UNIVERSIDAD CATÓLICA ANDRÉS BELLO
VICERRECTORADO ACADÉMICO
DIRECCIÓN GENERAL DE ESTUDIOS DE POSTGRADO
ÁREA DE HUMANIDADES Y EDUCACIÓN
Especialización en Educación: Procesos de Aprendizaje

Trabajo Especial de Grado

PROGRAMA DE INTERVENCIÓN EN ESTRATEGIAS DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS PARA MEJORAR EL APRENDIZAJE DE LA ADICIÓN Y SUSTRACCIÓN DE FRACCIONES EN ESTUDIANTES DE SÉPTIMO GRADO DE EDUCACIÓN BÁSICA

Presentado por
Pedro Manuel Silgfrido Freites
Para optar al título de
Especialista en Educación

Asesora
Patricia Peña

Ciudad Guayana, junio 2007

Reconocimientos

A Dios por darme la luz de la sabiduría.

A mi madre por darme la vida y el entendimiento para lograr mis metas.

A mi padre que en gloria esté gracia por todo.

A la Directora de la Unidad Educativa por permitirme realizar esta investigación en beneficio de la educación.

A mi asesora Patricia Peña por las orientaciones dada para la realización del trabajo.

A la Lic. Lic. Ana Toledo por todas las sugerencias dadas con respecto a la redacción del trabajo.

A mi amigo Miguel Linares por todo su apoyo incondicional desde el inicio de mi postgrado.

A todos mis hermanos y sobrinos por el apoyo dado.

Índice de Contenido

Pág.

Capítulo 1. Introducción……………………………………………………………… 1
Descripción del Contexto... 1
Escenario de Trabajo del Autor.. 3
Rol del Autor... 5
Capítulo 2. Estudio del Problema……………………………………………….. 7
Enunciado del Problema………………………………………………….. 7
Descripción del problema…………………………………………………… 7
Documentación del Problema……………………………………………….. 9
Análisis de las Causas……………………………………………………….. 10
Relación del Problema con la Literatura………………………………… 13
Capítulo 3. Anticipación de Resultados e Instrumentos de Recolección de Datos…... 40
Objetivo General…………………………………………………………….. 40
Objetivos Específicos………………………………………………………... 40
Resultados Esperados………………………………………………………... 41
Medición de los Resultados…………………………………………………. 42
Capítulo 4. Estrategia de Solución…………………………………………………… 45
Discusión y Evaluación de Soluciones……………………………………… 45
Descripción de las Soluciones Solucionadas………………………………... 52
Informa de las Acciones Tomadas………………………………………… 62
Capítulo 5. Resultados……………………………………………………………….. 65
Resultados…………………………………………………………………… 65
Discusión……………………………………………………………………….. 68
Recomendaciones…………………………………………………………….. 69
Difusión………………………………………………………………………… 70
Referencias……………………………………………………………………………… 71
Anexos
A Preprueba y Postprueba…………………………………………………….. 74
B Validación de Instrumento…………………………………………………. 80
C Guía de Problemas Sesión 1………………………………………………... 83
D Guía de Problemas Sesión 2……………………………………………….. 85
E Guía de Problemas Sesión 3………………………………………………... 87
F Guía de Problemas Sesión 4………………………………………………... 89
G Carta dirigida a los expertos para la validación del contenido mediante Juicio de expertos de la prueba de conocimiento sobre números racionales y las operaciones de adición y sustracción………………………………… 91

H Instrumento para la validación de contenidos por juicio de expertos de la Prueba de conocimiento sobre números racionales y las operaciones de Adición y sustracción…………………………………………………………. 93
I Preprueba Postprueba…………………………………………………………. 97
J Confiabilidad del Instrumento………………………………………………. 100
Tablas
1 Matrícula de estudiantes por grado y nivel (año 2006 – 2007)……………... 1
2 Cargo y Nivel Académico del Personal Directivo………………………….. 2
3 Nivel Académico de los docentes por grado………………………………... 2
4 Número de aprobados y reprobados………………………………………… 8
5 Medias, desviación estándar de la preprueba grupo control y experimental.. 66
6 Medias del pretest y postest del grupo experimental………………………. 67
7 Medias del grupo experimental y control en el postest……………………... 68

UNIVERSIDAD CATÓLICA ANDRÉS BELLO
VICERRECTORADO ACADÉMICO
DIRECCIÓN GENERAL DE ESTUDIOS DE POSTGRADO
ÁREA DE HUMANIDADES Y EDUCACIÓN
PROGRAMA DE ESPECIALIZACIÓN EN EDUCACIÓN MECIÓN: PROCESOS DE APRENDIZAJE

Programa de intervención en estrategias de resolución de problemas para mejorar el aprendizaje de la adición y sustracción de fracciones en estudiantes de séptimo grado de Educación Básica

Autor: Pedro Freites
Asesora: Patricia Peña
Fecha: junio, 2007

RESUMEN

El presente estudio se realizó en un grupo de Séptimo Grado de educación Básica de una institución educativa privada de un municipio del estado Bolívar. En dicho grupo se encontró que un porcentaje de alumnos obtuvieron un desempeño por debajo del promedio en el dominio conceptual de fracciones y la resolución de problemas de adición y sustracción de fracciones.

Para solucionar esta problemática, se estableció como objetivo determinar la efectividad de un programa de intervención en el uso de estrategias de resolución de problemas para la comprensión de las fracciones. El programa implementado se basó en la propuesta de Cruz (2000) y Polya (1965) con énfasis en el significado del lenguaje matemático, los modos en que pueden hacerse conjeturas y razonamientos para llegar a la resolución de problemas de adición y sustracción de fracciones.

Los resultados obtenidos permitieron comprobar y aceptar las hipótesis de investigación en el sentido que el uso de estrategias de resolución de problemas mejora el aprendizaje de la adición y sustracción de fracciones, así como el dominio conceptual.

Descriptores: Estrategias de Aprendizaje, Fracciones, Adición, Sustracción, Resolución de Problemas.

Capítulo 1. Introducción

Descripción del Contexto

Se realizó la investigación, en una institución privada ubicada en un municipio del estado Bolívar, que atiende los niveles de Educación Inicial, Educación Básica, Educación Media Diversificada en el área de Ciencias y Educación Profesional, con una matrícula de 851 alumnos para los años 2006 – 2007, como se muestra en la Tabla 1

Tabla 1
Matrícula de estudiantes por grado y nivel (año 2006 – 2007)

Grado	Nivel	N
Preescolar	Inicial	40
1º	Básica	40
2º	Básica	36
3º	Básica	41
4º	Básica	46
5º	Básica	40
6º	Básica	40
7º	Básica	105
8º	Básica	73
9º	Básica	103
1º Cs.	Diversificado	95
2º Cs.	Diversificado	84
1º Escuela Técnica	Profesional	35
2º Escuela Técnica	Profesional	36
3º Escuela Técnica	Profesional	37

Fuente: Departamento de Evaluación

La Unidad Educativa tiene como fin la optimización de la educación, resaltando y fortaleciendo los valores éticos, morales, patrióticos, democráticos y espirituales, brindándoles a los alumnos las herramientas necesarias para ingresar al campo de trabajo, tomando en consideración los cambios tecnológicos y las necesidades de la región y del país. Todo ello enmarcado en los principios establecidos en el ordenamiento jurídico de la República Bolivariana de Venezuela, para lograr estos objetivos La Unidad Educativa cuenta con personal directivo y docente por grado como lo muestra las Tablas 2 y la Tabla 3.

Tabla 2.
Cargo y Nivel Académico del Personal Directivo

Cargo	Nivel Académico
Directora	MSC. Educación
Subdirectora	Lic. Letras
Administradora	Lic. Administración
Coord. Pre-escolar	T.S.U. Pre-escolar
Coord. Primaria	Lic. Educación
Coord. Básica	Lic. Educación
Coord. Diversificada y Profesional	Lic. Educación
Coord. Planificación	Economista
Coord. Informática	T.S.U. Informática
Coord. Orientación	Psicólogo
Coord. de Salud	Médico
Coord. Laboratorio Clínico	Lic. Bioanalisis

Fuente: Departamento de Recursos Humanos

Tabla 3.
Nivel académico de los docentes por grado

Nivel Académico	Número de Docentes	Grado
T.S.U. Preescolar	03	Preescolar
Lic. Educ. Integral	06	1º - 6º
Lic. Educación	11	7º
Lic. Educación Ingenieros	15	8º
Lic. Educación Ingenieros	12	9º

Tabla 3 (continuación)

Nivel Académico	Números de Docentes	Grado
Lic. Educación Ingenieros	12	1º Cs.
Lic. Educación, Ingenieros	15	2º Cs.
Contadores, Administradores, Ingenieros	14	1º Escuela Técnica
Contadores Ingenieros, Lic. Turismo	14	2º Escuela Técnica
Ingenieros, Contadores, Economista	14	3º Escuela Técnica

Fuente: Departamento de Planificación

La institución objeto de estudio está edificada de la siguiente manera: veinte aulas, una cancha deportiva, dos laboratorios de biología, un laboratorio de química, un laboratorio de física, un laboratorio de refrigeración y aire acondicionado, un laboratorio de inglés, dos laboratorio de computación, un departamento de recursos audiovisuales, un laboratorio clínico, un departamento de servicio médico y odontológico, un departamento de psicología y psicopedagogía, una biblioteca y una cantina.

Escenario de Trabajo del Autor

Misión.

Dentro del contexto la unidad educativa, fieles a sus principios se trabaja con respeto, responsabilidad, honestidad, calidad, competitividad, profesionalismo, y además cuenta con personal docente con elevado nivel académico y calidad humana que tiene como misión formar ciudadanos con identidad propia socialmente comprometidos y responsablemente capaces de asumir los retos que plantea la dinámica del mundo contemporáneo.

Visión.

Ser la mejor unidad educativa formadora de recursos humanos, altamente calificados, identificada por la comunidad por su aporte al desarrollo educativo – social – económico de la región y su entorno.

Los servicios extra - académicos y culturales que hace única a esta unidad educativa, son los múltiples servicios que ofrecen a los estudiantes tales como: biblioteca, sala web, laboratorio interactivo de idiomas, laboratorio de informática, atención psicopedagógica, atención psicológica, servicio médico estudiantil, servicio de laboratorio clínico, servicio odontológico, escuela de música, escuela de deporte, cruz roja, periódico estudiantil, club de ciencia y tecnología, club de ajedrez, danzas folklórica, club de basket, recursos para el aprendizaje, centro educativo de turismo y recreación "Centur Warao", y semi – internado.

La unidad educativa imparte enseñanza en las siguientes etapas: a) educación inicial, b) primera a tercera etapa de educación básica y diversificada, también contempla las siguientes menciones: a) área de la salud que comprende laboratorio clínico, traumatología y ortopedia, b) área comercial la cual está constituida por turismo, contabilidad, informática, y c) área industrial conformada por refrigeración y aire acondicionado, haciendo un total de 851 alumnos.

Los empleados que prestan su servicio en dicha institución tienen funciones de acuerdo a su cargo: a) Directora, b) Sub-directora, c) Administradora, d) Coordinadores : primaria, básica, diversificada y profesional ,planificación, evaluación, informática, bienestar estudiantil, preescolar, laboratorio clínico, e) Médico, f) Odontólogo, g) Psicopedagoga, h) tres asistentes administrativos, i) tres secretarias, j) una recepcionista, k) cuatro señora de limpieza, m) jefe de mantenimiento, n) 26 docentes, ñ) un vigilante.

Dentro de la estructura organizativa de la institución, la Coordinación de Planificación está bajo la responsabilidad del investigador de este trabajo, que tiene como función hacer seguimiento al fiel cumplimiento de los planes y programas académicos, de tal manera que se implanten mecanismos de mejora continua del proceso de enseñanza y aprendizaje en todos los niveles educativos de la organización, manteniendo las estadísticas de los procesos que permitan una efectiva toma de decisiones.

El Rol del Autor

Las funciones que realiza el autor del presente estudio en la organización son las siguientes:

1. Hacer cumplir las políticas, estrategias y procedimientos en materia académica.
2. Fijar la metodología y los parámetros necesarios para llevar acabo el seguimiento y la evaluación de los planes y programas educativos a fin de detectar debilidades y establecer las mejoras correspondientes.
3. Supervisar la aplicación del programa a las diferentes unidades, dependencias para el logro de los objetivos trazados.
4. Proponer estrategias para mejorar el rendimiento cualitativo y cuantitativo en materia académica, tales como seminarios, cursos y tallares.

5. Realizar reuniones periódicas con los docentes de las diferentes áreas, para establecer estrategias de enseñanza y aprendizaje, para mejorar el rendimiento académico de los alumnos en los diferentes grados, especialmente en la asignatura de matemática.

En el trabajo, el investigador tiene conocimiento de la importancia y necesidad de revisar las estrategias de aprendizaje utilizadas por los alumnos, con el objetivo de que los estudiantes se sientan altamente motivados y comprometidos con su aprendizaje, permitiendo que sean capaces de asumir su responsabilidad con claro conocimiento de su misión como el de mejorar su rendimiento académico, desde inicio hasta el final en relación a la resolución de problemas de adición y sustracción de números racionales, en estudiantes de séptimo grado de educación básica de la institución.

Con el fin de que el proceso de aprendizaje contribuya al desarrollo cognitivo de los alumnos y de su formación, potenciando capacidades y destrezas básicas como la observación, representaciones, interpretación de datos, análisis, síntesis, valoración, aplicación, actuación razonable, entre otros.

Capítulo 2. Estudio del Problema

Este capítulo está dividido en cinco secciones que se relacionan entre sí y que tienen como propósito proporcionar al lector una comprensión completa del problema objeto de estudio. Estas secciones son: a) enunciado del problema, b) descripción del problema, c) documentación del problema, d) análisis de las causas y e) relación del problema con la literatura.

Enunciado del Problema

El problema a resolver en este practicum fue incrementar la habilidad para resolver problemas de adición y sustracción de números racionales, en estudiantes de séptimo grado de Educación Básica, perteneciente a una institución educativa privada, mediante el entrenamiento en el uso de estrategias de resolución de problemas.

Descripción del Problema

El problema del bajo rendimiento de los estudiantes de séptimo grado en cuanto a la resolución de problemas de adición y sustracción de números racionales, se manifiesta de la siguiente manera: los alumnos no dominan los contenidos de la asignatura, tales como: a) definición y clasificación de los números racionales, b) amplificación y simplificación de fracciones, c) operaciones de adición y sustracción de números racionales con igual y diferente denominador, d) problemas combinados. Los resultados que se obtuvieron en los alumnos de séptimo grado del período escolar 2006 – 2007, en cuanto al nivel de dominio de los contenidos mencionados anteriormente fue a través de una prueba diagnóstica aplicada por los profesores de matemática, las cuales arrojaron los siguientes resultados: 20%, 22,5%, 28%, respectivamente, (datos suministrados por el Departamento de Evaluación de la institución educativa). Por otro lado, se encontró que los estudiantes no conocían correctamente las siguientes enunciados: la mitad de, el doble de, un tercio de, dos tercios de, dos y un tercio de.

Loa resultados obtenidos anteriormente mediante la aplicación de la prueba diagnóstica determinaron que los alumnos tenían fallas en los siguientes factores: a) poca preparación de los estudiantes, b) la no utilización de variedad de estrategias por parte de los alumnos, para el aprendizaje de fracciones, c) el tipo de ejercicios que realizaron los estudiantes, d) poca motivación de los alumnos hacia la asignatura, e) manejo del lenguaje matemático por parte de los estudiantes.

A partir de estos resultados, llama la atención, la observación realizada por el Departamento de Evaluación de la unidad educativa en relación a los resultados obtenidos por los alumnos de séptimo del período escolar 2006 - 2007 en el área de matemática, específicamente en el tema de números racionales. Tales resultados se muestran en la Tabla 4.

Tabla 4
Número de aprobados y reprobados

Secciones	Nº Alumnos	Aprobado	
		Nº	%
7º A	40	8	20
7º B	40	9	22,5
7º C	25	7	28

Como se muestra en la Tabla 4, el porcentaje de alumnos reprobado superó a los estudiantes aprobados en la resolución fracciones de adición y sustracción de números racionales, estos resultados se obtuvieron mediante la aplicación de una prueba escrita que contenía preguntas relacionadas con definición, amplificación y simplificación de fracciones, adición y sustracción de números racionales con igual y diferente denominador, problemas combinados y resolución de problemas, dicha evaluación se aplicó a los alumnos de séptimo grado de la Unidad Educativa, la cual arrojo las siguientes conclusiones: a) errores en los cálculos, planteo y resolución de ecuaciones, b) no verificación de resultados parciales o totales que se manifiesta en desconexión entre lo analítico y lo gráfico, respuestas consecutivas entre sí y no comprobación de que los resultados obtenidos satisfagan la o las ecuaciones originales, c) empleo incorrecto de propiedades y definiciones, d) errores de lógica: justificación inadecuadas de proposiciones y uso inadecuado del lenguaje.

Documentación del Problema

Desde años anteriores la unidad educativa viene confrontando esta problemática, y no se han tomado soluciones al respecto, por lo tanto no reposa en la institución ninguna investigación o evidencias realizadas por otras personas (personal directivo, docente) sobre la problemática planteada. Debido a la permanencia del problema, el Coordinador de Planificación de la Unidad Educativa, comenzó a realizar investigaciones tales como: observaciones directa en clases, revisión, análisis de tareas, registros de docentes, actas de consejo de profesores por sección y informe por lapso, sobre la problemática para determinar las debilidades que tienen los alumnos de séptimo grado, con respecto al aprendizaje de adición y sustracción de números racionales.

Debido a estas irregularidades observadas en los alumnos que día aumenta su coyuntura, la institución ha diseñado curso intensivo de capacitación para los alumnos para mejorar sus estrategias de resolución de problemas de adición y sustracción de números racionales. Además a los docentes los han enviados a recibir cursos de entrenamientos para desarrollar nuevas estrategias de enseñanzas en cuanto a la resolución de problemas.

Análisis de las Causas

Para realizar el análisis de las causas del problema los procedimientos utilizados, fueron:

1. Las planillas de evaluación del rendimiento de los alumnos registrados por el docente de séptimo grado de Educación Básica: boletines de cada lapso, registro anecdótico y actas de entrevista con los padres y representantes.
2. Las observaciones realizadas por los docentes sobre el desempeño de los estudiantes en sus actividades normales y el rendimiento académico en las pruebas cortas y las pruebas de lapso en cuanto a la resolución de problemas de adición y sustracción de números racionales.
3. Las actas de reuniones de los docentes con los padres y/o representantes de los alumnos sobre la dinámica familiar, la formación de hábitos en casa, las posibles causas del bajo rendimiento escolar, entre otras.

Las procedencias del bajo rendimiento en cuanto a la resolución de problemas, se deben a la gran cantidad de contenidos señalados en los programas, por presione de tiempo, obliga a llegar rápidamente al resultado final sin darle suficiente tiempo al proceso. Esto supone una transmisión autoritaria del conocimiento y hace que el alumno se vea obligado a aprender abstracciones ya hechas en vez de aprender a hacerlas. En esta situación no se da la producción del conocimiento; este aspecto creador necesita de la intuición, los razonamientos heurísticos, inducciones y generalizaciones sobre la base de problemas reales. El proceso de producción de conocimientos es mucho más formativo y debe desempeñar un papel preponderante en la enseñanza.

No sólo la gran cantidad de contenidos de los programas es lo que produce esta situación, en otros casos se debe a la opinión de los profesores que creen más importante la aplicación mecánica de fórmulas en la resolución de problemas, que el análisis detenido de los mismos.

La presentación de unos contenidos desligados de otros campos del conocimiento y de la realidad que vive el alumno es otra de las causas que influyen el proceso que estamos estudiando.

Se debe desbloquear la actual aversión por la resolución de problemas, debido a una enseñanza memorística y acrítica. Es importante que el alumno adquiera seguridad en si mismo respecto a la resolución de problemas, esto puede conseguirse planteando situaciones problemas que el alumno pueda resolver mediante la reflexión, sin necesidad de abrumarlo desde un principio con técnicas y mecanismos difíciles que hacen perder el interés.

Se consultó a los docentes de séptimo grado del área de matemática. Durante la consulta con los docentes de matemática se obtuvo información relevante sobre las dificultades que habitualmente confrontan los alumnos durante su aprendizaje. Dichos profesores argumentaron que la mayoría de las dificultades que encuentran en el aprendizaje se deben a que los alumnos no están acostumbrados a leer instrucciones, volver a realizar la lectura de un problema, reflexionar sobre lo realizado, buscar datos relevantes, preguntas o usar estrategias de fracciones, entre otras acciones referidas a la resolución de problemas.

Asimismo, los profesores aducen que muchas veces los alumnos leen un enunciado casi siempre en forma incompleta y quieren tener la respuesta en forma inmediata. Si no la obtienen en pocos segundos, recurren con mucha frecuencia al docente o a un compañero que sabe resolver el problema.

Al mismo tiempo, también es muy común ver que en muchos casos los alumnos desean saber simplemente el algoritmo que permita resolver una fracción, sin preocuparse por los conceptos subyacentes o las ideas involucradas en el tema.

Al respecto, Pochulu (s/f) afirma "que muchos de los errores que los estudiantes cometen en matemática, no se deben específicamente al tema que se está desarrollando, sino a carencias de conocimientos previos que se trasladan a los nuevos contenidos que se abordan" (p. 11). Tal vez se debe aceptar que siempre habrá alumnos cerrados a las ideas, a quienes sólo les interesa aprobar estudiando y sabiendo lo indispensable, y habrá que motivarlos, por lo tanto, con las pequeñas tareas que realizan.

Por otra parte, los recursos o medios utilizados por los estudiantes, los objetivos, el tiempo y el espacio determinado son factores que deben ser tomados en cuenta en el estudio de este problema.

Durante las entrevistas con los profesores de matemática fue posible obtener información relevante sobre los errores que habitualmente cometen los alumnos durante el proceso de aprendizaje.

Así, los profesores de matemática expresaron que los errores más frecuentes de sus alumnos se encuentran cuando:

1. Aplican la regla de los signos de la multiplicación al efectuar sumas y resta de fracciones.

2. La suma de fracciones la realizan como una suma de naturales, sumando los numeradores entre si y los denominadores entre si.

3. Asumen que el denominador de una fracción divide sólo a uno de los sumandos del numerador.

4. Dividen números racionales aplicando el algoritmo de la multiplicación.

5. Simplifican fracciones dividiendo al numerador y denominador por números distintos.

6. Asocian que un decimal periódico se obtiene, en todos los casos, como una fracción cuyo numerador es igual al número sin la coma y con su período truncado o expresando la parte entera como numerador y el período como denominador.

7. Establecer equivalencias entre expresiones decimales periódicas y fraccionadas.

Con respecto a los profesores, se observó es que no se encuentran suficientemente preparados para mejorar sus estrategias de enseñanza. Esto se evidenció en las planificaciones diarias de la asignatura de matemática, plan de evaluación, las supervisiones hechas en clases y planificaciones de lapso, en las cuales se reflejó que existen insuficiencias en la elaboración y aplicación de estrategias para resolver ejercicios y problemas.

Relación del Problema con la Literatura

Resolución de Problema.

Cruz (2000) señala que las estrategias para resolver problemas se refieren a las operaciones mentales utilizadas por los estudiantes para pensar sobre la representación de las metas y los datos, con el fin de transformarlos en metas y obtener una solución. Para esto el alumno previamente debe haber desarrollado las habilidades y destrezas referidas al lenguaje corriente y al lenguaje matemático. Otras habilidades referidas a la información que permite tener los datos necesarios para llegar a la solución del problema. Por otra parte, existen habilidades que se refieren al conocimiento y manejo de las operaciones y las últimas habilidades de razonamiento, puesto que en la resolución de problemas matemáticos la solución se obtiene mediante el razonamiento y el descubrimiento de relaciones entre sus datos.

Entre las operaciones mentales que intervienen en el razonamiento cuando se resuelve un problema se encuentran las siguientes:

1. Identificar los componentes de acuerdo con las características del enunciado.
2. Establecer las relaciones entre los componentes para intentar la solución.
3. Distinguir el todo y las partes.
4. Lograr entender la relación que hay entre el todo y las partes.
5. Recordar conocimientos y aplicar estrategias cognoscitivas que permitan hacer comparaciones con problemas anteriormente resueltos.

En el área particular de la matemática, Polya (1965) propuso un método heurístico: una series estrategias, agrupadas en cuatro conjuntos, destinadas a dirigir los procesos mentales que conducían a la solución de problemas. Tales estrategias se manejaban principalmente mediante la consideración de preguntas que debería hacerse el solucionador del problema para cada uno de los pasos del proceso. Las estrategias propuestas fueron las siguientes.

1. Para comprender el problema.

Para comprender el problema, Polya (1965) sugirió responder las preguntas: " ¿Cuál es la incógnita?; Cuáles son los datos?; ¿Cuál es la condición (que relaciona los datos y la incógnita)?; ¿Es suficiente la condición para determinar la incógnita?" (pp. 29-30). La finalidad fue estudiar la compatibilidad, suficiencia y unidad de la incógnita, los datos y las condiciones del problema, luego de determinarlos con exactitud.

2. Para concebir un plan.

De acuerdo con Polya (1965), la esencia de la solución de un problema estuvo en la concepción de una idea brillante, el solucionador del problema puede valerse de varios métodos que le permitió aprovechar su conocimiento previo, tales como: a) la analogía, consideración de un procedimiento ya aplicado en casos similares, b) la especialización, consideración de un procedimiento válido en un conjunto de casos diferentes, dentro de los que se reconoció el problema a resolver, c) la generalización, consideración de un procedimiento ya aplicado en algún caso que se comprendió como subtipo del problema presente, d) descomposición y recomposición del problema, división del problema en varios problemas menos complejos que aquél, visualizando cómo solución consecutiva de los mismos llevó a la solución original.

3. Para la ejecución del plan.

Ya ideado el plan de solución, la tarea estante consistió en ejecutarlo adecuadamente. Para ello Polya (1965) se fundamentó en una sola estrategia: verificar cada paso; asegurarse intuitiva o formalmente de que cada decisión y operación es correcta.

4. Visión retrospectiva del trabajo efectuado.

Luego que, mediante la ejecución del plan, se dio respuesta a la incógnita del problema, al solucionador Polya (1965) le conviene convencerse de que el procedimiento ha sido el correcto y derivó de él un aprendizaje para futuros casos.

Para asegurarse de la corrección de la solución y afianzar los conocimientos adquiridos, Polya propuso al solucionador las siguientes preguntas: "¿Puede verificar el resultado?; ¿Puede verificar el razonamiento?; ¿Puede obtener el resultado de un modo distinto?; ¿Puede utilizar el resultado o el método para resolver algún otro problema?" (p. 35).

Schoenfeld (1985), a partir de los planteamientos de Polya (1965), propuso actividades de resolución de problemas que se pueden llevar a cabo en el aula, con la finalidad de propiciar situaciones semejantes a las condiciones que los matemáticos experimentan en el proceso de desarrollo de resolución de problemas. Su modelo de resolución abarca los siguientes pasos: Análisis, Exploración y Comprobación de la Solución y puede aplicarse a problemas matemáticos y algebraicos.

Entre los estudiosos más serios de la resolución de problemas podemos citar a Woods, y colaboradores (1979) adoptando los pasos de Polya, descubrieron que los estudiantes tenían ciertas debilidades comunes al resolver problemas, y que a menudo la verdadera razón para no poder resolverlo era el no contar con habilidades o capacidades necesarias para hacerlo. Ellos distinguieron algunos elementos o prerrequisitos necesarios para que los estudiantes puedan resolver problemas, por lo que es conveniente tenerlos en cuenta cuando se trata de enseñarles a hacerlo. Dichos prerrequisitos incluyen:

a) Conocimientos básicos de la temática manejada.

b) Factores de experiencia memorizados.

c) Habilidades de comunicación.

d) Habilidades de trabajo en equipo.

e) Habilidades de agrupamiento.

f) Habilidades para analizar, sintetizar, tomar decisiones y generalizar.

g) Motivación.

h) Habilidad para usar una estrategia en la resolución de problemas.

En vista de la situación detectada, Woods y colaboradores plantearon la necesidad de modificar y enriquecer lo que se estaba haciendo al respecto. Para ello propusieron introducir la resolución de problemas como asignatura para incrementar la habilidad del alumno de su propio proceso de resolución de problemas, identificar e internalizar en él algunas estrategias para resolver problemas y, eventualmente, para ayudarle a desarrollar sus propias estrategias, desarrollar habilidades al aplicar la estrategias mencionadas, ayudarle a identificar y desarrollar cualidades personales y preferenciales que afectan su capacidad para resolver problemas, así como desarrollar habilidades de aprendizaje, creación, análisis, generalización y simplificación.

A raíz de sus experiencias al tratar de desarrollar habilidades para resolver problemas, Woods y otros (1975) recomendaron lo siguiente:

a) Intensificar y relacionar el método seguido con una estrategia general de resolución de problemas.

b) Establecer estímulos y reforzadores para la actividad adecuada del estudiante.

c) Relacionar cualquier tip sobre resolución de problemas (por ejemplo, cálculo de orden de magnitud), con los problemas que los estudiantes tienen que resolver como tarea.

Un gran número de estudios ha mostrado que los buenos resolutores de problemas se caracterizan por disponer de un conjunto de estrategias generales o heurísticas que guían su acción y que les ayudan a superar las dificultades que van encontrando durante el proceso de resolución. Estas formas de actuación son más o menos constantes en la resolución de problemas difíciles para el resolutor y en los cuales no se domina el contenido específico del problema (Polya, 1945; Puig, 1993; & Schoenfeld, 1985).

Este hecho ha propiciado un conjunto de investigaciones tales como la de (Andres, 1986; Dijkstra, 1991; Hayes, 1981; Mayer, 1981; Schoenfeld, 1985; y Wallas, 1926) que, a partir de la observación y el estudio detallado de las diferentes acciones que realizan los expertos cuando resuelven problemas desconocidos o de una cierta dificultad, extraen las acciones y los procesos uniformes, constantes y generales que sirven para construir un modelo ideal o una actuación competente e resolver problemas. En estos modelos se definen un conjunto de procedimientos, habilidades y competencias necesarias para resolver un problema que, posteriormente, es estructura en etapas o fases que facilitan su enseñanza y aprendizaje.

Partiendo de estos estudios, se destaca, en primer lugar, el modelo Ideal Bransford, & Stein (1986; cp. Sanuy, 2001), un método instruccional que ha seguido de manera fiel la propuesta de Polya (1945). El programa ideal desarrollado por Bransford y Stein (1987), basado en cinco fases:

a) Identificar el problema.

b) Definir y presentar.

c) Explorar distintas estrategias.

d) Actuar de acuerdo con las estrategias.

e) Logros, observación y evaluación.

El programa ideal tuvo como técnica el “replanteamiento del problema”, que se ha incluido en la etapa de “comprensión”, con el fin de animar al niño a que encuentre soluciones en las situaciones de bloqueo, mediante el enfoque divergente del problema, es decir, a través de verlo desde ángulos o puntos de vista distintos.

Otras estrategias incluidas en el sistema son la “descomposición del problema en otros más pequeños”, que llevan al niño a modularizar los proyectos o lo que es lo mismo a realizar super y subprocedimientos, y la “búsqueda de soluciones” por medio de ensayo – error, que se pone en marcha cuando el proyecto inicial no funciona y el niño tiene que modificarlo en la fase de “comprobación”.

El modelo tiene secuencia teórica, que se concreta en dos fases práctica en función de la edad, nivel y capacidad de abstracción y razonamiento de los niños. La secuencia completa se compuso de la siguiente forma:

a) Comprensión: lectura atenta y comprensiva, dibujo mental o escrito del problema, replanteamiento para buscar nuevas perspectivas.

b) Planificación: recorrer la secuencia del problema hasta el final, buscando y anotando soluciones. Recordar problemas parecidos, descomponer en problemas más pequeños, si es preciso.

c) Programación: poner en práctica la mejor solución, teniendo muy presente la partición de la misma en soluciones más simple. Depurar el procedimiento antes de finalizarlo.

d) Comprobación: ejecutar y ver si el resultado es correcto. Modificar si sale mal, ver otras posibles soluciones, haya salido bien o mal.

e) Conclusiones: hacer una autoevaluación mental o escrita del proceso. Sacar conclusiones que puedan servir en el futuro.

El modelo tiene como finalidad su aplicación en las distintas etapas educativas (básica y diversificada), se ha subdividido la secuencia completa en dos fases diferenciadas. En ningún caso debe ser intención del maestro que se aprendan de memoria los distintos apartados que componen las fases de resolución de problemas por las que van pasando, al contrario, se trata de que siga unas pautas secuenciales que les lleven a encontrar soluciones rápidas e ideales.

La aplicabilidad el modelo se desarrollo en un aula de cuarto grado de Educación Primaria en un colegio público andaluz, el estudio estuvo orientado a encontrar las dificultades que tenía los alumnos en la resolución de problemas.

Para esto el maestro colocó ante los alumnos una ficha en la que estaban escritas una serie de fases de resolución de problemas: Comprensión, Planificación, Programación, Comprobación, Conclusiones. A continuación, animo a los alumnos a seguir la secuencia, al mismo tiempo que el maestro añadía recursos en cada fase:

a) intentar comprender mejor el problema y, si es necesario, replantearlo hasta llegar a tener una idea exacta de lo que se pide.

b) Planificar de forma que entren en juegos recordar problemas parecidos y descomponer en partes.

c) Programar, es decir, plantear las operaciones del problema y depurar, si es preciso.

d) Comprobar, ejecutar el problema y ver otras posibles soluciones.

e) Conclusiones, es la autoevaluación escrita del proceso y sacar conclusiones.

Para concluir, se afirmo que el modelo es útil para trabajar, y al mismo tiempo facilita la estructuración del pensamiento del niño para aplicar las estrategias aprendidas a otros campos del pensamiento distintos. Su inclusión dentro de la programación de aula puede ser eficaz en la facilitación del niño de tareas específicas para encontrar soluciones de forma fácil, eficaz y, sobretodo, en una línea creativa que se complementan mutuamente y propician un clima distinto dentro del aula, un clima que posibilita un nuevo planteamiento o enfoque del área de las matemáticas.

En segundo lugar, los modelos de Lester y Schoenfeld (1985; cp. Sanuy, 2001), los cuales toman como punto de partida las estrategias heurísticas de Polya pero incorporan la enseñanza – aprendizaje de estrategias metacognitivas de planificación, de regulación y de control del proceso de resolución. De este modo, se diseñaron situaciones de enseñanza – aprendizaje que incorporen la toma de decisiones del alumno sobre los procedimientos más adecuados y su secuenciación para dar respuesta a las características de una tarea concreta y evitar el aprendizaje lineal y algorítmico.

El modelo se aplico a 60 alumnos de tercer curso de enseñanza secundaria obligatoria (ESO) del instituto de secundaria IES Ronda de la ciudad de Lleida. Los alumnos pertenecieron a un nivel sociocultural medio – bajo.

El estudio se realizó en tres fases o momentos: evaluación inicial, intervención o realización de la propuesta didáctica durante un trimestre de clase (30 horas de clase, aproximadamente) y evaluación final. Las pruebas de evaluación inicial y final consistieron en la resolución de siete problemas sobre proporcionalidad, cinco de los cuales se resolvieron individualmente y dos en pareja. La formación de las parejas de alumnos para realizar la propuesta didáctica y las pruebas de evaluación se realizaron a partir de la puntuación obtenida en la resolución individual de los cinco problemas de la prueba de evaluación inicial. Se agruparon a los alumnos en tres tipos de parejas: homogéneas altas, homogéneas bajas y heterogéneas.

La corrección de las pruebas de evaluación inicial y final se realizo con una pauta en la que se detallan los criterios de evaluación de cada problema. Cada problema tenía una ponderación de 0 a 1. Para garantizar la fiabilidad de la corrección de las pruebas, el 25% de éstas han sido corregidas por un sistema de dos jueces. El análisis estadístico de los resultados obtenidos por los dos jueces se realizó mediante la prueba estadística de correlación de Pearson. La finalidad entre los dos jueces fue muy alta: las correlaciones se situaron entre 0,86 y 1.

Los resultados obtenidos en referencia al nivel de aprendizaje después de realizar la propuesta didáctica fueron muy positivas, se realizo una comparación de medias aplicando una t – student de SPPS y se observo un incremento estadístico significativo respecto al nivel de aprendizaje inicial, tanto en la resolución individual de problemas ($t\ (1{,}59) = 8{,}93$; $p = 0{,}00$) como en la resolución de problemas en pareja ($t\ (1{,}59) = 5{,}65$; $p = 0{,}00$). Este resultado permitió afirmar que las características de la propuesta didáctica incidieron positivamente en el proceso de aprendizaje de los alumnos.

Si bien la mejora del proceso de resolución de problemas de los alumnos a partir de la enseñanza de las estrategias generales o heurísticas es ampliamente reconocida por la investigación especializada en este campo, también se ha cuestionado la manera en que esta enseñanza se ha puesto en práctica. En ese orden de ideas se ha recalcado que las estrategias generales propuestas por Polya (1945, 1965) no pueden permitir o facilitar por sí solas la resolución correcta de problemas por parte de los alumnos, ya que éstos requieren una formación más poderosa, que se nutra de diversos componentes estratégicos cognitivos, metacognitivos, sociales y afectivos, íntimamente relacionados con la gran diversidad de factores asociados a la enseñanza y aprendizaje (Sanuy, 2001).

Los resultados del trabajo de este autor mostraron la posibilidad de mejorar las estrategias para resolver problemas de los alumnos de enseñanza secundaria obligatoria y la incidencia positiva que este aprendizaje tiene en su rendimiento en el área de las matemáticas. A pesar de ellos, fueron conscientes que para obtener mejores resultados, tanto en el rendimiento como en el aprendizaje de estrategias de resolución de problemas (tanto generales como específicos), deberían continuarse la línea de trabajo iniciada en el estudio del diseño de propuesta didácticas que versen sobre otros contenidos matemáticos.

Por otro lado, el trabajo mostró la incidencia positiva, en el aprendizaje de los alumnos, destacando que los cuatros elementos de la propuesta didáctica analizada tendrían que estar presente en el diseño de propuestas de enseñanza – aprendizaje que tenga como objetivo mejorar el proceso y las estrategias para resolver problemas matemáticos de los alumnos de enseñanza secundaria obligatoria, esto elementos son: a) contextualizar los problemas a resolver por el alumno en situaciones cotidianas de su entorno; b) utilizar métodos de enseñanza que hagan visibles las acciones para resolver un problema, proceso poco conocido desde el punto de vista del alumno; c) diseñar diferentes tipos de materiales didácticos que guíen la selección, la organización, la gestión y el control de los diferentes procedimientos para resolver un problema; d) crear espacios de discusión y de reflexión alrededor de este proceso como, por ejemplo, el trabajo en pequeños grupos o en parejas.

Entre las principales implementaciones, y a su vez aspectos a tener en cuenta en el diseño de modelos y procesos de enseñanza y aprendizaje de estrategias de resolución de problemas se destacan las siguientes: a) la importancia del conocimiento declarativo sobre el contenido específico del problema, b) el repertorio de estrategias generales y específicas que es capaz de poner en marcha el sujeto para resolver el problema concreto, c) el papel de las estrategias metecognitivas, d) la influencia de los componentes individuales y efectivos de la persona que resuelve el problema, entre los múltiples factores incluidos en esta dimensión destacan las actitudes, las emociones y las creencias sobre la resolución de un problema matemático (Sanuy, 2001).

Manouchehri (2001) propuso un modelo de cuatros fases para la enseñanza de la resolución de problemas. Este autor partió de la premisa de que los matemáticos observan los fenómenos, buscan patrones, formulan preguntas sobre sus observaciones y tratan de responderlas. Igualmente expresó que lo que los matemáticos hacen es totalmente diferente a lo que se pide a los estudiantes que hagan en sus clases de matemáticas en las instituciones educativas. En líneas generales, a los estudiantes se les presentan ejercicios y problemas bien definidos, deben utilizar algoritmos específicos para resolver los problemas y la velocidad con la cual los resuelven es percibida como una evidencia de su competencia matemática. La idea es tratar que los estudiantes se involucren en actividades semejantes a las que realizan los matemáticos. El modelo propuesto por Manouchehri (2001) combina varias estrategias y convierte el proceso de resolución de problemas en el foco de su atención.

El modelo instruccional consta de cuatros fases: 1) proposición de problemas en grupos grandes, 2) resolución de problemas en grupos pequeños, 3) discusión de los hallazgos y de los resultados en grupos grandes y 4) asignaciones y proyectos. Su autor señala que el modelo es especialmente útil para ayudar a los estudiantes a vincular y explorar tópicos ya estudiados y que puede aplicarse como una actividad de cierre de un tema o de una unidad.

En la primera fase del modelo, el docente pidió a los estudiantes que generaran preguntas sobre tópicos matemáticos ya estudiados. Las preguntas se escribieron en el pizarrón y los estudiantes las copiaron en sus cuadernos. Este proceso duró entre 10 y 15 minutos. Una vez finalizada esta sesión, el docente pidió a los estudiantes que trabajaran en grupos pequeños de acuerdo con su selección de las preguntas generadas. En esta fase, los grupos debieron trabajar en la resolución de los problemas planteados en la primera fase. Al finalizar la fase tercera, siguió una discusión a la cual se incorporaron todos los estudiantes. En esta fase, compartieron sus hallazgos, sus resultados y su trabajo con los otros miembros de la clase. En la cuarta fase, se pidió a los estudiantes que seleccionaran los problemas propuestos en la primera fase y que trabajaran en ellos como tarea o como proyecto especial. El docente supervisó el trabajo y el progreso de sus estudiantes pidiéndoles que expusieran sus hallazgos en la cartelera del salón de clases.

Adicionalmente, Manouchehri consideró que el modelo ofrecía la oportunidad para promover el pensamiento y el discurso en forma similar a como lo hacían los matemáticos. La creación de un ambiente de clase de esta naturaleza requiere que el docente le dedique tiempo a ayudar a los estudiantes a adquirir destrezas para la generación y la resolución de problemas, habilidades de comunicación que les permitan trabajar productivamente en grupos pequeños y grandes y las destrezas necesarias para mantener una actitud favorable hacia la resolución de problemas.

Montague (2002) desarrolló un programa instruccional para la enseñanza de la matemática denominado “Resuélvelo”. En este programa, basado en resultados de diversas investigaciones, los docentes enseñaban, de manera explícita, los procesos y las estrategias propias de la resolución de problemas matemáticos. A los alumnos se les enseñara a:

1. Leer el problema. Cómo leer los problemas matemáticos, incluyendo el uso de estrategias de comprensión del enunciado de los problemas como, por ejemplo, la focalización en la información importante, el desarrollo de vocabulario matemático y el reconocimiento de cuándo no comprenden las relaciones entre los términos matemáticos y los conceptos cuantitativos expresados en el problema.
2. Parafrasear. Cómo enunciar el problema en sus propias palabras para darle significado.
3. Visualizar. Cómo elaborar una representación o construir una imagen mental del problema.
4. Elaborar hipótesis sobre las soluciones del problema. Cómo decidir el número de operaciones necesarias para resolver el problema, seleccionar y ordenar estas operaciones y traducir la información en ecuaciones y algoritmos correctos.
5. Estimar la respuesta. Cómo entrarse en el tipo de resultado, por ejemplo el número de metros en vez de centímetros y cómo predecir la respuesta utilizando la información en el problema y la ruta hacia la solución.
6. Calcular. Cómo recordar los procedimientos correctos para utilizar los algoritmos y los hechos numéricos necesarios para tener precisión.
7. Chequear el problema. Cómo chequear el proceso de resolución para asegurarse que han comprendido el problema, que lo han representado adecuadamente, que han seleccionado una vía de solución apropiada y que han resuelto el problema correctamente.

En este programa, los estudiantes también aprendían estrategias metacognoscitivas que pudieran aplicar en cada paso. Estas incluían:

1. Enunciar en voz alta o para sí mismo lo que el problema les está pidiendo que hagan.
2. Preguntarse si comprenden el problema.
3. Chequear su progreso.

Las estrategias metacognoscitivas los ayudaron a tener acceso al conocimiento estratégico, les ofrecieron lineamientos para aplicar estrategias cognoscitivas y contribuyeron a regular el uso de estas estrategias y su ejecución en general.

Montague (2002) señaló que cada día los individuos encuentran problemas que requieren de la Matemática para resolverlos. La cuestión esta en como se puede ayudar a los estudiantes a convertirse en sujetos expertos solucionadotes de problemas.

Desde hace aproximadamente diez años esta autora se ha dedicado a examinar las dificultades que confrontan los estudiantes cuando resulten problemas matemáticos. Los resultados de sus estudios han evidenciado que la resolución de problemas eficientes y efectiva, depende de la habilidad de los estudiantes para seleccionar y aplicar procesos y estrategias cognoscitivas y metacognoscitivas que les permiten comprender, representar y resolver los problemas.

Otra propuesta relevante ha sido el programa de Iniciación a la Matemática basado en la Resolución de Problemas (PIMRP), el cual estaba dirigido a estudiantes de la primera etapa de Educación Básica en España y fue diseñado por González del Pino (1986, 1911).

Desde el punto de vista teórico, el PIMRP se basó en los fundamentos de la

Psicología Cognoscitiva y, particularmente, en los supuestos del enfoque de Procesamiento de la Información y en los aportes de la Psicología soviética sobre los procesos de representación en el niño. Por ello, los conceptos claves son contexto problemático, problema, resolución de problemas, pensamiento matemático, esquema lingüístico de interacción, entre otros.

Desde el punto de vista curricular, el programa respondía a una visión de cómo iniciarse en el aprendizaje de la Matemática y en la didáctica de esta disciplina. El propósito de este programa fue “conducir de acuerdo con el perfil evolutivo del niño, con relación a la génesis y desarrollo del conocimiento matemático, la construcción del pensamiento matemático” (González Ramírez, 2000, p.179). En función de este propósito, el PIMRP adoptó una estructura curricular basada en la resolución de problema, la cual permite guiar el proceso de enseñanza y de aprendizaje. Esta metodología se articuló con el Esquema Lingüístico de Interacción (ELI), el cual se convirtió en “un instrumento mediador basado en la interacción social dentro del aula y en el lenguaje como herramienta conceptual que posibilita partir del conocimiento del estudiante antes de iniciarse en la enseñanza obligatoria” (p.180)

De acuerdo con González Ramírez (2000), el programa se desarrolló en doce unidades de aprendizaje y cada una de ellas gira alrededor del logro de unos objetivos generales y específicos basados en unos contenidos y unas actividades. Los contenidos del programa estaban estructurados en nueve áreas: resolución de problemas, composición de números naturales, las horas, composición de números fraccionarios, medición de magnitudes, geometría, ángulos, sistemas de numeración, operaciones y cálculo.

Cada unidad de aprendizaje se iniciaba con la resolución de problemas. Desde el inicio del programa se trabajaban en paralelo los programas de juntar (sumar), quitar (restar) y repartir (dividir). Luego se realizaban las actividades complementarias propuestas en el programa. La resolución de problemas y las actividades se estructuraban en niveles de complejidad creciente. Las diferencias establecidas entre las unidades de aprendizaje en el área resolución de problemas se basaban en los siguientes aspectos (González Ramírez, 2000):

1. La naturaleza de los problemas (gráficos, mixto y escrito).
2. El nivel de representación de los problemas (posesión o pertenencia de un objeto/valor o medida de objetos concretos).
3. La numeración con la que se trabaja.
4. La información ofrecida en el enunciado del problema.
5. El tipo de enunciado utilizado.
6. La estructura semántica de los problemas.

Desde la perspectiva metodológica, González Ramírez (2000) señaló que los elementos claves del programa son:

> la atención más a los procesos que a los resultados, la importancia de la interacción verbal como base de la construcción del conocimiento matemático, el análisis y la reflexión metacognoscitiva sobre la resolución de los problemas, la estructura cíclica de las unidades de aprendizaje, el profesor como elemento mediador en el proceso de resolución de problemas y, finalmente, la utilización del Esquema Lingüístico de Interacción válido para todos los problemas del programa (p.181)

Esta autora realizó un estudio evaluativo del PIMRP en dos instituciones educativas en Sevilla, España. La recolección de los datos se basó en la observación del proceso de resolución de problemas durante todo un año escolar en función de las fases planteadas en el programa y en los indicadores establecidos para cada fase.

Los factores observados en el aula durante el desarrollo del PMIRP fueron los siguientes: la planificación de la tarea para comprenderla, el control de las actividades durante el proceso de resolución, el tipo de representación efectuada sobre el problema propuesto, el nivel de motivación hacia la tarea.

González Ramírez (2000) concluyó que el PMIRP para niños y niñas de la primera y la segunda etapas de la Educación Media evidenció resultados satisfactorios en los estudiantes sometidos a entrenamiento. Estos resultados pudieron apreciarse tanto en el desarrollo del proceso de resolución de problemas, en la consecución de los objetivos del programa como en los indicadores cualitativos estimados por los profesores que lo administraron. Los resultados globales indicaron que hubo un incremento real en el rendimiento en Matemática de los sujetos participantes en el programa; sin embargo, debe considerarse más como un instrumento que facilita la construcción del pensamiento matemático que de incremento de conocimiento matemático.

Montague (2002) señalo que cada día los individuos encuentran problemas que requieren de la Matemática para resolverlos. La cuestión está en cómo se puede ayudar a los estudiantes a convertirse en sujetos expertos solucionadores de problemas.

Desde hace aproximadamente diez años, esta autora se ha dedicado a examinar las dificultades que confrontan los estudiantes cuando resulten problemas matemáticos. Los resultados de sus estudios han evidenciado que la resolución de problemas, eficientes y efectiva, depende de la habilidad de los estudiantes para seleccionar y aplicar procesos y estrategias cognoscitivas y metacognoscitivas que les permiten comprender, representar y resolver los problemas.

Fracciones.

En cuanto a las fracciones, De León y Fuenlabrada (1996), señalan que la enseñanza de las fracciones es una de las tareas más difíciles para los docentes. Dicha dificultad se manifiesta en el alto porcentaje de niños que fracasan en aprender este concepto.

Uno de los aspectos que determinan el fracaso, es la pobreza conceptual que se maneja en la práctica escolar. Se sabe que la enseñanza prioriza el significado del fraccionamiento de la unidad así como el dominio en las reglas de cálculo, dejando de lado una gran variedad de situaciones que están vinculadas con el significados de las fracciones. Algunos ejemplos de situaciones que no son debidamente aprovechadas en la instrucción son: los problemas de reparto, de comparación, de medición y de transformación de medidas.

Otro elemento que explica el fracaso es la ignorancia, por parte de los profesores, tanto de los esquemas de conocimiento que necesitan los alumnos para darle significado a las fracciones, como de los modelos de conocimiento implícito de los alumnos sobre las fracciones. Más aun los docentes plantean a los estudiantes de manera prematura el uso del lenguaje convencional y los algoritmos sin reconocer que se necesitan ciertos esquemas (de partición, de equivalencia, conservación del área, etc) para darle sentido al lenguaje simbólico y las reglas de cálculo. Los saberes así aprendidos sólo sirven en el contexto escolar y no funcionan como herramientas para resolver problemas (De León y Fuenlabrada, 1996).

Los números fraccionarios son una estructura de una riqueza y complejidad que encuentran aplicaciones en una multiplicidad de contextos: la ciencia, la técnica, el arte y la vida cotidiana. En cada uno de estos contextos las fracciones se presentan con una diversidad de significados. Este estudio se apoya en el análisis y clasificación de Kieren (1980; 1983) sobre los racionales.

Kieren afirma que la expresión simbólica a / b puede modelar cuatro significados o ideas matemáticas: medida, cociente, operador multiplicativo y razón, agrega un quinto significado la relación parte – todo, pero señala que éste se puede encontrar presente en los cuatros significados, al identificar en cada contexto la unidad y sus partes correspondientes.

Garduño (2002), manifiesta que el alumno está influido por el uso que se le da a las fracciones en la vida diaria. Es por eso que en ámbito escolar la palabra fracción forma parte de un lenguaje relativamente familiar. A pesar de eso, al oír las pláticas de los estudiantes dentro y fuera de clase se aprecia que utilizan esporádicamente pocas expresiones en las que aparecen las fracciones.

El uso cotidiano que se le da a las fracciones realmente es muy poco: un medio, un tercio, un cuarto y tres cuartos son los términos más usuales; dos tercios, un quinto, un octavo, se utilizan menos. El campo de aplicación de cada fracción se va reduciendo considerablemente, a excepción de un medio, que es de uso universal; por ejemplo: media estrada, a mitad de camino, a mitad de precio, etcétera.

Hay que tener presente que las fracciones están asociadas a contextos tan diversos como la unidades del Sistema Métrico Decimal (SMD) (medio kilo, tres cuartos de litro, etc.), período temporales (un cuarto de hora, media hora, etc.), Situaciones de reparto o descuento (la tercera parte de la ganancia), (Garduño, 2001)

En la actualidad se debe prestar especial interés a lo que una persona piensa sobre su propia actuación como profesor de matemática, en este caso, sobre las fracciones y su proceso enseñanza – aprendizaje, ya que en cierta medida estas formas de pensar determinan cómo se transforma la información teórica en recursos prácticos y didácticos.

De una u otra forma se conoce el término fracción y según el concepto que se tiene de él se transmite a los alumnos y se acerca a las definiciones más acertadas posible. Pero independientemente del trabajo que se haga en el aula, deben plantearse algunas preguntas que pueden surgir cuando se trabajan (enseñan, transmiten, acercan, laboran, etc.) las fracciones.

Hoy en día, una gran mayoría de profesores comparte la idea de que existen muchas dificultades para que los estudiantes aprendan las fracciones, sobre todo en los niveles elementales. La intención es proponer algunas situaciones didácticas que ayuden a resolver en parte la labor de los profesores en el aula con respecto a la interpretación de las fracciones.

En concreto, desarrollar el concepto de fracción con todas sus relaciones e interpretaciones en el ámbito escolar conlleva un proceso a largo plazo. Esto es, cuando se tanga en mente desarrollar en los alumnos secuencias de enseñanza – aprendizaje de las nociones de fracciones y sus interpretaciones. (Garduño, 2001). De una u otra forma se conoce el término fracción, y de acuerdo con el concepto que se tiene de ella, se transmite a los estudiantes y se les acerca a las definiciones más reales que sea posible, pero de manera independiente del trabajo que se haga en el salón de clase deben plantearse algunas preguntas que pueden surgir cuando se trabajan (enseñan, transmiten, acercan, laboran, etc.) las fracciones

Como una propuesta didáctica, los principios que deben regir la enseñanza de las fracciones, según (Streeflan, 1984; cp. Garduño, 2002) son:

1.- Lo importante es la construcción de las operaciones con las fracciones por los propios alumnos. Construcción que debe basarse en las propias actividades del alumno, como: estimación, desarrollo del sentido del orden y tamaño.

2. Valorar las actividades de los alumnos, así como los medios y procedimiento que utilicen para resolver problemas, aunque difieren de la formalidad propia de la materia.

3. Que el alumno sea capaz de formular sus propias reglas y generalizaciones para adquirir su conocimiento.

4. Se debe utilizar los saberes previos del alumno como base para empezar la secuencia de la enseñanza de fracciones (ideas relativas a mitades, tercios, cuartos, etc., los procesos básicos de dividir, repartir…).

5.- Buscar situaciones de compra - venta y ordenación en las que los alumnos construyan procedimiento de solución por medio de procesos de dividir, ordenar, medir, componer.

6. Utilización de modelos de apoyo (regiones o segmentos, recta numérica, tablas de razones…) y situaciones problemática (de la vida diaria) que sirvan de puente entre las situaciones problemáticas en diferentes contextos y el trabajo numérico.

Una manera de abordar los números racionales es a través del conocimiento previo de razones. En la actualidad, las fracciones en primaria no son vistas como números sino como porciones de unidades y razones. Así, en la secundaria se debe madurar del concepto de fracción al concepto racional como número. (Sanabria, 2005).

Los estudiantes en primaria manipulan las fracciones, las representan gráficamente, las ubican en la recta numérica y las escriben en notación decimal, además conocen la noción de fracciones equivalentes. Todos estos conocimientos, que ya poseen el estudiante, permiten abordar el concepto de número racional positivo con los cuadros gráfico y numérico.

En el cuadro gráfico, se puede partir del hecho que dos fracciones son equivalentes si representan la misma cantidad. La idea es que antes de introducir los racionales, el estudiante manipule correctamente las fracciones. Así, se inicia considerando la fracción a/b, con a y b enteros positivos, como la porción que se obtienen al dividir cada unidad en “b” partes y tomar “a” de esas partes.

Para abordar las nociones intuitivas de la fracción como cociente, se partieron de los estudios realizados por Kieren (1984,1985 & 1988), quien señala que el significado de cociente está ligado a situaciones de reparto equitativo de cierto número de objetos, entre un número determinado de personas. Asimismo, Kieren (1984) sostiene que dicho contenido semántico y el constructo de medida son de naturaleza aditiva, por lo que ambos contrastan fuertemente con los significados de razón y de operador, dado el carácter eminentemente multiplicativo de éstos; tal reconocimiento presenta una proyección hacia el aula y el profesor, dado que señala inequívocamente qué significados deben respaldar, por un lado, a la adición y la sustracción de fracciones, y por otro lado, a la multiplicación y la división de dichos números.

Por otro lado Wilson & Dalrymp (1973; cp. Fey, 1980) llevaron a cabo una investigación sobre los usos sociales y comerciales de las fracciones. Determinaron que: "La nesidad de manejar con solvencia las fracciones en la vida ordinaria se limita a las mitades, tercios, cuartos y doceavos… la resta de fracciones se presentan raramente… la división casi nunca aparece… Por otro lado, la constancia del bajo rendimiento conceptual y la poca destreza computacional con fracciones lleva a cuestionarse el nivel apropiado para su enseñanza.

En este punto, Freudenthal (1994) llegó a decir que: Las fracciones complicadas y las operaciones con ellas son invenciones del maestro que sólo pueden entenderse a nivel superior. Por otra parte, autores como Joy y Cable (1981) defendieron la permanencia de las fracciones apoyándose en que las operaciones como la multiplicación y división de decimales sólo podrán entenderse correctamente si se saben las correspondientes operaciones con fracciones.

Dienes (1970) señaló, que la aplicación de sus principios de variabilidad matemática sobre la enseñanza de las fracciones decimales en la introducción del número racional, para que sea bien entendidas por nuestros alumnos es necesario que tomen conciencia de la existencia de otras fracciones, de las que la decimal es un caso particular.

Kieren (1975) ve en las fracciones un fundamento para las relaciones algebraicas posteriores, y consideró que la comprensión de los números racionales es básica para el desarrollo y control de las ideas matemática. En concreto, desarrollar el concepto de fracciones con todas sus relaciones e interpretaciones en el ámbito escolar conlleva un proceso da largo plazo. Esto es, cuando se tenga en mente desarrollar en los alumnos secuencias de enseñanza y aprendizaje de las nociones de fracciones y sus interpretaciones, hay que tener presente: a) las muchas interpretaciones, b) el proceso de aprendizaje a largo plazo.

También existe un largo proceso desde el primer contacto intuitivo de los niños con las fracciones (relaciones parte – todo, mitades, tercios) hasta afianzar el conocimiento algebraico asociado a las fracciones.

Peled y Segalis (2005), en el estudio que realizaron sobre sustracción generalizada, animaron a los niños que abstrajeran principios matemáticos haciendo conexiones entre los procedimientos. Los niños a partir de 2 clases del sexto grado (N= 58) solucionaron y explicaron ejemplo de la sustracción en tres diversos dominios del número (números enteros, las fracciones, y los decimales), en la resolución de problemas los alumnos solucionaron problemas de nueva sustracción, compararan los procedimientos, principios de la sustracción. Cuarenta por ciento de los niños podrían identificar las semejanzas procesales y podían abstraer principios generales de la sustracción.

Otro grupo recibió la instrucción específica - dominio sin conexiones entre los dominios. Los resultados demostraron que siguiendo tras la instrucción, los niños construyeron un esquema general de la sustracción. Estos niños mejoraron adentro conocimiento conceptual y en solucionar problemas de la transferencia. Este estudio se centro en los procedimientos de la sustracción que demuestran como el conocimiento procesal puede ser utilizado con conexiones y la abstracción al servicio como base para mejorar conocimiento conceptual. Demostraron también que en la mayoría de las escuelas de Israel los procedimientos (estándares) tradicionales son enseñado explícitamente. Algunos profesores se centran más que otros en la atadura conceptual del conocimiento al conocimiento procesal.

Esta idea condujo a buscar condiciones que promueven la abstracción del conocimiento bajo, creando una red más general del conocimiento llamado el esquema. De acuerdo con éstos facilitaron conexiones identificando las estructuras relacionadas para los estudiantes, dirigiéndolos para abstraer un esquema general, y usando varios dominios del número. Eligieron procedimientos que podrían ser conectados porque todos fueron basados en los mismos principios. Inglés y Halford (1995), discutieron estos procedimientos y concluyeron que las dificultades de los niños provenían de la carencia de conexiones entre los procedimientos del cómputo y relevante conocimiento conceptual.

Sugirieron la fabricación de conexiones entre el procedimiento en fracciones y el procedimiento en los decimales, escribiendo verticalmente de modo que ellos realizaran operaciones paralelas del número entero.

Otra estrategia implica las cantidades móviles (reagrupación) entre las partes del minuendo, procedimiento de reagrupación convencional de la sustracción para los números enteros, decimales, y las fracciones (mezcladas).

Laborea y Pattison (1996), realizaron una investigación diseñada a explorar la posibilidad de diversas formas conceptual de comprensión fracción – común que no podían ser identificada y que tales formas se podían asociar a diferentes soluciones de problemas de fracción.

En el estudio 1, 100 estudiantes de séptimo y octavo grado preguntaron acerca del diagrama representativo de cinco fracciones (1/4, 2/5, 1/2, 2/3, 4/3). La referencia fue determinada por los dibujos relevantes de principios matemáticos. Independiente del grado o de la convención de dibujo usado, la suficiencia de referencia fue encontrada para ser relacionada con el resultado del problema, sugiriendo que los estudiantes reflejen su comprensión sobre las fracciones. En el estudio 2, 150 estudiantes de 7 a 9 grado dibujaron el diagrama de seis fracciones (1/4, 3/4, 2/5, 1/3, 4/3. 5/3), atribuyeron la conveniencia de un sistema grande de representación visual analogías (diagrama) de fracciones comunes, y finalizando con los resultados de los problemas sobre fracciones. La tarea del juicio de la analogía fue diseñada para identificar la gama de las interpretaciones de fracciones; es decir, para reconocer posible sistemas subyacentes para las interpretaciones de fracciones. La demostración de los resultados de (1) en base a sus juicios, los estudiantes pueden ser asignados a una pequeña cantidad de modelos mentales teóricamente defendibles de la comprensión de la fracción que varían adentro la sotisficación, y (2) es una relación fiable entre los estudiantes, modelos mentales, la calidad de los dibujos, y su capacidad para resolver problemas. Ambos estudios apoyan la demanda de producciones de los estudiantes y los juicios de suficiencia de referencia de analogías de fracciones, la cual refleja la capacidad conceptual y procesal de los estudiantes en resolver problemas de fracción.

Capítulo 3. Anticipación de Resultados e Instrumentos de Recolección de Datos.

Esta sección incluye las siguientes partes: a) Objetivo general y específicos, b) resultados esperados o hipótesis, c) medición de resultados.

Objetivo General y Objetivos Específicos

Objetivo General

Mejorar el aprendizaje de la adición y sustracción de números racionales en alumnos de Séptimo Grado de Educación Básica perteneciente a una institución escolar privada del Estado Bolívar, mediante la implementación de un programa de intervención basado en el uso de estrategias de resolución de problemas.

Objetivos Específicos.

1. Determinar el nivel de rendimiento de los estudiantes de séptimo grado de una escuela privada en cuanto a resolución de problemas de adición y sustracción de números racionales mediante la aplicación de una preprueba para el grupo experimental y el grupo control.
2. Diseñar un programa de entrenamiento, basado en el uso de estrategias de resolución de problemas de adición y sustracción de números racionales de séptimo grado de educación básica.
3. Aplicar el programa de entrenamiento en estrategias de resolución de problemas de adición y sustracción de números racionales a los alumnos de séptimo grado de una escuela privada.
4. Determinar el nivel de rendimiento de los estudiantes de séptimo grado de una escuela privada en el conocimiento de adición y sustracción de números racionales después del ser aplicado el programa de entrenamiento, a través de una postprueba.

5. Determinar si hay diferencias estadísticamente significativas entre los promedios de la preprueba y posprueba en los alumnos de séptimo grado entrenados en el programa.

6. Determinar si hay diferencias estadísticamente significativas entre los promedios de la preprueba y posprueba de los alumnos del grupo experimental y del grupo control.

7. Establecer la eficiencia del programa de entrenamiento en la estrategia de resolución de problemas de adición y sustracción de números racionales en alumnos de séptimo grado de una escuela privada.

Resultados Esperados

En este practicum se tiene como hipótesis las siguientes:

Hipótesis de Investigación:

1. Los alumnos del grupo experimental y control presentan igualdad de condiciones en cuanto al conocimiento de resolución de problemas de adición y sustracción de números racionales medido a través del preprueba.

2. La aplicación del programa de intervención en la estrategia de resolución de problemas de adición y sustracción de fracciones en los alumnos de séptimo grado de una escuela privada, influye en el rendimiento de los mismos en la postprueba con respecto a la preprueba a un nivel de significativo de α: 0,005.

3. Existe diferencia estadísticamente significativa del rendimiento de los alumnos del grupo experimental en la postprueba con respecto al grupo de control.

Hipótesis Nulas:

1. La aplicación del programa de intervención en la estrategia de aprendizaje de adición y sustracción de números racionales en los alumnos de séptimo grado de una

escuela privada, no influye en el rendimiento de los mismos en la postprueba con respecto a la preprueba.

2. No se evidencia diferencias estadísticas significativas en el rendimiento de los alumnos del grupo experimental en la postprueba con respecto al grupo control.

Variable Independiente

La variable independiente del estudio fue el Programa de entrenamiento en la estrategia de resolución de problemas. Este programa consistió en un conjunto de actividades didácticas dirigidas al aprendizaje y aplicación de los números racionales como estrategia de resolución de problemas en el área de adición y sustracción, la aplicación de esta estrategia ayuda al estudiante a adquirir los conceptos y algoritmos para resolver problemas de adición y sustracción de fracciones.

El programa se desarrolló en cinco talleres de tres horas académicas cada uno, donde el instructor enseño explícitamente la utilización de la estrategia en diversos textos de matemática, proporcionó práctica guiada hasta lograr el desempeño autónomo en el uso de la estrategia por parte de los estudiantes.

Variable Dependiente

Nivel de rendimiento en el área de adición y sustracción de números racionales: se entiende por nivel de rendimiento al desempeño de los alumnos en la postprueba sobre suma y resta de fracciones, adición y sustracción con igual denominador y diferente denominador, medidas en número de respuestas correctas obtenidas.

Medición de los Resultados

Para medir los resultados del estudio se diseño una prueba sobre resolución de problemas de adición y sustracción de números racionales que se utilizó como pretest y postest (ver anexo A), para esta prueba se tomó como dimensiones de contenido: a) definición, b) clasificación de las fracciones, c) amplificación y simplificación de fracciones, d) adición y sustracción de números racionales, e) adición y sustracción con igual denominador y diferente denominador, f) Problemas combinados de adición y sustracción de números racionales.

La prueba diseñada consistió en un instrumento de lápiz y papel donde el alumno debía suministrar la información que poseía sobre adición y sustracción de números racionales. La misma estuvo conformada por tres partes: 1) datos del alumno, 2) instrucciones para contestarlo y 3) desarrollo, el cual consta de 20 ítems de selección simple con cuatro posibles respuestas, una correcta y tres distractores, donde los alumnos debían marcar con "x" el literal de la respuesta que consideraban correcta y cuatro ítems sobre resolución de problemas. Este instrumento se diseño sobre la base de 20 puntos, es decir 1 punto por cada ítems

El procedimiento utilizado para determinar la validez de la congruencia entre las especificaciones y los ítems de la prueba fue el denominado "Juicio de Expertos" (ver anexo B), el cual se aplicó de la siguiente manera: se seleccionaron dos profesores de matemáticas de profesión ingenieros con 6 años de experiencia en el área, para que actuaran como evaluadores, cada profesor emitió sus observaciones con respecto a la prueba. El análisis de los resultados se obtuvo a trevés de un instrumento con unas series de ítems y valoraciones, que permitió concluir que la prueba satisfació los requerimientos técnicos de congruencia entre especificaciones e ítems.

Con la finalidad de determinar la confiabilidad de este instrumento, se realizó una prueba piloto donde participaron 40 alumnos de séptimo grado de otra sección de la escuela con características cognitivas, económicas y sociales similares. Los datos obtenidos en esta prueba fueron procesados estadísticamente a través del programa SPSS versión 10.0 con la utilización del Coeficiente de Confiabilidad Alfa de Cronbach. Este estadístico reportó un r = 0,866 como consta en el informe de la prueba piloto, según Kerlinger (2001) este resultado permite afirmar que el instrumento es confiable ya que tiene una alta consistencia.

Capítulo 4. Estrategias de Solución

El capítulo presentado consta de tres partes, la primera referida a la discusión y evaluación de soluciones, en el cual se revisó la literatura para la obtención de soluciones diseñadas a partir de otros estudios relacionados con la investigación planteada y así tomar los aportes más relevantes para estructurar el programa que se plantea como intervención. En la segunda parte se describe la solución que se implementó para el aprendizaje de resolución de problemas de adición y sustracción de números racionales. La última parte informa de las acciones tomadas, se enuncian detalladamente la implementación del programa.

Discusión y Evaluación de Soluciones.

El problema a resolver en este practicum fue mejorar el aprendizaje de la adición y sustracción de números racionales, en un grupo de estudiantes de séptimo grado de Educación Básica, pertenecientes a una institución educativa privada de un municipio del Estado Bolívar mediante el entrenamiento en el uso de estrategias de resolución de problemas.

El debate sobre la enseñanza de estrategias de aprendizaje en las últimas décadas de siglo XX y los primeros años del presente siglo, ha permitido crear líneas de investigación en el área de resolución de problemas matemáticos. En este sentido, autores como Cruz (2000), Manouchehri (2001), Polya (1965), Schoenfeld (1985) y Woods (1979) han propuesto resolver a través de investigaciones, problemas de aprendizaje cuya solución se relacionan al entrenamiento y uso de estrategias de resolución de problemas. Estas investigaciones se tomaron como referentes para realizar este estudio.

Cruz (2000) señala que las estrategias para resolver problemas se refieren a las operaciones mentales utilizadas por los estudiantes para pensar sobre la representación de las metas y los datos, con el fin de transformarlos en metas y obtener una solución. Para esto el alumno previamente debe haber desarrollado las habilidades y destrezas referidas al lenguaje corriente y al lenguaje matemático.

Entre las operaciones mentales que Cruz (2000) menciona para resolver un problema se encuentran las siguientes:

1. Identificar los componentes de acuerdo con las características del enunciado.
2. Establecer las relaciones entre los componentes para intentar la solución.
3. Distinguir el todo y las partes.
4. Lograr entender la relación que hay entre el todo y las partes.
5. Recordar conocimientos y aplicar estrategias cognoscitivas que permitan hacer comparaciones con problemas anteriormente resueltos.

Por su parte Polya (1965) ha propuesto un método heurístico: una serie estrategias, agrupadas en cuatros conjuntos, destinadas a dirigir los procesos mentales que conducían a la solución de problemas. Tales estrategias se manejaban principalmente mediante la consideración de preguntas que deberían hacerse el solucionador del problema para cada uno de los pasos del proceso. Las estrategias propuestas son las siguientes:

1. Para comprender el problema.

Para comprender el problema, Polya (1965) sugirió responder las preguntas: “ ¿Cuál es la incógnita?; Cuáles son los datos?; ¿Cuál es la condición (que relaciona los datos y la incógnita)?; ¿Es suficiente la condición para determinar la incógnita?” (pp. 29-30). La finalidad fue estudiar la compatibilidad, suficiencia y unidad de la incógnita, los datos y las condiciones del problema, luego de determinarlos con exactitud.

2. Para concebir un plan.

De acuerdo con Polya (1965), la esencia de la solución de un problema estuvo en la concepción de una idea brillante, el solucionador del problema puede valerse de varios métodos que le permitió aprovechar su conocimiento previo, tales como: a) la analogía, consideración de un procedimiento ya aplicado en casos similares, b) la especialización, consideración de un procedimiento válido en un conjunto de casos diferentes, dentro de los que se reconoció el problema a resolver, c) la generalización, consideración de un procedimiento ya aplicado en algún caso que se comprendió como subtipo del problema presente, d) descomposición y recomposición del problema, división del problema en varios problemas menos complejos que aquél, visualizando cómo solución consecutiva de los mismos llevó a la solución original.

3. Para la ejecución del plan.

Ya ideado el plan de solución, la tarea restante consiste en ejecutarlo adecuadamente. Para ello Polya (1965) se fundamentó en una sola estrategia: verificar cada paso; asegurarse intuitiva o formalmente de que cada decisión y operación es correcta.

4. Visión retrospectiva del trabajo efectuado.

Examinar detalladamente la solución obtenida, para asegurarse de la corrección de la solución y afianzar los conocimientos adquiridos, Polya le propone al solucionador las siguientes preguntas: "¿Puede verificar el resultado?; ¿Puede verificar el razonamiento?; ¿Puede obtener el resultado de un modo distinto?; ¿Puede utilizar el resultado o el método para resolver algún otro problema?" (p. 35).

Schoenfeld (1985), a partir de los planteamientos de Polya (1965), propuso actividades de resolución de problemas que se pueden llevar a cabo en el aula, con la finalidad de propiciar situaciones semejantes a las condiciones que los matemáticos experimentan en el proceso de desarrollo de resolución de problemas. Su modelo de resolución abarca los siguientes pasos: Análisis, Exploración y Comprobación de la Solución y puede aplicarse a problemas matemáticos y algebraicos.

Entre los estudiosos más serios de la resolución de problemas podemos citar a Woods, quien junto con otros (1979) adoptando los pasos de Polya, descubrieron que los estudiantes tenían ciertas debilidades comunes al resolver problemas, y que a menudo la verdadera razón para no poder resolverlo era el no contar con habilidades o capacidades necesarias para hacerlo. Ellos distinguieron algunos elementos o prerrequisitos necesarios para que los estudiantes puedan resolver problemas, por lo que es conveniente tenerlos en cuenta cuando se trata de enseñarles a hacerlo. Dichos prerrequisitos incluyen:

a) Conocimientos básicos de la temática manejada.

b) Factores de experiencia memorizados.

c) Habilidades de comunicación.

d) Habilidades de trabajo en equipo.

e) Habilidades de agrupamiento.

f) Habilidades para analizar, sintetizar, tomar decisiones y generalizar.

g) Motivación.

h) Habilidad para usar una estrategia en la resolución de problemas.

En vista de la situación detectada, Woods y los otros autores plantearon la necesidad de modificar y enriquecer lo que se estaba haciendo al respecto. Para ello propusieron introducir la resolución de problemas como materia, incrementar la captación del alumno de su propio proceso de resolución de problemas, identificar e internalizar en él algunas estrategias para resolver problemas y, eventualmente, para ayudarle a desarrollar sus propias estrategias, desarrollar habilidades al aplicar la estrategias mencionadas, ayudarle a identificar y desarrollar cualidades personales y preferenciales que afectan su capacidad para resolver problemas, así como desarrollar habilidades de aprendizaje, creación, análisis, generalización y simplificación.

A raíz de sus experiencias al tratar de desarrollar habilidades para resolver problemas, Woods y otros (1975) recomendaron lo siguiente:

a) Intensificar y relacionar el método seguido con una estrategia general de resolución de problemas.

b) Establecer estímulos y reforzadores para la actividad adecuada del estudiante.

c) Relacionar cualquier paso sobre resolución de problemas (por ejemplo, cálculo de orden de magnitud), con los problemas que los estudiantes tienen que resolver como tarea.

Manouchehri (2001) propuso un modelo de cuatros fases para la enseñanza de la resolución de problemas. Este autor partió de la premisa de que los matemáticos observan los fenómenos, buscan patrones, formulan preguntas sobre sus observaciones y tratan de responderlas. Igualmente expresó que lo que los matemáticos hacen es totalmente diferente a lo que se pide a los estudiantes que hagan en sus clases de matemáticas en las instituciones educativas. En líneas generales, a los estudiantes se les presentan ejercicios y problemas bien definidos, deben utilizar algoritmos específicos para resolver los problemas y la velocidad con la cual los resuelven es percibida como una evidencia de su competencia matemática. La idea es tratar que los estudiantes se involucren en actividades semejantes a las que realizan los matemáticos. El modelo propuesto por Manouchehri (2001) combina varias estrategias y convierte el proceso de resolución de problemas en el foco de su atención.

El modelo instruccional consta de cuatros fases: 1) proposición de problemas en grupos grandes, 2) resolución de problemas en grupos pequeños, 3) discusión de los hallazgos y de los resultados en grupos grandes y 4) asignaciones y proyectos. Su autor señala que el modelo es especialmente útil para ayudar a los estudiantes a vincular y explorar tópicos ya estudiados y que puede aplicarse como una actividad de cierre de un tema o de una unidad.

En la primera fase del modelo, el docente pidió a los estudiantes que generaran preguntas sobre tópicos matemáticos ya estudiados. Las preguntas se escribieron en el pizarrón y los estudiantes las copiaron en sus cuadernos. Este proceso duró entre 10 y 15 minutos. Una vez finalizada esta sesión, el docente pidió a los estudiantes que trabajaran en grupos pequeños de acuerdo con su selección de las preguntas generadas. En esta fase, los grupos debieron trabajar en la resolución de los problemas planteados en la primera fase. Al finalizar la fase tercera, siguió una discusión a la cual se incorporaron todos los estudiantes. En esta fase, compartieron sus hallazgos, sus resultados y su trabajo con los otros miembros de la clase. En la cuarta fase, se pidió a los estudiantes que seleccionaran los problemas propuestos en la primera fase y que trabajaran en ellos como tarea o como proyecto especial. El docente supervisó el trabajo y el progreso de sus estudiantes pidiéndoles que expusieran sus hallazgos en la cartelera del salón de clases.

Adicionalmente, Manouchehri consideró que el modelo ofrecía la oportunidad para promover el pensamiento y el discurso en forma similar a como lo hacían los matemáticos. La creación de un ambiente de clase de esta naturaleza requiere que el docente le dedique tiempo a ayudar a los estudiantes a adquirir destrezas para la generación y la resolución de problemas, habilidades de comunicación que les permitan trabajar productivamente en grupos pequeños y grandes y las destrezas necesarias para mantener una actitud favorable hacia la resolución de problemas.
En resumen las investigaciones consultadas proporcionaron elementos definitorios para formular estrategias de aprendizaje para la resolución de problemas de adición y sustracción de números racionales, que les proporcionen bases conceptuales a los estudiantes de séptimo grado de educación básica, para mejorar su desempeño en la asignatura de matemática.

Muchos de los autores citados anteriormente se han preocupado por descubrir estrategias para resolver problemas, ya que son necesarias para que los esfuerzos finalicen en forma eficiente con la solución del problema. Que dichas estrategias promuevan la creatividad, o no, dependerá de la relación que sé de entre la persona que pretende resolver el problema, el tipo de problema y el proceso de resolución del mismo.

Los autores sobre las cuales versara la solución del problema son (Cruz, 2000) y (Polya ,1965) manifiestan que la resolución de problemas matemáticos es una habilidad cognitiva que se desarrolla y se aprende mediante la práctica, también plantean que para adquirir habilidades en la solución de problemas matemáticos hay que resolver problemas.

Descripción de las Soluciones Seleccionadas

Para lograr superar la situación problema descrita en este estudio se elaboró un programa de intervención sobre el uso de estrategias para la resolución de problema de adición y sustracción de números racionales por estudiantes de séptimo grado de educación básica, perteneciente a una institución educativa privada.

El programa se fundamenta en una concepción cognitiva del aprendizaje, en este sentido se escogieron dos modelos didácticos para el diseño de las sesiones de clase. Uno de ellos es el de las operaciones mentales (Cruz, 2000), y el método heurístico (Polya, 1965).

Las razones por las cuales se eligieron estos dos autores se debe a que la enseñanza por resolución de problema pone el énfasis en los procesos de pensamiento, en los procesos de aprendizaje y toma los contenidos matemáticos, cuyo valor no se debe en absoluto dejar a un lado, como campo de operaciones privilegiado para la tarea de hacerse con formas de pensamiento eficaces.

Propósito

El programa de intervención tiene como propósito fundamental propiciar el aprendizaje y uso de estrategias para la resolución de problemas de adición y sustracción de números racionales por estudiantes de séptimo grado de Educación Básica, perteneciente a una institución educativa privada.

Objetivo General del Programa

Al terminar la instrucción los alumnos aplicarán estrategias de resolución de problemas para la adición y sustracción de números racionales.

Descripción del Programa

La administración del programa se desarrolló en cinco sesiones de clase de tres horas académicas cada una (45 minutos) distribuidas en una sesión semanal. Los materiales utilizados se centraron en textos de matemáticas de séptimo grado de los siguientes autores Brett (1999) y Gonzàlez (2000). En las próximas líneas se describen cada sesión de clase.

Sesión 1: NÚMEROS RACIONALES. Definición y clasificación.

OBJETIVOS:

- Reconocer los números fraccionarios como elementos del conjunto de los números racionales.
- Conocer la clasificación: propias, impropias, positivas, negativas, nula de las fracciones.

CONTENIDOS:

- Definición de los números racionales.
- Clasificación de fracciones: propias, impropias, positivas, negativas, nulas.

ACTIVIDADES DIDÁCTICAS

Introductorias – Presentación: Mediante una conversación dirigida el docente comienza la sesión en relación a los números racionales. Para ellos define la fracción como una expresión de la forma a/b donde a y b son naturales y además b # 0. Además escribe un problema en la pizarra para que los alumnos lo relacionen con el quehacer diario: Los números fraccionarios surgen como una necesidad en la vida de todos los días del hombre ¿Cuándo se requieren? Escoge la respuesta correcta a) Cuando se necesita ser medida, b) Cuando alguien se encuentra en el supermercado y pide tres cuartos de kilogramos de verdura, c) Cuando en un cumpleaños la torta ha de ser dividida en partes iguales para que todos coman la misma cantidad, d) En todos los casos anteriores. Una vez presentado los objetivos de la sesión el docente suministra los materiales necesarios (ver anexo C).

Desarrollo Didáctico: El desarrollo comienza con la presentación oral y escrita de varios problemas referentes a fracciones y clases de fracciones con diferentes alternativas, donde el alumno elegirá la respuesta correcta, los estudiantes resolverán los problemas utilizando las estrategias comunes que hay entre Cruz (2000) y Polya (1965). Tales pasos son los siguientes: a) Identificar y comprender los componentes del problema, b) Establecer y concebir un plan para intentar la solución, c) Ejecución del plan y estrategias para lograr el desarrollo completo del problema, d) Visión retrospectiva del trabajo efectuado para lograr entender la relación entre todos los componentes del problema.

A) ¿Cuántos minutos hay en media hora?

a) 60 minutos

b) 40 minutos

c) 30 minutos

B) ¿Cuáles son y como se llaman en a/b, las letras a y b?

a) Superior – Inferior

b) Numerador – Denominador

c) Dividendo – Numerador

C) Cual de las siguientes fracciones es propia

a) 6/14

b) 15/34

c) 3/3

D) Cual de las siguientes fracciones es nula

a) 2/9

b) 7/7

c) 0/5

Práctica guiada y verificación: El docente le entrega a los alumnos una guía con una serie de problemas para resolverlo en el aula (ver anexo C). De manera individual los alumnos resuelven los problemas, hacen observaciones y lo presentan al profesor. El docente realiza un feeback de las actividades realizadas enfatizando la pertinencia de conocer y usar los números racionales.

EVALUACIÓN

Basándose en la solución de los problemas planteados en el anexo C, el docente puede determinar el nivel de compresión alcanzado por los alumnos en la estrategia usada. Los problemas que los alumnos generen pueden complementar la evaluación, teniendo en cuenta el nivel de dificultad, las soluciones planteadas y los parámetros establecidos con anterioridad para la ejecución de los problemas.

Sesión 2. Amplificación y Simplificación de Fracciones.

OBJETIVO

Aplicar las reglas para amplificar y simplificar fracciones.

CONTENIDOS:

- Amplificación de fracciones.
- Simplificación de fracciones.

ACTIVIDADES DIDÁCTICAS

Introducción – Presentación: Las actividades comienza con el dialogo entre el instructor y los alumnos sobre lo tópicos tratados en la sesión anterior. El docente explica los conceptos de amplificación y simplificación de fracciones como se muestran a continuación.

Amplificación de Fracciones.

Para encontrar una fracción equivalente con otra puedes multiplicar el numerador y el denominador por el mismo número (amplificar la fracción). Ese número no puede ser cero.

Simplificación de Fracciones.

Esta operación consiste en dividir el numerador y el denominador por un divisor común. La fracción resultante será una fracción equivalente a la fracción dada.

Una vez expuesto ambos conceptos el docente escribe en la pizarra un problema para aplicar la teoría de lo estudiado anteriormente:

Ejemplo: El tanque de gasolina de un automóvil tiene una capacidad de 120 litros. Si el marcador de gasolina señala que hay 3/4 litros de gasolina en el tanque. a) ¿Cuántos litros tiene el tanque?. b) ¿Cuántos litros le faltan para llenarlo?

Desarrollo didáctico: El docente realiza problemas sobre estos tópicos. Se presentan dos ejemplo uno de amplificación (De un tanque de agua que tiene 350 litros, se ha sacado 4/5 litros de agua. ¿Cuántos litros quedan?) y de simplificación (Un estudiante recibe Bs. 130.000 y gasta 3/4 en comida y 2/4 en libros. a) ¿Cuánto gasto en comida?, b) ¿Cuánto gasto en libros?, c) ¿ Cuánto le quedo?.) y la relación jerárquica entre ellos. El profesor presenta tres láminas donde se observan los pasos que pueden utilizarse para la realización de problemas de amplificación y simplificación de fracciones, los alumnos observan y responden a preguntas directas para realizar los pasos mencionados anteriormente.

Práctica guiada: El docente presenta una guía de ejercicios (ver anexo D), los alumnos leen la guía y aplicarán los pasos anteriormente mencionado, recordar conocimientos y estrategias cognoscitivas que permitan hacer comparaciones con problemas anteriormente resueltos, para realizar los diferentes problemas de amplificación y simplificación de fracciones. En todo momento el docente debe formular preguntas de comprobación y metacognitivas que ayuden a los alumnos a focalizar el aprendizaje efectuado.

EVALUACIÓN

La evaluación se efectúa en la medida que los alumnos realice los ejercicios propuestos en el anexo D.

Sesión 3: OPERACIONES CON NÚMEROS RACIONALES.

OBETIVO

Al finalizar la sesión de clase los alumnos deben:

- Resolver operaciones básicas de adición y sustracción de números racionales.

CONTENIDOS

- Adición con igual y diferentes denominadores.
- Sustracción con igual y diferente denominador.

ACTIVIDADES.

Introductoria – Presentación: El docente comienza la sesión explicando la adición y sustracción de fracciones. Para sumar las fracciones a/b y c/d se procede de la siguiente forma: a/b + c/d = a x d + c x b/b x d y para restar las fracciones a/b y c/d se procede de la siguiente manera: a/b - c/d = a x d – c x b/d x b. Los problemas que se plantearon para aplicar los pasos de la adición y sustracción fueron los siguientes: a) Una modista requiere las cantidades de tela que se indican para su trabajo cojín 225/2 cm. cortina 400/3 cm. forro 6705/2 cm. Las que se formulan con respeto al problema son las siguientes: ¿Cuánta tela necesita la modista para hacer un cojín y un forro?, ¿Cuánta tela necesita para coser una cortina y un cojín?, ¿Cuánta tela necesita para coser una cortina y un forro?, ¿Cuánta tela necesita para hacer dos cortinas y tres cojines? Los problemas descritos anteriormente se realizaron siguiendo los pasos de Polya (1965) y Cruz (2000) formulando las preguntas respectivas como se hicieron en la sesión 1 y 2

Exposición didáctica: Brevemente el docente señala la historia de los números racionales y la importancia de estos en los avances de la humanidad. El docente organiza la clase, suministra un texto que debe ser leído silenciosamente y asigna la realización de problemas los cuales deben ser presentado en el pizarrón, se le recuerda seguir los pasos ejercitado e ir comprobando la pertinencia de lo realizado, el texto trata sobre actividades de matemáticas de Brett y Suárez (1999).

Práctica independiente: Cada alumno debe leer completamente el texto y luego proceder a realizar los ejercicios manejados en el mismo. El docente debe ir comprobando en cada alumno la ejecución conciente de la estrategia y la pertinencia de los conceptos y así como sus relaciones.

Retroalimentación: Los alumnos deben exponer en el pizarrón los problemas realizados con el texto, el instructor formula preguntas que conlleven a la reflexión sobre la realización de los ejercicios, los otros estudiantes exponen sus observaciones de las producciones del alumno expositor. Al final el docente realizan unas preguntas para que los alumnos realicen un cierre de los efectuado y del tema de adición y sustracción de igual y diferentes denominadores de números racionales.

EVALUACIÓN.

El docente suministra una guía (ver anexo E) que debe ser respondida de manera individual por los alumnos. Tipo de evaluación formativa y de comprobación.

Sesión 4: OPERACIONES CON NÚMEROS RACIONALES

OBJETIVOS

Al finalizar la sesión de clase los alumnos deben

- Resolver operaciones de adición y sustracción con números racionales.

CONTENIDOS

- Adición con igual y diferentes denominadores
- Sustracción con igual y diferentes denominadores.

ACTIVIDADES

Introducción – presentación: La clase comienza con un resumen de la sesión anterior por parte de un alumno voluntario, el docente formula preguntas para comprobar los conocimientos adquiridos y la importancia del uso de la estrategia de aprendizaje para resolver problemas de adición y sustracción de fracciones. Se presenta los objetivos del encuentro. El docente instructor escribe en la pizarra varios problemas de adición y sustracción de fracciones con igual y diferentes denominadores. Los alumnos observan los problemas y el docente pide que se establezcan semejanzas y diferencias entre los problemas observados. Por medio de participación espontánea se concluyen sobre las diferencias y semejanzas de los problemas observados.

Los problemas escritos en la pizarra sobre adición y sustracción de fracciones con igual y diferentes denominadores, donde el alumno aplicarán los pasos de Cruz (2000) y Polya (1965) son los siguientes: a) María compra en el mercado 8/5 kilogramos de carne, 5/2 kilogramos de arroz y 9/4 kilogramos de azúcar. ¿Cuántos kilogramos ha comprado?, b) Un agricultor sembró 1/7 del terreno con tomates y 5/7 de café. ¿Qué cantidad de terreno sembró?, c) Olga compró 13/4 Kg. de queso. Usó 11/4 para el postre y el resto para rallar sobre la pasta. ¿Cuánto usó para rallar sobre la pasta?, d) Un terreno tiene 40 hectáreas, vende 2/5 y siembran 3/4 del resto. ¿Cuánto queda?.

Exposición didáctica y actividades de ejercitación: Los alumnos en forma individual leen un texto de manera silenciosa. Sobre la base de los conceptos e información contenida en este texto realizan los problemas de adición y sustracción con igual y diferentes denominadores que deben explicar en plenaria.

Práctica independiente: Los alumnos deben leer su texto y seleccionar los problemas más importantes que deben solucionar, el docente chequea que este proceso se realice de manera reflexiva. A continuación los estudiantes construyen su problema y lo explican en plenaria. Posteriormente a la ejecución del problema, a cada alumno se les suministra una serie de ejercicios para que los definan, clasifiquen y señalan los elementos que lo conforman. En la plenaria los alumnos exponen sus problemas que le correspondió clasificar y analizar.

Retroalimentación: Concluida la plenaria el docente formula algunas preguntas de comprobación y realiza observaciones necesarias a las exposiciones. Se cierra la sesión con un resumen oral del docente.

EVALUACIÓN

La evaluación de esta sesión se realiza mediante la exposición de los problemas de adición y sustracción de fracciones con igual y diferentes denominadores (ver anexo F). Tipo de evaluación formativa.

Sesión 5. EJERCICIOS CONBINADOS

OBJETIVO

Al finalizar la sesión los alumnos deben:

- Resolverán problemas de adición y sustracción de números racionales.

CONTENIDOS

- Problemas de adición y sustracción de números racionales.

ACTIVIDADES

Introductoria – Presentación: Las actividades comienza con la realización de varios ejercicios por parte de los alumnos: a) En un recipiente se vierten las siguiente cantidades: 3/8; 3/4 y 1/4 de litro de agua, luego se saca 1/2 litro y después se agregan 3/4 de litro. Determinar qué cantidad de agua hay en el recipiente. Los alumnos en forma espontánea resolverán los problemas siguiendo los pasos de Polya (1965), Cruz (2000) nombrados en la sección 1 y 2, el docente anota en la pizarra las respuestas de los alumnos. Concluida esta actividad se le presenta a los alumnos el objetivo de la sesión y la metodología de trabajo.

Exposición didáctica y actividades de ejercitación: el docente presenta una serie de ejercicios: a) Un niño tiene en su alcancía 1/15 Bs. ahorrado, gasto 1/8 Bs. en helados y recibió 1/6 Bs. ¿Qué cantidad tiene ahora?, solicita a los estudiantes observar y establecer semejanzas y diferencias entre los problemas. A partir de las respuestas de los alumnos, se les orienta sobre la importancia de conocer la adición y sustracción combinadas de números racionales y de su estudio por parte de la matemática. Seguidamente los alumnos se organizan individualmente para realizar la lectura de un texto preparado por el docente sobre la combinación de adición y sustracción de números racionales.

Los alumnos deben realizar un problema con la información contenida en el texto y presentarlo en plenaria. Durante la realización el docente debe chequear los pasos seguidos durante la ejecución del problema. Para la presentación cada alumno debe escribir su problema en el pizarrón y debe exponerlo. El alumno expositor debe explicar los conceptos contenidos en el problema, así como las relaciones establecidas entre estos. Después de cada presentación el docente formula las preguntas pertinentes que permitan asegurar corregir los errores y reafirmar el aprendizaje.

Retroalimentación: Concluida las presentaciones de los problemas, se realizan preguntas generales dirigidas a concluir sobre la adición y sustracción combinada de números racionales.

EVALUACIÓN

La evaluación formativa se realiza a través de las preguntas de comprobación efectuadas durante el desarrollo de la clase.

Informe de las Acciones Tomadas

El programa de entrenamiento de estrategias de aprendizaje para resolución de problemas de adición y sustracción de números racionales estuvo dirigido a 40 alumnos de séptimo grado de educación básica. En mismo se administró durante cinco semanas con un encuentro semanal de tres horas académicas. Para el desarrollo de dicho programa se utilizaron algunos materiales como hojas de papel carta, lápices, cuadernos o libretas, láminas, textos preparados por el docente.

El autor de este estudio se encargo conjuntamente con el docente del grado a desarrollar el programa de entrenamiento y aplicar las evaluaciones planificadas por lo que no hubo ninguna resistencia de parte de los alumnos a incorporarse al trabajo.

En la sesión uno se cumplió con el tiempo requerido, hubo mucha expectativas de parte de los estudiantes, por cuanto ellos nunca habían trabajado con números racionales, de acuerdo a lo manifestado en conversaciones informarles con el docente. Es de resaltar que no se presentaron grandes dificultades para diferenciar conceptos con palabras de enlaces, más bien los alumnos demostraron en todo momento dominar esta habilidad. Cada alumno presento los resultados de sus ejercicios en el tiempo requerido, sólo tres alumnos solicitaron extensión del tiempo y la razón fue que estos alumnos no se centraban a realizar sus actividad, más bien se distraían mucho.

La sesión dos se desarrolló normalmente y se cumplieron los objetivos establecidos. Se notaba que los alumnos dominaban la terminología de números racionales. Un alumno manifestó que leyendo un texto en casa pudo extraer los conceptos más importantes y realizar los problemas, lo que representó un signo de avance en los propósitos del programa. Con la práctica guiada de algunos alumnos presentaron dificultades para realizar problemas, se trató de solventar las mismas con el uso de ejemplo, analogías y preguntas por parte del docente.

De igual manera se tuvo que intervenir varias veces de manera general e individual para ayudar a los estudiantes en la realización de los problemas que estaban ejecutando; pero en líneas generales se cumplieron las expectativas de la sesión.

Durante la sesión 3 y 4 los alumnos cumplieron con las actividades contempladas en el programa para el desarrollo de los objetivos. En estas sesiones se notaba el interés de los alumnos por conocer la adición y sustracción de números racionales con igual y diferentes denominadores. Se debe destacar que en la medida que los jóvenes realizaban los problemas se observaba organización, ejecución y análisis de los mismos.

La sesión cinco se desarrolló normalmente y en el tiempo estipulado, en la parte introductoria los alumnos nombraron varios problemas, pero la identificación no fue muy acertadas. Los problemas mostrados durante el desarrollo llevó a algunos jóvenes a formular preguntas que fueron contestada por el docente. Durante la ejecución de los problemas los alumnos no requirieron mucha ayuda, la ejecución fue casi de manera independiente. Durante la presentación se presentaron puntos de vistas encontrados en cuanto a la ubicación de conceptos, se aprovecho esta coyuntura clarificar dudas y concepciones erróneas.

Para concluir se debe destacar la total colaboración del docente del grado, quien siempre estuvo atento a las eventualidades e imprevistos presentados todo con el fin que se logran los propósitos formulados en el programa.

Capítulo 5. Resultados

Este capítulo consta de las siguientes secciones: a) resultados, b) discusión. C) recomendaciones, d) difusión.

Resultados

El problema a resolver en este practicum fue mejorar el aprendizaje de la adición y sustracción de números racionales, en un grupo de estudiantes de séptimo grado de Educación Básica, pertenecientes a una institución educativa privada de un municipio del Estado Bolívar mediante el entrenamiento en el uso de estrategias de resolución de problemas. Para tal efecto se elaboró un programa de intervención sobre el uso de estrategias para la resolución de problemas de adición y sustracción de números racionales, el mismo fue desarrollado en cinco sesiones de clase de tres hora académica cada una (45 minutos) donde se enseño de manera directa el uso de esta estrategia en tema tales como: definición y clasificación de los números racionales, amplificación y simplificación de fracciones, operaciones de adición y sustracción de números racionales con igual y diferente denominador, problemas combinados.

La implementación del programa del proceso de resolución de problemas de adición y sustracción de números racionales fue de manera progresiva, los alumnos resolvieron automáticamente los problemas. El profesor dinamiza el trabajo de los alumnos supervisando el proceso de resolución y realizando diferentes preguntas y orientaciones que pueden dirigir la resolución del problema.

Finalmente los alumnos utilizaron los procedimientos para resolver los problemas los analizan y valoran el proceso y el producto obtenido. La corrección de las pruebas de evaluación inicial y final se ha realizado con una pauta en la que se detallan los criterios de evaluación de cada problema. Los resultados obtenidos en referencia al nivel de aprendizaje después de realizar la propuesta didáctica son muy positivos. Este resultado nos permite afirmar que las características de la propuesta didáctica inciden positivamente en el proceso de aprendizaje de los alumnos.

Con el fin de verificar las hipótesis plantadas se realizó una preprueba y una postprueba, cuyos resultados se presentan a continuación

Tabla 5.

Medias, desviación estándar de la preprueba grupo control y experimental

	Preprueba		
	X	S	N
Grupo Experimental	5,15	2,83	40
Grupo de Control	3,67	2,92	40

La media para el grupo experimental en el pretest fue de 5,15 y 3,67 para el grupo de control tal se muestra en la tabla 5, para determinar diferencias significativas entre estas medias se aplicó el estadístico t de student para muestras independientes, los resultados señalaron que no existe tal diferencia $t = -0,508$ y $p > 0,05$

Para comprobar la hipótesis referida a si la aplicación del programa de intervención en la estrategia de resolución de problemas de adición y sustracción de números racionales en los alumnos de séptimo grado de la institución privada, influye en el rendimiento de los mismos en la postprueba con respecto a la preprueba a un nivel de significativo de α: 0,005, se compararon las medias de los resultados de ambas pruebas y se aplico una prueba t de student para muestras relacionadas cuyos resultados se pueden observar en la tabla 6

Tabla 6.

Medias del pretest y postest del grupo experimental

	X	S	N
Pretest	5,15	2,83	40
Postest	17,05	1,88	40
**p < 0,05			

Los resultados de la prueba mostraron una diferencia $t = -4{,}89$, $p = 0{,}000$ lo cual indica un desempeño mejor de los alumnos en la postprueba (X = 17,05) con respecto a la preprueba (X = 5,15) por lo cual se acepta la hipótesis planteada en cuanto a la mejora del desempeño de los estudiantes después de ser entrenados en el uso de las estrategias de resolución de problemas de adición y sustracción de números racionales.

Por otra parte, y tomando en cuenta el objetivo que orientó la hipótesis planteada respecto a considerar al mejor desempeño del grupo experimental en el postest por encima del grupo control, se realizó un contraste de las medias de las calificaciones obtenidas para verificar tal suposición, para ello se aplicó la prueba t para muestras independientes. En este sentido los resultados mostraron que hubo diferencias estadísticamente significativas a favor del grupo experimental, en la prueba $t = -13{,}69$, $p = 0{,}000$, el grupo experimental mostró mejor desempeño en el postest traducidos en mayor número de respuestas correctas, tal como se observa en la tabla 7.

Tabla 7.

Medias del grupo experimental y control en el postest

	X	S	N
Grupo Experimental	17,05	1,88	40
Grupo Control	4,82	3,82	40
**p > 0.05			

Discusión.

Analizada las estrategias de aprendizaje planteada inicialmente, se evidencio la necesidad de planificar estrategias adecuadas para un aprendizaje de calidad, porque ha quedado separada de la realidad del sistema educativo, adaptándose en una problemática de gran magnitud, por cuantos las herramientas o medios que utilizan el educando en su desarrollo del pensamiento lógico (procesos mentales para el reforzamiento) no conlleva a obtener una información clara y precisa en la forma de decisiones así mismo incorporar valores y desarrollar actitudes en el alumno.

En relación con el aspecto conceptual de los números racionales hay que señalar dos aspectos: a) se deben de trabajar primero las relaciones conceptuales de la fracción y, en un segundo momento, enseñar la representación simbólica convencional y los algoritmos, b) el significado o aspecto conceptual de los números racionales debe de ser enriquecido con los diversos contextos: medida, cociente, razón, operador y no limitarse a la idea del fraccionamiento de la unidad.

En síntesis, podemos señalar que la construcción del significado de los números racionales es complejo y prolongado el cual resulta de la interacción de los alumnos con situaciones problemáticas, con sus esquemas de conocimientos y con los sistemas de significantes o signos.

Finalmente, es importante resaltar la importancia de la planificación adecuada de estrategias de aprendizaje para la resolución de problemas de adición y sustracción de números racionales en séptimo grado de educación básica, para que los alumnos puedan tener una mayor visión y desenvolvimiento en la materia práctica, resultando así significativo provecho para su vida, al mismo tiempo es fundamental la preparación del docente en el arte de planificar estrategias adecuadas para ello debe contar con el asesoramiento de institutos, universidades, que den su aporte a las escuelas por medio de talleres evaluados para el educador, y a su vez que este; esté consciente de su necesidad en realizarlos.

Recomendaciones

Capacitar a los alumnos en el uso de técnicas, estrategias, recursos y medios que hagan posible la enseñanza de la adición y sustracción de números racionales en una forma creativa y más efectiva para el rendimiento escolar del educando.

Plantear la posibilidad de diversificar métodos de aprendizaje de la matemática en séptimo grado de educación básica de acuerdo con las características y necesidades de los educandos.

Efectuar una supervisión más efectiva al desempeño pedagógico del docente durante la enseñanza de la matemática en los contenidos de adición y sustracción de números racionales.

Difusión

Los resultado de la investigación se difundirán en actividades como: a) charlas informativas al personal directivo de la Unidad Educativa, b) realización de talleres a todos los profesores de matemática, c) elaboración y distribución de dícticos, sobre las estrategias de aprendizaje que deben manejar los alumnos de séptimo grado de la tercera etapa de educación básica, d) exposición del trabajo de investigación a todo el personal docente de la Unidad Educativa, para que conozcan las debilidades que tienen los alumnos de séptimo grado en cuanto adición y sustracción de números racionales.

Anexo A

Preprueba y Postprueba

Nombres: ______________________________

Apellidos: _____________________________

C.I.__________________________________

Sección: ____________

Instrucciones

a) Lea todo el examen ante de resolverlo

b) Comience por responder la prueba por aquella pregunta que domine más

c) Cada pregunta tiene un valor de 1 punto

d) La resolución de los problemas deben demostrarlo en la hoja de examen

Preguntas:

Lea cuidadosamente y marque con una (x) la respuesta correcta.

1. El conjunto de los números racionales también se conoce con el nombre de:

a) Enteros (   )

b) impares (   )

c) pares (   )

d) quebrados o fracciones (   )

2. El sub – conjunto de racionales sin el cero (0), se denota con la letra:

a) Q^+ (   )

b) Q^- (   )

c) Q^* (   )

d) Q (   )

3. Como se denomina un numero de la forma a/b donde “a” se llama numerador y “b” se llama denominador es:

a) Entero (   )

b) Decimal (   )

c) Par (   )

d) Fracción (   )

4. Dos o más fracciones son equivalente si:

a) Son proporcionales (   )

b) Si representan el mismo valor (   )

c) Si tienen fracción irreducibles (   )

d) Ninguna de la anteriores (   )

5. Podemos hallar fracciones equivalentes por:

a) Ampliación y simplificación (   )

b) Por reducción (   )

c) Por igualación (   )

d) Ninguna de ellas (   )

6. La fracción en la cual el M.C.D. entre el numerador y el denominador es igual a la unidad se llama:

a) Fracciones equivalentes (   )

b) Fracciones decimales (   )

c) Fracciones irreducibles (   )

d) Ninguna de ellas (   )

7. Al sumar tres fracciones 3/4 + 5/4 + 7/4 con igual denominador obtenemos:

a) 2/4 (   )

b) 8/4 (   )

c) – 6/4 (   )

d) 15/4 (   )

8. La suma de tres fracciones 2/5 + 1/8 + 2/3 con diferentes denominadores obtenemos:

a) 167/120 (   )

b) 80/124 (   )

c) 24/115 (   )

d) 72/121 (   )

9. Al efectuar la siguiente adición 7/8 + 12 /8 obtenemos:

a) 56/64 (   )

b) − 19/8 (   )

c) 96/8 (   )

d) 19/8 (   )

10. Al efectuar la siguiente sustracción 9/8 − 1/5 obtenemos:

a) 41/20 ( )

b) 10/9 ( )

c) − 41/20 ( )

d) 20/41 ( )

11. Al efectuar 2/3 + 9/11 obtenemos:

a) 22/27 ( )

b) 6/99 ( )

c) 18/33 ( )

d) 49/33 ( )

12. Al efectuar 2/5 − 1/4 obtenemos:

a) 10/4 ( )

b) 8/5 ( )

c) 5/8 ( )

d) Ninguno de ellos

13. Al efectuar (1/2 + 1/3) − 1/2 obtenemos:

a) 2/16 ( )

b) 9/12 ( )

c) 10/25 ( )

d) 4/12 ( )

14. ¿Cuál de las siguientes opciones representa 1/2 de 30?

a) 60 ( )

b) 15 ( )

c) 1/15 ( )

d) 15/2 ( )

15. Indica cual de los siguientes pares de fracciones son equivalente:

a) 9/10 y 4/5 ( )

b) 2/3 y 3/5 ( )

c) 4/7 y 3/5 ( )

d) 2/5 y 6/15 ( )

16. Indica cual de la siguiente fracción es irreducibles:

a) 2/3 ( )

b) 9/15 ( )

c) 25/130 ( )

d) 4/16 ( )

17. Para ir al colegio, 4/17 de los alumnos utilizan el autobús escolar y 7/15 van en bicicleta. ¿Qué parte de los alumnos van a pie?

18. Un campesino siembra 1/5 de un terreno en enero, 1/4 en febrero, 2/5 en marzo y 1/8 en abril. ¿Qué porción del terreno ha sembrado?

19. Un deportista trota 7/8 de Km el lunes, 9/8 el martes y 5/8 el miércoles. Calcular cuántos kilómetros troto en total.

20. Pedro se gana 1/4 de una cantidad y luego gasta 1/5 de la misma. Calcular qué fracción de la cantidad le quedará.

Anexo B

Validación de Instrumento

Puntos a Validar	Valoración			
	Opt.	Act.	Nad.	NP
Coherencia con los objetivos de la investigación.	X			
Correspondencia de los ítems en la elaboración de la prueba.		X		
Redacción de las instrucciones y de los ítems.	X			
Presentación y longitud del instrumento.	X			

Opt = Optima

Act = aceptable

Nad = No adecuada

Np = No presente

Ing. Ysbelimar Marcano

Puntos a Validar	Valoración			
	Opt.	Act.	Nad.	NP
Coherencia con los objetivos de la investigación.	X			
Correspondencia de los ítems en la elaboración de la prueba.	X			
Redacción de las instrucciones y de los ítems.	X			
Presentación y longitud del instrumento.	X			

Opt = Optima

Act = aceptable

Nad = No adecuada

Np = No presente

Ing. Isaías García

Anexo C

Guía de Problemas

Sesión 1

Resuelva los siguientes problemas:

1. ¿En qué mes del año nos encontramos cuando han pasado exactamente 5/12 de él?

2. De los 42 estudiantes de la clase de séptimo grado, 22 han leído “La pobre Viejecita”. ¿Habrá leído el libro más de la mitad de los alumnos?

3. Escribe una oración en la que la palabra “paz” represente 1/8 del total de palabras.

4. Escribe tres palabras, en cada una de las cuales la letra “e” represente 2/6 del total de letras.

5. Los 3/8 de un número es 528. ¿Cuál es el número?

6. ¿Cuáles son las 3/4 partes de 120?

7. Una inmobiliaria tiene un terreno de 6000.m^2 y vende 2500 m^2 ¿Qué parte del terreno inicial vendió? ¿Qué parte le queda?

8. Luís es 2 años menor que Pedro y la suma de 1/3 de la edad de Luís más 2/5 de la edad de Pedro es 14 años. Determinar la edad de cada uno.

Anexo D

Guìa de Problemas

Sesión 2

Resuelva los siguientes problemas:

1. Carlos estudia 3 1/2 horas, José 4 7/8 horas y María 6 2/5 horas. ¿Cuántas horas han estudiado los tres estudiantes?

2. Para preparar un jugo de tomate se necesitan: 2 3/4 taza de agua, 1 3/4 taza de pulpa de tomate, 1/2 taza de azúcar y 4 1/8 taza de hielo picado. ¿Qué fracción de ingredientes de utilizó?

3. Para la construcción de un toldo se utilizan 45 3/5 metros de tela blanca, 15 7/5 metros de tela amarilla y 20 4/9 metros de tela roja. ¿Qué cantidad de tela se utilizo para hacer el toldo?

4. Un obrero trabaja el día lunes 4 6/8 de horas, el día martes y miércoles el doble del día lunes, el jueves 7 3/4 horas y el viernes 6 7/9 horas. ¿Cuántas horas trabaja semanalmente?

5. Un tapicero tiene un retal de 16 2/3 metros de tala impermeable. Coloca sucesivamente en dos toldos 3 5/6 metros y 5 2/11 metros. ¿Cuántos metros de tela le quedan?

Anexo E

Guía de Problemas

Sesión 3

Resuelva los siguientes problemas

1. Dos tercios de la leche que se gasta en mi casa son para el desayuno. La que toma mi papá son las dos quintas partes de esos dos tercios. a) ¿Qué parte toma mi papá?. b) ¿Qué parte toma los demás?

2. ¿Qué fracción es preciso sumar a 5/7 para que la suma sea igual a 3/4?

3. De un frasco que contiene 1/3 de litro de glicerina se saca 1/4 de litro. ¿Qué cantidad de glicerina queda en el frasco?

4. De los 3/4 de hora que dura la clase de ciencias, la tercera parte se dedica al desarrollo de un laboratorio. ¿Cuánto tiempo dura el laboratorio?

5. Un corredor recorre en la mañana 2/9 de una pista y en la tarde 4/9 a) ¿Cuál es el recorrido diario?. b) ¿Cuánto le falta por recorrer?.

6. El automóvil de Carlos tiene un tanque de 24 galones. ¿Cuántos galones hay en el tanque si la aguja indica 1/2?

Anexo F

Guía de Problemas

Sesión 4

Resuelvan los siguientes problemas

1. Anabel gasta 2/9 en pagar los servicios básicos, 3/16 en comida y 4/5 en ropa. ¿Cuánto gasta en total?

2. Juan de comió 1/4 de melón y Pedro 3/4. ¿Cuánto melón de comierón?

3. Una parcela se ha dividido en tres lotes, el primero en los 2/3 de la parcela y el segundo es 1/4 de la parcela. Calcular: a) ¿Cuál es la fracción del tercer lote?, b) ¿Cuál de los tres lotes es mayor?, c) ¿En cuánto excede a cada uno de los otros dos?

4. La casa de Gilma está a 1/8 Km. del colegio. La casa de Antonio está a 1/2 Km. del colegio. ¿Quién vive más lejos del colegio? ¿Cuánto más lejos?

5. La tercera parte de los peces del acuario son dorados. Dos quintos son verdes. ¿Cuánto mayor es la parte de los peces verdes?

6. Un estudiante emplea 1/4 del día en asistir a clases, 1/6 del día lo emplea practicando atletismo y 1/8 en asistir a un curso de inglés. ¿Qué fracción del día ocupa en todas sus actividades?

Anexo G

Carta dirigida a los expertos para la validación del contenido mediante juicio de expertos de la prueba de conocimiento sobre números racionales y las operaciones de adición y sustracción

Puerto Ordaz, 8 de mayo de 2007

Estimado Prof.

Presente

Me dirijo a usted en la oportunidad de solicitar su valiosa colaboración en calidad de experta, para validar el contenido del instrumento correspondiente al trabajo especial de grado titulado “Estrategias de aprendizaje para la resolución de problemas de adición y sustracción de números racionales por estudiantes de séptimo grado”

Para dar cumplimiento a lo anteriormente expuesto, se le hace entrega formal del cuestionario, la Tabla de especificaciones y un formato de registro, el cual deberá llenar de acuerdo a sus observaciones, a fin de orientar y verificar la claridad, congruencia, de los diversos ítems del mismo.

Agradezco de antemano su receptividad, y espero el feedback respectivo, Queda de usted.

Atentamente

Pedro Freites

Anexo H

Instrumento para la validación de contenidos por juicio de expertos de la prueba de conocimiento sobre números racionales y las operaciones de adición y sustracción

A continuación encontrará un Instrumento el cual pretende determinar la validez de contenido de la Prueba de Conocimientos sobre resolución de problemas de adición y sustracción de números racionales. La misma será aplicada en la investigación titulada: "Estrategias de aprendizaje para la resolución de problemas de adición y sustracción de números racionales por estudiantes de séptimo grado".

Los criterios considerados para el proceso de validación de los ítemes de la Prueba son: Claridad y Congruencia.

Instrucciones: La evaluación requiere de la lectura exhaustiva de cada uno de los ítemes propuestos a los fines de cotejarlos de manera cualitativa con los criterios propuestos relativos. Para ello deberá asignar si el ítem presenta o no los criterios propuestos, y en caso necesario se ofrece un espacio para las observaciones a las que hubiera lugar.

Datos del Experto:______________________

Institución: ___________________________

Años de Experiencia: ___________________

Fecha: _______________________________

	Claridad		Congruencia		
ITEMS	Si	No	Si	No	Observaciones
1					
2					
3					
4					
5					
6					
7					
8					

9					
10					

Prueba de Conocimiento

Nombre: ______________________________

Apellidos: _____________________________

C.I.:____________________

Sección: _____

Instrucciones:

1. Lea cada una de las preguntas ante de comenzar a resolver la prueba.

2. Comience por aquel problema donde tenga más dominio.

3. Ante de entregar revise cuidadosamente la prueba.

Problemas:

1. En una finca cosecharon 7/9 de toneladas de papa, 3/8 de maíz y 4/5 de arroz. Calcular cuántas toneladas se cosecharon en total.

2. Una modista requiere las cantidades de telas que se indican para su trabajo: cojín: 225/2 cm., cortina 400/3 cm., forro 6705/2 cm. se pide:

a) ¿Cuántas tela necesita la modista para hacer un cojón y un forro?

b) ¿Cuántas tela necesita para coser una cortina y un cojín?

c) ¿Cuántas tela necesita para coser una cortina y un forro?

d) ¿Cuánta tela necesita para hacer dos cortina y tres cojines?

3. Un comerciante ganó en la lotería Bs. 12000000, los cuales quiere distribuir de la siguiente manera: para su hija 2/5 parte y para su esposa 1/5 parte. Se pide a) ¿Cuántos le regaló a cada una?

4. Un agricultor vende 1/3 de su finca, alquila 1/8 y el resto lo cultiva. ¿Cuál es la porción de la finca cultivada por el agricultor?

5. Dos quintas de los alumnos de un colegio toman el bus para llegar a él; la mitad llega caminando. ¿Qué fracción de los alumnos usan otro medio de transporte?

6. La temperatura de un líquido es 80º c, luego sube 1/10 y después baja 5/8 de la temperatura que tenía inicialmente. ¿Cuál es la temperatura final del líquido?

7. Un agricultor vende 1/3 de su tierra, regala 1/8 y el resto lo cultiva. ¿Qué porción de tierra es la cultivada?

8. Dos tercios de la leche que se gasta en la casa son para el desayuno. La leche que toma mi papá son las dos quinta parte de esos dos tercios. Se pide: a) ¿Qué parte toma mi papá?, b) ¿Qué parte toman los demás?

9. De un frasco que contiene 1/3 de litro de glicerina se extrae 1/4 de litro. ¿Qué cantidad de glicerina queda en el frasco?

10. Una parcela se ha dividido en tres lotes, el primero en los 2/3 de la parcela y el segundo es 1/4 de la parcela. Calcular: a) ¿Cuál es la fracción del tercer lote?, b) Cuál de los tres lotes es mayor?

Anexo I

Preprueba Postprueba

Nombre: ______________________________

Apellidos: _____________________________

C.I.:____________________

Sección: _____

Instrucciones:

1. Lea cada una de las preguntas ante de comenzar a resolver la prueba.

2. Comience por aquel problema donde tenga más dominio.

3. Ante de entregar revise cuidadosamente la prueba.

Problemas:

1. En una finca cosecharon 7/9 de toneladas de papa, 3/8 de maíz y 4/5 de arroz. Calcular cuántas toneladas se cosecharon en total.

2. Una modista requiere las cantidades de telas que se indican para su trabajo: cojín: 225/2 cm., cortina 400/3 cm., forro 6705/2 cm. se pide:

a) ¿Cuántas tela necesita la modista para hacer un cojón y un forro?

b) ¿Cuántas tela necesita para coser una cortina y un cojín?

c) ¿Cuántas tela necesita para coser una cortina y un forro?

d) ¿Cuánta tela necesita para hacer dos cortina y tres cojines?

3. Un comerciante ganó en la lotería Bs. 12000000, los cuales quiere distribuir de la siguiente manera: para su hija 2/5 parte y para su esposa 1/5 parte. Se pide a) ¿Cuántos le regaló a cada una?

4. Un agricultor vende 1/3 de su finca, alquila 1/8 y el resto lo cultiva. ¿Cuál es la porción de la finca cultivada por el agricultor?

5. Dos quintas de los alumnos de un colegio toman el bus para llegar a él; la mitad llega caminando. ¿Qué fracción de los alumnos usan otro medio de transporte?

6. La temperatura de un líquido es 80º c, luego sube 1/10 y después baja 5/8 de la temperatura que tenía inicialmente. ¿Cuál es la temperatura final del líquido?

7. Un agricultor vende 1/3 de su tierra, regala 1/8 y el resto lo cultiva. ¿Qué porción de tierra es la cultivada?

8. Dos tercios de la leche que se gasta en la casa son para el desayuno. La leche que toma mi papá son las dos quinta parte de esos dos tercios. Se pide: a) ¿Qué parte toma mi papá?, b) ¿Qué parte toman los demás?

9. De un frasco que contiene 1/3 de litro de glicerina se extrae 1/4 de litro. ¿Qué cantidad de glicerina queda en el frasco?

10. Una parcela se ha dividido en tres lotes, el primero en los 2/3 de la parcela y el segundo es 1/4 de la parcela. Calcular: a) ¿Cuál es la fracción del tercer lote?, b) Cuál de los tres lotes es mayor?

Anexo J

Confiabilidad del Instrumento

Para medir la confiabilidad del instrumento se le aplico a 40 estudiantes diferente al grupo de control y experimental, la medida estadística que se utilizó a través del sistema SPSS versión 11.0 fue el coeficiente Alfa Cronbach que tiene la siguiente formula.

$\alpha = n/n - 1\ [1- \sum S^2/S^2_x]$

n = es el numero de ítems de la prueba.

S^2_i = es la varianza de los ítems.

S^2_x = es la varianza de la prueba total.

Solución:

Descriptivos

Estadísticos descriptivos

	N	Mínimo	Máximo	Media	Desv. típ.
VAR00001	10	,28	,62	,4544	,1250
N válido (según lista)	10				

Var.	Cronbach
38,81	0,98

Referencias

Alonso, I., Martínez, N. (2003). *La resolución de problemas matemáticos*. Una Caracterización histórica de su aplicación como vía eficaz para la enseñanza de la matemática. Volumen 8, Nº 3. Universidad de Oriente de Venezuela.Recuperado el 02 de febrero de 2006 de www.upsp.edu.pe/descarga/Docentes/Antonio/revista/03/3/189403307.

Andre, T. (1986). Problem solving and education. En G.D. Phye & T. Andre (Eds), *Cogniative classroom learning. Understanding, thinking and Problem solving.* New York: Academic Press.

Bransford, J.D. y Stein, B.S. (1987). Solución Ideal de problemas. Madrid: Labor.

Brett, E. y Suérez, W. (1999) Actividades de matemática. Editorial Corporación Marca, S.A. Caracas. Tercera edición.

Cruz, M (2000). Como elaborar problemas matemáticos. *Taller sobre la Enseñanza de la Matemática*. ISP, La Habana. Cuba

De León, H. y Fuenlabrada, I. (1996). Procedimientos de solución de niños de primaria en problemas de reparto. *Revista Mexicana de Investigación Educativa,* 1(2), 268 - 282.

Dienes, Z. (1970). Aplicación de los principios de variabilidad matemática.

Dijkstra, S. (1991). Instructional desing models and the representation of knowledge and skills. *Educational Technology*, 31 (6), 19 – 26.

Garduño, D.C., Ayala, Fernando. y Favila, J.L.y Lòpez, E. (2001). Las fracciones. *Correo del maestro Nº 56*, enero 2001. Recuperado el 23 de marzo de 2006 de http://www.correodelmaestro.com/anteriores/2001/enero/2nosotros

Garduño, D. C. (2002). *Una propuesta para el aprendizaje de las fracciones.* Recuperado el 03 de marzo de 2006 de http://www. Correodelmaestro.com/anterioreses/2002/junio/nosotros

González Ramírez, T. (2000). Metodología para la enseñanza de las Matemáticas A través de la resolución de problemas. Un estudio evaluativo. *Revista de Investigación Educativa*, 18 (1), 175 – 100.

Guzmán, M. (s/f). *Tendencias innovadoras en educación matemática.* Recuperado el 02 de marzo de 2006 de file://A:\Enseñanza de la matemática.

Hans, F. (1994). Fenomenología didáctica de las estructuras matemáticas.

Hayes, J.R. (1981). *The complete problem solver*. Philadelphia: Franklin Institute Preess.

Karien, T. (1975). On the mathematical cognitive and instructional foundations of Rational number. In: Lesh R.A. (ed.) (1976). *Number and measurement*. Columbs (oh): Eric – Smeac. 101 – 144.

Kieren, T. (1980). The Rational Number Constructs – Lts. Elements and Machanisms, en *Recent Research on Number Learning, Columbus*, Ohio ERIC/SMEC.

Kieren, T. (1983*)*. La partición, la equivalencia y la construcción de ideas relacionadas con los números racionales, en *Proceedings of the Fourth Internacional Congreso on Mathematical Education.*Zweng M, T. Green, J. Kilpatrick (ed). Estados Unidos, pp. 506 – 508. Traducido al español por O. Figueras, 1989, Sección de Matemática Educativa, cinvestav.

Kieren, T. (1984). *Mathematical Knowledge Building: The Mathematics Teacher as Consulting Architect*. 35th. International Congress on Mathematical Education. 506 – 508.

Kieren, T. (1985). Graphical Algoritms in Partitioning Tasks. *The Journal of Mathematical Behavior*, 4. 25 - 36

Kieren, T. E. (1988). *Personal Knowledge of Rational Number*: Its Intuitive and Formal. International Congress on Mathematical Education. 702 – 708.

Laborea, R. y Pattison, P. (1996*). La suficiencia de referencia y representación Visual de los estudiantes sobre analogías de fracciones*. Universidad de Melbourne, Melbourne, Australia. Volumen (2), 137 - 169

Mayer, R.E. (1981). Frequency norms and structural analysis of algebra story Problems into families, categories and templates. *Intructional Science, 10,* 135 – 175.

Manouchehri, A. (2001). A four point instructional model. *Teaching Children Mathematics*, November, 180 - 186

Montague, M. (2002). Mathematical problem solving instruction: Components, Procedures, and materials. En M. Montague & C. Waiger (Eds.), *Afterschool extensions: Including students with disabilities in afterschools Programs*. Reston, VA: Exceptional Innovations.

Muñoz, M (2007). Rendimiento en matemáticas en todos los niveles. *Revista Educar*, Nº (3), Recuperado el 24 de marzo de 2006 de http://www.educarchile.cl/ntg/planificaron/1610/artucle-96385

Peled, I. y Segalis, B. (2005). *Constructing a Generalized Subtraction Schema by*

Abstracting and Connecting Procedures. Faculty of Education University Haifa.

Pifarré, Manolo, y Sanuy, J. (2001). *La enseñanza de estrategias de resolución de Problemas matemáticos en la ESO*: un ejemplo concreto. Recuperado el 09 de Febrero de 2006 de Enseñanza de las ciencias, 2001, 19 (2).

Poggioli, L. (2005). *Estrategias de resolución de problemas* (2da. Ed.). Caracas, Venezuela: Editorial Fundación Polar.

Polya, G. (1945*). How to solve it*. Pricenton: Pricenton University Press.

Polya, G. (1965). *Mathematical discovery: On understanding, learning and Teaching problem solving.* Vol. 2, New Cork: Wiley.

Puig, L. (1992). Aprender a resolver problemas, aprender resolviendo problemas. pp. 10 - 12

Schoenfeld, A. (1985). *Mathematical problem solving*. Nueva York: Academic Press.

Sanabria, G. (s/f). *Propuesta sobre la enseñanza de los números racionales.* Escuela de Matemáticas. Instituto Tecnológico de Costa Rica. Recuperado el 08 de febrero de 2006 de http://www.Cidse.iter.ac.cr/revistamate/propuestas-didácticas-em/v6n2-set- 005/index

Wallas, C. (1926). *The arat of thought.* New York: Harcourt Brace Jovanovich.

Woods, D.R., et al. (1979). *Major Challengess to Teaching Problem – Solving Skills.* Engineering Education. Centro de Didáctica de la Universidad Iberoamericana.