UNIVERSIDAD CATÓLICA ANDRÉS BELLO
FACULTAD DE CIENCIAS ECONÓMICAS Y SOCIALES
ESCUELA DE ECONOMÍA

TRABAJO DE GRADO

VALORACIÓN Y FACTORES DE RIESGO DE VEBONOS: "UNA APLICACIÓN DEL MODELO DE LONGSTAFF & SCHWARTZ (1995)"

Tutor:
Gonzalo Paredes
Tesistas:
Francisco Allen V.
Daniel Giandoni V.

Caracas, Octubre de 2007

AGRADECIMIENTOS

A nuestro tutor Gonzalo Paredes por su ayuda incondicional.

A nuestras madres, padres y familiares por esforzase en brindarnos la mejor educación posible; y por su apoyo a lo largo de toda la carrera.

A todos los profesores, los cuales han contribuido en nuestra formación.

A Valentina Rodríguez, Pedro Pablo Martínez, José Miguel Nascimento y todos aquellos que de alguna u otra manera han colaborado en la realización de este trabajo.

ÍNDICE

Nº Pág

INTRODUCCIÓN **4**

PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA **7**

HIPÓTESIS **9**

OBJETIVOS **10**

JUSTIFICACIÓN Y RELEVANCIA **11**

CAPÍTULO I.- LOS BONOS Y SU VALORACIÓN: ENFOQUE TRADICIONAL **13**

1.- INTRODUCCIÓN 13
2.- TIPOS DE BONOS 14
3.- ENFOQUE TRADICIONAL PARA VALORAR UN BONO CON CUPÓN FIJO 14
4.- ENFOQUE TRADICIONAL PARA VALORAR UN BONO CON CUPÓN FLOTANTE 18

CAPÍTULO II.- EL VEBONO: *UN FLOATING RATE BOND* VENEZOLANO **20**

1.- INTRODUCCIÓN 20
2.- QUÉ ES UN VEBONO 21
3.- EL VEBONO COMO UN *FLOATING RATE BOND* 22
4.- MÉTODOS UTILIZADOS PARA VALORAR UN VEBONO 23

CAPÍTULO III.- MODELOS DE "NO-ARBITRAJE" PARA VALORAR UN BONO **28**

1.- INTRODUCCIÓN 28
2.- BONO COMO DERIVADO DE CRÉDITO: MODELO DE MERTON 30
3.- BONO COMO FUNCIÓN DE LA TASA DE INTERÉS: MODELO DE VASICEK 34
4.- VALORACIÓN DE OPCIONES BAJO EL ENFOQUE DE BLACK Y SCHOLES 38

CAPÍTULO IV.- MODELO DE LONGSTAFF Y SCHWARTZ PARA VALORAR UN BONO **41**

1.- INTRODUCCIÓN 41
2.- EXPLICACIÓN DEL MODELO 42
3.- FÓRMULA CERRADA PARA LA VALORACIÓN DE UN BONO CON CUPÓN FIJO 44
4.- FÓRMULA CERRADA PARA LA VALORACIÓN DE UN BONO CON CUPÓN FLOTANTE 47

CAPÍTULO V.- APLICACIÓN DEL MODELO DE LONGSTAFF Y SCHWARTZ A LOS VEBONOS **50**

1.- INTRODUCCIÓN 50
2.- DATOS Y PARÁMETROS 51
3.- DESCRIPCIÓN DE LA PROGRAMACIÓN 54
4.- PERCEPCIÓN DE RIESGO DE CRÉDITO IMPLÍCITO EN LOS PRECIOS HISTÓRICOS DE LOS VEBONOS 55
5.- CÁLCULO DEL DURATION Y OTRAS SENSIBILIDADES DE RIESGO 57

CAPÍTULO VI.- ANÁLISIS DE RESULTADOS **58**
1.- INTRODUCCIÓN 58
2.- RESULTADOS DEL CRÉDITO IMPLÍCITO EN LOS PRECIOS HISTÓRICOS DEL VEBONO 58
3.- RESULTADOS DEL DURATION Y OTRAS SENSIBILIDADES DE RIESGO 60

CONCLUSIONES **65**

BIBLIOGRAFIA **67**

ANEXOS
ANEXO A: OPCIONES DE COMPRA Y VENTA: *CALL Y PUT OPTIONS* **71**

ANEXO B: EL MODELO GAUSS-WIENER **76**

ANEXO C: DVO1 Y DURATION **78**

ANEXO D: COMUNICADO OFICIAL DE LOS VEBONOS **80**

INTRODUCCIÓN

Hablar sobre inversiones en bonos y otros títulos de deuda, se está convirtiendo en algo común en nuestro país. Si bien es cierto que Venezuela no tiene mercados financieros tan desarrollados como otras naciones, las emisiones de deuda, sobre todo de deuda Pública, han ido adquiriendo cada vez una mayor relevancia.

Esto se debe, según Urbi Garay[1], a que "en la medida que una inversión mejore positivamente el crecimiento económico global; los beneficios que se obtendrán serán cada vez mayores, lo que ocasiona una reducción de la presión sobre los mercados crediticios bancarios, mejorando así las disponibilidades para los individuos y empresas de todo tipo". Además de lo anterior, existe en nuestro país una situación cambiaria que estimula a los inversionistas a comprar bonos denominados en dólares. Recientemente se pudo observar un número importante de emisiones (Bono del Sur I, II y III, Bonos de PDVSA), las cuales tuvieron una excelente acogida por parte del público.

El objetivo de nuestra investigación es aplicar y calibrar a la realidad venezolana, específicamente a la dinámica observada en los Vebonos; el método analítico desarrollado por Francis Longstaff y Eduardo Schwartz en el año 1995, para valorar un *floating rate bond*. La idea de escoger este modelo se debe a que, toma en cuenta los

[1] Obtenido del trabajo de Urbi Garay titulado "Los Mercados de capitales con aplicaciones al mercado venezolano".

riesgos de crédito y tasas de interés, implícitos en el precio del bono, además de lograr encontrar una fórmula cerrada que facilita su implementación.

El Vebono, es un instrumento de deuda pública cuya característica más relevante es la flotabilidad de sus cupones. Dicho instrumento es reconocido por un bajo nivel de *duration* (sensibilidad), por lo que al variar la tasa de interés, no debería existir, en teoría, un impacto relevante sobre el precio del Vebono.

Del inventario de Vebonos existente, hemos decidido utilizar el VEV00014CCC6; dicho Vebono no tiene opción de recompra por parte del Estado, y posee una data histórica extensa, que servirá para la obtención de los diferentes análisis comparativos y de sensibilidad que serán realizados en este trabajo.

Obtener el precio de un bono con cupón flotante, como el caso del Vebono, resulta una tarea complicada, debido a que se desconoce con certeza cual será el pago de sus cupones futuros. Numerosos trabajos y *papers* se han escrito en torno a este tema, mucho de los cuales utilizan teoría de "no-arbitraje" y opciones. Entre esos trabajos se encuentran los de Robert Merton, Oldrich Vasicek y Longstaff y Schwartz, los cuales sirvieron de base para nuestra investigación.

La estructura del presente trabajo es la siguiente. En el capítulo I se define que es un bono y se desarrollan las ideas fundamentales relacionadas con el mismo, así como los métodos tradicionales de valoración. En el capítulo II se explica qué es un Vebono, cuáles son sus características y los métodos de valoración utilizados por el mercado. Posteriormente, en el capítulo III se describe el trabajo de Merton, el de Vasicek y el de Black y Scholes, como principales antecedentes al modelo de Longstaff y Schwartz. En el capítulo IV se explica el modelo de Longstaff y Schwartz, así como las fórmulas utilizadas por ellos para valorar un bono con cupón fijo y flotante. En el capítulo V se indican los aspectos metodológicos utilizados para implementar y correr el modelo de Longstaff y Schwartz en el software Excel 2003. Por último, en el capítulo VI se presentan y analizan los resultados.

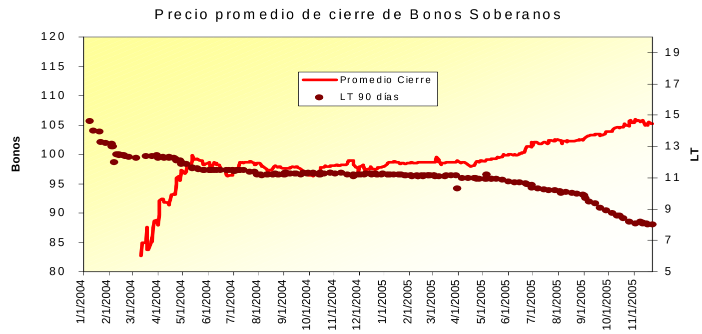
PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

Bajo un enfoque de “no-arbitraje”, un bono flotante (como el Vebono), tiene una baja sensibilidad a variaciones en las tasas de interés. Es decir, si la percepción de riesgo del emisor del bono se mantiene constante, el mercado debería mantener su valor; en la medida que cualquier variación del costo del dinero en el tiempo, se vea compensada por ajustes proporcionales en el cupón del bono.

Tomando en cuenta lo anterior, el valor “libre de arbitraje” del Vebono debería tender siempre a prima, si se considera que el mercado ve compensado el costo del dinero en el tiempo, a través del cupón flotante y el flujo de pagos extras que otorga el Vebono a través de una anualidad de 2,5%.

Sin embargo, cuando se realiza un análisis histórico del precio de los Vebonos, se observa por un lado que, desde sus primeras emisiones hasta Mayo de 2004 los Vebonos se cotizaron a descuento; y por el otro que, dicho descuento ha ido disminuyendo progresivamente, a medida que las tasas de interés de corto plazo implícitas en las subastas de las Letras del Tesoro han ido descendiendo.

Cuadro P-1. Precios del Vebono Vs. Letras del Tesoro



Como una posible explicación de este comportamiento, Ramaswamy y Sundaresan (1986)[2] señalan que, las desviaciones del valor par de un *floating rate note*, solo pueden ser explicadas por variaciones asociadas a factores de riesgo de crédito. Por lo tanto, se debe asumir que, el Vebono es un instrumento altamente sensible a cambios en las condiciones de crédito de la nación, el cual a su vez está afectado por las tasas de interés de corto plazo.

Ahora bien, dado que en la actualidad no existe una fórmula analítica para valorar Vebonos, que considere los razonamientos expuestos anteriormente, resulta interesante; y es el objetivo de esta investigación, responder a las siguientes preguntas.

¿Cómo se puede incorporar el riesgo de crédito y tasas de interés en la valoración de los Vebonos? y ¿cuál sería el impacto de esas variables sobre su precio?

[2] Ramaswamy and Sundaresan. "The Valuation of Floating-Rate Instruments: Theory And Evidence." *Journal of Financial Economics* 17 (1986).

HIPÓTESIS

El mercado asocia un nivel de riesgo de crédito en la valoración del Vebono; y dicho nivel de riesgo de crédito, se encuentra correlacionado positivamente con el nivel de la tasa de interés de corto plazo.

OBJETIVOS

Objetivo general:

Construir un modelo de valoración “libre de arbitraje” aplicable a los Vebonos, que tome en consideración el riesgo de crédito como variable explicativa.

Objetivos específicos:

1. Lograr un entendimiento de los planteamientos y procedimientos desarrollados en el *paper* de Longstaff y Schwartz (1995).
2. Plantear la fórmula analítica que nos permitirá calcular el precio teórico de los Vebonos, tomando en cuenta la flotabilidad del rendimiento, así como también el riesgo de crédito, para lo cual se asumirán ciertos parámetros.
3. Aplicar el modelo de Longstaff y Schwartz (1995).
4. Calcular la sensibilidad (*duration*) de un Vebono, ante cambios en la tasa de interés de corto plazo y en la tasa *yield*.
5. Realizar un estudio de los análisis de sensibilidad con diferentes parámetros asumidos.
6. Plantear las conclusiones pertinentes.

JUSTIFICACIÓN Y RELEVANCIA

El tema de investigación presentado en este proyecto resulta de gran interés, ya que en el caso de Venezuela, existen numerosos instrumentos de renta variable o *floating rate bond*, los cuales se ven afectados por el riesgo de crédito y riesgo de tasas de interés.

Ahora bien, no existen herramientas analíticas utilizadas por el mercado, que expliquen el precio de un bono con cupón flotante, como función del riesgo de crédito y las tasas de interés. La práctica común, es asumir al *floating rate bond* como un bono de renta fija y aplicarle una curva de descuento con ciertos *spread* de crédito (este enfoque será explicado en el siguiente capítulo).

Dicha práctica de valoración utilizada por los mercados, presenta las siguientes debilidades:

- No toma en cuenta los aspectos estocásticos del bono flotante.
- No toma en cuenta las propiedades de bajo *duration* del *floating rate bond*, ya que asume al cupón como fijo.
- No toma en cuenta una posible relación existente entre el riesgo de crédito y el riesgo de tasas de interés.

En vista de la gran cantidad de deuda emitida por el estado venezolano (la cual alcanzó un 23.8% sobre el PIB para el 2006 (según el MF), y el elevado monto de dinero que representa, encontrar un modelo de valoración para un bono flotante, que logre mejorar las deficiencias de los métodos tradicionales; se convierte en un asunto importante de estudio por parte de los economistas y analistas financieros, debido a que es un tópico que está inmerso en la realidad venezolana.

CAPÍTULO I

LOS BONOS Y SU VALORACIÓN: ENFOQUE TRADICIONAL

1.1 Introducción

Un bono puede ser definido como un título-valor que otorga al acreedor el derecho a recibir un flujo específico de pagos por parte del emisor. Los cupones o intereses pagados pueden ser fijos, variables o reales cuando se ajustan periódicamente con la inflación. Al momento de emitir dichos instrumentos, se deben definir ciertas características como, la fecha de vencimiento o maduración, el valor, los cupones para el cobro de los intereses, etc.

Los bonos, pueden ser emitidos tanto por una empresa privada, como por el Gobierno Nacional o alguno de sus entes descentralizados (ministerios, gobernaciones, Banco Central, entre otros). También es importante señalar, que dichos bonos pueden ser renegociados en el mercado secundario antes de su fecha de vencimiento.

En este primer capítulo, se explicarán ciertas ideas fundamentales relacionadas con los bonos. En la sección 1.2 se dará una clasificación de los tipos de bonos. En la sección 1.3 se explica la manera tradicional en que se valoran a los bonos de cupón fijo; y en la sección 1.4 se introducen los aspectos de valoración de bonos con cupón flotante.

1.2 Tipos de bonos

Dada la extensa división y bibliografía referida a este apartado, únicamente se describirán los instrumentos más acordes al tema que nos compete, de esta manera, los bonos se pueden clasificar según su estructura en:

- Bonos cero cupón: Son aquellos bonos en los cuales no existen pagos periódicos, por lo cual el capital sólo se paga al vencimiento y no se paga intereses. Se venden a una tasa de descuento.
- Bonos de cupón fijo o *Fixed rate bond*: Son aquellos en los cuales la tasa de interés está prefijada y siempre será la misma durante toda la vida del bono
- Bonos con tasa variable o *Floating rate bond*: Son aquellos bonos donde la tasa de interés pagada en cada cupón es diferente, ya que está indexada a una tasa de interés de referencia, la cual se encuentra relacionada a un activo financiero determinado.

1.3 Enfoque tradicional para valorar un bono con cupón fijo

En un mercado libre y competitivo, el precio efectivo de un bien es determinado por la interacción entre la oferta y la demanda. Dicho precio aumentará o disminuirá hasta el punto en que las cantidades ofrecidas y demandadas se igualen. Ese punto de intersección es conocido como “punto de equilibrio”, del cual se desprenderá el precio de mercado.[3]

El precio de mercado de un bono con cupón fijo está íntimamente relacionado con una tasa de descuento promedio, llamada tasa *yield* o tasa interna de retorno. Esta tasa *yield* es calculada a través de la siguiente igualdad[4]:

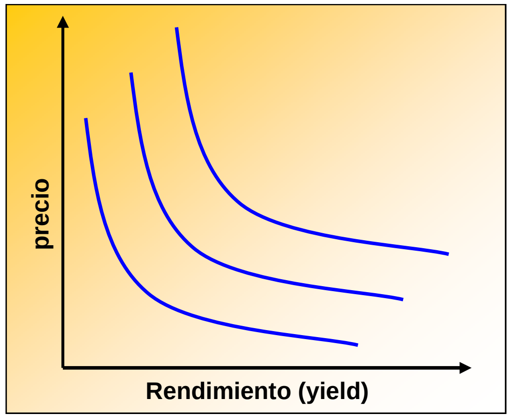
$$P = \frac{C}{(1+y)} + \frac{C}{(1+y)^2} + \frac{C}{(1+y)^3} + \ldots + \frac{C}{(1+y)^{n-1}} + \frac{M}{(1+y)^n}$$

Donde P = precio del bono, C = cupón, M = valor del principal en *maturity*, y = tasa interna de retorno (*yield*) y n = número de períodos.

Como se puede observar, la tasa interna de retorno se encuentra en el denominador; por lo tanto, a medida que aumenta la tasa de interés, el precio del bono será menor, y viceversa. Esta relación es mencionada en un artículo perteneciente al Centro de Investigaciones Stephen D. Cutler, titulado *Bond Analysis*, donde indican que, “el precio de un bono varía en la dirección contraria a los cambios en la tasa de retorno requerida. La razón es que el precio del bono es el valor presente de los flujos de caja”.

[3] Para mayor información sobre este tema se recomienda al lector el libro “Introducción a la microeconomía” de John Sloman.
[4] Ecuación extraída del artículo titulado *Bond Análisis*, del Centro de Investigaciones Stephen D. Cutler.

Grafica 1-1 Relación Precio - Tasa de retorno



Fuente: Fabozzi. Bond Markets, Analysis and Strategies. 5ta. Edición

Valorar un bono con cupón fijo resulta mucho más sencillo que valorar un *floating rate bond*, debido a que se tiene conocimiento de cómo serán sus flujos de caja, ya que estos se mantienen constantes en el tiempo. Por lo tanto, dado que el monto de los cupones está definido, así como el tiempo de maduración (tiene que estar especificado en la convocatoria); la incógnita que los inversionistas deben calcular para evaluar el costo de un bono, es la tasa interna de retorno o *yield*.

Numerosos autores, entre ellos Morris y Rolph (1998), afirman que, "…para un bono con riesgo de crédito, el *yield* requerido está compuesto por dos factores, satisfaciendo la siguiente igualdad *yield = spread de crédito + la tasa libre de riesgo*.

En cambio, si se trata de una Letra del Tesoro, el *yield* requerido dependerá únicamente de la tasa libre de riesgo, siendo igual a esta…”[5].

Existen diferentes instrumentos de gestión de riesgo, con los cuales se puede medir la sensibilidad del precio de un bono ante cambios en el *yield.* Entre dichos instrumentos se encuentran el *duration* y el *DVO1*[6]:

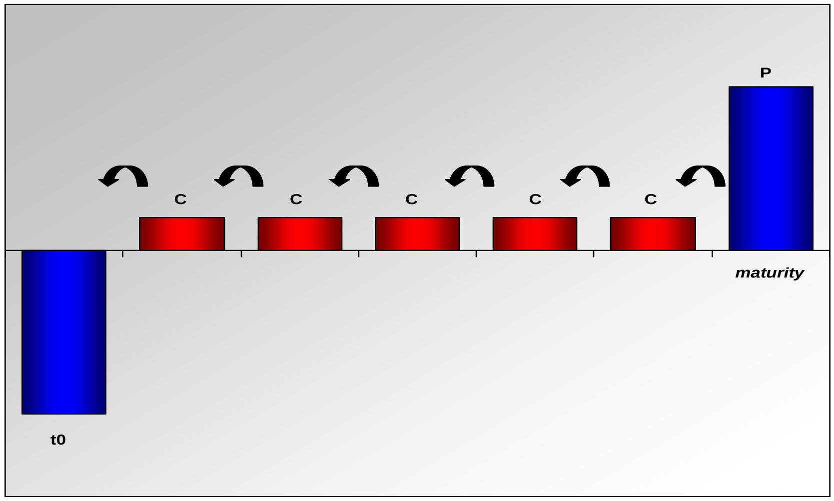
Duration: Mide la sensibilidad del bono ante cambios en el *yield*. Mientras mayor sea el número, más riesgoso será el cupón.

DVO1: Estas son las siglas de *Dollar Value of one Basic Point*, es una medida que nos dice cual es el efecto que tiene sobre el precio de un bono, la variación de un punto básico (1% / 100) en la tasa interna de retorno o *yield*.

La dinámica para calcular el precio de un bono de cupón fijo, se puede visualizar en el siguiente ejemplo gráfico. En este, se realiza una inversión en el momento t0 para adquirir el bono, por el que se recibirá un total de 5 cupones de igual valor. En la fecha de vencimiento o *maturity,* el tenedor del bono recuperará el valor facial del principal. Entonces, para obtener el precio del bono, se deberán traer todos los flujos descontados a valor presente.

[5] Morris, C.; Neal, R.; Rolph, D. (1998). Credit spreads and interest rates: a cointegration approach. Research Working Paper 98-08, Federal Reserve Bank of Kansas City
[6] Para profundizar sobre estos conceptos ver Anexo C.

Gráfica 1-2. Valoración de un bono con cupón fijo



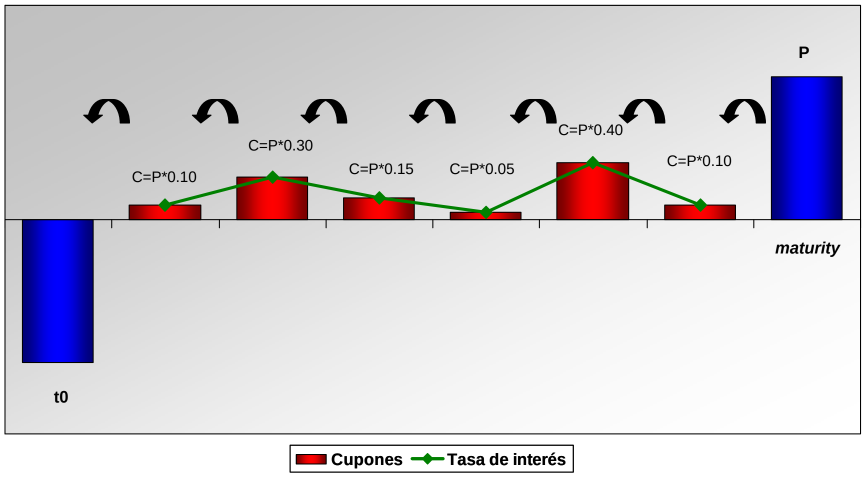
Fuente: Elaboración propia

1.4 Enfoque tradicional para valorar un bono con cupón flotante

Valorar un *floating rate bond* comprende un proceso complejo, debido a que sus cupones varían a lo largo del tiempo. Dichos cupones suelen estar indexados a una tasa de interés o a instrumentos financieros, como por ejemplo las Letras del Tesoro, los préstamos interbancarios (con tasa LIBOR) o un promedio de la Tasa Activa de Mercado (TAM) como es el caso de Venezuela.

Si observamos la gráfica 1-3, nos daremos cuenta que los cupones recibidos por el inversionista pueden ser diferentes. En este ejemplo, los cupones están indexados a la tasa de interés, es decir, que si la tasa de interés varía, los cupones variarán en la misma proporción (suponiendo que no existe *spread* de tasas).

Gráfica 1-3. Valoración de un bono con cupón flotante



Fuente: Elaboración propia

Es necesario destacar que el valor de un *floating rate bond* al comienzo de cada cupón debería tener un valor par, de esta manera, si las condiciones de crédito no varían, los inversionistas alcanzarían sus expectativas en cuanto a la tasa de interés actualizadas.

En Venezuela, es común que el mercado trate de acoplar el esquema utilizado para los bonos con cupón fijo. Para ello, se calcula el cupón en función de las expectativas que tenga el mercado sobre la tasa a la que está fijado, posteriormente se descuenta a una tasa o *yield to maturity* también esperada, o se realiza un análisis de sensibilidad del precio estimado, en función de varios *yields to maturities*.

CAPÍTULO II

EL VEBONO: UN *FLOATING RATE BOND* VENEZOLANO

2.1 Introducción

Una vez explicados los conceptos básicos sobre los bonos en el capítulo anterior, es necesario dar a conocer el instrumento financiero que será objeto de estudio en este trabajo. Los Vebonos, son instrumentos de Deuda Pública utilizados por el Estado venezolano para pagar pasivos contraídos con los profesores universitarios; y corresponden a empréstitos internos por un monto cercano a los 300 mil millones de bolívares[7].

La característica más relevante que posee el Vebono, es la forma en que están compuestos sus cupones, los cuales tienen una porción fija (*annuity* de 2,5%) y otra flotante (letras del tesoro a 90 días).

Este capítulo está estructurado de la siguiente manera. En la sección 2.2 se explica qué es un Vebono. En la sección 2.3 se muestra al Vebono como un *floating rate bond*. Y por último, la sección 2.4 desarrolla los primeros lineamientos sobre la valoración de los Vebonos.

[7] En el Anexo D, se muestra un comunicado oficial del Ministerio de Finanzas relacionado a la emisión de Vebonos.

2.2 Qué es un Vebono

De acuerdo al Ministerio de Finanzas, los Vebonos son instrumentos de Deuda Pública, que han sido utilizados por el Estado venezolano para pagar pasivos contraídos con los profesores universitarios. Debido al rendimiento competitivo que ofrecen, y las facilidades para su adquisición (a través de la Bolsa de Valores de Caracas), resultaron atractivos para el público. El primer decreto de una emisión de Vebonos fue publicado en la Gaceta Oficial de la República Bolivariana de Venezuela Extraordinaria N° 5.564, del 24 de diciembre de 2001.

Los Vebonos son títulos que devengan intereses trimestrales a quienes lo posean, según un cronograma regular de pagos, y se negocian en el mercado financiero a un precio que puede ser a descuento, par o prima, representando una inversión similar a un depósito a plazo fijo, pero negociable y por un período mayor de vencimiento.

Contrariamente, a un plazo fijo, los intereses que devengan los Vebonos suelen ser mayores, estos generan intereses a tasa variable, ajustándose con el mercado cada tres meses, es decir, dependen de las Letras del Tesoro a 90 días.

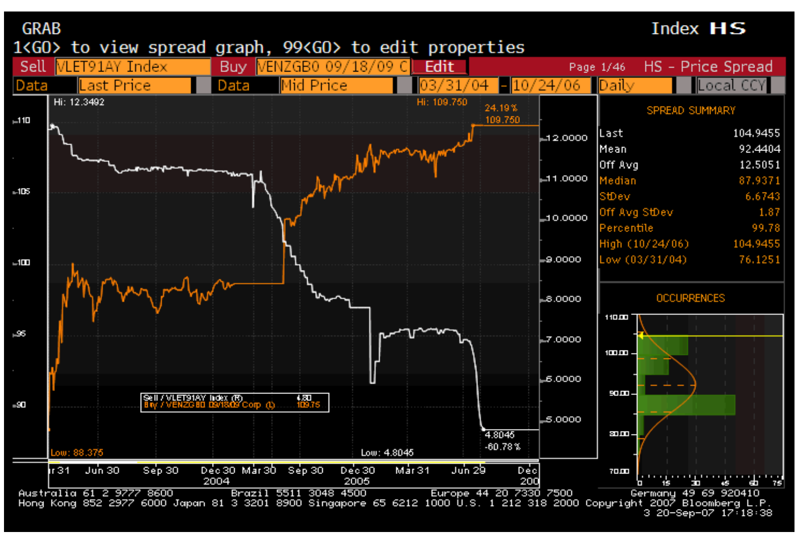
El Vebono, como instrumento de Deuda Pública tiene el respaldo del Estado, y por tanto se podrían considerar deuda soberana de bajo riesgo.

2.3 El Vebono como un *floating rate bond*

El Vebono, es un bono de cupón flotante o *floating rate bond*. En dichos bonos, la tasa de interés pagada en cada cupón es distinta, ya que, se encuentra indexada a la tasa implícita en el promedio de las últimas subastas de las Letras del Tesoro a 90 días. A este tipo de instrumentos, usualmente se le adiciona una prima; siendo la del Vebono igual a un *annuity* del 2,5%.

Los *floating rate bond*, son sensibles al riesgo de crédito, y en una menor medida al riesgo de tasas de interés (debido a que su cupón es variable y puede ajustarse a las tasas futuras). Sin embargo, al comparar la curva de los precios del Vebono, con la curva de la tasa de las Letras del Tesoro a 90 días, se puede observar una correlación negativa.

Gráfica 2-1. Relación Precio del Vebono Vs. Tasa de interés LT



Fuente: Bloomberg

Esa correlación puede deberse a que el mercado asocia un cierto nivel de riesgo crédito en la valoración del Vebono, y dicho nivel de riesgo, se encuentra a su vez correlacionado positivamente con el nivel de la tasa de interés de corto plazo. La dinámica comprendida entre el precio de un bono, el riesgo de crédito y las tasas de interés, será explicada en los próximos capítulos.

2.4 Métodos utilizados para valorar un Vebono

En la actualidad, no existe una fórmula analítica para valorar instrumentos financieros como los Vebonos, que sea utilizada por los mercados. En su lugar, estos asumen al *floating rate bond* como un bono con renta fija, aplicándole una curva de descuento con ciertos *spread* de crédito. De estos modelos utilizados se puede criticar lo siguiente:

- No toman en cuenta los aspectos estocásticos del bono flotante.
- No toman en cuenta las propiedades de bajo *duration* del *floating rate bond*, ya que se asume a sus cupones como fijos.
- Y por último, no toman en cuenta la relación del riesgo de crédito con el riesgo de tasas de interés.

Para el caso específico de los Vebonos, el Ministerio de Finanzas toma en cuenta las siguientes consideraciones[8]:

- Estimar la tasa de descuento apropiada, la cual debe reflejar el rendimiento de los bonos con características similares, tales como, fecha de vencimiento, pago de cupones, etc.
- Estimar los flujos de efectivo que reportará el instrumento, es decir, el pago de intereses y el pago del valor nominal del instrumento a valor par en la fecha de vencimiento.

Por lo tanto, como lo indica la fórmula, el precio del Vebono será igual a, la suma del valor presente de todos los cupones, más el valor presente del valor par del instrumento al vencimiento.

$$Vebono = \frac{Cupón_1}{(1+y)^1} + \frac{Cupón_2}{(1+y)^2} + \frac{Cupón_3}{(1+y)^3} + \ldots + \frac{Cupón_n}{(1+y)^{n-1}} + \frac{\Pr incipal}{(1+y)^n}$$

En el caso de las instituciones financieras, estas intentan obtener una valoración más acorde con la realidad. Para ello, calculan los cupones en función de las expectativas que tenga el mercado, sobre la tasa a la que se encuentran fijados dichos cupones. A pesar de mejorar la metodología utilizada por el Ministerio de Finanzas, estás prácticas siguen manteniendo algunas debilidades, como por ejemplo el hecho de

[8] Tomado de la página web de la Bolsa de Valores de Caracas.

no tomar en cuenta la relación entre el *spread* de crédito y las tasas de interés. Por lo que en definitiva, un Vebono no debería ser valorado de las maneras tradicionales.

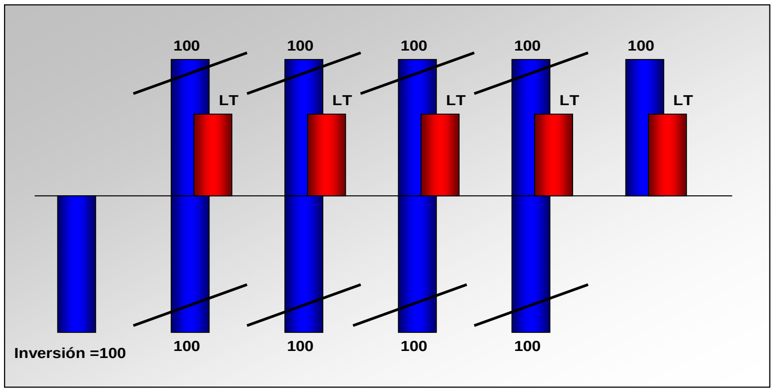
Don Chance, en su trabajo titulado "*Floating Rate Notes and Immunization*", plantea un argumento que es de mucha utilidad para la valoración de un *floating rate note*, el cual, puede ayudar a solucionar los problemas presentados en las metodologías mencionadas anteriormente. Chance señala que, "…el valor de un *floating rate note* al momento de pago de cupones debería ser igual a su valor par…"[9].

El enfoque de Chance, intenta explicar que, uno puede replicar un bono realizando una reinversión cada vez que toque el pago de un cupón. En el caso del Vebono, uno podría replicarlo mediante una posición renovable de las Letras del Tesoro cada 90 días.

Para ilustrar esta operación veamos el siguiente ejemplo. Si un individuo invierte 100 bs. en Letras del Tesoro, le está prestando 100 bs. a la nación; y en 90 días recibirá de vuelta los 100 bs. más el pago de intereses. Si se vuelven a invertir esos 100 bs. sucederá lo mismo cada 90 días, por el número de veces que se realice la operación. Al final, si decide no invertir más, recibirá nuevamente el valor par del principal y el cupón. La dinámica puede observarse en la siguiente gráfica.

[9] Don Chance. "Floating Rate Notes and Immunization". Journal of Financial and Quantitative Analysis (1983)

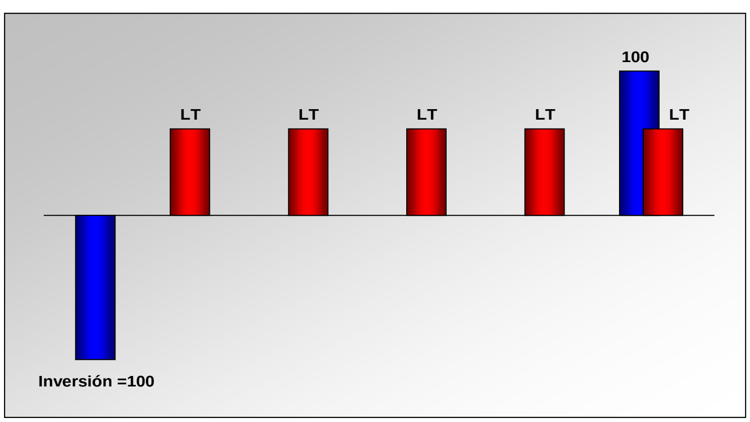
Gráfica 2-2. Replicación de un bono mediante posiciones en LT



Fuente: Elaboración propia

Como en cada período los 100 bs. se reinvierten, estos montos se resetean (ver en la gráfica anterior las líneas diagonales), por lo que el individuo recibirá un flujo de caja compuesto por los intereses de las Letras del Tesoro, y el valor par de la inversión en *maturity*. Si comparamos esta estrategia de inversión con un bono indexado a las Letras del Tesoro (con cupones cada 90 días), se observará que los rendimientos son iguales.

Gráfico 2-3. Bono indexado a las Letras del Tesoro



Fuente: Elaboración propia

De acuerdo a los principios de no arbitraje, dos bonos que generan el mismo rendimiento deben valer lo mismo. Es decir, en el caso de nuestro ejemplo, si una estrategia vale 100 bs. hoy en día, la otra también debe valer 100 bs., porque de lo contrario habría arbitraje[10].

Ahora bien, el cupón de un Vebono, además de la parte indexada a las Letras del Tesoro, está compuesto por una prima de 2,5%. Eso quiere decir que si el Vebono estuviera libre de riesgo, al agregársele un 2,5% adicional, su precio debería ser siempre prima (mayor a 100). Una posible explicación para que el Vebono no este siempre valorado a prima, es que el mercado le asocie un riesgo de crédito, siendo consistente con la afirmación de Ramaswamy y Sundaresan (1986).

El presente capítulo nos permite concluir que un bono flotante como el Vebono, no es igual a un bono de cupón fijo; y que el mercado los valore igual es un error. Por ello, se deben utilizar argumentos de teoría de “no-arbitraje”, con los cuales se pueda replicar su flujo de caja con instrumentos de corto plazo.

[10] El concepto y los modelos de “no arbitraje” serán explicados en el siguiente capítulo.

CAPÍTULO III

MODELOS DE "NO-ARBITRAJE" PARA VALORAR UN BONO

3.1 Introducción:

Las oportunidades de arbitraje son aquellas que permiten intercambiar un activo obteniendo un beneficio libre de riesgo o *risk neutral*, es decir, permiten ganar dinero inmediato con la compra y venta de un mismo activo o su sintético en dos mercados diferentes.

Para poder valorar correctamente un bono utilizando teoría de opciones, es necesario asumir que no existen oportunidades de arbitraje en el mercado, de modo que dos inversiones con igual rendimiento y maduración tengan el mismo costo inicial[11]. Los primeros en utilizar la teoría de "no-arbitraje" en la valoración de opciones fueron Black y Scholes en el año 1973.

Estos modelos de valoración de "no-arbitraje", se presentan como una alternativa a los métodos tradicionales, intentando valorar un bono, incorporando variables como el riesgo de crédito y el riesgo implícito en las tasas de interés, que pueden afectar el precio

[11] Para mayor información dirigirse al libro "Black-Scholes and Beyond: Option Pricing Models" de Neil A. Chriss

del mismo. Dos de los modelos más relevantes, que además sirvieron como base para trabajos posteriores, son los de Robert C. Merton (1974) y Oldrich Vasicek (1977).

Robert C. Merton, premio Novel de economía, desarrolló en el año 1974 uno de los primeros modelos para valorar bonos "riesgosos", utilizando los principios de opciones expuestos por Black y Scholes[12]. La idea fundamental de su trabajo consiste en que, el valor presente de un bono corporativo debe ser igual al valor de un bono libre de riesgo, menos el valor de un *put* sobre los activos de la compañía.

Por otro lado, Oldrich Vasicek, creó un modelo para valorar un bono obteniendo una fórmula cerrada, la cual está conformada por términos o parámetros conocidos (volatilidad, tendencia al equilibrio en el largo plazo, etc.), con la única excepción de la tasa de interés, que es vista como una incógnita. Es decir, que el precio de un bono será una consecuencia de la tasa de interés.

En este capítulo, se desarrollarán los principales trabajos que precedieron, y fueron utilizados por Longstaff y Schwartz en la argumentación de su modelo. En la sección 3.2 se explica el enfoque de Merton. En la sección 3.3 se desarrolla el modelo de Vasicek; y en la sección 3.4 se explica el modelo de Black y Scholes, origen de todos los modelos de valoración por "no-arbitraje".

[12] En el anexo A, se explica qué es un *put y call option*.

3.2 Bono como derivado de crédito: Modelo de Merton

En un análisis descriptivo sobre el modelo de Merton, Saikat Nandi (1998) dice que "…si el valor de mercado de la firma en *maturity* es mayor que el valor facial del bono, entonces el tenedor del bono recuperará su valor facial. Por el contrario, si el valor de la firma es menor que el valor facial del bono, ésta entrará en *default*, y el inversionista solo podrá recibir el valor de mercado de la firma".

Merton va a plantear una definición de *default* (tomando como referencia el modelo de Black y Scholes y la teoría de opciones), dando respuesta a las siguientes preguntas, ¿qué sucede si una opción, en lugar de tener a una acción (S) como activo subyacente, tiene a los activos de una compañía?; y ¿qué sucede si en lugar de asignarle un *strike price* (K) se coloca el nivel de deuda de la compañía?.

En la medida que los activos de la compañía (en *maturity*) se mantengan por encima de su nivel de deuda, dicha compañía podrá cancelar sus obligaciones. Pero si los activos descienden por debajo del nivel de deuda; la empresa entraría en bancarrota y solo podrá pagar los activos restantes, nunca la deuda completa. Esta situación es conocida como riesgo de crédito o *default*.

Dados los razonamientos anteriores, la idea central del modelo de Merton consiste en que, el valor presente de un bono corporativo "riesgoso", debe ser igual al valor de un bono libre de riesgo, menos el valor de un *put* sobre los activos de la compañía.

Merton (1974) menciona que, el uso del término “riesgoso” está restringido a las posibles ganancias o pérdidas del tenedor del bono, como resultado de cambios inesperados en la probabilidad de *default*; y por lo tanto no incluye las ganancias o pérdidas inherentes a cambios inesperados en las tasas de interés. A lo largo del análisis, se asume una estructura temporal dada, y por lo tanto, los diferenciales de precio entre bonos, serán causados únicamente por variaciones en la probabilidad del *default.*

Adicionalmente, Merton establece una serie de asunciones necesarias para desarrollar el modelo[13]:

l) No existen costos de transacción, impuestos, o problemas con la indivisibilidad de los activos.

2) Existe un número suficiente de inversionistas con niveles considerables de riqueza, de modo que cada inversionista cree que él puede comprar y vender tantos activos como desee, a precios de mercado.

3) Existe un mercado de intercambio para endeudarse o prestar a una misma tasa de interés.

4) Son permitidas las ventas en corto de todos los activos.

5) Los intercambios de activos ocurren continuamente en el tiempo.

[13] Robert C. Merton. “On the Pricing of Corporate Debt: The Risk Structure of Interes Rates”

6) Se aplica el teorema de Modigliani-Miller, donde el valor de la firma no se ve afectado por la estructura de capital de la misma.

7) La estructura temporal es *"flat"* y conocida con certeza. Es decir, el precio de un bono de descuento libre de riesgo, que prometa el pago de un dólar en un tiempo futuro t es $P(t) = \exp[-rt]$, donde r es la tasa de interés (instantánea) libre de riesgo, la cual se mantiene constante en el tiempo.

8) La dinámica que sigue el valor de la firma, V, puede ser descrita por un proceso estocástico con la siguiente ecuación diferencial:

$$dV = (\alpha V - C)dt + \sigma V dz$$

donde α es la tasa de retorno instantánea esperada sobre la firma por unidad de tiempo; C es el total de dinero pagado por la firma a sus accionistas o acreedores por unidad de tiempo (dividendos o pagos de interés) si su valor es positivo, o es el total neto recibido por la firma debido a nuevos financiamientos si su valor es negativo; σ^2 es la variación instantánea del retorno sobre la firma por unidad de tiempo; y dz es un proceso Gauss-Wiener estándar[14].

De todos estos supuestos, el 5 y el 8 son los más críticos, debido a que, en el 5 se requiere que el mercado esté abierto para intercambiar la mayoría del tiempo; y en el 8 es necesario que los movimientos en el precio del instrumento sean continuos y que los retornos (inesperados) sean independientes.

[14] La explicación del modelo Gauss-Wiener se encuentra explicada en el Anexo B

Finalmente, después de plantear los supuestos y resolver diferentes ecuaciones diferenciales, Merton logra derivar una fórmula explícita que indica que el valor de un bono con riesgo de crédito depende de la probabilidad de *default*, la cual depende a su vez del valor de la firma. Por lo tanto, la calidad de crédito debe ser medida por el ratio existente entre la deuda y el valor de los activos de la firma, de lo cual se desprende que, a mayores niveles de deuda menor calidad de crédito, debido a que se incrementa la probabilidad de *default.*

A pesar del importante aporte que constituye el modelo de Merton para la valoración de bonos, éste presenta ciertas limitaciones. De acuerdo a Longstaff y Schwartz (1995), las desventajas presentadas por el modelo de Merton son:

- La tasa de interés es asumida como constante.
- Se asume que el *default* ocurre únicamente cuando la firma agota sus activos, es decir, cuando activos < pasivos. Dicha asunción se aleja de la realidad, dado que muchas compañías entran en *dafault* mucho ante de que sus activos se agoten.

Esos supuestos, serán flexibilizados en trabajos posteriores como los de Black y Cox (1976), Vasicek (1977), Longstaff y Schwartz (1995), entre otros.

3.3 Bono como función de la tasa de interés: Modelo de Vasicek

Oldrich Vasicek desarrolló un modelo en el cual logró obtener una fórmula cerrada para valorar instrumentos financieros, la cual está conformada por términos o parámetros conocidos, con la única excepción de la tasa de interés. En dicho modelo, se demuestra que el precio de un bono viene dado como una consecuencia de la tasa de interés. Es necesario aclarar, que Vasicek asume que los mercados son eficientes, de manera que existe racionalidad e información perfecta y completa, así como también se asume que los costos de transacción son nulos.

El modelo de Vasicek , plantea un estudio de la Estructura Temporal, basado en el no arbitraje, en el cual se dice que la tasa de interés (tasa *spot*) es estocástica y su dinámica viene dada por un proceso de Ornstein-Uhlenbeck[15],

Vasicek modeló dicha dinámica estocástica de la tasa *spot* para valorar el precio de un bono, a través de un proceso llamado *mean reversion*. El *mean reversion* plantea que la tasa de interés, a través de un proceso estocástico, tiene una tendencia para volver a su valor promedio en el transcurso del tiempo. El proceso geométrico de

[15] Para mayor información acerca de este proceso, revisar Ornstein-Uhlenbeck Process, Steven Finch, 15 de Mayo 2004.

mean-reverting seguido por la tasa *spot* de interés, se puede ver representada por la siguiente función.

$$dr = a(b - r)dt + \sigma dZ,$$

Donde, *a* simboliza la velocidad para que la tasa de interés se ajuste a la media y *b* simboliza una tendencia al equilibrio en el largo plazo. El valor de *σ* representa la volatilidad, la cual es asumida como constante.

Adicionalmente, en esta ecuación, *dz* sigue un proceso estándar llamado *Proceso Wiener*. El autor E.M Cabaña en su escrito *El Proceso de Wiener y el Teorema del Límite Central* nos dice que: "El *Proceso Wiener*, permite dar una demostración del Teorema del Lımite Central mucho mas probabilística que las habituales, que se basan fuertemente en la utilización de ciertos argumentos de carácter analíticos… ha resultado ser un modelo extremadamente útil para el desarrollo de la probabilidad en particular y del análisis matemático en general…"[16]

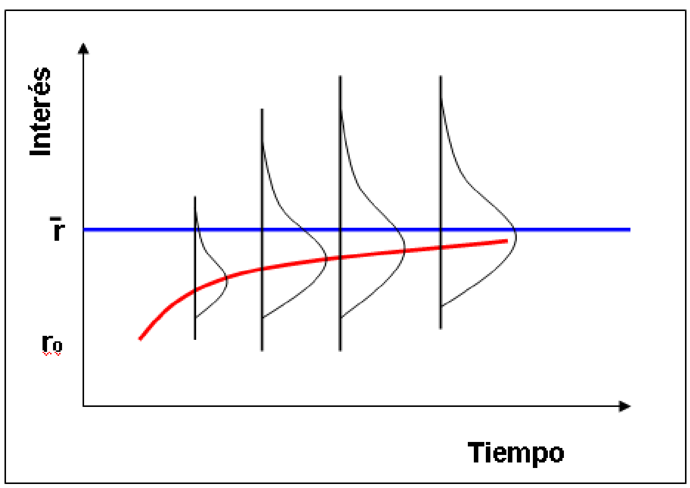
Es importante destacar que en el modelo de *mean reversion*, existe un término llamado *drift*. Este término, tendrá un valor positivo si el nivel de la tasa *spot* es menor que el nivel de la tendencia al equilibrio en el largo plazo (r < b). Y tendrá un valor negativo si el nivel de la tasa *spot* es mayor que el nivel de la tendencia al equilibrio en

[16] Para mayor información acerca de este Proceso, consultar E.M Cabaña – El proceso Wiener y el Teorema del Límite Central

el largo plazo (r > b).[17] En otras palabras, el nivel de equilibrio *b*, atrae al valor de *r*, en su misma dirección. Esto funciona debido a un *spring*, es decir, que mientras mayor sea la distancia entre *r* y *b*, mayor será la tendencia para revertirse de nuevo al nivel *b*, lo cual es la idea básica de este modelo.

Las siguientes gráficas, nos ayudan a visualizar un poco más este tema. En las mismas se exponen dos posibles caso en cuanto a los valores de la tasa de interés. En el primer caso la tasa *spot* se encuentra por debajo del valor de la tasa de interés promedio y en el segundo caso, el valor de la tasa de interés es mayor que la tasa promedio.

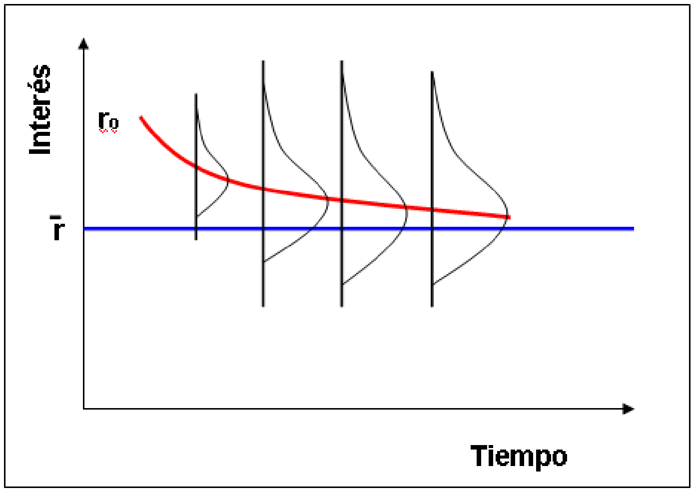
Gráfica 3-1. *Mean reversion*. Tasa *spot* por debajo de la media



Fuente: www.puc-rio.br/marco.ind/

[17] Para mayor información de este tema, dirigirse al documento online, Real Options Approach to Investments in General and Especially in Petroleum Exploration and Production (E&P)

Gráfica 3-2. *Mean reversion*. Tasa *spot* por encima de la media



Fuente: www.puc-rio.br/marco.ind/

Claramente, se puede observar cómo, a través del tiempo, la tasa r_0, en ambos casos, va tendiendo a la media, la cual viene dada por el término $\bar{r}$. Y es aquí donde se observa el *mean reversion*.

Podemos concluir este punto destacando que, el gran aporte de Vasicek se basa en el descubrimiento de que el valor del precio de un Bono o un instrumento financiero, es un derivado de la tasa *spot* de interés.

3.4 Valoración de opciones bajo el enfoque de Black y Scholes

Black y Scholes diseñaron un método para la valoración de opciones, en el cual se aplican los principios de arbitraje o de riesgo neutral. Este modelo fue el punto de partida de lo que se conoce como "valoración por no-arbitraje".

Según María Luisa Saavedra García; en su trabajo *La Aplicación del modelo de Black y Scholes en México: 1991-2000*; el modelo de valuación de opciones original fue desarrollado por Black y Scholes para el cálculo del valor de una opción de compra europea que no paga dividendos. Las variables de este modelo son el precio de la acción, el precio de ejercicio, el tiempo de vencimiento, la varianza del precio de la acción y la tasa libre de riesgo.

La valoración por arbitraje, existe cuando no es posible obtener una ganancia a través de la creación de un portafolio sintético de opciones, por medio de la compra y venta de otros contratos. Con este principio, el modelo de Black y Scholes deriva una fórmula teórica para calcular el precio justo de una opción. Dicha valoración fue posible gracias a una idea que recibe el nombre de replicación dinámica. Este término, nos explica que el valor de una opción puede ser replicado a través de un portafolio sintético que está compuesto por una parte de acciones, y otra parte de deuda. Este portafolio tiene que estar ajustándose continuamente para así obtener una replicación perfecta.

El número de acciones por el que estará compuesto dicho portafolio es igual a la primera derivada del valor de una opción, en relación al precio del principal. Esto es lo que se conoce como *delta hedging*. En otras palabras, dicho *delta* se puede definir como la cantidad de acciones que debe tener el portafolio sintético para cubrir el riesgo generado por cambios en el precio del principal.

Ante cambios en el precio del principal y del tiempo, el *delta* de la opción cambiará y por ende se tendrá que ajustar el portafolio sintético de manera que se igualen las sensibilidades.

Cabe destacar que Black y Scholes tomaron dicha idea del trabajo de Thorp y Kassouf (1967), en la que, como se dijo anteriormente, el valor de una opción en un momento dado debe ser igual al costo del portafolio de replicación, compuesto por un número de acciones para compensar una variación en el precio de una acción.

La idea principal de Black y Scholes era la de trabajar el tema de las ecuaciones diferenciales para así obtener una fórmula analítica[18]. Es así como se llega al concepto de un proceso llamado *Geometric Brownian Motion*. El mismo, presenta un proceso estocástico para valorar instrumentos financieros, mediante el descubrimiento de las probabilidades de distribución de los precios futuros de un stock. Además, se adapta

[18] Para más información acerca de este tema dirigirse a Black y Scholes - The pricing of Option and Corporate Liabilities

perfectamente a modelos de *stock return*; es decir, a cambios porcentuales de los precios de un s*tock* en vez de cambios en los precios absolutos.

Una debilidad de este proceso es que no prevee como se mueve la tasa interés, debido a que en el modelo de Black y Scholes, la misma se asume como constante. Black y Scholes, al derivar su fórmula de valoración de opciones, asumieron ciertos supuestos, los cuales según Jon C. Hull en su libro "Introducción al los Mercados de futuros y opciones", son los siguientes:

- El comportamiento del precio de las acciones corresponde a un modelo log normal.
- No hay costes de transacción o impuestos, de manera que todos los activos financieros son perfectamente divisibles.
- No hay dividendos sobre las acciones durante la vida de la opción
- No hay oportunidades de arbitraje libres de riesgo.
- La negociación de valores financieros es continua.
- Los inversores pueden prestar o pedir prestado al mismo tipo de interés libre de riesgo.
- El tipo de interés libre de riesgo a corto plazo es constante.

CAPITULO IV

EL MODELO DE LONGSTAFF Y SCHWARTZ

4.1 Introducción

Francis A. Longstaff y Eduardo S. Schwartz, desarrollan en su trabajo una manera de valorar deuda corporativa que incluye tanto el riesgo de crédito, como el riesgo de tasas de interés; temas tratados en el capítulo anterior.

En este enfoque, se flexibilizan algunos supuestos asumidos en los modelos de Black y Scholes (1973) y Merton (1974), donde la tasa de interés era tomada como constante. Además, en el caso de Merton, se asumía que el *defaul*t ocurre únicamente cuando la compañía agota sus activos, lo cual se aleja de la realidad, ya que muchas veces ocurre *defaul*t mucho antes de llegar a esa situación.

El presente capítulo se encuentra organizado de la siguiente manera. En la sección 4.2 se explicará el modelo de Longstaff y Schwartz, y cuales fueron las premisas utilizadas para su desarrollo. En el apartado 4.3 se plantea la fórmula cerrada utilizada por Longstaff y Schwartz para valorar un bono con cupón fijo, la cual sirve de base para explicar la fórmula de valoración de bonos flotantes, que se mostrará en la sección 4.4.

4.2 Explicación del Modelo.

Longstaff y Schwartz plantean un enfoque para valorar deuda propensa a riesgo, logrando derivar una fórmula cerrada, que, como se dijo anteriormente, incorpora tanto el riesgo de crédito o incumplimiento, como el riesgo de tasa de interés.

Para poder derivar dicha fórmula cerrada, se basaron en la idea que plantea Robert Merton (1974) en su modelo, de manera que el valor total de una firma viene dado por el valor total de los activos de la misma, representados por la letra *V*. Por lo tanto tenemos que:

$$dV = \mu V dt + \sigma V dZ_1$$

Donde el término σ se asume como constante y Z_1 sigue un proceso estándar Wiener.

Además de esto, también tomaron la idea de Oldrich Vasicek (1973), donde las tasas de interés siguen un proceso conocido con el nombre de *mean reversion*. Como fue mencionado en el capítulo III, su dinámica viene dada por:

$$dr = (\varsigma - \beta r)dt + \eta dZ_2$$

Donde r simboliza la tasa de interés *spot* a corto plazo, ς, β, y η son constantes, y Z_2 también sigue un proceso estándar Wiener. Esta dinámica permite que r en ciertas ocasiones pueda tomar valores negativos.

Por otro lado, Longstaff y Schwartz también asumen que el valor de la firma es independiente de la estructura de capital de la misma. Este supuesto es basado en el Teorema de Modigliani y Miller, el cual indica que cambios en la estructura de capital, tales como pagos en los cupones y en el principal, no tienen ningún efecto sobre *V*.[19]

Otro de los supuestos de este modelo de valoración, es que existe un valor *K* en donde puede ocurrir un estado de alerta financiera. De esta manera, es importante aclarar que mientras *V* (nivel total de activos de la empresa) sea mayor que *K*, la firma continuará cumpliendo sus obligaciones; y en la medida que *V* alcance a *K*, se entrará en dicho estado de alerta, lo que puede conducir a lo que conocemos como riesgo de crédito; y es aquí donde ninguna entidad financiera se verá motivada a otorgar un préstamo.

Longstaff y Schwartz también exponen que, si existe una reorganización durante la vida de un título valor, los tenedores de esos títulos reciben (1 – w) veces el valor facial del título a su maduración, es decir, que no se recupera el 100%. Por último, el modelo asume que los mercados son perfectos, y no existen fricciones, de manera que los títulos pueden ser negociados continuamente en el tiempo.

---

[19] Para información de este Teorema, dirigirse al trabajo de Anne P. Villamil - The Modigliani-Miller Theorem. *The New Palgrave Dictionary of Economics*. University of Illinois

4.3 Fórmula cerrada para la valoración de un bono con cupón fijo

Longstaff y Schwartz, valoraron expresiones para cupones fijos propensos a riesgos y examinaron su implicación sobre los *spreads* de crédito. Ellos suponen que *P(V, r, T)* describe el precio de un bono con cupón fijo propenso a riesgo con un tiempo de maduración *T*. Como se dijo anteriormente, si no existe el riego de crédito, la rentabilidad de este término es de 1, y en caso de que este existiera es de *(1-w)*. Dicha rentabilidad puede ser expresada como:

$$(1) \qquad 1 - wI_{\gamma \leq T}$$

Donde *I* es un indicador que toma el valor de 1 si *V* alcanza a *K* durante la vida del bono; y en el caso de que suceda lo contrario, tomaría el valor de *0*. Hay que destacar que *X* es igual a *V/K*.

El valor de dicho bono con cupón fijo viene dado por:

$$(2) \quad P(X,r,T) = D(r,T) - wD(r,T)Q(X,r,T)\,,$$

Donde,

$$Q(X,r,T,n) = \sum_{i=1}^{n} q_i$$
$$q_1 = N(a_1)$$
$$q_i = N(a_i) - \sum_{j=1}^{i-1} q_j N(b_{ij})$$

$$a_i = \frac{-\ln X - M(iT/n, T)}{\sqrt{S(iT/n)}}$$

$$b_{ij} = \frac{M(jT/n, T) - M(iT/n, T)}{\sqrt{S(iT/n) - S(jT/n)}}$$

Y donde

$$\begin{aligned} M(t,T) &= \left(\frac{\alpha - \rho\sigma\eta}{\beta} - \frac{\eta^2}{\beta^2} - \frac{\sigma^2}{2} \right) t \\ &+ \left(\frac{\rho\sigma\eta}{\beta^2} + \frac{\eta^2}{2\beta^3} \right) \exp(-\beta T)(\exp(\beta t) - 1) \\ &+ \left(\frac{r}{\beta} - \frac{\alpha}{\beta^2} + \frac{\eta^2}{\beta^3} \right)(1 - \exp(-\beta t)) \\ &- \left(\frac{\eta^2}{2\beta^3} \right) \exp(-\beta T)(1 - \exp(-\beta t)) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} S(t) &= \left(\frac{\rho\sigma\eta}{\beta^2} + \frac{\eta^2}{\beta^2} + \sigma^2 \right) t \\ &- \left(\frac{\rho\sigma\eta}{\beta^2} + \frac{2\eta^2}{\beta^2} \right)(1 - \exp(-2\beta t)) \\ &+ \left(\frac{\eta^2}{2\beta^3} \right)(1 - \exp(-2\beta t)) \end{aligned}$$

El término *Q(X, r, T)* es el límite de *Q(X, r, T, n)* cuando *n* tiende al infinito.

Es necesario aclarar que el valor de q_i ayuda a definir el precio de un bono a descuento, este término es definido de manera recursiva. El término *N(.)* representa una distribución normal. Además, se puede apreciar que el valor de un bono de cupón fijo depende de *V* y *K*, de manera que el valor de *X* provee el riesgo de crédito de una firma.

En la ecuación (2) el primer término representa el valor de un bono sin riesgo, mientras que el segundo término representa el bono descontado con riesgo de crédito. El valor de *wD(r, T)* es el valor presente del descuento sobre un bono, ante un evento de riesgo; y *Q(X, r,T)* es la probabilidad de que ocurra *default*.

Longstaff y Schwartz expresan que, debido a que el riesgo de crédito viene dado por una variable *X*, los bonos pueden ser evaluados directamente sobre esta variable y no necesariamente sobre el estado de *default* de otros bonos; es por ello que este enfoque tiene mayor reconocimiento sobre otros.

Cabe destacar que el precio de un bono riesgoso, no solo es una función creciente del valor de *X (V/K)*; sino también es una función decreciente del valor de *w*. Esto se debe a que un aumento de *w* implica que el descuento sobre un bono sea mayor en momentos de problemas financieros. De igual manera, un aumento en *T,* hace que el término de *D(r, T)* baje, así como también hace que la probabilidad de *default Q(X, r, T)* crezca.

También es importante recalcar que el precio de un bono propenso a riesgo, es en general una función decreciente de la tasa de interés. Este modelo indica que la sensibilidad del precio de un bono ante cambios en la tasa de interés provee una medida del *duration* del bono. Según Chance (1990), el *duration* de un bono con cupón fijo propenso a riesgo, es más pequeño que el de otros bonos libres de riesgo. Dicha sensibilidad, expone que un bono con riesgo no necesariamente tiene que ser una función creciente de su tiempo de maduración.

Uno de los grandes aportes de este modelo de valoración, es que puede ser fácilmente aplicado en la realidad, además, el valor de r, α, β, y η^2 pueden ser conseguidos a través de la data de estructura temporal. Igualmente, el modelo puede ser utilizado para bonos con cupón fijo y flotante, realizándole únicamente algunas modificaciones. A continuación se explica como es la fórmula para valorar un bono con cupón flotante.

4.4 Fórmula cerrada para la valoración de un bono con cupón flotante

En esta parte, Longstaff y Schwartz derivan una expresión para valorar los pagos de un bono con cupón flotante. El término de $F(X, r, \tau, T)$ representa el valor de dicho cupón flotante a un tiempo T, donde la tasa flotante es determinada a un tiempo τ, $\tau \leq T$. Entonces la rentabilidad pudiese tomar el valor de r a un tiempo τ si el *default* no ocurre antes de T; y en caso de que ocurriese, sería de $(1 - w)r$. Esto se puede ver en la siguiente expresión:

$$(3)\ \ r\left(1 - wI_{\gamma \le T}\right)$$

Donde *I* es también es una función indicadora. Cabe destacar que esta expresión permite realizar comparaciones entre un bono con cupón fijo y uno con cupón flotante.

La valoración del pago de un bono con cupón flotante propenso a riesgo viene dado por:

$$(4)\quad F(X,r,\tau,T) = P(X,r,T)R(r,\tau,T) + wD(r,T)G(X,r,\tau,T)$$

Donde

$$\begin{aligned} R(r,\tau,T) &= r\exp(-\beta\tau) \\ &+ \left(\frac{\alpha}{\beta} - \frac{\eta^2}{\beta^2}\right)(1-\exp(-\beta r)) \\ &+ \left(\frac{\eta^2}{2\beta^2}\right)\exp(-\beta T)(\exp(\beta\tau) - \exp(-\beta\tau)) \end{aligned}$$

$$G(X,r,\tau,T,n) = \sum_{i=1}^{n} q_i \frac{C(\tau, iT/n)}{S(iT/n)} M(iT/n, T)$$

Y donde

$$\begin{aligned} C(\tau,t) &= \left(\frac{\rho\sigma\eta}{\beta} + \frac{\eta^2}{\beta^2}\right)\exp(-\beta\tau)(\exp(\beta\min(\tau,t)) - 1) \\ &- \frac{\eta^2}{2\beta^2}\exp(-\beta\tau)\exp(-\beta t)(\exp(2\beta\min(\tau,t)) - 1) \end{aligned}$$

El término *G(X, r, τ, T)* es el límite de *G(X, r, τ, T, n)* cuando *n* tiende al infinito. Los términos restantes fueron explicados en el punto anterior.

En la ecuación (3), el cupón flotante en un tiempo *T*, simboliza el valor de *r* a un tiempo τ multiplicado por una función de rendimiento de un bono con riesgo. Junto con esto, en la ecuación (4), el primer término simboliza el precio de un bono descontado a una tasa *r* y tiempo τ. El segundo término ajusta la correlación entre *r* y *X* a través de $C(\tau, m)$ que es la covarianza del valor de *r* a un tiempo τ junto con el valor del *ln* de *X* a un tiempo τ.

CAPÍTULO V

APLICACIÓN DEL MODELO DE LONGSTAFF Y SCHWARTZ A LOS VEBONOS

5.1 Introducción:

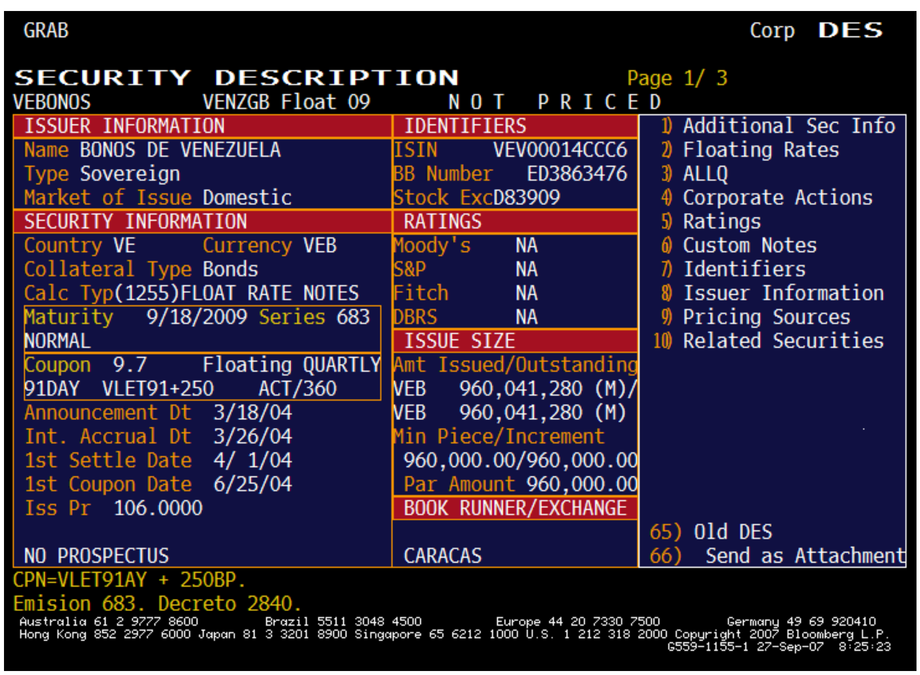
Gracias a que el trabajo de Longstaff y Schwartz logra derivar una fórmula cerrada, compuesta por diferentes ecuaciones algebraicas; resulta posible realizar una adaptación a los Vebonos, utilizando para ello hojas de cálculo. En este sentido, se decidió recurrir al conocido software Excel 2003, en el cual, a través de diferentes hojas vinculadas, se logró ajustar el modelo a las características específicas del Vebono, cuyos cupones se encuentran compuestos por dos partes, una flotante (vinculada a las Letras del Tesoro a 90 días) y otra fija (compuesta por un *annuity* de 2,5%).

Este capítulo esta estructurado de la siguiente manera. En la sección 5.2 se mostrarán los diferentes datos y parámetros que fueron utilizados en la adaptación del modelo. En la sección 5.3 se realiza una descripción de la programación. En la sección 5.4 se explica como puede medirse el nivel de apalancamiento implícito en los precios históricos del Vebono. Por último, en el apartado 5.4, se trata acerca de cómo calcular el *duration* sobre las tasas de interés de corto plazo del Vebono, así como la sensibilidad del precio ante la variación de los diferentes parámetros.

5.2 Datos y parámetros

El bono utilizado como *input* en el modelo, es el Vebono VEV0014CCC6, cuya fecha de emisión es el 26/03/2004 y vence el 18/09/2009. Para la fecha de realización de los análisis 27/09/2007, el bono pagaba un cupón de 9,7%. La data histórica utilizada fue obtenida de Bloomberg y va desde la fecha de emisión, hasta el 08/08/2006. A manera de simplificar la cantidad de información, y que el programa pudiera realizar los cálculos de manera más fluida, se procedió a filtrar la información del Vebono (fecha, precio y cupón) tomando los datos en intervalos de 5 días. Todas las características del Vebono estudiado se pueden observar en el siguiente cuadro.

Cuadro 5-1. Características del Vebono VEV0014CCC6



Fuente Blommberg

Adicionalmente a los datos del Vebono, se requiere una serie de parámetros que deben ser introducidos para que el modelo genere el precio del mismo. Estos parámetros son los siguientes:

- Tasa de interés *(r)*.
- Factor de riesgo de crédito *(X)*. Este factor muestra la proporción entre los activos de la compañía y su nivel de deuda. *X=V/K*, donde *V* es el nivel de activos y *K* el nivel de deuda.
- Factor de descuento *(w)*. Dicho número es el valor presente del descuento sobre el bono, en caso de *default*. Si *w* aumenta, entonces aumentará la cantidad descontada sobre el bono, en el caso de presentarse problemas financieros.
- Correlación entre la tasa de interés y el riesgo de crédito (ρ).
- Varianza de los activos de la firma (σ^2).
- Parámetros de la estructura temporal (α, β, η^2).

Con estos parámetros, se pretende realizar diferentes análisis de sensibilidad. Es decir, se va a estudiar el efecto que tiene la variación de uno de los parámetros sobre el precio del bono, manteniendo el resto de los parámetros constantes. Longstaff y Schwartz, realizan la mayoría de sus análisis partiendo de un escenario con las siguientes características: $r = 0{,}04$; $X = 2{,}0$; $w = 0{,}50$; $\sigma^2 = 0{,}04$; $\rho = -0{,}25$; $\alpha = 0{,}06$; $\beta = 1{,}00$ y $\eta^2 = 0{,}001$. Nosotros, partiremos igualmente de ese escenario, y posteriormente realizaremos ciertas modificaciones.

En el cuadro 5-2 (el cual nos servirá de ejemplo), se puede observar una parte de la hoja de Excel, en la cual se deben introducir los datos del Vebono y los diferentes parámetros. Aunque la hoja está codificada para permitir un número elevado de entradas; a manera de muestra solo se mostrarán las 20 primeras.

En dicho cuadro, aparecen los datos y parámetros introducidos para calcular la sensibilidad del precio a los cambios en las tasas de interés. La fecha de análisis, así como el resto de los datos y parámetros permanecen fijos, modificándose únicamente la tasa de interés, la cual varía de 1% hasta 20%. En la columna "precio modelo", se puede observar el precio del bono que arroja el modelo, para cada tasa de interés. Ese cuadro se deberá completar para estudiar la sensibilidad de cada uno de los parámetros.

Cuadro 5-2. Data y parámetros utilizados por el modelo

FECHA ANALISIS	EMITIDO	VENCIMIENTO	CUPON	PRECIO MODELO	r	β	η	η2	α	X	w	σ	σ2	ρ
27/09/2007	26/03/2004	18/09/2009	9,7%	107,61%	1,0%	1	3,162%	0,0010	0,06	2,000	0,5	20,00%	0,04	0,25
27/09/2007	26/03/2004	18/09/2009	9,7%	107,50%	2,0%	1	3,162%	0,0010	0,06	2,000	0,5	20,00%	0,04	0,25
27/09/2007	26/03/2004	18/09/2009	9,7%	107,40%	3,0%	1	3,162%	0,0010	0,06	2,000	0,5	20,00%	0,04	0,25
27/09/2007	26/03/2004	18/09/2009	9,7%	107,29%	4,0%	1	3,162%	0,0010	0,06	2,000	0,5	20,00%	0,04	0,25
27/09/2007	26/03/2004	18/09/2009	9,7%	107,17%	5,0%	1	3,162%	0,0010	0,06	2,000	0,5	20,00%	0,04	0,25
27/09/2007	26/03/2004	18/09/2009	9,7%	107,05%	6,0%	1	3,162%	0,0010	0,06	2,000	0,5	20,00%	0,04	0,25
27/09/2007	26/03/2004	18/09/2009	9,7%	106,93%	7,0%	1	3,162%	0,0010	0,06	2,000	0,5	20,00%	0,04	0,25
27/09/2007	26/03/2004	18/09/2009	9,7%	106,80%	8,0%	1	3,162%	0,0010	0,06	2,000	0,5	20,00%	0,04	0,25
27/09/2007	26/03/2004	18/09/2009	9,7%	106,67%	9,0%	1	3,162%	0,0010	0,06	2,000	0,5	20,00%	0,04	0,25
27/09/2007	26/03/2004	18/09/2009	9,7%	106,54%	10,0%	1	3,162%	0,0010	0,06	2,000	0,5	20,00%	0,04	0,25
27/09/2007	26/03/2004	18/09/2009	9,7%	106,40%	11,0%	1	3,162%	0,0010	0,06	2,000	0,5	20,00%	0,04	0,25
27/09/2007	26/03/2004	18/09/2009	9,7%	106,27%	12,0%	1	3,162%	0,0010	0,06	2,000	0,5	20,00%	0,04	0,25
27/09/2007	26/03/2004	18/09/2009	9,7%	106,12%	13,0%	1	3,162%	0,0010	0,06	2,000	0,5	20,00%	0,04	0,25
27/09/2007	26/03/2004	18/09/2009	9,7%	105,98%	14,0%	1	3,162%	0,0010	0,06	2,000	0,5	20,00%	0,04	0,25
27/09/2007	26/03/2004	18/09/2009	9,7%	105,83%	15,0%	1	3,162%	0,0010	0,06	2,000	0,5	20,00%	0,04	0,25
27/09/2007	26/03/2004	18/09/2009	9,7%	105,68%	16,0%	1	3,162%	0,0010	0,06	2,000	0,5	20,00%	0,04	0,25
27/09/2007	26/03/2004	18/09/2009	9,7%	105,53%	17,0%	1	3,162%	0,0010	0,06	2,000	0,5	20,00%	0,04	0,25
27/09/2007	26/03/2004	18/09/2009	9,7%	105,38%	18,0%	1	3,162%	0,0010	0,06	2,000	0,5	20,00%	0,04	0,25
27/09/2007	26/03/2004	18/09/2009	9,7%	105,22%	19,0%	1	3,162%	0,0010	0,06	2,000	0,5	20,00%	0,04	0,25
27/09/2007	26/03/2004	18/09/2009	9,7%	105,07%	20,0%	1	3,162%	0,0010	0,06	2,000	0,5	20,00%	0,04	0,25

Fuente: Elaboración propia

5.3 Descripción de la programación

Como se mencionó en la introducción, debido a que el modelo de Longstaff y Schwartz culmina con una fórmula cerrada, fue posible utilizar el software Excel 2003 para su aplicabilidad. A través de una serie de hojas vinculadas, en la que fueron introducidas todas las ecuaciones propuestas por los mencionados autores, se logró obtener el valor presente de cada cupón y el principal (tomando en cuenta todos los parámetros anteriormente explicados). Al sumar estos valores se obtiene como resultado el precio del Vebono. En resumen, se puede decir que, en el programa se deben introducir un total de 13 *inputs*, y este generará un solo *output*, que será el precio del Vebono.

La parte de la ecuación que presentó mayores complicaciones, fue la relacionada con la variable q_i, que permite calcular el precio de un bono descontado o *pure discount bond* con riesgo de crédito. Esta variable está definida de manera recursiva y los autores recomiendan redefinirla un número de veces cercano a 200, de manera que alcance el valor 0. Debido a lo complicado que resulta redefinir la variable 200 veces, se decidió hacerlo un total de 10. A pesar de no ser lo más exacto, se consiguió llegar a un número cercano a 0. El cuadro 5-3 muestra los diferentes valores obtenidos para q_i.

Cuadro 5-3. Valores de q_i para un *pure discount bond*

D(r,T)	Y	Q	q1	q2	q3	q4	q5	q6	q7	q8	q9	q10	P(X,r,T)
0,857021	7,715%	96,715%	46,84%	23,69%	12,21%	6,40%	3,41%	1,86%	1,05%	0,62%	0,38%	0,25%	44,26%

I	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
iT/n	0,2	0,4	0,6	0,8	1	1,2	1,4	1,6	1,8	2
ai	-0,079384	-0,105201	-0,121193	-0,13211	-0,139917	-0,14566	-0,149966	-0,153235	-0,155731	-0,157631
M(iT/n,T)	0,010638	0,019919	0,028083	0,035327	0,041811	0,047662	0,052985	0,057862	0,062356	0,066518
S(iT/n)	0,017958	0,035849	0,053694	0,071506	0,089296	0,107068	0,124829	0,142582	0,160328	0,178069
N[bi1]*q1		0,221228	0,216963	0,214284	0,212424	0,211067	0,210046	0,209261	0,208651	0,208173
N[bi2]*q2			0,112668	0,110737	0,109505	0,108634	0,107986	0,107489	0,107101	0,106793
N[bi3]*q3				0,058425	0,057527	0,056944	0,056526	0,05621	0,055964	0,055769
N[bi4]*q4					0,03076	0,030332	0,03005	0,029845	0,029688	0,029565
N[bi5]*q5						0,016476	0,016267	0,016127	0,016025	0,015945
N[bi6]*q6							0,009024	0,008919	0,008848	0,008795
N[bi7]*q7								0,005095	0,00504	0,005003
N[bi8]*q8									0,002997	0,002967
N[bi9]*q9										0,001857

Fuente: Elaboración propia

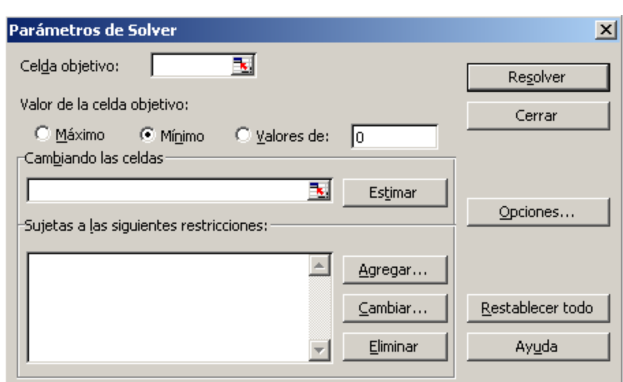
5.4 Percepción de riesgo de crédito implícito en los precios históricos de los Vebonos

Uno de los aspectos más resaltantes que presenta este modelo, es que de cierta manera permite calcular el nivel de apalancamiento implícito en los precios históricos del Vebono. Se debe recordar que uno de los parámetros utilizados es *(X)*, el cual representa la proporción entre el nivel de activos y deuda, *X=activos/deuda*. En el caso específico de los Vebonos, ese parámetro *X* indicaría el nivel de apalancamiento de la República.

Si en la hoja de Excel introducimos la data histórica perteneciente al Vebono VEV0014CCC6, la cual debe incluir las fechas de los análisis, fecha de emisión, fecha de vencimiento y pago de los cupones, además de los diferentes parámetros ya conocidos; el modelo generará una serie de precios (uno para cada día de análisis introducido). Si esos precios son comparados con los precios históricos, se puede deducir el nivel de apalancamiento de la República, implícito en los Vebonos.

La manera de obtener dichos valores de *X*, es utilizando la función "Solver" que trae el programa Excel. Primero se debe crear una columna, en la cual se resten los precios históricos menos los precios obtenidos por el modelo, estos resultados se deben elevar al cuadrado para evitar signos negativos. Posteriormente, se realiza una sumatoria de todos los valores de esa columna; de manera que la celda que contenga el resultado de esa sumatoria, será la celda objetivo de la función "Solver". Después de introducir la celda objetivo, se debe indicar al sistema que tome el valor mínimo de esa celda (el cual debería ser 0). Finalmente, es necesario seleccionar cuales serían las celdas cambiantes, en este caso, se debe seleccionar la columna que contiene el parámetro *X*. Una vez realizado este procedimiento, se obtendrá el valor de *X* que está implícito en cada uno de los precios históricos.

Cuadro 5-4. Ventana de la función Solver



Fuente: Programa Excel 2003

5.5 Cálculo del *Duration* y otras sensibilidades de riesgo

Para calcular el *duration* sobre las tasas de interés de corto plazo del Vebono, se debe completar el cuadro de *inputs* que contiene el programa. Es necesario mantener todos los parámetros constantes a excepción de *r*, la cual deberá variar en función de diferentes escenarios. En este trabajo, se decidió utilizar variaciones de 0,5% en la tasa de interés, y de esta manera observar como es el comportamiento de los precios del Vebono, ante incrementos en *r*.

Al igual que con la tasa de interés, se realizarán análisis de sensibilidad para los siguientes parámetros, *X, w,* α *y* ρ. Los resultados obtenidos serán mostrados en el siguiente capítulo.

CAPÍTULO VI

ANÁLISIS DE RESULTADOS

6.1 Introducción

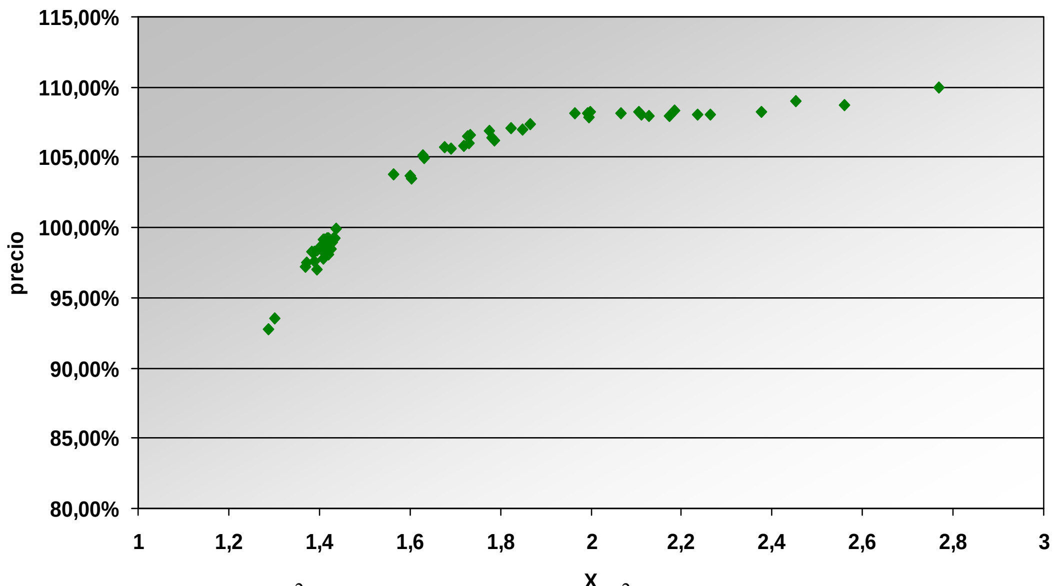
A continuación se presentarán los diferentes resultados obtenidos al correr el modelo de Longstaff y Schwartz adaptado a las características del Vebono. El capítulo está compuesto de la siguiente manera. En el apartado 6.2 se describen los resultados conseguidos al calcular el riesgo de crédito implícito en los precios históricos del Vebono. En la sección 6.3 se presentan los resultados del *duration* sobre las tasas de interés de corto plazo, así como la sensibilidad del precio ante variaciones de los parámetros ρ, T y X.

6.2 Resultados del crédito implícito en los precios históricos de los Vebonos

Longstaff y Schwartz (1995) mencionan que el precio de un bono es una función creciente del parámetro X. Esta afirmación resulta lógica, ya que, si el valor de X aumenta, la empresa será menos propensa a entrar en una situación de *default*; y por lo tanto, el mercado estaría dispuesto a pagar un mayor precio por el bono.

Para comprobar la consistencia de ese comportamiento, con la dinámica de los Vebonos, se calculó el valor de X implícito en los precios históricos de los mismos[20], obteniéndose un resultado consistente con el de Longstaff y Schwartz. La gráfica 6-1. muestra como, a medida que el valor de X aumenta, el precio del Vebono se hace mayor.

Gráfica 6-1. Nivel de riesgo implícito en los precios históricos del Vebono



$r = 0.04$, $\beta = 1$, $\eta^2 = 0.0010$, $\alpha = 0.06$, $w = 0.5$, $\sigma^2 = 0.04$ y $\rho = -0.25$, cupón=9.7

Fuente: elaboración propia

Si se detalla la pendiente de la curva, se puede notar como ésta, se va haciendo cada vez más horizontal, a medida que el valor de X aumenta. Al parecer, después que X alcanza cierto nivel, el impacto sobre los precios del Vebono es cada vez menor. Los datos más relevantes sobre los resultados obtenidos, se pueden observar en la siguiente gráfica.

[20] El procedimiento para calcular el valor de X se explicó en el capítulo V.

Cuadro 6-1. Cuadro resumen parámetro *X*

Característica	Valor *X*	Precio
Primera medición	1,268	89,5%
Última medición	2,769	109,95%
Promedio de X	1,674	
Precio Promedio	102,417%	

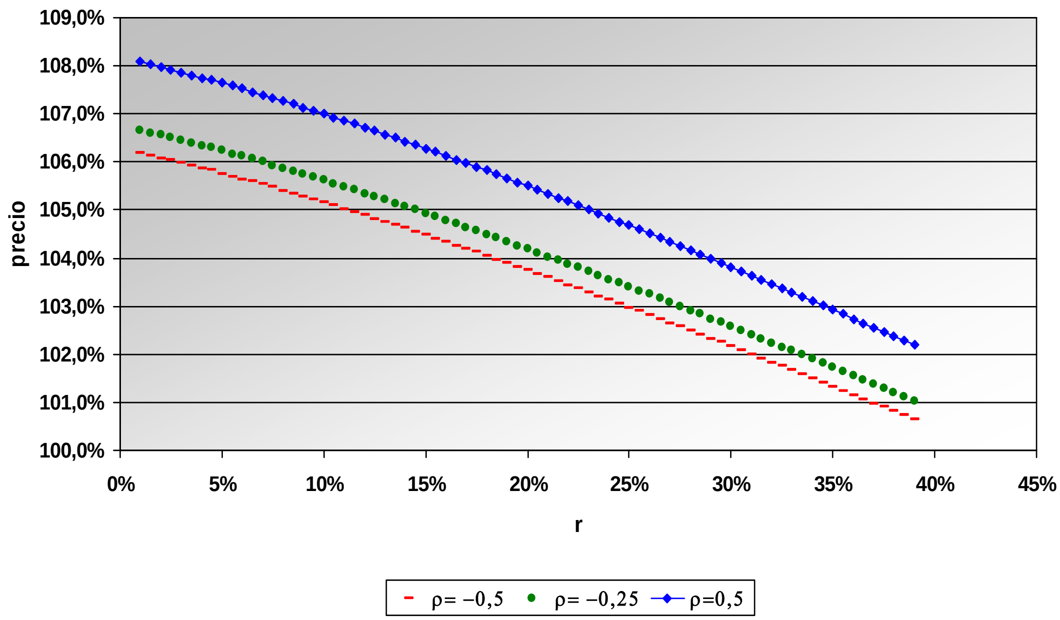
Fuente: Elaboración propia

6.3 Resultados del *duration* y otras sensibilidades de riesgo

Duration: El comportamiento del Vebono que nos llamó la atención, y sirvió como punto de partida de este trabajo, fue la correlación negativa observada entre la tasa de interés de las letras del tesoro, y los precios históricos del Vebono. Al realizar un análisis de sensibilidad del precio, ante variaciones en las tasas de interés; el modelo generó una serie de valores, que al graficarlos, permiten observar una correlación negativa entre el precio y dichas tasas.

Para realizar el análisis de sensibilidad se mantuvieron todos los parámetros constantes, modificando únicamente la tasa de interés en fracciones de 0,5%. Además, se plantearon 3 escenarios con diferentes niveles de correlación (ρ), para saber cual es su impacto sobre el nivel de precios.

Gráfica 6-2. *Duration* con diferentes niveles de ρ



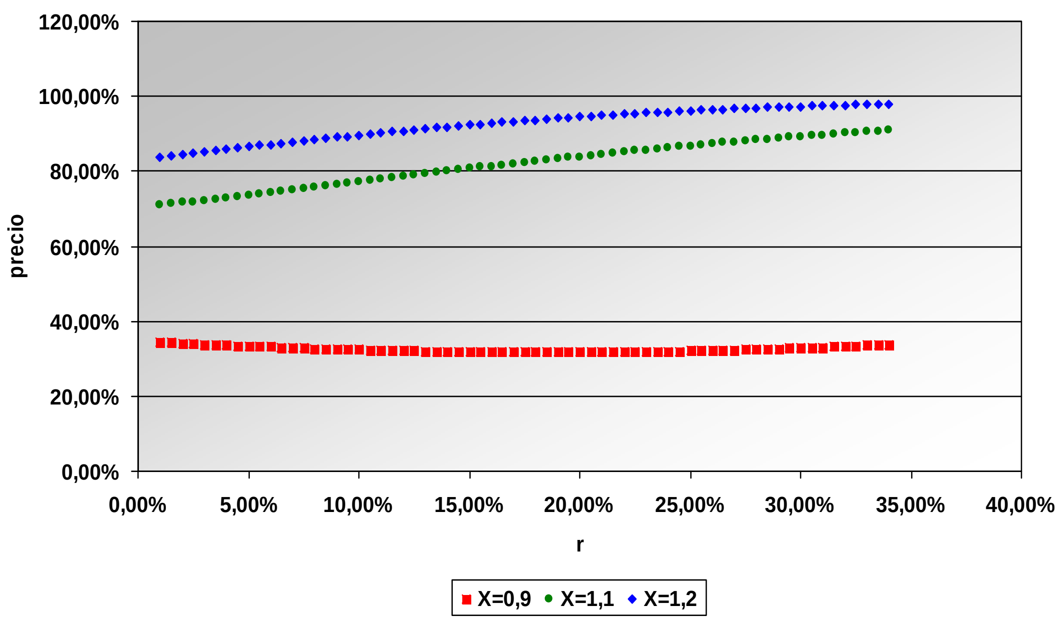
X= 2, $\beta = 1$, $\eta^2 = 0.0010$, $\alpha = 0.06$, $w = 0.5$, $\sigma^2 = 0.04$, cupón=9.7
Fuente: elaboración propia

Para niveles de ρ iguales a -0,5; 0,25 y 0,5, las pendientes de las curvas no presentaron variaciones. Lo único que ocurrió fue un desplazamiento de la curva hacia arriba, a medida que se utiliza una correlación más alta; es decir, que para una misma tasa de interés, el precio del bono será mayor, en la medida que la correlación sea más elevada.

Longstaff y Schwartz mencionan que en general el precio de un *floating rate bond* será una función inversa del nivel de las tasas de interés. Sin embargo, también señalan que en ciertas ocasiones el precio del bono puede crecer a medida que aumentan las tasas. Ese comportamiento se presenta cuando existe un nivel de X cercano a 1.

Para corroborar esa afirmación, se procedió a introducir en la hoja de Excel, la data correspondiente a los Vebonos y los diferentes parámetros, manteniéndolos constantes. Únicamente se modificaron las tasas de interés, y se plantearon 3 escenarios con valores de *X* cercanos a 1.

Gráfica 6-3. *Duration* con valores de *X* cercanos a 1



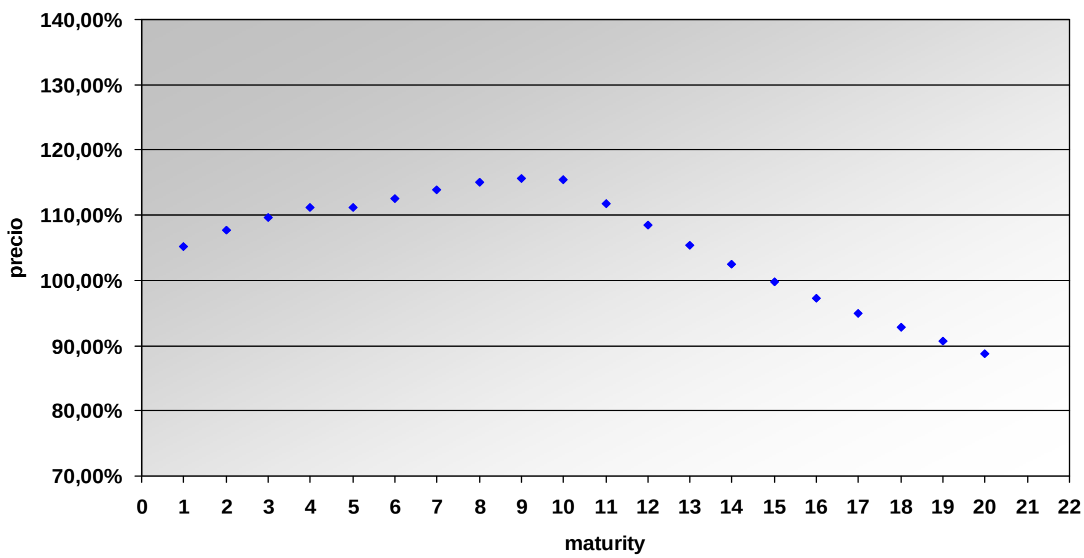
$\beta = 1$, $\eta^2 = 0.0010$, $\alpha = 0.06$, $w = 0.5$, $\sigma^2 = 0.04$, ρ=-0.25, cupón=9.7
Fuente: Elaboración propia

Para los tres escenarios de *X* (*X*=0,9; *X*=1,1; *X*= 1,2), la relación obtenida entre *r* y el precio del bono es positiva; teniendo la pendiente menos inclinada la curva que representa el valor de *X*=0,9. Estos resultados también se asemejan a los obtenidos por Longstaff y Schwartz cuando utilizan factores de riesgo cercanos a 1.

Maturity: Otro de los análisis de sensibilidad realizados, corresponde a la fecha de vencimiento o *maturity*. En este caso, manteniendo todos los parámetros constantes, se modificó la fecha de vencimiento del Vebono, de manera de conocer cual es la relación entre el precio y la duración del bono.

Tomando un rango de 20 años, se pudo observar que, a medida que aumenta la fecha de maduración, se incrementa el precio del Vebono. Esa tendencia se mantiene hasta el décimo año. A partir de ese momento, la curva empieza a descender a medida que se incrementa el número de años. Ese comportamiento se puede observar en la gráfica 6-4.

Gráfica 6-4. Sensibilidad del precio del bono a cambios en el *maturity*

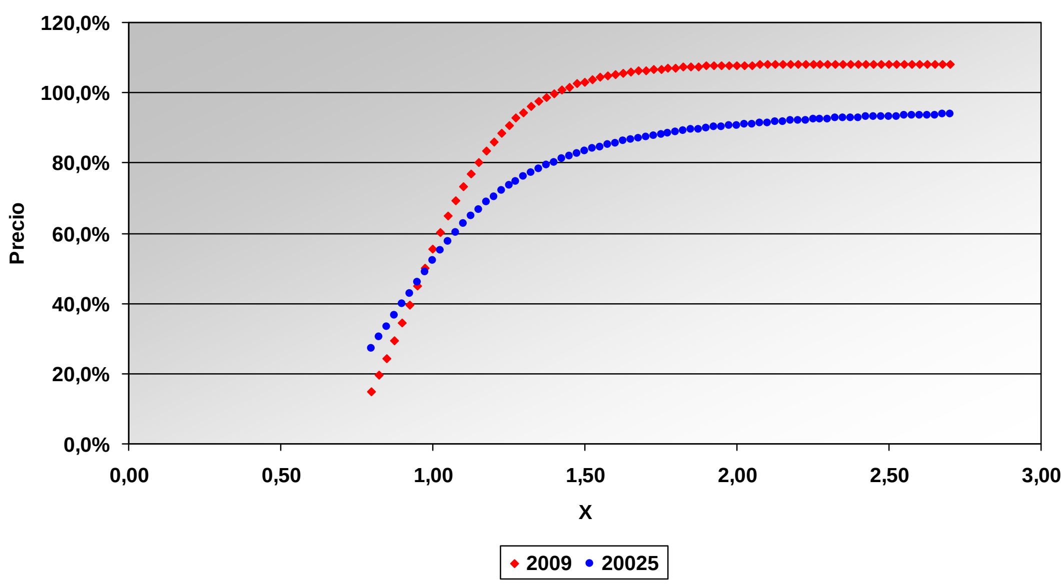


r=0.08, X=2, $\beta = 1$, $\eta^2 = 0.0010$, $\alpha = 0.06$, w = 0.5, $\sigma^2 = 0.04$, ρ=-0.25, cupón=9.7
Fuente: Elaboración propia

Riesgo de crédito: El análisis aquí presentado, se asemeja un poco al de la sección 6.2, con la diferencia que en éste no se utilizará la data histórica de los Vebonos. Manteniendo todos los parámetros constantes, se desea encontrar cual sería el precio del Vebono hoy en día, dados diferentes valores de *X*.

Los resultados obtenidos, utilizando valores de *X* que van desde 0,80 hasta 2,70 se pueden observar en la siguiente gráfica. En ésta, se plantearon dos escenarios, uno para el Vebono con vencimiento en el año 2009; y otro para un bono con vencimiento en el año 2025. La forma de las curva obtenidas en este análisis, son muy parecidas a la curva procedente de la data histórica de los Vebonos.

Gráfica 6-5. Sensibilidad del precio del bono a cambios en el riesgo de crédito



$r= 0.08$, $\beta = 1$, $\eta^2 = 0.0010$, $\alpha = 0.06$, $w = 0.5$, $\sigma^2 = 0.04$, $\rho=-0.25$, cupón=9.7
Fuente: Elaboración propia

CONCLUSIONES

Los resultados obtenidos en la presente investigación, tienen concordancia con los hallazgos encontrados en el trabajo de Longstaff y Schwartz (1995), y el planteamiento realizado por Ramaswamy y Sundaresan, en el cual, las desviaciones de un *floating rate note* de su valor par, son debido a la incidencia de factores de riesgo de crédito.

En este sentido, el riesgo de crédito tiene un efecto sobre los precios del Vebono, el cual provocó que se valorara a descuento desde su fecha de emisión hasta el mes de Mayo de 2004, a pesar de que el Vebono, además del cupón flotante, cancela una prima de 2,5%. Ese descuento se fue reduciendo, llegándose a valorar incluso a prima. Esa revalorización del Vebono, fue a la par de una mejora en los niveles de X (activos/deuda) percibidos por el mercado. Es por ello que, al comparar los diferentes valores de X con los precios históricos, se obtuvo una relación positiva.

Por otra parte, además de concluir que el riesgo de crédito tiene un impacto significativo sobre los precios del Vebono, los diferentes análisis de sensibilidad permitieron dar una idea de cómo afecta cada uno de los parámetros sobre el valor del mismo. Los impactos encontrados fueron los siguientes:

- Existe una correlación negativa entre el precio del Vebono y las tasas de interés.

- En ciertas ocasiones, cuando el valor de X es cercano a 1, el precio del bono puede cambiar su tendencia, y convertirse en una función creciente de las tasas de interés.
- El efecto del *maturity* depende de que tan largo sea el período, en el caso estudiado, para períodos menores a 10 años, la relación del *maturity* respecto al precio es positiva, mientras que de 10 años en adelante, a medida que aumenta el *maturity* disminuye el precio del bono.

BIBLIOGRAFÍA

- Benigna, S.; Wiener, Z. (1998). Term structure of interest rates. The journal of financial analysis. Vol 7. N°2.

- Black F. and Scholes M., (1973). The Pricing of Options and Corporate Liabilities. Journal of Political Economy, 81.

- Black, F; Cox, J (1976), Valuing Corporate Securities: some efects of bond indenture provisions. The Journal of Financial Economics. Vol XXXI.

- Cabaña, E., (2002). El Proceso Wiener y el Teorema del Límite Central. Boletín de la Asociación Matemática Venezolana. 9, 181-192.

- Chan, K; Karolyi, A; Longstaff, F & Sanders, A (2000) The Volatility of Short-Term Interest Rates: An Empirical Comparison of Alternative Models of the Term Structure of Interest Rates. The Ohio State University.

- Chance, D (2004) The Pricing and Interest Sensitivity of Floating-Rate Securities. Floating Rate Securities.

- Chance, D. (1983), Floating Rate Notes and Immunization. Journal of Financial and Quantitative Analysis 18.

- Culter, S. (2004). Bond Análisis. Invesment Management Center.

- Finch, S. (2004). The Ornstein-Uhlenbeck Process. The Journal of Financial Economics.

- Garay, U., (2005). Los mercados de capitales con aplicaciones al mercado venezolano. IESA.

- Georges, P. (2003). The Vasicek and CIR Models: The expectation hipótesis of the interest rates term structure. Department of Finances.

- Guoming D. (1996). Pricing risky debt: an empirical comparision of Longstaff & Schwartz ando Merton. The journal of financial analysis.

- Hull J., and White A., (1990). Pricing Interest Rate Derivative Securities. Review of Financial Studies, 3 Number 4, p. 573-592.

- Hull, J. (2002). Introducción a los Mercados de Futuros y Opciones. (4ta Edición), Madrid. Ed. Prentice Hall.

- Leland, H. (2004). Prediction od default probabilities in structural models of debt. University of California, Berkely.

- Longstaff F. and Schwartz E. (1995). A Simple Approach to Valuing Risky Fixed and Floating Rate Debt. The Journal of finance, 50 Number, 3.

- Martínez, P.; Nascimento, J. (2006). Valoración de un Vebono con redención anticipada utilizando el modelo de no arbitraje de Hull y White. Tesis de Grado. Universidad Católica Andrés Bello. Caracas, Venezuela.

- Merton, Robert C., On the Pricing of Corporate Debt: The Risk Structure of Interes Rates, Journal of Finance, Vol. 29, No. 2, (May 1974), pp. 449-470.

- Morgan, G. (1986). Floating rate securities and immunization: some further result. The journal of financial analysis. 21. 87-94.

- Morris, C.; Neal, R.; Rolph, D. (1998). Credit spreads and interest rates: a cointegration approach, Research Working Paper 98-08, Federal Reserve Bank of Kansas City.

- Nandi, S. (1998), Valuation Models for Default-Risky Securities: An Overview. Federal Reserve Bank of Atlanta. Economic Review.

- Ramaswamy, K. and Sundaresan S. (1986). The Valuation Of Floating-Rate Instruments: Theory And Evidence. Journal of Financial Economics 17, 251-272.

- Real Options Approach to Investments in General and Especially in Petroleum Exploration and Production (E&P). Revisión del 2004 de la W.W.W.: http://www.puc-rio.br/marco.ind/

- Saavedra, M., (2005). La Aplicación del modelo de Black y Scholes en México: 1991-2000. Nº 217.

- Sloman, J. (1997). Introducción a la Microeconomía (Tercera Edición), Madrid. Ed. Prentice Hall.

- Steven, S. Structural Model of Corporate Bond Princing: The impact of interest dynamics. Central risk Management.

- Suo W.; Wang, W. (2006). Assessing Default Probabilities from structural credit risk models. The Journal Financial analysis.

- Thorp, E.; Kassouf, S. T. (1967). Beat the Market. New York, Random House.

- Vasicek, O., (1977). An Equilibrium characterization of the term structure. The Journal of Financial Economics. 5, 177-188.

- Vavrovivova, Z. (1999). Equilibrium and no arbirage Models of the term structure. Master Thesis.

- Villamil, A., The Modigliani-Miller Theorem: The New Palgrave Dictionary of Economics. University of Illinois.

ANEXO A

OPCIONES DE COMPRA Y VENTA: *CALL Y PUT OPTIONS*

Dado que diversos modelos para la valoración de bonos, entre ellos el de Robert Merton, utilizan entre sus fundamentos la teoría de opciones, se consideró necesario presentar al lector una sección que, de manera breve explique que es una opción, y cuales son las características de las mismas.

John Hull[21] define a una opción como, un contrato en el cual el comprador, mediante el pago de una prima, adquiere el derecho, más no la obligación, de comprar o vender un activo determinado a un precio acordado, en una fecha futura.

Existen dos tipos básicos de opciones, las llamadas opciones de compra o *call option*, son las que dan a su propietario el derecho a comprar un activo en una fecha y a un precio determinados; mientras que las denominadas opciones de venta o *put option*, dan la posibilidad a su dueño de vender un activo, igualmente en una fecha y a un precio acordados.

Otra clasificación de las opciones tradicionales se refiere al momento en que estas pueden ser ejecutadas. Las opciones americanas, son aquellas que pueden ser

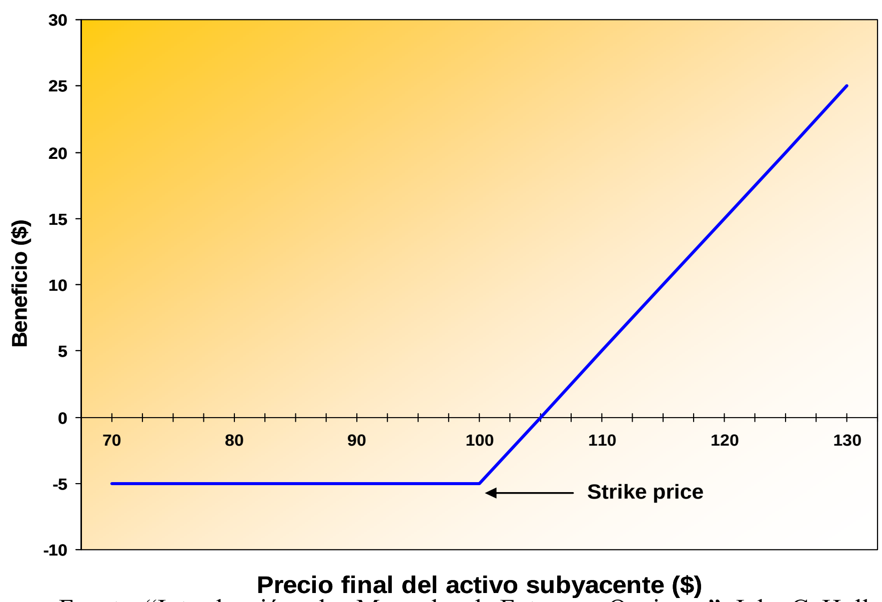
[21] "Introducción a los Mercados de Futuros y Opciones". John C. Hull

ejercidas en cualquier momento hasta su fecha de vencimiento, mientras que las opciones europeas únicamente pueden ejercerse en la fecha de vencimiento.

Opciones de compra o *call options*:

Considerando que un inversionista compra un *european call option*; este ejercerá la opción siempre que el precio del activo subyacente sea superior al precio de ejercicio o *strike price*, de lo contrario la opción no será ejercida, teniendo como pérdida la prima pagada por la opción. La siguiente gráfica muestra un ejemplo de la pérdida o beneficio obtenido al comprar un *call option*.

Gráfica 3-1. Beneficios de un *Call Option*



Fuente: "Introducción a los Mercados de Futuros y Opciones". John C. Hull

En este ejemplo, la prima pagada por la opción es de 5 dólares, mientras que el *strike price* o precio de ejercicio es de 100 dólares. Si al llegar a la fecha de vencimiento, el precio del activo subyacente no alcanza el *strike price* (100 dólares en este caso), la opción no será ejecutada, por lo que el inversionista tendrá una pérdida neta de 5 dólares.

Si por el contrario, el precio del activo supera los 100 dólares, la opción será ejercida. En este caso se presentan dos escenarios:

1) Si el precio del activo es mayor que 100 pero menor que 105 dólares, el inversionista tendrá pérdidas, ya que no lograría cubrir el total de la prima pagada por la opción.
2) Si el precio del activo es mayor que 105 dólares, el inversionista obtendrá un beneficio igual a $S_t - (X + C)$. Donde S_t es el precio final del activo subyacente, X es el *strike price* y C es la prima pagada por el *call*.

Opciones de venta o *put options*:

Al contrario que el comprador de un *call option*, el comprador de un *put option* está esperando que el precio del activo subyacente baje. Si este desciende por debajo del *strike price*, la opción será ejecutada, de lo contrario, la opción no será ejercida y el inversionista tendrá una pérdida equivalente a la prima pagada por la opción.

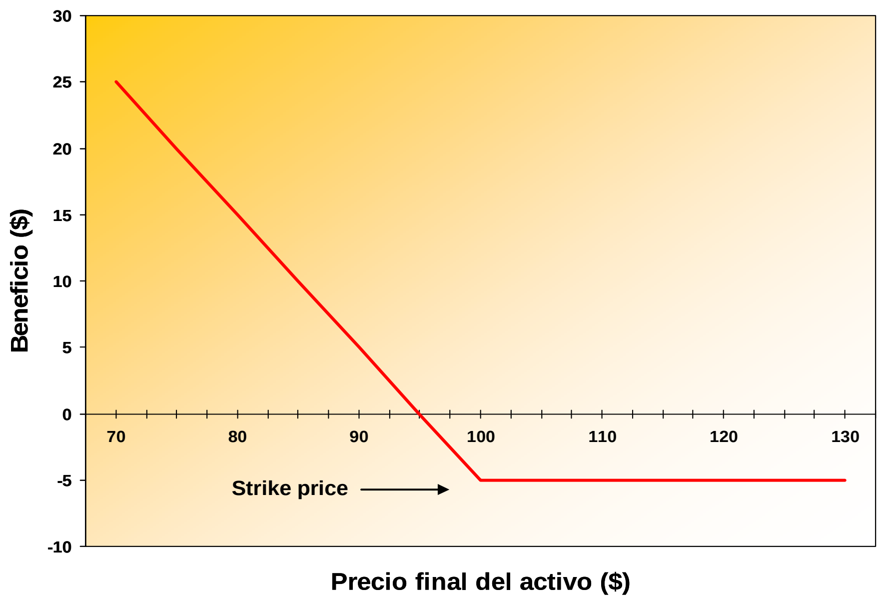
Utilizando el mismo ejemplo, la prima pagada por la opción será de 5 dólares, mientras que el *strike price* o precio de ejercicio será 100 dólares. Si al llegar a la fecha de vencimiento, el precio del activo subyacente se encuentra por encima del *strike price* (100 dólares en este caso), la opción no se ejecutará, teniendo el inversionista una pérdida neta de 5 dólares.

Si por el contrario, el precio del activo es menor a 100 dólares en la fecha de vencimiento, la opción será ejercida. Los escenarios que se presentan en este caso son los siguientes:

1) Si el precio del activo es menor que 100 pero mayor que 95 dólares, el inversionista tendría pérdidas, debido a que no lograría cubrir el total de la prima pagada por la opción.
2) Si el precio del activo es menor que 95 dólares, el inversionista obtendrá un beneficio igual a $X-(S_t+C)$. Donde X es el *strike price*, S_t es el precio final del activo subyacente, y C es la prima pagada por el *put*.

El modelo de Robert Merton (1974), hace referencia a un *put option* sobre los activos de la compañía. En ese caso tendremos que, si los activos de la compañía descienden por debajo de 100 (monto total de la deuda), la opción será ejecutada; mientras que si estos son superiores a 100, la opción no será ejercida, debido a que la empresa no ha entrado en *default*. El comportamiento de los beneficios de un *put option* se pueden observar en la siguiente gráfica.

Gráfica 3-2. Beneficios de un *Put Option*



Fuente: "Introducción a los Mercados de Futuros y Opciones". John C. Hull

ANEXO B

EL MODELO GAUSS-WIENER

Se dice que una variable sigue un proceso estocástico si su valor se modifica de manera aleatoria a través del tiempo. Un ejemplo de un modelo estocástico es el de Markov, en el cual únicamente sólo el estado presente de los procesos es relevante para predecir el futuro.

El modelo de Gauss-Wiener es un tipo de proceso estocástico de Markov, el cual se ha usado en el área de la física para describir el movimiento Browniano de una partícula sujeta a ciertos *shocks*.

Entrando al área financiera, dicho modelo asume la hipótesis de que los mercados son eficientes en su forma más débil. Esto se debe a que tanto la aparición de nueva información como las variaciones de precio ocurren de manera aleatoria.

Según Hull, este modelo, puede ser extendido al mercado financiero a través de

$$\frac{dS}{S} = \mu dt + \sigma dz$$

Donde,

S: el precio de un activo financiero.

dS: cambios en los precios de dichos activos.

μ: rentabilidad esperada de S.

dt: cambio de la variable en el tiempo.

σ: volatilidad de S.

Gracias a esto, se establece que un cambio en el precio de los activos financieros viene dado gracias a la rentabilidad esperada por el diferencial del tiempo transcurrido más un término de volatilidad, el cual toma un carácter aleatorio.

Si una variable ***x*** sigue un proceso de Ito (1951)[22], puede ser expresada de la siguiente manera,

$$dx = a(x,t)dt + b(x,t)dz$$

Donde ***dz*** sigue un proceso Gauss-Wiener, siendo ***a*** y ***b*** en este caso funciones de ***x*** y ***t***. Al aplicar el Lema de Ito se demuestra que una función de ***x*** y ***t*** sigue igualmente un proceso Gauss-Wiener.

[22] El lema de Ito establece que la variación de una función que depende de otra que sigue un proceso Browniano incluye una variable de segundo orden.

ANEXO C

DVO1 Y DURATION

Dollar Value of one Basic point (DVO1)

Es el cambio en el precio del bono si el retorno cambia en un punto básico. Los cambios en precios son casi simétricos para pequeños cambios en el retorno. Esto no hace una gran diferencia si se incrementa o disminuye el retorno para calcular el valor del precio en puntos básicos. En la práctica, se utiliza el promedio en el cambio de un incremento y disminución del retorno.

Duration

El *duration* es el cambio porcentual aproximado en el precio dado por pequeños cambios en las tasas de interés. Por ejemplo, Un *duration* de 4 significa que el precio del bono o portafolio variará aproximadamente 4% cuando se produzca un cambio en el retorno de 100 puntos básicos.

El duration puede ser calculado por la siguiente ecuación,

$$D = \frac{\displaystyle\sum_{t=1}^{t=n} \frac{F_t \times t}{(1+i)^t}}{\displaystyle\sum_{t=1}^{t=n} \frac{F_t}{(1+i)^t}} = \frac{\displaystyle\sum_{t=1}^{t=n} \frac{F_t \times t}{(1+i)^t}}{P_0}$$

Fuente: Petracca E. Duration: Su aplicación a empresas con portafolios de productos concretos
Ft: Flujo nominal de fondos, i: tasa de interés, P0: Precio Actual

El *duration* es en realidad la “elasticidad” de Valor de un Bono (o precio de un activo) con respecto al factor de capitalización, por ello debe anteponérsele el signo menos (relación inversa entre variable dependiente e independiente).

A su vez, dado que el factor de capitalización es igual a (1+i)= u, el *duration* es la elasticidad del precio de un bono con respecto a la tasa de interés, pero cambiado de signo.

ANEXO D

COMUNICADO OFICIAL DE LOS VEBONOS

REPUBLICA BOLIVARIANA DE VENEZUELA
MINISTERIO DE FINANZAS
DIRECCION GENERAL DE FINANZAS PUBLICAS

COMUNICADO OFICIAL

EMISION DE BONOS DE LA DEUDA PUBLICA NACIONAL (VEBONOS) PARA EL PAGO DE PASIVOS LABORALES DE LOS PROFESORES UNIVERSITARIOS PROVENIENTES DE LA HOMOLOGACION DE SUELDOS Y SALARIOS REALIZADA DURANTE LOS AÑOS 1998 Y 1999

El Ministerio de Finanzas informa que el 28/12/2001 se realizó la entrega en custodia a la Caja Venezolana de Valores (CVV) de los Bonos correspondientes a esta Emisión para que los beneficiarios procedan a realizar la identificación y el registro de la titularidad. La CVV preservará el control de la titularidad de los tenedores para evitar actos fraudulentos.

Los tenedores de estos títulos deberán, a partir de la primera semana de Enero 2002, actualizar y precisar sus datos personales a través de Internet en la página web de la CVV (www.cajavenezolana.com), por el Sistema **SITRAD2000** indicando su cuenta bancaria para que la República pueda abonar los pagos de intereses y principal; caso contrario, no podrá ni vender ni recibir sus intereses. Para conocer cómo acceder al SITRAD2000, solicite información a la siguiente dirección electrónica: venezuela@mf.gov.ve o cvv@cajavenezolana.com. El Ministerio de Finanzas recomienda a los tenedores que para el pago de intereses y capital utilicen las cuentas nómina abiertas por las Universidades para pagos de personal. Hasta el 20/01/2002 los datos presentados por SITRAD2000 estarán sujetos a ajustes.

Posteriormente, los tenedores deberán rellenar la planilla de registro de la CVV correspondiente a la identificación del tenedor, adjuntando la copia fotostática de la cédula de identidad. Esta planilla que se encuentra disponible en las Casas de Bolsa y la CVV entre otras instituciones financieras, pudiendo entregarse directamente a la CVV a través de los gremios. Los tenedores deben coincidir con el listado enviado previamente por cada ente al Ministerio de Finanzas. En la CVV se encuentran registradas más de 100 entidades entre Casas de Bolsa y otras Instituciones Financieras para que el tenedor pueda decidir si desea mantener sus VEBONOS en la administración del Ministerio o en otra institución. Solicite su instructivo en el Ministerio de Finanzas (Av. Urdaneta, Esquina Carmelitas, Edif. MF), en la CVV y las Casas de Bolsa.

Los **VEBONOS** son títulos electrónicos negociables y al portador que representan obligaciones para la República, de acuerdo a lo contemplado en la Ley Orgánica de Administración Financiera del Sector Público y sus Reglamentos. Estos Bonos, devengan intereses trimestrales con el respaldo de la República, a quienes los mantengan, según un cronograma regular de pagos; pudiendo también negociarse en el mercado financiero organizado, por ejemplo, la Bolsa de Valores de Caracas, a un precio que puede ser a descuento, par o prima. Para ello, el tenedor debe traspasar los saldos de sus **VEBONOS** de la cuenta del Ministerio de Finanzas a una Casa de Bolsa o Institución Financiera para que ésta le sirva de agente financiero en la venta del Bono en la Bolsa de Valores de Caracas o a través de otro Sistema Transaccional Electrónico. Este traspaso de saldos, dentro de la CVV, es gratuito.

Condiciones Financieras de los VEBONOS

El 50% de las acreencias asumirán las condiciones financieras del VEBONO072005 y el resto de las acreencias asumirán las condiciones financieras del VEBONO022006.

VEBONO072005 (Bonos a 3 años y medio). Base de cálculo: Actual/360. **Fecha de emisión:** Viernes 28/12/2001. **Fecha de vencimiento:** Jueves 21/07/2005. **Cupón:** El primer cupón se pagará el Jueves 24/01/2002 sobre los días transcurridos desde la fecha de emisión al 25,47% de interés. **Calendario de cupones:** Cuartos jueves de Enero, Abril, Julio y Octubre de cada año aproximadamente.

VEBONO022006 (Bonos a 4 años). Base de cálculo: Actual/360. **Fecha de emisión:** Viernes 28/12/2001. **Fecha de vencimiento:** Viernes 10/02/2006. **Cupón:** El primer cupón se pagará el Viernes 15/02/2002 sobre los días transcurridos desde la fecha de emisión al 22,45% de interés. **Calendario de cupones:** Terceros viernes de Febrero, Mayo, Agosto y Noviembre de cada año aproximadamente.

Para ambos casos, los cupones restantes son variables y revisables cada 91 días transcurridos desde la fecha de vencimiento del primer cupón. Excepto el primer cupón, cada cupón es calculado al principio de su vigencia, a partir del rendimiento de las Letras del Tesoro a 91 días subastada en semana que corresponda al inicio de la vigencia del cupón, más un diferencial de 250 puntos básicos. A excepción del primer cupón, el vencimiento de los cupones será cada 91 días transcurridos contados a partir de la fecha de vencimiento del primer cupón.

Para mayor información escriba a venezuela@mf.gov.ve

Jesús Bermúdez
Director General de Finanzas Públicas