupo experimental en el postest con respecto al grupo control.

Variable independiente

En este practicum se trabajara en estrategias metacognitivas como variable independiente. El Programa basado en estrategias metacognivas es una serie actividades didácticas que con sus mecanismos reguladores actúa en la secuencia de acciones que conducen al aprendizaje de conocimientos, la planificación, control y evaluación, que se encaminan a logro de las metas, Martí (1999), es decir adquirir conocimientos que faciliten la resolución de problemas y originen un desempeño eficiente en el proceso de solución de problemas y que fundamentadas en la metacognición contribuyan a mejorar el rendimiento de los alumnos de 5° Año.

Variable Dependiente

Rendimiento en la resolución de problemas de sistemas de ecuaciones es el desempeño de los alumnos 5° Año en el pretest y postest medido por el número de respuestas correctas obtenidas.

Medición de Resultados

Para medir los resultados del estudio se diseñó una prueba sobre sistema de ecuaciones lineales que se utilizó como postest y pretest (ver Anexo C). Para esta prueba se tomo como dimensiones de contenido: 1) sistema de ecuaciones lineales, 2) solución de sistemas de ecuaciones con dos incógnitas, 3) resolución de problemas utilizando sistemas de ecuaciones con dos o más incógnitas.

La prueba diseñada consistió en un instrumento de papel con ítems estructurados donde el alumno suministra información sobre la resolución de problemas de sistemas de ecuaciones lineales. Este instrumento esta conformado por tres partes: 1) un encabezamiento, donde se identifica la institución, la región donde responde esta investigación y la identificación del alumno, 2) Introducción, son las instrucciones para contestarlo y las recomendaciones, 3) Ítems los cuales son 15 y constan de una proposición con cuatro alternativas de respuesta, una correcta y tres distractores, en el cual los alumnos encierran en un circulo la letra de la alternativa correcta en cada ítems.

Este instrumento se elaboró sobre la base de 20 puntos, en 15 ítems, a 1,33 puntos cada uno, y con el fin de determinar el rendimiento de los alumnos, se clasificaron el número de respuesta correctas en grupos: 1) de 1 a 3, Muy deficiente, 2) de 4 a 6 Deficiente, 3) de 7 a 9, suficiente, 4) de 10 a 12, Bueno, 5) de 13 a 15 Muy bueno.

Con la finalidad de determinar la confiabilidad de este instrumento, se realizó una prueba piloto donde participaron 30 alumnos de 5° Año de otra Unidad Educativa del Municipio San Felipe del Estado Yaracuy con características cognitivas, económicas y sociales similares. Los datos obtenidos en esta prueba fueron calculados con la utilización del Coeficiente de Confiabilidad por el método $K\text{-}R_{20}$ de Kuder-Richardson, este estadístico reportó un r_{tt}= 0,82820614, como consta en el informe de la prueba piloto (ver Anexo D). De acuerdo a Ruiz (1998) un coeficiente de confiabilidad se considera confiable cuando esta por el limite superior (0,80) de la categoría alta, lo que indica que el instrumento aplicado en la prueba piloto es aceptable.

Capítulo IV. Estrategia de Solución

Este capítulo está conformado por tres secciones: (a) discusión y evaluación de soluciones, (b) descripción de las soluciones seleccionadas, la cual incluye propósito, objetivos y plan de acción de la intervención y (c) informe de las acciones.

Discusión y Evaluación de Soluciones

El problema a resolver en este Practicum es mejorar la resolución de problemas, aplicando la regla de Cramer en estudiantes de 5° año secciones "A" de la Unidad Educativa Pública del Municipio San Felipe Del Estado Yaracuy mediante el entrenamiento en estrategias metacognitiva.

Desde hace muchos años, los investigadores interesados en el aprendizaje han enriquecido la enseñanza y el aprendizaje en la resolución de problemas para obtener soluciones efectivas mediante la implementación de estrategias. Problemas similares fueron estudiados por muchos investigadores en los últimos tiempos, enfocados hacia el entrenamiento en estrategias metacognitivas, se toman en cuenta para la siguiente intervención aquellos que están relacionados, como los estudios de Martínez et al.(2008), Campanario (2000), Ríos (2004) y Rosario, Mourao, Núñez, González , Solano y Valle (2007).

Rosario et al. (2007) hizo un estudio sobre la eficacia de un proyecto de promoción de estrategias de aprendizaje en la universidad el programa esta destinado a dar herramientas cognitivas, metacognitivas y de apoyo que le permitan al estudiante abordar sus procesos aprendizaje en una forma mas competente y autónoma. El programa fue llevado acabo con estudiantes universitarios de la Universidad de Oviedo, se tomaron dos grupos uno de control y el otro experimental en condiciones idénticas de estudio en donde se median las variables conocimiento de estrategias de aprendizaje, enfoque superficial, profundo, instrumentalida percibidas para autorregular los aprendizajes y la calidad de los productos de los alumnos en una tarea concreta. El programa se desarrollo durante 6 sesiones una por semana de una hora de duración, en todas se siguió una planificación, un primer momento se daba la lectura de una carta del programa seguida de discusión y reflexión en grupo sobre los contenidos para cada sesión, posterior venia las actividades donde se desarrollaba la practica de aprendizajes estratégicos y puestas en común, y luego un sumario de los tópicos trabajados. Como resultado de comparar un pretest y postest aplicado a ambos grupos, control y experimental, se comprobó la eficacia del programa tanto en la enseñanza como el entrenamiento de estrategias de autorregulación en la universidad.

El otro estudio a considerar es Martínez et al (2008) ya descrito en el capitulo 2, confirma la relevancia del desarrollo de una serie de actividades que conduzcan a un aprendizaje por la implementación de estrategias metacognitivas (EM), control, evaluación y monitoreo para la resolución de problemas que faciliten a los estudiantes la toma de conciencia de cuales son los procesos de aprendizaje, de cómo funcionan y de cómo optimizar su funcionamiento y el control de los procesos en aras de un aprendizaje.

En Campanario (2000) y Ríos (2004) se presentan propuesta para el desarrollo de la metacognición y las estrategias metacognitivas. Estos investigadores consideran que son de carácter cognitivo aquellas actividades que se relacionan con aspectos como control del conocimiento y proceso cognitivo, autorregulación cognitiva y evaluación muy importantes para el desenvolvimiento en cualquier acción de aprendizaje.

Se plantea que la implementación del programa es en acorde con las propuestas de estos autores, una planificación, supervisión y evaluación compuesta de estos tres indicadores fundamentales de la metacognición, Ríos (2004).

Descripción de la Solución Seleccionada

La solución seleccionada fue un programa que mejorará la resolución de problemas, aplicando la regla de Cramer en estudiantes de 5° año Sección "A" de la Unidad Educativa Pública del Municipio San Felipe Del Estado Yaracuy mediante el entrenamiento en estrategias metacognitiva.

Propósito

El programa de intervención tuvo como propósito propiciar el aprendizaje y aplicación de estrategias metacognitivas para el mejoramiento de resolución de problemas, aplicando la regla de Cramer en estudiantes de 5° año sección "A" de la Unidad Educativa Pública del Municipio San Felipe Del Estado Yaracuy.

Objetivo General

Al finalizar el programa de intervención, los alumnos de 5° Año "A" estarán en capacidad de aplicar estrategias metacognitivas para facilitar el proceso de resolución de problemas, aplicando la regla de cramer.

Descripción de Programa

El programa de intervención se fundamenta en un enfoque explicito con el método de instrucción directa donde se desarrollan las estrategias metacognitivas como objetivo principal, así el alumno controla su actuación y uso de estrategias, siguiendo los aportes de Campanario (2000), Ríos (2004), Martínez et al (2008) y Rosario et al (2007).

La ejecución del programa se llevará acabo en seis sesiones de dos horas académicas cada una (45 minutos) durante tres semanas en las mismas se llevarán a efecto las competencias, estrategias de aprendizaje y la administración de los recursos (humanos, materiales didácticos). A continuación se detalla cada sesión de clase:

Sesión 1 Sistemas de Ecuaciones Lineales. Definición. Estrategias de Planificación.

Competencia

Definir sistema de ecuaciones lineales.

Identificar el propósito de conceptualizar sistemas de ecuaciones.

Planificar las acciones para resolver problemas.

Indicadores

Reconoce un sistema de ecuaciones lineales por la cantidad de ecuaciones y de incógnitas.

Identifica conceptualmente sistemas de ecuaciones.

Analiza el concepto a fin de comprender su naturaleza.

Contenido:

Conceptual

Sistema de ecuaciones. Concepto. Identificación

Estrategias de planificación. Comprender, definir, precisar condiciones.

Procedimental

Realice investigación.

Discusión socializada.

Efectué ejercicios de identificación de sistemas de ecuaciones.

Planifica un plan de acción.

Actitudinal

Valoración del trabajo individual y grupal.

Manifestación de constancia para lograr el éxito.

Demuestra interés por los sistemas de ecuaciones.

Actividades Didácticas

Introducción General

El docente hace la presentación del tema, da a conocer los objetivos de la sesión definir sistema de ecuaciones lineales, identificar el propósito de conceptualizar y planificar las acciones para resolver problemas, seguidamente suministra los materiales necesarios, presenta textos de sistemas de ecuaciones (Anexo E), para ser analizados por el grupo de alumnos. Exploración de conocimientos previos a través de la técnica de la pregunta acerca de la concepción implícita que poseen los alumnos sobre sistemas de ecuaciones lineales factores y elementos para anticipar los resultados de la acción.

Se les pregunta a los alumnos que plan llevarán acabo en la reflexión sobre los conceptos como una de las primeras fases de las estrategias metacognitivas, Ruiz (2002), Ríos (2004) y Rosario (2007). Se identifica alternativas para seleccionar la que se ajuste a las metas. ¿ que información aportan los textos para la definición de sistemas de ecuaciones?, ¿ conozco el significado de los términos incógnitas, término independiente, variables y coeficientes?, ¿comprendo el texto?, son elementos indispensable, y se sintetizan en tres componentes claves en la formulación de un problema, Ríos (2004), a saber: a) lo que se conoce; b) lo que se desconoce y c) lo que se busca para la identificación de la estructura del texto, como una estrategia metacognitiva que facilita la comprensión y planificación, después de leído los textos pueden definir sistemas de ecuaciones.

Ejemplo

Relaciona mediante ejemplos la función de los sistemas de ecuaciones. Identificación del significado de los términos. Facilita a los alumnos definiciones para ser analizadas en forma grupal. Demuestra la importancia de planificar como una estrategia que conduce según Ríos (2004):

1.- Anticipar las consecuencias de las acciones.

2.- Comprender y definir el problema.

3.- Definir un plan de acción.

Qué son procesos que conducen a la solución de problemas, mediante la identificación de los datos, comprensión y representación de los sistemas, explicitación del objetivo, meta, clarificación de la estrategia de solución, anticipación de condiciones.

Explicación

Exposición directa por parte del docente sobre la planificación como estrategia metacognitiva para conocer el concepto, los factores y elementos de los sistemas de ecuaciones. Analizando los recursos personales (conocimientos, creencias, motivación, etc.) y ambientales que posee para enfrentar la tarea. Precisión sobre el propósito de la lectura de las definiciones, estrategia a utilizar en la lectura. Se pregunta a los alumnos ¿por qué las definiciones?, ¿qué comprende de la definición?,

Práctica Dirigida

Se realizan ejercicios de conceptualización de sistemas de ecuaciones. Los alumnos con el docente someten a discusión los aspectos importantes a un sistema de ecuaciones, se emiten hipótesis, se hace listado de ideas relacionadas con la definición. ¿Conoce el significado de los términos?, ¿ha comprendido la definición? Se enfatiza la importancia de planificación estableciendo objetivos y estrategias. Planifica una acción relacionando los datos, incógnitas, ideas.

Práctica independiente

Se proporciona al alumno el siguiente concepto (Anexo E):

"Un sistema de ecuaciones lineales es un conjunto de ecuaciones lineales que podemos escribir de forma tradicional así:

$$\left.\begin{array}{l} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 + \ldots + a_{1n}x_n = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 - \ldots + a_{2n}x_n = b_2 \\ \ldots \ \ldots \ \ldots \ \ldots \ \ldots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + a_{n3}x_3 + \ldots + a_{mn}x_n = b_m \end{array}\right\}$$

un sistema así expresado tiene "**m**" ecuaciones y "**n**" incógnitas,

donde a_{ij} son números reales, llamados **coeficientes del sistema**,

los valores b_m son números reales, llamados **términos independientes** del sistema,

las incógnitas x_j son las **variables** del sistema,

y la solución del sistema es un conjunto ordenado de números reales ($s_1, s_2, ..., s_n$) tales que al sustituir las incógnitas $x_1, x_2, ... , x_n$ por los valores $s_1, s_2, ..., s_n$ se verifican **a la vez** las "m" ecuaciones del sistema".

A continuación se explica la planificación como estrategia metacognitiva para evitar que actuemos en forma impulsiva o inconciente mediante la reflexión sobre el texto con las siguientes preguntas ¿que información aporta el textos para la definición de sistemas de ecuaciones?, ¿ conozco el significado de los términos incógnitas, término independiente, variables y coeficientes?, ¿comprendo el texto?, se analiza, discute y reflexiona en clase para obtener conclusiones, luego se presenta una tarea de investigación sobre el contenido.

Evaluación

La evaluación se realiza por la discusión y análisis de conceptos. Evaluación Pretest

Sesión 2. Forma Matricial de un Sistema de Ecuaciones. Estrategias de supervisión.

Competencia

Identificar los factores y elementos que intervienen en la forma matricial de un sistema de ecuaciones.

Monitorear las ideas, conceptos y acciones para resolver problemas.

Indicadores

Identifica factores y elementos de la forma matricial de un sistema de ecuaciones.

Expresar en forma de matriz un sistema de ecuaciones lineales.

Supervisa la aplicación de sus acciones.

Contenido:

Conceptual

Forma matricial de un sistema de ecuaciones.

Procedimental

Determinación de un sistema de ecuaciones como una igualdad de matrices.

Composición de un sistema de ecuaciones a través de su forma matricial.

Actitudinal

Reconocimiento de la importancia de la forma matricial de un sistema de ecuaciones para resolver sistemas.

Valoración del trabajo individual y grupal.

Manifestación de constancia para lograr el éxito

Actividades Didáctica

Introducción General

Comunicación a los alumnos de lo que se va a aprender, y de lo que se aspira que logren como actividades de supervisión de acuerdo a Ruiz (2002):

1.- Un control de la comprensión.

2.- Identificación de las dificultades y causas

3.- Flexibilidad para cambiar de estrategia con el fin de reorientar las acciones que el alumno tomé y conciencia de las actividades a realizar.

La representación de un sistema de ecuaciones lineales en forma matricial a través del concepto de producto de matrices $A \bullet X = B$, en donde

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix}; X = \begin{pmatrix} x_{11} \\ x_{21} \\ x_{31} \end{pmatrix} y\ B = \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & \dots & b_{1n} \\ b_{21} & b_{22} & \dots & b_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ b_{m1} & b_{m2} & \dots & b_{mn} \end{pmatrix}$$

. Como se expresa un sistema de ecuaciones lineales en forma matricial, representar simbólicamente la forma matricial de un sistema de ecuaciones, se identifican respectivamente los nombres de las matrices A, X y B.

Ejemplo

Mediante un ejemplo (Anexo G) el docente presenta la forma matricial de un sistema de ecuaciones lineales para explicar los pasos a seguir en una supervisión como fase de una estrategia metacognitiva:

Explicación

El docente facilita un ejemplo

La expresión: $\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 = 1 \\ x_1 - x_2 + 6x_3 - 5x_4 = 0 \\ 2x_1 + x_2 - x_4 = -6 \\ {}_1x_2 + x_3 - x_4 = 1/2 \end{cases}$ es un sistema de 4 ecuaciones con 4 incógnitas

$$\text{donde } A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & 6 & -5 \\ 2 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 1 & -1 \end{pmatrix} \quad X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x \\ x_4 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -6 \\ 1/2 \end{pmatrix}$$

Se consideran todos los elementos requeridos para la forma matricial mediante la identificación de las matrices que la conforman, matriz A,X y C. Para la supervisión como estrategia metacognitiva se identifican los datos, la variable X, los coeficientes (matriz A), términos independientes (matriz C), etc., como información a manejar para controlar la comprensión de la forma matricial de un sistema de ecuaciones lineales.

Así mismo se detallan los aspectos que dificultan su comprensión, desconocimiento de los términos empleados (matrices, determinantes, multiplicación de matrices) y la operación de multiplicación de matrices. Orientar la atención a lo expuesto anteriormente conduce a una mayor flexibilidad y toma de conciencia para solucionar un problema.

Luego con ejemplos en el pizarrón se realiza el producto de matrices el cual es útil en el estudio de los sistemas de ecuaciones lineales y que un sistema de ecuaciones puede expresarse como una ecuación matricial, Si tienes una matriz de los coeficientes de orden mxn el número de columnas de la matriz de los coeficientes es el número de las incógnitas del sistema.

Práctica Dirigida

Se propone ejercicio para orientar a los alumnos en la Planificación, supervisión y construcción de la forma matricial de un sistema de ecuaciones y su representación en forma de ecuación. Además se hacen las siguientes preguntas ¿Cuáles son los coeficientes?, ¿Cuáles son las variables?, ¿Cuáles son los términos independientes?, ¿se puede realizar el producto de una matriz 3x3 con una matriz 3x1? para dar con la solución.

Obtén la expresión matricial del sistema:

$$\begin{cases} 2x - 3y + 4z = 1 \\ -x + 2y - 2z = 0 \\ 3y - y - 2z = -1 \end{cases}$$

Solución: Dado el sistema se determina la matriz A formada por los coeficientes del sistema, la matriz X formada por las variables y la matriz B integrada por los términos independientes

La expresión es A . X = B

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 4 \\ -1 & 2 & -2 \\ 0 & 3 & -1 \end{pmatrix}; \; X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \; y \; B = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$$

Se realiza preguntas ¿como es una matriz?, ¿Cuántas filas debe tener la matriz de los términos independiente?, Mediante ejemplos de sistemas de ecuaciones lineales en el pizarrón obtén la expresión matricial del sistemas.

Práctica Independiente

Proponer ejercicio y pedir a los alumnos que los resuelvan en forma matricial.

Evaluación

Se evalúa a los alumnos por su participación individual y grupal. Por la realización de los ejercicios en su cuaderno donde identifique la planificación y supervisión de la resolución del ejercicio, así como los datos (matriz de los coeficientes, matriz de las variables y matriz de los términos independientes) que lo conduzcan a la representación matricial de un sistema de ecuaciones lineales, además, de participaciones en forma verbal manifestando la estrategia de solución y limitaciones.

La forma de evaluación es formativa y autoevaluación.

Sesión 3. Solución de un sistema de ecuaciones lineales. Estrategias de evaluación

Competencia

Definir solución de un sistema de ecuaciones lineales.

Evaluar la solución obtenida

Indicadores

Identifica la información que dispone y establece un análisis como puede resolverlo por las ecuaciones y sus incógnitas.

Evalúa la solución obtenida

Contenido:

Conceptual

Resolución de sistema mxn.

Sistemas equivalentes.

Procedimental

Resolver sistemas ecuaciones escalonados.

Construir sistemas Equivalentes.

Evaluar soluciones obtenidas

Actitudinales

Reconocimiento de la importancia de los conocimientos teóricos y prácticos.

Interés por obtener resultados óptimos en su aprendizaje.

Valoración del trabajo individual y grupal.

Actividades Didáctica

Introducción General

El docente facilita a los alumnos sobre cómo aplicar la estrategia metacognitiva para identificar los datos que aporta un sistema de ecuaciones lineales y explica como la evaluación es una estrategia que permite de acuerdo a Ríos (2004):

1.- Establecer la correspondencia entre los objetivos propuestos y los resultados obtenidos.

2.- Decidir sobre la mejor solución de acuerdo a los conocimientos sobre el tema.

3.- Apreciar la validez y pertinencia de las estrategias aplicadas.

Se realiza un ejercicio (Anexo F) explicado por el docente,

Solución:

a. $S_1 \begin{cases} x+z+2t=3 \\ z+t=0 \\ 2t=4 \end{cases}$

De la tercera ecuación se obtiene: 2t=4, por lo tanto, t=2.

Se sustituye este valor en la segunda ecuación y resulta z + 2 = 0, es decir, z=-2

Por último, se sustituye en la primera ecuación los valores de t y de z hallados, y se tiene: x+(-2) + 2 . 2 + 3, entonces x=1.

Por lo tanto, la solución del sistema es el conjunto S={1,-2, 2}.

Para evaluar la solución, se comprueba si las habilidades conducen a soluciones, es decir se realizan el de despeje y la sustitución de valores en las variables, aunado a un diálogo para valorar la utilidad de la estrategia, reflexiona con los alumnos sobre lo aprendido. Así la comprensión y representación del sistema de ecuaciones escalonado, se logra clarificando los objetivos o metas y la definición de una estrategia de resolución

Ejemplo

Con un ejemplo de sistemas de ecuaciones escalonado

$$\begin{cases} x+y+2z=1 \\ \quad y-3z=0 \end{cases}$$

De la segunda ecuación se obtiene: y=3z (I)

Sustituyendo y en la primera ecuación, se tiene: x+3z+2z = 1, de donde, x = 1 – 5z (II).

De (I) y (II) se obtienen los valores de *y* y z respectivamente. Una pregunta que sucede con z.

Con la estrategia de evaluación se comprueba los resultados al despejar y y sustituir de abajo hacia arriba permitiendo obtener todos los valores de las incógnitas del sistema, su solución, así se aprende esta estrategia que permite resolver sistemas escalonados y es muy importante ya que cualquier sistema puede transformarse en escalonado. Se realizan comprobaciones para evaluar los resultados.

Explicación

Se informa a los alumnos de manera explicita como es la resolución de sistemas de ecuaciones lineales llamados escalonados mediante el siguiente ejemplo:

$$\begin{cases} 2x + y + 3z = 1 \\ -5y - 7z = 5 \\ -46z = 0 \end{cases}$$

Antes de resolver el sistema el docente enfatizará la importancia de la planificación (estableciendo objetivos y estrategia), de la supervisión para prestar atención al proceso de resolución (despejes, sustitución de valores, cantidad de incógnitas, cantidad de ecuaciones etc.) y de la evaluación que permite verificar los resultados así como el proceso de solución. Planteando el porque un sistema es compatible determinado si y solo si el número de incógnitas es igual al número de ecuaciones e indeterminado si las ecuaciones son menores que las incógnitas, así tenemos que a partir de una segunda ecuación se empieza a resolver el sistema mediante despejes y sustituciones de la variables.

Práctica Dirigida

Activación por parte de los alumnos de los conocimientos previos sobre el tema de sistema de ecuaciones lineales escalonados mediante preguntas que elabora el docente, ¿como resuelves el sistema?, ¿Cuáles son los posibles errores? y ¿cuales son sus posibles resultados?, seguidamente se observa un ejemplo $\begin{cases} 2x+2y-z=1 \\ y+z=2 \\ 2z=8 \end{cases}$, para aplicar las estrategias de planificación, supervisión y evaluación en la resolución del sistema.

El docente explica a los alumnos las estrategias metacognitivas que debe seguir:

1.- Un plan de acción que comienza despejando la z en la tercera ecuación, así obtiene su valor para ser sustituido en la segunda ecuación y resulta el valor de y, para luego hallar el de x por el mismo proceso de sustitución de variables por su valor.

2.- La supervisión de las acciones en el sentido de si están bien realizados los despejes, sustitución de variables y los cálculos en forma correcta.

3.- La evaluación de la solución, los valores obtenidos corresponden a las incógnitas del sistema y si se ha efectuado correctamente el proceso de solución.

El docente orienta a los alumnos en la forma de resolver y construir sistemas de ecuaciones escalonados equivalentes identificando el número de ecuaciones y de incógnitas. Se pregunta a los alumnos sobre la percepción de lo planteado y que han aprendido sobre las estrategias a utilizar.

Práctica Independiente

El docente propone a los alumnos varios ejercicios aplicando las estrategias metacognitivas y le pide que los resuelvan en los cuales construyan sistemas equivalentes y evalúen los resultados por medio de comprobaciones.

Evaluación

Revisión de los ejercicios en forma grupal y retroalimentación de los resultados obtenidos en la práctica dirigida. Se corrigen los ejercicios considerando el proceso de resolución y resultados que incluya la planificación, supervisión y evaluación.

Formativa y sumativa

Sesión 4: Sistemas de ecuaciones compatibles e incompatibles.

Competencia

Identificar sistema de ecuaciones lineales compatibles e incompatibles.

Inferir si un sistema es compatible o incompatible.

Indicadores

Reconoce cuando un sistema es compatible e incompatible.

Infiere si un sistema es compatible e incompatible.

Contenido:

Conceptual

Sistemas de ecuaciones compatible e incompatible.

Procedimental

Identifica sistemas de ecuaciones compatibles e incompatibles.

Actitudinales

Valora de su potencialidad individual y grupal.

Manifiesta constancia y trabajo.

Actividades Didácticas

Introducción General

El docente presenta a los alumnos sistemas de ecuaciones lineales (Anexo G) donde implementará las estrategias metacognitivas, planificación, supervisión y evaluación para la resolución de los mismos. Comienza con un análisis donde se identifican las condiciones que los hacen compatible e incompatible y genera una serie de preguntas para crear conciencia en el alumno. Se observan varios ejemplos de sistemas de ecuaciones lineales, ¿Que perciben sobre el mismo?, activación de conocimientos previos estableciendo objetivos y decidiendo la estrategia a utilizar, Se procede a resolver un sistema pidiéndole total atención al proceso de comprensión e identificación de dificultades y enfatizando las actividades de evaluación de la solución.

Ejemplo

Mediante ejemplos el docente resuelve un sistema de ecuaciones escalonado para enfatizar la importancia de la planificación, supervisión y evaluación del proceso de resolución ejemplo:

$$\begin{cases} 2x+3y+2z=6 \\ \quad y-4z=2 \\ \qquad 4z=8 \end{cases}$$

Activación de un diálogo con los alumnos donde se reflexiona sobre la planificación, supervisión y evaluación de su resolución, preguntando, ¿qué tipo de sistema es?, ¿cuántas incógnitas y ecuaciones tiene?, ¿con cual ecuación comenzamos el despeje? de tal forma que con las estrategias se determina lo compatible e incompatible de un sistema de ecuaciones lineales. Con los ejemplos que se observa, ¿que solución nos da?, ¿que se concluye con los resultados obtenidos?

Explicación

Presentación de un ejemplo,

$$\begin{cases} 2x + 3y + 2z = 6 \\ y - 4z = 2 \\ 4z = 8 \end{cases}$$

para ser observada por los estudiantes y así activar un diálogo e intercambiar opiniones, creando una matriz de ideas que generan un análisis y monitoreo de sus aportes a la discusión para valorar la importancia de la planificación, supervisión y evaluación en la búsqueda de soluciones a los problemas.

Práctica Dirigida

Guía, orientación y desarrollo de ejercicios donde se clarifiquen las dudas y se implemente lo aprendido mediante la compañía del docente.

Práctica independiente

Se presentarán ejercicios donde el alumno aplicará los conceptos e ideas planteadas en la sesión.

Evaluación:

La evaluación se realiza por la discusión y análisis de conceptos.

Sesión 5: Regla de Cramer

Competencia

Aplicar la regla de Cramer para resolver sistemas de ecuaciones lineales.

Indicadores

Resuelve problemas sencillos de sistemas de ecuaciones lineales por la regla de Cramer.

Manifiesta actitud critica en el uso de la regla de Cramer y al observar los resultados en la resolución de problemas.

Manifiesta perseverancia en la búsqueda de soluciones a problemas.

Contenido:

Conceptual

Regla de Cramer.

Procedimental

Inducción a la Regla de Cramer.

Aplicación de la Regla de Cramer para resolver sistemas de ecuaciones lineales.

Resolución de problemas de sistemas de ecuaciones.

Actitudinal

Interés por la elaboración de estrategias para la resolución de problemas.

Manifestación de creatividad y perseverancia en la búsqueda de soluciones a problemas.

Valoración del trabajo individual y grupal.

Actividades Didácticas

Introducción General

Comunicación a los alumnos que van a aprender la regla de Cramer que se define así: Si A.X = B es un sistema mxn y A≠0, entonces la solución X= $(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ viene dada por:

$X_1 = \frac{|A_1|}{|A|}$, $X_2 = \frac{|A_2|}{|A|}, \ldots, X_n = \frac{|A_n|}{|A|}$, se denota A_j a la matriz que se obtiene al reemplazar la columna j de A por el vector de los términos independientes. Este es un método que permite expresar los valores de las incógnitas de un sistema de ecuaciones lineales mediante una fórmula fácil de aprender, y se aspira que logren la resolución de sistemas de ecuaciones lineales de orden dos y tres mediante el uso de determinantes y la aplicación de las estrategias metacognitivas. Hacer un repaso, breve, sobre los contenidos y habilidades necesarias para activar los conocimientos previos necesarios para el inicio de la clase.

Se realiza la presentación de ejemplos de sistemas de ecuaciones con dos y tres incógnitas a su vez una serie de preguntas necesarias que identifican los componentes de las estrategias metacognitivas hacer aplicados en la resolución de los ejemplos, para orientar las discusiones y diálogos en el aula. En la planificación se le indica a los estudiantes que debe preguntarse, ¿Que estoy buscando?, ¿qué datos aporta el problema?, ¿he comprendido el enunciado?, ¿bajo qué reglas debo resolverlo?, ¿conozco algún método para buscar la solución?. En la supervisión del proceso de solución hay que preguntarse ¿se considera todos los factores requerido para su solución?, ¿están bien realizado los pasos para su solución?, y en la evaluación ¿las respuestas son las correctas?, ¿cómo verifico mi trabajo?

Ejemplo

El docente realiza con determinantes de orden dos y tres una aplicación de resolución de sistemas de ecuaciones lineales con dos y tres incógnitas. Se le solicita al alumno que observe como se resuelve el sistema de incógnitas por cualquier método que use, indicando la importancia de tener conciencia de la planificación, supervisión y evaluación como un requisito para encontrar su solución. Luego se activan las preguntas y dialogo que conducen a la determinación de la regla de Cramer.

Explicación

El docente desarrolla un sistema de ecuaciones por la regla de Cramer como ejemplo:

$$\begin{cases} 2x - y = 9 \\ 5x + 2y = 27 \end{cases}$$

Solución:

Como $A=\begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 5 & 2 \end{vmatrix} = 9 \neq 0$

El sistema tiene solución única X= (x_1,x_2,x_3) con

$$X_1= \frac{|A_1|}{|A|} = \frac{\begin{vmatrix} 9 & -1 \\ 27 & 2 \end{vmatrix}}{9} = 5 \text{ , } X_2= \frac{|A_2|}{|A|} = \frac{\begin{vmatrix} 2 & 9 \\ 5 & 27 \end{vmatrix}}{9} = 1.$$

Resaltando la importancia de pensar en la planificación, supervisión y evaluación del proceso de resolución como estrategias para aprender a expresar los valores de cada una de las incógnitas mediante una fórmula fácil de recordar, y poder resolver muchos problemas.

Práctica Dirigida

El docente demuestra a los alumnos como se resuelve un sistema de ecuaciones con dos incógnitas y de tres incógnitas, realizando una demostración formal de cómo es la regla de Cramer para resolver sistemas de ecuaciones lineales con un énfasis en la aplicación de las estrategias metacognitivas de planificación, supervisión y evaluación. Se fomenta la discusión y el diálogo para el intercambio de opiniones.

Práctica Independiente

El docente asigna una serie de ejercicios a ser realizado por el alumno usando la regla de Cramer manifestando que en cada uno de ellos debe ser acompañado de sus respectivas estrategias metacognitivas.

Evaluación

Se realiza la revisión de los ejercicios y la respuesta a preguntas como ¿qué comprendes sobre lo leído?, ¿Es posible que un sistema hayan más ecuaciones que incógnitas?, ¿como resuelves un sistema de ecuaciones lineales? , que se asignan para ser corregidos y valorados con una calificación, considerando la aplicación de las estrategias metacognitivas de planificación, supervisión y evaluación.

Sesión 6. Resolución de problemas.

Competencia

Resolver problemas de sistemas de ecuaciones.

Indicadores

Resuelve problemas de sistemas de ecuaciones de una y tres incógnitas por medio de la regla de cramer.

Contenido

Conceptual

Resolución de problemas.

Procedimental

Resolución de problemas de sistemas de ecuaciones.

Actitudinal

Interés por la elaboración de estrategias para la resolución de problemas.

Manifestación de creatividad y perseverancia en la búsqueda de soluciones a problemas.

Valoración del trabajo individual y grupal.

Actividades Didácticas

Introducción General

Se inicia la actividad de clase con una evocación de los temas tratados en las clases anteriores para activar los conocimientos previos. Se plantea un problema dando recomendaciones que contribuyan a aminorar las preocupaciones al resolverlo. Haciendo énfasis en las claves que orienten la búsqueda de respuestas como las estrategia metacognitiva, planificación, supervisión y evaluación, que dan la ventaja de logra un mayor éxito en la resolución de problemas

Ejemplo

Un problema matemático como ejemplo para inducir la discusión y el diálogo entre los participantes de la clase, así se ejercita el pensamiento reflexivo para activar el análisis sobre los componentes de un problema y su estrategia metacognitiva para su resolución (planificación, supervisión y evaluación), el enunciado, los datos, la comprensión y representación del problema, clarificación de incógnitas, selección de estrategia de resolución y anticipación de posibles resultados.

Explicación

El docente manifiesta la importancia de un problema en la vida y dentro del estudio de la matemática, en el cual exige en el alumno destrezas analíticas y cualidades en la relación de variables que se obtienen por la implementación de estrategias de planificación, supervisión y evaluación de sus pensamientos.

Práctica Dirigida

Se presenta un problema matemático, se formula preguntas para la identificación de las variables que lo forman y se relacionan, los datos, incógnitas, condiciones y al final como resolverlo por la Regla de Cramer. Posteriormente se comprueba el resultado y verifica si el procedimiento y las respuestas son coherentes.

Práctica Independiente

Plantear problemas y proponer ejercicios en grupo donde se aplique los conocimientos de resolución de problemas de sistemas de ecuaciones lineales con dos y una incógnita.

Evaluación

Se aplica el postest, es de carácter sumativa.

Informe de las Acciones Tomadas

Las sesiones se realizaron en las aulas habituales de clase, tanto la sección "A" grupo experimental bajo el tratamiento del programa en estrategias metacognitivas como la sección "B" grupo control tratado con el mismo material del grupo experimental pero sin la intervención mediadora del docente en estrategias metacognitivas el cual se limitaba a dar información pertinente a los alumnos para la realización de las tareas y los motivaba de acuerdo a los resultados de los ejercicios.

El autor de este estudio desarrollo el programa y las actividades planificadas sin ningún tipo de dificultad con la participación de los estudiantes e incorporados al trabajo en el aula. Las sesiones se cumplieron en el tiempo y horario previsto.

En la sesión uno se inicio con una pregunta dirigida a los alumnos, ¿que son sistemas de ecuaciones lineales?, que activaron los conocimientos previos que poseen sobre el tema. En la participación de los alumnos no se dieron respuestas precisas, sino algunas referencias sobre los sistemas de ecuaciones visto en 9° grado, pero ninguno dio con un concepto. Seguidamente se procedió a indicar el tema y los objetivos de la clase, con la incorporación de un texto constitutivo de varias definiciones con las preguntas, ¿que comprendo del tema?, ¿conozco el significado de las palabras y los signos matemáticos?, como detalles a ser reflexionados. Los alumnos analizaron y opinaron sobre sus factores, elementos y la importancia de las definiciones en forma guiada y conciente para la resolución de problemas. El docente contribuyó anotando en el pizarrón los aportes de los alumnos y seguidamente les solicitó un concepto elaborado en grupo. La jornada se desarrolló en forma amena y cordial.

En la sesión segunda se procedió a explicar los objetivos y el logro de las tareas como primer paso de la clase, seguidamente se incorporó varios conceptos de sistemas de ecuaciones mediante la noción de matrices y determinantes. Para ello, se dio origen a una discusión grupal anotando en el pizarrón las respuesta a las siguientes preguntas,

¿qué comprendes sobre lo leído?, ¿Es posible que un sistema hayan más ecuaciones que incógnitas?, ¿como resuelves un sistema de ecuaciones lineales? , las respuestas dadas por los estudiantes y con la mediación del docente orientaron la vía para encontrar estrategias que permitan resolver el sistema de ecuaciones lineales. Al final de la sesión el docente explico la importancia de prestar atención a las acciones tomadas en la tarea y reflexión sobre el trabajo realizado, como principios que comprueban si son los resultados esperados y como ha trabajado.

En la sesión tercera, el docente recordó lo que habían hecho el día anterior, haciendo hincapié en lo que se iba a aprender y lo que se esperaba que lograran los estudiantes. Algunos estudiantes participaron recordando que se entendía por sistemas de ecuaciones sus elementos y factores. Seguidamente se escribió en el pizarrón varios ejercicios de sistema de ecuaciones escalonado (Anexo F), preguntando ¿cuantas incógnitas tiene el sistema?, ¿Cuántas ecuaciones existen en el ejercicio?, algunos respondieron en forma precisa tres ecuaciones, tres incógnitas y su forma es escalonada. A continuación expuso en forma directa como se soluciona partiendo de la tercera ecuación despejando y sustituyendo la variable, para así ir a la segunda ecuación obteniendo el valor de las otras incógnitas. Los siguientes ejercicios fueron resueltos por los alumnos con la mediación del facilitador y su realización por parte de un voluntario escribiendo en el pizarrón la planificación, supervisión y evaluación del proceso de solución en forma esquemática para mayor claridad y organización de la actvidad. Concluyendo que los ejemplos anteriores de sistemas de ecuaciones escalonados realizados con estrategias metacognitivas conducen a una mejor comprensión en sus sucesivos despejes y sustituciones a su vez permiten obtener los valores de las incógnitas, además un sistema escalonado mxn, es compatible determinado cuando el número de ecuaciones es igual al número de incógnitas.

Las cuarta y quinta sesiones son las que condensaron todo lo realizado en las anteriores ya que en estas se aplicaban con rigurosidad las estrategias metacognitivas llevadas acabo para aprender a resolver sistemas de ecuaciones aplicando el método de Cramer. El docente escribe en el pizarrón sistema de ecuaciones de dos incógnitas , activando los conocimiento previos para su resolución con la pregunta ¿ con qué método se puede resolver el sistema?, respondiendo algunos alumnos con los métodos de igualación, sustitución y reducción, continuando la clase con las preguntas, ¿ que conocen ustedes de esos métodos?, ¿ qué comprende?, ¿ como son los pasos para resolver los sistemas por igualación, sustitución y reducción?, las respuestas dadas por los alumno se anotaron en el pizarrón para sus análisis y reflexión , dando el docente orientaciones que conducen aun plan de solución que les solicitó lo elaboraran en grupos de cuatro personas.

Posteriormente el docente prosiguió a exponer directamente los objetivos de la sesiones con la resolución de sistema de ecuaciones de dos incógnitas y tres incógnitas por el método de Cramer, indicándoles total atención en la forma en que se llevaba acabo para su comprensión y análisis. Les manifestó en que consistía el método y los pasos a seguir para su implementación. Seguidamente les pidió que lo aplicaran en los ejercicios propuestos para resolverlo en sus cuadernos manifestando la importancia de tener un plan de solución, con su revisión y una evaluación de lo realizado como estrategias que conducen a una solución efectiva del sistema. Varios alumnos voluntarios pasaron al pizarrón uno por uno a resolver los ejercicios con la secuencia de preguntas e interrogantes que surgieron por las dudas que se generaron en aquellos alumnos que no comprendían la totalidad del método en lo realizado. Al final se hizo un cierre con las opiniones particulares de cada alumno sobre la clase dada.

La siguiente sesión, sexta consistió en la reafirmación de lo visto en las anteriores con la implementación del método en ejercicios dados por el profesor. Activando los conocimientos previos con la técnica de la pregunta ¿Qué es el método de cramer?, ¿en qué consiste ese método?, ¿que plan debo tener para implementarlo?, ¿como lo aplico en los ejercicios dados? Seguidamente los alumnos procedieron a resolver los problemas aplicando el método y las estrategias metacognitivas de planificación, supervisión y evaluación, manifestando cuales eran sus dificultades y el docente orientando como podían corregirlas mediante la realización de ejercicios.

La última actividad consistió en la aplicación de una prueba (postest) a los grupos experimental y control para medir los conocimientos adquiridos.

Capitulo 5. Resultados

En este capítulo se presentaron los datos obtenidos mediante la aplicación de los instrumentos de medición utilizados en el pretest y el postest de la intervención y se realizaron los análisis pertinentes con el fin de evaluar el programa de intervención. De esta manera se expusieron las conclusiones basadas en los planteamientos de la teoría y otras intervenciones utilizadas como referencia, se hicieron recomendaciones y se propusieron formas de difundir los hallazgos a los que se llegó en esta investigación.

Resultados

El problema referido fue si el entrenamiento en el uso de estrategias metacognitivas mejoraría la resolución de problemas, aplicando la regla de Cramer en estudiantes de 5° año seccion "A" de la Unidad Educativa Pública del Municipio San Felipe Del Estado Yaracuy. Para estudiar esta situación se planteó como objetivo general determinar la efectividad de un programa de intervención en el uso de estrategias metacognitivas en el mejoramiento de la resolución de problemas de sistemas de ecuaciones aplicando el método de Cramer. Para lograr esto se diseñó y aplicó un programa basado en estrategia metacognitivas para mejorar la resolución de problemas de sistemas de ecuaciones por el método de Cramer. Con el fin de verificar las hipótesis planteadas se realizó un pretest y un postest, cuyos resultados se presentan a continuación.

Tabla N° 6
Medias, desviación estándar de e l pretest grupo control y experimental.

	Pretest	Postest	
	X	S	N
Grupo experimental	7,4474	2,0885	38
Grupo control	8,4737	2,5757	38

La media para el grupo experimental en el pretest fue de 7,4474 y 8,4737 en el grupo control según lo expuesto en la tabla N°6, para determinar la diferencias significativas entre estas medias se aplicó el estadístico t de student para muestras independientes, los resultados señalaron que no existe tal diferencia t(74)= -1,345 y p>0,05.

Para comprobar la hipótesis referida a sí la aplicación del programa de intervención en estrategia metacognitivas en los alumnos de 5° Año sección "A" de una Unidad Pública del municipio San Felipe, influye en el rendimiento de los mismos en el postest con respecto a el pretest a un nivel de significativo de ά = 0.005, se compararon las medias de los resultados de ambas pruebas y se aplicó una prueba *t* de Student para muestras relacionadas cuyos resultados se pueden observar en la tabla 7.

Tabla N°7
Medias, desviación típica del pretest y postes grupo experimentat.

	X	S	N
Pretest	7,4474	2,0885	38
Postest	14,0263	2,7552	38
**p<0.05			

Los resultados mostraron una diferencia significativa t(37)= -6,5789, p= 0.000 evidenciando que el desempeño de los alumno de 5° A fue mejor en el postest, con una (X= 14,0263) con respecto al pretest (X= 7,4474) esto da una aceptación a la hipótesis de la mejora en su rendimiento después de ser intervenidos con el programa de estrategias metacognitivas para la resolución de problemas de sistemas de ecuaciones.

Para la hipótesis de si existe diferencia significativa en el rendimiento de los estudiantes del grupo experimental de quinto año en el postest con respecto al grupo control, se realizo un contraste de medias para verificar dicho planteamiento para tal fin se aplicó la t de student pata muestras independientes, obteniéndose t(37) = 7,350 , p = 0,000 demostrando diferencias significativas entre el grupo experimental y grupo control, eso indica que hubo mejor desempeño en el grupo experimental en la prueba de postest, como tal se representa la media del postest en ambos grupo en la tabla N° 8.

Tabla N° 8

Medias del postest en el grupo experimental y grupo control.

	X	S	N
Grupo experimental	14,0263	2,7752	38
Grupo control	9,8421	2,0721	38
**p<0.05			

Discusión

De acuerdo a los resultados obtenidos, se cumplió el objetivo de la intervención y se puede concluir que se logró lo esperado. Los alumnos de 5° año del Municipio San Felipe del estado Yaracuy lograron, aprender estrategias metacognitivas y aplicarlas para mejorar la resolución de problemas de sistemas de ecuaciones lineales por el método de Cramer. Esto se verificó al presentar las tablas con los resultados obtenidos en las pruebas de pretest y postest, lo cuales demuestran que el programa en estrategias metacognitivas permitió la mejora en la resolución de problemas de sistemas de ecuaciones por método de Cramer. Estos datos concuerdan con los obtenidos en otras investigaciones.

En los estudios realizados por Ruiz (2002) y Rosario et al. (2007) los resultados determinaron que el uso de estrategias metacognitivas tuvo un efecto significativo en el mejoramiento de las habilidades de resolución de problemas en los estudiantes de educación básica como a nivel superior. Esta mejoría es consecuencia de la aplicación del programa de entrenamiento que incluyo el componente metacognitivo como estrategia para la resolución de problemas.

El programa de intervención basado en estrategias metacognitivas correspondió con los planteamientos de Campanario (2000), Ríos (2004) y Martínez et al. (2008) que tuvo el objetivo de facilitar a los estudiantes la toma de conciencia de sus propios procesos de aprendizaje, como funcionan, como optimizar su funcionamiento y el control de los procesos.

Otros investigadores validan la relación entre estrategias metacognitivas y la resolución de problemas, con la finalidad de poder realizar intervenciones educativas de mayor calidad, adaptadas a las necesidades y características de los alumnos, Tobozo (2004), Ferreira (1997) y Monserrat (2009). Su aval lo sustentan en que dichas estrategias permiten al estudiante conocer más sobre sus propias habilidades, destrezas y conocimientos (aprendizaje autorregulado) en la resolución de problemas, además mejora su confianza a la hora de abordar cualquier situación. Núñez, Solano, González-Pienda y Rosario (2006) afirman que "este aprendizaje ofrece respuesta a las necesidades psicoeducativas que implican formar personas capaces de adoptar una considerable autonomía en su formación y que desarrollen una serie de herramientas que les permitan un aprendizaje continuo, más allá de su vida académica".

Recomendaciones

Considerando los resultados obtenido en este estudio y los aportes de otras investigaciones realizadas por investigadores se recomienda:

1.- Informar a los docentes de la institución en especial a los de matemática la importancia de enseñar estrategias metacognitivas en sus actividades de clase, así sus alumnos obtienen un pensamiento más reflexivo y crítico de sus acciones.

2.- Emprender proyectos de aprendizaje donde se incluyan en las actividades didácticas estrategias metacognitivas para lograr un de aprendizaje autónomo por parte del alumno.

3.- Realizar talleres de práctica pedagógica en estrategias metacógnitivas que permitan mejorar cualitativamente su praxis pedagógica orientada al aumento potencial de los aprendizajes.

4.- Realizar con los estudiantes jornadas de ejercitación en la resolución de problemas que incluyan las estrategias metacognitivas como una forma de mejorar las habilidades y destrezas en el estudio de la matemática.

5.- Elaborar material instrucciónal para el entrenamiento en estrategias metacognitivas que contribuya en el desarrollo de los procesos de enseñanza y aprendizaje.

6.- Divulgar a la vista del proceso de enseñanza y aprendizaje la importancia de los procesos cognitivos y metacognitivos como variables reguladoras de los aprendizajes.

Difusión

En concordancia con lo aprendido en este estudio y la función pedagógica como convicción y vocación del docente, el autor de esta investigación establecerá contactos con la dirección del plantel, departamento de planificación y coordinaciones de nivel I y II para divulgar y proyectar lo tratado y resultados obtenidos en este estudio como una forma de aportar conocimientos y experiencias en investigación en temas de carácter educativo. Todo con la finalidad de mejorar los procesos de enseñanza y aprendizaje en la institución.

De igual forma en las jornadas de planificación por área académica con los docentes de la institución tanto de la primaria como de la secundaria divulgará y proyectará el estudio para crear matrices de opinión que estimulen el diálogo e intercambio de opiniones que redunden en lo positivo de realizar planificación e investigación en estrategias de aprendizaje especialmente las metacognitivas.

Al igual se considera de relevancia en los consejos de profesores presentar lo estudiado y sus resultados, como evidencia más de la importancia de incluir en sus actividades de clases estrategias metacognitivas que contribuyan a la consolidación de los aprendizajes. Así mismo a nuestros alumnos como futuros multiplicadores de nuestras enseñanzas.

Referencias

Bara S. (2001).*Estrategias metacognitivas y de aprendizaje:Estudio empírico sobre el efecto de la aplicación de un programa metacognitivo, y el dominio de las* estrategias de aprendizaje en estudiantes de E.S.O.,B.U.P y universidad. Recuperado el 20 de abril de 2009 de http://eprints.ucm.es/tesis/edu/ucm-t25562.pdf.

Baroody, A. (2000). *El pensamiento matemático de los niños.*España: Visor.

Buendia, L. (1998). *Investigación educativa.* España: Ediciones Alfor, s.a.

Campanario, J.(2000). *El desarrollo de la metacognición en el aprendizaje de las de las ciencias: Estrategias para el profesor y actividades orientadas al alumno* .Revista Enseñanza de las Ciencias, 3, 369-380. Recuperado el 24 de abril de 2009 de http://dialnet.unirioja.es/ servlet/ extaut?codigo=92641.

Castillo, M. (1999). *Niveles Cognocitivos de los expertos y los novatos.* Candidus, (3),41-45.

Doménech, M. (2006). *El papel de la inteligencia y de la metacognición en la resolución de problemas.* Recuperado el 14 de febrero de 2009 de: http://dialnet.unirioja.es/servlet/tesis?codigo=8216

Desoete A. (2007). *La evaluación y mejora del proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas a través de la metacognición.* Revista electronica de Investigación psicoeducativa. N° 13, vol 5(3). 2007.ISSN:1696-2095. pp:705-730

Flavell, J. (1976). *El desarrollo cognitivo.* España: Editorial Visor.

Ferreira, C (1997). *Una metodoloiia para la enseñanza de resolución de problemas de química dirigidos a los alumnos de 9° grado educación básica.* Revista Paradigma, Recuperado el 10 de abril de 2009 de http://www.revistaparadigma.org.ve/Doc/Paradigma971/Art5.htm

García, J (s/f). *La didáctica de las matemáticas: una visión general.* Red Telemática Europea para la Educación . Recuperado el 20 de marzo de 2009 de http://www.gobiernodecanarias.org/educacion/rtee/didmat.htm

González, F. (2004). *Como desarrollar clases de matemáticas centradas en la Resolución de problemas.* Recuperado el 10 de abril de 2005 del sitio web Saber ULA Universidad de los Andes http://www.saber.ula.ve/handle/123456789/15485

Hidalgo, L. (2005). *La evaluación: una acción social en el aprendizaje.* Caracas: Editora El Nacional.

Martín, E. (1999). *El aprendizaje estratégico.* Madrid: Santillana.

Martínez, R., Tubau, E., Guilera, Ll., Rabanaque, S. & Sánchez, E.(2008). *Utilidad de distintas ayudas en la resolución de un problema de insigth y su relación con las estrategias metacognitivas.* Recuperado el 15 de abril de 2009 de http://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=2655344

Monereo, C. (1998). *Estrategia de enseñanza y aprendizaje. Formación del profesorado y aplicación en la escuela.* España: Editorial Grao

Núñez, J. (2006). *El aprendizaje autorregulado como medio y meta de la educación.* Papeles del Psicólogo, Vol. 27 (3), pp. 139-146. Recuperado el 26 de abril de 2009 de http://www.cop.es//papeles

Orton, A. (1998). *Didáctica de las matemáticas.* Madrid: Ediciones Morata, S.L.

Planchart, E. (1990). *Realidad de la enseñanza de la matemática en la educación básica, media, diversificada y profesional en Venezuela.* Acta científica venezolana. 41: 279-282.

Poggioli, L. (1997). *Estrategias metacognitivas.* Caracas: Fundación polar.

Poggioli, L. (1999). *Estrategias resolución de problemas.* Caracas: Fundación Polar

Polya, G. (2002). *Como plantear y resolver problemas.* México: Editorial Trillas.

Reglamento General de la Ley Orgánica de educación. (2003).

Ríos, P. (2004). *La aventura de aprender.* Caracas: Cognitus, C. A.

Rosario, P., Mourao, R., Núñez, J., González-Pienda, J., Solano, P. & Valle, A. *Eficacia de un programa instruccional para la mejora de procesos y estrategias de aprendizaje en la enseñanza superior.* Recuperado el 18 de abril de 2009 de http://dialnet.unirioja.es/servlet/busquedadoc dc=1&t=eficacia+de+un+ programa +instruccional&td=todo

Ruiz, C. (1998). *Instrumentos de investigación educativa.* Barquisimeto: Cideg, C.A.

Ruiz, C. (2002). *Mediación de estrategias metacognitivas en tareas divergentes y transferencia reciproca.* Disponible en la World Wide Web: <http://www.scielo.org.ve/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1316-00872002000200003&lng=es&nrm=iso>.ISSN 1316-0087 Recuperado 20/05/2009

Soto, C. (2002). *Metacognición, cambio conceptual y enseñanza de las ciencias.* Colombia: Coperativa editorial magisterio.

Tobozo, J. (2004). *Evaluación de habilidades cognitivas en la resolución de problemas matemáticos.* Universitat de Valencia. Recuperado el 20 de mazo de 2009 de http://dialnet.unirioja.esservlet/tesis?codigo=7517

Trillo, F. (1989).*Metacognición y enseñanza.*Anuario Interuniversitario de Didáctica. Recuperado el 14 de febrero de 2009 de http://www.dialnet.unirioja.es/ servlet/tesis?codigo=8216

Venelogía.com. (5/08/2007). Disponible en: http://www.venelogia.com/archivos/1879. Recuperado 23/02/2009.

Villalobos, J. (2007). *Identificación de estrategias de aprendizaje. Un estudio sobre diarios escritos de estudiantes universitarios.* Lectura y Vida. Revista latinoamericana de lectura. Recuperado el 15 de marzo de 2009 de http://web.ebscohost.com/ehost/pdf

Anexo A

Prueba diagnóstica 2008-2009

República Bolivariana de Venezuela

Ministerio del Poder Popular para La Educación

Unidad Educativa Pública

Región Centro Occidental

Prueba de Diagnóstico

Nombre:__________________________.Sección:____.Año:__________

Parte I. Selecciona la expresión la alternativa correcta.

1.- Para que el valor de la fracción 2/3 se duplique sumamos al numerador y al denominador un mismo número. ¿ Cuál es este número?

a) 5

b)-5

c) 6

d)-6.

2.- El menor producto que se obtiene multiplicando dos números del conjunto {-7,-5,-1,1,3} es:

a)-1

b)-35

c)-15

d)-21

3.- La suma de la hipotenusa y un cateto de un triángulo rectángulo es 25cm y su diferencia es 1cm. ¿cuánto mide el otro cateto?

a)5cm

b)1cm

c)12cm

d)25cm

4.- Si $(10^{12} + 25)^2 - (10^{12} - 25) = 10^n$, entonces n es iguala :

a)12

b)4

c)14

d)10

4.- El resultado de simplificar 105/70 es:

a)5/2

b)7/5

c)3/2

d)5/3

5.- El valor de $((\,(3/4)^{-1})^3)^{-1}$ es :

a) 16/9

b) 6/8

c) 1

d)27/64

6.- Al resolver la ecuación $4y - 21 = 9y - 16$ se obtiene la solución:

a)0

b)1

c)-1

d)2

7.- Los pares (x,y) que satisfacen el sistema

$x + 2y = 5$

$3x - 2y = 3$

a)(2,1/2)

b)(4,3/2)

c)(2,3/2)

d)(1,1/2)

Anexo B

Cuestionario de Entrevista

Republica Bolivariana de Venezuela
Ministerio del Poder Popular para La Educación
Unidad Educativa Pública
San Felipe-Edo. Yaracuy

Cuestionario

A continuación se realizan una serie de preguntas para ser respondidas en forma personal y sincera, las misma son para un estudio de investigación.

¡Gracias¡

1.- ¿Tienes un lugar apropiado y material para estudiar?

2.- ¿Realizas lectura y comprensión de textos matemáticos?

3.- ¿Repasas la clase de matemática?

Anexo C

Pretest y postest

Republica Bolivariana de Venezuela
Ministerio del Poder Popular Para la Educación
Unidad Educativa Pública
San Felipe – Edo Yaracuy.

Pretest y Postest

Apellidos:______________________.Nombre:________________________
Asignatura:_____________________ Año:____ Sección:_________

Recomendaciones:

1.- Lee cuidadosamente cada pregunta antes de responder.
2.- Realiza tu prueba en forma individual.
3.- Revisa tu respuesta antes de entregar.

¡Gracias por tu colaboración prestada ¡

Instrucciones, a continuación tienes una serie de preguntas con cuatro alternativas de respuesta selecciona **solo una**, la que consideres correcta, encerrando en un circulo la letra que corresponda a la respuesta.

1.- Los pares (x, y) que satisfacen el sistema $\begin{cases} 3x - 2y = 3 \\ x + 2y = 5 \end{cases}$

respectivamente:

a) (2,1/2)
b) (1/2,2)
c) (4,3/2)
d) (2,3/2)

2.- Un hombre tiene Bs. 950 en monedas de Bs. 50 y Bs.100. Si en total tiene 12monedas. ¿Cuantas monedas son de Bs. 100?:

a) 4
b) 5
c) 6
d) 7

3.- Para que valore de k es compatible el sistema de ecuaciones

$$\begin{cases} 3x+2y=4 \\ kx-6y=0 \end{cases}$$

a) $K\neq 2$
b) $K\neq 3$
c) $K\neq 5$
d) $K\neq 9$

4.- Dada varias ecuaciones con más de una incógnita y se desea hallar las soluciones comunes a ellas, decimos entonces que forman:

a) Una combinación de ecuaciones.
b) Varias ecuaciones.
c) Sistema de ecuaciones.
d) Una comparación de ecuaciones.

5.- Cuando un sistema tiene igual número de ecuaciones e igual número de incógnitas entonces se dice que el sistema es:
a) compatible determinado.
b) compatible indeterminado.
c) incompatible.
d) equivalente.

6.- Si cociente entre dos números es 9 y el resto es 60; la suma del dividendo, el divisor y el resto se obtiene 749. Entonces los números son:
a) 672 y 68.
b) 524 y 16.
c) 48 y 27.
d) 55 y 23.

7.- Un sistema de ecuaciones lineales es compatible determinado si tiene:
a) Una solución.
b) Varias soluciones.
c) Ninguna solución.
d) Varias incógnitas.

8.- Si en un sistema de ecuaciones se efectúa una operación entre sus ecuaciones, se obtiene un sistema:
a) Equivalente.
b) Diferente.
c) Nulo.
d) Ampliado.

9.- Si ambos términos de una fracción se le resta 1 se obtiene 2/3 y si a ambos términos se le suma ¾. La fracción es:
a) 2/5
b) 6/7
c) 4/3
d) 5/7

10.- La solución del sistema $\begin{cases} mp - nq = 0 \\ np + mq = x \end{cases}$ para las incógnitas p y q es:
a) p =0; q =0
b) p =-n; q= m
c) p = $\dfrac{nx}{m-n}$; q = $\dfrac{mx}{m+n}$
d) p = $\dfrac{x}{m-n}$; q = $\dfrac{mx}{m+n}$

11.- Si al numerador de una fracción se le suma 5 se obtiene 1. Si al denominador se le quita 4 se obtiene ½. La fracción es:
a) 1/5
b) ½
c) 3/5
d) 1/6

12.- La solución del sistema $\begin{cases} 3x + 2y = 0 \\ x + y = 1 \end{cases}$ es:

a) x = 2; y = -3
b) x = -2; y = 3
c) x = 4; y = 1
d) x = 5; y = 5

13.- En el siguiente sistema $\begin{cases} 3x+2y-z=4 \\ x-y+z=2 \\ 4x-y+2z=8 \end{cases}$ el valor de x, y, z es:

a) x = 0; y = 6; z = 3
b) x = 1; y = 2; z = 3
c) x = 3; y = 1; z = 4
d) x = -1; y = -2; z = -3.

14.- En un recinto del Parque Zoológico estaban mezcladas las jirafas con los avestruces. Si en total había 30 ojos y 44 patas, el número de jirafas era:
a) 7
b) 8
c) 9
d) 13.

15.- La suma de la hipotenusa y un cateto de un triángulo rectángulo es 25cm y su diferencia es 1 cm. ¿cuánto mide el otro cateto?
a) 5 cm.
b) 1 cm.
c) 12 cm.
d) 25 cm.

Anexo D

Informe prueba piloto

Matriz de itemes prueba piloto

Itemes	Correctos(P)	Incorrectos(Q)	P	Q	P*Q
1	13	17	0,43333333	0,56666667	0,24555556
2	18	12	0,6	0,4	0,24
3	14	16	0,46666667	0,53333333	0,24888889
4	22	8	0,73333333	0,26666667	0,19555556
5	15	15	0,5	0,5	0,25
6	12	18	0,4	0,6	0,24
7	16	14	0,53333333	0,46666667	0,24888889
8	21	9	0,7	0,3	0,21
9	18	12	0,6	0,4	0,24
10	11	19	0,36666667	0,63333333	0,23222222
11	12	18	0,4	0,6	0,24
12	18	12	0,6	0,4	0,24
13	13	17	0,43333333	0,56666667	0,24555556
14	9	21	0,3	0,7	0,21
15	10	20	0,33333333	0,66666667	0,22222222

$$\gamma_{11} = \frac{n}{n-1} \cdot \frac{Vt - \sum P.Q}{Vt} \qquad \gamma_{11} = 0,82820614$$

γ_{11}: Coefieciente de confiabilidad

Vt: Varianza total

P:Proporción de sujetos que pasaron un item sobre el total Q=1-P

Q=1-P

$\sum$P .Q:sumatoria de la var. Individual de los itemes

n/n-1	ΣP.Q	Vt	Vt- ΣP.Q
1,07142857	3,50888889	15,4571429	11,948254

var-Σpq/var	γ_{11}
0,7729924	0,82820614

Anexo E

Texto 1

Texto 1

ESTUDIO DE SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES (s.e.l.)

Para el estudio de sistemas de ecuaciones lineales empleamos dos herramientas matemáticas que nos van a facilitar los cálculos: las matrices y los determinantes.

Las matrices y los determinantes nos permiten expresar de una manera clara, concisa y elegante la condición de compatibilidad de los sistemas de ecuaciones lineales (s.e.l.) - Teorema de Rouché-Fröbenius -.

Cuando estudiamos un s.e.l. debemos preguntarnos:

¿Tiene soluciones el sistema?, es decir, ¿es compatible?
Si tiene soluciones ¿cuántas y cuales son?

Visto esto, estudiar un sistema es:

DISCUTIR = Averiguar si un s.e.l. tiene solución, y si tiene, ver si es única o no.
RESOLVER = Hallar la solución si es única, o las soluciones si son infinitas.

ESTUDIAR = DISCUTIR + RESOLVER

Preliminares:

La ecuación $2x - 3 = 0$ se llama ecuación lineal de <u>una</u> variable. Obviamente sólo tiene una solución.
La ecuación $-3x + 2y = 7$ se llama ecuación lineal de <u>dos</u> variables. Sus soluciones son pares ordenados de números. Tiene infinitas soluciones que se obtienen despejando una variable y dando valores cualesquiera a la otra.
La ecuación $x - 2y + 5z = 1$ se llama ecuación lineal de <u>tres</u> variables. Sus soluciones son ternas ordenadas de números. Tiene infinitas soluciones que se obtienen despejando una variable y dando valores cualesquiera a las otras dos.

En general, una ecuación lineal de "n" variables es del tipo:

$a_1x_1 + a_2x_2 + a_3x_3 + \ldots + a_nx_n = b$ [1]
los valores $a_1, a_2, \ldots$ son los **coeficientes**
el valor b es el **término independiente**
y $x_1, x_2, x_3, \ldots$ son las **incógnitas**

- Las soluciones son las secuencias de números $s_1, s_2, s_3, ..., s_n$ que hacen verdadera la igualdad [1]
- Si los coeficientes valen 0 y el término independiente no, la ecuación se llama **incompatible**. No tiene solución y también se denomina ecuación imposible, proposición falsa o igualdad absurda.
- Si los coeficientes y el término independiente son nulos, se dice que la ecuación es una identidad.

Sistemas de Ecuaciones Lineales:

Muchos problemas de la vida real nos obligan a resolver simultáneamente varias ecuaciones lineales para hallar las soluciones comunes a todas ellas. También resultan muy útiles en geometría (las ecuaciones lineales se interpretan como rectas y planos, y resolver un sistema equivale a estudiar la posición relativa de estas figuras geométricas en el plano o en el espacio).

Un **sistema de ecuaciones lineales** es un conjunto de ecuaciones lineales que podemos escribir de forma tradicional así:

$$\left.\begin{array}{c} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 + \dots + a_{1n}x_n = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 - \dots + a_{2n}x_n = b_2 \\ \dots\ \dots\ \dots\ \dots\ \dots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + a_{n3}x_3 + \dots + a_{mn}x_n = b_m \end{array}\right\}$$

un sistema así expresado tiene "**m**" ecuaciones y "**n**" incógnitas,
donde a_{ij} son números reales, llamados **coeficientes del sistema**,
los valores b_m son números reales, llamados **términos independientes** del sistema,
las incógnitas x_j son las **variables** del sistema,
y la solución del sistema es un conjunto ordenado de números reales $(s_1, s_2, ..., s_n)$ tales que al sustituir las incógnitas $x_1, x_2, ..., x_n$ por los valores $s_1, s_2, ..., s_n$ se verifican **a la vez** las "m" ecuaciones del sistema.

Este mismo **sistema de ecuaciones lineales** en notación matricial tiene esta forma:

$$A \cdot X = B$$

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \cdots & \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & a_{m3} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_m \end{pmatrix}$$

Matriz de coeficientes — Matriz de incognitas — Matriz de terminos indep.

Dode :

- Llamamos **matriz del sistema** a la matriz de dimensión m×n formada por los coeficientes del sistema, y la designamos por A.
- Designamos por X a la matriz columna formada por las incógnitas.
- Denotamos por B a la matriz columna formada por los términos independientes.

y llamamos **matriz ampliada** de dimensión m×(n+1) a la matriz que se obtiene al añadir a la matriz del sistema (= matriz de coeficientes) la columna de los términos independientes, y la denotamos por A*, es decir

$$\left(\begin{array}{cccccc|c} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \cdots & a_{1n} & & b_1 \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \cdots & a_{2n} & & b_2 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & & \cdots \\ a_{m1} & a_{m2} & a_{m3} & \cdots & a_{mn} & & b_m \end{array}\right)$$

Clasificación:

Atendiendo a sus soluciones:

Compatibles
con solución
- **Determinados**
  una solución
- **Indeterminados**
  infinitas soluciones

Incompatibles
sin solución

Atendiendo a sus términos independientes:

Homogeneos (Todos los términos independientes son nulos)

NO homogeneos (No todos sus términos independientes son nulos)

Discusión de un s.e.l. :

Generalmente, para la discusión de un s.e.l., utilizamos el ***Teorema de Rouché-Fröbenius.***

« *Un s.e.l. es compatible si, y sólo si, el rango de la matriz de coeficientes es igual al rango de la matriz ampliada con la columna de los términos independientes. Si estos rangos son distintos el sistema es incompatible.* »

Es decir, la condición necesaria y suficiente para que un sistema de m ecuaciones y n incógnitas tenga solución es que $r(A) = r(A^*)$,

$$r(A)=r(A^*)=h \Rightarrow \text{Sist. Compatible} \begin{cases} n=h \Rightarrow \text{Sist. Comp. Determinado} \\ n>h \Rightarrow \text{Sist. Comp. Indeterminado} \end{cases}$$

$$r(A)\neq r(A^*) \Rightarrow \text{Sist. Imcompatible}$$

- Si el número de incógnitas n es igual al rango h, la solución es única.
- Si el número de incógnitas n es mayor que el rango h, el sistema tiene infinitas soluciones.
- Si el sistema es compatible, el rango del sistema indica el número de ecuaciones linealmente independientes.

Para los sistemas indeterminados la solución puede hallarse despejando k incógnitas principales en función de (n-h) incógnitas denominadas parámetros y que pueden tomar cualquier valor (grados de libertad).

Al hallar el rango en matrices que provengan de s.e.l. es preciso tener en cuenta que si se intercambian columnas en la matriz de coeficientes ha de hacerse de igual forma el cambio correspondiente de incógnitas, teniendo especial cuidado con la columna de los términos independientes que conviene no moverla. En general, es aconsejable realizar todas las operaciones por filas.

Caso particular: Sist. Homogéneos

Como un sistema homogéneo es aquel que tiene todos sus términos independientes nulos, podemos observar que r(A) = r(A*) siempre, luego siempre son compatibles, ya que tienen al menos la solución (0, 0, 0,..., 0) que se denomina **solución trivial**. Puesto que, en la práctica, esta solución carece de interés, suele decirse que un sistema homogéneo posee solución sólo si esta es distinta de la trivial.

Si un sistema homogéneo presenta una solución distinta de la trivial : $(s_1, s_2, \dots, s_n)$ entonces se cumple que son también solución todas las proporcionales a ella : $(k\cdot s_1, k\cdot s_2, \dots, k\cdot s_n)$, para todo número real k.

$$\underbrace{r(A)=r(A^*)}_{siempre}=k \begin{cases} n=k \Rightarrow \underbrace{\text{Sist. Incompatible}}_{\text{sólo la solución trivial}} \\ n>k \Rightarrow \text{Sist. Comp. Inceterminado} \end{cases}$$

Ejemplo:

$$\left.\begin{array}{r} x+y+z=11 \\ 2x-y+z=5 \\ 3x+2y+z=24 \end{array}\right\}$$

$$r\begin{pmatrix} \boxed{1} & 1 & 1 & \vdots & 11 \\ 2 & -1 & 1 & \vdots & 5 \\ 3 & 2 & 1 & \vdots & 24 \end{pmatrix} = r\underset{\substack{f_2=f_2-2f_1 \\ f_3=f_3-3f_1}}{\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & \vdots & 11 \\ 0 & -3 & -1 & \vdots & -17 \\ 0 & -1 & -2 & \vdots & -9 \end{pmatrix}} = r\underset{f_2 \rightleftarrows f_3}{\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 11 \\ 0 & \boxed{-1} & -2 & -9 \\ 0 & -3 & -1 & -17 \end{pmatrix}} = r\underset{f_3=f_3-3f_2}{\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & \vdots & 11 \\ 0 & -1 & -2 & \vdots & -9 \\ 0 & 0 & 5 & \vdots & 10 \end{pmatrix}}$$

Discusión

$$\left.\begin{array}{l} r(A)=3 \\ r(A^*)=3 \end{array}\right\} k=3 \Rightarrow \text{Sist compatible}$$

$$\left.\begin{array}{l} n=3 \\ k=3 \end{array}\right\} n=k \Rightarrow \text{Sist comp determinado}$$

Métodos de Resolución de s.e.l. :

Resolver un sistema de ecuaciones es hallar todas sus soluciones. Obviamente, un sistema se puede resolver cuando es compatible, es decir, lo primero que debemos hacer es *discutir* el sistema (teorema de Rouché-Fröbenius) para averiguar su compatibilidad.

Para resolver un s.e.l. hay que hacer transformaciones en las ecuaciones hasta que todas las incógnitas queden despejadas. Estas transformaciones convierten nuestro sistema inicial en otro/s sistema/s (con aspecto distinto y más fáciles de resolver) que tienen las mismas soluciones (= ***sistemas equivalentes***).

Generalmente las transformaciones más habituales son :
(criterios de equivalencia)

- Intercambiar dos ecuaciones entre sí.
- Suprimir una ecuación que tenga todos sus elementos nulos.
- Suprimir una ecuación que sea proporcional a otra.
- Suprimir una ecuación que sea combinación lineal de otra/s
- Multiplicar o dividir una ecuación por un número distinto de cero.
- Sustituir una ecuación i de este modo : $E_i = E_i + a \cdot E_j$

- Método de Cramer (por determinantes)

Es aplicable si el sistema tiene igual número de ecuaciones que de incógnitas n=m y el determinante de la matriz de coeficientes es distinto de cero. Es decir, un sistema de Cramer es, por definición, compatible determinado y, por tanto, tiene siempre una solución única.

El valor de cada incógnita x_i se obtiene de un cociente cuyo denominador es el determinate de la matriz de coeficientes, y cuyo numerador es el determinante que se obtiene al cambiar la columna i del determinante anterior por la columna de los términos independientes.

Ejemplo-:

Resolver el siguiente sistema compatible determinado

$$\left.\begin{array}{l} x+y+z=11 \\ 2x-y+z=5 \\ 3x+2y+z=24 \end{array}\right\} \Rightarrow \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 11 \\ 2 & -1 & 1 & 5 \\ 3 & 2 & 1 & 24 \end{array}\right)$$

$$|A|=\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & 1 \\ 3 & 2 & 1 \end{vmatrix}=(-1+3-4)-(-3+2+2)=5$$

$$|A_x|=\begin{vmatrix} 11 & 1 & 1 \\ 5 & -1 & 1 \\ 24 & 2 & 1 \end{vmatrix}=(-11+24+10)-(-24+22+5)=20$$

$$|A_y|=\begin{vmatrix} 1 & 11 & 1 \\ 2 & 5 & 1 \\ 3 & 24 & 1 \end{vmatrix}=(5+33-48)-(15+24-22)=25$$

$$|A_z|=\begin{vmatrix} 1 & 1 & 11 \\ 2 & -1 & 5 \\ 3 & 2 & 24 \end{vmatrix}=(-24+15+44)-(-33+10+48)=10$$

$$x=\frac{|A_x|}{|A|}=\frac{20}{5}=4\ ;\ y=\frac{|A_y|}{|A|}=\frac{25}{5}=5\ ;\ z=\frac{|A_z|}{|A|}=\frac{10}{5}=2$$

Disponible en: http://personal.redestb.es/ztt/tem/t8_estudio_sel.htm

Anexo F

Texto 2

Texto 2

Sistemas de Ecuaciones Lineales

Se dice que varias ecuaciones lineales forman un sistema cuando interesa hallar las soluciones comunes a todas ellas.

Se suele indicar abrazando las ecuaciones con una llave, como en el caso de las siguientes **m** ecuaciones con **n** incógnitas:

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots\dots + a_{1n}x_n = c_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots\dots + a_{2n}x_n = c_2 \\ \dots\dots\ \dots\dots\ \dots\dots\ \dots\dots\ \dots\dots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots\dots + a_{mn}x_n = c_m \end{cases}$$

O también en forma matricial:

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \end{pmatrix}$$

Donde:

Los a_{ij}, llamados coeficientes los c_i , los llamados términos independientes, son números reales.

Los símbolos x_1 , x_2 , x_n , representan las n incógnitas del sistema.

Un sistema mxn se llama homogéneo si todos sus términos independientes son nulos; en caso contrario, lo llamamos no homogéneo.

Un sistema es compatible si tiene solución; en caso contrario si carece de solución, es incompatible.

Un sistema compatible puede tener:

- Una única solución (en este caso se denomina compatible determinado).
- Infinitas soluciones (en ese caso compatible indeterminado).

Resolución de sistemas mxn

Para resolver un sistema mxn se establecera como pueden resolverse los llamados sistemas "escalonados", que son aquellos en los cuales cada ecuación, a partir de la segunda, empieza, por lo menos, con un coeficiente nulo más que la anterior.

Ejercicio resuelto

Resolver los siguientes sistemas escalonados S_1 y S_2.

a. $S_1 \begin{cases} x+z+2t=3 \\ z+t=0 \\ 2t=4 \end{cases}$

b. $S_2 \begin{cases} x+z+2z=1 \\ y-3z=0 \end{cases}$

Solución:

a. $S_1 \begin{cases} x+z+2t=3 \\ z+t=0 \\ 2t=4 \end{cases}$

De la tercera ecuación se obtiene: 2t=4, por lo tanto, t=2.

Se sustituye este valor en la segunda ecuación y resulta z + 2 = 0, es decir, z=-2

Por último, se sustituye en la primera ecuación los valores de t y de z hallados, y se tiene: x+(-2) + 2 . 2 + 3, entonces x=1.

Por lo tanto, la solución del sistema es el conjunto S={1,-2, 2}.

b. $S_2 \begin{cases} x+z+2z=1 \\ y-3z=0 \end{cases}$

De la segunda ecuación se obtiene: y = 3z.(I)

Sustituyendo y en la primera ecuación, se obtiene: x + 3z + 2z = 1, de donde, x = 1 – 5z.(II).De (I) y (II) se obtienen valores de y y de x, respectivamente. Se pregunta ¿qué sucede con z?

Ejemplos:

a) $\begin{cases} 2x_1 - 3x_2 + x_3 = 5 \\ x_1 + 4x_2 - 2x_3 = -1 \\ -x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 1 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 2x - y = 9 \\ 5x + 2y = 27 \end{cases}$ c) $\begin{cases} 2x + 2y - z = 1 \\ x + 5y + z = 1 \\ x - y + 2z = 3 \end{cases}$ d) $\begin{cases} x + y + z = 2 \\ 3x - 2y - z = 4 \\ 2x - 2y + z = 1 \end{cases}$

d) $\begin{cases} 100x + 50y + 15z = 2075 \\ 50x + 100y + 100z = 2250 \\ 150x + 100y + 500z = 5750 \end{cases}$ e) $\begin{cases} 2x - 3y + 4z = 1 \\ -x + 2y - 2z = 0 \\ 3y - y - 2z = -1 \end{cases}$

Problemas

1.- En una granja se crían gallinas y conejos. Si se cuentan las cabezas, son 50, si las patas, son 134. ¿Cuántos animales hay de cada clase?

2.-Halla dos números tales que si se dividen el primero por 3 y el segundo por 4 la suma es 15; mientras que si se multiplica el primero por 2 y el segundo por 5 la suma es 174.

3.- El área de un triángulo rectángulo es 120 cm^2 y la hipotenusa mide 26 cm. ¿Cuáles son las longitudes de los catetos?

4.- Tengo 30 monedas. Unas son de cinco Bs.F. y otras de un BsF. ¿Puedo tener en total 78 Bs.F.?

(Texto adaptado de Santillana Matemática 2, 2008)

Anexo G

Texto 3

Texto 3

Concepto de sistemas de ecuaciones lineales

Un sistema de m ecuaciones lineales con n incognitas $x_1, x_2, \dots, x_n$, es un conjunto de ecuaciones lineales de la forma:

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots\dots + a_{1n}x_n = c_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots\dots + a_{2n}x_n = c_2 \\ \dots\dots\dots \dots\dots\dots \dots\dots\dots \dots\dots\dots \dots\dots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots\dots + a_{mn}x_n = c_m \end{cases} \qquad \text{(I)}$$

Donde las a_{ij} y c_i son numeros reales. La matriz

$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix}$ se llama matriz del sistema.

$X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$ se llama matriz columna de las incógnitas.

$C = \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \end{pmatrix}$ se llama matriz columna de los términos independientes del sistema.

(Texto tomado de ediciones Elipse matemática II, 1994)

Forma matricial de un sistema de ecuaciones lineales.

UN sistema de m ecuaciones con n incógnita como (I), se puede escribir como una igualdad de matrices, así:

$$A\,X = C \text{ esto es: } \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \end{pmatrix} \qquad \text{(II)}$$

La expresión (II) se llama forma matricial del sistema de ecuaciones (I).

Ejemplo

La expresión: $\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 = 1 \\ x_1 - x_2 + 6x_3 - 5x_4 = 0 \\ 2x_1 + x_2 - x_4 = -6 \\ {}_1x_2 + x_3 - x_4 = 1/2 \end{cases}$ es un sistema de 4 ecuaciones con 4

incógnitas donde $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & 6 & -5 \\ 2 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ $X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x \\ x_4 \end{pmatrix}$ $C = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -6 \\ 1/2 \end{pmatrix}$

Matriz del sistema de incógnitas matriz de la t . i.

La forma matricial del sistema es:

$$\begin{array}{ccc} A & X & = \quad C \\ \begin{pmatrix} 3 & 2 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & 6 & -5 \\ 2 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 1 & -1 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x \\ x_4 \end{pmatrix} & = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -6 \\ 1/2 \end{pmatrix} \end{array}$$

Nota que si efectúas el producto AX e igualas a C, se obtiene el sistema original.

T, c8
ppR6891