



UNIVERSIDAD CATOLICA ANDRES BELLO  
 Urb. Montalbán - La Vega - Apartado 29068  
 Teléfono: 407-42-68 y 407-42-69 Fax: 407-43-52  
 Estudios de Postgrado

## ACTA DE EVALUACIÓN DE TRABAJO ESPECIAL DE GRADO EDUCACIÓN: PROCESOS DE APRENDIZAJE

Nosotros, Profesores Patricia Peña (Asesora) y Pedro Navarro, designados por el Consejo de Área de Humanidades y Educación el día **dieciséis** de **julio** de **dos mil ocho**, para conocer y evaluar en nuestra condición de jurado el Trabajo Especial de Grado "**TENDENCIAS DE LA ENSEÑANZA DE LA GEOMETRÍA Y DE LA GEOMETRÍA DESCRIPTIVA EN EDUCACIÓN SUPERIOR**", presentado por **Elizabeth Cristina Ricardo Moncada**, C.I. N°. **6.750.500**, para optar al título de **Especialista en Educación**.

Declaramos que:

Hemos leído el ejemplar del Trabajo Especial de Grado que nos fue entregado con anterioridad por la Dirección del Programa.

Reunidos el día **veintidós de Julio de dos mil ocho** en la sede de los Estudios de Postgrado de la Universidad Católica Andrés Bello, previa lectura y estudio del mencionado trabajo, hemos decidido formalizar el siguiente dictamen:

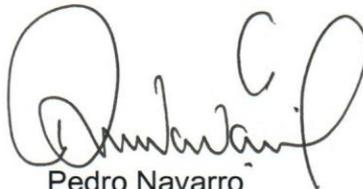
### APROBADO

Hemos acordado calificar el Trabajo Especial de Grado con **Dieciocho (18)** puntos.

En fe de lo cual, nosotros los miembros del jurado designado, firmamos la presente acta en Caracas, a los **veintidós** días del mes de **Julio** de **dos mil ocho**.

  
 Patricia Peña  
 C.I.: 2.940.675



  
 Pedro Navarro  
 C.I.: 3.825.413



UNIVERSIDAD CATOLICA ANDRES BELLO  
 Urb. Montalbán - La Vega - Apartado 29068  
 Teléfono: 407-42-68 y 407-42-69 Fax: 407-43-52  
 Estudios de Postgrado

## ACTA DE EVALUACIÓN DE TRABAJO ESPECIAL DE GRADO EDUCACIÓN: PROCESOS DE APRENDIZAJE

Nosotros, Profesores Patricia Peña (Asesora) y Pedro Navarro, designados por el Consejo de Área de Humanidades y Educación el día **dieciséis** de **julio** de **dos mil ocho**, para conocer y evaluar en nuestra condición de jurado el Trabajo Especial de Grado "**TENDENCIAS DE LA ENSEÑANZA DE LA GEOMETRÍA Y DE LA GEOMETRÍA DESCRIPTIVA EN EDUCACIÓN SUPERIOR**", presentado por **Elizabeth Cristina Ricardo Moncada**, C.I. N°. **6.750.500**, para optar al título de **Especialista en Educación**.

Declaramos que:

Hemos leído el ejemplar del Trabajo Especial de Grado que nos fue entregado con anterioridad por la Dirección del Programa.

Reunidos el día **veintidós de Julio de dos mil ocho** en la sede de los Estudios de Postgrado de la Universidad Católica Andrés Bello, previa lectura y estudio del mencionado trabajo, hemos decidido formalizar el siguiente dictamen:

### APROBADO

Hemos acordado calificar el Trabajo Especial de Grado con **Dieciocho (18)** puntos.

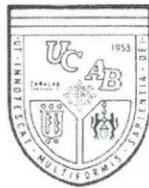
En fe de lo cual, nosotros los miembros del jurado designado, firmamos la presente acta en Caracas, a los **veintidós** días del mes de **Julio** de **dos mil ocho**.

Patricia Peña  
 C.I.: 2.940.675



Pedro Navarro  
 C.I.: 3.825.413

AAK6627



UNIVERSIDAD CATÓLICA ANDRÉS BELLO  
VICERRECTORADO ACADÉMICO  
DIRECCIÓN GENERAL DE ESTUDIOS DE POSTGRADO  
ÁREA DE HUMANIDADES Y EDUCACIÓN  
Especialización en Educación: Procesos de Aprendizaje

Trabajo Especial de Grado

TENDENCIAS DE LA ENSEÑANZA DE LA GEOMETRÍA Y DE LA  
GEOMETRÍA DESCRIPTIVA EN EDUCACIÓN SUPERIOR

presentado por:  
Elizabeth Cristina Ricardo Moncada.  
Para optar al título de  
Especialista en Educación

Asesora  
Patricia Peña

Puerto Ordaz, Junio de 2008



UNIVERSIDAD CATÓLICA ANDRÉS BELLO  
VICERRECTORADO ACADÉMICO  
DIRECCIÓN GENERAL DE ESTUDIOS DE POSTGRADO  
ÁREA DE HUMANIDADES Y EDUCACIÓN  
Especialización en Educación: Procesos de Aprendizaje

Trabajo Especial de Grado

TENDENCIAS DE LA ENSEÑANZA DE LA GEOMETRÍA Y DE LA  
GEOMETRÍA DESCRIPTIVA EN EDUCACIÓN SUPERIOR

presentado por:  
Elizabeth Cristina Ricardo Moncada.  
Para optar al título de  
Especialista en Educación

Asesora  
Patricia Peña

Puerto Ordaz, Junio de 2008

UNIVERSIDAD CATÓLICA ANDRÉS BELLO  
DIRECCIÓN GENERAL DE ESTUDIOS DE POSTGRADO  
ÁREA DE HUMANIDADES Y EDUCACIÓN

PROGRAMA DE ESPECIALIZACIÓN EN EDUCACIÓN  
MENCIÓN: PROCESOS DE APRENDIZAJE

TENDENCIAS DE LA ENSEÑANZA DE LA GEOMETRÍA Y DE LA  
GEOMETRÍA DESCRIPTIVA EN EDUCACIÓN SUPERIOR

Autor: Elizabeth C. Ricardo M.

Asesora: Patricia Peña.

Fecha: Junio de 2008

#### Resumen

El propósito de la monografía es describir las tendencias de la Enseñanza de Geometría y de Geometría Descriptiva, a nivel de Educación Superior. Se analizarán las estrategias utilizadas en esta área, en los últimos diez años, se iniciará con un resumen del contenido de geometría en la educación venezolana, luego en la enseñanza de la Geometría se abordará el Modelo pedagógico de Van Hiele, la teoría de la Borrosidad para evaluar el grado de adquisición de los niveles de Van Hiele, comparación de los niveles de Van Hiele con los Niveles SOLO, los principios de procedimientos del modelo pedagógico de Van Hiele, se incluirá también la investigación sobre las representaciones que poseen los docentes, bien sea profesionales de la docencia o no docentes, sobre Geometría Plana y su incidencia en la enseñanza de la misma. En el área de Geometría Descriptiva se incluirá la evolución del dibujo a Geometría Descriptiva, investigaciones y estrategias utilizadas en España (Tutor- evaluador y Aplicación didáctica interactiva), Colombia (enseñanza con Auto-CAD), Argentina (soft Cabri Geómetre), Brasil (Un Applet, escrito en lenguaje Java), y Venezuela (elaboración imaginaria y sistema didáctico-sistema de medios). La revisión brindará la panorámica de una tendencia general al cambio, tanto en el docente, que incorpora nuevas estrategias, como en el estudiante que se siente motivado ante el interés del docente y la novedad de las estrategias utilizadas.

Descriptores: Enseñanza de la Geometría, Geometría Descriptiva, Modelo de Van Hiele, Teoría de la borrosidad, Elaboración imaginaria.

## Indice de Contenidos

	Página
Introducción.....	1
Tendencias de la Enseñanza de la Geometría y de la Geometría Descriptiva en Educación Superior.	
Enseñanza de la Geometría.....	6
Modelo de Van Hiele para la didáctica de la Geometría.....	16
Evaluación del grado de adquisición de los niveles de Van Hiele en los estudiantes universitarios, utilizando la teoría de La Borrosidad. ....	22
Comparación de los Niveles de Van Hiele con los Niveles SOLO.....	24
Principios de procedimientos. El Modelo pedagógico de Van Hiele	29
Representaciones que poseen de la Geometría Plana, los Docentes de Matemática, no graduados de educadores.....	32
Enseñanza de la Geometría Descriptiva .....	34
La edad moderna en el dibujo y la Geometría Descriptiva de Gaspar Monge.....	34
Estrategias didácticas aplicadas para la enseñanza de la Geometría Descriptiva en Educación Superior.....	36
España.....	37
Colombia.....	39
Argentina.....	41
Brasil.....	44
Venezuela.....	48
Estrategias de enseñanza utilizadas por la autora....	48
Presentación del pensum de la materia de Geometría Descriptiva I en la carrera de Ingeniería Civil.....	57
Experiencia en UNEXPO- Puerto Ordaz.....	61
Conclusiones.....	64
Referencias.....	74
Tablas.....	
1    Estrategia de enseñanza de la Geometría Descriptiva en Educación superior en España.....	40
2    Estrategia de enseñanza de la Geometría Descriptiva en Educación superior en Colombia.....	42
3    Estrategia de enseñanza de la Geometría Descriptiva en Educación superior en Argentina.....	45
4    Estrategia de enseñanza de la Geometría Descriptiva en	

	Educación superior en Brasil.....	47
5	Pensum de la materia de Geometría Descriptiva I hasta 2004-2005.....	58
6	Contenido de la materia Dibujo I.....	60
Figuras.....		
1	Diedro recto.....	53
2	Identificación del plano vertical (PV), plano horizontal (PH), origen de coordenadas O, ejes: x, y, z; primer Cuadrante (IC).....	53
3	Punto A en el espacio con su proyección vertical y proyección horizontal.....	54
4	Cuatro puntos A, B, C, D cada uno en un cuadrante.....	54
5	Alumnos con diedro y los cuatro puntos representados en cada cuadrante.....	55

## Introducción

El propósito del presente trabajo monográfico es analizar las nuevas tendencias de la enseñanza de la materia Geometría Descriptiva, en el nivel de Educación Superior a partir de una exploración inicial de varias estrategias de la enseñanza de la Geometría en general y, luego, un análisis de algunas de las estrategias utilizadas en los últimos diez años en la enseñanza de la Geometría Descriptiva (GD) en educación superior.

El interés en el tema surge de la preocupación de la Autora por el bajo rendimiento de los alumnos en GD, en la Facultad de Ingeniería de una Institución de Educación Superior, privada, ubicada en el estado Bolívar; donde labora actualmente, con 5 años de experiencia en la docencia de esa unidad curricular, permitiéndole tener conocimiento en el área, evidenciar la necesidad de conocer nuevas tendencias de la enseñanza de la Geometría Descriptiva y la necesidad de la difusión de la información obtenida.

En la investigación realizada se describen las estrategias de la enseñanza de la Geometría Descriptiva utilizadas por la autora, el plan de evaluación y el plan de clases de GD. Se incluye también un estudio llevado a cabo por algunas profesoras en el departamento de Matemáticas de en la Universidad Nacional Experimental Politécnica Núcleo Puerto Ordaz (UNEXPO) relacionados con la materia.

Las estadísticas del rendimiento de los estudiantes de la materia Geometría Descriptiva, en la Facultad de Ingeniería, en la institución de educación superior donde labora la autora son las siguientes: a) La calificación promedio con la que aprobaron el 37,05% de los alumnos es de 12,7 puntos, b) la calificación

promedio con la que reprobaron el 62,87% de los alumnos es de 5,26 puntos, en una escala de evaluación de 01 a 20 puntos. Lo cual demuestra un problema en el proceso de enseñanza aprendizaje de la materia en cuestión.

Los datos de esta estadística fueron tomados de las actas de notas de la materia de Geometría Descriptiva de la Facultad de Ingeniería para un total de 1.396 alumnos. No se tomó en cuenta los resultados de los alumnos inscritos en la materia en el segundo semestre del año 2006-2007.

Esta información, da la justificación para el presente trabajo de análisis documental sobre las tendencias de las estrategias de enseñanza de la materia en los últimos diez años.

Como antecedente al presente trabajo se alude la investigación de Álvarez y Rodríguez (2003) quienes abordaron el rendimiento académico en las cátedras de Geometría Descriptiva y Cálculo en la escuela de Ingeniería Industrial Guayana. En el trabajo de campo se realizaron entrevistas semi-estructuradas a los profesores y alumnos, levantaron las estadísticas de los rendimientos en dichas materias, realizaron con el apoyo del CADH pruebas de razonamiento verbal, numérico y espacial, a todos los alumnos inscritos y cursando las materias involucradas en el estudio. Los autores analizaron toda esta información y consideran fundamental abrir líneas de investigación en las estrategias de enseñanza de estas materias y la actualización del docente para iniciar el proceso de mejora en el rendimiento de los alumnos.

Por otra parte, el análisis documental que se presenta está basado en artículos de revistas especializadas en pedagogía, resúmenes de tesis de grado, investigaciones didácticas, trabajos de asensos, provenientes de la base de datos

EBSCO Information Services, EBSCO Host, la mayoría de los artículos son arbitrados y artículos provenientes de la investigación realizada por la autora en Bibliotecas, textos de la materia y entrevistas con docentes de la materia en otras Instituciones, el material utilizado es de los últimos diez años.

Se aborda inicialmente la enseñanza de la geometría, con el modelo de Van Hiele para la didáctica de la Geometría, una comparación entre los Niveles de Van Hiele y los Niveles SOLO, y se analizan las estrategias de enseñanza relacionadas con los modelos de Van Hiele utilizadas en Venezuela.

Posteriormente se analiza la enseñanza de la Geometría Descriptiva recorriendo desde la edad moderna en el Dibujo y la Geometría de Gaspar Monge, las nuevas tecnologías en la enseñanza de la Geometría Descriptiva utilizadas en: España, Colombia, Argentina, Brasil, y en Venezuela con las estrategias utilizadas en la experiencia docente de la autora, se presentan los dos pensum y el plan de evaluación utilizado para la materia, se hace un resumen de la experiencia de la UNEXPO Puerto Ordaz, y se incluye el resumen de una investigación realizada en el tema por profesoras de la materia.

Se espera que esta monografía represente un aporte en el área de la enseñanza de la Geometría Descriptiva puesto que el análisis de estas estrategias nos permite estudiar la posible aplicación de nuevas estrategias en la enseñanza de la GD, para poder determinar las relaciones causa efecto entre estrategias y rendimiento académico, para así mejorar el rendimiento actual de dicha materia.

La metodología que se utilizó para la presente monografía abordó una revisión de la literatura existente, utilizando la base de Datos EBSCO, Fuente Académica, Academic Serch Premier. Se utilizaron las siguientes palabras

claves o descriptores: geometría, geometría descriptiva, estrategias, estrategias para enseñanza de geometría. Luego por cada descriptor y por fecha, se hallaron una serie de artículos arbitrados relacionados con el tema.

Otra fuente de información se obtuvo mediante una entrevista realizada a la Jefe de Cátedra de Ciencias Gráficas del departamento de Matemáticas de la Facultad de Ingeniería, de la UNEXPO.

Otra de las fuentes fue facilitada por la directora de la Escuela de Ingeniería Industrial de la Institución donde labora la autora de la monografía, dicha fuente es un proyecto: “Metodología y Medios para la Formación de la Habilidad de Razonamiento Espacial y de su Representación Bidimensional”. Elaborado por: Arq. Eddy Albornoz de Contreras, la Arq. Adela Fuentes de Antillano y la Arq. Arehany Ponte Carrillo, de la Universidad de Los Andes Mérida Venezuela, y de la Universidad Nacional Experimental Politécnica Puerto Ordaz Venezuela, Respectivamente. (Las dos últimos arquitectos trabajaban en la UNEXPO.) Presentado este proyecto en la Habana, Cuba. En 1996.

Otra fuente de información fue la bibliografía propiedad de la autora recopilada a lo largo del post-grado, en esta revisión se tomaron en cuenta los títulos de las lecturas, capítulos y de los libros, se realizó una primera selección de aquellos relacionados con el área de investigación, luego de esta preselección se realizó una lectura rápida de los subtítulos de los capítulos y se seleccionaron los párrafos de interés, se procedió a la técnica del subrayado de las ideas principales relacionadas con el área.

Se utilizó también la herramienta de las alertas de los buscadores en internet, con lo cual informaban de artículos relacionados con ciertos descriptores

para los cuales se pedía el alerta, estos artículos se consultaron y si la fuente es confiable y arbitrada se selecciono los de mayor aporte al área.

La autora investigó en el CD del IV Congreso Internacional Trujillano de Educación en Matemática y Física (IV CITEMF) realizado en Trujillo- Venezuela del 15 al 19 de Noviembre del 2005, en dicho CD se encuentra toda la información del congreso, las ponencias y sus resúmenes, la autora realizó la siguiente metodología: revisó los resúmenes de las ponencias, inicialmente el título, realizo la primera selección y luego con la lectura de cada resumen de las ponencias seleccionadas se escogieron sólo las que aportaran mayor información relacionada con el tema y que no se tuviese en ninguna de las fuentes anteriormente seleccionadas.

Luego se realizó un resumen de cada una de las fuentes y se procedió a su clasificación por tópicos y sub-tópicos, se realizó el esquema del trabajo, y el análisis de cada uno de los artículos, bajo el criterio del conocimiento previo de la materia, bajo la experiencia docente en el área y bajo el enfoque de la reflexión de la práctica docente en el contexto en el cual se desenvuelve la autora.

## Tendencias de las Estrategias de Enseñanza de Geometría y Geometría

### Descriptiva en Educación Superior

#### *Estrategias de Enseñanza de Geometría*

En esta primera fase de la investigación documental se presenta las estrategias de la enseñanza de la geometría, en particular, la Geometría Plana y Geometría Espacial, que se emplean en todos los niveles de educación, iniciándose en la educación inicial, pasando por la primera etapa de la Educación Básica hasta llegar a la cuarta etapa.

En el primer nivel de Educación Básica se introduce nociones de geometría con el propósito de brindarle al niño la oportunidad de ubicarse en el espacio que lo rodea, representar y describir las formas de las figuras de su entorno, y apreciar las figuras y cuerpos geométricos como modelos de la realidad; emplear procesos tales como: clasificar, seriar, interpretar y realizar distribuciones sencillas; construir, dibujar, comparar, describir, empleando la observación juegos de cambio de posición de personas u objetos, y representaciones gráficas.

Utilización de estrategias de manipulación de cuerpos geométricos, cubos, paralelepípedos, pirámides, también es utilizada la construcción de cuerpos geométricos con distintos materiales como plastilina, arcilla, masa, pitillos, entre otros. Freites (2006).

Para el estudio de las figuras planas se utiliza la comparación de figuras planas estudiadas, con las encontradas en el hogar, el aula, trazado y construcción de figuras planas usando hojas cuadrículadas o geoplano, comparación de figuras planas según su tamaño, formación por composición y descomposición de figuras

planas partiendo de otras. Dibujo de recorridos rectos, curvos, zig-zag, uso de los contornos de los objetos para identificar y dibujar polígonos abiertos o cerrados.

Utilización de figuras planas en papel o cartulina para hallar ejes de simetrías de las mismas, en caso de ser posibles.

Elaboración de planos sencillos de distribuciones espaciales: habitaciones, sala, cocina, comedor, entre otros.

Para el estudio del círculo y circunferencia se utiliza diferentes estrategias como figuras y cuerpos que tengan como base un círculo o una circunferencia y sólo dibujar su contorno o la utilización del compás.

En el bloque de geometría de la segunda etapa, la geometría proporciona al alumno un mejor conocimiento del espacio que lo rodea y de sus formas. La discusión de ideas, formulación de conjeturas y comprobación de hipótesis preceden a las primeras definiciones que comenzará a manejar el niño. Las definiciones deben surgir de las propias experiencias de construcción, visualización, dibujo y medición de figuras y cuerpos geométricos. En este bloque se consolida la orientación espacial del niño, se estudian diversas figuras y cuerpos geométricos, se construyen e interpretan croquis y planos, y se ubican los puntos del plano en un sistema de coordenadas cartesianas.

En la segunda etapa de la Educación Básica se estudian medidas de longitud, peso, capacidad, entre otras, de diferentes figuras y cuerpos geométricos. Se utilizan diversas estrategias como relaciones espaciales, representación de objetos en una superficie plana gráficamente, descripción e interpretación de recorridos sobre cuadrículas usando coordenadas, utilización de instrumentos como regla, compás, escuadras, utilización del plegado del papel

para obtener ejes de simetrías, discusión grupal de las características observadas en los polígonos y otras figuras. Construcción de figuras con paletas de helados y diversos materiales. Las medidas de las áreas utilizando el cuadrado como unidad de medida de superficie, recortando papel de esas dimensiones, entre otros, el uso de material concreto juega un papel fundamental en esta área.

El contenido de geometría abordado en el programa de matemática de la tercera etapa de Educación Básica el estudio del triángulo toma el centro de la atención. En torno a esa idea, se presentan las propiedades de las rectas paralelas y secantes, considerando los ángulos que forman las rectas secantes. Luego se estudian las propiedades más elementales de los triángulos, sus clasificaciones, la congruencia de triángulos, el Teorema de Pitágoras y la semejanza de triángulos, junto con el teorema de Thales. Se hacen demostraciones sencillas de los hechos más básicos y se propone al alumno la ejercitación en el arte de la demostración de afirmaciones matemáticas, a partir de verdades ya establecidas. Esta práctica de las demostraciones es muy formativa desde el punto de vista intelectual. Como se puede entender en este objetivo las estrategias de la utilización de material concreto ya no son tan utilizadas dando cabida a la demostración matemática.

En esta tercera etapa uno de los objetivos es resolver problemas en los cuales se utilicen relaciones entre circunferencias, círculo, recta, segmento de recta, polígonos y sus elementos. Aprender a resolver problemas de cálculo de áreas y volúmenes. Se estudian las figuras en el plano, los vectores en el plano, las transformaciones en el plano, congruencia de figuras en el plano, y aborda las proyecciones ortogonales de puntos y segmentos sobre una recta y representaciones en el sistema de coordenadas rectangulares, siendo esta

información base para el estudio de Geometría Descriptiva. Es muy importante resaltar que las estrategias utilizadas para la enseñanza de la geometría en esta etapa van cambiando y exigen mayor preparación del docente para poder combinar las estrategias de utilización de material concreto, con las estrategias necesarias para el análisis de un problema y su posterior resolución, las estrategias van combinándose para resolver situaciones diferentes y el nivel de complejidad aumenta, en la opinión de la autora el uso del material concreto no debe suprimirse por completo, pues permite al alumno tener contacto con la realidad y poder visualizar el camino para la resolución del problema.

En noveno grado se induce al estudiante en la resolución de problemas mediante la aplicación de algunos teoremas referentes a la geometría del plano. Estos teoremas son: Teorema de Pitágoras, Teorema de Euclides, Teorema de Thales y semejanza de triángulos.

En la cuarta etapa se estudia los temas de trigonometría, con referencias históricas acerca de sus orígenes, ligados a la astronomía antigua, vectores en el plano y el espacio, con sus operaciones, áreas y volúmenes de figuras fundamentales y cónicas con sus propiedades algebraicas esenciales con el propósito de desarrollar en el estudiante destrezas para resolver problemas donde apliquen los conocimientos adquiridos sobre funciones exponenciales, funciones logarítmicas, trigonometría y funciones trigonométricas. Manejar con habilidad los vectores en el plano y aplicarlos en la resolución de problemas tanto en matemáticas como en física.

En el segundo año de educación media diversificada y profesional los estudiantes aplicarán lo aprendido en el año anterior para la resolución de sistema

de ecuaciones lineales y su aplicación a geometría del espacio. Deben reconocer las cónicas y obtener sus ecuaciones canónicas para desarrollar problemas de aplicación. En este año se estudiarán elementos de geometría del plano y geometría del espacio. El estudio de la geometría del plano comprende la definición e interpretación geométrica de las secciones cónicas, la deducción de sus ecuaciones canónicas y su aplicación a la resolución de problemas. En geometría del espacio se ven algunos teoremas sobre punto, rectas y planos, se calculan áreas y volúmenes de algunos sólidos. Finalmente se estudian las ecuaciones de la recta y el plano y se resuelven problemas de aplicación usando el producto vectorial. En este año se estudian las bases de la geometría espacial la cual también es fundamental para el estudio de la Geometría Descriptiva.

Las estrategias utilizadas en esta cuarta etapa combinan completamente el razonamiento espacial con el razonamiento numérico y exigen del docente la preparación del alumno en las habilidades espaciales y numéricas y en la combinación de ambas para la resolución de problemas y demostración de teoremas, la utilización del material concreto para iniciar esta combinación es una buena herramienta que se va aplicando a cada una de los objetivos estudiados, ya que por ejemplo las cónicas se pueden hallar con varios conos (vaso de cartón, sombrero de fiesta, entre otros) cortando cada uno con diferentes inclinaciones para poder identificar las diferentes figuras planas que se generan (cónicas) y poder darle a los alumnos una información que pueden ver, luego fijar y posteriormente reproducir en su mente, para poder resolver los problemas con estas figuras.

Después de una breve descripción del contenido de geometría y de las estrategias aplicada para su enseñanza en cada uno de los niveles del sistema educativo en Venezuela, se puede observar, por una parte, como se va ampliando el contenido y el nivel de profundidad a medida que avanza el nivel educativo y grado a cursar, y por otra parte, se identifica una diversidad de estrategias de enseñanza que varían desde la utilización de material concreto, la demostración de teoremas, la deducción, hasta la resolución de problemas.

En Educación Superior se imparte la Geometría en las carreras que así lo ameritan. En la institución donde labora la autora se imparte en las carreras de Educación, Mención Física y Matemática. En primer año, la unidad curricular Geometría I, se estudia Geometría Plana, con los siguientes contenidos: los axiomas, postulados y teoremas de punto, recta y plano, se estudia el triángulo, los criterios de igualdad de triángulos, proporcionalidad, criterios de semejanzas de triángulos, relaciones métricas en el triángulo, se estudian los polígonos, la simetría, la circunferencia y sus posiciones relativas entre punto, recta y otra circunferencia, construcciones geométricas, polígonos equivalentes y cálculo de áreas. Las estrategias utilizadas en este primer año son una combinación de las aplicadas en la tercera y cuarta etapa de educación Básica, con un poco de mayor profundidad en los contenidos y por ello requiere que el docente mejore las estrategias partiendo del conocimiento previo de los alumnos y del nivel de sus habilidades tanto numéricas como geométricas, en este año se utiliza como estrategia la analogía con material concreto y los elementos de la geometría plana, pues físicamente en el espacio no existe nada con sólo dos dimensiones (plano) o una dimensión (recta), o a dimensional (punto), pues todo objeto físico tiene sus

tres dimensiones aun cuando una de ellas sea muy pequeña, por ejemplo un plano se puede representar con una hoja de papel, una cartulina, entre otros. Y así sucesivamente, es muy importante hacer esta aclaración ya que si no se especifica se puede confundir al alumno con los conceptos y lo que se utiliza como material concreto para representarlo.

En segundo año, el estudio es el de Geometría Espacial en la cual se retoman los elementos básicos de la geometría plana, punto, recta y plano pero ahora se combinan los tres elementos formando el espacio y se estudia todas las relaciones que existen entre ellos y los teoremas relativos, se estudia los ángulos diedros, la simetría en el espacio, los ángulos poliédricos, superficie prismática y prisma, superficie piramidal y pirámide, poliedros iguales y semejantes, poliedros convexos, cuerpos redondos, cilindros, cono y esfera, las estrategias utilizadas en este segundo año son un poco mas elaboradas, ya que se debe lograr que el alumno aplique todos los conocimientos adquiridos hasta este momento y los integre a un conocimiento mas profundo del espacio, que entienda los teoremas y aprenda a demostrarlos, utilizando todas las herramientas adquiridas, se utiliza el material concreto para ubicarse en el espacio, maquetas, representaciones de planos, diedros, ángulos poliédricos, los alumnos construyen los poliedros regulares y hallan físicamente las relaciones métricas que existen entre los elementos que lo conforman y les permite fijar el conocimiento y los elementos que lo forman. Adicionalmente pueden relacionar un poliedro con otro y hallar la capacidad de cada uno dependiendo de sus medidas, los alumnos construyen estos poliedros con palitos de madera, plastilina, estambre, silicón, entre otros y esa es una estrategia que la autora ha aplicado para esta materia y ha obtenido muy

buenos resultados, ya que la actividad es muy enriquecedora divertida y permite a los alumnos relajarse y aprender de una manera diferente. Otra de las estrategias utilizadas para esta materia es la ubicación de los poliedros o cuerpos redondos en la ciudad (esculturas, construcciones, edificaciones, elementos decorativos, entre otros), por medio de fotografías, artículos de revistas, de prensa, o en internet, y luego el compartir de cada uno de los cuerpos que encontraron cada uno de los alumnos y la utilidad que tiene esta forma en el mundo real, para acercarlos a la utilidad de cada uno de estos cuerpos y la importancia que tiene su estudio. Lo cual motiva a los alumnos y le permite asociar el conocimiento y tener un aprendizaje significativo.

En la carrera de Educación, Mención Integral y Preescolar, se imparte el seminario de Geometría (Freites, 2006) cuyo propósito es desarrollar competencias en la resolución de problemas y construcciones geométricas, usando relaciones métricas de diferentes figuras geométricas, empleando como respaldo teórico las transformaciones presentes en los diversos programas de educación inicial y Educación Básica (Primera y Segunda etapa). También se pretende que los estudiantes adquieran habilidades y destrezas para el estudio y la enseñanza de las transformaciones geométricas y una cultura geométrica con visión histórica e interdisciplinaria, que permita al participante modelar, crear o resolver problemas reales, usando diferentes lenguajes y representaciones. Los alumnos de esta mención son los futuros profesores de las generaciones siguientes por ello deben reconocer la importancia de la geometría en la Educación Básica, adquirir las herramientas necesarias para comprender los conceptos procedimientos y

estrategias básicas de la Geometría y aplicar los contenidos de la geometría en la resolución de problemas del entorno cotidiano.

Las estrategias de enseñanza de esta materia deben ser al criterio de la autora muy completas y motivante sobre todo, ya que en este seminario se estudia básicamente el contenido de la geometría que se imparte en la educación Básica I y II etapa, el alumno debe estar en capacidad de entender y poder enseñar este contenido, lo cual es al criterio de la autora la piedra fundamental de la enseñanza de la geometría, pues en la experiencia del ejercicio de la docencia a nivel de educación superior, los conocimientos previos de los alumnos no son los más completos y la base de la geometría (plana y espacial), para los estudios superiores es indispensable, mientras se enseñe a los alumnos de esta mención y la mención Física y Matemática la geometría y la posterior manera de enseñarla a sus futuros alumnos se contribuye a la formación del alumno y poco a poco mejorar el conocimiento que se adquiere en la Educación Básica para que el bachiller pueda enfrentarse a una educación superior con mejores resultados.

En las carreras de Ingeniería Industrial e Informática se estudia Geometría Descriptiva sólo en el primer semestre, y la materia tiene como objetivo la representación gráfica de un objeto ubicado en el espacio, en una superficie plana, es decir representarlo en dos dimensiones con todas sus características y relaciones métricas. Esta representación gráfica se realiza mediante el Sistema de Representación Diédrico o de Monge y se utiliza la proyección cilíndrica ortogonal. La proyección se realiza sobre dos planos intersectados perpendicularmente, el plano vertical y el plano horizontal y se representa a los puntos con tres coordenadas  $P(x,y,z)$  ( $x$ ) es la distancia lateral, ( $y$ ) es el vuelo, ( $z$ )

es la cota. El contenido abarca desde un resumen de geometría plana, luego se inicia con el punto, la recta y el plano, y posteriormente las herramientas para construir los poliedros regulares, específicamente Tetraedro, Cubo o Hexaedro y el Octaedro.

En Ingeniería Civil se cursan tres materias: Geometría Descriptiva I, Dibujo y Geometría Descriptiva II, la Geometría Descriptiva I es muy similar a la de Ing. Industrial e Informática, sólo que no está el resumen de geometría plana sino que se imparte otra materia adicional que se denomina Dibujo en la cual se les entrega las herramientas para el dibujo y se les enseña la interpretación de planos sencillos y el dibujo de los mismos. En Geometría Descriptiva II se estudian los cuerpos redondos, conos, cilindros, esferas, las secciones planas que se generan cuando un plano intersecta a estos cuerpos, la intersección entre los cuerpos redondos y los poliedros regulares e irregulares ubicados en el espacio, y las sombras que estos cuerpos pueden arrojar sobre los planos de proyección horizontal y vertical. Se imparte también otro sistema de representación gráfica que es el Sistema Acotado o Geometría Acotada, en la cual la representación gráfica se realiza en el plano horizontal y la información que se representaba en el plano vertical (cota del punto) se coloca al lado de la proyección horizontal del punto entre paréntesis. Este sistema se utiliza en cartografía, topografía y geología, materias con las cuales el ingeniero civil está muy relacionado. Se trabaja en esta área las curvas de nivel de un terreno, y cómo se modifican estas con la construcción de algún elemento sobre el terreno, la base de esta geometría es la Geometría Descriptiva.

Las estrategias de enseñanza que utiliza la autora son variadas, el material concreto es una excelente estrategia ya que les permite ver y tocar los elementos de los cuales se habla en clase, luego utiliza la estrategia de elaboración imaginaria, en la cual se utilizan imágenes mentales con las cuales se asocia un par de elementos, por ejemplo un tipo de recta con un elemento físico existente en el salón de clase: una recta de pie o vertical con una columna del salón de clases, haciendo la aclaratoria que una recta sólo tiene una dimensión y la columna es un cuerpo con tres dimensiones pero la posición en el espacio de dicha columna es la misma del tipo de recta de pie o vertical, es decir perpendicular al plano horizontal representado por el piso y paralela al plano vertical representado por la pared donde se encuentra la pizarra en el salón de clases. La formación de la imagen involucra la relación entre los dos elementos del par como su representación, de tal manera que el alumno al escuchar o leer uno de los dos elementos del par puede evocar al otro.

#### *Modelo de Van Hiele para la didáctica de la Geometría*

El modelo de Van Hiele, tiene su inicio en los trabajos doctorales del matrimonio formado por dos profesores holandeses Pierre Marie Van Hiele y Dina Van Hiele-Geldof quienes presentaron de sus estudios en 1957, en la Universidad de Utrecht, según Fouz y Donosti (s.f.) en su publicación en Internet, Modelo de Van Hiele para la didáctica de la Geometría, presenta un modelo de enseñanza-aprendizaje de la geometría en el cual la idea básica de partida es que el aprendizaje de la geometría se hace pasando por unos determinados niveles de pensamiento y conocimiento, que no van asociados a la edad y que sólo alcanzado un nivel se puede pasar al siguiente. El autor señala que cualquier persona y ante

un nuevo contenido geométrico a aprender, pasa por todos los niveles de Van Hiele y su mayor o menor dominio de la geometría, influirá en que lo haga más o menos rápidamente.

Según Pérez (2005), en su estudio sobre la Evaluación del grado de adquisición de los Niveles de Van Hiele en los estudiantes universitarios, utilizando la teoría de la Borrosidad. Partieron de dos aspectos que considera el modelo de Van Hiele, uno de carácter descriptivo en el cual se reconocen una sucesión de formas de razonamiento, llamados los niveles de razonamiento, a través de los cuales avanza la capacidad de razonamiento matemático de los sujetos desde que inician su aprendizaje en el nivel inicial del sistema educativo hasta que llegan a su más alto grado de desarrollo científico en ese campo. La otra parte, pedagógica, que da directrices a los profesores sobre cómo pueden ayudar a sus alumnos para que puedan conseguir con mayor destreza un nivel superior de razonamiento; estas pautas se conocen con el nombre de fases de aprendizaje.

El modelo consiste en cinco niveles de comprensión: (a) nivel 1 (reconocimiento visual), (b) nivel 2 (análisis), (c) nivel 3 (clasificación), (d) nivel 4 (deducción formal) y (e) nivel 5 (rigor), los cuales incluyen características, métodos y exigencias que los diferencian.

Jaime y Gutiérrez (1996) (como se cita en Pérez, 2005) presentan una descripción resumida de cada uno de estos niveles:

Nivel 1 (visualización): los estudiantes conocen el espacio sólo como algo que existe alrededor de ellos, los conceptos geométricos son vistos como entes globales más que como integrados por componente o atributos.

Nivel 2 (análisis): en este nivel se inicia el análisis de los conceptos geométricos, se reconocen que las figuras geométricas están formada por partes y están dotadas de propiedades matemáticas

Nivel 3 (deducción informal): los alumnos pueden establecer relaciones entre las propiedades de una figura entre sí o con las de otras figuras, por lo tanto puede deducir propiedades de una figura y reconocer familias de figuras.

Nivel 4 (deducción formal) en este nivel se comprende el significado de la deducción como una manera de establecer una teoría geométrica dentro de un sistema axiomático: términos indefinidos, axiomas, definiciones, teoremas y demostraciones.

Nivel 5 (rigor): el estudiante tiene posibilidad de trabajar en sistemas axiomáticos distintos a los de la geometría euclídea.

Adicionalmente a las particularidades de cada nivel de razonamiento, es importante tener en cuenta otras características globales del modelo de Van Hiele para su apropiada comprensión y utilización, entre ellas están: la jerarquización y secuencialidad, localidad de los niveles, el lenguaje, continuidad de los niveles y la instrucción como instrumento de avance en el nivel de razonamiento. Según Gutiérrez y Jaime (1996) (como se cita en Pérez, 2005) se tiene:

- La Jerarquización y secuencialidad de los niveles: hace referencia a que no es posible modificar el orden de adquisición de los niveles de razonamiento. Para trabajar exitosamente en un nivel específico un alumno debe haber adquirido las estrategias de los niveles anteriores.
- Localidad de los niveles: entendida como la capacidad del individuo de razonar en diferentes niveles al trabajar en distintos campos de la geometría. Lo cual quiere decir, cuando un alumno aborda el aprendizaje de un tema no conocido hasta ese momento, iniciará trabajando y razonando en el primer nivel y, si la enseñanza es adecuada avanzará por los siguientes niveles.
- Relación entre el lenguaje y los niveles de razonamiento: Las distintas capacidades de razonamiento ligadas a los cuatro niveles de Van Hiele no sólo se manifiestan en la manera de resolver los problemas propuestos, sino en la forma de comunicarse y en el significado que se le atribuye a determinados vocabularios. Para ejemplificar, un estudiante que se encuentre en el segundo nivel de razonamiento, “demostrar” una propiedad, consiste en evidenciar su veracidad, en pocos casos, para un estudiante del tercer nivel consiste en indagar algún tipo de justificación lógica presentada de la propiedad, en cambio para un estudiante del cuarto nivel consiste en emplear el razonamiento lógico formal para lograr una demostración matemáticamente correcta y admisible.
- Continuidad de los niveles de razonamiento: esta propiedad hace mención a la manera como se produce el paso de un nivel a otro. Este es un tema sobre el que se pueden encontrar las dos opiniones opuestas: primeramente

la de Pierre Van hiele, que propone que el paso del razonamiento de un estudiante de un nivel al siguiente se ocasiona de forma brusca, como un cambio repentino, mientras que otras personas opinan diferente, en base a sus estudios, considerando que este paso se produce de manera pausada y, por lo tanto, incesante. Otras investigaciones han expuesto que la primera afirmación de P. Van Hiele, no permite revelar ciertas situaciones, muy frecuentes, de alumnos que razonan en dos niveles consecutivos al mismo tiempo, según algunos investigadores (Fuys, Geddes & Tischler, 1988; Burger & Shauhnessy, 1988; Gutiérrez, Jaime & Fortuny, 1991, citados en Gutiérrez y Jaime (1996)) (como se cita en Pérez, 2005). Por ello se considera que la transición de un nivel de razonamiento al superior se produce de manera escalonado, es decir continua, y que durante algún tiempo el alumno se hallará en un período de transición en el que alternará razonamientos de un nivel y del otro.

- La instrucción como instrumento de avance en el nivel de razonamiento: Van Hiele afirma que la instrucción es un factor primordial para avanzar en el nivel de razonamiento. De tal manera que, el procedimiento y la ordenación de la instrucción, como de los contenidos y los materiales usados, son áreas trascendentales desde el punto de vista didáctico. Si el alumno está en un nivel y la instrucción se está desarrollando en otro nivel diferente, puede que no se obtenga el aprendizaje y el avance deseado. Efectivamente, si el profesor, el material didáctico, los contenidos y el vocabulario están en un nivel más alto que el que posee el

alumno en ese momento, éste no podrá seguir el proceso de pensamiento que se está usando.

Al mismo tiempo la adquisición de un nivel de razonamiento requiere un cierto dominio de las características, métodos y exigencias de cada uno de ellos, denominados grados de adquisición de un nivel de razonamiento (Gutiérrez, Jaime y Fortuny, 1991)(como se cita en Pérez, 2005). Al hablar de adquisición gradual de un nivel de razonamiento, a otro, se piensa en términos cualitativos de un proceso de dominio cada vez mayor, que va desde el dominio nulo, al comienzo del proceso hasta el completo, al final del proceso, con una serie de situaciones intermedias con características propias. Estos autores (Gutiérrez et al., 1991)(como se cita en Pérez, 2005) definen cada uno de estos grados de Adquisición de un nivel de Van Hiele de la siguiente manera:

Adquisición Nula: no se utilizan las características de este nivel de razonamiento.

Adquisición Baja: empieza la conciencia de las características, procedimientos y requerimientos propios del nivel, pero es muy escasa la utilización que se hace de ellos.

Adquisición intermedia: la utilización de los métodos de este nivel es más usual y exacto. Aun cuando, todavía no se domina, lo cual, ante situaciones que resultan complicadas, ocurre un retroceso de nivel, con un intento posterior de regreso al nivel superior. Existen, saltos habituales entre dos niveles consecutivos de razonamiento.

Adquisición alta: Este es el nivel habitual de trabajo y se produce con muy poca frecuencia el retroceso de nivel, aunque puede suceder.

Adicionalmente, algunas veces se hace un uso inadecuado de las herramientas propias de este nivel de razonamiento.

Adquisición completa: hay un dominio total de las herramientas y métodos de trabajo ajustados a este nivel de razonamiento.

Estos niveles se observan cuando se imparte clases, ya que el docente puede notar cuando un alumno va siguiendo la clase, interviene, responde preguntas y está atento, quiere decir que está transitando por los niveles de adquisición de alguno de los niveles de Van Hiele, pero si en cambio el alumno se encuentra distraído, sin interés en la información, una de las razones puede ser que la información que se está suministrando se encuentra en un nivel de comprensión de Van Hiele, superior al cual tiene el alumno del tema en ese momento. Y en un nivel de adquisición cero de ese tema.

*Evaluación del grado de adquisición de los niveles de Van Hiele en los estudiantes universitarios, utilizando la teoría de La Borrosidad*

En Venezuela se realizan investigaciones en estas áreas y específicamente en la aplicación del Modelo de Van Hiele (Pérez ,2005). El autor basa su investigación en la teoría de la borrosidad y representa un avance en la utilización del Modelo de Van Hiele por parte de los Docentes y una creciente difusión de la matemática borrosa en el área de la educación.

Esta teoría de la borrosidad tiene su fundamento en el pensamiento borroso que sostiene que la manera de razonar en términos absolutos de cierto, o falso, de origen aristotélico, no se adecuan para la actualidad, se necesita aplicar una lógica borrosa capaz de absorber los matices del mundo real, en donde nada es totalmente blanco o negro, por lo cual, para el principio borroso todo es asunto

de grado, una persona no será estrictamente alta o baja, sino que participará de ambas características parcialmente, tal que sólo por encima y debajo de establecidas alturas, la consideraremos de necesariamente alta o baja, mientras que en el área intermedia de las dos alturas existirá una sucesión por la que va dejando de ser alta (Pérez, 2005).

Se distingue como primer autor de la lógica trivalente a Lukasiewicz, quien en 1920 propuso tres valores ciertos para las proposiciones: verdadero (0), falso (1) e indeterminado ( $1/2$ ), es decir, una lógica con tres valores de verdad  $\{0, \frac{1}{2}, 1\}$ ; ésta fue extendida, a una lógica finita con un número de valores de verdad mayor o igual a 3, tal como lo señala Post (1921) (como se cita en Pérez, 2005); y ésta, a su vez, fue extendida a un número infinito de valores de verdad Lukasiewicz y Tarski(1930) (como se cita en Pérez, 2005).

Valero (2001) (como se cita en Pérez, 2005) señala que en 1931, el filósofo cuántico Max Black esbozó las primeras funciones de membresía, denominando vaguedad a la incertidumbre de esa estructura, difundiendo así algunas semillas de la teoría de la borrosidad, plasmando el concepto “vaguedad” en un artículo que publicó sobre los conjuntos vagos, el cual pasó inadvertido para las sociedades científicas hasta 1965, cuando Lotfi Zadeh, profesor de la Universidad de California en Berkley, presentó una publicación en donde seriamente definía la teoría de la borrosidad a partir de la cual derivó la lógica borrosa. Zadeh extendió la clasificación lógica Aristoteleana del Todo o Nada, con una lógica que permite un grado parcial de verdad y con esta publicación marcó un hito, que sirvió de bautizo para esta disciplina borrosa e incluyó a la lógica tradicional como un caso particular de la borrosa.

La inclusión de la teoría de la borrosidad en la adquisición de los niveles de Van Hiele es muy importante ya que da un paso al frente y permite manejarse en un rango de aprendizaje de la geometría, por tanto un rango de enseñanza entre un nivel y otro, es decir que el aprendizaje de la geometría va progresivo por los niveles de Van Hiele, estando en algunos momentos en niveles intermedios, que es lo que se puede observar mediante las evaluaciones y el proceso de enseñanza – aprendizaje, lo cual permite orientar la enseñanza, y admitir que el estudiante puede recibir y captar información gradualmente, que es capaz de entender la mayoría de los puntos o contenidos de un tema, e incluso algunos contenidos de un tema siguiente, sin dominar a plenitud ninguno de los dos temas, pues tienen grados de complejidad diferentes.

#### *Comparación de los Niveles de Van Hiele con los Niveles SOLO*

En este mismo orden de ideas, Huerta (1999), presenta un análisis en relación con el aprendizaje de la geometría comparando los niveles del modelo de Van Hiele con el aprendizaje de geometría aplicando la Taxonomía SOLO, entendido esto como “un sistema de categorías diseñado para evaluar la calidad de una respuesta” p. 292 según Pegg, Gutiérrez y Huerta (1997) (como se cita en Huerta, 1999). Su origen se puede encontrar en formulaciones piagetianas y reformulaciones posteriores según Biggs y Collis, (1997) (como se cita en Huerta, 1999). La Taxonomía SOLO consiste en básicamente en dos aspectos: los modos de funcionar y los ciclos del aprendizaje. El aspecto de los modos de funcionar se refiere a los niveles de abstracción que van progresando desde las acciones concretas a los principios y conceptos abstractos, lo que forma la base de

las etapas evolutivas ((Biggs y Collis, (1991), p. 62) como se cita en Huerta, 1999).

El siguiente aspecto se refiere a los ciclos del aprendizaje, en el cual se describe la estructura de cualquier respuesta como un suceso en sí mismo, sin que la respuesta represente indispensablemente una etapa particular en el desarrollo intelectual.

Biggs y Collis en su estudio (como se cita en Huerta, 1999), observaron que “en la progresión desde la incompetencia hasta la maestría, los estudiantes muestran una secuencia consistente, o ciclo de aprendizaje, que es generalizable a una gran variedad de tareas y en particular a las tareas escolares” p. 292. Básicamente se refiere la secuencia a un progreso ordenado en la dificultad estructural de sus respuestas, cualquiera que sea el modo de funcionar o de representación en que se exprese el aprendizaje.

Puede usarse para evaluar la calidad del aprendizaje como para establecer los objetivos del currículo según estudios de Collis y Biggs (como se cita en Huerta, 1999). De aquí nos damos cuenta que esta taxonomía tiene doble utilidad para el docente como estrategia, pues permite organizar los objetivos de currículo y luego en el transcurso del proceso enseñanza aprendizaje se puede evaluar la calidad del aprendizaje e ir introduciendo mejoras y correctivos cuando sea necesario al proceso.

La estructura de las complejidades en cada modo de funcionar de la Taxonomía SOLO son las mismas, es decir el ciclo de aprendizaje se repite en cada uno de ellos.

Los ciclos de aprendizajes están formados básicamente por cinco niveles de respuestas ordenados de la siguiente manera de orden creciente en dificultad:

1. Nivel Pre estructural: la respuesta que se obtiene está compuesta por aspectos no relevantes del modo de funcionar, es decir, no se usan los elementos que permitan identificar un modo de funcionar.
2. Nivel uniestructural: son las respuestas en las que sólo se utiliza un aspecto relevante del modo de funcionar.
3. Nivel Multiestructural: en estas respuestas se procesan diferentes aspectos disjuntos del modo de funcionar, normalmente en una secuencia.
4. Nivel relacional: como su nombre lo indica en estas respuestas se manifiesta una comprensión integrada de las relaciones entre los diferentes aspectos usados del modo de funcionar.
5. Nivel de abstracción extendida: en estas respuestas se hace uso de principios, hechos, procesos, entre otros, más abstractos que aquellos que describen el modo de funcionar actual.

El trabajo de investigación consistió en evaluar a estudiantes de distintos niveles educativos, desde más de una perspectiva, en sus conocimientos de geometría plana, ellos no siguieron ningún curso específico sobre geometría plana, ni fueron informados con anterioridad que realizarían un test cuyo contenido era totalmente de esta materia, así que no estudiaron previamente para ello y resolvieron el test con los conocimientos que disponían según sus conocimientos previos, el fin fue averiguar que tipo de relación puede existir, si efectivamente existe, entre las perspectivas consideradas, los niveles de

razonamientos descritos por el modelo de Van Hiele y los niveles de respuesta SOLO.

El objetivo es manifestar que un solo nivel de Van Hiele asociado al razonamiento geométrico de un estudiante, no es suficiente para interpretar completamente su aprendizaje, adicionalmente si se describen o se pueden explicar desde otros niveles por ejemplo los descritos en la Taxonomía SOLO el nivel de razonamiento geométrico, la interpretación puede ser más explícita y tener en cuenta la posible aparición de los ciclos de aprendizaje, no descritos en el modelo de Van Hiele y recogidos en cambio en la Taxonomía SOLO.

Esta información permite al docente tener en cuenta el nivel de razonamiento de sus alumnos y adicionalmente los ciclos de aprendizajes que se pudieran producir al construir secuencias de aprendizajes para impartirlas en clases, generar estrategias y aplicarlas, permitiendo así abordar la información y cubrir los diferentes estados, niveles o ciclos de aprendizaje, de los alumnos en el proceso de enseñanza aprendizaje.

Se realizó el estudio con estudiantes de primaria, secundaria, bachillerato y tercer ciclo universitario de la Facultad de Matemáticas de la Universidad de Valencia España. Para un total de 74 alumnos.

Utilizaron un instrumento de evaluación construido según las ideas de Collis, Romber y Judas (como se cita en Huerta 1999), presentan la noción de Superitem y están relacionados con la evaluación de la Taxonomía SOLO, combinándolas con las ideas que presenta Jaime y Gutiérrez (como se cita en Huerta, 1999), para la construcción de instrumentos de evaluación del nivel de razonamiento de Van Hiele de los estudiantes.

Para la asignación de los niveles de razonamiento utilizaron la técnica desarrollada por Gutiérrez, Jaime y Fortuny (como se cita en Huerta, 1999), y para la asignación de los niveles de respuesta SOLO, la técnica desarrollada por Collis, Romberg y Jurdak (1986) (como se cita en Huerta, 1999), definiendo nuevos criterios de asignación de un nivel SOLO.

Los resultados evidenciaron que existe más de un nivel SOLO para un nivel de Van Hiele dado. Esto indica que dentro de los diferentes niveles de razonamiento ocurren muchos más eventos y situaciones, de las que se describen por la teoría de los niveles, y a través de la Taxonomía SOLO si se pueden explicar.

Es por esto que Pegg ( como se cita en Huerta, 1999), intenta identificar un número mayor de niveles de razonamiento que los que se manejan usualmente y también se justifique porqué la asignación de un nivel de razonamiento a un estudiante no explique suficientemente cómo usa éste su razonamiento, ya que a estudiantes que manejan, ya sea aspectos aislados de su razonamiento, uno o más de uno en secuencia (uniestructural y multiestructural, respectivamente), bien relacionados, se les asigna el mismo nivel de razonamiento cuando es razonable pensar que no es así.

Las evidencias anteriores conducen a nuevas evidencias, las cuales se refieren a los ciclos de aprendizaje: dependiendo del criterio de asignación de los niveles SOLO, la evidencia de que es posible encontrar ciclos de aprendizajes formados por la secuencia uniestructural → multiestructural → relacional, dentro de un perfil de razonamiento, o incluso dentro de un subperfil, es más fuerte si el criterio usado es menos exigente.

*Principios de procedimientos. El Modelo pedagógico de Van Hiele*

Aravena y Caamaño (2005) propusieron un conjunto de principios procedimentales, basado en el Modelo de Van Hiele, para orientar la enseñanza de la geometría. Estos principios son:

1. Partir del hecho de que los estudiantes poseen un bagaje significativo de concepciones y propiedades de los objetos materiales.

Este primer principio se aplicará haciendo un sondeo de la profundidad con que vieron la materia en los cursos anteriores, en lo que recuerdan de esos cursos, utilizando el recurso de la pregunta para indagar sobre sus conocimientos previos y se asegurará de que existe información del tema en los alumnos.

2. El profesor procurará, a partir de la experiencia previa de los estudiantes, es decir, de la observación de figuras concretas, que formen estructuras geométricas, y pondrá en relación estas observaciones con una forma "geométrica" de verlas. Para aplicar este principio se puede llevar al salón de clases material didáctico que consista en figuras separadas hechas de un material resistente y de tamaño mediano para la observación de cada uno de los alumnos, y su reporte de la observación, es decir el alumno debe describir la figura que tiene en sus manos y así el profesor puede tener una idea de que nivel de conocimiento de la figura posee, y cómo es capaz de relacionarla con otras figuras para armar estructuras geométricas, observando el nivel de desempeño que tiene cada alumno, el lenguaje geométrico que maneja y la manera de relacionar las figuras.

3. Diseñar actividades de aula teniendo en cuenta el nivel lingüístico y de razonamiento de los estudiantes.

Con base en las experiencias realizadas anteriormente el profesor diseñará las estrategias a seguir con el grupo de acuerdo a su nivel, lo cual permitirá que las actividades que realice sean entendidas por los alumnos y se permita el inicio del aprendizaje del material nuevo.

4. El profesor procurará conocer de qué forma es estructurado el espacio de manera espontánea por los estudiantes para que, partiendo de esa percepción, diseñe actividades que permitan al estudiante construir estructuras visuales geométricas, para llegar al razonamiento abstracto. Para ello el profesor modificará progresivamente el contexto en el que aparecen los objetos en una dirección matemática alejándose del empirismo.

El profesor pedirá a los alumnos que con el material didáctico armen cuerpos en el espacio, es decir expresen la existencia del espacio a través de la combinación de las figuras planas que poseen en sus manos y la estructura mental que tiene cada uno de los alumnos del mismo. Luego el profesor generará actividades que les permita a los estudiantes identificar la información que se les está entregando en el espacio e ir poco a poco acercándose a la abstracción de los conceptos entregados.

5. Estar atento a la adquisición de una visión perspicaz por parte de los estudiantes, para lo que es necesario que el diálogo sea la pieza clave de la enseñanza. El profesor animará a los estudiantes a hablar acerca de los conceptos geométricos y a desarrollar un lenguaje expresivo, respetando

en un primer momento sus propias expresiones y lenguaje, para ir introduciendo progresivamente el lenguaje geométrico.

El profesor propiciará la comunicación con estrategias de debates, de intercambio de experiencias entre los alumnos, la formación de grupos de discusión sobre las actividades realizadas, los aprendizajes adquiridos y la información que aún no se ha captado a plenitud.

6. El profesor procurará conocer el correlato mental de las palabras y conceptos que utilizan los estudiantes y que él necesita, por medio de actividades diseñadas a tal fin y por medio del uso continuo del diálogo en el aula.

Para conocer este correlato mental es muy útil la utilización del auto-reporte, ya que el alumno puede explicar paso a paso lo que va pasando por su mente y cómo logró realizar la actividad señalada. Permitiendo al profesor estar al tanto del nivel que va alcanzando. Luego el compartir de cada experiencia permitirá enriquecer el proceso entre los alumnos y el profesor.

7. Diseñar actividades de clarificación y complementación de dicho correlato mental que permitan que éste coincida con el significado de la palabra en la disciplina.

Es muy importante que los conceptos que no estén claros o no sean correctos se aclaren y corrijan para continuar con solidez en la enseñanza y el aprendizaje.

8. Fomentar el trabajo consciente e intencional de los estudiantes con la ayuda de materiales manejables. El material ha de poseer el fundamento

del desarrollo lógico de la geometría. El material ha de ser auto correctivo.

El profesor diseñará actividades en las que los alumnos puedan elaborar sus propios materiales didácticos basados en el conocimiento geométrico adquirido y ese material pueda ser corregido por ellos mismos a medida que se avanza en la actividad y el aprendizaje.

9. Permitir a los estudiantes trabajar con material concreto sólo cuando sea necesario para construir la teoría. El periodo de acumulación de hechos de forma inductiva no debe ser prolongado demasiado. El estudiante debe y puede usar la deducción.

Poco a poco el profesor realizará actividades que le permitan al estudiante imaginarse más elementos, relaciones, disposiciones, y solución de problemas geométricos, sin la utilización del material concreto para que los alumnos puedan llegar a la deducción.

Con toda esta información el profesor puede elaborar su planificación basada en este modelo y aplicarla en clase para ir mejorando la aplicación didáctica del mismo y el rendimiento de los alumnos en la materia que es siempre el fin último de todas estas mejoras.

#### *Representaciones de la Geometría Plana por parte de estudiantes de Docencia en Matemática*

Vílchez (2005), estudia un fenómeno muy interesante que surge en los estudiantes universitarios de la Licenciatura en Educación Mención Física y Matemáticas, los cuales deben cursar en el segundo y tercer semestre las materias de Geometría I y Geometría II. Un importante número de estos alumnos

reprueban dicha materia, por lo cual Vílchez realiza la investigación con el objeto de buscar dónde se generan las dificultades que propician esta situación.

A los alumnos que ingresaron en el año de 1999 y en el año 2002, a la mencionada carrera, se les aplicó un instrumento con una serie de preguntas con las cuales perseguía conocer el conocimiento declarativo que podían expresar los alumnos sobre seis cuerpos geométricos. Las respuestas obtenidas las contrastó con los conceptos presentados en una variedad de textos, algunos tradicionales y otros modernos utilizados por los docentes en la zona.

Se analizaron entonces estos conceptos emitidos por los alumnos desde la perspectiva teórica de Gagné (1991), citado en Vílchez (2005), sobre las proposiciones como una de las formas de representar mentalmente el conocimiento.

Al finalizar la comparación mostró como resultado un amplio desacuerdo entre los conceptos tomados como referentes y los conceptos emitidos por los alumnos, aun cuando las proposiciones muestran que en algunos términos, un porcentaje considerable de los alumnos mostró tener una representación mental del conocimiento pedido, en cada situación, aunque la declaración presentada sea insuficiente o presente incoherencias.

Luego de los resultados obtenidos y de las Teorías de Alsina, Burgués y Fortuna, (1997) y Chevallard (2000), (como se cita en Vílchez, 2005), se presentan varias propuestas didácticas alternativas que persiguen mejorar el rendimiento académico de los cursantes de Geometría.

### *Enseñanza de la Geometría Descriptiva*

#### *La Edad Moderna en el dibujo y la geometría Descriptiva de Gaspar Monge*

La revolución industrial a principios del siglo XVIII, dio un fuerte empuje al dibujo mecánico diferenciándose del dibujo arquitectónico, pues las técnicas de representación de dibujos de máquinas y conjuntos, eran muy similares a las utilizadas en las edificaciones según Morciego (2004). La Geometría, generalizó todos los métodos de representación absorbiendo el de los planos acotados. Cualquier forma geométrica se definía en este sistema, lo cual implicaba una serie de trazados complejos, lo cual provocó la búsqueda de un método alternativo de representación que consiguió el geómetra francés Gaspar Monge (1746-1818).

Este geómetra creó una nueva ciencia, la Geometría Descriptiva, que recoge el trabajo realizado por geómetras, técnicos y artistas. El momento histórico del diseño de máquinas y la Revolución Industrial exigían resolver los problemas rápidamente y con soluciones precisas, para ello era fundamental unificar los procedimientos y convencionalismos de representación.

Con la utilización de la proyección cilíndrica y ortogonal, es decir proyección cilíndrica cuando las proyectantes son paralelas entre sí y ortogonal las proyectantes son perpendiculares a la superficie de proyección. Y auxiliado de procedimientos geométricos sencillos, pero firmes, Monge convirtió un grupo de técnicas gráficas dispersas en un “cuerpo de doctrina enteramente elaborada” (Morciego, 2004, p. 49).

Luego como profesor de la Escuela Militar de Mézières [sic], estudió los procedimientos que realizaban en su trabajo carpinteros, canteros, y propuso mejoras al trazado, las cuales fueron adoptadas inmediatamente. Posteriormente

en 1978 fueron publicadas las recopilaciones de sus lecciones, éstas se transformaron en los fundamentos de la enseñanza técnica de los países como Alemania y Estados Unidos. El esfuerzo de Monge desde la Escuela Politécnica, fundador de ésta por mandato de Napoleón y la sencillez del Sistema Diédrico, crearon de la Geometría Descriptiva, un instrumento para el Dibujo Técnico y una herramienta ideal para la introducción a la Ingeniería.

Existen en la actualidad dos opciones convencionales (Morciego, 2004, p. 51). Para ubicar las vistas en el dibujo, denominados: Sistema Europeo (o del primer cuadrante) y Sistema Americano (o del tercer cuadrante), dependiendo del lugar que ocupará el objeto con respecto a los planos de referencia del sistema Diédrico, si se colocara la línea de tierra entre dos vistas contiguas del mismo.

En los dos sistemas se proyecta ortogonalmente el objeto sobre el plano, y luego de girar esta proyección un ángulo recto alrededor de un eje contenido en el plano de papel, se consigue la vista correspondiente. La discrepancia entre los dos sistemas es que en el Sistema Europeo se ubica el objeto delante del plano de proyección, en cambio el Sistema Americano ubica al objeto detrás del plano.

En Doble Proyección ortogonal, se proyecta el objeto sobre dos planos, ubicados perpendiculares entre sí. Obteniendo toda la información del objeto y su ubicación en el espacio, con respecto a esos dos planos.

La nomenclatura que se utiliza en este sistema es la siguiente: existen dos planos intersectados perpendicularmente: el Plano Horizontal de Proyección (PH) y el Plano Vertical de Proyección (PV), la línea recta que se genera con esta intersección se denomina Línea de Tierra (L.T).

Los dos planos PV y PH, dividen al espacio en cuatro cuadrantes o diedros, los cuales son diedros rectos es decir  $90^\circ$ . El observador se encuentra ubicado delante del PV y por encima del PH, a este diedro lo identificaremos como primer cuadrante y en sentido contrario a las agujas del reloj se ubica el segundo cuadrante, tercer cuadrante y cuarto cuadrante, los diedros o cuadrantes se identifican con los números romanos, I, II, III, y IV.

“La Geometría Descriptiva efectúa la representación gráfica de todas las operaciones que pueden realizarse con la geometría, y el resultado de las mismas” (Barreiro, s. f., p. 11). En base a esto el conocimiento de los postulados y teoremas de geometría, son fundamentales para representar gráficamente los problemas y resolverlos en Geometría Descriptiva.

La información que el alumno posee de Geometría Plana y Geometría Espacial, son el pilar fundamental para el buen desarrollo y éxito del proceso de enseñanza de dicha materia, pues esta información sólo se les recuerda a los alumnos a la hora de explicar cada uno de los temas, no se les enseña nuevamente todo el contenido de estas geometrías que cursaron en bachillerato.

*Estrategias didácticas aplicadas para la enseñanza de la Geometría Descriptiva en Educación Superior*

A continuación se presenta una serie de estrategias para la enseñanza de la Geometría Descriptiva en educación superior, en la investigación realizada se ha encontrado que en un mismo país se aplican diversas estrategias y cada universidad tiene su estrategia particular o investigación realizada, para la presentación de los datos encontrados se utiliza un cuadro para cada país en el

cual se va a desglosar la estrategia, los recursos, los resultados y las conclusiones.

*España.*

En la Universidad Politécnica de Madrid, en la Escuela Técnica Superior de Ingenieros Industriales, Carretero (2001) en su Tesis doctoral plantea la siguiente estrategia:

Metodología didáctica para la enseñanza de Geometría Descriptiva basada en un tutor- Evaluador y en un generador de ejercicios integrados en un entorno de propósito constructivo general. Consta de dos líneas de trabajo: la primera persigue el diseño de una herramienta informática que permita la introducción de problemas al profesor, y realice las funciones de tutorización durante la realización de ejercicios por parte del alumno con su posterior evaluación.

La segunda línea se ha orientado hacia la sistematización de la generación y solución automática de problemas para que el alumno pueda estimular su capacidad de razonamiento geométrico y por la otra contrastar sus conocimientos con material nuevo.

La aplicación informática en que se apoya está estructurada en módulos perfectamente integrados: el módulo tutor- evaluador y el módulo generador de problemas. Se ha desarrollado un generador de problemas de G D orientado principalmente a geometría plana y espacial en donde se incluyen, puntos, rectas y planos y en especial poliedros regulares. Se utilizan internamente ecuaciones algebraicas que permiten definir las características y las propiedades de los datos y de las incógnitas.

Para medir el resultado de la utilización de esta estrategia, se toma como criterio principal la evolución del rendimiento académico que alcanzan los estudiantes y su actitud hacia el método. Se utilizó como recurso de apoyo a la enseñanza y aprendizaje de la GD. con una metodología tradicional.

Este sistema tutor-evaluador es un paso hacia el futuro en el que la misión del profesor va a estar más centrada en aspectos como la motivación de los alumnos, el establecimiento del contenido de los programas, y no en la mera transmisión de conocimiento. El programa permitirá al estudiante aprender de una forma guiada y con mayor independencia del profesor.

Estas conclusiones no pueden ser absolutamente concluyentes, puesto que el grupo muestral no es lo suficientemente grande. Se puede indicar que el sistema propuesto en esta estrategia cumple su misión como herramienta complementaria para la formación de sus alumnos en el campo del conocimiento en que se ha desarrollado, al obtener mejores resultados aquellos que lo emplearon.

En la Universidad Politécnica de Cataluña en la Escuela Técnica Superior de Ingenieros Industriales de Terrasa, los investigadores F. Hernández, V. Hernández & Ochoa citado en Morciego (2004) desarrollaron la siguiente estrategia: Aplicación Didáctica Interactiva (ADI), la cual consiste en nuevas metodologías docentes, en menos tiempo, y permite incentivar la comunicación alumno-profesor.

Esta estrategia replantea criterios tradicionales sobre la enseñanza y el aprendizaje y permite una nueva organización del contenido. El recurso utilizado es el computador y programas interactivos.

Como resultados obtuvieron que genere nuevos planteamientos docentes,

nuevas investigaciones, potenciación de la creatividad y originalidad del docente.

Las conclusiones son: plantearse en la universidad la Teleenseñanza, generando bibliotecas virtuales con almacenamiento de información en librerías Digitales, familiarizarse con los lenguajes HTML, Java, entre otros, para incorporar la enseñanza a distancia vía Internet. En la Tabla 1 se hace un resumen de lo anterior.

#### *Colombia.*

En Colombia en la Universidad Nacional de Colombia, en el Departamento de Ingeniería Mecánica y Mecatrónica Baquero (1998), llevó a cabo la siguiente estrategia para la enseñanza de la Geometría Descriptiva.

Enseñanza de Geometría Descriptiva con AUTOCAD:

Se inicia con el manejo de los elementos básicos de Dibujo en Auto CAD, luego se adquieren otras herramientas hasta dibujar los objetos tridimensionales, se proyectan hacia los planos que representan las vistas y luego se abren estos planos (abatimiento) de tal manera que queden todos en uno sólo, así el proceso de entendimiento del manejo espacial, bidimensional y tridimensional se completa satisfactoriamente.

El recurso es Autocad (Dibujo Asistido por Computadora), el curso de Autocad, apoyo en el Texto: "Iniciación en la Geometría Descriptiva Virtual, creado por el profesor Juan Rincón y es publicado por la Facultad de Ingeniería.

Esta estrategia tiene como resultados que el Aprendizaje de los principios de la Geometría Descriptiva es muy rápido, el estudiante asiste a clases con mucho interés y dedicación, lo cual permite que se tenga un alto grado de concentración y por lo tanto en menos tiempo se obtienen los beneficios deseados.

Tabla 1

*Estrategia de enseñanza de la Geometría Descriptiva en Educación Superior en España*

Unidad Curricular	Estrategia	Recursos	Resultados	Conclusiones
Geometría Descriptiva	Basada en un tutor- Evaluador Generador de ejercicios.	Módulos perfectamente integrados: El módulo tutor- evaluador y el módulo generador de problemas.	Evolución del rendimiento académico que alcanzan los estudiantes Actitud positiva hacia el método.	Sistema tutor-evaluador centrado la motivación de los alumnos, el establecimiento del contenido de los programas, y no en la mera transmisión de conocimiento. Permite al estudiante aprender de una forma guiada y con mayor independencia del profesor. Cumple su misión como herramienta complementaria para la formación de los alumnos en el campo del conocimiento.
Expresión Gráfica	Aplicación Didáctica Interactiva (ADI). Nuevas metodologías docentes, en menos tiempo. Incentivar comunicación alumno-profesor. Replantea criterios tradicionales sobre la enseñanza y el aprendizaje. Nueva organización del contenido.	Computador, programas interactivos.	Genera nuevos planteamientos docentes. Nuevas investigaciones. Potenciación de la creatividad y originalidad del docente.	Plantearse en la universidad la Teleenseñanza, generando bibliotecas virtuales con almacenamiento de información en librerías Digitales. Familiarizarse con los lenguajes HTML, Java, entre otros, para incorporar la enseñanza a distancia vía Internet.

Los problemas tridimensionales se pueden plantear, medir y solucionar con herramientas con Autocad, muchos de ellos no necesitarán de vistas para encontrar la respuesta buscada porque directamente la manipulación espacial conducirá a ella. En la Tabla 2 se muestra un resumen.

*Argentina.*

Facultad de ciencias Exactas y Naturales y Agrimensura, Beltrametti, Esquivel & Ferrari (2003) aplican la siguiente estrategia a partir del Análisis de la evolución de los niveles de pensamiento geométrico en la construcción del concepto de Transformaciones Rígidas del Plano (Isometrías) según la Teoría de Van Hiele y el empleo del Soft Cabri Geómetre de estudiantes del profesorado en Matemática que cursaron la asignatura Geometría métrica y trigonometría en el año 2003.

La estrategia utilizada es presentar situaciones de aprendizaje incluyendo las fases para cada uno de los Niveles de la Teoría de Van Hiele, 0, I, II y III.

Se proporciona conceptos teóricos sobre el tema y luego se realizan actividades características de cada uno de los niveles de Van Hiele en las diferentes fases. Se realiza el primer Test y luego se trabaja el tema en las clases prácticas con situaciones de aprendizaje que incluyeron todas las fases para cada uno de los niveles. Se dividió el grupo en dos iguales donde uno de ellos realizó las tareas empleando el soft Cabri y las otras prácticas tradicionales.

El recurso utilizado es el Cabri-Geómetre. Se implementaron dos test a veintiséis estudiantes, (test inicial y final). El test lo elaboraron empleando las ideas que presentan Jaime y Gutiérrez (1990), de manera que las respuestas de los alumnos pudieran ser evaluadas desde la Teoría de Van Hiele y siguiendo la

Tabla 2

*Estrategia de enseñanza de la Geometría Descriptiva en Educación Superior en Colombia*

Unidad Curricular	Estrategia	Recursos	Resultados	Conclusiones
Geometría Descriptiva	Enseñanza de Geometría Descriptiva con AUTOCAD. El proceso de entendimiento del manejo espacial, bidimensional y tridimensional se realiza satisfactoriamente	Autocad Curso de Autocad. Texto: "Iniciación en la Geometría Descriptiva Virtual.	El aprendizaje es muy rápido, el estudiante asiste a clases con mucho interés y dedicación, en menor tiempo se obtienen resultados positivos.	Los problemas tridimensionales se pueden plantear, medir y solucionar con herramientas con Autocad.

caracterización propuesta por (Alsina, Fortuny y Pérez Gómez, 1997) (como se cita en Beltrametti, Esquivel & Ferrari, 2003).

Los resultados fueron los siguientes, al inicio el 57% de los estudiantes se encontraban en el Nivel II y los resultados del Test final señalan que sólo cinco estudiantes es decir 33% han logrado el Nivel III de razonamiento. Aun cuando el 77% de los estudiantes al finalizar la experiencia se encuentra en el nivel II, muchos han podido alcanzar fases del nivel III, pero no pueden superarlo pues persiste la imposibilidad de formalizar razonamientos característica fundamental de este nivel.

Del grupo de estudiantes que utilizó el soft Cabri Geómetre en sus prácticas, el 62% pasó a un nivel superior de razonamiento, mientras que el 38%, permaneció en el mismo nivel.

Los estudiantes que emplearon el soft, obtuvieron mejores rendimientos lo que validaría la hipótesis de trabajo, sin embargo no se encontraron diferencias significativas en el rendimiento de los dos grupos de alumnos, mediante es estadístico ( $\chi^2 = 0.615$ , gl = 1, p = 0.433) debido al tamaño reducido de la muestra.

Los resultados del estudio tienen implicaciones prácticas tanto para los docentes como para los estudiantes, el conocimiento por parte de los docentes acerca del tipo de razonamiento empleado por sus estudiantes, permite al docente crear situaciones de aprendizaje que faciliten a sus alumnos avanzar en su nivel de razonamiento y evitar grandes fracasos. Los estudiantes han conocido y utilizado los elementos esenciales de la computación y han utilizado un programa que permite la apertura de nuevas perspectivas a las experiencias geométricas, facilitando el estudio de las propiedades geométricas de las figuras y sus múltiples

componentes, para luego entender mejor la rigurosidad matemática de las demostraciones. En la Tabla 3 se muestra un resumen.

*Brasil.*

En Brasil en la Universidad de Sao Paulo en la Escuela Politécnica en el departamento de Ingeniería de Construcción Civil-PCC, Toledo (1999), presenta un Applet Java<sup>TM</sup> para hacer disponibles ejercicios de Geometría Descriptiva en Internet. A continuación se presenta la tabla 4 con la información de esta estrategia:

Un Applet, escrito en lenguaje Java, que permite disponer de ejercicios de Geometría Descriptiva en formato electrónico en Internet. Esta aplicación puede operar de dos maneras ejercicios propuestos y ejercicios resueltos. En el primer caso permite que el alumno resuelva un ejercicio propuesto en una página Web, el sistema después de concluido el ejercicio le indica el acierto o error. En ejercicio resuelto, el alumno puede controlar paso a paso la solución que se le muestra a través de una animación. En un área de texto presenta la explicación de cada paso.

El recurso utilizado es Internet, medio de comunicación interactivo, el recurso que permite explorar mejor la interactividad en la Web es el lenguaje JAVA, a través de los Applets. Los Applets, son pequeños programas insertados en páginas Web, su principal ventaja es la capacidad de poder ser ejecutado en cualquier computadora que posea este sistema sin que sea necesaria ninguna instalación adicional.

Los applets son insertados en la página Web a través de comandos específicos en HTML. Este recurso ha sido extensivamente utilizado en la

Tabla 3

*Estrategia de enseñanza de la Geometría Descriptiva en Educación Superior en Argentina*

Unidad Curricular	Estrategia	Recursos	Resultados	Conclusiones
Geometría Métrica y Trigonometría	Presentar situaciones de aprendizaje incluyendo las fases para cada uno de los Niveles de la Teoría de Van Hiele, 0, I, II y III.	Cabri- Géomètre. Se implementaron dos test (tes inicial y final) la respuestas de los alumnos se evalúan desde la Teoría de Van Hiele y siguiendo la caracterización propuesta por (Alsina, Fortuny y Pérez Gómez,1997)	Al inicio el 57% de los estudiantes se encontraban en el Nivel II y en el test final 33% han logrado el Nivel III de razonamiento. Del grupo de estudiantes que utilizó el soft Cabri Géomètre, el 62% pasó a un nivel superior de razonamiento, y el 38%, permaneció en el mismo nivel.	Los estudiantes que emplearon el soft, obtuvieron mejores rendimientos lo que validaría la hipótesis de trabajo, sin embargo mediante el estadístico ( $\chi^2=0.615$ , gl=1,p=0.433), la diferencia no es significativa, debido al tamaño reducido de la muestra.

educación, a través de bibliotecas de applets educacionales para los más variados temas.

El estudio de ejercicios resueltos permite al alumno el aprendizaje de las estrategias de solución y de la aplicación de conceptos generales. La resolución de los ejercicios propuestos permite la evaluación del aprendizaje de forma bastante efectiva pues requiere tanto las habilidades de pensamiento abstracto y de visualización espacial, y las de operacionalización de conceptos de GD, ambas relacionadas con el desarrollo cognitivo espacial del alumno. Por lo cual en la modalidad de enseñanza a distancia es indispensable ambas formas de ejercicios.

La receptividad de los estudiantes fue sorprendentemente favorable. Para ellos fue de particular utilidad la posibilidad de que se repita una explicación tantas veces como fuera necesario para su total comprensión, para adecuarse a su ritmo individual de aprendizaje.

Los alumnos son motivados al estudio debido a que la interacción en la Internet es lúdica y muy atractiva a los jóvenes estudiantes de Ingeniería.

Se está estudiando la agregación de un recurso que permita al alumno la visualización tridimensional de la situación mostrada en proyección diédrica. Ésta fue una de las mejoras solicitadas por los estudiantes que usaron el sistema.

Esta herramienta permite disponer en Internet (WWW), de forma eficiente y adecuada ejercicios resueltos y propuestos de Geometría Descriptiva. En la Tabla 4 se hace un resumen.

Tabla 4

*Estrategia de enseñanza de la Geometría Descriptiva en Educación Superior en Brasil*

Unidad Curricular	Estrategia	Recursos	Resultados	Conclusiones
Geometría Descriptiva	Un applet, escrito en lenguaje Java, que permite disponer de ejercicios propuestos y resueltos de Geometría Descriptiva en formato electrónico en Internet.	Internet, medio de comunicación interactivo, mediante el lenguaje JAVA, a través de los applets.	El estudio de ejercicios resueltos permite el aprendizaje de las estrategias de solución y de la aplicación de conceptos generales. La resolución de los ejercicios propuestos permite la evaluación del aprendizaje, relacionados con el desarrollo cognitivo espacial del alumno.	Para los estudiantes fue muy útil poder repetir las explicaciones para su total comprensión, adecuándose a su ritmo de aprendizaje. Los alumnos son motivados al estudio pues la interacción en la Internet es lúdica y muy atractiva a los jóvenes estudiantes de Ingeniería. Una mejora solicitada fue agregar visualización tridimensional de la situación mostrada en proyección diédrica.

*Venezuela.*

En este país se utilizan varias estrategias para la enseñanza de esta materia, en particular, se hace referencia a las utilizadas por la autora del presente trabajo.

*Estrategias de Enseñanza utilizadas por la autora.*

Las estrategias utilizadas por la autora son variadas a continuación se presenta la estrategia de elaboración imaginaria, la cual es una de las estrategias de adquisición de conocimiento según Poggioli (s.f.).

Elaborar significa ejecutar actividades que le permitan a la persona que está aprendiendo efectuar alguna construcción alegórica sobre la información que está recibiendo con la intención de hacerla reveladora. Estas construcciones se pueden llevar a cabo mediante dos tipos de elaboraciones: imaginarias y verbales.

Las estrategias de elaboración son utilizadas usualmente cuando la información que se está entregando por primera vez no posee significado para la persona que está aprendiendo como puede ser en el caso de geometría descriptiva las figuras, los elementos, punto, recta, plano, espacio. En este tema, es útil enseñar a los estudiantes a utilizar algunos elementos del material concreto (objetos físicos) y establecerles significado mediante actividades como instaurar relaciones fundadas en características determinadas del material o la formación de imágenes mentales. Por ejemplo la autora establece una relación en el salón de clases de un elemento material como es la pared donde se encuentra el pizarrón, con el plano vertical de proyecciones, que utilizamos en la doble proyección ortogonal. Utiliza el piso del salón de clases para relacionarlo con el plano horizontal de proyecciones y la intersección de la pared con el piso la relaciona

con la Línea de Tierra, la cual es la intersección de los dos planos el vertical y el horizontal.

También utiliza la estimulación de la formación de imágenes mentales cuando les pide a los alumnos que se imaginen la recta que va desde la esquina superior derecha del salón de clases hasta la esquina inferior izquierda del mismo salón de clases, por ejemplo.

Los estudiantes pueden utilizar la estrategia de elaboración cuando están leyendo su libro de texto de Geometría Descriptiva, en este momento deben utilizar otras actividades para elaborar sobre el material que están leyendo, como son: parafrasear, resumir, crear analogías, hacer inferencias, sacar conclusiones, corresponder el conocimiento previo con la información que está recibiendo, comparar y contrastar, establecer relaciones de causa y efecto, tratar de enseñarle a otra persona lo que se están aprendiendo, o hacer predicciones y verificarlas (Weinstein, Ridley, Dahl y Weber, como se cita en Poggioli, s.f.).

El objetivo principal de las estrategias de elaboración es integrar la información nueva, es decir la que se está recibiendo, con el conocimiento anterior, es pues, transferir el conocimiento almacenado en la memoria a largo plazo a la memoria de trabajo y hacer propia la información que llega a la que ya existía.

#### La elaboración imaginaria

Esta es una de las estrategias de elaboración más efectiva y examinada, es el uso de imágenes mentales. En el aprendizaje de pares de palabras o de dos elementos que se relacionan, uno que ya conozco y uno que estoy conociendo, por ejemplo relacionar la columna del salón de clases (haciendo la salvedad que sólo

tuviese una dimensión: longitud) con una recta perpendicular al plano horizontal, que en G. D. se llama recta de pie, o vertical. La formación de la imagen involucra tanto la relación entre las dos unidades del par como su representación, de tal manera que el estudiante que aprende los pares, al escuchar o leer una de las unidades que conforma el par, puede evocar el otro.

Se distinguen dos tipos de elaboración imaginaria:

- Estrategias de elaboración imaginaria inducida: es aquella generada por el aprendiz, es decir se le pide al alumno que elabore en su mente una imagen mental con ciertas características, como una recta horizontal que se encuentre contenida en el plano del techo del salón de clases que valla de un extremo derecho al otro extremo izquierdo y se utiliza para asociar la información que se da verbalmente o se escribe en el pizarrón mediante el uso de imágenes mentales.
- Estrategias de elaboración imaginaria impuestas, es aquella en la cual el docente suministra la imagen por ejemplo con fotografías, o laminas de acetato en donde se muestre el elemento a enseñar por ejemplo una recta oblicua o cualquiera en una imagen ubicada espacialmente con respecto a los planos de proyección, y otra en doble proyección ortogonal, para que y los estudiantes puedan asociar la información recibida.

La autora utiliza las dos estrategias tanto las impuestas como las inducidas y ha obtenido excelentes resultados.

Adicionalmente según Poggioli (s.f.) se ha encontrado que existen diferencias individuales en el uso de estrategias de elaboración imaginaria, la mayoría de las personas que explican haber utilizado estas estrategias imaginarias

son personas adultas, el uso de estrategias de elaboración imaginaria está conscientemente asociado con la ejecución en tareas de aprendizaje de alto nivel.

Para poder aplicar esta estrategia en clases la profesora Poggioli realiza estas sugerencias:

- Dar oportunidades a los estudiantes para que se involucren activamente en el procesamiento de la información a ser aprendida mediante la formación de imágenes mentales.
- Enseñar a los estudiantes a utilizar elementos de los materiales y a asignarles significado mediante actividades mentales que les permitan la generación de imágenes.
- Estimular la elaboración imaginaria de la información mediante: la creación de imágenes mentales en los estudiantes que la pueden generar espontáneamente. La presentación de imágenes o ilustraciones relacionadas con la información, a aquellos estudiantes cuya edad no les permita la elaboración de imágenes efectivas.

La autora realiza una actividad en la primera semana de clases en la cual le pide a los alumnos que traigan al salón de clases los siguientes materiales: Cartón 30cm. x 30cm, palitos de madera, hilo pabilo, estambre de colores, plastilina, pega, marcadores, papel milimetrado, cartulina, teipe o cinta pegante. Con estos materiales se realiza en clases una actividad en la cual relacionamos el cartón (dividido en dos partes iguales) cada parte, una con el plano vertical y otra con el plano horizontal de proyecciones, los alumnos cortan las dos partes por el medio y encajan ambos cartones perpendicularmente, generando dos planos que se intersectan con un ángulo de  $90^\circ$ , es decir se forma un diedro recto, que divide al

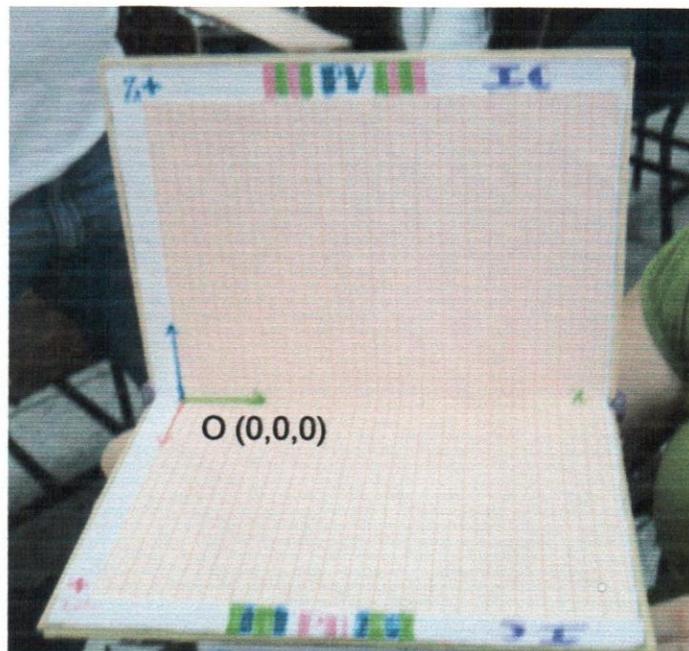
espacio en cuatro cuadrantes, a cada cartón le pegan el papel milimetrado haciéndolo coincidir con los extremos del cartón, como se muestra en la Figura 1, luego identifican cada plano como horizontal y como vertical de proyecciones, y los alumnos proceden a identificar cada cuadrante, (véase la Figura 2), luego a utilizar el concepto de proyección ortogonal eligen un punto en el espacio "A" en el primer cuadrante y los palitos de madera, se asocian con las rectas proyectantes y se colocan cada uno desde el punto escogido en el espacio, perpendicular a cada uno de los planos, horizontal y vertical, y luego se unen los palitos identificando ese punto en el espacio "A". Y los puntos en donde cada palito de madera intersectó al plano lo identificamos como la proyección del punto A en dicho plano, es decir  $A^h$  si es la intersección del palito de madera con el plano horizontal y  $A^v$  si es la intersección del palito de madera con el plano vertical de proyecciones, ver Figura 3. Se completa la actividad dándoles las coordenadas de cuatro puntos A, B, C y D ubicados cada uno en cada uno de los cuadrantes y se les pide que lo representen en el diedro, como se muestra en la Figura 4.

De esta manera los alumnos asocian elementos concretos, con los elementos del espacio, punto, recta y plano, pueden asociarlos, y permitir que este conocimiento nuevo sea significativo. Ver Figura 5.

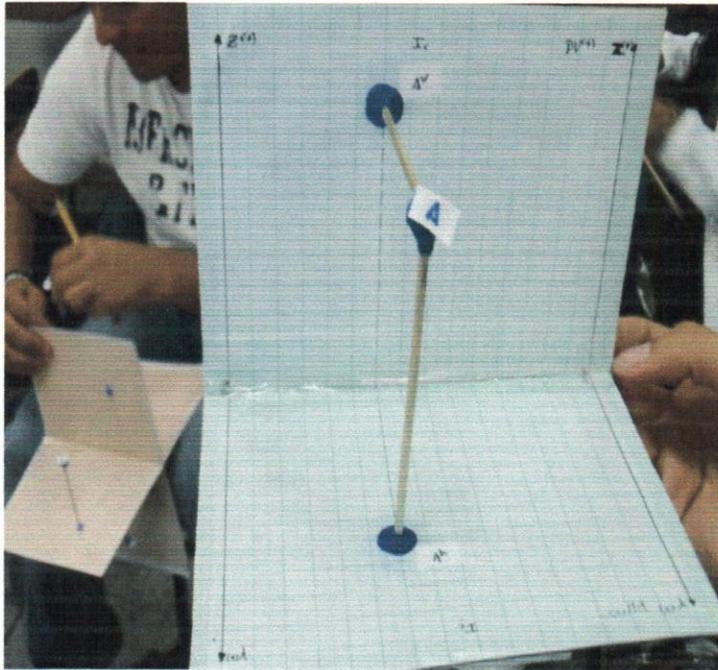
La autora utiliza este diedro en varias de las primeras clases (Estrategia de elaboración imaginaria impuesta) hasta que los alumnos ya pueden generar su propia imagen mental (estrategia de elaboración imaginaria inducida) y solo les dice: el punto F se encuentra en el segundo cuadrante, por ejemplo, y ellos deben



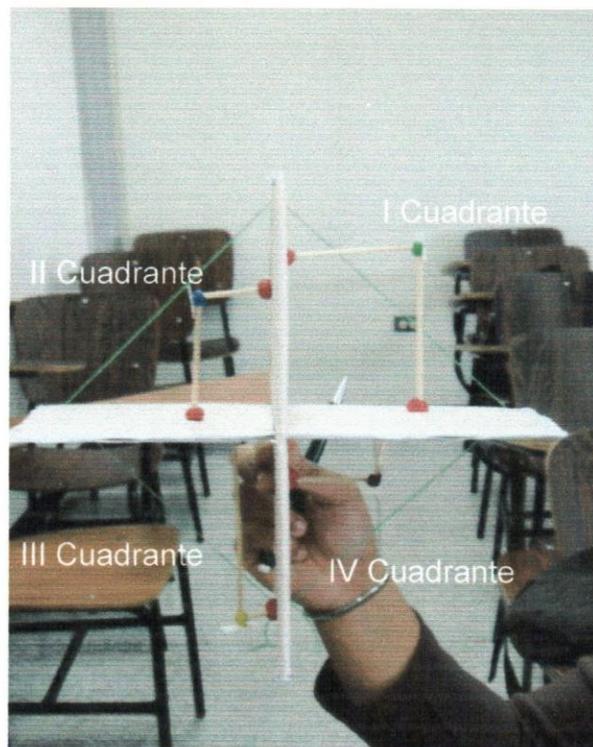
**Figura 1. Diedro recto**



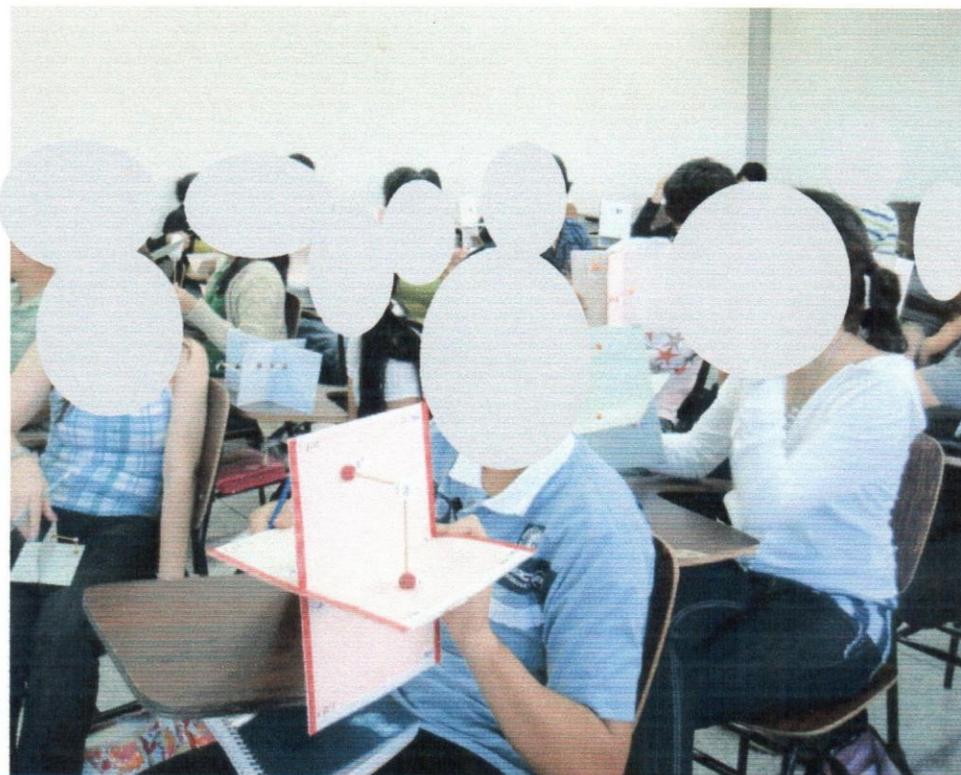
**Figura 2. Identificación de plano vertical (PV), plano Horizontal (PH), origen de coordenadas O, ejes: x, y, z; primer cuadrante (IC)**



**Figura 3.** Punto A en el espacio con su proyección vertical y proyección horizontal.



**Figura 4.** Cuatro puntos A, B, C, D, cada uno en un cuadrante.



***Figura 5.*** Alumnos con Diedro y los cuatro puntos representados en cada cuadrante.

imaginarse el punto en el espacio, ubicado en el segundo cuadrante y ubicar mentalmente las proyecciones horizontal y vertical del punto.

Desde el inicio del curso la autora asigna un proyecto en el cual los alumnos deben construir una maqueta, de un objeto o un lugar, edificio, puente, entre otros, en el cual intervengan los tres poliedros regulares: cubo, tetraedro y octaedro, de arista mayor a 8 cm., pueden agregar cualquier otra figura geométrica y elementos que consideren para la elaboración del mismo. Este proyecto se realiza con el fin que los alumnos construyan los poliedros regulares, verifiquen sus relaciones métricas y los asocien a un objeto de la vida real, que les permita hacer ese aprendizaje significativo y lo hagan suyo.

Se utilizan estrategias como la resolución de problemas, utilizando la realización en simultáneo de los alumnos y el profesor del ejercicio, se realiza la supervisión de los pasos con los alumnos y al final del ejercicio, los alumnos entregan el ejercicio para ser tomado en cuenta. Con esta estrategia los alumnos se sienten muy motivados, mantienen el interés toda la clase y aclaran las dudas inmediatamente lo cual contribuye a la comprensión del mismo. Mientras más ejercicios analicen y realicen los alumnos, más posibilidades tienen de aprender los conceptos básicos entregados en la clase. Se realizan clases participativas, se utiliza la pregunta como herramienta de verificación de atención, entre otras.

Los docentes de la materia en las otras secciones de la carrera de Ing. Civil, utilizan el video beam, y combinan en sus clases, las presentaciones en Power Point, con las estrategias de la construcción del diedro, y también elaboran un proyecto similar al que asigna la autora del presente trabajo, al final del semestre. También realizan ejercicios en la pizarra para ejemplificar la teoría. En

las clases realizadas en el programa Power Point, incluyen la información teórica de la materia y ejercicios realizados con plantillas cuadrículadas y a escala para poder representar las coordenadas de los puntos y realizar paso a paso los problemas, pudiendo en la clase repetir los pasos anteriores sin tener que borrar el pizarrón, y adelantar los pasos cuando los estudiantes así lo requieran, y el tiempo lo permita.

*Presentación del Pensum de la materia de Geometría Descriptiva I, en la carrera de Ingeniería Civil.*

Se tenía hasta el año 2004-2005 un programa de la materia con seis (6) horas académicas de teoría y dos horas de práctica, a la semana, como se muestra en la Tabla 5, luego en la escuela de Ingeniería Civil en la institución donde labora la autora, una comisión en el departamento de Geometría Descriptiva designada por el consejo de Facultad realizó una revisión del mismo y se realizaron modificaciones las cuales aprobó el Consejo de Escuela, luego el Consejo de Facultad y posteriormente el Consejo Universitario, este cambio es muy importante, ya que se cambió de seis (6) horas semanales a cuatro (4) horas semanales, pero se incluyó en el pensum una materia adicional que se llama Dibujo I, que son 2 horas semanales. Esta materia entró en vigencia en Marzo del año 2004, se incluye en la Tabla 6, el contenido de la materia Dibujo I. Esta modificación permite que las cuatro horas académicas de la materia se dediquen a la representación en Doble Proyección ortogonal y un repaso de geometría plana.

Adicionalmente los estudiantes tienen dos horas académicas, a la semana de preparaduría en las cuales realizan ejercicios de GD, con un preparador, el puntaje es de 15% de la nota total de la materia.

Tabla 5  
*Pensum de la materia de Geometría Descriptiva I hasta 2004-2005*

<b>MATERIA:</b>			<b>REQUISITOS:</b>	
<b>Geometría Descriptiva I</b>			<b>Admisión</b>	
<i>HORAS SEMANALES</i>			<b>CODIGO 00002</b>	
Teoría	Práctica	Laboratorio	<b>UNIDADES DE CRÉDITO</b>	
6	2	0	7	

*Vigente desde marzo de 1.998*

**1er. Período**

Definición de Punto, Recta y Plano. Relación entre punto y recta y plano. Posiciones relativas entre dos rectas. Posiciones relativas entre recta y plano y entre dos planos. Paralelismo. Teoremas de rectas paralelas cortadas por dos Transversales

Definición Ángulo. Ángulos de lados paralelos. De lados perpendiculares entre sí. Clasificación polígonos. Propiedades de cada uno (altura, mediana, mediatriz, centro, apotema, etc.). Construcción y Resolución de Polígono. Circunferencias. Características. Tangentes. Ángulos de la Circunf. Elipses, Parábolas, Hipérbolas, características. Construcción.

Definición de Poliedros. Clasificación. Características de cada uno de ellos. Superficies Curvas Regladas. No Regladas. De Revolución. Características Principales.

La Geometría y su desarrollo. Aspectos históricos. Enfoque sintético de la Geometría.

Los Postulados de la Geometría según Hilbert. Definiciones de congruencia, semi-recta, semiplano, semiespacio, Ángulo.

Definición de igualdad mediante el movimiento y deducción, supuesta conocida la Geometría Plana Elemental, de las propiedades del punto, rectas y planas en cuanto a suposiciones relativas:

- a) Intersección de recta y plano de dos planos. Propiedades.
- b) Paralelismo entre recta y plano. Definición y Propiedades.
- c) Paralelismo entre dos planos. Definición y Propiedades.
- d) Rectas que se cruzan. Extensión del concepto de ángulo.
- e) Perpendicularidad entre recta y plano. Definición y Propiedades.
- f) Perpendicularidad entre planos. Definición y propiedades.
- g) Concepto de distancia.

Objeto de la Geometría Descriptiva. Sistemas de representación. Proyecciones. Sistema diédrico. Representación del punto. Proyectantes. Convenciones fundamentales. Representación de rectas. Planos proyectantes. Posiciones notables. Distancia entre dos puntos y ángulos de una recta con un plano de proyección (definición y medición).

Posiciones relativas entre recta y punto y entre dos rectas.

Planos perpendiculares y paralelos a los planos de proyección.

Planos y rectas de perfil.

Rectas y puntos contenidos en planos dados. Características horizontal y frontal.

Paralelismo entre recta y plano y entre dos planos.

Intersección de planos. Métodos: plano auxiliar; cambio de planos de proyección.

Intersección de recta y plano. Métodos: plano auxiliar; cambio de planos de proyección

Perpendicularidad entre recta y plano y entre dos planos.

Rectas de mayor pendiente de un plano y de máxima inclinación. Ángulo entre un plano dado y uno de los de proyección (definición y medición)

Abatimiento de un plano sobre otro.

La circunferencia. Trazado de tangentes.

Superficies poliédricas. Convenciones de representación.

Poliedros convexos y cóncavos.

Poliedros Irregulares Prisma, pirámide. Secciones planas, homología.

Los Poliedros Regulares: Condiciones de existencia, propiedades, relaciones métricas, condiciones de simetría, construcción. Tetraedro, cubo y octaedro.

Tabla 6  
*Contenido de la materia Dibujo I*

## **PROGRAMA DIBUJO I**

**TEMA 1:**

Manejo de instrumentos de dibujo.

**TEMA 2:**

Rotulación.

**TEMA 3:**

Escalas.

**TEMA 4:**

Normas de acotación.

**TEMA 5:**

Uso de las herramientas de dibujo.

**TEMA 6:**

Vistas de un objeto, Cortes y Secciones.

**TEMA 7:**

Dibujo isométrico.

**TEMA 8:**

Dibujo a mano alzada, detalles.

**TEMA 9:**

Plano de conjunto.

Sello escuela	Sello secretaria general

Con este cambio se obtiene un importante avance, ya que en las horas de dibujo adquieren destrezas con los instrumentos, conocimientos del trazado, y realizan varias láminas dedicadas a las vistas de un objeto, cortes e isometría, y otros conocimientos mencionados anteriormente que permiten el avance en la materia de Geometría Descriptiva y que los alumnos manejen mas información relacionada con la representación gráfica de objetos que se encuentran en el espacio y su representación en dos dimensiones, dedicando mayor tiempo a la aplicación de estrategias para la obtención de mejores resultados en el proceso de enseñanza aprendizaje.

*Experiencia UNEXPO- Puerto Ordaz.*

En esta Casa de estudios superiores se ha impartido la materia de Geometría Descriptiva en la carrera de Ingeniería Industrial entre otras, luego la materia cambio su estructura y la manera de dictar la misma, manteniendo el contenido, pero utilizando otras metodologías descritas posteriormente, estos cambios incluyeron el nombre pues ahora se denomina Ciencias Gráficas.

Como uno de los antecedentes de todos estos cambios se presenta un resumen del trabajo de Asenso elaborado por Albornoz, Fuentes & Ponte (1996), en el cual toman como marco de referencia, que no se ha podido lograr en su medio docente el objetivo principal de la enseñanza de la GD, que es desarrollar en el estudiante la habilidad de transferencia de las percepciones tridimensionales en representaciones bidimensionales y/o construir el objeto a partir de su representación y atribuyen esta situación a que se ha estudiado la GD partiendo de modelos geométricos abstractos, como lo plantean los textos, que se utilizan tradicionalmente, de acuerdo a la propuesta de Gaspar Monge en 1973. Los

problemas se resuelven sin considerar las leyes de la asimilación, es decir carentes de un proceso sistemático en el cual se considere que el estudiante debe resolver las tareas con objetos generalizados en un esquema gradual de complejidad creciente, desde las acciones materiales con objetos reales hasta las acciones mentales.

La estrategia utilizada es un Sistema didáctico elaborado en correspondencia con un sistema de medios y utilizando como apoyo una metodología elaborada por las investigadoras, para la habilidad de razonamiento espacial para la representación en un plano. La teoría de la formación por etapas de las acciones mentales de Galperin es el basamento fundamental de esta metodología.

Se utiliza la proyectividad del Sistema Cilíndrico ortogonal en un plano, se sintetizan estos contenidos para su asimilación.

Para su aprobación deben aplicar la información en otras asignaturas. Al establecerse el nexo con la práctica, se utilizan los conceptos estructurados para resolver problemas reales que se presentan en las profesiones técnicas.

Los medios o recursos de enseñanza deben: crear las condiciones de la materialización durante el proceso de apropiación de los conocimientos, orientar la percepción, para facilitar el desarrollo de los nuevos conocimientos, permitir que el alumno dirija el proceso de su aprendizaje, por medio de la interacción con los otros componentes del sistema didáctico.

El elemento integrador entre los componentes del sistema didáctico, es el plan de clase, apoyado en la tarjeta de estudio.

Esta metodología ha permitido eliminar los paradigmas establecidos con respecto a la enseñanza de esta asignatura y los mitos sobre las dificultades que tienen los estudiantes para desarrollar la habilidad del razonamiento espacial.

La habilidad del razonamiento espacial debe ser dominada por todas a aquellas personas que requieran trabajar con objetos tridimensionales, por lo que se considera que no sólo los estudiantes de carreras técnicas, deben desarrollar la habilidad de razonamiento espacial.

La planificación del proceso docente debe hacerse con un enfoque integral, considerando no solo el uso de los medios aisladamente, sino que su espacio sea estructurado dentro del proceso, al definir su función como soporte del sistema didáctico.

Este trabajo esta estructurado para servir de apoyo a los docentes que se interesan por la optimización de la enseñanza. La investigación acción ha sido la base de la experiencia, porque ha permitido la incorporación inmediata de los ajustes al sistema didáctico, basados en el diagnóstico realizado durante la aplicación de las propuestas parciales con el apoyo de la metodología.

## Conclusiones

En este trabajo de investigación documental se trataron dos tópicos: las tendencias en la enseñanza de la Geometría y las tendencias en la enseñanza de la Geometría Descriptiva.

Se inició la investigación con la información del contenido de geometría impartido desde el primer nivel de educación en Venezuela hasta la educación Superior, y se verificó como se va ampliando el contenido, el nivel de profundidad y complejidad, a medida que avanza el nivel educativo y grado a cursar, por otra parte, se identifica una diversidad de estrategias de enseñanza que varían desde la utilización de material concreto, la demostración de teoremas, la deducción, hasta la resolución de problemas, cada una adaptada al nivel de enseñanza en el cual se imparte la materia.

Con respecto a la enseñanza de la Geometría a nivel Superior se investigaron varios aspectos, los cuales se concluyen a continuación:

### *Modelo de Van Hiele para la didáctica de la Geometría*

El modelo consiste en cinco niveles de comprensión: (a) nivel 1 (reconocimiento visual), (b) nivel 2 (análisis), (c) nivel 3 (clasificación), (d) nivel 4 (deducción formal) y (e) nivel 5 (rigor), los cuales incluyen características, métodos y exigencias que los diferencian.

Adicionalmente a las particularidades de cada nivel de razonamiento, es importante tener en cuenta otras características globales del modelo de Van Hiele para su apropiada comprensión y utilización, entre ellas están: la jerarquización y secuencialidad, localidad de los niveles, el lenguaje, continuidad de los niveles y la instrucción como instrumento de avance en el nivel de razonamiento.

La adquisición de un nivel de razonamiento requiere un cierto dominio de las características, métodos y exigencias de cada uno de ellos, denominados grados de adquisición de un nivel de razonamiento (Gutiérrez, Jaime y Fortuny, 1991). Al hablar de adquisición gradual de un nivel de razonamiento, a otro, se piensa en términos cualitativos de un proceso de dominio cada vez mayor, que va desde el dominio nulo, bajo, intermedio, alto y completo, cada uno de estos procesos con características propias.

Siendo esta información muy importante pues el docente conociendo cada uno de estos niveles de razonamiento y de adquisición de los mismos, puede generar instrumentos que le permitan identificar los niveles en los cuales se encuentran sus alumnos e ir verificando el avance de éstos a lo largo del período académico, diseñar la metodología y las estrategias adecuadas al nivel en el cual se encuentran los alumnos e ir moldeando la enseñanza de acuerdo al grupo, su nivel y los objetivos que desea alcanzar el docente con la materia.

*Evaluación del grado de adquisición de los niveles de Van Hiele en los estudiantes universitarios, utilizando la teoría de La Borrosidad*

La inclusión de la teoría de la borrosidad en la adquisición de los niveles de Van Hiele es muy importante ya que da un paso al frente y permite manejarse en un rango de aprendizaje de la geometría, por tanto un rango de enseñanza entre un nivel y otro, es decir que el aprendizaje de la geometría va progresivo por los niveles de Van Hiele, estando en algunos momentos en niveles intermedios, que es lo que se puede observar mediante las evaluaciones y el proceso de enseñanza – aprendizaje, lo cual permite orientar la enseñanza, y admitir que el estudiante puede recibir y captar información gradualmente, que es capaz de entender la

mayoría de los puntos o contenidos de un tema, e incluso algunos contenidos de un tema siguiente, sin dominar a plenitud ninguno de los dos temas, pues tienen grados de complejidad diferentes.

*Comparación de los Niveles de Van Hiele con los Niveles SOLO*

Se presenta un análisis en relación con el aprendizaje de la geometría comparando los niveles del modelo de Van Hiele con el aprendizaje de geometría aplicando la Taxonomía SOLO, entendido esto como “un sistema de categorías diseñado para evaluar la calidad de una respuesta” p. 292 según Pegg, Gutiérrez y Huerta (1997)( como se cita en Huerta 1999).

Los resultados evidenciaron que existe más de un nivel SOLO para un nivel de Van Hiele dado. Esto indica que dentro de los diferentes niveles de razonamiento ocurren muchos más eventos y situaciones, de las que se describen por la teoría de los niveles, y a través de la Taxonomía SOLO si se pueden explicar.

Es por esto que Pegg ( como se cita en Huerta 1999), intenta identificar un número mayor de niveles de razonamiento que los que se manejan usualmente y también se justifique porqué la asignación de un nivel de razonamiento a un estudiante no explique suficientemente cómo usa éste su razonamiento, ya que a estudiantes que manejan, ya sea aspectos aislados de su razonamiento, uno o más de uno en secuencia (uniestructural y multiestructural, respectivamente), bien relacionados, se les asigna el mismo nivel de razonamiento cuando es razonable pensar que no es así.

*Principios de procedimientos. El Modelo pedagógico de Van Hiele*

Para orientar la enseñanza de la geometría, Aravena y Caamaño (2005) propusieron un conjunto de nueve principios procedimentales, basado en el Modelo de Van Hiele, los cuales permiten a el profesor elaborar su planificación basada en este modelo y aplicarla en clase para ir mejorando la aplicación didáctica del mismo y el rendimiento de los alumnos en la materia, que es uno de los fines de todas estas mejoras.

*Representaciones de la Geometría Plana por parte de estudiantes de Docencia en Matemática*

Se analizaron los resultados del estudio, basados en los conceptos emitidos por los alumnos desde la perspectiva teórica de Gagné (1991), citado en Vílchez (2005), sobre las proposiciones como una de las formas de representar mentalmente el conocimiento.

Al finalizar la comparación de los conceptos, mostró como resultado un amplio desacuerdo entre los conceptos tomados como referentes y los conceptos emitidos por los alumnos, aun cuando las proposiciones muestran que en algunos términos, un porcentaje considerable de los alumnos mostró tener una representación mental del conocimiento pedido, en cada situación, aunque la declaración presentada sea insuficiente o presente incoherencias.

*Enseñanza de la Geometría Descriptiva*

La Edad Moderna en el dibujo y la geometría Descriptiva de Gaspar Monge.

El geómetra Gaspar Monge creó una nueva ciencia, la Geometría Descriptiva, que recoge el trabajo realizado por geómetras, técnicos y artistas. El momento histórico del diseño de máquinas y la Revolución Industrial exigía

resolver los problemas rápidamente y con soluciones precisas, para lo cual era fundamental unificar los procedimientos y convencionalismos de representación.

Con la utilización de la proyección cilíndrica y ortogonal, y auxiliado de procedimientos geométricos sencillos, pero firmes, Monge convirtió un grupo de técnicas gráficas dispersas en un “cuerpo de doctrina enteramente elaborada” (Morciego, 2004, p. 49).

“La Geometría Descriptiva efectúa la representación gráfica de todas las operaciones que pueden realizarse con la geometría, y el resultado de las mismas” (Barreiro, s.f., p. 11).

En base a esto el conocimiento de los postulados y teoremas de geometría, son fundamentales para representar gráficamente los problemas y resolverlos en Geometría Descriptiva.

*Estrategias didácticas aplicadas para la enseñanza de la Geometría Descriptiva en Educación Superior*

A continuación se presentan las conclusiones de algunas de las estrategias e investigaciones realizadas en los siguientes países:

*España.*

En la Universidad Politécnica de Cataluña en la Escuela Técnica Superior de Ingenieros Industriales de Terrasa, los investigadores F. Hernández, V. Hernández & Ochoa citado en Morciego (2004) desarrollaron la siguiente estrategia: metodología didáctica para la enseñanza de Geometría Descriptiva basada en un tutor- Evaluador y en un generador de ejercicios integrados en un entorno de propósito constructivo general.

Concluyendo lo siguiente: el sistema tutor-evaluador centrado en la motivación de los alumnos, el establecimiento del contenido de los programas, y no en la mera transmisión de conocimiento, permite al estudiante aprender de una forma guiada y con mayor independencia del profesor. Cumple su misión como herramienta complementaria para la formación de los alumnos en el campo del conocimiento.

*Colombia.*

En Colombia en la Universidad Nacional de Colombia, en el Departamento de Ingeniería Mecánica y Mecatrónica Baquero (1998), llevó a cabo la siguiente estrategia para la enseñanza de la Geometría Descriptiva: Enseñanza de Geometría Descriptiva con AUTOCAD, en la cual se concluyó lo siguiente: los problemas tridimensionales se pueden plantear, medir y solucionar con herramientas como Autocad, y permite que los estudiantes se motiven en el estudio de la materia.

*Argentina.*

Facultad de ciencias Exactas y Naturales y Agrimensura, Beltrametti, Esquivel & Ferrari (2003) aplican la siguiente estrategia a partir del Análisis de la evolución de los niveles de pensamiento geométrico en la construcción del concepto de Transformaciones Rígidas del Plano (Isometrías) según la Teoría de Van Hiele y el empleo del Soft Cabri Géometre de estudiantes del profesorado en Matemática que cursaron la asignatura Geometría métrica y trigonometría en el año 2003. Concluyendo lo siguiente: Los estudiantes que emplearon el soft, obtuvieron mejores rendimientos lo que validaría la hipótesis de trabajo, sin embargo mediante el estadístico ( $\chi^2 = 0.615$ , gl = 1, p = 0.433), la diferencia no es significativa, debido al tamaño reducido de la muestra.

*Brasil.*

En Brasil en la Universidad de Sao Paulo en la Escuela Politécnica en el departamento de Ingeniería de Construcción Civil-PCC, Toledo (1999), presenta un Applet Java<sup>TM</sup> para hacer disponibles ejercicios de Geometría Descriptiva en Internet. Concluyendo que para los estudiantes fue muy útil poder repetir las explicaciones para su total comprensión, adecuándose a su ritmo de aprendizaje.

Los alumnos son motivados al estudio pues la interacción en la Internet es lúdica y muy atractiva a los jóvenes estudiantes de Ingeniería. Una mejora solicitada fue agregar visualización tridimensional de la situación mostrada en proyección diédrica.

*Venezuela.**Estrategias de Enseñanza utilizadas por la autora.*

Las estrategias utilizadas por la autora son varias, una de ellas es la estrategia de elaboración imaginaria, (impuesta o inducida) las cuales son estrategias de adquisición de conocimiento según Poggioli (s.f.).

Con la estrategia de la construcción de un ángulo diedro recto (estrategia de elaboración imaginaria impuesta), y la ubicación de puntos en el espacio, los alumnos asocian elementos concretos, con los elementos del espacio: punto, recta y plano, permitiendo que el conocimiento nuevo sea significativo.

La autora utiliza este diedro en las primeras clases hasta que los alumnos ya pueden generar su propia imagen mental (estrategia de elaboración imaginaria inducida) y solo les dice por ejemplo: el punto F se encuentra en el segundo cuadrante, y ellos deben imaginarse el punto en el espacio, ubicado en el segundo

cuadrante y ubicar mentalmente las proyecciones horizontal y vertical del punto, para luego representarla en dos dimensiones.

Adicionalmente utiliza estrategias como la resolución de problemas, clases participativas, la pregunta como herramienta de verificación de atención, elaboración de proyectos, ejercicios en clases, entre otras.

La intención de la autora es que los alumnos puedan reconocer los elementos de la geometría y los puedan representar mentalmente en tres dimensiones, para posteriormente poder plasmarlos en dos dimensiones, y que al ver una representación de un objeto en dos dimensiones puedan imaginárselo en tres dimensiones, pues como ingenieros esta es una herramienta fundamental en el diario ejercicio de la profesión, los planos (dos dimensiones) y el espacio (tres dimensiones) son el campo de la profesión.

*Experiencia UNEXPO- Puerto Ordaz.*

En esta Casa de estudios superiores se realizó un cambio de la materia de Geometría Descriptiva a Ciencias Gráficas en el cual se cambio su estructura y la manera de dictar la misma, manteniendo el contenido, pero utilizando otras metodologías. Información suministrada por la Jefa de cátedra de Ciencias Gráficas de la mencionada casa de estudios.

Uno de los antecedentes de este cambio es el trabajo de Asenso elaborado por Albornoz, Fuentes & Ponte (1996), en el cual toman como marco de referencia, que no se ha podido lograr en su medio docente el objetivo principal de la enseñanza de la GD, que es desarrollar en el estudiante la habilidad de transferencia de las percepciones tridimensionales en representaciones bidimensionales y/o construir el objeto a partir de su representación y atribuyen

esta situación a que se ha estudiado la GD partiendo de modelos geométricos abstractos, como lo plantean los textos, que se utilizan tradicionalmente, de acuerdo a la propuesta de Gaspar Monge en 1973. Los problemas se resuelven sin considerar las leyes de la asimilación, es decir carentes de un proceso sistemático en el cual se considere que el estudiante debe resolver las tareas con objetos generalizados en un esquema gradual de complejidad creciente, desde las acciones materiales con objetos reales hasta las acciones mentales.

La estrategia utilizada es un Sistema didáctico elaborado en correspondencia con un sistema de medios y utilizando como apoyo una metodología elaborada por las investigadoras, para la habilidad de razonamiento espacial para la representación en un plano. La teoría de la formación por etapas de las acciones mentales de Galperin es el basamento fundamental de esta metodología.

La realización de esta monografía ha permitido a la autora conocer otras estrategias de enseñanza de Geometría y de Geometría Descriptiva, profundizar en las estrategias que ya conocía y utilizaba, afianzar los conocimientos de la materia y mejorar la práctica docente, orientando las clases de tal manera que los estudiantes reciban el conocimiento poco a poco y que sea significativo para ellos.

El aporte ha sido muy positivo e importante, en el área hay excelentes investigaciones de docentes que se han dedicado a este fascinante y amplio tema, con lo cual permite a la autora tener una amplia información de las estrategias utilizadas en otros países y en Venezuela, compartirlo con todos los interesados en el tema, y abrir nuevas líneas de investigación para estudiar la posibilidad de la aplicación de nuevas estrategias de enseñanza de la geometría.

Adicionalmente ha permitido a la autora actualizar los conocimientos en el área y entender que la tendencia es hacia el cambio, consiente del proceso que se genera en el estudiante, el cual está inmerso en la nueva sociedad del conocimiento, y el ciber espacio, que mientras mas atractivo, novedoso y práctico sea el proceso de enseñanza, el estudiante se motiva más, le permite sentirse mejor en busca de mejores resultados. Este proceso se inicia con la actualización del docente, la profundización de la investigación y la aplicación de estrategias distintas y novedosas, cuidando siempre la esencia de la materia y manteniendo lo que ha dado buenos resultados.

## Referencias

- Albornoz, E., Fuentes, A. & Ponte, A. (1996). Metodología y Medios para la Formación de la Habilidad de Razonamiento Espacial y de su Representación Bidimensional". Tesis de maestría no publicada. Universidad de la Habana, La Habana, Cuba.
- Álvarez, L. & Rodríguez, J. (2003) Informe sobre el rendimiento académico en las cátedras de Geometría Descriptiva y Cálculo en la escuela de Ingeniería Industrial Guayana. Informe. Venezuela: Universidad Católica Andrés Bello- Guayana, Ingeniería Industrial.
- Aravena, M. & Caamaño C. (2005, noviembre) El modelo pedagógico de los Van Hiele. Conferencia del IV Congreso Trujillano de Educación Mención Física y Matemática. Trujillo, Venezuela.
- Baquero, M. (1998). Enseñanza de Geometría Descriptiva con AUTOCAD. (Informe de Investigación de Ingeniero Baquero en Geometría Descriptiva de la Universidad Nacional de Colombia. Facultad de Mecánica y Mecatrónica).  
Resumen recuperado el 27 de agosto del 2007, de  
[http://www.ing.unal.edu.co/progsfac/mecanica\\_mecatronica/docs/docentes/ingenieros/baquero\\_cortes\\_miguel\\_angel\\_inv.html](http://www.ing.unal.edu.co/progsfac/mecanica_mecatronica/docs/docentes/ingenieros/baquero_cortes_miguel_angel_inv.html)
- Barreiro, M. (s.f.). Geometría Descriptiva. Caracas, Venezuela.: Texto.
- Beltrametti, M. Esquivel, M. & Ferrari, E. (2003) Análisis de la evolución de los niveles de pensamiento geométrico en la construcción del concepto de Transformaciones Rígidas del Plano según la Teoría de Van Hiele y el empleo del Soft Cabri Géometre de estudiantes del Profesorado en

- Matemática que cursaron la asignatura de Geometría Métrica y Trigonometría en el año 2003.(Universidad Nacional del Nordeste, Comunicaciones científicas y tecnológicas 2004, Resumen D-019)  
Resumen recuperado el 31 de octubre de 2007 de <http://exa.unne.edu.ar>
- Carretero, A.(2001) Metodología didáctica para la enseñanza de Geometría Descriptiva basada en un Tutor-Evaluador y en un Generador de ejercicios integrados en un entorno de propósito constructivo general. Resumen recuperado el 10 de marzo de 2006 del sitio Web  
[http://www.gig.etsii.upm.es/pdf/TESIS\\_ACD\\_2002.pdf](http://www.gig.etsii.upm.es/pdf/TESIS_ACD_2002.pdf)
- Fouz, F & De Donsti, B. (s.f.) Modelo de Van Hiele para la didáctica de la Geometría. Recuperado el 8 de Marzo del 2006, de  
<http://www.divulgamat.net>
- Freites, J. (2006). Trabajo de investigación. Importancia de la Geometría. Manuscrito no publicado, Universidad Católica Andrés Bello –Guayana, Venezuela.
- Huerta, P. (1999).Los Niveles de Van Hiele y la Taxonomía SOLO: un análisis comparado, una integración necesaria.  
*Enseñanza de las Ciencias: Investigación Didáctica*, 17 (2), 291-309.
- Jaime A. & Gutiérrez (1990). Una propuesta de Fundamentación para la enseñanza de la Geometría: El modelo de Van Hiele, Práctica en Educación Matemática: Capítulo 6°, pag.295-384. Ediciones Alfar, Sevilla,1990.
- Morciego, C. (2004). Introducción a la gráfica de Ingeniería” Desarrollo evolutivo y actualidad computacional. *Pedagogía Universitaria*; 2004, Vol. 9 Issue 3,

46-85. Recuperado el 25 de Marzo de 2006 de la base de datos Fuente Académica de EBSCOhost. (Número de acceso: 18493090, ISSN: 1609-4808).

Pérez, J. (2005, noviembre). Evaluación del grado de adquisición de los niveles de Van Hiele en los estudiantes universitarios, utilizando la teoría de la Borrosidad. Ponencia del IV Congreso Trujillano de Educación Mención Física y Matemática. Trujillo, Venezuela.

Poggioli, L.(s.f.). Estrategias de adquisición de conocimiento. En Serie Enseñando a aprender. Fundación Polar. Recuperado el 31 de octubre de 2007 de <http://www.fpolar.org.ve/poggioli/poggio23.htm>

Toledo, E. (1999, septiembre). Un Applet JAVA™ para hacer disponibles ejercicios de Geometría Descriptiva en Internet. Investigación presentada en el II Congreso Iberoamericano de Expresión Gráfica en Ingeniería y Arquitectura, Salta (Argentina), de 1999. Resumen recuperado el 8 de marzo de 2006, de <http://www.pcc.usp.br/toledo/pdf/egrafia99.pdf>

Vilchez, A. (2005, noviembre). Representaciones que poseen de la Geometría Plana, los docentes de matemática, no graduados de educadores. Ponencia del IV Congreso Trujillano de Educación Mención Física y Matemática. Trujillo, Venezuela.