

ARR 2122



UNIVERSIDAD CATÓLICA ANDRÉS BELLO
VICERRECTORADO ACADÉMICO
DIRECCIÓN GENERAL DE ESTUDIOS DE POSTGRADO
ÁREA DE HUMANIDADES Y EDUCACIÓN
Maestría en Educación: Procesos de Aprendizaje

Tesis
PA 2007
M4

Trabajo de Grado de Maestría

**EFFECTOS DE LA EJECUCION DE ESTRATEGIAS METACOGNITIVAS
SOBRE EL NIVEL DE RENDIMIENTO CON NÚMEROS RACIONALES POR
ESTUDIANTES DE QUINTO GRADO DE EDUCACIÓN BÁSICA.**

Presentado por:
Delia Mera
para optar al título de
Magíster en Educación

Tutor:
Patricia Peña

Caracas, Marzo de 2008

*Para todas aquellas personas
que acompañaron y permitieron
la realización de este trabajo...*

AGRADECIMIENTO

Quiero agradecer a Dios por darme la vida, al niño Jesús, a San Isidro, a San Miguel y a mis ángeles protectores por acompañarme y cuidar mis pasos todos los días, y por darme unos padres únicos que son los pilares de mi vida.

A mi papá por estar dispuesto a estar conmigo en todo este camino de vida, por llevarme y buscarme cuando lo necesito.

A mi mamá por aguantarme y siempre estar allí para mí.

A la vida por permitirme estar en este momento aquí, por darme la oportunidad de simplemente vivir, por darme personas especiales que siempre estarán aquí de alguna manera aunque no estén en forma carnal.

A mi tutora Patricia Peña por ayudarme en todo momento, por su experiencia profesional, por su apoyo y disposición para la culminación exitosa de este proyecto.

A mis profesores: Mylvia Fuentes, Lisette Poggioli, Carlos Zerpa, Edgar Martínez, quienes me guiaron y asesoraron durante todo el postgrado y en la realización de este proyecto.

A mis compañeros de postgrado: María Esperanza, Antonio, Pedro, Julitza, Lisbeth, María Alejandra y todos los que me acompañaron.

A los alumnos y docentes que hicieron posible la práctica del programa por su colaboración en la culminación de esta investigación

A la Universidad Católica Andrés Bello por haberme abierto sus puertas y permitirme ser una mejor profesional

UNIVERSIDAD CATÓLICA ANDRÉS BELLO
DIRECCIÓN GENERAL DE ESTUDIOS DE POSTGRADO
ÁREA DE HUMANIDADES Y EDUCACIÓN
PROGRAMA DE MAESTRÍA EN EDUCACIÓN
MENCIÓN: PROCESOS DE APRENDIZAJE

Trabajo de grado de Maestría
EFECTOS DE LA EJECUCION DE ESTRATEGIAS METACOGNITIVAS
SOBRE EL NIVEL DE RENDIMIENTO CON NÚMEROS RACIONALES POR
ESTUDIANTES DE QUINTO GRADO DE EDUCACIÓN BÁSICA.

Autora: Delia Mera Mendes.

Tutora: Patricia Peña.

Fecha: Marzo de 2008.

Resumen

La educación en Venezuela, centrada en el educando y en el aprender a aprender a través de la ejecución de estrategias de aprendizaje, impulsó esta investigación, cuyo objetivo fue determinar el efecto de la aplicación de un programa de entrenamiento en Estrategias Metacognitivas en el rendimiento en Operaciones con Fracciones, en alumnos de quinto grado de Educación Básica de una Unidad Educativa Nacional del Oeste de Caracas. La información de estudios previos no permitió registrar investigaciones que relacionaran el uso de estrategias metacognitivas con las operaciones con fracciones.

El trabajo fue concebido bajo la investigación de tipo explicativa, con diseño cuasiexperimental con prueba – postprueba y grupos intactos. La población estuvo conformada por 160 personas de cuatro secciones de estudiantes entre 10 y 13 años de edad. Se contó con un grupo control (GC) y un grupo experimental (GE), donde ambos conformaron una muestra de 78 participantes siendo aleatoria la asignación del programa de intervención. El estudio consistió en someter a los alumnos del Grupo Experimental a un programa de intervención basado en Estrategias Metacognitivas y determinar las diferencias entre el rendimiento mostrado en las Operaciones con Fracciones por los estudiantes antes y después de la intervención. Se utilizaron dos pruebas: una sobre conocimientos previos sobre la ejecución de Estrategias Metacognitivas, desarrollado y permitido por Panaoura y Phillipou (2003) y la segunda, una prueba de conocimientos en Operaciones con Fracciones.

Para determinar el grado de efectividad se utilizó la estadística descriptiva e inferencial (“t de student”) comprobándose la hipótesis planteada: la aplicación de un programa de entrenamiento en Estrategias Metacognitivas en un grupo de estudiantes de quinto grado de Educación Básica, afectará el nivel promedio de su rendimiento en Operaciones con Fracciones. Los resultados del posttest evidenciaron diferencias significativas a favor del Grupo Experimental a un nivel de $\alpha = 0.05$.

Descriptores: estrategias metacognitivas, números racionales, operaciones con números racionales, aprendizaje de las matemáticas.

Índice de Contenidos

	Página
Capítulo I. El Problema.....	1
Planteamiento del Problema.....	1
Propósito y justificación.....	10
Enunciado del Problema.....	13
Objetivos.....	13
Objetivo General.....	13
Objetivos Específicos.....	13
Capítulo II. Marco Teórico.....	15
Conceptualización de la Fracción.....	15
Dificultades en la Comprensión de los Números Racionales desde la Enseñanza.....	19
Dificultades en la Comprensión de Números Racionales desde el Aprendizaje	24
Operaciones con Fracciones.....	26
La Metacognición como Estrategia de Aprendizaje.....	29
Sistema de Hipótesis.....	41
Hipótesis General.....	41
Hipótesis Específicas.....	41
Capítulo III. Metodología.....	43
Tipo y Diseño de la Investigación.....	43
Población y Muestra.....	46
Sistemas de Variables.....	48
Variable Independiente: Programa de Entrenamiento en Estrategias Metacognitivas.....	48
Variable Dependiente: Rendimiento al efectuar una prueba de conocimientos en operaciones con Fracciones.....	49
Instrumentos de Recolección de Datos.....	50
Validez y Confiabilidad de los Instrumentos.....	53
Procedimiento.....	55
Limitaciones del Estudio	71
Capítulo IV. Resultados	72
Resultados	72
Capítulo V. Conclusiones y Recomendaciones	95
Conclusiones	95
Recomendaciones	101
Referencias.....	102

Anexos

A Prueba sobre Conocimientos Previos sobre la ejecución de Estrategias Metacognitivas “Inventario de Estrategias Metacognitivas” adaptado de Panaoura y Philippou (2003).....	107
B Prueba para evaluar el desempeño en Operaciones con Fracciones....	111
C Instrumento para la Validación de Contenido por Juicio de Experto...	118
D Hojas de Trabajo por sesión.....	127
E Hojas de Evaluación por sesión.....	134
F Características de la muestra Grupo Experimental y Grupo Control. Puntajes. Datos brutos.....	141
G Gráficos.....	145
H Hojas resueltas de algunos sujetos. Ejemplos.....	148

Tablas

1 Transformaciones sucesivas de estados y operadores (Adaptado de Dienes, 1972).....	17
2 Representación del Diseño de Grupo Control no equivalente y sin tratamiento con medidas antes y después (Pretest – Posttest).....	45
3 Distribución de la muestra en cuanto a Genero de dos secciones A y B seleccionadas	47
4 Operacionalización de las Variables.....	49
5 Tabla de Especificación de la Prueba 2: Prueba de conocimientos en Operaciones con Fracciones.....	52
6 Procedimiento por sesión instruccional	58
7 Distribución de frecuencias en cuanto a Sexo y Edad.....	73
8 Diferencia de medias GE y GC en relación con la Prueba de Conocimientos Previos sobre la Ejecución de Estrategias Metacognitivas.....	75
9 Relación promedio GE y GC en relación con la Prueba Pretest de Operaciones con Fracciones.....	77
10 Porcentajes de aprobados con mínimo 10 puntos en las hojas de Trabajo.....	88
11 Promedios obtenidos en las Hojas de Evaluación por sesión.....	89
12 Relación promedio GE y GC en relación con la Prueba Posttest de Operaciones con Fracciones.....	91
13 Relación promedio GE en relación con la Prueba Pretest y la Prueba Posttest de Operaciones con Fracciones.....	93

Figuras

1 Ejemplo de adición de fracciones con igual denominador.....	27
2 t de Student para la Hipótesis 1	75
3 t de Student para la Hipótesis 2	78
4 t de Student para la Hipótesis 3	91
5 t de Student para la Hipótesis 4	94

Capítulo I. El Problema

Planteamiento del Problema

Los estudios en los campos de la Psicología y la Educación han planteado nuevas perspectivas en el proceso de enseñanza y aprendizaje; así, Hernández (2000) plantea que la educación por ser un fenómeno sociocultural complejo requiere del aporte de diversas disciplinas y elementos que le permitan constituir su propio cuerpo de conocimientos, metodología y didáctica.

Poggioli (1989) refiere que la práctica en la educación tradicional ha promovido el aprendizaje memorístico, mediante el cual se ha manifestado la pasividad y receptividad de los estudiantes lo cual ha dado aprendizajes poco satisfactorios. Por ello, y de acuerdo con Planchart (1984) la educación ha dado cambios que han puesto de manifiesto el deseo, la intención y la capacidad de los docentes de Educación Básica en Venezuela, especialmente, para adaptarse a nuevos ámbitos de enseñanza – aprendizaje, como ha sucedido con los cambios curriculares que han llevado a una reestructuración de la práctica docente.

En Venezuela, de acuerdo con los programas educativos vigentes (Ministerio de Educación, 1998a), para el nivel de Educación Básica el docente debe ser integral, es decir, debe ser un conocedor de las distintas áreas del conocimiento, en cuanto a sus contenidos y procedimientos, tanto para dominarlas como para transmitirles a un grupo de estudiantes. Dentro de todas las áreas que debe enseñar el docente en su acontecer diario, se encuentra una que le plantea retos concretos en cuanto a su didáctica en el aula: la matemática.

La matemática como ciencia, de acuerdo con Planchart (1984) constituye una materia esencial dentro del proceso formativo de los individuos, ya que se establece como una base que le permite integrarse en el proceso de tecnificación social, mediante el uso del razonamiento, la rigurosidad de pensamiento y una actitud crítica que le ayudarán a enfrentarse a una más crecida sociedad del conocimiento, con énfasis en la tecnología y en el progreso científico continuos.

La matemática constituye un área profunda de exploración y enseñanza debido a su naturaleza, que requiere de un procesamiento y un pensamiento especial que la hace diferente del resto de las ciencias, de acuerdo con esto Barberá y Gómez (1996) plantean que “una de las peculiaridades de las matemáticas es su alto nivel de abstracción y generalidad, mucho mayor que el de cualquier otro contenido” (p. 386). En este sentido los resultados matemáticos conllevan un marcado análisis deductivo según el cual de planteamientos o principios generales y abstractos, y mediante la aplicación de procedimientos adecuados como operaciones, algoritmos o heurísticos, se llegan a hechos o resultados particulares y concretos; aunque también dentro del área se involucre el análisis inductivo de algunas tareas.

Otra característica fundamental de las matemáticas, también considerada por estas autoras, es la forma de su lenguaje, el cual es muy formal y diferente al usado comúnmente. Esta formalidad del lenguaje hace que el conocimiento matemático posea mayor rigurosidad, precisión e impersonalidad en el manejo y explicación de sus teorías y de sus procedimientos.

Aunque todas estas características hacen de la matemática una ciencia que ayuda al desarrollo del pensamiento y al uso adecuado del razonamiento, esta

rigurosidad también dificulta su uso y entendimiento de manera activa por los alumnos dentro del aula de clase.

Brueckner y Bond (1981) al respecto señalan que una de las dificultades detectadas dentro del aula lo constituye la complejidad de las operaciones en sí mismas, que vienen dadas por un orden lógico de las más simples a las más complejas, que si no se dominan correctamente de esta forma pueden hasta interferir con el desempeño matemático del alumno en niveles avanzados. Barberá y Gómez (1996) consideran que esa complejidad en su orden también dificulta su empleo en la vida cotidiana para lo cual es necesario realizar diversos cálculos, en compras, en negocios, para la toma de decisiones a nivel personal o social, o en niveles superiores distribución poblacional, control laboral, etc.

De acuerdo con el Proyecto de Sistema Nacional de Medición y Evaluación de los Aprendizajes (SINEA) desarrollado por el Ministerio de Educación (1998b, 1998c) refiere el bajo nivel de logro por parte de los estudiantes en las áreas de Lengua y Matemáticas en la Primera y Segunda etapa de Educación Básica. De acuerdo con el reporte, se manifiesta la existencia de fallas generales en la conducción de procesos que involucra la formación de los estudiantes, así como también la consideración que el docente dentro del aula debe emprender acciones dirigidas a mejorar el rendimiento académico de los alumnos. De manera específica tanto en Primera como en Segunda Etapa, los alumnos suelen obtener un nivel de logro parcial o de no logro en los niveles de ejecución requeridos en los distintos bloques de contenido matemático, especialmente en representación de datos y números y en operaciones.

En el área matemática, un tópico de complejidad especial lo constituye los números racionales o fraccionarios, los cuales para el Ministerio de Educación (1998a) dentro del Curriculum Básico Nacional venezolano en el programa de la Segunda Etapa de Educación Básica, específicamente en quinto grado, están contemplados desde su representación gráfica, diferente significado, ordenamiento, equivalencia hasta sus operaciones de adición, sustracción, multiplicación y división, en forma directa y dentro de la resolución de problemas.

Kelly, Gersten y Carnine (1990) señalan que el estudio de las fracciones se ha llevado a cabo abarcando sus elementos teóricos, operacionales y didácticos, es decir, las estrategias de enseñanza que emplean los docentes, específicas y propias del área de matemática, y las estrategias de aprendizaje que emplean los alumnos que intervienen en el proceso, las cuales, si difieren ampliamente y no se ajustan de manera equilibrada, puede conllevar al poco entendimiento de sus operaciones y de sus conceptos subyacentes.

En cuanto a sus elementos teóricos, el aprendizaje de las fracciones comporta dificultades debido a sus diferentes nociones o conceptos subyacentes. Según Kieren (1981) el número racional puede interpretarse de acuerdo a sus diferentes significados, o lo que él llamó subconstructos; estos son: como una relación o comparación parte – todo y medición, como razón, cociente y operador.

De manera semejante, Behr, Lesh, Post y Silver (1983) a las categorías anteriores agregan los constructos como “tasa” que hace referencia a una nueva cantidad resultante de la relación entre dos cantidades; como “coordenada lineal”; como “decimal”; y como “operador” tomando en cuenta la noción de función y las posibilidades de transformación.

Por otro lado, Graham y Graham (2003) en cuanto a los elementos didácticos o estrategias de enseñanza propias del área matemática, consideran que se deben tomar en cuenta las formas de representación que los docentes utilizan para facilitar el aprendizaje de las fracciones; por ejemplo debe emplearse material concreto en un primer momento, que le permita al alumno visualizar las representaciones fraccionarias y establecer experiencias concretas de aprendizaje relacionado con la vida diaria, con el fin de establecer su concepto y significado.

Sobre esta base, estos autores pretendieron fortalecer en niños de preescolar y primer grado un modelo mental de fracción como parte de un todo y la realización de operaciones simples mediante el trabajo con el modelo de las piezas de pizza y segmentos de papel recortable. Estudiaron con los niños la noción de fracción, equivalencias, representación, relación parte – todo y operaciones simples, evaluando mediante entrevistas, pruebas de verificación en el uso de material concreto y cuestionarios; comprobando que a los niños se les hace más fácil trabajar con material concreto la representación y las operaciones, logrando verificar un mayor entendimiento de las diferencias entre números enteros y fraccionarios (identificando componentes, notación, relación parte – todo).

Stix (1997) hace referencia en su disertación a Henry Goodman, profesor de matemáticas que en su experiencia docente ha empleado rejillas remarcables para enseñar la realización de operaciones básicas con fracciones (la rejillas son de material acrílico transparente y pegables en vidrios, en las cuales cada parte fraccionaria está representada por un color diferente: quintos – verdes, cuartos – amarillos, tercios rosa intenso, medios – azul), lo cual es apropiado para todo

nivel de estudios, permite el entendimiento del trabajo matemático, la comprensión del número fraccionario y las operaciones simplificadas.

Por su parte Dávila (1991) pretendió introducir la noción de fracción a través de problemas de reparto, la equivalencia de fracciones y la apropiación de términos con niños de primer y segundo grados a través del uso de pasteles representados en papel, de modo que se pudieran doblar y/o recortar para repartir y comparar. Mediante un análisis experimental cualitativo comprobó que en los primeros grados es infructuoso introducir conocimiento fraccionario, ya que los alumnos aún no poseen los elementos cognitivos indispensables para abordarlo y también recomienda comenzar el contenido fraccionario de forma concreta debido a su dificultad para luego, y solo entonces, introducir la representación simbólica.

Ni y Zhou (2005) a través de su investigación documental, consideran que una fracción implica la expresión de varias partes iguales de una unidad estable, lo cual puede tener algún grado de dificultad en su concepción debido a factores diversos, como la preferencia y la costumbre de los alumnos por los números enteros y por la confusión que suele aparecer en las operaciones realizadas con los números racionales, los cuales suelen operar a la inversa de los enteros, y a la dificultad en la representación de la parte – todo o división del todo en diversas partes.

Del mismo modo, estos autores estiman que el concepto de fracción puede ser formal para un matemático, debido a su conocimiento previo y a su formación intelectual o puede ser intuitivo para un niño en desarrollo debido a la práctica con material concreto, con actividades de la vida diaria y a la formación de un

conocimiento conceptual personal evidenciado en la adquisición individual del dominio fraccionario en su sistema cognitivo.

Por otro lado, en cuanto a las estrategias para el aprendizaje en el estudio de los procesos cognitivos, se ha empleado la metacognición, que en el área de matemática se ha manejado principalmente en el tópico de resolución de problemas, ya que este se estudia por etapas de solución siguiendo un protocolo determinado o pasos que van desde el planteamiento y definición de una interrogante, hasta la verificación de los resultados. Desde este punto de vista se asume que el alumno ya tiene los conceptos sobre el tema matemático planteado y alguna forma previa de representación que le permita operar sobre los datos y obtener unos resultados determinados.

A nivel conceptual Flavell (en Fuentes, 2003), Panaoura y Philippou (2003), Hernández (2000), Burón (1996), Yussen (1985) y Wellman (1985), entre otros autores, consideran que el término metacognición hace referencia al conocimiento acerca de la cognición, de su regulación y del pensamiento sobre el pensamiento, lo cual implica que las personas deben poseer un grado de conciencia sobre el propio pensamiento.

De acuerdo con Flavell (en Fuentes, 2003) y con Panaorura y Philippou (2003) la metacognición se refiere al conocimiento y monitoreo del propio sistema cognitivo y su funcionamiento; se le considera como un constructo multidimensional donde sus dimensiones básicas abarcan: el conocimiento metacognitivo o conocimiento de la cognición y la (auto)rregulación de la cognición. Estos autores refieren que el estudio de la metacognición envuelve una dificultad básica como lo es el desarrollo y empleo de tareas válidas que puedan

medir las habilidades o la ejecución de la metacognición de los alumnos jóvenes, esto debido a su inherente función que conlleva un monitoreo del propio sistema cognitivo y su funcionamiento.

Pape y Smith (2002) presentan una descripción de diversas investigaciones por medio de las cuales se pretendió ayudar a los profesores a pensar acerca de la interrelación entre su instrucción y el desarrollo de la autorregulación a través de la resolución de problemas. Dentro del desarrollo de la autorregulación mencionan tres fases: previsión, desempeño y autorreflexión de acuerdo con las cuales los estudiantes deben aprender qué, cuándo y cómo monitorear y evaluar sus progresos para el dominio de la matemática. En cuanto a la resolución de problemas mencionan que un solucionador exitoso es estratégico en el entendimiento y desarrollo del problema mediante la formación de una representación mental concreta del mismo.

Toboso (2004) evaluó las habilidades cognitivas de 268 estudiantes de educación secundaria en la resolución de problemas matemáticos a través de cuatro pruebas basadas en el modelo del procesamiento de la información; enfocado en la valoración de cuatro aspectos: conocimiento lingüístico – semántico, conocimiento esquemático, conocimiento estratégico y conocimiento algorítmico. Entre otras conclusiones a las que llegó advirtió que existen dificultades al momento de reconocer los problemas, así como al emplear el conocimiento estratégico necesario para resolverlos, del mismo modo encontró que gran cantidad de alumnos suelen resolver de forma mecánica los problemas planteados, limitándose a hacer algoritmos indicados sin reconocer los componentes esenciales del problema ni su naturaleza.

Por su parte Pugalee (2001) estudió la autorregulación a través de la implementación de la escritura como parte integral del currículo de matemática en la resolución de problemas con estudiantes de bachillerato y universitarios. Se siguió para el análisis cuatro etapas de resolución: orientación, organización, ejecución y verificación, en cada una de las cuales los alumnos argumentaban por escrito su forma de lograr una solución. De este modo el autor encontró entre otras cosas que la escritura del alumno le aporta al docente conocimiento acerca del aprendizaje y pensamiento de los estudiantes, así como le permite a estos reflexionar, adaptarse y comprender el desarrollo de sus procesos.

El empleo de estrategias metacognitivas junto al trabajo con números racionales, permitirían comparar grupos de entrenamiento donde el uso de las primeras incrementaría el conocimiento en el tópico de fracciones.

Es también importante destacar que la ejecución de las estrategias metacognitivas se ha empleado con éxito en varias áreas del conocimiento, especialmente en aquellas que se requiere un análisis de la información escrita. Por ejemplo se tiene a Tapia y Carriedo (1996) en lectura, a Camps y Castelló (1996) en escritura, a Pozo y Gómez (1996) en Ciencias de la Naturaleza, entre otros.

En una investigación realizada por Florez (2005) donde se pretendió determinar la efectividad del uso de estrategias metacognitivas para mejorar la comprensión de textos instruccionales de un grupo de alumnos de cuarto grado de Educación Básica en Venezuela. Considerando los principios de la psicología cognitiva y aplicando los momentos para el trabajo con los textos (antes, durante, después), se logró mejorar la comprensión de textos instruccionales.

En una investigación realizada por Díez (2007) pretendió determinar la efectividad de las estrategias metacognitivas en la comprensión literal, inferencial y crítica de la lectura con alumnos de la segunda etapa de Educación Básica con dificultades de aprendizaje. A través de un programa de intervención logró determinar la efectividad de las estrategias metacognitivas en la comprensión de la lectura.

La necesidad de realizar una investigación dedicada a la implementación de estrategias metacognitivas en las operaciones con fracciones con alumnos de quinto grado de Educación Básica, obedece a la dificultad que éstos presentan en el área de matemática en cuanto a formas de representación, manejo de operaciones diversas, interpretación de resultados, entendimiento de relaciones, equivalencias, etc., esto con el fin que ellos obtengan y desarrollen conocimientos y habilidades que puedan emplear en este ámbito específico del área de matemáticas y propiciar la posterior transferencia a otros tópicos de esta ciencia en niveles posteriores.

Propósito y Justificación

El sistema educativo y las instituciones escolares junto a sus docentes, se han preocupado porque los estudiantes adquieran una serie de habilidades y destrezas en todos los ámbitos de la vida: escolar, profesional e individual. La enseñanza de la matemática no escapa de este foco de interés educativo, especialmente en el ámbito específico de los números racionales.

Tomando en cuenta la aplicabilidad de las matemáticas a los diversos campos de la vida cotidiana, es importante contar con las estrategias necesarias que ayuden al alumno a trabajar con fracciones donde ponga de manifiesto tanto sus

conocimientos en las áreas conceptual y procedimental, así como cierta parte de su creatividad para encontrar soluciones coherentes con este tópico matemático y sus significados.

Debido a las dificultades que conlleva el uso, su definición y las operaciones de números fraccionarios por sus diferentes concepciones, se planteó determinar si el uso de estrategias metacognitivas potencian el desempeño de los alumnos en las operaciones con fracciones, principalmente con la finalidad pedagógica que el alumno mejore su nivel de conciencia y regulación en el trabajo con este tipo de números, específicamente en alumnos de quinto grado de Educación Básica.

Los números racionales se emplean básicamente para representar con mayor precisión cualidades de objetos que no pueden realizarse con los números naturales o enteros, de allí surge su complejidad como concepto matemático y su dificultad en el proceso de enseñanza – aprendizaje. (Behr, Lesh, Post & Silver, 1983).

La motivación para desarrollar este trabajo de investigación responde, primero, a la importancia que representan las estrategias metacognitivas en el aprendizaje y a la dificultad que conllevan los números racionales, segundo a la preocupación por incorporar una nueva estrategia de enseñanza en el área matemática, y tercero para contribuir en el incremento del rendimiento de los alumnos de quinto grado de Educación Básica en el trabajo con fracciones.

En este contexto el presente estudio se planteó la necesidad de indagar sobre el aprendizaje de números racionales que presentan los estudiantes y determinar los efectos que ejercen las estrategias metacognitivas en los mismos, con el fin de

posibilitar una intervención educativa fundamentada en el uso de estrategias para el efectivo proceso enseñanza – aprendizaje de las fracciones.

El investigar dentro de esta área se justifica debido a que los números racionales constituyen un campo que requiere mayor atención y dedicación por parte de alumnos y docentes desde las primeras etapas de la escolaridad; ya que su dominio conceptual y procedimental permitirá en etapas educativas superiores abordar temas más complejos de áreas como Álgebra y Geometría que requieren este contenido base. (Planchart, 1984).

Desde el punto de vista docente y la enseñanza puede verse que la metodología empleada en la instrucción puede incidir de manera significativa en el desempeño de los alumnos en cuanto al trabajo con fracciones. Para Groff (1996) suele ser la metodología activa la que estimula el aprendizaje significativo.

Con la implementación de la metacognición en el estudio con fracciones se pretendió ayudar a los alumnos de quinto grado de Educación Básica específicamente, a concienciar los procesos incluidos en su operacionalización, estimulando su aprendizaje de manera significativa mediante la instrucción guiada donde partiera del docente el cambio en la enseñanza de fracciones (Groff, 1996) y surgiera en el alumno el afianzamiento de sus operaciones.

Por todas las razones señaladas, especialmente en cuanto a la problemática existente en cuanto a la comprensión y a las operaciones con números racionales, se consideró que las estrategias metacognitivas pueden resultar útiles para mejorar el desempeño sobre fracciones en alumnos de quinto grado de Educación Básica.

Enunciado del Problema

Debido a los diferentes significados que envuelve el concepto de fracción y las dificultades que pueden surgir en el proceso de aprendizaje de los números racionales y considerando la efectividad de las estrategias metacognitivas, con la evidencia de su estudio en otras áreas del conocimiento, se propuso la presente investigación en torno a la siguiente interrogante: ¿Cuál es el efecto de la ejecución de estrategias metacognitivas en el rendimiento con números racionales por un grupo de estudiantes de quinto grado de Educación Básica?

Objetivos

Objetivo General

Determinar el efecto de la aplicación de un programa de entrenamiento en Estrategias Metacognitivas en el rendimiento en Operaciones con Fracciones por un grupo de estudiantes de quinto grado de Educación Básica.

Objetivos Específicos

- 1- Identificar las diferencias en el rendimiento obtenido en una prueba de Conocimientos previos sobre la ejecución de Estrategias Metacognitivas en los estudiantes de quinto grado de Educación Básica organizados como Grupo Experimental (GE) y Grupo Control (GC) al inicio del proceso de la intervención del primer grupo.
- 2- Identificar las diferencias entre los estudiantes de quinto grado de Educación Básica distribuidos en Grupo Experimental (GE) y Grupo Control (GC) en el puntaje promedio obtenido en la prueba de Operaciones con Fracciones al inicio del estudio, medido por una Prueba Pretest.

- 3-Diseñar y administrar al Grupo Experimental (GE) un programa de entrenamiento de Estrategias Metacognitivas en Operaciones con Fracciones dirigido a un grupo de alumnos de quinto grado de Educación Básica.
- 4-Identificar las diferencias significativas en el nivel promedio alcanzado en la prueba de Operaciones con Fracciones que poseen los alumnos de quinto grado de Educación Básica organizados en Grupo Experimental (GE) y Grupo Control (GC) al finalizar el proceso de intervención del primer grupo.
- 5-Identificar las diferencias significativas en el nivel promedio alcanzado en la prueba de Operaciones con Fracciones que poseen los alumnos de quinto grado de Educación Básica del Grupo Experimental (GE) al comenzar y al finalizar el proceso de intervención.

Capítulo II. Marco Teórico

Conceptualización de la Fracción

Un momento importante en el desarrollo de las fracciones lo marca Simon Stevin, holandés, ingeniero militar y matemático, quien recopila, organiza y reformula distintos elementos relacionados con el número: la idea de número, la unidad como número, la divisibilidad de la unidad, las fracciones como números y sus definiciones. Construyó sus conceptualizaciones tratando de apartarse del pensamiento aristotélico que imperaba en la época, enfrentando el principio fundamental el cual decía que la unidad no es un número. Partiendo del principio básico que el uno es un número y que la unidad es divisible, dio pie para desarrollar los números racionales o quebrados, considerándolos como números operables sin limitaciones, definiéndolos propiamente y definiendo sus partes, lo cual se utiliza como base en la Educación Básica actual en Venezuela.

A la fracción o número quebrado se le concibe como la parte o las partes de un número entero que procede del bajo latín Fractio traducido del árabe Kasr = roto (Guedj, 1998), constituida por un numerador que es la cifra superior que explica el número de partes contenidas y un denominador que es la cifra inferior que explica una cualidad o representa al todo - unidad. (Planchart, 1984). De este modo si se divide 1 entre 3 se tiene $\frac{1}{3}$ o 1/3 (un tercio). Stevin también empleó la terminología de fracción impropia como aquella en la cual el numerador es mayor que el denominador, por ejemplo: $\frac{7}{3}$.

Las fracciones suelen emplearse en los casos donde las expresiones matemáticas o de medida son inexactas con respecto a la unidad. El número fraccionario le permite al individuo trabajar con medidas subdivididas cuando no puede emplear unidades numéricas de expresión completa que coincidan con el objeto dado o unidad, como por ejemplo temperatura, longitud, peso, etc.; es decir, las fracciones sirven para representar cantidades continuas (recta numérica, $1/3$ de metro de tela) o cantidades discontinuas – discretas ($1/3$ de una docena de flores). (Skemp, 1999).

Desde una aproximación conceptual moderna, Skemp (1999) considera unidades fraccionarias a aquellas unidades cortadas, seleccionadas y combinadas que se hacen coincidir con un objeto determinado o un todo. Al cortar o partir un todo en trozos coincidentes entre sí, acordes con una cualidad que se desee medir, se llama partición al proceso de corte y partes a las unidades coincidentes.

Este autor conviene en que “una parte fraccionaria es, pues, una parte que se obtiene por una doble acción de partir y combinar” (Skemp, 1999, p. 193). Por ejemplo, si un todo determinado se divide en seis partes iguales y se combinan dos de esas partes, a la parte fraccionaria se le llama dos sextas partes o dos sextos. Al realizar la operación doble de partir y combinar se obtiene una fracción:

$\frac{2}{6}$, en la cual el número 2 representa las partes que se han combinado o que se han tomado del todo o unidad (numerador) y el número seis representa la cantidad de partes iguales en que se ha partido ese todo o unidad (denominador).

Desde otra aproximación con un enfoque más operacional, Dienes (1972) plantea que los números fraccionarios pueden considerarse, o bien como estados, o bien como operadores.

Como estados pueden ser “la descripción de un estado de cosas” (Dienes, 1972, p. 8). Por ejemplo $\frac{2}{3}$ puede indicar la descripción de las dos terceras partes de cualquier cosa. De este modo se indica un estado o el empleo de la fracción como un comparador; mientras que como operador puede indicar una orden o ser el resultado de una orden de ejecución de una operación. Por ejemplo se puede dar la orden de tomar dos tercios de una cosa o de un todo, lo cual implica dividir el objeto en tres partes equivalentes y tomar dos de ellas. Para llegar a esto se establece un orden ejecutor de divisiones y multiplicaciones.

Para la enseñanza de fracciones y sus operaciones el autor plantea que debe procederse su abordaje a partir de una serie de cadenas de transformaciones sucesivas a través de estados y operadores, o lo que él llama estado – operador – estado; mediante las operaciones aritméticas básicas de división y multiplicación. Ver tabla 1.

Tabla 1

Transformaciones sucesivas de estados y operadores. (Adaptado de Dienes, 1972).

Estados	Operadores
1	/ 3 (el estado 1 se divide entre 3)
$\frac{1}{3}$	X 2 (el estado obtenido se multiplica
$\frac{2}{3}$ (resultado final)	por 2)

Al tener diversas fracciones, entre ellas puede operarse o establecerse relaciones de semejanzas o equivalencias, esto quiere decir que aunque las fracciones posean diferentes números, su representación es la misma con respecto

a la cualidad que simboliza. Por ejemplo: $\frac{1}{2}, \frac{2}{4}, \frac{4}{8}, \frac{8}{16}$, son equivalentes y se

consiguen mediante la multiplicación o división del numerador y el denominador por un mismo número entero.

Para poder comprender las fracciones, los niños deben desarrollar primeramente la noción de medida y de su relativismo, la concepción y los diferentes significados de fracciones, para luego comprender la fracción como estado o comparador y como operador u orden.

Para que un alumno pueda formarse el concepto de fracción primero debe comprender sus distintos significados o atribuirle un significado determinado a la fracción en una situación dada.

Kieren (1981) consideró que la fracción puede considerarse un constructo teórico, construible mediante ideas o significados más simples llamados subconstructos. De este modo considera a las fracciones como una relación parte – todo, como razón, como cociente y como operador.

Como una relación o comparación parte – todo o medición el número racional está ligado con la habilidad de partir una cantidad continua, un conjunto discreto o la recta numérica en porciones de igual tamaño. Para que el alumno pueda comprender este significado debe conocer primero el concepto de fracción para luego ser iniciado en las operaciones y relaciones entre números racionales. Como razón (o índice comparativo) la fracción se considera como una relación entre dos cantidades, o elemento comparativo entre ellas. Como cociente (o división indicada) donde existe una repartición de números enteros (ejemplo 5 entre 3 se representa: $\frac{5}{3}$), puede ser usado para definir equivalencias, adiciones, multiplicaciones y otras propiedades deductivas, este es el significado más usado en situaciones de reparto ya que permite la incorporación de experiencias

cotidianas del alumno al proceso de aprendizaje. O bien como operador, donde el número racional opera como una función o regla de acuerdo con la cual se transforman unas cantidades en otras cantidades o unas figuras geométricas en otras similares.

Behr, Lesh, Post y Silver (1983) agregan a las categorías de Kieren (1981) el significado de fracción como tasa, como coordenada lineal y como decimal, reconsiderando la concepción de fracción como operador. De este modo, la fracción como tasa hace referencia a una nueva cantidad resultante de la relación entre dos cantidades; como coordenada lineal asocia las fracciones con las propiedades en la recta numérica o la relación entre sus elementos; como decimal; y como operador consideran al número racional tomando en cuenta la noción de función y las posibilidades de transformación.

Dificultades en la Comprensión de los Números Racionales desde la Enseñanza

Es útil preguntarse en este punto a qué se debe la dificultad que tienen los alumnos con respecto al uso de las fracciones. En este sentido, Streefland (1981) reconoce como importante en el establecimiento del concepto de fracción los procesos de medición, partición y subdivisión.

La enseñanza de las fracciones suele arrojar un rendimiento deficiente debido al poco análisis hecho sobre ellas tanto a nivel matemático como a nivel didáctico. Streefland (1981) señala que en la enseñanza el docente suele recurrir a la división de cantidades discretas o discontinuas (varios elementos de un conjunto, elementos naturalmente separados unos de otros) o continuas (un elemento que constituye un conjunto o un todo en sí mismo) en partes equivalentes, empleando constantemente medios audiovisuales y no abstractos como medios de

representación (círculos, rectángulos, etc.). También señala que suelen establecerse pocas relaciones entre los números racionales y decimales o porcentajes; la equivalencia y operaciones de fracciones se aborda mayoritariamente en forma algorítmica; y suele enfatizarse la interpretación de los números racionales a partir de los números enteros.

De acuerdo con este autor, desde el punto de vista de la enseñanza, es importante tomar en cuenta durante la planificación de la instrucción matemática dar simultáneamente los números enteros y las fracciones desde una edad temprana que les permita a los niños comenzar a formar representaciones numéricas y comprender que los números forman un todo en conjunto (concepto de unidad), así como enseñarles tanto a verbalizar como a representar simbólicamente las operaciones con fracciones para que no exista confusión en los resultados.

Moss y Case (1999), partiendo de la posición de aprendizaje desde el alumno, sugieren que para los números enteros los niños tienen dos esquemas naturales: uno para el conteo verbal y otro para la comparación global de cantidades. En el espacio de los números racionales los niños también suelen tener dos esquemas: una estructura global para la evaluación proporcional y una estructura numérica de partición y/o duplicación. Dentro de la enseñanza de las fracciones, estos autores reconocen, según sus investigaciones, cuatro problemas básicos en la enseñanza: el primero referido a un énfasis excesivo en el aspecto sintáctico (estructural) o procedimiento técnico sobreponiéndolo al aspecto semántico (significados); el segundo hace referencia al enfoque centrado en el adulto, en vez de estar centrado en el alumno, que suele emplear el docente al

momento de la enseñanza enfatizando las concepciones ya construidas del número racional dejando de lado el conocimiento prefraccional, o conocimiento previo, según las experiencias del alumno fuera del aula, que sirve como base para el desarrollo del estudio de las fracciones; en tercer lugar la forma como los maestros representan los números racionales suele ser fácilmente confundible, por ejemplo los alumnos suelen contar las partes sombreadas de una figura y el número total de partes tomando ambas como cantidades o entidades independientes; y en cuarto lugar han identificado problemas considerables en el uso de la notación (tipo $\frac{n}{m}$ o tipo decimal m,n) que pueden actuar como un estorbo para el desarrollo de los estudiantes.

De este modo, se identifican tres propuestas diferentes para la enseñanza de fracciones (para estudiantes de quinto grado de Educación Básica): dirigir los problemas sintácticos enfatizando la notación de base 10, manejar los problemas sintácticos y figurativos utilizando papel que se pueda doblar (material concreto) para representar las fracciones en vez de gráficos tipo pastel para la fijación en un primer momento, y utilizar situaciones de la vida real para desarrollar la comprensión de los números racionales (que incluyen: fracciones, decimales y porcentajes). Estas propuestas forman parte de las estrategias propias del área de matemática que permite una mejor representación y operaciones con fracciones en su manipulación desde el punto de vista didáctico.

Las fracciones requieren un entendimiento de las ideas que las componen, que desde el aprendizaje parecen ser diferentes, pero que en realidad están relacionadas entre sí. Así, el alumno debe comprender: que toda fracción es un número, la noción de fracciones equivalentes, y el desarrollo un modelo mental

definido de lo que una fracción representa y cómo las partes se relacionan con el todo (Graham & Graham, 2003). Estos autores estudiaron el aprendizaje de fracciones con niños pequeños (de nivel preescolar – primer grado, con un grupo control y un grupo experimental) empleando material concreto (como las partes de la pizza) para representar fracciones simples. Empleando este material esperaban que la comprensión de fracciones beneficiara a los alumnos en: el desarrollo de una buena intuición acerca de los tamaños relativos de varias fracciones (así $\frac{1}{4}$ es más pequeño que $\frac{1}{3}$, lo que eventualmente no es obvio debido a que el número 4 es mayor que el número 3); el conocimiento que $\frac{2}{2}, \frac{3}{3}, \frac{4}{4}$, etc. representan un todo; el tener la oportunidad de conversar y discutir con el profesor acerca de la esencia de las fracciones, clarificando y definiendo lo que ellas representan; y utilizar material concreto para realizar cálculos con fracciones. Esto último favorece la experiencia directa, creando y aprendiendo de manera experimental sobre los materiales y construyendo el conocimiento durante el desarrollo de la tarea.

La forma de evaluar el desempeño de los niños mediante el uso de material concreto (partes de la pizza) los autores realizaron una entrevista con el profesor de la clase, una prueba formal sobre el entendimiento de los niños hecha varias semanas después, cuando se completó el tema de las fracciones, y una prueba idéntica con el grupo control, también mediante entrevistas con una selección de los alumnos. Los resultados reflejaron: que a los niños se les hizo más fácil trabajar con el material concreto a medida que discutían las tareas, hubo un mayor

entendimiento por parte del grupo experimental de la diferencia entre los números enteros y los fraccionarios, dentro de estos identificando también sus componentes, notación simbólica, tamaños relativos y la mecánica de tomar alguna parte de un todo determinado.

En la tradición de la escolaridad, para que los alumnos puedan operar matemáticamente con fracciones deben sentar sus conocimientos sobre las representaciones visuales que suele proporcionar el docente mediante material concreto o pictogramas. Se puede notar que la enseñanza y el aprendizaje de fracciones (y también de decimales) se hace más fácil y significativo cuando se trabaja a través de ayuda visual, lo cual constituye estrategias propias del área.

Stix (1997) utilizó la experiencia docente del profesor Henry Goodman quien empleó material acrílico que dividió y pintó con colores diferentes para visualizar las fracciones (también trabajó con decimales) manipulando con ello representaciones y operaciones (adición, sustracción, multiplicación). Así mismo empleó juegos con el fin de simplificar los conceptos esenciales para la comprensión de fracciones.

Inevitablemente los docentes suelen estar sometidos a presiones en la enseñanza, especialmente cuando abordan el tópico de fracciones (sobre todo sus operaciones), debido al amplio tiempo que se propone para su enseñanza y los contenidos variados que las incluyen dentro del currículo; para los cuales quizá el docente no este preparado con las herramientas necesarias que garanticen un buen desempeño de sus alumnos (Groff, 1996).

Los estudiantes suelen tener cierto temor frente a las fracciones porque sienten que las operaciones con ellas no pertenecen a actividades de la vida diaria

y las ven como una pérdida de tiempo. En sus estudios con bachilleres Groff (1996) encontró que las fracciones son difíciles de aprender, asimilar y dominar, además que año tras año los alumnos progresan poco en su entendimiento lo cual conduce a un fracaso visible, aunque la comprobación empírica de que esto sea producto de una enseñanza ineficaz no ha sido demostrada. Recalca que el docente debe ser agente de cambio en la enseñanza de las matemáticas especialmente en el tópico de los números fraccionarios, que debe basarse en hallazgos experimentales de investigación y no limitarse únicamente a lo que propone el libro de texto o la tradición instruccional.

Tzur (2003) presentó el estudio del trabajo conjunto entre alumnos y docentes de cuarto grado con el fin de producir una concepción matemática a partir del aprendizaje del concepto de fracción reversible partir del todo a una fracción y viceversa con una aproximación social – constructivista y empleando el video como medio de enseñanza. Luego de un análisis cualitativo de sus actividades, llegó a la conclusión de que la enseñanza en conjunto con los alumnos produce las ideas que llevan a la formación del concepto de fracción reversible, empleando el video como medio de enseñanza y la reflexión con la discusión como instrumentos de análisis.

Dificultades en la Comprensión de Números Racionales desde el Aprendizaje

Debido a la complejidad que la conceptualización de fracciones conlleva, sus diversos significados aplicables a distintas situaciones y las diversas formas de enseñanza adoptadas por los docentes, los alumnos suelen tener dificultades en su uso concreto, en su representación y en sus operaciones en momentos determinados de la instrucción.

En esta línea Ni y Zhou (2005) acentúan que el aprendizaje de números racionales y fraccionarios es difícil en el área experimental para estudiantes escolares elementales, y consideran que esa dificultad está asociada con el conocimiento del número entero y su representación discreta lo cual puede interferir con la construcción del concepto de fracción y de número racional que conlleva una representación continua. De acuerdo con estos autores, el prejuicio del número entero puede darse, o por el origen de la cognición (o competencia numérica que se pregunta si la representación cuantitativa temprana origina un dominio numérico específico o general) o por la naturaleza de esa representación cuantitativa si está o no limitada a las cantidades discretas. Lo más importante es tomar en cuenta que las habilidades numéricas están unidas a las habilidades de manipulación de sucesiones de palabras (lingüísticas) y de símbolos así como de la sintaxis de anotaciones numéricas y de los algoritmos de cálculo (ya sea esto como sucesiones numéricas o como relaciones entre cantidades).

Estos autores se preguntan por qué el aprendizaje del concepto numérico y del sistema de notación numérica aparece dissociado en los niños. De acuerdo con explicaciones neuropsicológicas, existen subsistemas que procesan información de manera particular, llamados módulos de la mente, donde hay partes en ella que en edades tempranas no tienen acceso directo entre sí mientras procesan, sino a sus resultados (lo que procesaron de manera independiente). Por ejemplo resulta contradictorio que verbalmente los alumnos respondan que un tercio mas un tercio son dos tercios y al hacer el cálculo simbólico escriban $\frac{1}{3} + \frac{1}{3} = \frac{2}{6}$; lo cual en el desarrollo posterior, mentalmente se re-escribe en su estructura cognitiva de manera que la información de unos sistemas se vuelve accesible a otros sistemas.

Una forma de comprender las fracciones consiste en su localización en la recta numérica, lo cual fue estudiado en estudiantes entre 10 y 13 años de edad - quinto y séptimo grados- (Hannula, 2003) a través de la representación de una fracción en una barra dividida en partes y a través de la recta. Se obtuvo que la comparación parte – todo domina fuertemente el pensamiento de los estudiantes, lo cual dificulta la percepción de la fracción como un número ubicable en la recta numérica.

A nivel nacional el reporte del Ministerio de Educación (1998b, 1998c) en el Proyecto del Sistema Nacional de Medición y Evaluación del Aprendizaje (SINEA) arroja resultados de estudios con niños de tercer y sexto grado respectivamente. Cuando comparan fracciones con igual denominador tienen dificultades al comparar fracciones completas y suelen confundir las relaciones “mayor que” con “menor que”; en cuanto a la correspondencia de las formas de representación gráfica y numérica de las fracciones donde no consideran la parte sombreada de la figura presentada con la fracción correspondiente (solo las partes blancas o ambas, sin discriminación); del mismo modo se encontraron fallas generales en la conducción de procesos que involucra la formación de los estudiantes, así como también la consideración que el docente dentro del aula debe emprender acciones dirigidas a mejorar el rendimiento académico de los alumnos.

Operaciones con Fracciones.

Cuando se habla de operaciones con fracciones suele enfatizarse el uso general que se le dan a estos tipos de números, como su representación, simplificación o amplificación, ordenamiento, y empleo de operaciones básicas

(adición, sustracción, multiplicación y división). En este apartado se hará referencia especial a las operaciones de adición y sustracción ya que los otros empleos fueron esbozados en apartados anteriores; además se enfatizarán estas dos operaciones por ser base para las demás y ser aplicables al corto tiempo de instrucción.

Para poder operar con fracciones se deben emplear los conocimientos básicos de la aritmética, aunque la aplicación de los algoritmos no se emplea de la misma forma ni tiene el mismo significado para números enteros que para números fraccionarios, lo cual puede crear confusión en la comprensión de los alumnos.

Para realizar las operaciones, se debe considerar primero si las dos (o más) fracciones a sumar o restar poseen igual denominador, Skemp (1999) considera que con estas fracciones se procede a combinar partes – objetos del mismo tipo.

Por ejemplo; si se pretende sumar $\frac{2}{6} + \frac{1}{6}$ (a nivel simbólico) el resultado se obtiene sumando los numeradores y colocando el mismo denominador (el cual es común a ambas), de este modo se obtiene: $\frac{3}{6}$. Gráficamente puede expresarse así:

Ver figura 1.

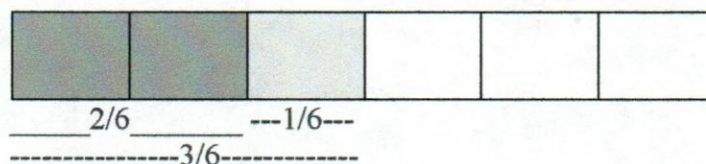


Figura 1. Ejemplo de adición de fracciones con igual denominador

En cambio si se trata de fracciones con diferente denominador se debe aplicar lo que este autor denomina “principio de intercambiabilidad en conjuntos”

equivalentes" (Skemp, 1999, p. 198). Según esto, toma las fracciones dadas y efectuando una multiplicación cruzada de denominadores contra numeradores y luego los denominadores entre sí, se obtienen las fracciones equivalentes necesarias con un denominador común que permiten realizar la operación de forma más práctica (aunque gráficamente también puede realizarse). Por ejemplo:

$$\frac{2}{6} + \frac{3}{4} = \left(\frac{2}{6} \times \frac{4}{4}\right) + \left(\frac{3}{4} \times \frac{6}{6}\right) = \frac{8}{24} + \frac{18}{24} = \frac{8+18}{24} = \frac{26}{24}, \text{ lo cual es lo mismo que:}$$

$$\frac{2}{6} + \frac{3}{4} = \frac{2 \times 4 + 3 \times 6}{6 \times 4} = \frac{8+18}{24} = \frac{26}{24} \quad \text{cuyo resultado puede simplificarse si a}$$

ambos elementos se les divide por un mismo número y el resultado es exacto, así

$$\frac{26}{24} \text{ divididos ambos términos entre 2 el resultado final es } \frac{13}{12}.$$

Al realizarse operaciones con fracciones pueden producirse errores en los tres pasos básicos de operación que Brueckner y Bond (1981) denominaron: aptitud para reducir fracciones a un común denominador, aptitud para sumar o restar números fraccionarios y aptitud para simplificar quebrados, estos especialmente dado por la enseñanza de forma mecánica a la que están sometidos los alumnos en su escolaridad.

Por lo general el no comprender el proceso específico para la suma o para la resta de fracciones con igual o diferente denominador constituye una causa fundamental en los errores operativos, del mismo modo influye en esto la falta de significado de los quebrados en sí mismos, el uso generalizado de abstracciones por el docente, y aptitudes básicas para operar como con la simplificación de términos (Brueckner & Bond, 1981).

Estos autores proponen que los errores pueden evitarse si el docente estimula a los alumnos a revisar cada paso operativo mientras realizan los ejercicios, así como recomenzar la enseñanza de operaciones con fracciones con métodos directos y simples que faciliten la comprensión de los procesos y sus significados. De este modo se pueden emplear estrategias propias del área para confirmar procesos y resultados o estrategias más amplias que le permitan al alumno pensar sobre lo que realiza y como puede hacerlo mejor.

Los métodos para la enseñanza de fracciones deben partir de experiencias con material concreto (visual y representativo) para entrar a los procesos operativos de una forma concreta, clara y simple; empleando el texto matemático en forma oral y escrita que garanticen la comprensión del alumno. De este modo Brueckner y Bond (1981) reflexionan acerca del método más idóneo para enseñar y aprender operaciones con fracciones, el cual consiste en la combinación de objetos manipulables y operaciones visualizables, esto aplicado en un entorno de aprendizaje cooperativo y social – significativo.

La Metacognición como Estrategia de Aprendizaje

Beltrán (1993) refiere que para que los procesos cognitivos puedan facilitarse y ayudar al aprendizaje de los individuos, deben emplearse diversas estrategias. Estas hacen referencia a las actividades mentales que pueden facilitar y desarrollar los distintos procesos de aprendizaje en la escuela. De acuerdo con los objetivos y exigencias de una actividad determinada las estrategias permiten procesar, organizar, retener y recuperar la información necesaria para aprender; así como a planificar, regular y evaluar los procesos cognitivos.

Las estrategias básicas de aprendizaje deben implementarse desde los primeros años de la educación formal ya que el entrenamiento y uso sucesivo de ellas le permitirá al alumno progresar en su aprendizaje y desarrollar de manera más efectiva su pensamiento racional. El aprendizaje en sí mismo debería ser concebido desde un enfoque constructivista acorde con la teoría piagetiana, que de acuerdo con Fuentes (1998) se establece a través de una construcción de la realidad, a través de la elaboración de representaciones directas sobre un contenido determinado y partiendo de la experiencia, interés y conocimiento previo del alumno que debe ser significativo y por lo tanto perdurable en el tiempo, a través de la integración y modificación de relaciones entre las distintas estructuras de conocimientos varios que posea el estudiante.

Beltrán (1993) al establecer el concepto de estrategia considera que se deben tomar en cuenta aspectos importantes como que las mismas: a) organizan actividades mentales que realiza una persona para mejorar el aprendizaje; b) tienen un carácter intencional lo cual conlleva un plan de acción; c) se diferencian de las técnicas de estudio porque estas son actividades específicas orientadas al servicio de una o varias estrategias; y d) están al servicio de los procesos los cuales son funcionales, abiertos y operativos.

Este autor establece una clasificación de las estrategias de aprendizaje a considerar (Beltrán, 1995):

- a)- Estrategias de apoyo: constituyen la base del proceso de aprendizaje, proporcionan competencia al alumno para desenvolverse en el medio educativo en tres ámbitos: motivación, actitudes y afecto (control emocional).

- b)- Estrategias de procesamiento: están dirigidas a codificar, comprender y retener la información para reproducirla. Las más importantes son repetición, selección, organización y elaboración.
- c)- Estrategias de personalización: están relacionadas con el pensamiento crítico – reflexivo y la creatividad
- d)- Estrategias metacognitivas: permiten planificar y supervisar la acción de las estrategias cognitivas, garantizan el éxito de aprendizajes futuros, ya que proporcionan un conocimiento sobre la tarea, qué es y qué se sabe de ella. Permiten supervisar y evaluar cuál estrategia es más adecuada para resolver una tarea determinada.

En un nivel conceptual general Mayor, Suengas y González (1995, p. 29) definen estrategia como “el conjunto de procedimientos que se instrumentan y se llevan a cabo para lograr algún objetivo, plan, fin o meta”. Estos autores exponen que las estrategias de aprendizaje se caracterizan por establecerse en dicotomías como: conciente (controlada) – inconciente (automática), autodirigida (individual) – heterodirigida (interactiva), genérica (utilizable en cualquier situación de aprendizaje) – específica (para un tópico restringido).

Apoyando una parte de estas características dicotómicas, Monereo, Castelló, Clariana, Palma y Pérez (1995) conciben las estrategias de aprendizaje como aquellos procesos donde el estudiante debe tomar decisiones, concientemente, en cuanto a los conocimientos específicos necesarios para lograr un objetivo determinado de acuerdo con las características de la situación de aprendizaje.

Desde la perspectiva constructivista, en la cual el alumno es un sujeto activo en la construcción de sus propios conocimientos, tomando en cuenta la cultura

que lo rodea, aparte de las estrategias de aprendizaje, también se definen las estrategias de enseñanza como “aquellos procedimientos y arreglos que los agentes de enseñanza utilizan de forma flexible y estratégica par promover la mayor cantidad de aprendizajes significativo en los alumnos” (Díaz & Hernández, 2001, p. 430).

En consideración en lo que ocurre con los procesos cognitivos de los alumnos se toma en cuenta la metacognición ya que proporciona un conocimiento acerca de la tarea que ha de trabajarse y los conocimientos que se tienen sobre ella. La metacognición permite la planificación y supervisión de las estrategias cognitivas, de acuerdo con esto su función abarca el conocimiento y el control o regulación. (Beltrán, 1995, Díaz & Hernández, 2001).

Un importante aporte al campo de la metacognición lo hizo Flavell (en Fuentes, 2003) en varios años de trabajo de investigación logró concebir la metacognición como el conocimiento que posee una persona sobre sus procesos y productos cognitivos. Esto implica un examen continuo de la organización de esos procesos y su relación con los fines específicos a los cuales esta dirigido en una tarea de aprendizaje determinada. Él estableció dos tipos de metacognición: conocimiento de la propia cognición y regulación del pensamiento, al igual que las modalidades de la metacognición, entre ellas metaatención y metamemoria.

En cuanto al conocimiento de la cognición (metacognición de los procesos y productos del conocimiento) la metacognición abarca elementos como el conocimiento de qué, cuándo y dónde, la noción del cómo, las variables de: persona, tarea, estrategia y ambiente y las experiencias metacognitivas (Díaz & Hernández, 2001). Con esto se quiere decir que cuando un alumno ejecuta una

tarea, esta noción le ayuda a conocer qué sabe acerca de la misma, su naturaleza, su grado de dificultad y las estrategias adecuadas para resolverlas en un determinado entorno.

En cuanto a la regulación o control del conocimiento (llamado autorregulación) la metacognición abarca tareas como: la planificación y aplicación de los conocimientos, monitoreo o supervisión, y evaluación de procesos y resultados implicados en la cognición. (Fuentes, 2003, Díaz & Hernández, 2001). Al momento de realizar una actividad se parte del establecimiento de un plan de acción, identificando las estrategias más adecuadas para ponerlas en marcha; para que durante la ejecución de las tareas pueda haber un seguimiento consciente de lo que se hace y de lo que debe hacerse estratégicamente para lograr la meta propuesta o identificada en el plan de acción (chequeando posibles errores y (re)adaptando nuevas pautas de acción). Tanto al final del proceso de aprendizaje como durante el mismo debe darse la revisión o evaluación, repasando las acciones y los procesos implementados para el logro de las metas de manera efectiva.

La metacognición hace referencia especial al conocimiento de “nuestras operaciones o procesos mentales (conocer el qué); y saber utilizar estrategias para mejorar esas operaciones y procesos (conocer y practicar el cómo)”. (Carrasco, 1997, p. 127). En este proceso de enseñanza – aprendizaje intervienen diversidad de factores que ayudan o no al buen desempeño académico del estudiante, es importante tomar en cuenta los siguientes que interactúan y contribuyen con el mismo, esto de acuerdo con el tetraedro del aprendizaje derivado de Jenkins (1979) y Brown (1982) (en Díaz & Hernández, 2001): las características del

aprendiz como lo son habilidades, conocimientos y actitudes, demandas y criterios de las tareas como el recuerdo, transferencia y reconocimiento, naturaleza de los materiales como modalidad, estructura física y psicológica y secuenciación, junto a las estrategias de aprendizaje como atención, repaso y elaboración, entre otras.

Para Panaoura y Philippou (2003) la metacognición se refiere al conocimiento y monitoreo del propio sistema cognitivo y su funcionamiento; se le considera como un constructo multidimensional donde sus dimensiones básicas abarcan: el conocimiento metacognitivo o conocimiento de la cognición y la (auto)regulación de la cognición. Del mismo modo enfatizan que la metacognición no es fácil de medir o cuantificar debido a que constituye un proceso mental individual que en muchas ocasiones la persona no lo hace explícito a los observadores. Del mismo modo hacen referencia a dos áreas de investigación distintas, con las cuales se crea confusión en la definición de los términos y en la interpretación de los resultados de investigación; así, se le comprende como un cuerpo de conocimiento y entendimiento que refleja la propia cognición (como una actividad mental que implica otros procesos, o estados mentales que hacen objeto de reflexión, pensamiento acerca del pensamiento) y como un proceso que permite regular la propia cognición, es decir, a esos procesos del pensamiento.

Debido a la dificultad en el desarrollo y uso de tareas válidas que sean útiles para medir las habilidades metacognitivas en estudiantes jóvenes, Panaoura y Philippou (2003) desarrollaron un inventario basado en el cuestionario MAI (autorreporte ideado inicialmente por Schraw y Sperling - Denisson), aplicado a 246 alumnos de la segunda etapa de educación básica. Su estudio constituyó la

fase inicial de examinación de la validación del instrumento desarrollado para medir habilidades metacognitivas en matemática; concluyendo que existe una alta correlación entre las dos dimensiones básicas de la metacognición: el conocimiento de la cognición y la regulación de la misma.

En otro estudio desarrollado por Panaoura y Phillipou (2007) investigaron sobre el desarrollo de habilidades metacognitivas en matemática con 126 estudiantes entre 8 y 11 años de edad. Desarrollaron instrumentos para medir las habilidades metacognitivas (el inventario o cuestionario MAI anteriormente referido), habilidades matemáticas, capacidad de trabajo memorístico y procesamiento eficiente. Sus resultados indicaron que los cambios de pensamiento y desempeño cognitivo está asociado con el procesamiento eficiente y el trabajo memorístico en el dominio matemático, principalmente en los primeros años de escolaridad. Del mismo modo encontraron evidencias de la interconexión entre los procesos cognitivos y metacognitivos en el desempeño matemático.

Apoyando los principios de la metacognición, Hernández (2000) refiere que el conocimiento metacognitivo implica qué saben las personas de sus procesos y productos cognitivos. Por su parte Burón (1996) también estima que la metacognición conlleva en la persona un marcado conocimiento de qué son las operaciones mentales, cómo se realizan, cuándo pueden usarlas y con cuáles elementos son más operantes.

Aparte de la consideración de la metacognición como un conocimiento del pensamiento, existen autores que la consideran como una estrategia, a lo cual se apegará esta investigación. Entre otros se encuentran Poggioli (2005), Ríos (2001) y Beltrán (1995).

Prestando atención a la concepción de estos autores, primero, Poggioli (2005) refiere que las estrategias metacognitivas constituyen en primera instancia el conocimiento sobre el pensamiento, lo cual implica un grado de conciencia sobre el mismo así como las habilidades necesarias que le ayuden a la persona a controlar sus procesos al pensar; y en segunda instancia una serie de procedimientos que le permiten a la persona un seguimiento y evaluación de sus actividades cognitivas.

Una segunda concepción importante la constituye la de Ríos (2001), quien estima que las estrategias metacognitivas se utilizan con el fin de controlar el procesamiento de la información y conllevan las actividades desde la planificación y supervisión hasta la evaluación. Por su parte Beltrán (1995) refiere que las estrategias metacognitivas se emplean para planificar y supervisar lo que sucede con las estrategias cognitivas.

El estudio de la metacognición se ha llevado a cabo en varias áreas del conocimiento con éxito, por ejemplo se tiene a Tapia y Carriedo (1996) en lectura, a Camps y Castelló (1996) en escritura, a Pozo y Gómez (1996) en Ciencias de la Naturaleza, entre otros; especialmente se ha dado con aquellos contenidos que conllevan un estudio de material impreso, ya que amplios trabajos se han hecho en comprensión lectora. (Poggioli, 2005).

Por ejemplo a nivel nacional se tiene a Diez (2007) quien estudio la efectividad de las estrategias metacognitivas en la comprensión de la lectura con alumnos de la segunda etapa de Educación Básica (entre 9 y 12 años de edad) diagnosticados con dificultades de aprendizaje; Herrera (2006) quien estudio el uso de estrategias metacognitivas en la producción escrita con alumnos de cuarto

grado en las áreas de ciencias naturales y tecnología y ciencias sociales; Florez (2005) quien estudio con 37 alumnos de cuarto grado la efectividad del entrenamiento en estrategias metacognitivas en la comprensión de textos instruccionales; Ramos y Vargas (1993) diseñaron un programa de asesoramiento e intervención para fomentar y desarrollar habilidades metacognitivas en la comprensión de la lectura dirigido a docentes de la Educación Básica venezolana.

En cuanto al estudio de la metacognición específicamente en el área matemática se ha focalizado principalmente en el tópico de resolución de problemas debido a que este implica una secuencia de pasos que ameritan la conciencia plena del estudiante para llegar a una solución efectiva y coherente con lo planteado, conlleva una planificación y una toma de decisiones en la aplicación de los pasos más apropiados para lograr un resultado efectivo. (Toboso, 2004, Dahl, 2003, Pape & Smith, 2002; Schoenfeld, 1992, Duell, 1986).

En un estudio llevado a cabo por Dahl (2003) con estudiantes de bachillerato de Dinamarca e Inglaterra encontró que para aprender un concepto matemático nuevo, a través de la palabra, los estudiantes pueden expresar de mejor modo cómo lo han aprendido y su procedimiento, básicamente a través del modelo de análisis CULTIS (por sus siglas en inglés, que refieren Conciencia, Inconciencia, Lenguaje tácito, Individual y Social).

En un estudio realizado por Teong (2003) encontró que los estudiantes que fueron sometidos a la instrucción de metacognición de 11 y 12 años, bajo un entorno computarizado resolviendo problemas matemáticos, demostraron un mayor desempeño que los otros estudiantes, logrando tomar decisiones metacognitivas y controlar su propio desempeño. Este autor trabajo con 40

estudiantes a través de un programa computacional (WordMath) en el cual los alumnos debían resolver problemas matemáticos a través de la estrategia CRIME (por sus siglas en inglés), hace referencia a: lectura cuidadosa, recuerdo de posibles estrategias, implementación de posibles estrategias, monitoreo y evaluación) logrando demostrar que los estudiantes que previamente tenían un bajo desempeño en matemáticas, esta estrategia les ayudó a resolver de mejor forma los problemas y a controlar su propio desempeño.

Es importante destacar que las habilidades cognitivas más estudiadas en la resolución de problemas han sido: predicción, planificación, monitoreo y evaluación (Desoete, Roeyers & Buysse, 2001). Al respecto Schoenfeld (1992) destaca que la metacognición se refiere al conocimiento de los propios procesos cognitivos o cualquier elemento relacionado con ellos; esto implica una supervisión, regulación y organización activas de los procesos referentes a los objetos y datos cognitivos los cuales se llevan a cabo para lograr una meta concreta, por ejemplo solucionar un problema.

En dos estudios llevados a cabo por Desoete, Roeyers y Buysse (2001) con niños entre ocho y nueve años de tercer grado con varios niveles de inteligencia, se examinó la interrelación entre la metacognición y la resolución de problemas. Los componentes de análisis de la metacognición fueron: la metacognición global, la metacognición específica de un tópico y la atribución al esfuerzo o autorregulación, encontrando que en ambos estudios la evaluación del segundo componente hay diferencias entre los niños con inteligencia promedio y los superior al promedio y entre los niños con severa o moderada poca habilidad en el aprendizaje de las matemáticas.

Una de las metas fundamentales en el área matemática empleando la metacognición, consiste en ayudar a los alumnos en el aprendizaje del cuándo, qué y cómo monitorear sus progresos en un dominio matemático determinado. En esta línea Pape y Smith (2002) se preguntaron si es posible enseñar a los estudiantes cómo monitorear y regular su aprendizaje en matemáticas, y en varios estudios determinaron que esta área suele verse como un cuerpo de hechos y procedimientos memorizables, por lo tanto sus investigaciones estuvieron dirigidas en ayudar a los profesores a pensar acerca de la interrelación entre su forma de instrucción y el desarrollo de la autorregulación (específicamente con la resolución de problemas matemáticos).

Consideraron como punto fundamental la responsabilidad que tiene el alumno de su propio aprendizaje, del esfuerzo que debe realizar para aprender y determinaron que la planificación, el desempeño y la reflexión constituyen parte fundamental en la autorregulación y que para llevarla a cabo los estudiantes deben analizar las tareas, plantearse metas acordes a ellas, monitorear y controlar sus conductas durante su desempeño y hacer juicios sobre sus progresos para modificar su conducta de ser necesario.

Un elemento no menos importante en el desempeño en el área de matemática también lo constituye la escritura la cual en la práctica se ha dejado de lado para enfatizar el aspecto procedimental de la materia. En este sentido, Pugalee (2001) estudió la importancia de implementar la escritura como parte integral del currículo de matemática con el fin de verificar la autorregulación. Investigó las descripciones escritas de los estudiantes sobre sus métodos de resolución de problemas como evidencia de conductas metacognitivas con alumnos de

bachillerato; concluyendo que la escritura tiene implicaciones importantes para el aprendizaje y la enseñanza de la matemática, mediante la cual puede hacerse evidente el uso de un esquema metacognitivo, lo cual aporta al docente el proceso de pensamiento de los estudiantes que ayudan a la reflexión, adaptación y proceso acerca de su propio desarrollo.

Por mucho tiempo el proceso de enseñanza – aprendizaje estuvo centrado en la transmisión de contenidos, dejando al lado el ámbito de las estrategias. Las reformas educativas han cambiado esta acción enfocando los procesos de los alumnos y las formas cómo adquieren y usan diversas estrategias que ayuden para un mejor aprendizaje.

Para que los alumnos sean capaces de planificar, controlar y evaluar sus aprendizajes, es necesario promover en ellos el adecuado uso de estrategias que le permitan la construcción de sus propios conocimientos. En este sentido los docentes están obligados a promover en el aula el empleo de las estrategias cognitivas y metacognitivas con el fin primordial de formar estudiantes estratégicos, es decir, autónomos.

Es necesario destacar que en la revisión de investigaciones previas no se registró en los centros de investigación consultados ninguna referida al empleo de Estrategias Metacognitivas en las Operaciones con Fracciones. Esto puede reflejar una escasa tendencia a estudiar la relación entre el uso de estas estrategias y la enseñanza – aprendizaje de los números racionales, lo que de alguna manera apunta a la necesidad de investigar en este ámbito. Sin embargo, las informaciones aportadas por otros autores evidencian la diversidad de contenidos que pueden ser aprendidos de manera significativa a través del uso de estrategias

metacognitivas y la posibilidad que tienen estas estrategias de ser aprendidas y ejecutadas en diferentes contextos.

Es importante en la práctica de aula integrar el estudio de los números racionales con la metacognición para ampliar el espectro de posibilidades en la investigación del área y para unir dos factores que pueden ayudar a los alumnos a trabajar de manera más efectiva y de forma consciente las operaciones con fracciones.

Sistema de Hipótesis

Hipótesis General

La aplicación de un programa de entrenamiento en Estrategias Metacognitivas en un grupo de estudiantes de quinto grado de Educación Básica afectará el nivel promedio de su rendimiento en Operaciones con Fracciones.

Hipótesis Específicas

- 1- No existen diferencias significativas entre el nivel promedio obtenido por el Grupo Experimental y el Grupo Control en una prueba de Conocimientos Previos sobre la ejecución de Estrategias Metacognitivas a un nivel de significación $\alpha = 0.05$

$$H_o : XGE = XGC$$

$$H_i : XGE \neq XGC$$

- 2- No existen diferencias significativas entre el nivel promedio obtenido por el Grupo Experimental y el Grupo Control en una Prueba Pretest de Operaciones con Fracciones a un nivel de significación $\alpha = 0.05$

$$H_o : XGE = XGC$$

$$H_i : XGE \neq XGC$$

- 3- Existen diferencias significativas entre el nivel promedio obtenido por el Grupo Experimental y el Grupo Control en una Prueba Posttest de Operaciones con Fracciones en función de la participación en el programa de entrenamiento en Estrategias Metacognitivas, a un nivel de significación $\alpha = 0.05$

$$H_i : XGE \neq XGC$$

$$H_o : XGE = XGC$$

- 4- Existen diferencias significativas en el nivel promedio obtenido por el Grupo Experimental en la Prueba de Operaciones con Fracciones en función de la ejecución de Estrategias Metacognitivas, a un nivel de significación $\alpha = 0.05$

$$H_i : XGE \neq XGC$$

$$H_o : XGE = XGC$$

Capítulo III. Metodología

Tipo y Diseño de la Investigación

El estudio se fundamentó en una investigación de tipo explicativo (Hernández, Fernández & Baptista, 2002) dado que se buscó el efecto o influencia que ejerció una variable independiente (Estrategias Metacognitivas) sobre otra variable (rendimiento en una prueba de conocimientos en Operaciones con Fracciones, como variable dependiente). Este tipo de investigación trató fundamentalmente de buscar el por qué de los hechos y en qué condiciones se dieron.

Se estudió en dos grupos de alumnos de quinto grado de Educación Básica de una institución pública del Oeste de Caracas, el efecto de la ejecución de Estrategias Metacognitivas en el nivel de rendimiento en Operaciones con Fracciones, uno de ellos, tomado como Grupo Experimental (GE) instruido en las Estrategias Metacognitivas y el otro como Grupo Control (GC).

Del mismo modo se empleó un diseño cuasiexperimental con prueba – postprueba y grupos intactos (Hernández, Fernández & Baptista, 2002) con un grupo control. Las personas no fueron asignadas al azar a los grupos, sino que estos ya estaban formados antes del experimento, siendo aleatoria la asignación de cada grupo al programa de intervención. De acuerdo con McGuigan (1998) el empleo de grupos intactos suele ser conveniente en las investigaciones en educación, debido a que los alumnos permanecen en sus condiciones normales de trabajo y no suele interferirse con las actividades habituales de la entidad escolar.

Acorde con lo expresado por Salkind (1999) se trabajó con un diseño cuasiexperimental de grupo control no equivalente, debido a que de cuatro secciones de estudiantes de quinto grado de Educación Básica, se seleccionaron dos: una para el Grupo Experimental (GE) y otra para el Grupo Control (GC), con la poca seguridad que estos grupos fuesen equivalentes. Esta asignación no aleatoria de los sujetos a los grupos de estudio aporta posibles problemas de validez interna y externa, ya que la selección puede ser una fuente equivocada, así como la interacción de la selección y otros factores como los efectos de la regresión. En la formación de los grupos pueden operar otros factores que el experimentador no puede controlar lo cual impide afirmar que los grupos sean representativos de la población. Justamente por ser su validez menor que en los diseños experimentales verdaderos, estos reciben el calificativo de cuasi – experimentos.

De acuerdo con Campbell y Stanley (1970) el diseño que se aplicó corresponde al caso de grupos independientes con medidas antes y después (pretest – posttest). Se aplicó con el Grupo Experimental (GE) el tratamiento en Estrategias Metacognitivas en Operaciones con Fracciones, mientras que con el Grupo Control (GC) no se aplicó tratamiento. Dentro de los posibles diseños que se pueden encontrar en la modalidad de Diseño de Grupo Control no equivalente, se seleccionó el Diseño de Grupo Control sin Tratamiento, especificado en la Tabla 2.

Tabla 2

Representación del Diseño de Grupo Control no equivalente y sin tratamiento con medidas antes y después (Pretest – Posttest).

Grupo	Pretest	Variable Independiente	Posttest
GE	P1	X	P2
GC	P1	-----	P2

En el cual:

GE: Grupo Experimental, que recibe el tratamiento sobre Estrategias

Metacognitivas en Operaciones con Fracciones.

GC: Grupo Control, que no recibe tratamiento.

P1: Pretest. Prueba de conocimientos en Operaciones con Fracciones.

X: Variable Independiente: instrucción sobre la ejecución de Estrategias

Metacognitivas.

P2: Posttest. Prueba de conocimientos en Operaciones con Fracciones.

En este diseño el funcionamiento es el mismo que para los diseños experimentales puros, excepto que al inicio ambos grupos sean iguales. Para los diseños cuasiexperimentales los grupos no presentan esa relación de igualdad pero esto se puede equiparar para poder administrar el tratamiento a un grupo denominado como experimental y a otro no para observar entonces los cambios en la variable dependiente, si los hubiere. Si ambos grupos obtienen medidas equivalentes en la variable dependiente antes de administrarse el tratamiento experimental, y luego de darse del mismo existe una diferencia significativa entre los grupos en la medida de esa variable; y además si las variables intervinientes han sido adecuadamente controladas, puede atribuirse la diferencia en la variable dependiente al tratamiento experimental.

Para poder establecer la equivalencia inicial de ambos grupos en relación con las variables de estudio se aplicó una prueba de Conocimientos previos sobre la ejecución de Estrategias Metacognitivas y el desempeño en Operaciones con Fracciones. De acuerdo con Ary, Jacobs y Razaviech (1982) con esto se pretendió demostrar que ambos grupos no se diferenciaban significativamente en cuanto a la media con respecto a la variable de estudio y así decidir de forma aleatoria cuál iba a ser el Grupo Experimental y cuál el Grupo Control.

De modo que la única diferencia entre ambos grupos de estudio fuese la variable independiente (ejecución de Estrategias Metacognitivas) y para tener mayor seguridad, se aplicó a ambos grupos el Pretest antes de desarrollar esa variable y posteriormente se aplicó el Posttest para entonces comparar los resultados y considerar que las diferencias entre ambos grupos obedece a los efectos de la variable independiente. Estas medidas antes y después del tratamiento ayudó en el refuerzo de la validez del estudio.

Población y Muestra

La institución educativa donde se realizó la investigación es de carácter público, ubicada en el Oeste capitalino, conformada por Educación Inicial, Educación Básica y Ciclo Medio Diversificado.

La población constó de cuatro secciones de estudiantes de quinto grado de Educación Básica; dos del turno matutino y dos del turno vespertino, cada una con 40 alumnos lo que da una totalidad de 160 personas.

Como refieren Ary, Jacobs y Razaviech (1982) los resultados de un experimento sólo pueden ser aplicados a una clase especial de personas de las que se pueden relacionar los sujetos y no a poblaciones más numerosas, y debido a las

características del diseño a ejecutar, se seleccionaron como muestra dos secciones tomadas al azar, denominadas como secciones A y B.

La edad de los estudiantes de esta muestra estuvo comprendida entre 10 y 13 años de edad. La distribución en cuanto a género y edad se puede observar en la Tabla 3.

Tabla 3

Distribución de la muestra en cuanto a Género y Edad de las secciones A y B seleccionadas.

Sección	Femenino	Masculino	Total
A	22 (56,4%)	17 (43,6%)	39 (100%)
B	18 (46,2%)	21 (53,8%)	39 (100%)
...	...	...	...
Edades			
10 años	11 años	12 años	13 años
15 (19%)	28 (36%)	22 (28%)	13 (17%) =
			Total: 78 (100%)

Se observa que en la sección A la proporción de estudiantes de género femenino (22) es mayor que la masculina (17), al contrario de la sección B donde la mayor proporción la concentra el género masculino (21). La edad cronológica mínima de los grupos fue de 10 años y la edad cronológica máxima de 13 años; la edad con mayor concentración fue 11 años, lo cual es esperado para este periodo educativo.

La asignación de cada grupo a los tratamientos se hizo de forma probabilística, según la cual todos los elementos de la población “tienen la misma probabilidad de ser elegidos” (Hernández, Fernández & Baptista, 2002, p. 305).

Sistema de Variables

Variable Independiente: Programa de Entrenamiento en Estrategias

Metacognitivas

Se considera como el grado de conciencia o conocimiento de los individuos sobre su forma de pensar y la habilidad para controlar sus procesos de pensamiento con el fin de organizarlos, revisarlos y modificarlos de acuerdo con sus resultados de aprendizaje; del mismo modo que abarca dos grandes dimensiones tal como lo refieren Flavell (en Fuentes, 2003) y Panaoura y Philippou (2003): el conocimiento metacognitivo y la regulación de los procesos cognitivos. Dada la naturaleza de la metacognición, la cual constituye un proceso implícito de la conducta se asumió la metacognición como una estrategia de acuerdo con Poggioli (2005), Ríos (2001) y Beltrán (1995), que con anterioridad se explicaron.

La ejecución de Estrategias Metacognitivas se define operacionalmente como la actuación premeditada en el empleo de procesos cognitivos que la persona utiliza con la plena intención de controlar su procesamiento de la información, lo cual abarca la planificación apropiada de acciones de acuerdo con metas establecidas en un contenido determinado, así como la supervisión de su ejecución y la evaluación respectiva de procesos y resultados.

Para esta investigación se midió antes de la instrucción con la prueba sobre Conocimientos Previos sobre la ejecución de Estrategias Metacognitivas con el “Inventario de Estrategias Metacognitivas” presentado por Panaoura y Philippou (2003). (ver anexo A). Este instrumento consta de 30 ítems que abarcan tanto la

metacognición como la autorregulación de los procesos cognitivos, medidos a través de una escala tipo Likert de cinco puntos.

Variable Dependiente: Rendimiento al efectuar una prueba de conocimientos en Operaciones con Fracciones.

Se considera que las operaciones con fracciones abarcan desde su representación gráfica, simplificación, amplificación, ordenamiento hasta su adición y sustracción, tomando en cuenta la resolución de problemas que las incluyan (Ministerio de Educación, 1998a).

Operacionalmente se define el rendimiento en las Operaciones con Fracciones como el promedio de puntajes obtenidos en una prueba elaborada para medir tal dimensión.

Tabla 4

Operacionalización de las Variables

Variable	Variables Intermedias o Dimensiones		Variables Empíricas o Indicadores
Empleo de las Estrategias Metacognitivas.	Conocimiento de la cognición (Metacognición)	Variable de Persona	Identifica los conocimientos o creencias sobre sus habilidades u limitaciones en su dominio matemático
		Variable de Tarea	Conoce las características intrínsecas de las tareas: Conoce o le es familiar la información contenida. Conoce las demandas implicadas en la tarea
		Variable de Estrategia	Conoce las estrategias y técnicas que posee para llevar a cabo la tarea
	Regulación de la cognición (autorregulación)	Planificación	- Establece metas y objetivos - Diseña un plan de acción para lograr el objetivo propuesto.
		Supervisión	- Toma conciencia de su aproximación o alejamiento de la meta propuesta - Detecta aspectos importantes para resolver una tarea determinada.

		- Detecta las dificultades que se le presentan en la realización de una tarea. - Identifica o infiere las causas de las dificultades. - Hace uso flexible de las estrategias.
	Evaluación	- Compara los resultados logrados con los esperados. - Valora la efectividad de las estrategias usadas.
(Estrategias metacognitivas ejecutadas en las Operaciones con Fracciones)	Planifica, supervisa y evalúa, el qué cómo, cuándo y dónde de los conocimientos y habilidades específicos en el rendimiento de operaciones con fracciones	Elabora representaciones graficas de fracciones cuando forman parte de un todo y cuando forman parte de cantidades discretas Determina la equivalencia entre fracciones (por simplificación y amplificación) Determina la equivalencia entre una fracción y un número natural Establece relaciones “mayor que”, “menor que” e “igual a “ al comparar fracciones con igual y diferente denominador. Realiza adiciones y sustracciones de fracciones con igual y diferente denominador.
Nivel de rendimiento al efectuar Operaciones con Fracciones	Excelente (18-20 puntos) Regular (10-17 puntos) Deficiente (menos de 10 puntos)	El 75% de los alumnos responden correctamente por lo menos el 90% de los planteamientos. El 75% de los alumnos responden correctamente entre el 50% y el 85% de los planteamientos. El 75 % de los alumnos responde correctamente entre el 5% y el 45% de los planteamientos.

Instrumentos de recolección de datos

El instrumento de evaluación constó de dos pruebas, la primera prueba sobre Conocimientos previos sobre la ejecución de Estrategias Metacognitivas, y la segunda prueba para verificar el rendimiento al efectuar Operaciones con Fracciones. Ambas se describen a continuación.

La primera prueba persiguió identificar el nivel de conocimientos previos sobre la Ejecución de Estrategias Metacognitivas que poseían los estudiantes de los grupos Experimental y Control. Para ello se empleó el “Inventario de

Estrategias Metacognitivas”, (con el respectivo permiso de sus autores) presentado por Panaoura y Philippou (2003). (Anexo A). Esta prueba abarca las dos dimensiones de la metacognición: conocimiento de la cognición y regulación de la cognición. La misma fue desarrollada en base a la prueba para adultos MAI y abarcando aspectos de la prueba Jr MAI, (por Sperling – Denisson en Panaoura y Philippou, 2003), justamente para medir las habilidades y estrategias metacognitivas de los alumnos más jóvenes en el área matemática.

Esta prueba se aplicó a ambos grupos al inicio de la investigación para equiparar la no existencia de diferencias significativas entre ellos en la variable referida, es decir en cuanto al manejo de la información sobre Estrategias Metacognitivas; esto permitió equilibrar los grupos de alguna forma. La prueba consta de 30 ítems con una escala tipo Likert de cinco puntos para cada enunciado o aseveración (1 representa nunca; 2 raramente; 3 a veces; 4 frecuentemente; y 5 siempre). El tiempo promedio para la realización de la prueba fue de cincuenta minutos (50’).

La segunda prueba, de conocimiento de fracciones, contó con preguntas de selección simple en la cual cada alumno evidenció sus conocimientos en el área matemática en cuanto al trabajo con fracciones y el uso de estrategias que le permitiesen llegar a un resultado coherente. El contenido de la misma estuvo basado en criterios referenciales provenientes de los objetivos instruccionales del Programa de Estudio para quinto grado de Educación Básica propuesto por el Ministerio de Educación. (1998a). Otros criterios referenciales que comprendió el contenido de la prueba provienen de Marcano (2004a, 2004b). El tiempo promedio de realización de la prueba fue de sesenta minutos (60’). (Anexo B)

La construcción de la prueba se rigió por una Tabla de Especificaciones donde se señalan las dimensiones e indicadores de las operaciones con fracciones, cantidad y valor de los ítems, así como la ubicación y el grado de dificultad de cada uno en la prueba. Ver tabla 5.

Tabla 5

Tabla de Especificación de la Prueba 2: Prueba de Conocimientos en Operaciones con Fracciones.

Área de contenido	Objetivos Específicos	Cantidad de ítems	Nivel de razonamiento	Dificultad	Ubicación del ítem
Fracciones 33.3%	1- Reconoce representaciones gráficas de fracciones	2	I – I	F – MF	1 – 2
	2- Determina fracciones equivalentes a una fracción dada por simplificación	2	I – II	F – M	3 – 4
	3 – Reconoce fracciones equivalentes a números naturales	2	I – I	MF – F	5 – 6
	4- Determina la cantidad que representa la fracción de un número natural utilizando el concepto de fracción y la representación gráfica.	2	I – II	F – M	7 – 8
Orden de las fracciones 25%	5- Determina los números naturales entre los cuales está comprendida una fracción	2	I – II	F – D	9 – 10
	6- Utiliza las relaciones “mayor que”, “menor que” e “igual a” al comparar fracciones con números naturales y entre fracciones	4	I – II – II – II	F – M – D – M	11 – 12 – 13 – 14
Fracciones equivalentes 25%	7- Determinación de fracciones equivalentes a la unidad	2	I – II	F – M	15 – 16
	8- Determinación de fracciones equivalentes a números naturales	2	I – II	F – M	17 – 18
	9- Determinación de fracciones equivalentes por simplificación	2	I – II	F – D	19 – 20

Operaciones	10- Realiza adiciones y sustracciones de fracciones	4	II – II – III – III	M – M – MD – MD	21 – 22 – 23 – 24
16.6%	Niveles de dificultad:				
	Muy Fácil (MF): 2 ítems (8.3%)				
	Fácil (F): 9 ítems (37.5%)				
	Medio (M): 8 ítems (33.3%)				
	Difícil (D): 3 ítems (12.5%)				
	Muy Difícil (MD): 2 ítems (8.3%)				
	Total: 24 ítems				
	Nivel de razonamiento:		Nivel de dificultad:		
	Conocimiento (I)		Muy Fácil – Fácil		
	Comprensión y Aplicación (II)		Medio – Difícil		
	Análisis (III)		Muy Difícil		

Esta prueba fue utilizada como medida Pretest y Posttest con la finalidad de evaluar el efecto de la variable independiente.

Validez y confiabilidad de los instrumentos

La validez “se refiere al grado en que un instrumento realmente mide la variable que pretende medir” (Hernández, Fernández & Baptista, 2002, p. 346). Para determinar la validez de los instrumentos se empleó la validez relacionada con el contenido a través del juicio de expertos. Este tipo de validez hace referencia “al grado en que un instrumento refleja un dominio específico de lo que se mide” (Hernández, Fernández & Baptista, 2002, p. 347).

A las pruebas se les determinó la validez de contenido a través del juicio de expertos. Este tipo de validez se obtuvo a través de la aplicación de un instrumento que recogió la opinión de cinco profesores expertos en el área de matemática, y conocedores de las estrategias metacognitivas. Para el Inventario de Estrategias Metacognitivas se determinó la validez por medio de cinco profesores de nivel universitario y conocedores del lenguaje técnico, con el fin de adaptar los ítems al grado de estudio.

Para la prueba de Operaciones con Fracciones, los profesores fueron seleccionados bajo el criterio de cinco años de experiencia en el tópico; tres de ellos profesores de didáctica de matemáticas a nivel de bachillerato y educación superior y dos maestras con más de cinco años de experiencia como docentes de quinto grado. El instrumento de validación consideró los criterios de Pertinencia, Redacción y Adecuación (Anexo C) acorde a los fines de la investigación.

En cuanto a la confiabilidad, esta hace referencia “al grado en que su aplicación repetida al mismo sujeto u objeto produce resultados iguales” (Hernández, Fernández & Baptista, 2002, p. 346). De acuerdo con esta investigación se utilizó el procedimiento de confiabilidad de Medida de Estabilidad (o por test – retest, pretest – posttest), según éste “un mismo instrumento de medición se aplica dos o más veces a un mismo grupo de personas, después de cierto periodo” (Hernández, Fernández & Baptista, 2002, p. 353).

Para determinar la confiabilidad del Inventario de Estrategias Metacognitivas se aplicó la prueba a 315 estudiantes de quinto grado de Educación Básica de dos escuelas públicas con las mismas características de la institución de estudio, en cuanto a ubicación y población general. En cuanto a la prueba de conocimiento en operaciones con fracciones se aplicó a 80 estudiantes de una de estas instituciones públicas con características semejantes a la población de estudio.

A nivel estadístico, la confiabilidad de los instrumentos se determinó mediante el coeficiente Alfa de Cronbach, seleccionado porque requiere de una sola administración del instrumento de medición. Al correlacionar los resultados con la ayuda del Paquete Estadístico para Ciencias Sociales (SPSS v.12), se

obtuvo para el Inventario de Estrategias Metacognitivas un $\alpha = 0,83$, y para la prueba de Operaciones con Fracciones un $\alpha = 0,73$, estimándose ambos instrumentos como altamente confiables.

Procedimiento

El procedimiento de la investigación se caracterizó por los siguientes pasos:

Paso 1. Recolección y Análisis de la Información: a través de material bibliohemerográfico, documental e investigaciones, así como información especializada en Internet, relacionados con las estrategias metacognitivas y sobre las operaciones con fracciones. Se analizó el material de manera exhaustiva a los fines de lograr definir las variables en estudio, obtener información sobre los aspectos metodológicos requeridos para el desarrollo del estudio, tales como la construcción de instrumentos y la contrastación de la información teórica previa con la información obtenida durante el desarrollo del estudio.

Paso 2. Diseño de los instrumentos de evaluación pretest -posttest: mediante una tabla de operacionalización de variables, y empleando la Tabla de Especificaciones se diseñó la Prueba 2 de conocimiento en operaciones con fracciones. (esto, ya que la Prueba 1 sobre el conocimiento previo en el uso de estrategias metacognitivas fue adaptada al grado escolar de la utilizada por Panaoura y Philippou (2003) Anexo A). Para el estudio pretest se aplicaron ambas Pruebas, para el estudio posttest sólo se aplicó la Prueba 2. Para la determinación de la validez de contenido de los instrumentos se acudió al juicio de expertos, mientras que para determinar la confiabilidad de ambas pruebas se procedió a su aplicación a una población semejante a la muestra seleccionada. Mediante el coeficiente Alfa de Cronbach y con el apoyo del software estadístico SPSS

versión 12 se obtuvo un resultado altamente positivo para ambas pruebas, consiguiendo ambos instrumentos como confiables.

Paso 3. Autorización de la institución donde se realizaría el estudio: Se solicitó la autorización para desarrollar la investigación en el centro educativo señalado, por medio de una carta dirigida al directivo de la institución.

Paso 4. Determinación de la Población y la Muestra del estudio. La población en estudio estuvo conformada por los estudiantes de 5° grado de una Escuela Básica Pública ubicada en el Oeste Capitalino distribuidos en cuatro secciones. De este universo se seleccionó al azar simple dos secciones, cada una de 39 estudiantes, con un total 78 estudiantes de ambos sexos, de quinto grado. Estos grupos fueron asignados al azar al Grupo Experimental (GE) y al Grupo Control (GC).

Paso 5. Determinación del Diseño de Investigación: La idea inicial fue trabajar con el diseño experimental, pero la imposibilidad de asignar a los sujetos al azar a ambos grupos (GE y GC) y el hecho de que habría que trabajar con grupos intactos, determinó la selección previa de un diseño cuasi-experimental, caso de dos grupos GE y GC con medida pretest y posttest.

Paso 6. Administración del Estudio Pretest: El proceso se inició con la motivación de los estudiantes de las secciones seleccionadas para que participaran en la aplicación del estudio pretest, explicándoles la finalidad del mismo. Ubicando a cada grupo en su aula y contando con un administrador calificado se aplicaron los instrumentos. El tiempo para responder la Prueba 1 fue de 50 minutos y para la Prueba 2, de 60 minutos aproximadamente.

Paso 7. Análisis estadístico de los resultados: Los datos obtenidos fueron organizados en tablas de doble entrada para su codificación, análisis e interpretación. El análisis estadístico previo se efectuó mediante la estadística descriptiva, aplicando frecuencias simples, medias aritméticas y desviaciones estándar. El análisis inferencial posterior se realizó mediante la aplicación de la "t de student" para muestras independientes y para una sola muestra (esta con el fin de corroborar la hipótesis 4 anteriormente señalada), con el apoyo del software estadístico SPSS versión 12.

Paso 8. Diseño del programa de entrenamiento en Estrategias Metacognitivas en las Operaciones con Fracciones. El programa se construyó en base a criterios referenciales provenientes de los textos e investigaciones reseñados en la revisión de la literatura. El objetivo general del taller fue instruir a los alumnos en el empleo de estrategias metacognitivas en el aprendizaje de fracciones

Paso 9. Procedimiento por sesión instruccional: Desarrollo del Programa de Entrenamiento.

Tiempo: la instrucción sobre la ejecución de Estrategias Metacognitivas para efectuar Operaciones con Fracciones se dictó en horas de la tarde, dos veces a la semana durante un mes, para ello se estimaron previamente 12 sesiones de trabajo (en total 48 horas teórico – prácticas aproximadamente) adecuadas al horario de las secciones. Ver tabla 6

Tabla 6

Procedimiento por sesión instruccional

Sesiones 1 y 2.

Objetivo instruccional: emplear la Planificación, Supervisión y Evaluación, en la definición de fracción y su representación gráfica.

Procedimiento

- *Planificación:* la docente partió de los conocimientos previos de los alumnos sobre la definición de fracción y su representación grafica preguntando de forma directa: ¿Qué recuerdas sobre fracciones?, ¿Qué es una fracción?, ¿a que se refiere esa palabra?, ¿Qué significa?, ¿Cómo la representas? ¿de que deberías acordarte para participar?, ¿Qué sientes que es útil recordar lo que ya viste sobre fracciones?, ¿Por qué?.

Se incentivó el establecimiento de un propósito de trabajo a través de unos objetivos o metas de aprendizaje, acordos con el tema de fracciones. Se les indicó que respondieran de manera reflexiva y participativa a planteamientos como: ¿para que voy a estudiar sobre fracciones?, ¿hacia donde quiero llegar con este tema?, ¿Cuál es mi propósito?.

A partir de la participación individual se les incentivó a explorar su libro de texto y a trabajar sobre ejercicios propuestos basados en la hoja de trabajo # 1 (Anexo D). Sobre esto la docente motivó preguntando: ¿Qué me dice el titulo?, ¿Qué me dice la pregunta 1? (la 2, la 3, etc.), ¿me da la idea sobre el tema?, ¿Cómo puedo resolver esto? (indicar una pregunta), ¿me parece fácil? ¿tengo interés en este tema?, ¿recuerdo problemas similares y los puedo utilizar en esta situación? ¿por dónde debo empezar para lograr el propósito que me he establecido? ¿Qué estrategias empleare para aprender y comprender este tema?.

- *Supervisión:* a medida que los alumnos respondían las preguntas anteriores y resolvían los ejercicios propuestos, la docente les pidió que realizaran predicciones sobre los contenidos propuestos: que a partir de una figura geométrica con partes sombreadas escribieran su fracción correspondiente, así como a partir de las fracciones $2/5$, $3/6$, $8/12$, $3/3$, $5/3$, hicieran la representación correspondiente (ver Anexo D), además que respondieran: ¿puedo confirmar mi primera suposición?, ¿lo que predije fue correcto?(en base a lo reflexionado en la planificación),

Evaluación

El 70% de los estudiantes responden correctamente al 75% de los ejercicios de la Hoja 1 de trabajo (Anexo D) y de evaluación (Anexo E).

¿dispongo de suficiente información para resolver mis ejercicios? ¿puedo explicar con mis palabras el procedimiento que debo seguir para resolver los ejercicios? ¿Cómo sé que es lo más importante de este tema? ¿Cómo sé qué se me hace más difícil de comprender?, ¿la forma como defino y represento las fracciones propuestas me ayuda a conseguir los propósitos establecidos? ¿Qué debo cambiar o mantener para seguir aprendiendo sobre fracciones? En este punto hubo participaciones de algunos alumnos en la pizarra explicando a sus compañeros sus reflexiones y la resolución de los ejercicios.

A continuación se les entregó a cada alumno la hoja de evaluación 1 (Anexo E) para resolver en aproximadamente 25 minutos y aplicando las tres etapas metacognitivas vistas en clase, basándose en los mismos planteamientos.

- *Evaluación:* la docente guió a los alumnos a realizar un doble proceso, evaluar los resultados y evaluar las estrategias utilizadas. En cuanto al primero la docente planteó interrogantes en torno a cómo saber o comprobar que realmente ha comprendido la definición de fracción y su representación gráfica, y que garantiza que su comprensión sea válida. Se les preguntó: ¿puedes explicar con tus palabras cómo definir una fracción y cómo representarla? ¿de acuerdo a las predicciones que realicé todas fueron válidas y confirmadas? ¿de que otra (s) forma (s) puedo definir y representar una fracción? Se les dio aproximadamente 15 minutos para oír las respuestas individuales y verificar comprensión.

Los alumnos manifestaron mayores dificultades en cuanto a la representación de fracciones a partir de cantidades discretas, así como la escritura de la fracción correspondiente a figuras con estas características.

En cuanto a la evaluación de las estrategias utilizadas, la docente enfatizó la reflexión individual en torno a: ¿lo que aprendí me ayudó a conseguir los propósitos propuestos? ¿tuve que modificar mis planteamientos iniciales? ¿tuve que retomar lo visto en el curso anterior? ¿pude elaborar mi propio esquema de trabajo?.

Para terminar, la docente incentivó la autoevaluación reflexiva individual y silenciosa en cuanto a: ¿terminé el trabajo y lo comprendí? ¿aprendí nuevas cosas importantes? ¿necesito repasar los aspectos más importantes para estar seguro que los aprendí? ¿me esforcé lo suficiente para lograr las metas planteadas?.

Este proceso se repitió en la sesión 2 para afianzar conocimientos, comprensión y repaso, garantizando el proceso metacognitivo. La diferencia radicó en que la sesión 2 estuvo marcada por el trabajo netamente individual y autorreflexivo desde la planificación, disminuyendo las intervenciones en la pizarra, esto con el fin de incentivar el proceso de la autorregulación.

Sesiones 3 y 4.

Objetivo Instruccional: : emplear la Planificación, Supervisión y Evaluación, en la clasificación de fracciones.

Procedimiento

- *Planificación:* la docente partió de los conocimientos previos de los alumnos sobre la clasificación de fracciones, retomando lo visto en las sesiones anteriores y preguntando de forma directa: ¿Qué recuerdas sobre fracciones?, ¿las fracciones pueden clasificarse? ¿Cómo? ¿a que se refiere cada una?, ¿en qué se parecen?, ¿en qué se diferencian? ¿de que deberías acordarte para participar?, ¿Qué es útil recordar de lo que ya viste sobre fracciones?, ¿Por qué?

Se incentivó el establecimiento de un propósito de trabajo a través de unos objetivos o metas de aprendizaje, acordes con el tema de fracciones. Se les indicó que respondieran de manera reflexiva y participativa a planteamientos como: ¿para que voy a estudiar la clasificación de fracciones?, ¿hacia donde quiero llegar con este tema?, ¿Cuál es mi propósito?

A partir de la participación individual se les llevó a explorar su libro de texto y a trabajar sobre ejercicios propuestos basados en la hoja de trabajo # 2.(Anexo D) Sobre esto la docente motivó preguntando: ¿Qué me dice el título?, ¿Qué me dice la pregunta 1? (la 2, la 3, etc.), ¿me da la idea sobre el tema?, ¿Cómo puedo resolver esto? (indicando la pregunta 1), ¿me parece fácil? ¿tengo interés en este tema?, ¿recuerdo problemas similares y los puedo utilizar en esta situación? ¿por donde debo empezar para lograr el propósito que me he establecido? ¿Qué estrategias emplearé para aprender y comprender este tema?

- *Supervisión:* a medida que los alumnos respondían las preguntas anteriores y resolvían los ejercicios propuestos, la docente les pidió que realizaran predicciones sobre los contenidos propuestos clasificación de fracciones se les presentó ejercicios a partir de figuras para que escribieran la fracción correspondiente, así como a partir de las fracciones $\frac{3}{2}$, $\frac{12}{6}$, $\frac{13}{9}$, $\frac{6}{3}$, $\frac{2}{2}$ realizaran su clasificación como propia e impropia y su respectiva representación grafica, y que respondieran: ¿puedo confirmar mi primera suposición?, ¿lo que predije fue correcto?(en base a lo

Evaluación

El 70% de los estudiantes responden correctamente al 75% de los ejercicios de la Hoja 2 de trabajo (Anexo D) y de evaluación (Anexo E).

reflexionado en la planificación), ¿dispongo de suficiente información para resolver mis ejercicios? ¿puedo explicar con mis palabras el procedimiento que debo seguir para resolver los ejercicios? ¿estoy entendiendo lo que estoy haciendo? ¿Cómo sé que es lo más importante de este tema? ¿Cómo sé qué se me hace más difícil de comprender?, ¿la forma como defino y clasifico las fracciones propuestas me ayuda a conseguir los propósitos establecidos? ¿Qué debo cambiar o mantener para seguir aprendiendo sobre fracciones? ¿necesito ayuda de la docente?, ¿puedo emplear otra forma para entender mejor esto?. En este punto hubo participaciones de algunos alumnos en la pizarra explicando a sus compañeros sus reflexiones y la resolución de los ejercicios.

A continuación se les entregó a cada alumno la hoja de evaluación # 2 (Anexo E) para resolver en aproximadamente 25 minutos y aplicando las tres etapas metacognitivas vistas en clase, basándose en los mismos planteamientos.

- *Evaluación*: la docente guió a los alumnos a realizar el doble proceso iniciado en las sesiones 1 y 2: a evaluar los resultados y evaluar las estrategias utilizadas. En cuanto al primero la docente planteó interrogantes en torno a cómo saber o comprobar que realmente ha comprendido la definición de fracción y su clasificación, y qué garantiza que su comprensión sea válida. Se les preguntó: ¿puedes explicar con tus palabras cómo conceptualizar una fracción y cómo representarla? ¿de acuerdo a las predicciones que realicé todas fueron válidas y confirmadas? ¿de que otra (s) forma (s) puedo conceptualizar y representar una fracción?. Se les dio aproximadamente 15 minutos para oír las respuestas individuales y verificar comprensión. Los alumnos manifestaron dificultades en la clasificación de las fracciones impropias, ya que presentaron confusiones al momento de distinguir la parte mayor de la menor en relación con el numerador y denominador, especialmente a la hora de realizar la representación gráfica de las mismas.

En cuanto a la evaluación de las estrategias utilizadas, la docente enfatizó la reflexión individual en torno a: ¿lo que aprendí me ayudó a conseguir los propósitos propuestos? ¿tuve que modificar mis planteamientos iniciales? ¿tuve que retomar algo de lo visto en las sesiones anteriores? ¿pude elaborar mi propio esquema de trabajo?.

Para terminar, la docente incentivó la autoevaluación reflexiva individual y silenciosa en cuanto a:

¿terminé el trabajo y lo comprendí? ¿aprendí nuevas cosas importantes? ¿necesito repasar los aspectos más importantes para estar seguro que los aprendí? ¿me esforcé lo suficiente para lograr las metas planteadas?, ¿de ahora en adelante como puedo clasificar las fracciones?.

Este proceso se repitió en la sesión 4 para afianzar conocimientos, comprensión y repaso, garantizando el proceso metacognitivo. La diferencia radicó en que la sesión 4 estuvo marcada por el trabajo netamente individual y autorreflexivo desde la planificación, disminuyendo la intervención en la pizarra, esto con el fin de incentivar el proceso de la autorregulación.

Sesiones 5 y 6.

Objetivo Instruccional: : emplear Planificación, Supervisión y Evaluación, en la determinación de fracciones equivalentes mediante la representación grafica y el método de productos cruzados.

Procedimiento

- **Planificación:** la docente partió de los conocimientos previos de los alumnos sobre las fracciones equivalentes preguntando de forma directa: ¿Qué recuerdas de las sesiones anteriores sobre fracciones?, ¿has escuchado la palabra equivalencia? ¿Qué significa equivalencia? ¿Cuándo se trabaja?, ¿podrías representar dos fracciones equivalentes gráficamente? ¿de que deberías acordarte para participar?, ¿Qué sientes que es útil recordar lo que ya viste sobre fracciones?, ¿Por qué?.

Incentivó el establecimiento de un propósito de trabajo a través de unos objetivos o metas de aprendizaje, acordes con el tema de equivalencia de fracciones. Se les indicó que respondieran de manera reflexiva y participativa a planteamientos como: ¿para que voy a estudiar sobre la equivalencia de fracciones?, ¿hacia donde quiero llegar con este tema?, ¿Cuál es mi propósito?. A partir de la participación individual se les incentivó a explorar su libro de texto y a trabajar sobre ejercicios propuestos basados en la hoja de trabajo # 3 (Anexo D). Sobre esto la docente motivó preguntando: ¿Qué me dice el titulo?, ¿Qué me dice la pregunta 1? (la 2, la 3, etc.), ¿me da la idea sobre el tema?, ¿Cómo puedo resolver esto? (indicando la pregunta 2 de la hoja 3), ¿me parece fácil? ¿tengo interés en este tema?, ¿recuerdo problemas similares y los puedo utilizar en esta situación? ¿por donde debo empezar para lograr el propósito que me he establecido? ¿Qué estrategias empleare para aprender y comprender este tema?.

- **Supervisión:** a medida que los alumnos respondían las preguntas anteriores y resolvían los

Evaluación

El 70% de los estudiantes responden correctamente al 75% de los ejercicios de la Hoja 3. de trabajo (Anexo D) y de evaluación (Anexo E).

ejercicios propuestos, la docente les pidió que realizaran predicciones sobre los contenidos propuestos determinación de fracciones equivalentes mediante la representación grafica y el método de los productos cruzados, proponiendo ejercicios como: que representaran gráficamente una fracción equivalente a la figura correspondiente a $\frac{1}{2}$, a $\frac{5}{10}$ y a $\frac{8}{12}$; del mismo modo que indicaran cuales pares de fracciones eran equivalentes entre $\frac{6}{8}$ y $\frac{2}{2}$, $\frac{1}{4}$ y $\frac{3}{5}$ y $\frac{4}{8}$ y $\frac{3}{6}$ y que respondieran: ¿puedo confirmar mi primera suposición?, ¿lo que predije fue correcto?(en base a lo reflexionado en la planificación), ¿dispongo de suficiente información para resolver mis ejercicios? ¿puedo explicar con mis palabras el procedimiento que debo seguir para resolver los ejercicios? ¿Cómo sé que es lo más importante de este tema? ¿Cómo sé qué se me hace más difícil de comprender?, ¿la forma como determino las fracciones equivalentes propuestas me ayuda a conseguir los propósitos establecidos? ¿Qué debo cambiar o mantener para seguir aprendiendo sobre fracciones?. En este punto hubo participaciones de algunos alumnos en la pizarra explicando a sus compañeros sus reflexiones y la resolución de los ejercicios.

A continuación se les entregó a cada alumno la hoja de evaluación # 3 (Anexo E) para resolver en aproximadamente 25 minutos y aplicando las tres etapas metacognitivas vistas en clase, basándose en los mismos planteamientos.

- *Evaluación:* la docente guió a los alumnos a realizar un doble proceso, evaluar los resultados y evaluar las estrategias utilizadas. En cuanto al primero la docente planteó interrogantes en torno a: cómo saber o comprobar que realmente ha comprendido la equivalencia de fracciones, y qué garantiza que su comprensión sea valida. Se les preguntó: ¿puedes explicar con tus palabras cómo determinar fracciones equivalentes? ¿Cómo las puedo representar gráficamente? ¿de acuerdo a las predicciones que realicé todas fueron validas y confirmadas? ¿de que otra (s) forma (s) puedo determinar fracciones equivalentes?. Se les dio aproximadamente 15 minutos para oír las respuestas individuales y verificar comprensión.

Los alumnos manifestaron dificultades en la búsqueda de fracciones equivalentes a través de la representación grafica, a partir de una fracción dada, es decir de acuerdo con el ejercicio 1 como lo muestran los Anexos D y E se les presento una figura con una fracción respectiva y se les pidió que buscaran otra fracción equivalente empleando la representación, eso causo confusión, ya que trataban d ajustar diversas figuras a la que fue dada con fracciones que muchas veces no

correspondían con las mismas. Por ejemplo algunos alumnos a la fracción $\frac{1}{4}$ colocaban como equivalente la fracción $\frac{2}{2}$ o $\frac{2}{10}$

En cuanto a la evaluación de las estrategias utilizadas, la docente enfatizó la reflexión individual en torno a: ¿lo que aprendí me ayudó a conseguir los propósitos propuestos? ¿tuve que modificar mis planteamientos iniciales? ¿tuve que retomar lo visto en el curso anterior? ¿pude elaborar mi propio esquema de trabajo?.

Para terminar, la docente incentivó la autoevaluación reflexiva individual y silenciosa en cuanto a: ¿terminé el trabajo y lo comprendí? ¿aprendí nuevas cosas importantes? ¿necesito repasar los aspectos más importantes para estar seguro que los aprendí? ¿me esforcé lo suficiente para lograr las metas planteadas?.

Este proceso se repitió en la sesión 6 para afianzar conocimientos, comprensión y repaso, garantizando el proceso metacognitivo. La diferencia radicó en que la sesión 6 estuvo marcada por el trabajo netamente individual y autorreflexivo desde la planificación, disminuyendo la intervención en la pizarra, esto con el fin de incentivar el proceso de la autorregulación.

Sesiones 7 y 8.

Objetivo Instruccional: emplear la Planificación, Supervisión y Evaluación, en la determinación de fracciones equivalentes a la unidad y a números naturales por simplificación y amplificación

Procedimiento

- **Planificación:** la docente partió de los conocimientos previos de los alumnos sobre las fracciones equivalentes visto en las sesiones 5 y 6, preguntando de forma directa: ¿Qué recuerdas de las sesiones anteriores sobre fracciones?, ¿Qué recuerdas de la equivalencia? ¿has escuchado la palabra simplificación? ¿Qué significa?, ¿has escuchado la palabra amplificación? ¿Qué significa? ¿Cómo se realizan? ¿Cuándo se trabajan? ¿Qué tienen que ver estos términos con lo visto en la sesión anterior? ¿Cómo puede lo visto anteriormente ayudar a esto? ¿de que deberías acordarte para participar?, ¿Qué sientes que es útil recordar lo que ya viste sobre fracciones?, ¿Por qué?.

Incentivó el establecimiento de un propósito de trabajo a través de unos objetivos o metas de aprendizaje, acordes con el tema de equivalencia de fracciones y equivalencia con números naturales. Se les indicó que respondieran de manera reflexiva y participativa a planteamientos

Evaluación

El 70% de los estudiantes responden correctamente al 75% de los ejercicios de la Hoja 4. de trabajo (Anexo D) y de evaluación (Anexo E).

como: ¿para que voy a estudiar sobre la equivalencia de fracciones?, ¿Qué me facilita la simplificación y la amplificación? ¿hacia donde quiero llegar con este tema?, ¿Cuál es mi propósito?

A partir de la participación individual se les incentivó a explorar su libro de texto y a trabajar sobre ejercicios propuestos basados en la hoja de trabajo # 4 (Anexo D). Sobre esto la docente motivó preguntando: ¿Qué me dice el título?, ¿Qué me dice la pregunta 1? (la 2, la 3, etc.), ¿me da la idea sobre el tema?, ¿Cómo puedo resolver esto? (indicar una pregunta), ¿me parece fácil? ¿tengo interés en este tema?, ¿recuerdo problemas similares y los puedo utilizar en esta situación? ¿por donde debo empezar para lograr el propósito que me he establecido? ¿Qué estrategias empleare para aprender y comprender este tema?

- *Supervisión:* a medida que los alumnos respondían las preguntas anteriores y resolvían los ejercicios propuestos, la docente les pidió que realizaran predicciones sobre los contenidos propuestos determinación de fracciones equivalentes y a números naturales aplicando ambos métodos, se les planteó que encontrarán 2 fracciones equivalentes por simplificación a $50/30$, $18/12$ y a $10/8$, así como por amplificación a $2/2$, $5/3$ y $6/5$ y que respondieran: ¿puedo confirmar mi primera suposición?, ¿lo que predije fue correcto?(en base a lo reflexionado en la planificación), ¿dispongo de suficiente información para resolver mis ejercicios? ¿puedo explicar con mis palabras el procedimiento que debo seguir para resolver los ejercicios? ¿Cómo sé que es lo más importante de este tema? ¿Cómo sé qué se me hace más difícil de comprender?, ¿la forma como determino las fracciones equivalentes propuestas me ayuda a conseguir los propósitos establecidos? ¿Qué debo cambiar o mantener para seguir aprendiendo sobre fracciones?. En este punto hubo participaciones de algunos alumnos en la pizarra explicando a sus compañeros sus reflexiones y la resolución de los ejercicios.

A continuación se les entregó a cada alumno la hoja de evaluación # 4 (Anexo E) para resolver en aproximadamente 25 minutos y aplicando las tres etapas metacognitivas vistas en clase, basándose en los mismos planteamientos.

- *Evaluación:* la docente guió a los alumnos a realizar un doble proceso, evaluar los resultados y evaluar las estrategias utilizadas. En cuanto al primero la docente planteó interrogantes en torno a: cómo saber o comprobar que realmente ha comprendido la equivalencia de fracciones a la unidad

y a números naturales, y qué garantiza que su comprensión sea válida. Se les preguntó: ¿puedes explicar con tus palabras cómo determinar fracciones equivalentes? ¿Cómo las puedo obtener por simplificación? ¿Cómo las puedo obtener por amplificación? ¿a todas las puedo representar gráficamente? ¿Cómo? ¿de acuerdo a las predicciones que realicé todas fueron válidas y confirmadas?. Se les dio aproximadamente 15 minutos para oír las respuestas individuales y verificar comprensión.

En esta sesión los alumnos no manifestaron mayores dudas que las dadas por los procedimientos propios de la simplificación y la amplificación.

En cuanto a la evaluación de las estrategias utilizadas, la docente enfatizó la reflexión individual en torno a: ¿lo que aprendí me ayudó a conseguir los propósitos propuestos? ¿tuve que modificar mis planteamientos iniciales? ¿tuve que retomar lo visto en el curso anterior? ¿pude elaborar mi propio esquema de trabajo?

Para terminar, la docente incentivó la autoevaluación reflexiva individual y silenciosa en cuanto a: ¿terminé el trabajo y lo comprendí? ¿aprendí nuevas cosas importantes? ¿necesito repasar los aspectos más importantes para estar seguro que los aprendí? ¿me esforcé lo suficiente para lograr las metas planteadas?

Este proceso se repitió en la sesión 8 para afianzar conocimientos, comprensión y repaso, garantizando el proceso metacognitivo. La diferencia radicó en que la sesión 8 estuvo marcada por el trabajo netamente individual y autorreflexivo desde la planificación, disminuyendo la intervención en la pizarra, esto con el fin de incentivar el proceso de la autorregulación.

Sesiones 9 y 10

Objetivo Instruccional: : emplear la Planificación, Supervisión y Evaluación, en el establecimiento de relaciones “mayor que”, “menor que” e “igual a” al comprar fracciones con números naturales y entre fracciones con igual y diferente denominador

Procedimiento

- **Planificación:** la docente partió de los conocimientos previos de los alumnos sobre las fracciones equivalentes visto en las sesiones 7 y 8, preguntando de forma directa: ¿Qué recuerdas de las sesiones anteriores sobre fracciones?, ¿Qué recuerdas de la equivalencia? ¿has escuchado que existen relaciones entre fracciones? ¿Qué es una relación? ¿Cómo puede establecerse entre números? ¿Cuándo se utilizan? ¿Cuándo algo es mayor, menor o igual a? ¿Cómo se establecen

Evaluación

El 70% de los estudiantes responden correctamente al 75% de los ejercicios de la Hoja 5. de trabajo (Anexo D) y de evaluación (Anexo E).

relaciones con las fracciones?, ¿podrías representar gráficamente las relaciones entre fracciones?
¿Cómo puede lo visto anteriormente ayudar a esto? ¿de que deberías acordarte para participar?,
¿Qué sientes que es útil recordar lo que ya viste sobre fracciones?, ¿Por qué?

Incentivó el establecimiento de un propósito de trabajo a través de unos objetivos o metas de aprendizaje, acordes con el tema de la comparación de fracciones. Se les indicó que respondieran de manera reflexiva y participativa a planteamientos como: ¿para que voy a estudiar sobre la comparación de fracciones?, ¿para que me sirve establecer relaciones entre fracciones? ¿hacia donde quiero llegar con este tema?, ¿Cuál es mi propósito?

A partir de la participación individual se les incentivó a explorar su libro de texto y a trabajar sobre ejercicios propuestos basados en la hoja de trabajo # 5 (Anexo D). Sobre esto la docente motivó preguntando: ¿Qué me dice el título?, ¿Qué me dice la pregunta 1? (la 2, la 3, etc.), ¿me da la idea sobre el tema?, ¿Cómo puedo resolver esto? (indicar una pregunta), ¿me parece fácil? ¿tengo interés en este tema?, ¿recuerdo problemas similares y los puedo utilizar en esta situación? ¿por donde debo empezar para lograr el propósito que me he establecido? ¿Qué estrategias emplearé para aprender y comprender este tema?

- *Supervisión*: a medida que los alumnos respondían las preguntas anteriores y resolvían los ejercicios propuestos, la docente les pidió que realizaran predicciones sobre los contenidos propuestos comparación de fracciones, se les asignó que colocaran cual de las fracciones era menor entre $\frac{2}{3}$ ó $\frac{6}{2}$, $\frac{5}{8}$ ó $\frac{9}{2}$, $\frac{3}{5}$ ó $\frac{7}{4}$, así como que ordenaran de mayor a menor y a la inversa los pares: $\frac{2}{5}$, $\frac{12}{5}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{9}{5}$, $\frac{6}{5}$; y $\frac{8}{10}$, $\frac{8}{2}$, $\frac{8}{9}$, $\frac{8}{3}$, $\frac{8}{5}$ y que respondieran: ¿puedo confirmar mi primera suposición?, ¿lo que predije fue correcto?(en base a lo reflexionado en la planificación), ¿dispongo de suficiente información para resolver mis ejercicios? ¿puedo explicar con mis palabras el procedimiento que debo seguir para resolver los ejercicios? ¿Cómo sé que es lo más importante de este tema? ¿Cómo sé qué se me hace más difícil de comprender?, ¿la forma como determino comparo las fracciones propuestas me ayuda a conseguir los propósitos establecidos? ¿Qué debo cambiar o mantener para seguir aprendiendo sobre fracciones?. En este punto hubo participaciones de algunos alumnos en la pizarra explicando a sus compañeros sus reflexiones y la resolución de los ejercicios.

A continuación se les entregó a cada alumno la hoja de evaluación # 5 (Anexo E) para resolver en

aproximadamente 25 minutos y aplicando las tres etapas metacognitivas vistas en clase, basándose en los mismos planteamientos.

- *Evaluación*: la docente guió a los alumnos a realizar un doble proceso, evaluar los resultados y evaluar las estrategias utilizadas. En cuanto al primero la docente planteó interrogantes en torno a: cómo saber o comprobar que realmente ha comprendido la equivalencia de fracciones a la unidad y a números naturales, y qué garantiza que su comprensión sea válida. Se les preguntó: ¿puedes explicar con tus palabras cómo establecer relaciones entre fracciones? ¿Cómo aplico la relación “mayor que”? ¿Cómo aplico la relación “menor que”? ¿Cómo aplico la relación “igual a”? ¿a todas las puedo representar gráficamente? ¿Cómo? ¿de acuerdo a las predicciones que realicé todas fueron válidas y confirmadas?. Se les dio aproximadamente 15 minutos para oír las respuestas individuales y verificar comprensión.

Los alumnos manifestaron dificultades al momento de ordenar los grupos de fracciones que poseen distinto denominador, así como al decir qué pares de fracciones es menor de los pares dados en la hoja de evaluación # 5 (Anexo E)

En cuanto a la evaluación de las estrategias utilizadas, la docente enfatizó la reflexión individual en torno a: ¿lo que aprendí me ayudó a conseguir los propósitos propuestos? ¿tuve que modificar mis planteamientos iniciales? ¿tuve que retomar lo visto en el curso anterior? ¿pude elaborar mi propio esquema de trabajo?.

Para terminar, la docente incentivó la autoevaluación reflexiva individual y silenciosa en cuanto a: ¿terminé el trabajo y lo comprendí? ¿aprendí nuevas cosas importantes? ¿necesito repasar los aspectos más importantes para estar seguro que los aprendí? ¿me esforcé lo suficiente para lograr las metas planteadas?.

Este proceso se repitió en la sesión 10 para afianzar conocimientos, comprensión y repaso, garantizando el proceso metacognitivo. La diferencia radicó en que la sesión 10 estuvo marcada por el trabajo netamente individual y autorreflexivo desde la planificación, disminuyendo la intervención en la pizarra, esto con el fin de incentivar el proceso de la autorregulación

Sesiones 11 y 12. Objetivo Instruccional: : emplear Planificación, Supervisión y Evaluación, en la realización de adiciones y sustracciones de fracciones con igual y diferente denominador

Procedimiento

- *Planificación:* la docente partió de los conocimientos previos de los alumnos sobre la adición y sustracción de fracciones, preguntando de forma directa: ¿Qué recuerdas de las sesiones anteriores sobre fracciones?, ¿de que te sirve lo visto para sumar y restar fracciones? ¿sabías que puedes sumar y restar fracciones a través de la representación grafica? ¿Cómo puede lo visto anteriormente ayudar a esto? ¿de que deberías acordarte para participar?, ¿Qué sientes que es útil recordar lo que ya viste sobre fracciones?, ¿Por qué?.

Incentivó el establecimiento de un propósito de trabajo a través de unos objetivos o metas de aprendizaje, acordes con el tema de la comparación de fracciones. Se les indicó que respondieran de manera reflexiva y participativa a planteamientos como: ¿para que voy a estudiar sobre la suma y resta de fracciones?, ¿para que me sirve hacerlo de forma grafica? ¿hacia donde quiero llegar con este tema?, ¿Cuál es mi propósito?.

A partir de la participación individual se les incentivó a explorar su libro de texto y a trabajar sobre ejercicios propuestos basados en la hoja de trabajo # 6 (Anexo D). Sobre esto la docente motivó preguntando: ¿Qué me dice el titulo?, ¿Qué me dice la pregunta 1? (la 2, la 3, etc.), ¿me da la idea sobre el tema?, ¿Cómo puedo resolver esto? (indicar una pregunta), ¿me parece fácil? ¿tengo interés en este tema?, ¿recuerdo problemas similares y los puedo utilizar en esta situación? ¿por donde debo empezar para lograr el propósito que me he establecido? ¿Qué estrategias emplearé para aprender y comprender este tema?.

- *Supervisión:* a medida que los alumnos respondían las preguntas anteriores y resolvían los ejercicios propuestos, la docente les pidió que realizaran predicciones sobre los contenidos propuestos adición y sustracción de fracciones, se les propuso primero que resolvieran fracciones en forma directa: $5/9 + 6/9$, $4/8 + 4/12$, $3/5 - 8/5$, $6/7 - 8/7$, así como la resolución de problemas que incluyeran adición y sustracción de fracciones; y que respondieran: ¿puedo confirmar mi primera suposición?, ¿lo que predije fue correcto?(en base a lo reflexionado en la planificación), ¿dispongo de suficiente información para resolver mis ejercicios? ¿puedo explicar con mis palabras el procedimiento que debo seguir para resolver los ejercicios? ¿Cómo sé que es lo más

Evaluación

El 70% de los estudiantes responden correctamente al 75% de los ejercicios de la Hoja 6. de trabajo (Anexo D) y de evaluación (Anexo E).

importante de este tema? ¿Cómo sé qué se me hace más difícil de comprender?, ¿la forma como determino comparo las fracciones propuestas me ayuda a conseguir los propósitos establecidos? ¿Qué debo cambiar o mantener para seguir aprendiendo sobre fracciones?. En este punto hubo participaciones de algunos alumnos en la pizarra explicando a sus compañeros sus reflexiones y la resolución de los ejercicios.

A continuación se les entregó a cada alumno la hoja de evaluación # 6 (Anexo E) para resolver en aproximadamente 25 minutos y aplicando las tres etapas metacognitivas vistas en clase, basándose en los mismos planteamientos.

- *Evaluación:* la docente guió a los alumnos a realizar un doble proceso, evaluar los resultados y evaluar las estrategias utilizadas. En cuanto al primero la docente planteó interrogantes en torno a: cómo saber o comprobar que realmente ha comprendido la suma y resta de fracciones, y qué garantiza que su comprensión sea válida. Se les preguntó: ¿puedes explicar con tus palabras cómo sumar y restar? ¿Cómo puedo explicarlo de forma gráfica? ¿de acuerdo a las predicciones que realicé todas fueron válidas y confirmadas?. Se les dio aproximadamente 15 minutos para oír las respuestas individuales y verificar comprensión.

Los alumnos manifestaron dificultades al momento de realizar operaciones con más de una fracción así como aparece en la pregunta 2 y 3b del Anexo E.

En cuanto a la evaluación de las estrategias utilizadas, la docente enfatizó la reflexión individual en torno a: ¿lo que aprendí me ayudó a conseguir los propósitos propuestos? ¿tuve que modificar mis planteamientos iniciales? ¿tuve que retomar lo visto en el curso anterior? ¿pude elaborar mi propio esquema de trabajo?.

Para terminar, la docente incentivó la autoevaluación reflexiva individual y silenciosa en cuanto a: ¿terminé el trabajo y lo comprendí? ¿aprendí nuevas cosas importantes? ¿necesito repasar los aspectos más importantes para estar seguro que los aprendí? ¿me esforcé lo suficiente para lograr las metas planteadas?

Este proceso se repitió en la sesión 12 para afianzar conocimientos, comprensión y repaso, garantizando el proceso metacognitivo. La diferencia radicó en que la sesión 12 estuvo marcada por el trabajo netamente individual y autorreflexivo desde la planificación, disminuyendo la intervención en la pizarra, esto con el fin de incentivar el proceso de la autorregulación.

Paso 10: Análisis estadístico de los resultados obtenidos en el estudio Posttest: se compararon los resultados obtenidos en la Prueba 2 sobre Operaciones con Fracciones. Los datos obtenidos se organizaron en tablas de doble entrada para su codificación, análisis e interpretación. El análisis estadístico se efectuó mediante la estadística descriptiva, aplicando frecuencias simples, medias aritméticas y desviaciones estándar; para el análisis inferencial se aplicó la "t de student", para muestras independientes y para una muestra (Hipótesis 4) con el apoyo del software estadístico SPSS (v. 12).

Limitaciones del Estudio

Una de las principales limitaciones para llevar a cabo esta investigación consistió en la escasa información sobre la relación de las variables de estudio: Estrategias Metacognitivas y Operaciones con Fracciones, por lo que hasta ahora no se ha podido establecer comparaciones directas con estudios previos similares.

Otra importante limitación la constituyó las dadas por el diseño cuasiexperimental, por la falta de control experimental total, así como los posibles problemas de validez externa que puede verse afectada por los efectos de la interacción de la administración de las pruebas y la variable independiente.

Es importante tomar en cuenta también el tiempo disponible de los alumnos para participar en el entrenamiento, debido a sus horarios escolares, en cuanto a otros aspectos no hubo ningún tipo de restricción, ya que la institución estuvo dispuesta a colaborar inclusive con la apertura de espacios en los horarios para la realización de las actividades y los recursos estuvieron disponibles para el entrenamiento.

Capítulo IV. Resultados

Los datos obtenidos en la Prueba antes (Pretest) y después (Postest) de la instrucción, así como las hojas de evaluación por sesión, fueron analizados mediante el Paquete Estadístico para Ciencias Sociales (SPSS, v. 12), y corroborados con los estadísticos que proporciona el programa Microsoft Office Excel (2003) a través del análisis descriptivo para caracterizar la muestra y empleando la prueba “t de Student” para el análisis inferencial. Su análisis sigue la lógica estadística del diseño cuasiexperimental de grupo control no equivalente; por tratarse de este diseño el análisis de las mediciones deben adelantarse con precaución, supervisando la validez interna y externa del estudio (Kerlinger & Lee, 2002).

El análisis se inicia con la caracterización de la muestra de estudio conformada por dos secciones seleccionadas de una institución Educativa pública del Oeste Capitalino a través del análisis estadístico descriptivo, el cual se efectuó aplicando frecuencias simples, medias aritméticas y desviaciones estándar. Posteriormente se estableció el análisis inferencial oportuno a cada hipótesis con sus objetivos correspondientes, de acuerdo con los resultados obtenidos en la prueba t aplicada en cada caso.

Resultados

El Grupo Experimental (GE) estuvo conformado por 39 estudiantes, 18 del género femenino (46%) y 21 del género masculino (54%). La edad cronológica promedio del grupo fue de $\bar{X} = 11,41$ años. De modo semejante, el Grupo Control (GC) estuvo conformado por 39 estudiantes, 22 del género femenino (56%) y 17

del género masculino (44%) . La edad cronológica promedio del grupo fue de $\bar{X} = 11,59$ años. (Las características de la muestra GE y GC por sujeto para cada elemento de estudio se pueden apreciar en el Anexo F). Ver tabla 7.

Tabla 7

Distribución de frecuencias en cuanto a Sexo y Edad.

Característica		Grupo Experimental		Grupo Control	
Sexo	Femenino	18	46%	22	56%
	Masculino	21	54%	17	44%
Edad		$\bar{X} = 11,41$		$\bar{X} = 11,59$	
		$St = 1,09$		$St = 0,78$	
		$N = 39$		$N = 39$	

Para corroborar la Hipótesis específica 1: si existen diferencias significativas entre el promedio del GE y del GC en una prueba de Conocimientos Previos sobre la ejecución de Estrategias Metacognitivas, correspondiente al objetivo específico 1: identificar las diferencias en el rendimiento obtenido en la prueba mencionada en los escolares del GE y del GC, al inicio del proceso de la intervención del primer grupo, se puede establecer en primer lugar que los datos obtenidos por ambos grupos en la prueba fueron analizados primero en función de su distribución muestral, a través del análisis descriptivo de frecuencias.

Este instrumento constó de 30 ítems, con una escala tipo Lickert para cada enunciado entre 1 y 5 puntos. El puntaje mínimo a obtener era de 30 puntos y el máximo de 150; el rendimiento promedio para el GE fue de 84,79 puntos, con una desviación estándar de 10,650; para el GC el rendimiento promedio fue de 77,21 puntos con una desviación estándar de 8,832.

Estos datos evidencian que los estudiantes no alcanzaron el máximo puntaje esperado (150 puntos), y que su rendimiento promedio se encuentra un tanto por

encima de la media esperada en la prueba (al menos 75 puntos). Esta información confirma que a los fines de mejorar el dominio cognitivo de los estudiantes se debe ofrecer una preparación sobre el tópico, lo cual se podría obtener mediante la participación en un programa de entrenamiento de Estrategias Metacognitivas en Operaciones con Fracciones.

A los fines de tomar una decisión para el rechazo o aceptación de la hipótesis nula que contrasta la Hipótesis Específica 1 correspondiente al objetivo específico 1, y lograr determinar si las diferencias obtenidas entre los puntajes promedios del GC y el GE fueron significativas se administró la prueba estadística “Prueba t ” para muestras independientes (McGuigan, 1998) a un nivel de significación $\alpha = 0,05$.

Los resultados obtenidos llevan a asumir variancias iguales según el Test de Levene ($F= 0,831$, $p= 0,368 > 0,05$). De acuerdo con esto se acepta la hipótesis nula (H_0) según la cual se asume que no existen diferencias significativas entre el rendimiento promedio obtenido por GE y el GC en la Prueba de Conocimientos Previos sobre la Ejecución de Estrategias Metacognitivas, a un nivel de significación de $\alpha = 0,05$; ya que $t(37)= 0,676$, $p= 0,504 > 0,05$.

Aplicando esta información al estudio se tiene que, al inicio de la investigación, los dos grupos no presentaron diferencias significativas en cuanto al conocimiento previo en la ejecución de estrategias metacognitivas, por tanto son aparentemente similares entre sí en cuanto a la condición referida. Este resultado contribuye a la validez interna del estudio. Ver tabla 8.

Tabla 8

Diferencia de medias GE y GC en relación con la Prueba de Conocimientos Previos sobre la Ejecución de Estrategias Metacognitivas.

Grupos	$\bar{X}$	St	T	Sig.
GE	84,79	10,650	0,676	0,504
GC	77,21	8,832		
N=39				

$p < 0,05$ gl=37

Estos resultados se pudieron corroborar a través de la elaboración de la distribución del área bajo la curva, en la cual se tomaron como referencia los valores críticos de α (de acuerdo con los grados de libertad obtenidos y el nivel de confiabilidad estipulado: 5%) basados en Johnson y Kuby (1998). De este modo gráficamente se puede corroborar la aceptación de la hipótesis nula para el inicio de la investigación. Ver Figura 2.

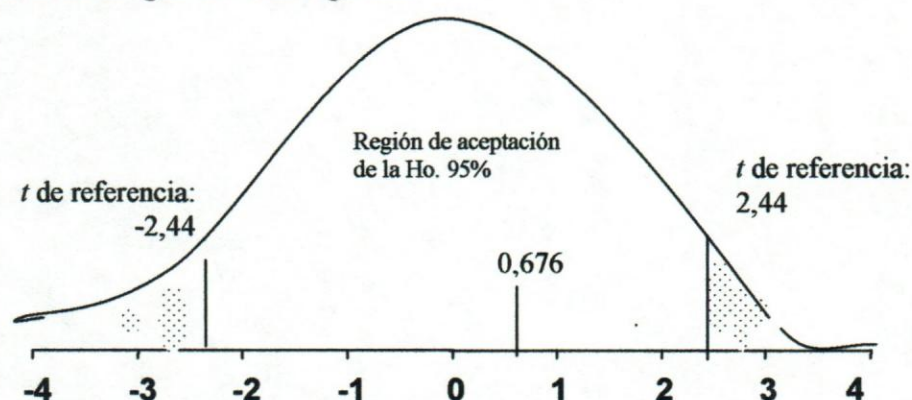


Figura 2. t de Student para la Hipótesis 1

Para corroborar la Hipótesis específica 2: si existen diferencias significativas entre el nivel promedio obtenido por el GE y el GC en una Prueba Pretest de Operaciones con Fracciones, correspondiente al Objetivo específico 2: identificar las diferencias entre los estudiantes del GE y del GC en el puntaje promedio obtenido en la prueba mencionada al inicio del estudio, los datos obtenidos por ambos grupos, en esta prueba fueron analizados en función de su distribución

muestral, a través del análisis descriptivo de frecuencias. El puntaje mínimo obtenido en la prueba para el GE fue de tres (3,00) puntos y el puntaje máximo fue de 16 puntos, mientras que para el GC el puntaje mínimo fue de tres (3,00) puntos y el puntaje máximo de 14 puntos (ver características de la muestra en el Anexo F).

El rendimiento promedio para el GE fue de 8,97 con una desviación estándar de 3,787 y para el GC de 8,95 puntos con una desviación estándar de 3,316. Estos datos evidencian que ninguno de los estudiantes alcanzó el máximo puntaje esperado (24 puntos, ya que la prueba contaba de 24 ítems y a cada ítem se le asignó el valor de un punto), su rendimiento promedio se encuentra por debajo de la media esperada en la prueba (12 puntos). Esta información justifica la necesidad de ofrecer la instrucción sobre el tópico de Operaciones con Fracciones, guiados por las Estrategias Metacognitivas para aumentar el rendimiento de los alumnos en el tema.

A los fines de tomar una decisión para el rechazo o aceptación de la hipótesis nula que contrasta la Hipótesis Específica 2, correspondiente al objetivo específico 2, y lograr determinar si las diferencias obtenidas, entre los puntajes promedios del GC y el GE fueron significativas se administró la prueba estadística “Prueba t ” para muestras independientes (McGuigan, 1998) a un nivel de significación de $\alpha = 0,05$.

Los resultados obtenidos lleva a asumir variancias iguales según el Test de Levene ($F= 1,478$, $p= 0,232 > 0.05$). De acuerdo con esto se acepta la hipótesis nula (H_0) según la cual se asume que no existen diferencias significativas entre el rendimiento promedio obtenido por GE y el GC en la Prueba Pretest de

Operaciones con Fracciones, a un nivel de significación de $\alpha = 0,05$; ya que t

$(37) = -1,759, p = 0,087 > 0,05$.

Aplicando esta información al estudio se tiene que, al inicio de la investigación los dos grupos no presentaron diferencias significativas en cuanto al conocimiento previo en las operaciones con fracciones, por tanto son aparentemente similares entre sí en cuanto a la condición referida. Este resultado contribuye a la validez interna del estudio. Ver tabla 9.

Tabla 9

Relación promedio GE y GC en relación con la Prueba Pretest de Operaciones con Fracciones.

Grupos	$\bar{X}$	St	T	$Sig.$
GE	8,97	3,787	-1,759	0,087
GC	8,95	3,316		
N=39				

$p < 0,05$ $gl=37$

Del mismo modo estos resultados se pudieron corroborar a través de la elaboración de la distribución del área bajo la curva, en la cual se tomaron como referencia los valores críticos de α (de acuerdo con los grados de libertad obtenidos y el nivel de confiabilidad estipulado: 5%) basados en Johnson y Kuby (1998). Gráficamente se puede corroborar la aceptación de la hipótesis nula para el inicio de la investigación, en cuanto al conocimiento previo en las operaciones con fracciones. Ver Figura 3.

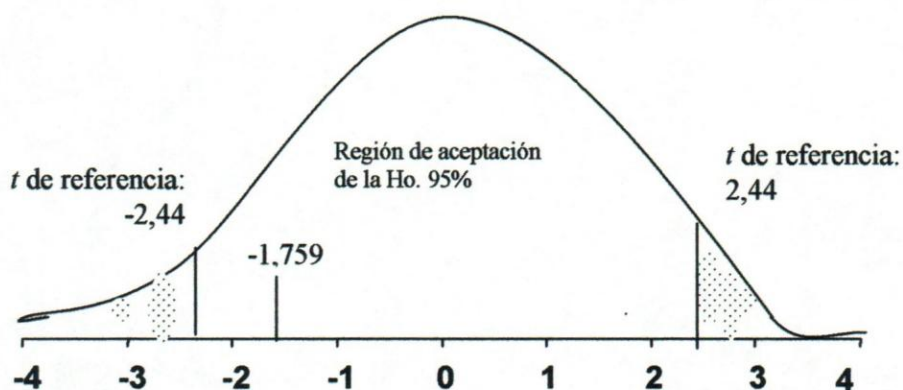


Figura 3. t de Student para la Hipótesis 2

Con respecto al Objetivo específico 3: diseñar y administrar al GE un programa de entrenamiento de Estrategias Metacognitivas en Operaciones con Fracciones dirigido a un grupo de estudiantes de quinto grado de Educación Básica; se ofrece una descripción de los sucedido durante la administración del Programa.

Es importante destacar que en la administración del programa con el GE estuvo directamente relacionada la docente investigadora de este trabajo, mientras que con el GC estuvo trabajando la docente correspondiente del grado en forma paralela, aplicando la didáctica propia de la matemática en el aprendizaje de fracciones. Dentro de los horarios se estableció la aplicación tanto de las sesiones de trabajo como de las hojas evaluativas al mismo tiempo para ambos grupos.

Durante el entrenamiento se estableció la practica guiada y el modelamiento por la docente investigadora sobre el uso de las Estrategias Metacognitivas en las Operaciones con Fracciones, esto se siguió de manera consecutiva durante el programa, aunque a partir de la sesión 4 los estudiantes tuvieron mayor autonomía al momento de realizar las actividades y de intervenir al momento de la instrucción, sin dejar de lado el acompañamiento pedagógico constante. Para

verificar los detalles de las sesiones de trabajo véase la Tabla 6: Procedimiento por sesión instruccional.

En el entrenamiento se pudo observar que durante las tres primeras sesiones aproximadamente al 85% de los alumnos del GE (33 estudiantes) se les hizo extraño el proceso de la planificación, en cuanto al establecimiento de un propósito de trabajo a través de unos objetivos, especialmente debido a la falta de conocimiento sobre qué es un objetivo, y de la unión entre un objetivo planteado por ellos mismos y el estudio de las fracciones. Los alumnos manifestaron que los objetivos no los conocen, que los docentes sólo les asignan números a los mismos y que por tanto ellos no intervienen en su establecimiento. Del mismo modo manifestaron que ellos solo reciben la instrucción sobre las fracciones y no van más allá de lo que dicta el profesor y su programa de enseñanza.

Se les dificultó a un 74% (29 estudiantes) en las primeras cuatro sesiones el proceso de evaluación de las estrategias utilizadas. Los alumnos pudieron identificar qué se les hizo más difícil en cuanto al trabajo con fracciones, pero les costó identificar cómo modificar sus planteamientos iniciales o su esquema personal de trabajo para mejorar su entendimiento y por ende, sus resultados.

Desde un principio el GE mostró temor ante el tema específico de las fracciones, luego que se le explicó el procedimiento a seguir y que el énfasis estaría en las estrategias metacognitivas hubo mayor apertura y disposición a trabajar en el aula.

De manera específica, en las sesiones 1 y 2 fue determinante el proceso de planificación, para refrescar el contenido sobre fracciones que los alumnos ya habían visto en años anteriores, de este modo el proceso de planificación y

supervisión fue de gran utilidad, especialmente en la sesión 1, para que los estudiantes buscaran en su memoria los procedimientos básicos para definir fracciones y representarlas gráficamente. A través de la elaboración de las primeras predicciones sobre el tema propuesto y el recuerdo sobre lo visto en años anteriores, 51% (20 estudiantes) de los alumnos lograron reconocer ciertos procesos que quizá les podría servir para este tema, lo cual alegaron que podría ser fácil y lo incluyeron en su posible plan de acción para el aprendizaje. La hoja de trabajo o ejercicios # 1 (Anexo D) constó de 5 ítems con 4 ejercicios cada uno, a un valor de 1 para un total de 20 puntos. En la sesión 1 el 49% (19 estudiantes) del GE obtuvieron más de 10 puntos (el mínimo aprobatorio) en la hoja de trabajo mientras que en el GC el 31% (12 estudiantes) obtuvo el mismo resultado, lo que sirvió de guía para enfocar el proceso de supervisión y evaluación sobre lo realizado en ella. En la sesión 2, donde se reforzaron los procesos vistos en la sesión 1 y donde los alumnos manifestaron abiertamente lo que se proponían durante la resolución de los ejercicios, así como las explicaciones con sus propias palabras de los pensamientos que tenían durante la resolución de los ejercicios, el 56% (22 estudiantes) del GE obtuvieron más de 10 puntos y el 41% (16 estudiantes) del GC obtuvieron el mismo resultado.

Mediante la hoja de trabajo se demostró durante el proceso de evaluación de los resultados que el 90% (35 alumnos) del GE supieron identificar las partes más importantes y las más difíciles del tema para poder resolver las fracciones. Manifestaron dentro de su autorreflexión que les era más fácil hacer las representaciones a través de cantidades continuas y empleando la misma figura. A medida que se planteaban nuevas preguntas el 82% (32 estudiantes) se dieron

cuenta que el trabajo se hacia repetitivo utilizando siempre la misma forma, por lo tanto trataron de usar otras figuras, aunque con otros resultados matemáticos.

Demostraron que les falta practica en el tema y mayor diversidad de formas para hacer las resoluciones pertinentes. Durante la evaluación de los resultados al 72% (28 alumnos) del GE se les dificultó verificar en qué podrían haberse equivocado y cómo podrían explicar con sus palabras el proceso de representar gráficamente una fracción. Durante la autoevaluación el 92% (36 estudiantes) del GE manifestó que requieren un proceso comprensivo más profundo para trabajar con fracciones, y cómo estar seguros que realmente aprendieron lo visto en clase, de igual forma estos estudiantes declararon que necesitaban un mayor repaso de lo visto durante años anteriores sobre fracciones. En la hoja de evaluación # 1 (Anexo E) que comprendió 5 ítems con 4 ejercicios cada uno a un valor de 1 para un total de 20 puntos, se pudo observar que el 100% de los estudiantes del GE aprobaron con más de 10 puntos en ambas sesiones, mientras que el GC tuvo un 74% (29 estudiantes) para la sesión 1 y el 85% (33 estudiantes) en la sesión 2 con el mismo resultado (Ver Anexo F).

Durante las sesiones 3 y 4 se empleó el proceso metacognitivo para clasificar fracciones (propias, impropias y como unidad). El proceso de planificación se hizo más ligero, ya que un 77% (30 estudiantes) lograron desde un primer momento establecer su objetivo o meta de aprendizaje enmarcado en el tópico propuesto. De acuerdo con los ejercicios planteados lograron desarrollar el contenido a partir de las ideas previas sobre el tema y el proceso reflexivo de exploración sobre contenidos antes vistos. Para ambas sesiones durante el proceso de supervisión lograron demostrar que sus ideas previas tenían base, es decir, las

predicciones sobre la clasificación de fracciones y cómo se representan resultó en un 74% (29 estudiantes) correctas con respecto a lo que presenta la teoría matemática. Durante el proceso de supervisión los alumnos se preguntaron si había alguna información con un nuevo enfoque, de allí que el 26% (10 alumnos) manifestó confusión al momento de definir y representar las fracciones impropias (esto se repitió idénticamente en la sesión 4), cosa que alegaron no recordar de años anteriores. La hoja de trabajo o ejercicios #2 para estas sesiones contó con 5 ítems con 4 ejercicios cada ítem a un valor de 1 cada uno para un total de 20 puntos (ver Anexo D). El 38% (15 estudiantes) del GE obtuvo notas superiores a 10 puntos, por su parte en el GC el 28% (11 estudiantes) obtuvo el mismo resultado en la sesión 3. En cuanto a la sesión 4 en el GE el 44% (17 estudiantes) obtuvo más de 10 puntos mientras que en el GC el 31% (12 estudiantes) obtuvo este resultado. Durante el proceso de evaluación a los estudiantes del GE se les dificultó emplear un lenguaje técnico matemático para explicar lo que habían entendido, del mismo modo se observó que en un 82% (32 estudiantes) no se percataron sobre qué tenían que modificar de sus planteamientos iniciales (preguntas previas, propósitos específicos) para comprender mejor la clasificación de fracciones. Durante el proceso de autoevaluación los alumnos en su totalidad pudieron percatarse de los aspectos que tenían que repasar y los esfuerzos que tenían que hacer para poder entender mejor la clasificación de fracciones. En cuanto a la hoja de evaluación # 2, que contó con 5 ítems con 4 ejercicios cada uno a un valor de 1 cada uno para un total de 20 puntos (ver Anexo E), tanto en la sesión 3 como en la sesión 4 el 100% de los estudiantes del GE obtuvieron más de

10 puntos mientras que en el GC el 79% (31 estudiantes) obtuvo el mismo resultado. (ver Anexo F)

En las sesiones 5 y 6 se empleó las estrategias metacognitivas en la determinación de fracciones equivalentes mediante la representación gráfica y el método de los productos cruzados. Durante el proceso de planificación los alumnos tuvieron mayor autonomía y no manifestaron mayores dificultades en el establecimiento de objetivos ni en las preguntas exploratorias de conocimientos previos (Ver Tabla 6: Procedimiento). Durante el proceso de supervisión mientras realizaban los ejercicios propuestos se pudo observar que los estudiantes presentaban dificultades para encontrar fracciones equivalentes mediante la representación grafica, y el explicarlo con sus propias palabras se les hizo conflictivo. En la sesión 6 este procedimiento fue más fácil, especialmente a través de la reflexión; el pensamiento individual sobre los aspectos más importantes del trabajo y los más difíciles de comprender les ayudó a encontrar respuestas satisfactorias a un 64% (25 estudiantes) de los alumnos del GE. En la hoja de trabajo o ejercicios #3 se contó con 3 ítems, entre los ítems 1 y 2 se encontró 8 ejercicios específicos con un valor de 2 puntos cada uno, mientras que el ítem 3 tuvo 4 ejercicios con un valor de 1 punto cada uno para un total de 20 puntos (ver Anexo D). Con respecto a esto y para la sesión 5 el GE obtuvo un 59% (23 estudiantes) con un promedio superior a los 10 puntos, mientras que el GC obtuvo un 44% (17 estudiantes) con el mismo resultado. Para la sesión 6 el GE obtuvo un 67% (26 estudiantes) con notas superiores a 10 puntos, mientras que el GC tuvo un 49% (19 estudiantes) con el mismo resultado. Durante el proceso de la evaluación los alumnos no manifestaron mayores dificultades sobre

su pensamiento que las propias de la materia y tenían aún confusión con el establecimiento de fracciones equivalentes a través del empleo de la representación gráfica, los alumnos se dieron cuenta que lo más fácil en estas sesiones fue aplicar el método de productos cruzados, lo cual consideraron que les facilitaba el camino en la parte simbólica de las fracciones, y consideraron que era una estrategia que se podría utilizar en varios procesos matemáticos (en este punto una alumna – el sujeto 10- explicó que este constituye un procedimiento más no una estrategia como tal, y que por lo tanto tal vez no sería apropiado para otros contenidos – ver anexo F-). En cuanto a la hoja de evaluación #3 que contó con 3 ítems, donde los ítems 1 y 2 se encontró 8 ejercicios específicos con un valor de 2 puntos cada uno, mientras que el ítem 3 tuvo 4 ejercicios con un valor de 1 punto cada uno para un total de 20 puntos (ver Anexo E) tanto para la sesión 5 como para la sesión 6 el GE tuvo un 100% de los estudiantes con notas superiores a los 10 puntos, mientras que el GC para la sesión 5 tuvo un 90% (35 estudiantes) y para la sesión 6 un 97% (38 estudiantes) con promedios mayores a los 10 puntos.

Para las sesiones 7 y 8 se trabajó las estrategias metacognitivas en la determinación de fracciones equivalentes a la unidad y a números naturales aplicando los métodos de simplificación y amplificación. Durante el proceso de planificación los alumnos mostraron dificultades al momento de recordar qué de lo visto en las sesiones anteriores les podría servir para este contenido. Si bien en las sesiones 5 y 6 se trató la equivalencia de fracciones, 64% (25 estudiantes) no relacionaban los procedimientos de resolución vistos anteriormente con lo que se planteaba en estas sesiones; esta actitud curiosamente persistió en ambas sesiones. Durante el proceso de supervisión un 54% (21 estudiantes) manifestaron que no

disponían de suficiente información para resolver los ejercicios propuestos, y que necesitaban ayuda matemática, especialmente tuvieron dificultad sobre el método de simplificación que debe ser a través de un factor común. A través de la inducción en la autorreflexión, los alumnos pudieron avanzar en sus ideas y comprender la información presentada, haciendo más flexible su pensamiento recursivo en cuanto a lo ya visto y a lo que podrían lograr con este punto. Sobre qué debían cambiar o mantener para comprender el tema manifestaron que necesitaban de una práctica continua sobre todo en lo que a división se refiere, así como mayor concentración para realizar los ejercicios, ya que un 31% (12 estudiantes) sostuvo que el contenido ya lo habían visto, solo que tenían interferencias externas que no les permitían recordar en ese momento preciso. En la hoja de ejercicios # 4 para estas sesiones contó con 3 ítems y en su totalidad 10 ejercicios de 2 puntos cada uno para un total de 20 puntos (Anexo D), con respecto a esto el GE obtuvo para la sesión 7 un 54% (21 estudiantes) con más de 10 puntos y el GC un 33% (13 estudiantes) con el mismo resultado; mientras que para la sesión 8 el GE obtuvo un 69% (27 estudiantes) y el GC un 41% (16 estudiantes) con más de 10 puntos. Durante el proceso de evaluación los alumnos no manifestaron tener mayor dificultad que la dada propiamente por los procesos matemáticos. Durante el proceso reflexivo los alumnos demostraron que tuvieron que modificar sus planteamientos iniciales y reelaborar sus esquemas de trabajo, principalmente por el cambio conceptual en la equivalencia según si se hacía mediante la representación gráfica, los productos cruzados o a través de simplificar – amplificar. En cuanto a la hoja de evaluación # 4 contó con 3 ítems, en su totalidad 10 ejercicios de 2 puntos cada uno para un total de 20 puntos

(Anexo E), aquí se observó en el GE que el 100% obtuvo promedios mayores a 10 puntos para ambas sesiones, mientras que el GC obtuvo un 67% (26 estudiantes) en la sesión 7 y un 92% (36 estudiantes) en la sesión 8 con un promedio superior a los 10 puntos.

En las sesiones 9 y 10 se emplearon las Estrategias Metacognitivas en la comparación de fracciones. Partiendo de los conocimientos previos de los alumnos, y por tanto de su experiencia, luego de establecer sus objetivos de aprendizaje manifestaron durante el proceso de planificación, en un 54% (21 estudiantes) que no estaban muy seguros de saber ordenar fracciones, ya que no podían diferenciar la mayor de la menor y a través de la reflexión no encontraban la respuesta que ellos consideraban la apropiada. En este proceso no supieron definir qué es una relación o cuando puede darse entre números (especialmente en la sesión 9). Durante el proceso de supervisión pudieron identificar las partes más importantes del tema para poder conseguir los propósitos establecidos, aun cuando no estaban seguros de tener respuestas correctas. Se dieron cuenta a través de los ejemplos presentados por qué ciertas fracciones van primero que otras y descubrieron con la observación y haciéndose preguntas, la regla general para ordenarlas, ya fuese de mayor a menor o viceversa. Con respecto a la hoja de ejercicios # 5 contó con 3 ítems el primero con 8 ejercicios de 2 puntos cada uno y los otros dos con una totalidad de 4 ejercicios de 1 punto cada uno para un total de 20 puntos (Anexo D). Con respecto a esto el GE tuvo en la sesión 9 un 64% (25 estudiantes) y en la sesión 10 un 69% (27 estudiantes) superior a 10 puntos; mientras que el GC tuvo un 46% (18 estudiantes) en la sesión 9 y un 49% (19 estudiantes) en la sesión 10 con el mismo resultado. Durante el proceso de

evaluación los alumnos manifestaron que tuvieron que modificar ciertos esquemas previos para poder comprender la comparación de fracciones, así como hacer mayor hincapié en la explicación con sus propias palabras sobre la aplicación de las relaciones entre las fracciones. Del mismo modo explicaron que tenían que repasar más para lograr las metas completas que se habían establecido. En cuanto a la hoja de evaluación # 5 contó con 3 ítems, el primero con 12 ejercicios de 1 punto cada uno y el segundo con el tercero 4 ejercicios con un valor de 2 para un total de 20 puntos (Anexo E); el GE obtuvo en ambas sesiones 100% de los estudiantes con promedio superior a 10 puntos, mientras que el GC tuvo en la sesión 9 un 82% (32 estudiantes) y en la sesión 10 un 99% (38 estudiantes) con más de 10 puntos.

Para las sesiones 11 y 12 se emplearon las Estrategias Metacognitivas en la adición y sustracción de fracciones, en ambas sesiones en los tres procesos: planificación, supervisión y evaluación los alumnos no tuvieron mayores dificultades que las propias de las operaciones matemáticas. El trabajo fue absolutamente reflexivo y prácticamente si la intervención de la docente, los alumnos plantearon sus objetivos, sus preguntas, manifestaron sus dudas y ellos mismos respondían sus interrogantes, planteando con sus palabras sus explicaciones aunque no estuviesen muy seguros de sus resultados. En la hoja de ejercicios # 6 se contó con 3 ítems, el primero con 4 ejercicios de 1 punto cada uno, el segundo con 4 ejercicios de 2 puntos cada uno y el tercero con 3 problemas donde los dos primeros valían 3 puntos y el tercero 2 puntos, para un total de 20 puntos (Anexo D). El GE en la sesión 11 tuvo un 77% (30 estudiantes) con más de 10 puntos y en la sesión 12 un 82% (32 estudiantes) con el mismo el

resultado, por su parte el GC tuvo en la sesión 11 un 51% (20 estudiantes) y en la sesión 12 un 56% (22 estudiantes) con un promedio superior a 10 puntos. Para la hoja de evaluación # 6 (con las mismas características de la hoja de ejercicios – Ver Anexo E-) el GE tuvo en ambas sesiones un 100% de alumnos con más de 10 puntos, mientras que el GC tuvo en la sesión 11 un 79% (31 estudiantes) y en la sesión 12 un 92% (36 estudiantes) con más de 10 puntos de promedio.

En la tabla 10 se puede apreciar el porcentaje de los resultados obtenidos por ambos grupos en las hojas de ejercicios o de trabajo. Este porcentaje hace referencia a la cantidad de alumnos que obtuvieron más de 10 puntos de promedio en cada sesión del programa aplicado.

Tabla 10

Porcentajes de aprobados con mínimo 10 puntos en las hojas de trabajo.

Grupos	S1	S2	S3	S4	S5	S6
GE	49%	56%	38%	44%	59%	67%
GC	31%	41%	28%	31%	44%	49%

Grupos	S7	S8	S9	S10	S11	S12
GE	54%	69%	64%	69%	77%	82%
GC	33%	41%	46%	49%	51%	56%

Por otro lado, en cuanto a las hojas de Evaluación (Anexo E) se pudo evidenciar en líneas generales que el GC mantuvo su promedio a través de las sesiones de trabajo, mientras que el GE aumentó su promedio dentro de las sesiones correspondientes a cada objetivo curricular (para verificar la información sobre los objetivos curriculares véase la Tabla 6). Mientras que el GC se mantuvo en un promedio global de 12,58 puntos, el GE obtuvo un promedio global de 16,14 puntos. (los datos por sujeto se puede apreciar en la tabla de puntajes con promedios por sesión para el GE y el GC en el Anexo F) Ver tabla 11.

Tabla 11

Promedios obtenidos en las Hojas de Evaluación por sesión.

Grupos	S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7
GE	15,03	15,56	14,92	15,51	16,74	16,54	16,10
GC	12,36	13,03	12,21	12,82	12,64	13,38	11,31
Grupos	S8	S9	S10	S11	S12	$\bar{X}$	
GE	16,82	16,90	16,92	16,64	16	16,14	
GC	12,74	11,56	13,13	12,26	13,56	12,58	

Tanto el GE como el GC tuvieron alta asistencia a todas las sesiones, ello garantizó que el programa se diera a cabalidad; tanto la institución, como los docentes y representantes apoyaron la investigación y reiteraron a los estudiantes a que asistieran puntualmente todos los días de intervención. Para verificar a través de los gráficos el rendimiento de los estudiantes de ambos grupos a lo largo de las sesiones de trabajo tanto por las hojas de ejercicios como por las hojas de evaluación, ver el Anexo G.

Para corroborar la Hipótesis específica 3: existen diferencias significativas entre el nivel promedio obtenido por el Grupo Experimental y el Grupo Control en una Prueba Posttest de Operaciones con Fracciones en función de la participación en el programa de entrenamiento en Estrategias Metacognitivas, correspondiente al Objetivo específico 4: identificar las diferencias significativas en el nivel promedio alcanzado en la prueba de Operaciones con Fracciones que poseen los estudiantes del GE y el GC al finalizar el proceso de intervención del primer grupo, los datos obtenidos por ambos en la Prueba Posttest de Operaciones con Fracciones fueron analizados primero en función de su distribución muestral, a través del análisis descriptivo de frecuencias. El puntaje mínimo obtenido en la prueba para el GE fue de 16 puntos y el puntaje máximo fue de 24 puntos,

mientras que para el GC el puntaje mínimo fue de 5 puntos y el puntaje máximo de 13 puntos.

El rendimiento promedio para el GE fue de 19,33 con una desviación estándar de 2,069 y para el GC de 9,10 puntos con una desviación estándar de 1,586. Estos datos evidencian que el GE obtuvo un promedio mayor que el GC en la prueba posttest, incluso por encima del promedio mínimo esperado (12 puntos). Dentro de las sesiones de trabajo se pudieron apreciar altos puntajes por parte de los sujetos del GE, mientras que el GC en cambio tuvo un promedio inferior al mínimo esperado, llegando incluso a obtener puntajes individuales menores que en la prueba pretest (Ver anexo F).

Una vez finalizada la instrucción en el empleo de Estrategias Metacognitivas en Operaciones con Fracciones al GE, se procedió a tomar decisión para el rechazo o aceptación de la hipótesis nula que contrasta la Hipótesis Específica 3, correspondiente al objetivo específico 4, y lograr determinar si las diferencias obtenidas, entre los puntajes promedios del GC y el GE, fueron significativas una vez participado el GE en la instrucción. Para ello se empleó la prueba estadística “Prueba t ” para muestras independientes (McGuigan, 1998) a un nivel de significación de $\alpha = 0,05$.

Los resultados obtenidos llevan a no asumir variancias iguales según el Test de Levene ($F= 1,781$, $p= 0,041 < 0.05$). De acuerdo con esto se rechaza la hipótesis nula (H_0) y se acepta la hipótesis alternativa (H_i) según la cual se asume que sí existen diferencias significativas entre el rendimiento promedio obtenido por GE y el GC en la Prueba Posttest de Operaciones con Fracciones, a un nivel de significación de $\alpha = 0,05$; ya que $t(37)= 23,933$, $p= 0,000 < 0,05$.

Estos resultados dan respuesta al objetivo general, ya que se logró determinar que el empleo de Estrategias Metacognitivas por alumnos de quinto grado de Educación Básica, contribuye a mejorar significativamente los niveles de rendimiento en las Operaciones con Fracciones. Ver tabla 12.

Tabla 12

Relación promedio GE y GC en relación con la Prueba Posttest de Operaciones con Fracciones.

Grupos	$\bar{X}$	St	t	Sig.
GE	19,33	2,069	23,933	0,000*
GC	9,10	1,586		
N= 39				

$p < 0,05^*$ gl=37

Estos resultados se pudieron corroborar a través de la elaboración de la distribución del área bajo la curva, en la cual se tomaron como referencia los valores críticos de α (de acuerdo con los grados de libertad obtenidos y el nivel de confiabilidad estipulado: 5%) basados en Johnson y Kuby (1998). Así, gráficamente se puede corroborar el rechazo de la hipótesis nula y la aceptación de la hipótesis alternativa en cuanto al rendimiento promedio obtenido por el GE y el GC en la Prueba Posttest de Operaciones con Fracciones. Ver Figura 4.

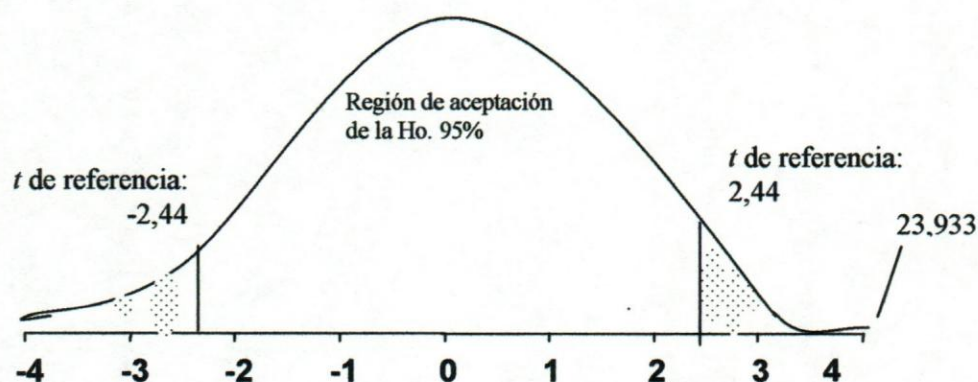


Figura 4. t de Student para la Hipótesis 3

Para corroborar la Hipótesis específica 4: existen diferencias significativas en el nivel promedio obtenido por el Grupo Experimental en la Prueba de Operaciones con Fracciones en función de la ejecución de Estrategias Metacognitivas, correspondiente al Objetivo específico 5: identificar las diferencias significativas en el nivel promedio alcanzado en la prueba mencionada que poseen los estudiantes del GE al comenzar y al finalizar el proceso de intervención, los datos obtenidos por el grupo en las Pruebas Pretest y Posttest de Operaciones con Fracciones fueron analizados en función de su distribución muestral, a través del análisis descriptivo de frecuencias. El puntaje mínimo obtenido en la prueba Pretest fue de 3 puntos y en la prueba Posttest fue de 16 puntos; el puntaje máximo en la prueba Pretest fue de 16 puntos, mientras que en la prueba Posttest fue de 24 puntos.

El rendimiento promedio en el Pretest fue de 8,97 con una desviación estándar de 3,787; mientras que el rendimiento promedio en el Posttest fue de 19,33 puntos con una desviación estándar de 2,069. Estos datos evidencian que el GE obtuvo un promedio mayor en la prueba Posttest, luego de la instrucción.

A los fines de tomar decisión para el rechazo o aceptación de la hipótesis nula que contrasta la Hipótesis Específica 4, correspondiente al objetivo específico 5, y lograr determinar si las diferencias obtenidas, entre los puntajes promedios obtenidos por el GE en el Pretest y el Posttest fueron significativas se administró la prueba estadística "Prueba t " para dos muestras relacionadas (McGuigan, 1998) a un nivel de significación de $\alpha = 0,05$.

Los resultados obtenidos indican que sí existen diferencias significativas en el rendimiento académico asociado a ambas pruebas en el GE, demostrando una clara superioridad en la prueba Posttest, ya que $t(38) = -14,325$, $p = 0,000 < 0,05$. De acuerdo con esto se rechaza la hipótesis nula (H_0) y se acepta la hipótesis alternativa (H_1) según la cual se asume que sí existen diferencias significativas entre el rendimiento promedio obtenido por el GE entre la prueba de Conocimiento Pretest y la prueba Posttest de Operaciones con Fracciones, a un nivel de significación $\alpha = 0,05$. Ver tabla 13.

Tabla 13

Relación promedio GE en relación con la Prueba Pretest y la Prueba Posttest de Operaciones con Fracciones.

Grupos	$\bar{X}$	St	T	$Sig.$
Pretest	8,97	3,787	-14,325	0,000*
Posttest	19,33	2,069		
N= 39				

$p < 0,05^*$ $gl=38$

Los resultados se pudieron corroborar a través de la elaboración de la distribución del área bajo la curva, para una distribución muestral normal (igual como al inicio del estudio, ya que son los mismos sujetos con iguales condiciones y características) en la cual se tomaron como referencia los valores críticos de α (de acuerdo con los grados de libertad obtenidos y el nivel de confiabilidad estipulado: 5%) basados en Johnson y Kuby (1998). Gráficamente se puede corroborar el rechazo de la hipótesis nula y la aceptación de la hipótesis alternativa en cuanto al rendimiento promedio obtenido por el GE entre el Pretest y el Posttest de Operaciones con Fracciones. Ver Figura 5.

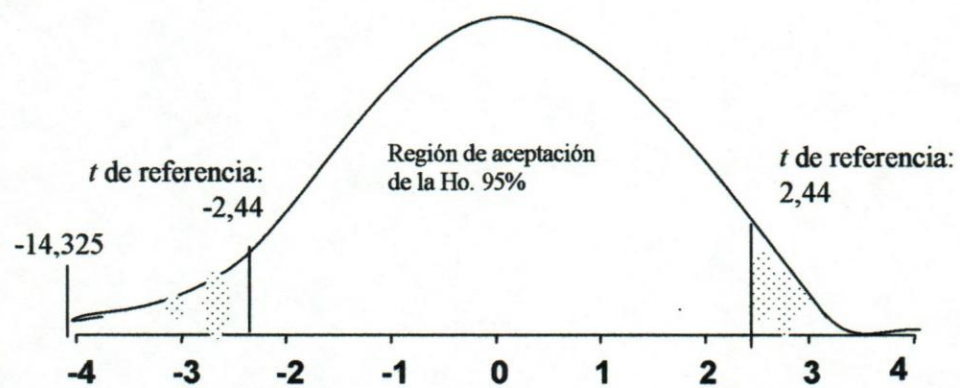


Figura 5. t de Student para la Hipótesis 4

Capítulo V. Conclusiones y Recomendaciones

Conclusiones

En atención a los objetivos planteados se presentan a continuación los resultados más significativos obtenidos a través del proceso de indagación, donde el proceso estadístico afianzó lo observado durante la aplicación de todo el desarrollo de la investigación:

En relación al Objetivo Específico 1, no se encontraron diferencias significativas entre el GE y el GC, conformados por estudiantes de quinto grado de Educación Básica.escolares, al inicio del estudio en cuanto a los conocimientos previos sobre la ejecución de Estrategias Metacognitivas. Los resultados cuantitativos evidenciaron que su rendimiento promedio se encuentra un tanto por encima de la media esperada en la prueba aplicada. Los resultados de tipo cualitativo refieren que los estudiantes utilizan de cierta manera algunos elementos de tipo metacognitivo en lo que se refiere a la supervisión del trabajo escolar de forma prácticamente espontánea; es decir no son totalmente concientes en un primer momento de lo que deben realizar para autorregular su aprendizaje en matemática, pero aún así pueden pensar sobre su pensamiento en ciertos aspectos aunque con un mínimo grado de conciencia. El ideal radica justamente en lo contrario, que el alumno tenga una avanzada conciencia sobre lo que procesa y es capaz de pensar tal como lo manifiestan Flavell (en Fuentes, 2003), Panoura y Philippou (2007, 2003), Burón (1996), Yussen (1985), Wellman (1985), aunque el caso de estos alumnos puede considerarse un paso previo fundamental para el desarrollo del

conocimiento de la cognición y de la autorregulación (Fuentes, 2003, 1998; Panaoura & Philippou, 2003).

Estos resultados evidenciaron que los estudiantes sujetos del estudio requerían participar en la instrucción sobre Estrategias Metacognitivas para conocer y elaborar de manera efectiva Operaciones con Fracciones.

En relación al Objetivo Específico 2, no se encontraron diferencias significativas entre el GE y el GC, conformados por alumnos de quinto grado de Educación Básica. estudiantes al inicio del estudio en cuanto a las Operaciones con Fracciones (Estudio Pretest), ya que ninguno de los estudiantes alcanzó el máximo puntaje esperado (24 puntos) y su rendimiento promedio se encontró por debajo de la media requerida en la prueba, se consideró que los estudiantes al participar en un taller de ejecución de Estrategias Metacognitivas en Operaciones con Fracciones obtuvieran rendimientos significativamente superiores.

Este rendimiento por debajo del promedio esperado pudo deberse tal como lo manifiesta Kieren (1981) a la dificultad que tienen los estudiantes para definir las fracciones y trabajar con ellas por los diferentes significados que las mismas envuelven; o también como analiza Streefland (1981) al poco análisis que se hace a nivel didáctico con ellas, ya que la enseñanza enfatiza simplemente los procedimientos heurísticos para resolver operaciones simples y no se utilizan para explicar más allá de la representación numérica lo que la fracción puede comprender.

En relación al Objetivo Específico 3, se logró diseñar y administrar al GE la instrucción sobre la ejecución de Estrategias Metacognitivas en Operaciones con Fracciones dirigido a estudiantes de quinto grado de Educación Básica. Esta

instrucción se fundamentó en la unión de información teórica y práctica experiencial recopilada a través de la investigación realizada. Este tipo de instrucción puede ser adaptado para fines similares por docentes investigadores del área.

Acorde con Kieren (1981) y con Behr, Lesh, Post y Silver (1983) debido a los diferentes significados que envuelve el concepto de fracción, su aprendizaje y comprensión se hizo difícil para los alumnos trabajar con algunos de los contenidos propuestos. En su ayuda se enfocaron las Estrategias Metacognitivas, ya que estas permiten en niveles avanzados de desarrollo cognitivo monitorear los propios sistemas y su funcionamiento (Panaoura & Philippou, 2007, 2003).

Así como Toboso (2004) evidenció a través del procesamiento de información en matemáticas que existen dificultades al reconocer los problemas y al emplear el conocimiento estratégico necesario para resolverlos, de modo semejante y especialmente en las primeras sesiones de trabajo los estudiantes sujetos de esta investigación manifestaron las mismas dificultades que, a través del empleo de las estrategias metacognitivas, se manifestaron en menor medida en el transcurso de las sucesivas sesiones de trabajo.

En cuanto al Objetivo Específico 4, al finalizar el estudio se logró identificar diferencias significativas a favor del GE, en comparación con el GC, en cuanto al nivel de rendimiento promedio alcanzado en las Operaciones con Fracciones. Se evidenció que el Grupo Experimental mejoró sustancialmente su rendimiento, por lo que se aceptó la hipótesis de investigación, es decir, que la instrucción sobre la Ejecución de Estrategias Metacognitivas en Operaciones con Fracciones permitió que los estudiantes adquiriesen un conocimiento conceptual,

procedimental y actitudinal sobre el proceso de conocimiento y autorregulación en este tópico de matemática, lo que incide en un mejor desempeño en las operaciones con fracciones.

Estos resultados se asemejan a los obtenidos por Teong (2003), ya que a través del empleo de las Estrategias Metacognitivas, los alumnos evidenciaron un mayor rendimiento así como una mejor habilidad para tomar decisiones dentro de su trabajo que implican el control de la cognición y la autorregulación en su desempeño matemático. Y como obtuvo Dahl (2003) los alumnos de este estudio también pudieron aprender conceptos nuevos tanto de estrategias como de matemáticas, y expresar mejor sus ideas a través de la reflexión así como sus procedimientos de aprendizaje.

En cuanto al Objetivo Específico 5, al finalizar el estudio se logró identificar también diferencias significativas en cuanto a los promedios obtenidos antes y después de la instrucción con el GE. En cuanto al nivel de rendimiento promedio alcanzado en las Operaciones con Fracciones, se evidenció con el posttest que el Grupo Experimental mejoró sustancialmente su rendimiento con respecto a los resultados obtenidos en el pretest, por lo que se acepta la hipótesis de investigación, es decir, que el programa de intervención sobre la Ejecución de Estrategias Metacognitivas en Operaciones con Fracciones permitió que los estudiantes del GE adquiriesen conocimientos sobre los procesos de su propia cognición y su autorregulación en el trabajo con fracciones.

Dentro del dominio matemático y de acuerdo con los resultados obtenidos en esta investigación semejante a Pape y Smith (2002) los alumnos demostraron ser estratégicos en el entendimiento y desarrollo de los ejercicios planteados a través

de una formación mental concreta y un monitoreo y evaluación continuos de sus progresos, lo cual se evidenció en un aumento significativo de los resultados del posttest del GE.

En síntesis, se puede asegurar que las estrategias metacognitivas en sus tres aspectos: Planificación, Supervisión y Evaluación incide, en este caso de manera positiva, en el aprendizaje de las fracciones.

De acuerdo con los aspectos que trabaja la metacognición se evidenció que la planificación fue difícil de asimilar al principio del trabajo, básicamente por la poca familiaridad de los alumnos con los conceptos metacognitivos, especialmente en el establecimiento de objetivos propios de aprendizaje; de modo semejante la evaluación también costó para su comprensión y aplicación, ya que implica un doble procedimiento: de procesos – estrategias y de resultados. Es importante reforzar esta característica, ya que los estudiantes deben aprender a revisar lo que están realizando y si esto se adecua a un resultado satisfactorio para la materia tratada de acuerdo con los objetivos previamente planteados.

A través de las operaciones con fracciones se pudo corroborar las debilidades conceptuales y procedimentales en su trabajo, especialmente en lo concerniente a definición de fracción, determinación de equivalencias y establecimiento de relaciones. El trabajo en conjunto y la reflexión individual sobre el conocimiento metacognitivo y la autorregulación permitió reflejar la estructura de pensamiento significativo de los alumnos, lo cual les permitió también verificar su progreso en el área trabajada.

Así como las Estrategias Metacognitivas fueron útiles para mejorar la comprensión de textos según lo manifestaron Díez (2007), Florez (2005), Herrera

(2006), entre otros, del mismo modo son útiles para mejorar la comprensión de tópicos matemáticos tal como lo evidenciaron Panaoura y Philippou (2007, 2003), Dahl (2003), Teong (2003), Desoete, Roeyers y Buysee (2001), y contando específicamente también con la comprensión de los números racionales, lo cual les ayuda a los estudiantes a resolver mejor los ejercicios planteados a través del proceso de la planificación, supervisión o monitoreo y la evaluación conjunta de resultados y procesos llevando al estudiante a que regule y controle su propio desempeño.

La ejecución de Estrategias Metacognitivas permite seguir ampliando el conocimiento a medida que se ven nuevos contenidos, los cuales se relacionan con los conocimientos previos y se establecen nuevas correspondencias permitiendo un aprendizaje más enriquecido.

De este modo se puede decir que las Estrategias Metacognitivas constituyen un cuerpo útil para el estudiante que es aplicable a cualquier área del conocimiento.

Los resultados obtenidos dan respuesta al objetivo general, ya que se logró determinar que la ejecución de Estrategias Metacognitivas contribuye a mejorar significativamente los niveles de rendimiento en las Operaciones con Fracciones; del mismo modo se pudo comprobar que los alumnos tuvieron un mejor manejo de la información y de los procedimientos de una forma autónoma, igual que mostraron gran interés por la instrucción

Recomendaciones

Se recomienda el uso de las estrategias metacognitivas para lograr una práctica de la matemática (y adaptable a otras áreas del conocimiento) más grata, reflexiva e individual en el aula de clase, supliendo muchas actividades rutinarias.

Se sugiere el empleo de esta estrategia en todas las asignaturas curriculares adaptando los lenguajes específicos, ya que de acuerdo a la experiencia es una estrategia que contribuye a mejorar el rendimiento académico.

Del mismo modo, se sugiere actualizar a los docentes con estrategias metacognitivas, que les permitan reflexionar sobre su práctica; de la misma manera que refuercen el trabajo sobre los tres aspectos fundamentales: planificación, supervisión y evaluación, así como el proceso de autorregulación inmerso en el trabajo mismo.

Se recomienda hacer un seguimiento del Grupo Experimental con el fin de verificar la transferencia de los aprendizajes.

Referencias

- Ary, D., Jacobs, D. & Razaviech, A. (1982). *Introducción a la Investigación Pedagógica*. 2ª ed. México: Interamericana.
- Barberá, E. & Gómez, C. (1996). Las estrategias de enseñanza y la evaluación en matemáticas. En: Monereo, C & Solé, I. *El asesoramiento psicopedagógico: una perspectiva profesional y constructivista*. Madrid: Alianza psicología.
- Behr, M., Lesh, R., Post, T. & Silver, E. (1983). Rational Number Concepts. En Lesh, R. & Landau, M. *Acquisition of mathematics concepts and processes*. Academic Press Inc.: Orlando, FL., Pp. 91-126.
- Beltrán, J. (1995). Estrategias de Aprendizaje. En Beltrán, J & Bueno, J. (Eds.). *Psicología de la Educación*. México: Alfaomega, pp. 307 – 331.
- Beltrán, J. (1993). Las Estrategias. En *Procesos, Estrategias y Técnicas de Aprendizaje*. Madrid: Editorial Síntesis, S.A., pp. 48-61.
- Brueckner, L. & Bond, G. (1981). *Diagnóstico y Tratamiento de las Dificultades en el Aprendizaje*. Madrid: Rialp. S, A.
- Burón, J. (1996). Concepto y Estudio de la Metacognición. En *Enseñar a Aprender. Introducción a la Metacognición*. Bilbao, España: Ediciones Mensajero, pp. 9-28.
- Campbell, D. & Stanley, J. (1970). *Diseño experimental y cuasiexperimental en la investigación social*. Argentina: Amorrortu.
- Camps, A. & Castelló, M. (1996). Las estrategias de Enseñanza – Aprendizaje en la escritura. En Monereo, C. & Solé, I. (Coords.). *El asesoramiento psicopedagógico: una perspectiva profesional y constructivista*. Madrid: Alianza Psicología, pp. 321 - 342.
- Carrasco, J. (1997). Como aprender metacognitivamente. En *Hacia una Enseñanza Eficaz*. Madrid: Rialp, pp. 127 – 148.
- Dahl, B. (2003). What Can We Learn About Cognitive Learning Processes by Asking The Pupils?. En: Pateman, N.A., Dougherty, B.J. & Zilliox, J. (Eds.), *Proceedings of PME-27*, 2, pp. 277-284. Honolulu, USA..
- Dávila, M. (1991). El reparto y las fracciones. *Educación Matemática*, 4, (1), 32-45. México: Grupo Editorial Iberoamerica.
- Desoete, A., Roeyers, H. & Buysse, A. (2001). Metacognition and mathematical problem solving in grade 3. *Journal of Learning Disabilities*, 34 (5), 435-449.

- Díaz, F. & Hernández, G. (2001). *Estrategias Docentes para un Aprendizaje Significativo. Una interpretación constructivista*. México: McGraw-Hill.
- Dienes, Z. (1972). *Fracciones*. Barcelona: Editorial Teide.
- Diez, I. (2007). *Efectividad de las Estrategias Metacognitivas en la comprensión de la lectura de escolares con dificultades de aprendizaje*. Trabajo de grado para optar al título de Magíster en Educación: Procesos de Aprendizaje. Caracas: Universidad Católica Andrés Bello.
- Duell, O. (1986). Metacognitive Skills. En Phye, G. & Andre, T. (Eds.). *Cognitive Classroom Learning: Understanding, Thinking and Problem Solving*, New York: Academic Press. Pp. 205-242.
- Florez, M. (2005). *Programa de Intervención en Estrategias Metacognitivas para mejorar la comprensión de textos instruccionales*. Trabajo especial de grado para obtener el título de Especialista en Educación: Procesos de Aprendizaje. Caracas: Universidad Católica Andrés Bello.
- Fuentes, M. (2003). *La línea blanda del cognitivismo, el constructivismo: aportes a la teoría del aprendizaje y a la teoría de la personalidad*. Material mimeografiado. Disponible en: <http://www.unesr.edu.ve>.
- Fuentes, M. (1998). *El Constructivismo de Jean Piaget. El método y sus implicaciones educativas*. Caracas: Universidad Nacional Experimental Simón Rodríguez.
- Graham, A. & Graham, L. (2003). Diy Fraction Pack. *Mathematics Teaching*, 183, 16- 18.
- Groff, P. (1996). Is Teaching fractions a waste of time?. *Clearing House*, 69. (3), p 177 - 180.
- Guedj, D. (1998). *El Imperio de las Cifras y los Números*. Barcelona: Claves.
- Hannula, M. (2003). Locating Fraction on a Number Line. En: Pateman, N.A., Dougherty, B.J. & Zilliox, J. (Eds.), *Proceedings of PME-27*, 3, pp. 17- 24. Honolulu, USA.
- Hernández, G. (2000). *Paradigmas en Psicología de la Educación*. México: Paidós.
- Hernández, R., Fernández, C. & Baptista, P. (2002). *Metodología de la Investigación*. México: McGraw-Hill.
- Herrera, Y. (2006). *Estrategias metacognitivas para la enseñanza y el aprendizaje de la composición escrita en alumnos de cuarto grado de Educación Básica*.

Trabajo especial de grado para obtener el título de Especialista en Educación: Procesos de Aprendizaje. Puerto Ordaz: Universidad Católica Andrés Bello.

Johnson, R. & Kuby, P. (1998). *Estadística elemental. Lo esencial*. 2ª ed. México: International Thomson Editores.

Kelly, B., Gersten, R. & Carnine, D. (1990). Student Error Patterns As A Function Of Curriculum Design: Teaching Fractions To Remedial High School Students And High School Student With Learning Disabilities. *Journal Of Learning Disabilities*, 23, (1), 23 - 29.

Kerlinger, F. & Lee, H. (2002). *Investigacion del Comportamiento*. 4ª ed. México: McGraw-Hill.

Kieren, T. (1981). *Five faces of mathematical knowledge building*. Edmonton: Department of Secondary Education, University of Alberta.

Marcano, G. (2004a). *La Fracción como parte de un todo*. Caracas: CENAMEC.

Marcano, G. (2004b). *Operaciones con Fracciones*. Caracas: CENAMEC.

Mayor, J., Suengas, A. & Gonzalez, J. (1995). *Estrategias Metacognitivas: Aprender a Aprender y Aprender a Pensar*. Madrid: Síntesis.

McGuigan, F. (1998). *Psicología Experimental: Métodos de Investigación* 6ª ed. México: Prentice - Hall

Microsoft Office Excel. (2003). *Microsoft Office Profesional Edition*. [Software de cómputo]. EE.UU: Microsoft.

Ministerio de Educación. (1998a). *Curriculum Básico Nacional. Programa de Estudio de Educación Básica, Segunda Etapa: Quinto Grado*. Caracas: Autor.

Ministerio de Educación. (1998b). *SINEA. Sistema Nacional de Medición y Evaluación del Aprendizaje*. Informe para el Docente de Tercer Grado. Caracas: Autor.

Ministerio de Educación. (1998c). *SINEA. Sistema Nacional de Medición y Evaluación del Aprendizaje*. Informe para el Docente de Sexto Grado. Caracas: Autor.

Monereo, C., Castelló, M., Clariana, M., Palma, M. & Perez, M. (1995). Las estrategias de aprendizaje ¿Qué son? ¿Cómo se enmarcan en el currículo? En Monereo, C. (Coord.). *Estrategias de Enseñanza y Aprendizaje*. Barcelona: Graó, pp. 11-44.

- Moss, J. & Case, R. (1999). Developing Children's Understanding of the Rational Numbers: a New Model and an Experimental Curriculum. *Journal for Research in Mathematics Education* 30 (2), 122- 147.
- Ni, Y. & Zhou, Y. (2005). Teaching and Learning Fraction and Rational Numbers: The Origins and Implications of Whole Number Bias. *Educational Psychologist*, 10 (1), 27-52.
- Panaoura, A. & Philippou, G. (2007). The developmental change of young pupils' metacognitive ability in mathematics in relation to their cognitive abilities. *ScienceDirect. Cognitive Development*, 22, pp.149 – 164. Recuperado en Junio 20, 2007 de <http://www.sciencedirect.com>.
- Panaoura, A. & Philippou, G. (2003). The Construct Validity Of An Inventory For The Measurement Of Young Pupils' Metacognitive Abilities In Mathematics. En: Pateman, N.A., Dougherty, B.J. & Zilliox, J. (Eds.), *Proceedings of PME-27*, 3, pp. 437-444. Honolulu, USA..
- Pape, S. & Smith, C. (2002). Self-Regulating Mathematics Skills. *Theory Into Practice*, 4 (2). 93 – 101. College Of Education, The Ohio State University.
- Planchart, O. (1984). *Estudio experimental e interpretativo sobre la enseñanza de fracciones, con niños de primero de secundaria*. Centro de Investigaciones y Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional. Sección Matemática Educativa: México, DF.
- Poggioli, L. (1989). Estrategias Cognoscitivas: Una revision teorica y empirica. En Puente, A., Poggioli, L. & Navarro, A. (Comps.). *Psicología Cognoscitiva. Desarrollo y Perspectivas*. Caracas: Mc-Graw – Hill Interamericana de Venezuela.
- Poggioli, L. (2005). *Estrategias Metacognoscitivas*. Serie Enseñando a Aprender. Caracas, Venezuela: Fundación Polar.
- Pozo, J. & Gómez, M. (1996). El asesoramiento curricular en Ciencias de la Naturaleza. En Monereo, C. & Solé, I. (Coords.). *El asesoramiento psicopedagógico: una perspectiva profesional y constructivista*. Madrid: Alianza Psicología, pp. 365 – 381.
- Pugalee, D. (2001). Writing, mathematics and metacognition: looking for connections through students' work in tathemtical problem solving. *School science and mathematics*, 101 (5), 236 - 245.
- Ramos, M. & Vargas, N. (1993). *Metacognición y comprensión de la lectura*. Trabajo de grado para obtener el titulo de Especialista en Psicología Cognitiva. Caracas: Universidad Católica Andrés Bello.
- Ríos, P. (2001). *La aventura de aprender*. Caracas: Cognitus.

- Salkind, N. (1999). *Métodos de Investigación*. Mexico: Prentice – Hall.
- Schoenfeld, A. (1992). Learning to think mathematically: problem solving, metacognition, and sense – making in mathematics. In *Handbook for Research On Mathematics Teaching and Learning* (ed. D. Grouwns, Ed). Pp. 344 – 370. New York: MacMillan.
- Skemp, R. (1999). *Psicología del Aprendizaje de las Matemáticas*. Madrid: Morata.
- Stix, A. (1997). *Teaching Fractions and Decimals: Fun With Picture Grids*. Usa: New York. Recuperado el 12 de febrero de 2006 de la base de datos de EBSCOT.
- Streefland, L. (1981). Substrating fractions with different denominators. *Educational Studies in Mathematics*, 13 (1), 88 – 95.
- Tapia, J. & Carriedo, N. (1996). Problemas de comprensión lectora: evaluación e intervención. En Monereo, C. & Solé, I. (Coords.). *El asesoramiento psicopedagógico: una perspectiva profesional y constructivista*. Madrid: Alianza Psicología, pp. 343 – 364.
- Teong, S.K. (2003). The effect of metacognitive training on mathematical word-problem solving. *Journal of Computer Assisted Learning*, 19. 46 – 55.
- Toboso, J. (2004). *Evaluación de las habilidades cognitivas en la resolución de problemas matemáticos*. Tesis doctoral Facultad de Filosofía y Ciencias de la Educación. España: Universidad de Valencia.
- Tzur, R. (2003). Teacher And Students' Joint Production Of A Reversible Fraction Conception. En: Pateman, N.A., Dougherty, B.J. & Zilliox, J. (Eds.), *Proceedings of PME-27* (vol 4, pp. 315-322). Honolulu, USA.
- Wellman, H. (1985). The Origins of Metacognition. En Forrest, D., Mackinnon, G. & Gary, T. (Eds.). *Metacognition, Cognition and Human Performance. Theoretical Perspectives*. Usa: Academic Press, Inc. 1- 31.
- Yussen, S (1985). The Role of Metacognition in Contemporary Theories of Cognitive Development. En Forrest, D., Mackinnon, G. & Gary, T. (Eds.). *Metacognition, Cognition and Human Performance. Theoretical Perspectives*. Usa: Academic Press, Inc. 253- 283.

Anexo A

Prueba sobre Conocimientos Previos sobre la ejecución de Estrategias

Metacognitivas “Inventario de Estrategias Metacognitivas”

Adaptado de Panaoura y Philipou (2003)

Nombre_____Apellido_____

Fecha de nacimiento_____

Institución Educativa_____

Grado_____Sección_____Fecha_____

CUESTIONARIO

Instrucciones

A continuación encontrarás un conjunto de enunciados relacionados con lo que haces para estudiar y resolver problemas de matemáticas.

- Lee cada uno con mucha atención.
- Marca con una X la casilla que refleje con qué frecuencia realizas cada acción planteada, de acuerdo con la siguiente escala:

Nunca	Raramente	Regularmente	Muchas veces	Siempre
1	2	3	4	5

Por ejemplo:

Enunciado	1	2	3	4	5
Antes de ir a dormir me cepillo los dientes					X
Me desayuno en casa antes de ir a la escuela				X	

- No dejes enunciados sin contestar

¡ Gracias por tu colaboración !

Enunciado	1	2	3	4	5
Examino lo que hago cuando estoy estudiando un tema nuevo.					
Cuando leo un problema sé si lo puedo resolver o no.					
Después de terminar mi tarea se cuan bien lo he hecho.					
Conozco formas para recordar lo que he aprendido en matemáticas.					
Comprendo mejor un problema si escribo sus datos.					
Cuando no puedo resolver un problema, conozco las causas de la dificultad.					
Se bien cuanto he comprendido un tema que he estudiado.					
Defino metas especificas antes de intentar aprender algo.					
Después de terminar mi trabajo me pregunto si había una manera más fácil de hacerlo.					
Releo un problema cuando tengo dificultad para resolverlo.					
Cuando encuentro una dificultad que me confunde en mi intento de resolver un problema, trato de resolverla.					
Puedo aprender más un tema del cual tengo conocimientos previos.					
Puedo aprender más un tema que me gusta mucho.					
Cuando estoy resolviendo un problema me pregunto si estoy respondiendo a la pregunta principal.					
Trato de usar maneras de estudiar que me han resultado exitosas.					
Para comprender mejor un tema uso mis propios ejemplos.					
Para resolver un problema intento recordar la solución de problemas similares.					
Entiendo mejor si utilizo dibujos o diagramas.					
Concentro mi atención en los datos del problema.					
Cuando intento resolver un problema me hago preguntas para concentrar mi atención en él.					

Anexo B

Prueba para evaluar el desempeño en Operaciones con Fracciones

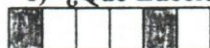
Escuela: _____
 Nombre: _____ Apellido: _____
 Grado: _____ Sección: _____ Fecha: _____

PRUEBA DE CONOCIMIENTO

Instrucciones

- a) A continuación encontrarás una serie de preguntas. Cada pregunta presenta cuatro (4) posibles resultados, de ellos **sólo uno es el correcto**.
- b) Lee con detenimiento cada pregunta y realiza en el espacio en blanco la operación correspondiente para hallar la respuesta correcta.
- c) Compara el resultado obtenido con las posibles respuestas y encierra con un círculo la letra de la opción correcta.
- e) Debes resolver la prueba sin consultar al compañero. Es **individual**
- f) Guarda los útiles que tengas sobre el pupitre, sólo necesitas lápiz y goma de borrar.
- g) Espera la indicación de la maestra para comenzar. **ÉXITO!!!**

1)- ¿Qué fracción representa la parte coloreada de la siguiente figura?



Operación

- a)- $\frac{6}{2}$
- b)- $\frac{1}{4}$
- c)- $\frac{1}{2}$
- d)- $\frac{2}{6}$

2) ¿Qué figura representa la fracción $\frac{4}{21}$?

Operación

- a)-
- b)-
- c)-
- d)-

3) ¿Cuál de las siguientes fracciones es equivalente a $\frac{4}{6}$?

Operación

- a)- $\frac{8}{6}$
- b)- $\frac{2}{9}$
- c)- $\frac{2}{3}$
- d)- $\frac{8}{9}$

4) ¿Cuáles de los siguientes pares de fracciones son equivalentes entre sí?

Operación

a)- $\frac{15}{25}$ y $\frac{3}{5}$

b)- $\frac{10}{3}$ y $\frac{3}{5}$

c)- $\frac{15}{25}$ y $\frac{4}{3}$

d)- $\frac{4}{9}$ y $\frac{8}{4}$

5) ¿Cuáles de los siguientes pares de fracciones son equivalentes al número natural 2?

Operación

a)- $\frac{30}{3}$ y $\frac{4}{2}$

b)- $\frac{6}{3}$ y $\frac{15}{3}$

c)- $\frac{20}{10}$ y $\frac{12}{6}$

d)- $\frac{4}{2}$ y $\frac{8}{6}$

6) ¿A cuál de los siguientes números naturales corresponde la fracción $\frac{104}{26}$?

Operación

a)- 2

b)- 4

c)- 6

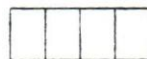
d)- 8

7) ¿Cómo se representa la fracción $\frac{7}{5}$ en una de las siguientes figuras?

Operación



8) ¿Qué fracciones pueden considerarse para que la figura constituya un todo?



Operación

a)- $\frac{3}{4}$ y $\frac{1}{4}$

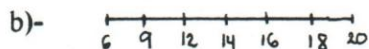
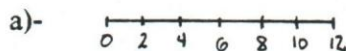
b)- $\frac{4}{3}$ y $\frac{3}{5}$

c)- $\frac{4}{1}$ y $\frac{4}{3}$

d)- $\frac{4}{6}$ y $\frac{2}{6}$

9) ¿Entre cuáles de los siguientes números se encuentra la fracción $\frac{9}{3}$?

Operación



10) ¿Qué fracciones ocuparían el lugar en blanco de: 2 “ ” 6 “ ” 10

Operación

a)- $\frac{1}{2}$ y $\frac{1}{4}$

b)- $\frac{4}{3}$ y $\frac{3}{5}$

c)- $\frac{8}{2}$ y $\frac{16}{2}$

d)- $\frac{4}{6}$ y $\frac{2}{6}$

11) ¿Cuál de los siguientes grupos de fracciones están ordenados de mayor a menor?

Operación

a)- $\frac{1}{2} > \frac{3}{6} > \frac{6}{9} > \frac{9}{12}$

b)- $\frac{6}{8} > \frac{7}{8} > \frac{9}{8} > \frac{3}{8}$

c)- $\frac{11}{4} > \frac{7}{4} > \frac{5}{4} > \frac{2}{4}$

d)- $\frac{3}{5} > \frac{9}{5} > \frac{12}{5} > \frac{13}{5}$

12) ¿Cuál de los siguientes grupos de fracciones están ordenados de menor a mayor?

Operación

a)- $\frac{4}{4} < \frac{5}{6} < \frac{7}{8} < \frac{9}{14}$

b)- $\frac{9}{15} < \frac{9}{11} < \frac{9}{6} < \frac{9}{3}$

c)- $\frac{5}{10} < \frac{5}{11} < \frac{5}{12} < \frac{5}{13}$

d)- $\frac{3}{16} < \frac{3}{15} < \frac{3}{14} < \frac{3}{17}$

13) ¿En cuál de los siguientes pares de fracciones se puede establecer la relación "igual a"?

Operación

a)- $\frac{2}{6}$ y $\frac{3}{6}$

b)- $\frac{10}{15}$ y $\frac{20}{15}$

c)- $\frac{1}{2}$ y $\frac{5}{10}$

d)- $\frac{9}{2}$ y $\frac{4}{4}$

14) ¿A cuál de los siguientes números entero equivale la fracción $\frac{140}{35}$?

Operación

a)- 4

b)- 2

c)- 6

d)- 8

15) ¿Cuál de las siguientes fracciones equivale a 1?

Operación

a)- $\frac{10}{2}$

b)- $\frac{4}{2}$

c)- $\frac{2}{2}$

d)- $\frac{15}{3}$

16) ¿Cuál de los siguientes números equivale a $\frac{50}{50}$?

Operación

a)- 1

b)- 5

c)- 2

d)- 10

17) ¿Cuál de los siguientes números es equivalente a $\frac{8}{2}$ y $\frac{16}{4}$?

Operación

a)- 2

b)- 4

c)- 6

d)- 8

18) ¿Cuál de los siguientes pares de fracciones es equivalente al número 6?
Operación

a)- $\frac{12}{2}$ y $\frac{15}{3}$

b)- $\frac{72}{10}$ y $\frac{6}{3}$

c)- $\frac{90}{15}$ y $\frac{12}{4}$

d)- $\frac{12}{2}$ y $\frac{18}{3}$

19) ¿Cuál de las siguientes fracciones es equivalente a $\frac{35}{15}$? *Operación*

a)- $\frac{20}{10}$

b)- $\frac{40}{35}$

c)- $\frac{10}{5}$

d)- $\frac{7}{3}$

20) ¿Cuál de los siguientes grupos de fracciones son equivalentes entre sí?
Operación

a)- $\frac{2}{2}, \frac{3}{3}, \frac{4}{5}, \frac{5}{6}$

b)- $\frac{4}{5}, \frac{8}{10}, \frac{16}{20}, \frac{32}{40}$

c)- $\frac{1}{2}, \frac{2}{4}, \frac{4}{8}, \frac{3}{2}$

d)- $\frac{4}{5}, \frac{6}{5}, \frac{8}{5}, \frac{10}{5}$

21) Juan Luis se tomó el lunes $\frac{1}{4}$ de litro de leche, el martes $\frac{2}{4}$ de litro y el jueves $\frac{3}{4}$, ¿Qué cantidad de leche se tomó esos tres días?

Operación

a)- $\frac{3}{4}$

b)- $\frac{4}{4}$

c)- $\frac{3}{2}$

d)- $\frac{1}{4}$

22) En mi casa hicimos una ensalada de frutas. La primera vez repartimos $\frac{1}{3}$ y la segunda vez $\frac{1}{5}$.
¿Cuánta ensalada falta por repartir?

Operación

a)- $\frac{7}{15}$

b)- $\frac{10}{15}$

c)- $\frac{8}{15}$

d)- $\frac{2}{15}$

23) Si he recorrido las $\frac{8}{9}$ partes del juego de video, ¿Qué parte me falta por recorrer?

Operación

a)- $\frac{9}{9}$

b)- $\frac{1}{9}$

c)- $\frac{2}{9}$

d)- $\frac{3}{9}$

24) Antonio lee los $\frac{3}{5}$ de un libro en un día y Gabriela los $\frac{5}{9}$ del mismo libro también en un día.

¿Qué fracción del libro lee Antonio más que Gabriela en un día?

Operación

a)- $\frac{5}{45}$

b)- $\frac{9}{45}$

c)- $\frac{3}{45}$

d)- $\frac{2}{45}$

Anexo C

Instrumento para la Validación de Contenido por Juicio de Experto



UNIVERSIDAD CATÓLICA ANDRÉS BELLO
VICERRECTORADO ACADÉMICO
DIRECCIÓN GENERAL DE ESTUDIOS DE POSTGRADO
ÁREA DE HUMANIDADES Y EDUCACIÓN
Maestría en Educación: Procesos de Aprendizaje

Instrumento para la validación de contenidos por juicio de expertos

Caracas, Enero de 2007

Profesor (a):
Presente.

Estimado Profesor(a):

Me es grato dirigirme a usted en la oportunidad de solicitar su colaboración para validar un conjunto de ítems han sido redactados con la finalidad de estudiar el desempeño de alumnos de Quinto Grado de Educación Básica en operaciones con fracciones, ya sea a través del empleo de estrategias metacognitivas y/o el empleo de estrategias de representación.

Usted ha sido seleccionado (a) por sus conocimientos y experiencia en el área de la enseñanza de las matemáticas. Sus aportes serán considerados para mejorar el enunciado de los ítems.

Anexo a la presente encontrará un instrumento para validarlos.

Mucho le sabré agradecer que lea cuidadosamente los enunciados y complete el instrumento de validación.

Agradeciéndole de antemano toda la colaboración y el apoyo que pueda prestar a la presente, se suscribe de usted:

Atentamente,

Delia Mera M

Se anexa lo indicado

Instrumento para validar los ítems para estudiar el efecto de la interacción entre el empleo de estrategias metacognitivas y modos de representación de fracciones sobre las operaciones de adición y sustracción de fracciones de los alumnos de quinto grado de Educación Básica.

Instrucciones

A continuación encontrará un conjunto de ítems que han sido redactados para estudiar el desempeño de alumnos de Quinto Grado de Educación Básica en operaciones con fracciones, ya sea a través del empleo de estrategias metacognitivas y/o el empleo de estrategias de representación.

Estos ítems se caracterizan porque enuncian situaciones que van desde la representación gráfica de fracciones, el orden de las mismas, su equivalencia, hasta las operaciones de adición y sustracción con ellas. Todo ello adaptado a los objetivos propuestos en el Programa Educativo del grado (Currículum Básico Nacional, 1998).

Se establece la prueba de acuerdo con cuatro áreas de contenido:

- Fracciones – Donde el alumno parte del reconocimiento de representaciones de fracciones, y reconoce la equivalencia entre fracciones y números naturales.
- Orden de las fracciones – Donde el alumno determina entre qué números naturales se encuentra una fracción y establece las relaciones “mayor que”, “menor que” e “igual a”.
- Fracciones equivalentes – Donde el alumno determina fracciones equivalentes a la unidad y a números naturales por simplificación y amplificación.
- Operaciones – Donde el alumno debe aplicar su conocimiento de adición y sustracción con fracciones de igual y diferente denominador en problemas cortos.

La escala a utilizar es la siguiente:

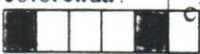
B = Bueno

R=Regular

D=Deficiente

Por favor, coloque en el apartado de observaciones aquellas sugerencias que considere pertinentes.

Muchas gracias por su colaboración.

Ítem		Pertinencia	Redacción	Adecuación	Observaciones
Escala	Opciones de respuesta	B R D	B R D	B R D	
«¿Qué fracción de la unidad representa la parte coloreada?» 	a)- $\frac{6}{2}$ b)- $\frac{1}{4}$ c)- $\frac{1}{2}$ d)- $\frac{2}{6}$				
«¿Qué figura representa la fracción $\frac{4}{21}$?»	a)-  b)-  c)-  d)- 				
«Cual de las siguientes fracciones es equivalente a $\frac{4}{6}$?»	a)- $\frac{8}{6}$ b)- $\frac{2}{9}$ c)- $\frac{2}{3}$ d)- $\frac{8}{9}$				
«Cuales de los siguientes pares de fracciones son equivalentes entre si?»	a)- $\frac{15}{25} y \frac{3}{5}$ b)- $\frac{10}{3} y \frac{3}{5}$ c)- $\frac{15}{25} y \frac{4}{3}$ d)- $\frac{4}{9} y \frac{8}{4}$				

¿Cuáles de los siguientes pares de fracciones son equivalentes al número natural 2?	a)- $\frac{30}{3} y \frac{4}{2}$										
b)- $\frac{6}{3} y \frac{15}{3}$	c)- $\frac{20}{10} y \frac{12}{6}$	d)- $\frac{4}{2} y \frac{8}{6}$									
¿A cuál de los siguientes números naturales corresponde la fracción $\frac{104}{26}$?	a)- 2	b)- 4	c)- 6	d)- 8							
¿Cómo se representa la fracción $\frac{7}{5}$ en una de las siguientes figuras?											
¿Que fracciones pueden considerarse para que la figura constituya un todo?	a)- $\frac{3}{4} y \frac{1}{4}$	b)- $\frac{4}{3} y \frac{3}{5}$	c)- $\frac{4}{1} y \frac{4}{3}$	d)- $\frac{4}{6} y \frac{2}{6}$							
Entre cuales de los siguientes números se encuentra la	a)-	b)-	c)-	d)-							

[illegible]

[illegible]

[illegible]

Anexo D

Hojas de Trabajo por Sesión

Nombre _____ Apellido _____

Institución Educativa _____

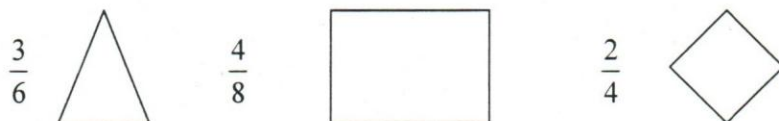
Grado _____ Sección _____

Hoja de Trabajo #1

1) Escribe al lado de cada una de las figuras siguientes la expresión matemática correspondiente a la porción sombreada.



2) En cada una de las siguientes figuras sombrea de acuerdo a la fracción indicada.



3) De acuerdo con las fracciones indicadas realiza su respectiva representación grafica:



4) Escribe la fracción correspondiente a cada figura indicada.



5) Realiza la representación grafica de las siguientes fracciones mediante formas discretas.



Nombre _____ Apellido _____

Institución Educativa _____

Grado _____ Sección _____

Hoja de ejercicios # 2

1) Representa gráficamente cada una de las siguientes fracciones.

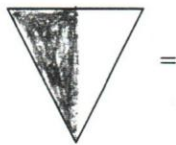
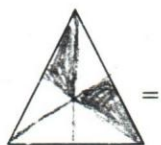
$$\frac{3}{6}$$

$$\frac{9}{10}$$

$$\frac{10}{20}$$

$$\frac{4}{16}$$

2) Escribe la expresión matemática correspondiente a las siguientes figuras.



3) Representa gráficamente cada una de las siguientes fracciones.

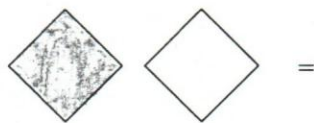
$$\frac{3}{2}$$

$$\frac{11}{6}$$

$$\frac{12}{10}$$

$$\frac{9}{5}$$

4) Escribe la expresión matemática correspondiente a cada figura indicada.



5) Escribe al lado de cada una de las siguientes fracciones si se clasifican como propias o impropias.

$$\frac{6}{2}$$

$$\frac{8}{3}$$

$$\frac{6}{3}$$

$$\frac{8}{12}$$

Nombre _____ Apellido _____

Institución Educativa _____

Grado _____ Sección _____

Hoja de ejercicios # 3

1) Mediante la representación grafica encuentra 2 fracciones equivalentes a lo indicado a continuación.



2) Indica cuáles de las fracciones siguientes son equivalentes entre sí.

$\frac{16}{24} y \frac{3}{5}$

$\frac{6}{8} y \frac{5}{8}$

$\frac{2}{4} y \frac{3}{8}$

$\frac{10}{18} y \frac{10}{4}$

3) Encuentra 1 fracción equivalente a cada una de las siguientes fracciones, aplicando tanto la representación grafica como el método de productos cruzados.

$\frac{2}{4}$

$\frac{6}{12}$

$\frac{12}{8}$

$\frac{4}{3}$

Nombre _____ Apellido _____

Institución Educativa _____

Grado _____ Sección _____

Hoja de ejercicios # 4

1) Halla 2 fracciones equivalentes a las siguientes aplicando el método por simplificación.

$$\frac{28}{7}$$

$$\frac{14}{7}$$

$$\frac{64}{8}$$

$$\frac{24}{12}$$

2) Halla 2 fracciones equivalentes a las siguientes aplicando el método por amplificación (emplea factores diferentes en cada uno).

$$\frac{4}{3}$$

$$\frac{12}{4}$$

$$\frac{3}{9}$$

$$\frac{5}{10}$$

3) Realiza la representación gráfica correspondiente a cada una de las siguientes fracciones y señala cuál de los pares es equivalente entre sí.

$$\frac{8}{10} = \frac{4}{6}$$

$$\frac{8}{10} = \frac{16}{20}$$

Nombre _____ Apellido _____

Institución Educativa _____

Grado _____ Sección _____

Hoja de ejercicios # 5

1) Analiza e indica el par (o los pares) de fracciones que es mayor y el par (o los pares) de fracciones que es menor de los grupos siguientes. (Demuestra tu respuesta mediante la representación grafica).

$$\frac{4}{8} \text{ ó } \frac{6}{12}$$

$$\frac{8}{8} \text{ ó } \frac{4}{4}$$

$$\frac{10}{5} \text{ ó } \frac{9}{5}$$

$$\frac{4}{6} \text{ ó } \frac{6}{10}$$

$$\frac{7}{14} \text{ ó } \frac{7}{9}$$

$$\frac{4}{4} \text{ ó } \frac{2}{6}$$

$$\frac{3}{9} \text{ ó } \frac{8}{7}$$

$$\frac{6}{8} \text{ ó } \frac{9}{8}$$

2) Ordena los siguientes grupos de fracciones de mayor a menor.

$$\frac{6}{5}, \frac{4}{5}, \frac{1}{5}, \frac{8}{5}$$

$$\frac{10}{12}, \frac{10}{10}, \frac{10}{8}, \frac{10}{9}$$

3) Ordena los siguientes grupos de fracciones de menor a mayor.

$$\frac{4}{12}, \frac{11}{12}, \frac{7}{12}, \frac{35}{12}$$

$$\frac{7}{16}, \frac{7}{13}, \frac{7}{11}, \frac{7}{10}$$

Nombre _____ Apellido _____

Institución Educativa _____

Grado _____ Sección _____

Hoja de ejercicios # 6

1) Empleando la representación grafica efectúa las siguientes operaciones:

$$\frac{3}{6} + \frac{2}{6}$$

$$\frac{2}{6} + \frac{1}{4}$$

$$\frac{3}{5} - \frac{1}{5}$$

$$\frac{4}{8} - \frac{3}{6}$$

2) Efectúa las siguientes operaciones en forma simbólica.

$$\frac{8}{3} + \frac{4}{3} + \frac{6}{3}$$

$$\frac{6}{6} + \frac{4}{3} - \frac{3}{9}$$

$$\frac{9}{4} - \frac{3}{4} - \frac{1}{4}$$

$$\frac{8}{3} - \frac{2}{6} - \frac{2}{9}$$

3) Resuelve los siguientes problemas.

- a) Si en un grupo de 8 alumnos uno no asiste a clases por una lesión tres tienen gripe. ¿Qué fracción de los alumnos estaría presente?.
- b) Una señora tiene en su patio cercados $\frac{3}{17}$ de pollos; $\frac{1}{3}$ de conejos; $\frac{2}{7}$ de cochinos y $\frac{1}{4}$ de palomas. Se desea saber la parte del patio campo que está vacío.
- c) Manuel colecciona hojas de árboles. Si ha perdido primero $\frac{1}{8}$ y después $\frac{1}{12}$. ¿Qué fracción de hojas aún le queda?.

Anexo E

Hojas de Evaluación por Sesión

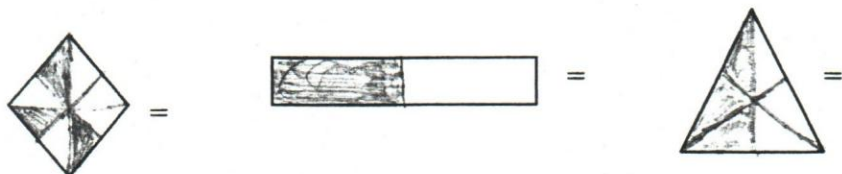
Nombre _____ Apellido _____

Institución Educativa _____

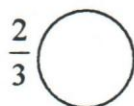
Grado _____ Sección _____

Hoja de Evaluación #1

1) Escribe al lado de cada una de las figuras siguientes la expresión matemática correspondiente a la porción sombreada.



2) En cada una de las siguientes figuras sombrea de acuerdo a la fracción indicada.



3) De acuerdo con las fracciones indicadas realiza su respectiva representación grafica:

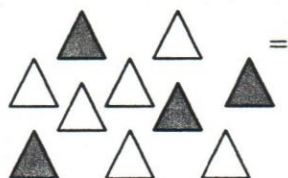
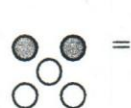
$\frac{1}{2}$

$\frac{4}{7}$

$\frac{5}{8}$

$\frac{3}{3}$

4) Escribe la fracción correspondiente a cada figura indicada.



5) Realiza la representación grafica de las siguientes fracciones mediante formas discretas.

$\frac{5}{6}$

$\frac{2}{2}$

$\frac{3}{5}$

1

Nombre _____ Apellido _____

Institución Educativa _____

Grado _____ Sección _____

Hoja de Evaluación # 2

1) Representa gráficamente cada una de las siguientes fracciones.

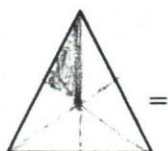
$$\frac{5}{6}$$

$$\frac{7}{8}$$

$$\frac{16}{20}$$

$$\frac{4}{15}$$

2) Escribe la expresión matemática correspondiente a las siguientes figuras.



=



=



=



=

3) Representa gráficamente cada una de las siguientes fracciones.

$$\frac{5}{4}$$

$$\frac{10}{7}$$

$$\frac{15}{10}$$

$$\frac{7}{5}$$

4) Escribe la expresión matemática correspondiente a cada figura indicada.



=



=



=

5) Escribe al lado de cada una de las siguientes fracciones si se clasifican como propias o impropias.

$$\frac{5}{4}$$

$$\frac{6}{2}$$

$$\frac{4}{5}$$

$$\frac{9}{10}$$

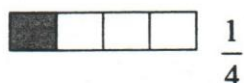
Nombre _____ Apellido _____

Institución Educativa _____

Grado _____ Sección _____

Hoja de Evaluación # 3

1) Mediante la representación grafica encuentra 2 fracciones equivalentes a lo indicado a continuación.



2) Indica cuáles de las fracciones siguientes son equivalentes entre sí.

$\frac{15}{25} \text{ y } \frac{3}{5}$

$\frac{6}{8} \text{ y } \frac{3}{4}$

$\frac{1}{2} \text{ y } \frac{3}{8}$

$\frac{10}{18} \text{ y } \frac{5}{2}$

3) Encuentra 1 fracción equivalente a cada una de las siguientes fracciones, aplicando tanto la representación grafica como el método de productos cruzados.

$\frac{1}{2}$

$\frac{3}{5}$

$\frac{6}{8}$

$\frac{4}{6}$

Nombre _____ Apellido _____

Institución Educativa _____

Grado _____ Sección _____

Hoja de Evaluación # 4

1) Halla 2 fracciones equivalentes a las siguientes aplicando el método por simplificación.

$$\frac{24}{8}$$

$$\frac{12}{18}$$

$$\frac{36}{8}$$

$$\frac{63}{45}$$

2) Halla 2 fracciones equivalentes a las siguientes aplicando el método por amplificación (emplea factores diferentes en cada uno).

$$\frac{5}{8}$$

$$\frac{18}{2}$$

$$\frac{4}{10}$$

$$\frac{2}{3}$$

3) Realiza la representación grafica correspondiente a cada una de las siguientes fracciones y señala cuál de los pares es equivalente entre sí.

$$\frac{6}{8} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{4}{5} = \frac{12}{15}$$

Nombre _____ Apellido _____

Institución Educativa _____

Grado _____ Sección _____

Hoja de Evaluación # 5

1) Analiza e indica el par (o los pares) de fracciones que es mayor y el par (o los pares) de fracciones que es menor de los grupos siguientes. (Demuestra tu respuesta mediante la representación grafica).

$$\frac{2}{5} \text{ ó } \frac{3}{5}$$

$$\frac{6}{8} \text{ ó } \frac{8}{8}$$

$$\frac{9}{6} \text{ ó } \frac{9}{18}$$

$$\frac{5}{6} \text{ ó } \frac{5}{10}$$

$$\frac{2}{4} \text{ ó } \frac{3}{5}$$

$$\frac{7}{10} \text{ ó } \frac{5}{9}$$

$$\frac{2}{8} \text{ ó } \frac{4}{8}$$

$$\frac{12}{14} \text{ ó } \frac{10}{14}$$

$$\frac{7}{10} \text{ ó } \frac{7}{12}$$

$$\frac{2}{2} \text{ ó } \frac{2}{6}$$

$$\frac{3}{9} \text{ ó } \frac{4}{7}$$

$$\frac{6}{8} \text{ ó } \frac{11}{12}$$

2) Ordena los siguientes grupos de fracciones de mayor a menor.

$$\frac{1}{4}, \frac{5}{4}, \frac{2}{4}, \frac{7}{4}$$

$$\frac{17}{13}, \frac{17}{17}, \frac{17}{8}, \frac{17}{10}$$

3) Ordena los siguientes grupos de fracciones de menor a mayor.

$$\frac{3}{11}, \frac{10}{11}, \frac{8}{11}, \frac{5}{11}$$

$$\frac{9}{18}, \frac{9}{15}, \frac{9}{19}, \frac{9}{11}$$

Nombre _____ Apellido _____

Institución Educativa _____

Grado _____ Sección _____

Hoja de Evaluación # 6

1) Empleando la representación grafica efectúa las siguientes operaciones:

$$\frac{6}{10} + \frac{2}{10}$$

$$\frac{2}{6} + \frac{1}{3}$$

$$\frac{5}{8} - \frac{1}{8}$$

$$\frac{3}{7} - \frac{2}{5}$$

2) Efectúa las siguientes operaciones en forma simbólica.

$$\frac{9}{2} + \frac{3}{2} + \frac{5}{2}$$

$$\frac{7}{8} + \frac{5}{4} - \frac{3}{9}$$

$$\frac{12}{4} - \frac{2}{4} - \frac{1}{4}$$

$$\frac{10}{3} - \frac{2}{5} - \frac{2}{9}$$

3) Resuelve los siguientes problemas.

- Si en un grupo de 9 jugadores uno sufre una lesión en un tobillo y dos tienen gripe. ¿Qué fracción del equipo estaría presente en el juego?
- Un campo tiene $\frac{2}{15}$ sembrado de maíz; $\frac{1}{9}$ de árboles; $\frac{1}{7}$ de caraotas y $\frac{1}{8}$ de papas. Se desea saber la parte del campo que está sembrada.
- Alfredo colecciona barajitas. Si ha regalado primero $\frac{1}{7}$ y después $\frac{1}{5}$. ¿Qué fracción de barajitas aún le queda?

Anexo F

Características de la muestra Grupo Experimental y Grupo Control.

Puntajes. Datos brutos.

Características de la muestra Grupo Experimental y Grupo Control.
Puntajes y promedios. Datos brutos.

Sujeto	Experimental					Control				
	Sexo	Edad	Metaco	Pretest	Postest	Sexo	Edad	Metaco	Pretest	Postst
1	1	12	71	6	20	2	13	88	4	7
2	1	12	75	7	19	1	13	77	8	9
3	1	10	81	14	18	2	13	83	13	11
4	2	13	96	12	17	2	12	75	3	6
5	2	12	93	7	19	1	10	96	11	10
6	2	12	88	12	18	1	12	86	7	7
7	2	13	93	13	16	1	11	80	4	5
8	1	11	93	10	18	1	12	81	9	9
9	1	12	77	14	19	1	12	85	7	9
10	1	12	96	12	23	1	11	82	8	9
11	1	13	104	12	21	1	12	74	11	11
12	2	13	67	12	18	1	12	85	12	8
13	2	11	97	3	18	2	10	83	12	13
14	2	11	99	5	19	1	11	81	5	9
15	2	11	83	8	21	2	12	74	6	8
16	2	13	98	12	16	1	12	88	3	9
17	1	12	90	13	20	1	12	76	12	11
18	1	10	89	5	21	2	11	76	8	9
19	1	13	90	11	21	2	12	70	5	9
20	1	10	102	16	19	1	12	80	10	10
21	1	10	90	5	19	2	10	66	13	9
22	2	10	97	10	24	2	12	79	9	10
23	2	11	93	11	20	1	13	88	5	8
24	1	10	68	5	22	2	11	78	9	9
25	1	13	72	12	19	1	11	80	11	6
26	2	13	69	5	18	1	12	81	12	10
27	2	10	74	11	22	1	12	59	14	8
28	2	10	78	4	19	1	11	86	12	9
29	1	12	76	16	17	1	11	50	9	10
30	2	10	80	4	18	2	11	79	12	11
31	2	11	79	3	17	2	12	74	10	9
32	1	12	82	5	17	2	12	65	10	11
33	2	12	76	11	17	2	12	63	11	10
34	2	10	80	8	18	2	12	80	5	9
35	1	11	95	10	21	2	11	69	5	8
36	2	11	65	6	18	1	11	69	13	10
37	1	11	78	8	21	1	11	74	5	8
38	2	11	84	9	22	2	11	79	14	10
39	2	11	89	3	24	1	11	72	12	11
X=		11,41	84,7949	8,97436	19,3333		11,59	77,2051	8,94872	9,10256
	1=Fem					1=Fem				
	2=Mas					2=Mas				

Puntajes con promedios por sesión y por sujeto del Grupo Experimental. Datos brutos.

Sujeto	s1GE	s2GE	s3GE	s4GE	s5GE	s6GE	s7GE	s8GE	s9GE	s10G	s11G	s12G	X=
1	17	20	16	18	20	19	16	17	20	18	18	17	18
2	17	20	12	12	17	20	18	16	15	17	16	16	16,33
3	13	13	16	16	20	18	17	18	20	18	16	17	16,83
4	11	11	10	13	18	16	16	18	11	15	15	16	14,17
5	16	16	12	12	16	18	18	18	17	16	17	16	16
6	15	15	16	16	20	16	15	17	13	15	14	15	15,58
7	16	16	12	16	13	16	15	16	13	16	15	15	14,92
8	10	15	11	11	16	18	12	16	20	18	18	17	15,17
9	16	16	18	20	16	15	17	20	19	19	17	17	17,5
10	20	20	20	20	19	19	19	20	20	17	20	17	19,25
11	19	19	20	20	19	18	19	20	20	18	18	16	18,83
12	10	10	11	15	14	18	18	17	17	16	16	18	15
13	12	16	11	11	16	15	19	18	18	17	15	17	15,42
14	13	13	12	12	15	15	12	12	16	16	14	14	13,67
15	17	20	15	15	15	14	13	15	13	15	16	15	15,25
16	16	16	10	13	12	14	19	16	18	18	15	16	15,25
17	11	11	20	20	13	16	15	18	19	17	14	15	15,75
18	17	17	16	16	20	17	18	16	20	18	19	17	17,58
19	15	15	10	10	14	20	15	18	19	18	14	16	15,33
20	13	16	20	20	20	17	12	18	15	16	19	17	16,92
21	16	16	12	12	12	12	18	16	16	16	15	15	14,67
22	16	16	16	16	17	16	18	16	11	15	20	18	16,25
23	11	11	18	18	19	17	18	16	17	20	19	17	16,75
24	16	16	20	20	20	18	18	17	18	16	19	17	17,92
25	18	18	20	20	20	20	19	18	18	16	17	15	18,25
26	16	16	20	20	16	16	17	17	20	18	15	15	17,17
27	16	16	20	20	20	18	19	16	16	15	18	16	17,5
28	17	17	15	15	14	14	12	16	12	15	16	17	15
29	11	11	20	20	16	16	15	17	16	18	12	12	15,33
30	18	18	12	12	15	18	15	15	18	17	16	15	15,75
31	10	10	12	12	14	14	13	16	20	18	17	16	14,33
32	17	17	10	13	16	14	11	15	18	16	15	16	14,83
33	15	15	12	12	16	16	18	19	18	18	14	14	15,58
34	18	18	16	16	15	15	15	17	15	16	18	15	16,17
35	11	11	13	15	18	18	20	16	14	18	16	16	15,5
36	13	13	13	13	17	17	10	16	20	17	18	16	15,25
37	20	20	10	10	17	15	19	19	18	18	20	17	16,92
38	15	15	17	17	18	16	12	14	15	17	18	17	15,92
39	18	18	18	18	20	16	18	16	16	18	20	16	17,67
Totales	586	607	582	605	653	645	628	656	659	660	649	624	629,5
X=	15,03	15,56	14,92	15,51	16,74	16,54	16,1	16,82	16,9	16,92	16,64	16	16,14

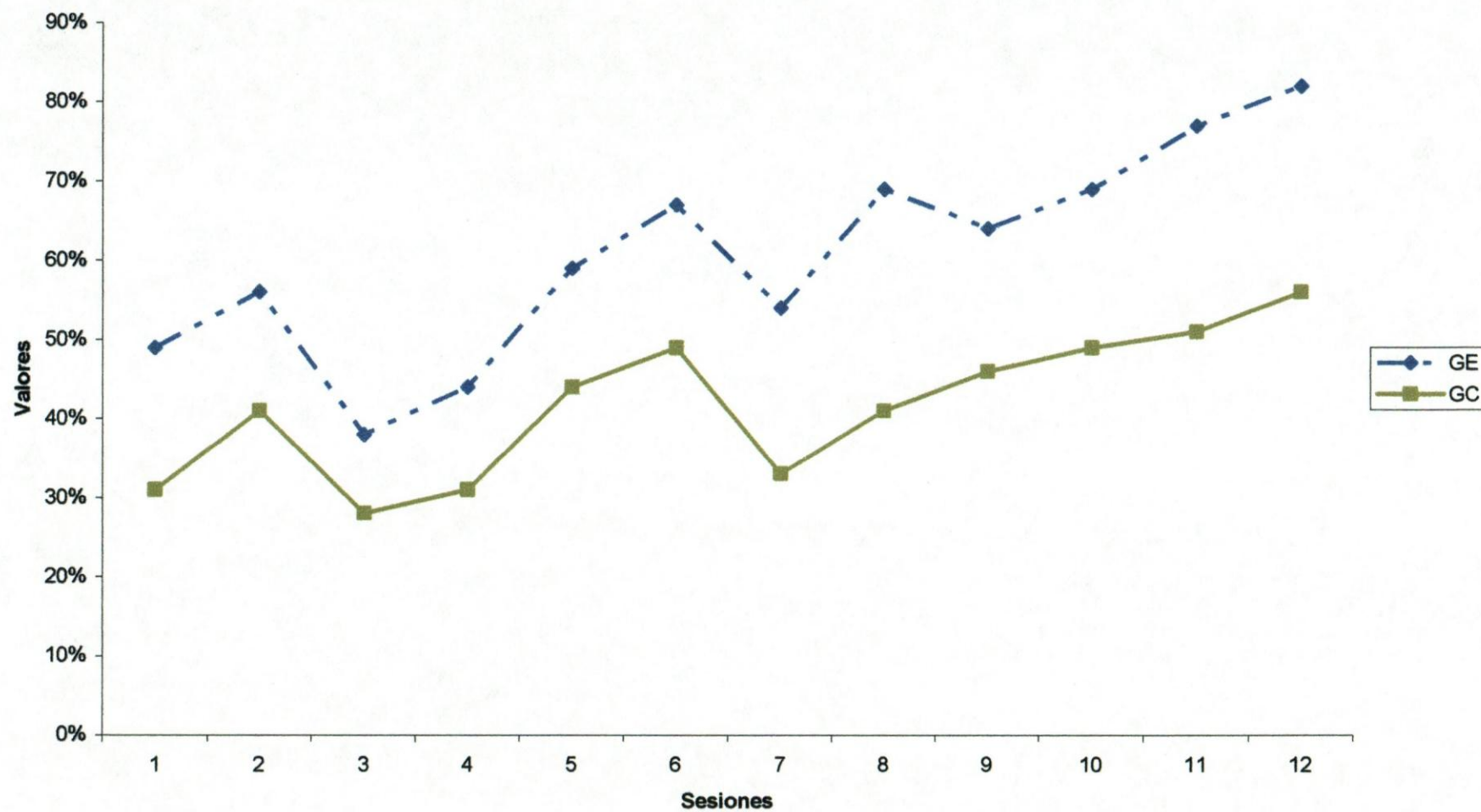
Puntajes con promedios por sesión y por sujeto del Grupo Control. Datos brutos.

Sujeto	s1GC	s2GC	s3GC	s4GC	s5GC	s6GC	s7GC	s8GC	s9GC	s10G	s11G	s12G	X=
1	10	12	12	15	12	14	16	17	12	12	15	15	13,5
2	4	6	10	12	12	12	18	18	11	15	14	16	12,33
3	17	17	16	15	15	15	18	18	15	15	13	13	15,58
4	12	14	11	14	7	11	14	15	13	16	8	12	12,25
5	7	10	12	13	11	11	5	11	12	12	10	12	10,5
6	20	19	5	9	15	14	10	10	9	16	13	13	12,75
7	18	18	10	9	10	13	7	10	7	15	12	12	11,75
8	13	14	11	11	14	14	9	11	10	10	9	10	11,33
9	9	11	12	15	15	16	5	10	12	12	15	16	12,33
10	16	16	15	17	13	13	11	11	10	15	14	14	13,75
11	10	11	16	16	10	13	13	15	11	16	12	12	12,92
12	15	16	15	15	7	11	15	15	13	13	9	11	12,92
13	18	18	4	9	10	10	3	10	15	15	15	15	11,83
14	12	15	10	10	16	15	12	12	10	13	9	9	11,92
15	15	15	15	15	10	13	9	11	7	11	10	15	12,17
16	4	8	5	8	18	16	15	15	14	14	17	17	12,58
17	13	15	6	6	10	13	12	15	8	15	14	14	11,75
18	19	19	13	13	5	11	5	11	10	13	10	16	12,08
19	12	13	12	12	15	16	7	11	12	12	12	12	12,17
20	12	12	15	14	7	10	14	14	15	17	11	13	12,83
21	17	16	16	16	18	17	17	16	16	16	8	15	15,67
22	7	11	18	17	16	16	12	12	14	16	15	15	14,08
23	10	10	12	13	13	15	10	12	12	12	12	15	12,17
24	9	11	19	19	18	17	3	9	11	11	15	15	13,08
25	12	12	20	18	15	15	13	13	6	10	11	16	13,42
26	20	18	7	10	13	13	11	13	15	15	10	10	12,92
27	18	18	16	16	10	13	16	16	10	10	14	16	14,42
28	13	14	15	15	16	16	7	11	12	12	16	18	13,75
29	4	4	14	14	12	11	10	11	9	11	12	12	10,33
30	13	13	15	14	18	17	9	10	14	14	18	18	14,42
31	15	16	12	12	10	10	16	15	16	16	15	17	14,17
32	9	9	13	15	15	15	7	8	13	13	13	13	11,92
33	7	7	18	18	15	13	18	17	13	14	9	13	13,5
34	10	11	11	11	10	8	17	16	13	14	8	8	11,42
35	13	12	17	16	11	11	10	11	12	12	13	14	12,67
36	12	12	4	4	10	11	10	10	7	7	11	11	9,083
37	7	7	9	9	13	13	16	15	10	10	15	15	11,58
38	18	16	5	5	15	16	16	16	11	11	8	8	12,08
39	12	12	10	10	13	14	5	6	11	11	13	13	10,83
Totales	482	508	476	500	493	522	441	497	451	512	478	529	490,8
X=	12,36	13,03	12,21	12,82	12,64	13,38	11,31	12,74	11,56	13,13	12,26	13,56	12,58

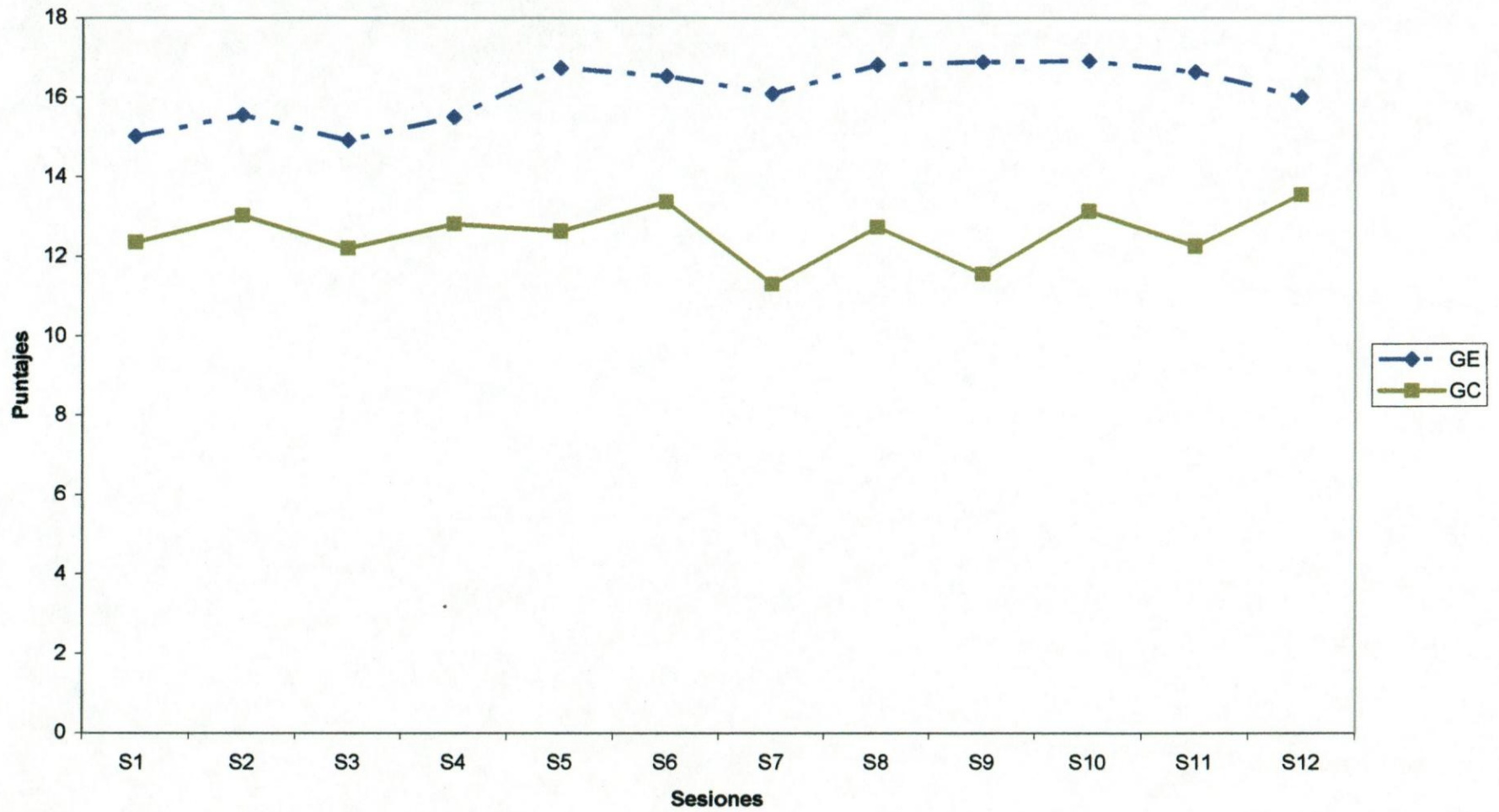
Anexo G

Gráficos

Porcentajes de aprobados con mínimo 10 puntos en las hojas de trabajo



Promedios obtenidos en las Hojas de Evaluación por sesión



Anexo H

Hojas resueltas de algunos sujetos

Ejemplos

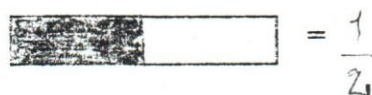
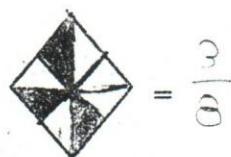
Nombre _____ Apellido _____

Institución Educativa _____

Grado _____ Sección _____

Hoja de Evaluación #1

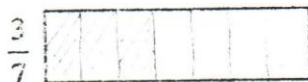
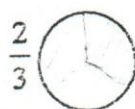
1) Escribe al lado de cada una de las figuras siguientes la expresión matemática correspondiente a la porción sombreada.



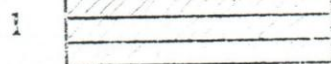
De acuerdo
a lo que
requiere



2) En cada una de las siguientes figuras sombrea de acuerdo a la fracción indicada.



$\frac{3}{4}$



3) De acuerdo con las fracciones indicadas realiza su respectiva representación grafica:



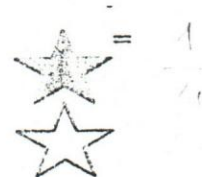
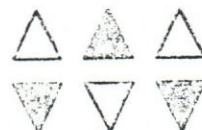
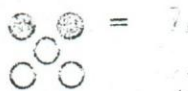
$\frac{5}{6}$



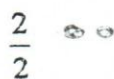
$\frac{3}{3}$



4) Escribe la fracción correspondiente a cada figura indicada.



5) Realiza la representación grafica de las siguientes fracciones mediante formas discretas.



Nombre _____ Apellido _____

Institución Educativa _____

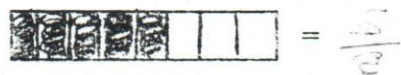
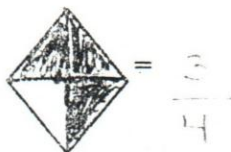
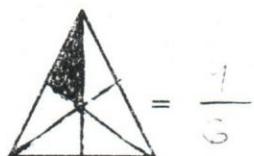
Grado _____ Sección _____

Hoja de Evaluación # 2

1) Representa gráficamente cada una de las siguientes fracciones.

$\frac{5}{6}$  $\frac{7}{8}$  $\frac{16}{20}$ $\frac{4}{15}$

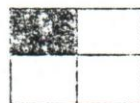
2) Escribe la expresión matemática correspondiente a las siguientes figuras.



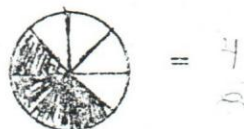
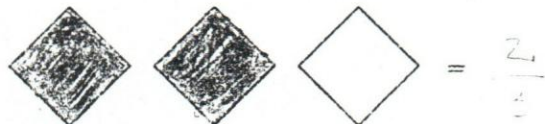
3) Representa gráficamente cada una de las siguientes fracciones.

$\frac{5}{4}$  $\frac{10}{7}$  $\frac{15}{10}$ $\frac{7}{5}$ 

4) Escribe la expresión matemática correspondiente a cada figura indicada.



$\frac{5}{4}$



5) Escribe al lado de cada una de las siguientes fracciones si se clasifican como propias o impropias.

$\frac{5}{4}$ *impropia* $\frac{6}{2}$ *impropia* $\frac{4}{5}$ *propia* $\frac{9}{10}$ *propia*

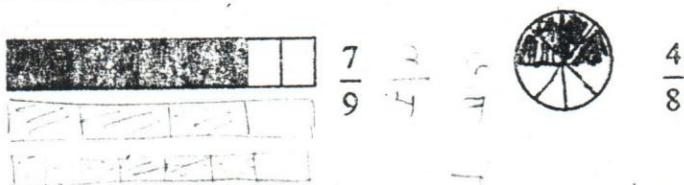
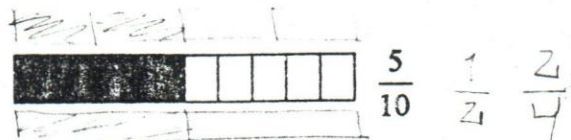
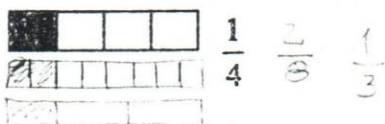
Nombre _____ Apellido _____

Institución Educativa _____

Grado _____ Sección _____

Hoja de Evaluación # 3

1) Mediante la representación grafica encuentra 2 fracciones equivalentes a lo indicado a continuación.



no estoy segura porque no se compararlo

2) Indica cuáles de las fracciones siguientes son equivalentes entre sí.

$$\frac{15}{25} \text{ y } \frac{3}{5}$$

$$\frac{6}{8} \text{ y } \frac{3}{4}$$

$$\frac{1}{2} \text{ y } \frac{3}{8}$$

$$\frac{10}{13} \text{ y } \frac{5}{2}$$

*creo que son equivalentes la 2 y la 4
hay no tengo enteros ni fracciones 10/13...*

3) Encuentra 1 fracción equivalente a cada una de las siguientes fracciones, aplicando tanto la representación grafica como el método de productos cruzados.

$$\frac{1}{2}$$

$$\frac{3}{5}$$

$$\frac{6}{8}$$

$$\frac{4}{6}$$

*me dan trabajo que no se
... yo creía que
...
...
...
...
...*

Nombre _____ Apellido _____

Institución Educativa _____

Grado _____ Sección _____

Hoja de ejercicios # 4

1) Halla 2 fracciones equivalentes a las siguientes aplicando el método por simplificación.

$$\frac{20}{7} \quad \frac{4}{1} \quad 4$$

$$\frac{14}{7} \quad \frac{2}{1} \quad 2$$

$$\frac{64}{8} \quad \frac{32}{4} \quad \frac{16}{2}$$

$$\frac{24}{12} \quad \frac{12}{6} \quad \frac{6}{3}$$

2) Halla 2 fracciones equivalentes a las siguientes aplicando el método por ampliación (ampliar los factores diferentes en cada uno).

$$\frac{4}{3} \quad \frac{8}{6} \quad \frac{16}{12}$$

$$\frac{12}{4} \quad \frac{36}{12} \quad \frac{72}{24}$$

$$\frac{3}{5} \quad \frac{6}{10} \quad \frac{12}{20}$$

$$\frac{5}{10} \quad \frac{10}{20} \quad \frac{30}{60}$$

3) Halla 2 fracciones equivalentes a cada una de las siguientes ampliando y reduciendo (ampliar o reducir es equivalente a las dadas).

$$\frac{1}{2} \quad \frac{2}{4}$$

$$\frac{3}{4} \quad \frac{6}{8}$$

$$\frac{1}{3} \quad \frac{2}{6}$$

$$\frac{2}{5} \quad \frac{4}{10}$$

$$\frac{3}{6} \quad \frac{6}{12}$$

$$\frac{4}{8} \quad \frac{8}{16}$$

$$\frac{5}{10} \quad \frac{10}{20}$$

Nombre _____ Apellido _____

Institución Educativa _____

Grado _____ Sección _____

Hoja de ejercicios # 5

1) Analiza e indica el par (o los pares) de fracciones que es mayor y el par (o los pares) de fracciones que es menor de los grupos siguientes. (Demuestra tu respuesta mediante la representación grafica).

$$\frac{4}{8} \text{ ó } \frac{6}{12}$$

$$\frac{3}{8} \text{ ó } \frac{4}{4}$$

$$\frac{10}{5} \text{ ó } \frac{9}{5}$$

$$\frac{4}{6} \text{ ó } \frac{6}{10}$$

me doy cuenta que cuando
comparamos los denominadores me
doy cuenta que cuando los denominadores
son iguales, el numerador mayor es la fracción mayor.

$$\frac{7}{14} \text{ ó } \frac{7}{9}$$

$$\frac{4}{4} \text{ ó } \frac{2}{6}$$

$$\frac{3}{9} \text{ ó } \frac{8}{7}$$

$$\frac{6}{8} \text{ ó } \frac{9}{8}$$

le doy cuenta que cuando los denominadores son iguales, el numerador mayor es la fracción mayor.

2) Ordena los siguientes grupos de fracciones de mayor a menor.

$$\frac{6}{5}, \frac{4}{5}, \frac{1}{5}, \frac{8}{5} = \frac{8}{5}, \frac{6}{5}, \frac{4}{5}, \frac{1}{5}$$

$$\frac{10}{12}, \frac{10}{10}, \frac{10}{8}, \frac{10}{9}$$

$$\frac{10}{9}, \frac{10}{8}, \frac{10}{10}, \frac{10}{12}$$

3) Ordena los siguientes grupos de fracciones de menor a mayor.

$$\frac{4}{12}, \frac{11}{12}, \frac{7}{12}, \frac{35}{12}$$

$$\frac{7}{16}, \frac{7}{13}, \frac{7}{11}, \frac{7}{10}$$

$$\frac{7}{16}, \frac{7}{13}, \frac{7}{11}, \frac{7}{10}$$

Nombre _____ Apellido _____

Institución Educativa _____

Grado _____ Sección _____

Hoja de ejercicios # 6

1) Empleando la representación grafica efectúa las siguientes operaciones: ✓ P

$$\frac{3}{6} + \frac{2}{6} = \frac{5}{6}$$

$$\frac{2}{6} + \frac{1}{4} = \frac{8+6}{24} = \frac{14}{24} \quad \frac{3}{5} - \frac{1}{5} = \frac{2}{5}$$

$$\frac{4}{8} - \frac{3}{6} = \frac{24-24}{48} = \frac{0}{48}$$

2) Efectúa las siguientes operaciones en forma simbólica. ✓ P

$$\frac{8}{3} + \frac{4}{3} + \frac{6}{3} = \frac{18}{3}$$

$$\frac{6}{6} + \frac{4}{3} - \frac{3}{9}$$

$$\frac{9}{4} - \frac{3}{4} - \frac{1}{4} = \frac{5}{4}$$

$$\frac{8}{3} - \frac{2}{6} - \frac{2}{9}$$

3) Resuelve los siguientes problemas.

$$\frac{8}{8} - \frac{1}{8} - \frac{3}{8} = \frac{4}{8} \quad \checkmark$$

a) Si en un grupo de 8 alumnos uno no asiste a clases por una lesión tres tienen gripe. ¿Qué fracción de los alumnos estaría presente? ✓ P

b) Una señora tiene en su patio cercados $\frac{3}{17}$ de pollos; $\frac{1}{3}$ de conejos; $\frac{2}{7}$ decochinos y $\frac{1}{4}$ de palomas. Se desea saber la parte del patio campo que está vacío. ✓ Pc) Manuel colecciona hojas de árboles. Si ha perdido primero $\frac{1}{8}$ y después $\frac{1}{12}$.
¿Qué fracción de hojas aún le queda?

Con mi reflexión de futuro leer
profesor que me ayuda a leer
con tranquilidad y con la ayuda de
mis compañeros y profesores
gracias.

Nombre _____ Apellido _____

Institución Educativa _____

Grado _____ Sección _____

Hoja de Trabajo #1

1) Escribe al lado de cada una de las figuras siguientes la expresión matemática correspondiente a la porción sombreada.



$$= \frac{1}{4}$$



$$= \frac{2}{4}$$



$$= \frac{1}{2}$$



$$= \frac{2}{2}$$

2) En cada una de las siguientes figuras sombrea de acuerdo a la fracción indicada.

$$\frac{3}{6}$$



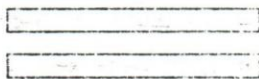
$$\frac{4}{8}$$



$$\frac{2}{4}$$



1



3) De acuerdo con las fracciones indicadas realiza su respectiva representación gráfica:

$$\frac{2}{5}$$

$$\frac{5}{10}$$

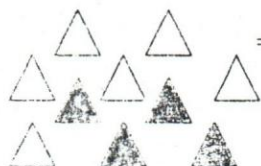
$$\frac{3}{4}$$

$$\frac{5}{5}$$

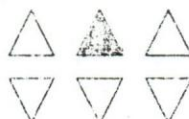
4) Escribe la fracción correspondiente a cada figura indicada.



$$= \frac{1}{4}$$



$$= \frac{4}{8}$$



$$= \frac{4}{6}$$



$$= \frac{2}{2}$$

5) Realiza la representación gráfica de las siguientes fracciones mediante formas discretas.

$$\frac{3}{3}$$

$$\frac{1}{1}$$

$$\frac{6}{8}$$

$$2$$

Nombre _____ Apellido _____

Institución Educativa _____

Grado _____ Sección _____

Hoja de ejercicios # 2

1) Representa gráficamente cada una de las siguientes fracciones.

$$\frac{3}{6}$$

$$\frac{9}{10}$$

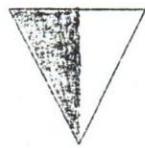
$$\frac{10}{20}$$

$$\frac{4}{16}$$

2) Escribe la expresión matemática correspondiente a las siguientes figuras.



$$= \frac{4}{6}$$



$$= \frac{1}{2}$$



$$= \frac{2}{4}$$

3) Representa gráficamente cada una de las siguientes fracciones.

$$\frac{3}{2}$$

$$\frac{11}{6}$$

$$\frac{12}{10}$$

$$\frac{9}{5}$$

4) Escribe la expresión matemática correspondiente a cada figura indicada.



$$= \frac{4}{10}$$



$$= \frac{1}{4}$$



$$= \frac{1}{2}$$



$$= \frac{3}{4}$$

5) Escribe al lado de cada una de las siguientes fracciones si se clasifican como propias o impropias.

$$\frac{6}{2}$$

$$\frac{8}{3}$$

$$\frac{6}{3}$$

$$\frac{8}{12}$$

$$\frac{5}{10}$$

67C
=

Nombre _____ Apellido _____

Institución Educativa _____

Grado _____ Sección _____

Hoja de ejercicios # 3

1) Mediante la representación gráfica encuentra 2 fracciones equivalentes a la indicada a continuación.



$$\frac{3}{5}$$



$$\frac{7}{10}$$



$$\frac{3}{12}$$



$$\frac{1}{3}$$

2) Indica cuáles de las fracciones siguientes son equivalentes entre sí.

$$\frac{13}{24} \neq \frac{3}{5} \quad \left(\frac{20}{60} \right)$$

$$\frac{5}{12} \neq \frac{3}{5}$$

$$\frac{2}{4} \neq \frac{3}{3}$$

$$\frac{13}{18} \neq \frac{10}{4}$$

3) Responde: ¿Cuál es equivalente a cada una de las siguientes fracciones, utilizando toda la representación que quieras como el método de productos cruzados.

$$\frac{2}{7}$$

$$\frac{1}{12}$$

$$\frac{12}{9}$$

$$\frac{4}{7}$$

Nombre _____ Apellido _____

Institución Educativa _____

Grado _____ Sección _____

Hoja de Evaluación # 4

1) Halla 2 fracciones equivalentes a las siguientes aplicando el método por simplificación. 2 pts

$$\frac{24}{8} = \frac{12}{4} = \frac{6}{2}$$

$$\frac{12}{18} = \frac{6}{9} = \frac{3}{3} = 1$$

$$\frac{36}{8} = \frac{18}{4} = \frac{9}{2}$$

$$\frac{63}{45} =$$

2) Halla 2 fracciones equivalentes a las siguientes aplicando el método por amplificación (emplea factores diferentes en cada uno). 2 pts

$$\frac{5}{8} = \frac{10}{16} = \frac{36}{72}$$

$$\frac{13}{2} = \frac{26}{4} = \frac{156}{12}$$

$$\frac{4}{10} = \frac{8}{20} = \frac{16}{40}$$

$$\frac{2}{3} = \frac{4}{6}$$

3) Realiza la representación grafica correspondiente a cada una de las siguientes fracciones y señala cuál de los pares es equivalente entre sí. 2 pts

$$\frac{6}{8} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{4}{5} = \frac{12}{15}$$

Equivalente

No equivalente

Nombre _____ Apellido _____

Institución Educativa _____

Grado _____ Sección _____

Hoja de Evaluación # 5

1) Analiza e indica el par (o los pares) de fracciones que es mayor y el par (o los pares) de fracciones que es menor de los grupos siguientes. (Demuestra tu respuesta mediante la representación grafica).

$$\frac{2}{5} \text{ ó } \frac{3}{5}$$

$$\frac{6}{8} \text{ ó } \frac{8}{8}$$

$$\frac{9}{6} \text{ ó } \frac{9}{18}$$

$$\frac{5}{6} \text{ ó } \frac{5}{10}$$

$$\frac{2}{4} \text{ ó } \frac{3}{5}$$

$$\frac{7}{10} \text{ ó } \frac{5}{9}$$

$$\frac{2}{8} \text{ ó } \frac{4}{8}$$

$$\frac{12}{14} \text{ ó } \frac{10}{14}$$

$$\frac{7}{10} \text{ ó } \frac{7}{12}$$

$$\frac{2}{2} \text{ ó } \frac{2}{6}$$

$$\frac{3}{9} \text{ ó } \frac{4}{7}$$

$$\frac{6}{8} \text{ ó } \frac{11}{12}$$

2) Ordena los siguientes grupos de fracciones de mayor a menor.

$$\frac{1}{4}, \frac{5}{4}, \frac{2}{4}, \frac{7}{4}$$

$$\frac{17}{13}, \frac{17}{17}, \frac{17}{8}, \frac{17}{10}$$

$$\frac{1}{4}, \frac{2}{4}, \frac{2}{4}, \frac{1}{4}$$

$$\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{10}, \frac{1}{4}$$

3) Ordena los siguientes grupos de fracciones de menor a mayor.

$$\frac{3}{11}, \frac{10}{11}, \frac{8}{11}, \frac{5}{11}$$

$$\frac{9}{18}, \frac{9}{15}, \frac{9}{19}, \frac{9}{11}$$

$$\frac{10}{11}, \frac{8}{11}, \frac{5}{11}, \frac{3}{11}$$

$$\frac{11}{11}, \frac{15}{11}, \frac{12}{11}, \frac{19}{11}$$

Nombre _____ Apellido _____

Institución Educativa _____

Grado _____ Sección _____

Hoja de Evaluación # 6

1) Empleando la representación grafica efectúa las siguientes operaciones:

$$\frac{6}{10} + \frac{2}{10} = \frac{8}{10} \quad \frac{2}{6} + \frac{1}{3} = \frac{6}{6} + \frac{2}{6} = \frac{8}{6} = \frac{4}{3} \quad \frac{3}{7} - \frac{2}{5} = \frac{15}{35} - \frac{14}{35} = \frac{1}{35}$$

2) Efectúa las siguientes operaciones en forma simbólica.

$$\frac{9}{2} + \frac{3}{2} + \frac{5}{2} = \frac{17}{2} \quad \frac{7}{8} + \frac{5}{4} - \frac{3}{9} = \frac{14}{8} + \frac{10}{8} - \frac{4}{9} = \frac{24}{8} - \frac{4}{9} = 3 - \frac{4}{9} = \frac{28}{9} \quad \frac{12}{4} - \frac{2}{4} - \frac{1}{4} = \frac{9}{4} \quad \frac{10}{3} - \frac{2}{5} - \frac{2}{9} = \frac{100}{27} - \frac{12}{27} - \frac{6}{27} = \frac{82}{27}$$

3) Resuelve los siguientes problemas.

- Si en un grupo de 9 jugadores uno sufre una lesión en un tobillo y dos tienen gripe. ¿Qué fracción del equipo estaría presente en el juego?
- Un campo tiene $\frac{2}{15}$ sembrado de maíz; $\frac{1}{9}$ de árboles; $\frac{1}{7}$ de caracas y $\frac{1}{8}$ de papas. Se desea saber la parte del campo que está sembrada.
- Alfredo colecciona barajitas. Si ha regalado primero $\frac{1}{7}$ y después $\frac{1}{5}$. ¿Qué fracción de barajitas aún le queda?

$$\frac{7}{9} - \frac{1}{9} - \frac{2}{9} = \frac{4}{9}$$

$$\frac{2}{15} + \frac{1}{9} + \frac{1}{7} + \frac{1}{8} = \frac{104}{504}$$

$$1 - \frac{1}{7} - \frac{1}{5} = \frac{24}{35}$$