AAQ9072

TESIS
PA2006
C4

UNIVERSIDAD CATÓLICA ANDRÉS BELLO
VICERRECTORADO ACADÉMICO
DIRECCIÓN GENERAL DE ESTUDIOS DE POSTGRADO
ÁREA DE HUMANIDADES Y EDUCACIÓN
Maestría en Educación: Procesos de Aprendizaje

Trabajo de Grado de Maestría

ANÁLISIS DE LAS ESTRATEGIAS DE REPRESENTACIÓN USADAS POR NIÑOS PREESCOLARES EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS ARITMÉTICOS VERBALES DE ADICIÓN Y SUSTRACCIÓN

presentado por
Mildred Centeno Santos
para optar al título de
Magíster en Educación

Tutora
Patricia Peña

Caracas, Noviembre de 2006.

Índice de contenido

Capítulo I. El Problema..... 1
Planteamiento del Problema..... 1
Justificación y Propósito..... 10
Enunciado del Problema..... 11
Objetivos..... 13
Objetivo General..... 13
Objetivos Específicos..... 13

Capítulo II. Revisión de la Literatura..... 14
Enseñanza de la matemática en preescolar..... 14
La resolución de problemas de matemática..... 16
Problemas aritméticos verbales..... 18
Clasificación de los problemas de adición y sustracción..... 19
Problemas de cambio..... 22
Problemas de combinación..... 22
Problemas de comparación..... 22
Problemas de igualación..... 23
Papel de la representación en la resolución de problemas..... 24
Diagrama como estrategia de representación..... 26
Estrategias de resolución de problemas aritméticos verbales..... 29
Contar todo con modelos..... 30
Estrategias de conteo..... 32
Estrategias de hechos numéricos..... 33
Niveles de evolución de la estrategias..... 36
Errores cometido s por los niños al resolver los problemas..... 37
Antecedentes..... 39

Capítulo III. Metodología..... 50
Tipo de Investigación..... 50
Diseño de la Investigación..... 50
Población y Muestra..... 51
Población..... 51
Muestra..... 51
Sistema de Variables..... 51
Instrumentos..... 52
Validez y Confiabilidad de los Instrumentos..... 53
Procedimiento..... 54
Procesamiento de datos..... 55
Cronograma de Actividades..... 56
Limitaciones..... 56

Capítulo IV. Resultados..... 57
Descripción de los Resultados..... 65
Estrategias y errores cometidos por los niños al resolver los problemas de cambio- unión 1..... 57
Estrategias y errores cometidos por los niños al resolver los problemas de combinación 1..... 65
Estrategias y errores cometidos por los niños al resolver los problemas de cambio- separación 2..... 75
Estrategias y errores cometidos por los niños al resolver los problemas de combinación 2..... 86
Estrategias y errores cometidos por los niños al resolver los problemas de cambio- unión 3..... 98
Estrategias y errores cometidos por los niños al resolver los problemas de cambio- separación 6..... 107
Análisis de Resultados..... 116
Estrategias de modelado..... 117
Estrategias de conteo..... 118
Estrategias de hechos numéricos..... 120
Errores cometidos..... 121
Diagramas..... 122

Capítulo V. Conclusiones y Recomendaciones..... 123
Conclusiones..... 123
Recomendaciones..... 124

Referencias..... 126

Anexos.....
A Registro descriptivo..... 132

B Lista de cotejo..... 134

C Tarjetas con diagramas de Willis y Fuson (1989)..... 136

D Tarjetas con enunciados de problemas aritméticos verbales..... 138

E Descripción de sesión con diagrama para problemas de cambio.. 140

F Descripción sesión con diagrama para problemas de combinación..... 142

G Descripción de sesión con diagramas con problemas de combinación..... 145

Tablas

1. Clasificación de los problemas aritméticos verbales según Carpenter y Moser (1983)..... 21
2. Estrategias de Modelado para la adición (Baroody, 1987)..... 31
3. Estrategia de Conteo para la adición de Baroody (1987)..... 33
4. Estrategias de modelado directo para la sustracción (Carpenter, T & Moser, M. 1982; Baroody , A)..... 33
5. Estrategias de conteo para la sustracción (Carpenter, T & Moser, M. 1982; Baroody , A)..... 34
6. Estrategias de hechos numéricos para la sustracción (Baroody, 1996)..... 35
7. Frecuencia de las estrategias utilizadas por los niños de 5 y 6 años al resolver los problemas de adición tipo Cambio-unión 1..... 64
8. Frecuencia de las estrategias utilizadas por los niños de 5 y 6 años al resolver los problemas de adición tipo Combinación 1..... 74
9. Frecuencia de las estrategias utilizadas por los niños de 5 y 6 años al resolver los problemas de sustracción tipo cambio-separación 2..... 85
10. Errores cometidos por los niños de 5 y 6 años al resolver los problemas de sustracción tipo cambio-separación 2..... 86
11. Frecuencia de las estrategias utilizadas por los niños de 5 y 6 años al resolver los problemas de sustracción tipo combinación 2..... 96
12. Errores cometidos por los niños de 5 y 6 años al resolver los problemas de sustracción tipo combinación 2..... 97
13. Frecuencia de las estrategias utilizadas por los niños de 5 y 6 años al resolver los problemas de adición tipo Cambio-unión 3..... 106
14. Frecuencia de las estrategias utilizadas por los niños de 5 y 6 años al resolver los problemas de sustracción tipo cambio-separación 6..... 114
15. Porcentaje total de las estrategias aplicadas por los niños al resolver los problemas de adición y sustracción tipo cambio y combinación..... 117
16. Errores cometidos por los niños al resolver los problemas tipo cambio y combinación..... 121

Figuras

1 Diagrama de cambio según Willis y Fuson..... 28
2 Diagrama de comparación según Willis y Fuson..... 28
3 Diagrama de combinación según Willis y Fuson..... 28

UNIVERSIDAD CATÓLICA ANDRÉS BELLO
DIRECCIÓN GENERAL DE ESTUDIOS DE POSTGRADO
ÁREA DE HUMANIDADES Y EDUCACIÓN

PROGRAMA DE MAESTRÍA EN EDUCACIÓN
MENCIÓN: PROCESOS DE APRENDIZAJE

Análisis de las Estrategias de Representación Usadas por Niños Preescolares en la Resolución de Problemas Aritméticos Verbales de Adición y Sustracción

(Trabajo de Grado de Maestría)

Autor: Mildred Centeno S.
Tutora: Patricia Peña.
Fecha: Noviembre de 2006.

Resumen

En el ambiente escolar la resolución de problemas representa un papel primordial en el proceso de enseñanza aprendizaje de los contenidos matemáticos, de ahí lo importante de promoverlos desde los primeros niveles de escolaridad. Por tal motivo, el presente trabajo abordó el estudio de las estrategias que emplean los alumnos de la fase de preescolar de un colegio privado, al resolver problemas aritméticos verbales tipo cambio y combinación, así como los errores que cometen en su ejecución. De igual, modo pretendió conocer si el uso de diagramas como estrategia de representación ayuda a los niños a resolver con éxito estos problemas.

Se utilizó un diseño etnográfico de tipo estudio de casos, que permitió trabajar con grupos pequeños. Para tal fin, participaron 20 niños de preescolar con edades entre 5 y 6 años de edad. Los instrumentos para recolectar y registrar los datos fueron el registro descriptivo y lista de cotejo entre otros. Así mismo, se grabó en audio la participación de los alumnos. El análisis e interpretación los datos se realizó a través de la triangulación, técnica que permitió desde la óptica de diversos instrumentos, verificar las estrategias empleadas y los errores cometidos por los niños al resolver los problemas aritméticos.

Los resultados obtenidos permitieron conocer como los niños de edad preescolar pueden resolver los problemas aritméticos verbales, para lo cual emplean diversas estrategias de solución, como los errores que cometen. De igual modo, se exploró como a través del uso de diagramas , a los niños se le facilita la resolución de estos problemas, lo que puede ayudar a que los docentes de la Fase Inicial la incluyan como una estrategia de enseñanza con sus alumnos, contribuyendo así de esta manera a sentar las bases de un transito continuo entre la fase de preescolar y el primer grado, en lo que se refiere a la resolución de problemas matemáticos.

Descriptores: Niños preescolares, Adición y Sustracción ,Estrategias de Resolución de Problemas Aritméticos, Errores cometidos, Uso de Diagramas.

Capítulo I. El Problema

Planteamiento del Problema

El niño desde que nace está recibiendo constantemente estímulos del ambiente a través de la interacción con personas y objetos que lo rodean, ayudándolo a construir el aprendizaje acerca del mundo en que se desenvuelve. Esta variedad de interacciones le permiten al niño acumular conocimientos informales, que sentarán la base del conocimiento formal a ser aprendido en la escuela.

Entre los conocimientos informales que adquiere el niño antes de comenzar el Nivel de Educación Inicial , están los relacionados con la matemática, en particular con la noción de número y la aritmética elemental; el niño en su ambiente familiar recita los primeros números a medida que sube o baja escaleras, dice o señala con sus dedos cuantos años tiene, cuenta los juguetes que le quedan cuando regala algunos, es decir, realiza actividades que le permiten generar respuestas al planteárseles problemas de su vida diaria.

Estas experiencias del niño con su entorno evidencian como la matemática está presente en todos los aspectos de la vida diaria desde temprana edad. Es entonces, función de la Educación Inicial brindarle al niño los medios y las experiencias necesarias, que desde pequeño le permitan desarrollar su pensamiento lógico-matemático y habilidades numéricas, como la adición y la sustracción, a partir de relaciones con su entorno. Moon y Schweingruber (2005) destacan que los niños preescolares son capaces de realizar tareas cognitivas complejas que van más allá de lo que se espera que ellos pueden demostrar, situación que ha obligado a los investigadores y docentes replantearse la relación del desarrollo intelectual con el

desarrollo biológico planteada en las etapas del desarrollo cognitivo propuesta por Piaget.

En este sentido, Baroody y Benson (2001) indican que los niños desde un año y medio hasta los tres años y medio, pueden beneficiarse de la instrucción basada en la matemática informal, brindándoles un ambiente rico en materiales con los que pueden interactuar para iniciarse en el aprendizaje formal de las matemáticas; es entonces, principalmente, el Nivel de Educación Inicial donde los niños se inician formalmente en la comprensión del número y en el desarrollo de sus habilidades numéricas.

La Fase de Preescolar, que atiende a los niños entre 3 y 6 años, establece como objetivos el desarrollo del niño a través de la atención de las áreas: cognoscitiva, física, psicomotora, social , emocional y del lenguaje, por medio de experiencias significativas y de interés para los niños con el medio físico, social y natural que lo rodea ; medio en el cual puede observar, explorar y establecer relaciones con sus iguales, adultos y objetos, entre otros. Todo esto con el fin de garantizar la adquisición de competencias requeridas para el ingreso a la Primera Etapa de Educación Básica (Ministerio de Educación y Deporte [MED], 2005).

Al respecto, para el desarrollo de los procesos matemáticos, propone experiencias que le permitan al niño la adquisición de la noción del número, tales como: la acción de contar en forma oral (conteo), reconocer los números, establecer correspondencia término a término entre el conjunto de los números y los objetos, calcular y resolver problemas del entorno, realizar operaciones de adición y sustracción sencillas, modificando colecciones de objetos, agregando o quitando alguno de ellos.

En particular, se recomienda la implementación de diferentes experiencias en resolución de problemas de tipo experimental, es decir, problemas en los cuales el niño debe hacer hipótesis a través de la observación y experimentación. Por ejemplo: ¿Cómo podemos mover un barco de un lado a otro? ¿Qué podemos utilizar? De igual modo se proponen problemas en los que se incorpora un vocabulario relacionado con la noción de cantidad, realizando comparaciones entre conjuntos y describiendo relaciones entre los mismos como: más que, menos que, igual a.

Así mismo, experiencias semejantes, son sugeridas en la Guía Práctica de Actividades Para Niños Preescolares (Ministerio de Educación [ME], 1984) , instrumento de apoyo y de orientación pedagógica para los docentes.

Si bien estas experiencias son acertadas, se observa que se centran la resolución de problemas simples, desde el punto de vista de actividades de la vida cotidiana, como por ejemplo: comparar, relacionar, anticipar, cuantificar, pero no se hace énfasis en los problemas aritméticos de adición y sustracción.

Al respecto, diferentes perspectivas han tratado de explicar como desarrollar en los niños que ingresan al nivel inicial, la adquisición de la noción de número y las habilidades aritméticas (Baroody, 2000; Baroody, 1996; Bebout, 1990; Bermejo, 1990; Clements, 1984; Moon & Schweingruber, 2005; Willis & Fuson, 1988). Para estos autores la noción de número y las habilidades aritméticas están sustentadas en los principios del conteo y el contar, habilidad numérica que involucra la correspondencia uno a uno, la secuencia de los numerales y el principio de cardinalidad, entendiéndose éste como el reconocer que el último numeral empleado en el conteo no sólo sirve par etiquetar al último elemento del conjunto físico sino

que también representa a todos los elementos del conjunto. De igual modo se recomienda ampliamente iniciar al niño en la resolución de problemas de adición y sustracción. (Clements, 1984; Willis & Fuson, 1988).

En este sentido, para Orrantía y Vicente (2006) " la resolución de problemas, juega un papel importante en el proceso de enseñanza aprendizaje de la aritmética, por lo que es necesario promover en los estudiantes, desde los primeros niveles de escolaridad, las estrategias necesarias para resolver problemas" (pp. 103).

Bebout (1990) indica que la mayoría de los niños pequeños utilizan la estrategia de contar para resolver problemas sencillos de adición y sustracción. En consecuencia es importante que el docente permita al niño utilizar estas estrategias para iniciarlos en el proceso de aprendizaje de la noción de número, y las operaciones aritméticas que le serán útiles para comprender la matemática formal.

Un estudio realizado por Clements (1984) con 45 niños de 4 años de preescolar de clase media, se propuso indagar acerca de los efectos de entrenar a los niños a través de dos estrategias: una basada en las operaciones lógicas de Piaget y otra basada en la integración de destrezas numéricas como el conteo. Los resultados obtenidos indicaron: a) ambos grupos experimentales superaron significativamente al grupo control en una prueba numérica y una prueba lógica , b) el grupo de destrezas numéricas superó significativamente al grupo de operaciones lógicas en la prueba numérica y c) no hubo diferencias significativas entre los grupos experimentales sobre las pruebas de operaciones lógicas. Estos resultados evidencian que los procesos de clasificación, seriación y conservación no son prerrequisitos para que los niños aprendan la noción de número.

De acuerdo a Rodríguez (1990) las habilidades aritméticas han sido motivo de estudio tanto para psicólogos cognitivos, como para educadores, debido a que facilitan el estudio de los procesos psicológicos, y porque refiere un modelo práctico para el diseño curricular. Así, entre las áreas que más se han investigado en este sentido cita la autora : a) el estudio de las relaciones entre las destrezas de cálculo y su comprensión, b) el papel de las representaciones mentales en el aprendizaje de las nociones aritméticas elementales y c) el proceso que realizan los niños al adquirir nuevos conocimientos.

Con relación a la adición y la sustracción, Rodríguez (1990) afirma que la resolución de problemas verbales, es una de las áreas en la que los niños presentan mayor dificultad, aún incluso cuando realizan con éxito estas operaciones. Esto ha despertado el interés de diversos investigadores, centrando su atención en la identificación de las estrategias utilizadas por los niños preescolares y de la primera etapa de Educación Básica, en función del problema planteado; y la descripción de los procesos cognitivos involucrados en las respuestas dadas, así como los errores cometidos en la resolución de los problemas.

Los problemas aritméticos verbales son enunciados en los que se pide indagar, bajo ciertas condiciones, una cantidad a partir de otras que se proporcionan, y que son conocidas. Por ejemplo, Luis tiene 5 metras. Ganó 3 metras más. ¿Cuántas tiene ahora? De igual modo se identifican en estos problemas dos partes que los caracterizan: a) la informativa: que remite a las cantidades presentes en el problema y b) la pregunta: lo que se pide utilizando para ello alguna operación matemática (Puig & Cerdán, 1996).

Las dificultades confrontada por los niños para resolver estos problemas se han investigado a partir de las variables sintácticas, es decir, el número de palabras, la secuencia de la información, la presencia de palabras claves que expresan una determinada acción (Nesher, 1982). Sin embargo otros autores (Bermejo & Rodríguez, 1987; Carpenter & Moser, 1982, 1984; Riley, Greeno & Heller, 1983) han dado mayor relevancia a las variables semánticas, esto es, a los significados de las relaciones que se establecen entre los elementos presentes en el enunciado del problema.

Atendiendo a estas relaciones semánticas (Carpenter & Moser, 1982, 1983; Riley et al., 1983) han clasificado a los problemas aritméticos verbales en cuatro tipos: cambio, combinación, comparación e igualación. Los problemas de cambio suponen un incremento o disminución del estado inicial de una cantidad a un estado final. Ejemplo: Ana tiene 5 barajitas, Jaime le da 8 más. ¿Cuántas tiene ahora? Los de combinación describen una relación existente entre un grupo particular y dos subgrupos . Ejemplo: Luis tiene cinco metras rojas y ocho azules. ¿Cuántas metras tiene en total?

En los problemas de comparación, como su nombre lo indica, se realizan comparaciones entre dos grupos distintos de objetos. Ejemplo: Javier tiene 13 años y José 5. ¿Cuántos años tiene Javier más que José?. Para finalizar, los problemas de igualación son un híbrido de entre los problemas de comparación y cambio (Briars & Larkin, 1984) donde existe una acción basada en la comparación de dos conjuntos disjuntos. Ejemplo: Jaime tiene 5 barajitas, si gana 8 tendrá tantas como María. ¿Cuántas tiene María?.

Esta clasificación de problemas descrita anteriormente presenta su grado de complejidad que depende de la ubicación del sumando desconocido o de la ubicación del minuendo o sustraendo; estableciéndose que los niños de primer y segundo grado presentan menor dificultad para resolver los problemas de cambio, seguido por los de combinación, después los de igualación, siendo los más difíciles los problemas de comparación (Carpenter & Moser, 1983; Bermejo, 1990; Willis & Fuson, 1988; Riley et al. 1983).

Algunos investigadores recomiendan instruir a los niños de edad preescolar en los problemas de adición y sustracción con las diferentes estructuras semánticas señaladas, ya que estos suelen ser más significativos para ellos que los ejercicios de cálculo en lo que aplican los algoritmos directamente (Baroody, 1996; Bebout, 1990; Carpenter & Moser, 1984). Esto se debe a que estos problemas sitúan al alumno dentro de un contexto real en el cual se desenvuelve, tratando de resolver acciones que se le pueden presentar en su vida diaria. Un ejemplo de esto lo presenta Baroody (1996) al mostrarle a un niño de preescolar un problema de suma escrito: 5 + 1. Al preguntarle cuanto era cinco más uno, el niño no respondió. Pero al expresárselo con un enunciado verbal ¿cuántos son cinco caramelos más un caramelo? el niño respondió seis.

En la resolución de problemas aritméticos verbales de adición y sustracción influyen diversas variables, entre las que se pueden mencionar las estrategias de solución empleadas por los alumnos. En este particular, Carpenter y Moser (1982) en un estudio realizado con estudiantes de primer y segundo grado de Básica, encontraron como en ambos grados, la mayoría de los alumnos se valían de la

estrategia separar de para resolver con éxito los problemas de cambio; un grupo de primero utilizaban la estrategia de emparejamiento para resolver los problemas de combinación y una minoría de segundo usó la estrategia de contar a partir de para los problemas de cambio. Con estos resultados demostraron que las estrategias se relacionan con acción expresada en el problema.

En relación con las estrategias que utilizan los niños de preescolar para resolver los problemas, Carpenter y Moser (1983), en su estudio identificaron que los niños emplean diversas estrategias, entre las que se encuentran: el modelaje directo con objetos, el conteo y la evocación de hechos numéricos.

Posteriormente, otra investigación realizada por Carpenter junto a Ansell, Franke, Fennema y Weisbeck (1993) con 70 niños preescolares, con el propósito conocer los procesos de resolución de problemas en estas edades, corroboraron el empleo de la estrategia de modelado por parte de los niños, además de evidenciar, que éstos pueden resolver una amplia gama de problemas, no sólo de adición y sustracción sino de multiplicación y división, a más temprana edad de lo que generalmente se presume.

En referencia al proceso de enseñanza de las estrategias para resolver los problemas aritméticos verbales, según Willis y Fuson (1988) el método más común se centra en que el alumno aplique directamente la operación requerida, descuidando así, la necesidad de entrenar al niño en la representación de la situación del problema.

Willis y Fuson (1988) realizaron un estudio con niños de segundo grado a quienes instruyeron en la utilización de dibujos esquemáticos, como estrategia para representar las diferentes estructuras semánticas de los problemas verbales de adición

y sustracción, dando como resultado un incremento en las respuestas correctas puesto que los alumnos fueron capaces de hacer el dibujo adecuado para cada categoría de problema ayudando esto a la solución correcta.

En el país se han realizado estudios diagnósticos descriptivos, con alumnos de la primera etapa (Lozada, 1999; Rojas, 2003). Lozada (1999) constató como los alumnos de primer y segundo grado utilizaban la estrategia de separación al sustraer, donde el niño consideraba todos los objetos y restaba la cantidad dada; y la de completación, para realizar adiciones. En ésta el niño empieza con una de las partes y suma la otra parte para obtener el todo ; además empleaban la estrategia de pareo al para resolver problemas de comparación, que consistía en establecer correspondencia entre los elementos dados en el problema. Igualmente, Lozada utilizó algunas representaciones gráficas para ayudar a los niños a resolver los problemas, como por ejemplo un dibujo.

Por su parte, Rojas (2003) en su investigación con alumnos de primer grado, evidenció como éstos mejoran significativamente su ejecución en la resolución de problemas, al emplear los diagramas como estrategia de representación.

En consecuencia, ubicados en el contexto del país y a partir de la revisión de las investigaciones reseñadas, y tomando en consideración el planteamiento de Moon y Schweingruber (2005), quienes recomiendan iniciar desde el preescolar el desarrollo de habilidades cognitivas complejas como bien lo es la resolución de problemas aritméticos verbales, se considera pertinente indagar cuáles son las estrategias informales de representación empleadas por los niños de preescolar para resolver problemas aritméticos verbales de adición y sustracción, así como los posibles errores

o dificultades que pueden confrontar ante tales planteamientos, con el fin de proponer posteriormente estrategias de enseñanza que orienten al maestro de preescolar para la conducción del tal aprendizaje.

Justificación y Propósito

Uno de los objetivos que plantea el Currículo de Educación Inicial (MED, 2005) es el contribuir al desarrollo de las competencias necesarias que permitan tanto a los niños escolarizados como a los atendidos en programas no convencionales, su inserción al primer grado de Educación Básica. Con el fin de lograr este objetivo, se sugiere promover en el aula experiencias de naturaleza cognoscitiva, de lenguaje, física, psicomotora, social y emocional, que permitan el desarrollo integral de los alumnos. Para tal fin, se requiere de un personal docente capaz de conocer no tan sólo los procesos evolutivos del niño y la niña sino que disponga de un amplio repertorio de diseño de experiencias que desarrollen en los niños el máximo de sus capacidades.

Al respecto, González (2002) menciona que entre roles que debe cumplir el docente de preescolar para desarrollar el pensamiento en los niños, están el modelar, mediar, planificar , y en especial, el estimular la reflexión de los procesos cognitivos superiores, a través de diversas actividades.

El planteamiento de problemas aritméticos es una de esas experiencias que puede proponer el docente. La resolución de estos problemas constituyen "desafíos operativos que se presentan al niño para que elabore estrategias válidas para la intelectualización de las relaciones matemáticas" (s. p, Fernández (2001). De este modo se propone que a través del planteamiento de problemas aritméticos verbales, el

niño sea capaz de explorar diferentes formas de solución al aplicar sus conocimientos sobre número y las operaciones de adición y sustracción, incentivando su autonomía al tomar sus propias decisiones.

Cuicas (1999) recomienda abordar la resolución de problemas aritméticos verbales, con el fin de ayudar a desarrollar en los alumnos su pensamiento y sus procesos metacognitivos.

Entre los beneficios de enseñar a los niños pequeños a resolver éstos problemas se puede mencionar, que les permite adquirir las competencias necesarias para afrontar los objetivos y contenidos que cursarán en primer grado, debido a que entre las estrategias principales que propone el Currículo Básico Nacional (ME, 1997) en este grado para el aprendizaje de la matemática, esta la resolución de problemas, que definen como constructivista por naturaleza, ya que permite al niño proponer soluciones y nuevas hipótesis para llegar a una respuesta válida. Logrando así la articulación entre estos dos niveles educativos.

Para finalizar, se destaca que esta investigación ofrecerá, una alternativa al docente de la fase de Preescolar para el desarrollo del pensamiento lógico – matemático en sus alumnos, y una visón diferente de cómo puede desarrollar los procesos de adición y sustracción, a través de la estrategia de resolución de problemas aritméticos verbales que son muy poco usados para este nivel.

Enunciado del problema

De acuerdo a la revisión de la literatura en el estudio de la adición y la sustracción se han identificado diversidad de estrategias que utilizan niños preescolares (Carpenter et al., 1993) y de los primeros grados para resolver

problemas que involucran tales operaciones (Carpenter & Moser, 1983; Bermejo, 1990, Willis & Fuson, 1988; Riley et al., 1983).

En el país se ha constatado que el uso de diagramas para resolver problemas aritméticos verbales de adición y sustracción con alumnos de primer grado ha resultado favorable (Rojas, 2003) basándose en el estudio realizado por Willis y Fuson (1988) con niños de segundo grado. También se han evidenciado algunas estrategias que utilizan los niños de la Primera Etapa de Educación Básica, como lo son la estrategia de separación al sustraer y la de completación al sumar, así como la de pareo para los problemas de comparación (Lozada, 1999). No obstante, se considera necesario indagar en niños de preescolar cuáles serían las estrategias que pudieran utilizar para resolver problemas aritméticos verbales de adición y sustracción con el fin de establecer los proceso cognitivos que ellos siguen para responder a tales planteamientos.

Se propone entonces como preguntas de investigación: ¿Utilizan los niños de preescolar las mismas estrategias identificadas por Carpenter y Moser (1983) y Carpenter et al. (1993)?, ¿ se puede inducir a niños de preescolar a emplear los diagramas propuestos por Willis y Fuson (1988) para resolver problemas aritméticos verbales de adición y sustracción tipo cambio y combinación?, ¿cuáles son los errores que comenten niños de preescolar al resolver problemas aritméticos verbales de adición y sustracción?

Objetivos

Objetivo general.

Establecer las estrategias empleadas y los errores que cometen los niños de Educación Inicial de 5 y 6 años de la fase de Preescolar para resolver problemas aritméticos verbales de adición y sustracción de tipo cambio y combinación.

Objetivos específicos.

1. Determinar las estrategias de modelado directo utilizadas por los niños de 5 y 6 años de la fase de Preescolar para resolver problemas aritméticos verbales de adición y sustracción de tipo cambio y combinación.
2. Determinar las estrategias de conteo aplicadas por los niños de 5 y 6 años de la fase de Preescolar para resolver problemas aritméticos verbales de adición y sustracción de tipo cambio y combinación.
3. Determinar las estrategias basadas en hechos numéricos utilizadas por los niños de 5 y 6 años de la fase de Preescolar para resolver problemas aritméticos verbales de adición y sustracción de tipo cambio y combinación.
4. Determinar los errores más frecuentes cometidos por los niños de 5 y 6 años de la fase de Preescolar al resolver problemas aritméticos verbales de adición y sustracción de tipo cambio y combinación.
5. Explorar si el uso de diagramas como estrategia de representación facilita la resolución de problemas aritméticos verbales de adición y sustracción de tipo cambio y combinación en niños de 5 y 6 años.

Capítulo II. Revisión de la Literatura

Enseñanza de la matemática en preescolar

La matemática es una ciencia formal que está presente en todas las actividades de las personas. Como actividad humana, permite al individuo organizar los objetos e interpretar los acontecimientos de su mundo. Así mismo, puede establece relaciones entre variables, clasificar, seriar, ordenar eventos u objetos para analizarlos y resolver problemas (Baroody, 2001). En particular, los niños desde edad muy temprana realizan esas actividades, al seleccionar sus juguetes, al contarlos, al separarlos, al compartirlo con sus compañeros, favoreciendo de esta manera el desarrollo del conocimiento matemático.

Investigaciones han evidenciado que la mayoría de los niños antes de comenzar la escolarización formal, adquiere o desarrollan conocimientos considerables con relación al pensamiento lógico- matemático, al conteo, la noción de número, la noción de cantidad y las operaciones aritmética elementales como la adición, la sustracción, la multiplicación y la división (Baroody, 2001, 1994; Bosch , 2006), Carpenter & Moser 1983; Carpenter et. al. 1993). Estos conocimientos informales sustancialmente constituyen la base para comprender más adelante la matemática impartida en la escuela.

El aula de preescolar es uno de los ambientes más propicios para desarrollar el aprendizaje de la matemática, a través de la interacción del niño con sus compañeros, la maestra y con los objetos que lo rodean. Para González (2002) "organizar un aula para niños preescolares implica conocer las necesidades e intereses del grupo con el

que se está trabajando... para así disponer de espacios diferentes que le ofrezcan experiencias de distinta naturaleza y características" (p. 19).

Bermejo (1990) propone para la enseñanza y aprendizaje de la noción de número en el niño el modelo de integración de habilidades numéricas. Este enfoque considera e integra los principios de conteo, el recitar la secuencia de los numerales, las estrategias de conteo, por ejemplo conteo hacía adelante y hacia atrás, la correspondencia uno a uno, y el principio de cardinalidad. En esta tendencia se ubican los trabajos de Baroody (1996), Bermejo y Lago (1988) Clements (1984) y Willis y Fuson (1988) entre otros.

Por su parte, Baroody (1996) considera que el desarrollo del pensamiento matemático del niño se basa en tres tipos de conocimiento: a) conocimiento intuitivo, éste se da a partir de los primeros meses hasta alrededor de los 2 años, el niño aprende vocablos como igual, diferente, más que le permiten expresar sus primeras relaciones matemáticas; b) conocimiento informal, surge a partir de los dos años, el niño va desarrollando estrategias como el conteo para resolver adiciones y sustracciones elementales y resolver problemas aritméticos verbales; c) conocimiento formal, se evidencia alrededor de los siete años y es cuando el niño comienza la matemática escrita y simbólica, fundamentalmente la aritmética que se imparte en la escuela elemental.

De igual modo, Baroody (1996), Carpenter et al. (1993) proponen que desde el nivel de Preescolar, la resolución de problemas aritméticos verbales debe ser considerada para fortalecer el aprendizaje de las operaciones aritméticas elementales

como la adición, sustracción, multiplicación y división que serán estudiadas con más profundidad en la primera etapa de Educación Básica.

La resolución de problemas de matemática

Uno de los temas que ha despertado interés en el área de la matemática es la resolución de problemas, dada su utilidad no sólo para la vida cotidiana de los alumnos, sino por su importancia para el aprendizaje de los contenidos matemáticos, tanto de tipo conceptual y procedimental como de tipo actitudinal (Carrillo, 1998).

Resolver un problema es un proceso complejo que implica de acuerdo a la teoría de la información: a) la representación del problema que incluye un estado inicial o meta, b) establecer una serie de sub-metas que permitan reducir las diferencias entre el estado inicial y la meta o solución y c) aplicar la estrategia adecuada, como por ejemplo: meta-fin, heurística o algorítmica que permita encontrar la meta (García, 2001). Así el individuo debe partir de una comprensión, es decir, representación interna que hace del problema y realizar los pasos que le permitan alcanzar la meta que le plantean, aplicando así sus conocimientos conceptuales y procedimentales propios del área del conocimiento o disciplina involucrados en el problema. De ahí que en muchos casos, si no se posee un conocimiento acorde al problema planteado, surja dificultad para resolverlo.

Para Skemp (1978, citado en Nieldelman, 1991) resolver un problema requiere dos tipos de comprensión: a) la correlativa: la persona sabe qué hacer y para qué hacerlo, b) la instrumental: la persona sabe qué hacer pero no conoce el por qué. Según este autor la comprensión correlativa puede ser un requisito necesario para el

aprendizaje inicial de las técnicas a utilizar y su posterior transferencia en este proceso. Por lo cual debe ser meta del docente promoverla para que los estudiantes puedan usar lo que han aprendido al presentársele nuevos problemas.

Para Mayer (1990) resolver un problema matemático requiere dos pasos: el primero consiste en traducir las palabras del problema a una representación interna, en el segundo paso se debe aplicar las reglas aritméticas a esta representación. De esta manera se da importancia a las representaciones internas que hace el estudiante para lograr comprender los problemas, lo que ayuda posteriormente a seleccionar las operaciones matemáticas adecuadas.

En cuanto a las variables relacionadas con la resolución de problemas la revisión de la literatura permite categorizar las variables en dos categorías: las referidas al proceso de aprendizaje, y las referidas al proceso de enseñanza.

Con respecto a las variables de aprendizaje Puig (1993) y Schoenfeld (1992) identifican cuatro variables principales: a) la importancia del conocimiento declarativo sobre el contenido específico del problema; b) el repertorio de estrategias generales y específicas del resolutor; c) el papel de las estrategias metacognitivas y d) la influencia de los componentes personal y afectivo del individuo que resuelve el problema. Estas variables dependen de la capacidad de cada persona así como de sus conocimientos conceptual, procedimental y estratégico.

En cuanto a las variables de enseñanza Puig (1993) las agrupa en tres categorías: a) las referidas al conocimiento, creencia y actitud del profesor sobre la enseñanza-aprendizaje de la matemática, b) los métodos de enseñanza utilizados por el profesor y c) el tipo de característica de los problemas. Este último punto señalado

es importante tenerlo en cuenta, ya que según el tipo de problemas seleccionado por el docente dependerá el éxito de la resolución por parte de los alumnos.

Entre los problemas matemáticos más utilizados por los docentes están los de enunciado verbal, que han sido tema de gran interés para investigadores y educadores, no sólo por su importancia teórica sino además por las dificultades que muchos estudiantes tienen para resolver este tipo de problemas (Hegarty, Mayer & Monk, 1995).

Problemas aritméticos verbales

Los problemas aritméticos de enunciado verbal son aquellos conformados por tres proposiciones que expresan relaciones numéricas entre dos de sus variable (Carpenter, 1983; Hegarty et al., 1995). En este tipo de problema el alumno requiere hacer no sólo un razonamiento cuantitativo, que se produce cuando se le da datos numéricos utilizando las reglas aritméticas para deducir una respuesta numérica, sino además debe realizar un proceso de comprensión, que le permitirá ubicarse en el contexto del problema para aplicar las operaciones matemáticas correspondientes. De acuerdo a Puig y Cerdán (1996) este tipo de problema son los primeros que resolverán los niños en etapa escolar. De ahí, lo importante de que los docentes seleccionen aquellos que mejor se adecuen a cada nivel dependiendo de su dificultad.

Los problemas aritméticos verbales se clasifican en dos grupos: los de estructura aditiva que incluye los problemas de adición y sustracción, y los de estructura multiplicativa, que incorpora problemas de multiplicación y división (Vergnaud, 1982). Todos éstos a su vez se clasifican en problemas de una etapa, en los que se

utiliza una sola operación para llegar al resultado. Los de más de una etapa que requieren de la combinación de varias operaciones aritméticas o del uso de la misma operación varias veces para alcanzar la solución (Puig & Cerdán, 1996).

Clasificación de los problemas de adición y sustracción.

Diversos autores han dirigido su interés en clasificar los problemas aritméticos verbales de adición y sustracción. En un principio la clasificación se basó en relación a las variables sintácticas, como son el número de palabras, la palabra clave y la secuencia de la información (Nesher, 1982). Más adelante, se comenzó a darle mayor relevancia a la estructura semántica de los problemas, entendiéndose como tal las relaciones semánticas implícitas o explicitas entre los elementos conocidos y el desconocido presentes en el enunciado del problema. Como por ejemplo: Pedro tenía algunas barajitas, Rosa le da 12 más. Ahora tiene 23 barajitas. ¿Cuántas barajitas tenía al principio?

En este sentido, Heller y Greeno (1978 citado en Bermejo, Lago & Rodríguez, 1998) describen tres tipos de problemas: de cambio, de combinación y de comparación. Por su parte, Vergnaud (1982) los clasifica en relación a tres criterios como son, la medida, la transformación y la relación estática. Clasificación parecida la hacen Carpenter y Moser (1982) quienes toman en cuenta cuatro dimensiones: a) carácter dinámico versus estático de la relación entre los conjuntos del problema, b) tipo de relación entre el conjunto y sus subconjuntos, c) depende de si la acción implica un incremento o un decremento de la cantidad inicial y d) según la naturaleza de la incógnita.

Más adelante, estos mismos autores retoman esta clasificación, identificando cuatro categorías de problemas: cambio, comparación, igualación y combinación (Bermejo, Lago & Rodríguez, 1998). Cada uno de estos problemas involucra subtipos, que dependerán de las cantidades dadas y de la incógnita a despejar. Así se obtienen para los problemas de cambio seis subtipos (tres de unión- cambio y tres de separación- cambio); para los de combinación dos subtipos y en los de comparación tres subtipos. Finalmente para los de igualación dos subtipos.

Para Carpenter, Hiebert y Moser (1981) y Carpenter y Moser (1982,1983) la estructura semántica es una variable más relevante que la sintaxis para determinar las dificultades, los errores y los procesos empleados por los niños en la resolución de problemas.

Carpenter y Moser (1982, 1983), Riley et al. (1983) describen cuatro tipos de problemas: cambio, combinación, comparación e igualación.

Cada uno de esta categoría de problemas involucra subtipos, que dependerán de las cantidades dadas y del lugar que ocupa la incógnita, esto es, si la incógnita es un sumando, o si ésta es el resultado de una sustracción. La Tabla 1 presenta la clasificación de estos problemas.

Tabla 1

Clasificación de los problemas aritméticos verbales según Carpenter y Moser (1983)

Cambio	
Unión	Separación
1. María tiene 5 barajitas, Jaime le da ocho más, ¿Cuántas tiene ahora?	2. María tiene 13 barajitas y le da 5 a Jaime, ¿Con cuántas se ha quedado?
3. María tiene 5 barajitas, ¿Cuántas tiene que conseguir para tener 13?	4. María tiene 13 barajitas y da algunos a Jaime. Si ahora tiene 8, ¿Cuántas le dio?
5. A las barajitas que tenía María, Jaime le añadió5. Si ahora tiene 13 ¿Cuántas tenía al principio?	6. María tenía algunas barajitas de las que dio 5 a Jaime. Si ahora tiene 8, ¿Cuántas tenía al comenzar?
Combinación	
7. María tiene 5 pelotas rojas y 8 azules, ¿Cuántas pelotas tiene en total?	8. María tiene 13 pelotas, 5 de estas rojas y el resto azules. ¿Cuántas pelotas azules tiene?
Comparación	
9. María tiene 13 años y Jaime 5, ¿Cuántos tiene María más que Jaime?	10. María tiene 13 años y Jaime 5, ¿Cuántos años tiene Jaime menos que María?
11. Jaime tiene 5 años y María 8 más que él, ¿Cuántos años tiene María?	12. Jaime tiene 5 años, 8 menos que María. ¿Cuántos años tiene María?
13. María tiene 13 años, 5 más que Jaime, ¿Cuántos años tiene Jaime?	14. María tiene 13 años y Jaime tiene 8 menos, ¿Cuántos años tiene Jaime?
Igualación	
15. María tiene 13 barajitas y Jaime 5. ¿Cuántas tiene que conseguir Jaime para tener tantas como María?	16. María tiene 13 barajitas y Jaime 5. Para tener tantas como Jaime ¿Cuántas debe perder María?
17. Jaime tiene 5 barajitas, si gana 8 tendrá tantas como María. ¿Cuántas tiene María?	18. Jaime tiene 5 barajitas, si María perdiera 8 tendría tantas como él. ¿Cuántas barajitas tiene María?
19. María tiene 13 barajitas, si Jaime gana 5 tendrá tantas como María. ¿Cuántas barajitas tiene Jaime?	20. María tiene 13 barajitas, si pierde 5 tendrá tantas como Jaime. ¿Cuántas barajitas tiene Jaime?

Problemas de cambio.

Este tipo de problemas tiene tres cantidades denominadas inicial, final y de cambio o diferencia. La cantidad inicial esta sujeta a una acción directa que la transforma. En los problemas de cambio las tres cantidades deben hacer alusión a los mismos datos. Por ejemplo: si un dato son metras, el otro tiene que ser necesariamente metras y la pregunta del problema debe ser en relación a éstas. Ejemplo: Juan tiene 5 metras y Luis le regala 3. ¿ Cuántas metras tiene ahora?. Aquí dependiendo de si la acción a la que se somete la cantidad inicial aumenta o la disminuye y de qué lugar ocupa la pregunta, da lugar a 6 sub tipos de problemas de cambio (Carpenter & Moser, 1982).

Problemas de Combinación.

En estos problemas, se establece una relación estática en la que no hay acción entre conjuntos que responden al esquema parte – parte – todo. Dependiendo de la pregunta del problema que puede ser sobre el todo o acerca de una de las partes, da lugar a que se den 2 tipos de problemas de combinación, bien sea de sumar o de restar (Carpenter & Moser, 1982).

Problemas de Comparación.

Se incluyen en esta categoría los problemas que presentan una relación estática de comparación entre dos cantidades, la cual puede ser para establecer diferencias entre estas o para encontrar un dato desconocido a partir de uno conocido y de la relación entre ellas. Estas cantidades se denominan: cantidades de referencia (aparece a la

derecha), cantidad comparada (que aparece a la izquierda de la expresión " mas que" o "menos que") y la diferencia (Puig & Cerdán, 1996).

Problemas de Igualación.

Los problemas de igualación son un híbrido entre los problemas de cambio y comparar. Se establece algún tipo de acción, pero basada en la comparación de dos conjuntos disjuntos. Así una acción (cambio) se realiza con una de las cantidades con el fin de igualarla a otra con la que ha sido comparada. En estos problemas también se dan los tres tipos de cantidades: de referencia, comparación y diferencia, donde la incógnita puede ser cualquiera de estas, dando lugar a que haya seis subtipos de problemas de esta categoría (Carpenter & Moser, 1982).

De acuerdo a Carpenter y Moser (1982) los problemas aritméticos verbales de adición y sustracción descritos anteriormente están limitados a los problemas simples (de una etapa), los cuales son los más apropiados para los niños de los primeros niveles de Educación Básica, presentando cada uno su nivel de dificultad, que dependerá principalmente de factores como el lugar que ocupa por la incógnita y de su estructura semántica.

En cuanto al lugar ocupado por la incógnita, algunos autores (Carpenter, 1986) afirman que la dificultad es mayor cuando ésta se encuentra en el primer sumando y que la dificultad disminuye al ubicarse en el último término o resultado. Respecto a la estructura semántica varios trabajos (Bermejo, Lago & Rodríguez, 1998) indican que los problemas más sencillos son generalmente los de cambio, en segundo lugar los de combinación seguido por los de igualación y por ultimo los de comparación.

Estos últimos, en una investigación realizada por Lago, Rodríguez, Dopico y Lazo (2001) con niños de 5 y 6 años confirmaron que al reformularlos, mejoran significativamente la comprensión de las relaciones entre las cantidades del problema por parte de los niños.

Por lo antes expuesto, para efectos de esta investigación se utilizaran los problemas tipo cambio y combinación, ya que se trabajará con niños de 5 y 6 años quienes se inician en este proceso de resolución de problemas. Para tal fin, se tomará como base la categorización propuesta por Carpenter et al. quienes trabajaron con niños de preescolar y que evidenciaron como éstos pueden resolver con éxito los problemas de cambio y combinación, al utilizar material concreto para representar las cantidades y enunciados de los problemas.

De igual modo, el estudio se apoyará en lo indicado por Rojas (2003) respecto a estos problemas, "los problemas de cambio y combinación son los más utilizados en los textos escolares para la primera etapa de Educación Básica (Ediciones COBO, Santillana 1999, Teduca/ Santillana 1989)" (p. 28). Por lo cual es recomendable que desde preescolar comiencen a resolverlos, para más adelante inducirlos en la resolución de los otros tipos como comparación e igualación, para hacer este proceso tan complejo más fácil.

Papel de la representación en la resolución de problemas aritméticos verbales

La investigación actual acerca del aprendizaje y enseñanza de los problemas aritméticos verbales da gran importancia al proceso de representación, debido a que permite reproducir de alguna manera la comprensión que hace un individuo acerca de

los elementos y conceptos matemáticos y las relaciones que ejecuta al realizar tareas relacionadas en esta área (Bermejo, 1990).

La representación se define como cualquier notación signo o conjunto de símbolos que representa algún aspecto del mundo exterior o de nuestro mundo interior en ausencia (Moreira, Greca & Rodríguez, s. f.). Según este enunciado se dan dos tipos de representación: internas y externas. Las primeras son maneras de representar en nuestra mente el mundo externo. Las segundas se refieren al conjunto de información que viene del mundo exterior al sujeto para que realice alguna tarea. Este conjunto de información constituye el conocimiento y la estructura del entorno de la tarea. Incluye símbolos, objetos, grafías, o relaciones que estén incorporadas en las configuraciones físicas (Buteler & Gangoso, 2003). Estas dos representaciones están estrechamente ligadas, ya que a través de la representación externa que realiza un individuo respecto a cualquier tipo de conocimiento adquirido se puede evidenciar como es la representación interna del mismo (procesos mentales), lo que se traduce como su comprensión.

Debido al carácter abstracto de las matemáticas, a través de las representaciones externas el individuo puede expresar como comprende cada concepto matemático, al expresarlo en forma gráfica. En este sentido Buteler y Gangoso (2003) mencionan entre las funciones de las representaciones externas están: aumentar la memoria de trabajo y su capacidad de procesamiento, e intervenir en las decisiones estratégicas que toma un sujeto durante la ejecución de una tarea. Asimismo, para estos autores,

" las representaciones externas pueden activar operaciones preceptúales y proveer información perceptual que, junto con la información existente en la memoria y las operaciones cognitivas provistas por las representaciones internas, pueden determinar la actuación en la resolución del problema" (p. 54).

Entre las representaciones externas más utilizadas en matemática están los diagramas y los símbolos. Los primeros se parecen a los elementos que representan, mientras que los segundos implican los guarismos. De allí a que los diagramas resulten más sencillos y sirvan de ayuda para los niños en los primeros niveles educativos, a quienes les resulta más fácil visualizar a través de imágenes que de símbolos abstractos como los numerales, considerando además, que están en la etapa de transición de lo concreto a lo abstracto.

Por tal motivo, es que esta investigación está enfocada a explorar la utilización de los diagramas como una estrategia de representación que facilite en los niños preescolares la solución de problemas aritméticos verbales de estructura aditiva.

Diagrama como estrategia de representación.

En la resolución de problemas las representaciones externas como las gráficas han sido utilizadas como puente entre lo concreto, esto es, lenguaje oral y manipulativo, al lenguaje simbólico (Maza, 1995). De ahí la prioridad de enseñar a los niños destrezas en las cuales puedan manipular objetos y desarrollar su imaginación en diferentes situaciones, además de realizar operaciones relacionadas con sistemas gráfico, debido a que facilitan su comprensión al expresarla de forma concreta o visual.

Los diagramas juegan un papel importante a la hora de resolver un problema, ya que pretenden expresar las relaciones entre los elementos que lo conforman. Ruiz, Algarabel, Dasi y Pitarque (1998) definen a los diagramas como "organizadores simplificados del conocimiento aprendido linealmente que facilitan la resolución de problemas en la medida en que marquen la estrategia a seguir para llegar a la respuesta buscada" (s. p). Para Sánchez (1998) son un medio que ayuda a visualizar las situaciones del problema.

Unificando ambas definiciones se puede afirmar que a través de los diagramas se puede identificar no sólo los componentes esenciales de un problema, sino inferir la estrategia para resolverlo. Sin embargo, en particular, para interpretar información obtenida a través de los diagramas se requiere conocer los diferentes tipos de situaciones presentadas en los problemas verbales de adición y sustracción (Willis & Fuson, 1988).

Willis y Fuson (1988) emplearon tres tipos de diagramas diferentes para cada tipo de problema. Uno para los problemas de cambio, que incluye un estado inicial, un cambio y un estado final. Este diagrama está conformado por tres casilla en las que se inscriben las cantidades del problema, lo que ayuda a identificar la operación a emplear, que puede ser de suma o resta (véase Figura1).

Para los problemas de comparación, el diagrama utilizado mantiene las tres casillas, que representan de igual modo las cantidades dadas en el problema. Aquí las cantidades grandes y pequeñas se ubican en casillas representadas por su tamaño,

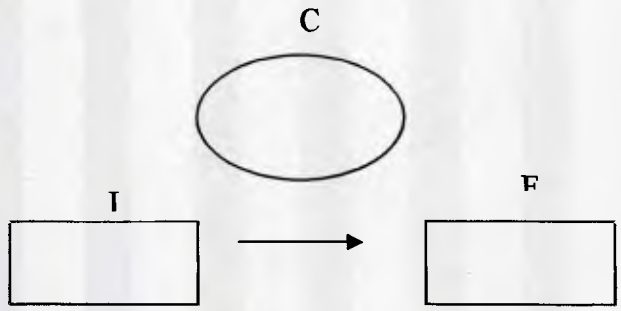


Figura 1. Diagrama de Cambio, según Willis y Fuson (1988).

para facilitar su comprensión, y la diferencia se anota en el interior de una casilla de línea discontinua, tal como lo indica la Figura 2.

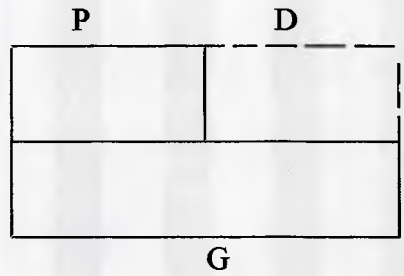


Figura 2. Diagrama de comparación, según Willis y Fuson (1988).

Por último para los problemas de combinación, se mantiene el esquema parte – parte – todo. Al igual que en los diagramas anteriores, se mantienen las tres casillas para las cantidades del problema, las más pequeñas para las partes y la grande para el todo (véase Figura 3).

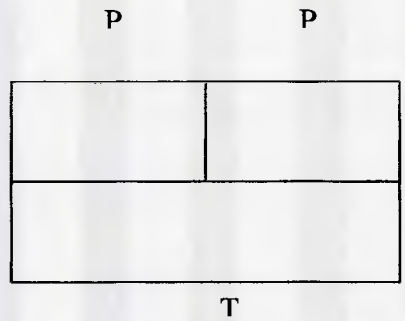


Figura 3. Diagrama de combinación, según Willis y Fuson (1988).

Según Bermejo (1990) a través del empleo de estos diagrama se puede detectar más fácilmente los problemas que presenta el niño frente a los diferentes tipos de problemas y en cualquiera de las fases de solución del problema, que pueden ser , en la fase de representación, cuando se observa el observar el dibujo realizado por el niño, en la comprensión de las relaciones entre las cantidades del problema, cuando los niños escriben incorrectamente las cantidades en las casillas; o en la elección de la estrategia de solución, al elegir la operación de sumar o restar, y por último, en la aplicación de la estrategia ,al observar los errores cometidos al realizar las operaciones aditivas o de sustracción.

Estrategias de resolución de problemas aritméticos verbales

De acuerdo a Poggioli (1999) las estrategias para resolver problemas se refieren "a las operaciones mentales utilizadas por los estudiantes para pensar sobre la representación de las metas y los datos, con el fin de transformarla en metas y obtener una solución" (p. 8).

Diversas investigaciones han comprobado que los estudiantes que resuelven con éxito los problemas que se le plantean, se distinguen por utilizar una serie de estrategias que los ayudan a superar las dificultades que encuentran durante el proceso de resolución (Schoenfield, 1984; Puig, 1993).

Carpenter y Moser (1983) en su estudio han identificado que los niños utilizan distintos tipos de estrategias para resolver los problemas de estructura verbal de adición y sustracción, entre las que se pueden mencionar:

1. modelado directo: los niños utilizan los dedos u objetos para representar las cantidades a ser sumadas o restadas.

2. estrategia de conteo: Sin usar objetos el niño inicia el conteo a partir del numeral del primer sumando y continúa hasta el numeral del segundo, usando los dedos para llevar la cuenta. En los problemas de adición lo realiza de dos formas: a) contar a partir del primer sumando, por ejemplo para sumar 2+3 el niño dice: 2, 3 (levanta 1 dedo), 4 (levanta otro dedo), 5 (levante otro dedo), y dice cinco; b) contar a partir del sumando mayor, por ejemplo para sumar 2+3, el niño comienza por 3, luego dice 4 (levanta un dedo), 5 (levanta otro dedo) y da como respuesta cinco.

   De igual manera, para la sustracción utiliza el procedimientos: a) contar hacia atrás, por ejemplo para restar 4 – 2 el niño dice: 2 (levante 1 dedo), 1 (levanta 1 dedo), luego los cuenta de nuevo y dice es 2

3. estrategia de hechos numéricos: los niños se basan en las series numéricas que saben de memoria, y las utilizan para hallar la respuesta requerida.

Estas estrategias fueron desarrolladas por Baroody (1987) en una forma más detallada, las cuales se describen a continuación:

Contar todo con modelos (CTM).

Esta estrategia consiste en modelar ambos sumandos a través de objetos o dedos, para luego al unirlos, recontándolos y así obtener el resultado. Este procedimiento se puede realizar de diferentes maneras, como lo muestra la Tabla 2.

Tabla 2

Estrategias de Modelado para la adición (Baroody,1987)

Sub- categoría	Descripción
CMT1	Aquí el niño ahorra esfuerzo al sumar, ya que cuenta a partir del primer sumando. Ejemplo: para sumar 2 + 3, parte del 2 así: " 2.. 3, 4 y 5, son 5".
CTM2	Se modelan ambos sumandos obteniendo el resultado por medio de un modelo de percepción inmediata. Por ejemplo: para sumar 2 + 2 coloca dos dedos con ambas manos simultáneamente, y al mirarlas da rápidamente como respuesta 4.
CTM3	Se utiliza el conteo para representar con los dedos el primer sumando y la percepción inmediata para el segundo, luego se cuenta todo. Por ejemplo, para sumar 2+3, el niño cuenta con los dedos de una mano hasta dos, en la otra mano levanta simultáneamente tres dedos y por último cuenta los dedos levantados en ambas manos.
CTM4	Se representan ambos conjuntos con los dedos, pero con la diferencia que en el recuento final comienza a partir del numeral del primer sumando. Por ejemplo, para sumar 2+3, el niño va levantando los dedos de una mano para contar dos , luego cuenta con los dedos de la otra mano hasta tres, y por último el recuento final comienza en 2.
CTM5	Se modelan ambos sumandos, pero aquí la suma total se da por medio de un modelado de percepción inmediata. Por ejemplo, para sumar 2+3, el niño levanta simultáneamente dos dedos de una mano y tres dedos de la otra mano, e inmediatamente dice cinco sin contar los dedos que ha levantado porque reconoce la cantidad de objetos.

CTM6	Se representa el primer sumando como en CTM3, con la variedad de que el modelo de percepción se aplica al primer sumando y no al segundo. Por ejemplo, para sumar 2+3, el niño representa con los dedos de una mano el número dos (sin contarlos) y representa de igual modo el segundo sumando, luego los cuenta y da como resultado 5.
CTM7	Aquí se continúa el mismo procedimiento de CTM4, con la diferencia que se comienza con el primer sumando.
CTM8	Se modela el primer sumando mediante una percepción inmediata, luego cuenta el segundo sumando y logra la suma final a través de la percepción inmediata.
CTM9	Se modelan simultáneamente ambos sumandos a través de una percepción inmediata, procediendo a contarlos todos para obtener el resultado final.
CTM10	Semejante a CTM9, pero aquí el recuento final se inicia desde el primer sumando.
CTM11	Similar a CTM9, con la diferencia que el resultado final se da a través de la percepción inmediata.

Estrategia de conteo.

Esta consiste en que el niño inicia la suma a partir del primer sumando pero sin utilizar objetos o dedos para representar los sumandos. Los dedos u objetos son utilizados para llevar la cuenta. Ejemplo: el niño para sumar 2 + 4, comienza a contar recitando los números en voz alta: 2; 3 y 4 y se apoya en los dedos para llevar la cuenta. De igual modo Baroody la desarrolla en varias formas, como lo indica la Tabla 3 a continuación.

Tabla 3

Estrategia de Conteo para la adición de Baroody (1987)

Sub- categorías	Descripción
Contar desde el 1er. sumando	Se empieza contando a partir del primer sumando y así se continúa hasta el segundo.
Contando a partir del primer sumando	Aquí se empieza a partir del primer sumando pero se llega al segundo sumando a través de una percepción inmediata.
Contar a partir del sumando mayor	Aquí se parte desde el término mayor y es la forma mental más fácil de las estrategias de contar.

Estrategia de hechos numéricos.

El niño aquí se apoya en procedimientos basados en memorizaciones y reglas, ya conocidas. Por ejemplo que 3 + 3 = 6, que 5 + 4 = 9 entre otras.

En cuanto a las estrategias para la sustracción, estas han sido clasificadas de la siguiente forma, como lo muestran las siguientes Tablas

Tabla 4

Estrategias de modelado directo para la sustracción (Carpenter, T & Moser, M. 1982; Baroody, A. 1987)

Categoría	Descripción
Separar de	El niño representa con objetos o sus dedos la cantidad mayor, de la cual separa el conjunto igual al sustraendo, y recuenta para obtener el resultado final.
Separa a	El niño representa con objetos o sus dedos la cantidad mayor, luego aparta objetos de este conjunto hasta quedar exactamente la cantidad que representa el grupo

	menor (sustraendo). Luego se cuentan los objetos apartados, teniendo así la solución.
Añadir a	Con objetos representa el conjunto mayor, luego se forma el conjunto menor, a éste se le agrega sin contar el número de objetos indispensables para igualar los dos conjuntos. Al final se obtiene la solución al contar los objetos agregados.
Emparejamiento	Se da cuando el niño utilizando objetos, representa en dos conjuntos las cantidades de la resta a resolver. Luego establece correspondencia uno a uno entre los objetos. Al final da con la solución, cuando cuenta los objetos no emparejados.

Tabla 5

Estrategias de conteo para la sustracción (Carpenter, T & Moser, M. 1982; Baroody, A. 1987)

Categoría	Descripción
Contar hacia atrás	El niño cuenta regresivamente desde el minuendo hasta el sustraendo, donde se detiene para contar los numerales pronunciados durante el conteo, obteniendo la solución. Ejemplo: en 7 – 5, el niño cuenta regresándose desde el 7 "6, 5", luego los cuenta "1 y 2", diciendo como respuesta "2".
Contar a partir de lo dado	El niño cuenta a partir del substraendo hasta llegar al número del minuendo. Después cuenta los numerales pronunciados y da con la solución. Ejemplo: al restar 7 – 2, el niño cuenta "3,4,5,6,7". Así al contar los cinco números
Contar hacia atrás a partir de	Se basa en conteo. Aquí el niño cuenta regresivamente a partir del número mayor dado (minuendo), regresándose tantas veces de acuerdo al número menor dado (sustraendo). El último número emitido en la serie, será la respuesta. Ejemplo: al restar 7 – 3, el niño cuenta "6, 5, 4..." diciendo que "4" es la respuesta.

Elección	Es una de las estrategias 2 y 6, dado a que el niño puede emplearlas indistintamente en relación al problema planteado.

Tabla 6

Estrategias de hechos numéricos para la sustracción (Baroody, 1996)

Categoría	Descripción
Hechos conocidos	Se da cuando la respuesta se obtiene a partir de un dato conocido. Por ejemplo, cuando conoce que *11- 5 = 6.*
Hechos derivados	Aquí la respuesta se obtiene de un hecho numérico conocido. Por ejemplo, cuando el niño sabe de memoria que *4 - 2 = 2.*

Carpenter (1982, 1983, 1984) han evidenciado como la estructura semántica de los problemas influye en estas estrategias, presentando así los siguientes resultados:

- Para los problemas de cambio- separación con la incógnita en el resultado, la estrategia de mayor empleo es "Separar de", en el nivel de representar con objetos y en conteo la de "Contar hacia atrás desde".
- Para los problemas de cambio- unión 3 con la incógnita en el segundo numeral, utilizan estrategias aditivas como "Añadir a" como estrategia de modelado y la de "Contar a partir de lo dado" como estrategia de conteo.
- Para los problemas de combinación, no se da una estrategia determinada, aplicando bien sea la de "Separar de" en casos de restas, cuando puede representar los numerales con sus dedeo, o aplicar las estrategias de conteo "Contar a partir de lo dado". La estrategia "Contar hacia atrás a partir de", son las más utilizadas para las tareas de resta.

- La estrategia de "Contar todo con objetos", se usa al ubicarse la incógnita en el resultado cuando se trata de sumas mayormente.
- La estrategia de hechos numéricos la utilizan los niños al manejar algunas reglas de sumas y restas.

Niveles de evolución de las estrategias

Carpenter y Moser (1984), establecen niveles con respecto a la evolución de estas estrategias:

- Nivel 0: Aquí los niños no son capaces de resolver problemas de suma o resta.
- Nivel 1: Se basan en las estrategias de modelado directo: contar todo con modelos (CTM), separar de, añadir a y emparejamiento.
- Nivel 2: Se considera como una etapa de transición entre las estrategias de modelado directo y las de conteo. Debido a que en casos de problemas con sumas, pueden utilizar objetos, pero comienzan a utilizar algunas estrategias de conteo como "Contar a partir de lo dado" para los problemas resustracción,.
- Nivel 3: Se utilizan exclusivamente las estrategias de conteo y de forma eventual algunas de hechos numéricos.
- Nivel 4: Aplican aquí tanto las estrategias de conteo, como las de hechos numéricos.

Otro punto a estudiar en este trabajo, son los errores que cometen los niños de Preescolar al resolver los problemas aritméticos verbales.

Errores cometidos por los niños al resolver los problemas aritméticos verbales

De acuerdo a Bermejo (1990) en los problemas verbales, se dan dos clases de errores: los de ejecución y los de representación.

Los errores de ejecución surgen cuando los niños en edad preescolar al realizar una sumar por ejemplo, donde el segundo sumandos es mayor que el primero, no logra modelarlo con los dedos de una sola mano.

En cuanto a los errores de representación, se originan cuando el niño construye una representación inapropiada del texto del problema. Se presentan tanto en la resolución de los problemas de adición como de sustracción.

De acuerdo a lo antes expuesto, los tipos de errores más relevantes según Bermejo (1990) son:

1. repetir una de las cantidades dadas: Surge cuando el niño no realiza una representación inadecuada del problema, por la ausencia de un esquema que le permita comprenderlo. Según diversos autores (Bermejo & Rodríguez, 1987; Carpenter & Moser, 1983) se observa este tipo de error en las cuatro categorías de problema: cambio, combinación, comparación e igualación.
   Se describen los errores cometido en los problemas de cambio y combinación por ser los problemas abordados en esta investigación.

   Para los problemas de cambio, este tipo de error se da cuando el niño no puede modelar los conjuntos de partida y cambio separadamente. Así por ejemplo, ante el enunciado Mary tiene algunos globos. Javier le da 5. Ahora Mary tiene 17. ¿Cuántos globos tenía Mary al principio?. El niño ante la primera frase, no sabe cuantos tenía al comienzo. Para la segunda frase <

Javier le da 9>, forma un conjunto con 5 globos para Mary, pero como no tenía una primera cantidad no lo entiende como un cambio en el sumando inicial. Para la frase < Ahora Mary tiene 17 globos>, se explica como un incremento en el conjunto anterior. De este modo ante la interrogante < ¿Cuántos globos tiene tenía Mary al principio?>, el niño responde 5, que corresponde al conjunto inicial para él.

En cuanto a los problemas de combinación, según De Corte y Verschaffel (1987) el error se presenta porque el niño interpreta una de las palabras del problema dado, como la respuesta. Por ejemplo al enunciado < Luis tiene 3 naranjas. Pepe también tiene algunas naranjas. Luis y Pepe tienen juntos 9 naranjas. ¿Cuántas naranjas tiene Luis? >. El niño asume aquí que al decir juntos 9 naranjas, esa es la respuesta.

2. inventar la respuesta: surge cuando el niño se muestra cansado o no entiende el problema.
3. selección inadecuada de la operación: se produce cuando el niño procesa el enunciado del problema superficialmente, bien sea porque se centra en una palabra relacionada a una de los operaciones aritméticas, o porque no lo entiende y acude a la operación aritmética que más conoce. Se da en los cuatro tipos de problemas.

Estos errores así como las estrategias descritas anteriormente, son las primeras de que se valen los niños al comenzar a resolver problemas, de ahí lo importante que el

docente las conozca, con el fin de ayudarlos a utilizar otras estrategias de resolución que le permitan desarrollar su pensamiento y que le den mejores resultados.

En este sentido, los docentes pueden actuar como mediadores entre las estrategias que conocen los niños y aquellas que pueden llegar a desarrollar.

Antecedentes

La resolución de problemas es un proceso complejo que implica habilidades como comprender el lenguaje (escrito u oral), conocer la situación descrita y encontrar la operación adecuada. De ahí el creciente interés de los investigadores en conocer las destrezas de los niños en Etapa Inicial para resolver los problemas aritméticos verbales de adición y sustracción. En este sentido, los estudios han girado en torno a dos temas de interés: indagar sobre cuáles son los problemas más difíciles para los niños de esta etapa y, cuáles son las estrategias que utilizan para resolverlos.

Con relación a la dificultad, Riley et al. (1983) en un estudio realizado con niños de preescolar y de los tres primeros grados de Básica, identificaron diferentes niveles de dificultad en función del lugar ocupado por la incógnita para los problemas aritméticos verbales de adición y sustracción. Los resultados obtenidos revelaron que los problemas de cambio son los más fáciles, y los de mayor dificultad son los de comparación.

Estudio similar lo realizó Bermejo, Lago y Rodríguez (1998) con setenta y dos niños elegidos al azar, distribuidos en tres grupos. El primero lo conformo los niños de preescolar, con edades entre 5 y 6 años, en el segundo estaban los de primer grado con edades entre 6 y 7 años y, en el tercer grupo se encontraban los alumnos de segundo grado con edades entre 7 y 8 años. Este trabajo se propuso dos hipótesis:

jerarquizar los distintos problemas aritméticos verbales de adición y sustracción según la dificultad de los mismos y, delimitar la línea evolutiva que siguen los niños en el aprendizaje de los conceptos matemáticos de sumar y restar.

Los resultados obtenidos en esta investigación evidenciaron los siguientes aspectos: a) existe diferencias significativas en el rendimiento de los niños en relación al nivel de escolaridad, del tipo de problema y del lugar de la incógnita, b) realizaron una nueva jerarquización de los problemas aritméticos verbales distinta a las clasificaciones ya conocidas, quedando los problemas de combinación en conjunto con total desconocido como los más fáciles, seguidos por los de combinación con resultado desconocido, luego los de igualación con conjunto desconocido, pasando así por varios tipos hasta llegar a los más difíciles que son los de transformación de relaciones con segundo sumando desconocido.

Con respecto a las estrategias utilizadas por los niños, este estudio de Bermejo et al. (1998) constató como éstas cambian en función del nivel escolar, observándose como los alumnos de preescolar recurren preferentemente a la estrategia de modelado directo como "contar todo".

Si bien es cierto que, la nueva propuesta de jerarquización de los problemas resultó adecuada para los autores antes mencionados, a nuestro juicio, es recomendable trabajar con las categorizaciones realizadas por Riley et al. (1983) ya que han sido utilizadas en otros estudios dando resultados satisfactorios.

En un estudio posterior, Bermejo, Lago, Rodríguez, Dópico y Lozano (2002), en el cual se plantearon entre otras metas, analizar las distintas estrategias y los errores cometidos por los niños madrileños en relación a los diferentes tipos de problemas.

Para esto, trabajaron nuevamente con 72 niños, la misma población del trabajo anterior señalado.

Entre los resultados que obtuvieron resaltan: los niños de educación Inicial eligieron primordialmente las estrategias de modelado de contar todo para la adición y a la estrategia de quitar de para la sustracción; mientras que los de primer grado recurrieron a las de conteo.

En relación a los errores, los niños de Inicial cometieron mayormente los errores de repetir cantidades e inventar la respuesta, en todas las categorías, lo que confirma que los errores no están relacionados con el tipo de problema.

Otros estudios se han enfocado a trabajar la dificultad de los problemas pero centrándose en un tipo específicamente, como es el caso de los problemas de comparación. Lago, Rodríguez, Dopico y Lozano (2001) tomando como base el trabajo de Hudson (1983) realizaron una investigación con cuarenta niños de 5 a 7 años de una escuela pública de Madrid. Su objetivo era mostrar los beneficios de la reformulación de los enunciados de estos problemas.

Los resultados obtenidos confirmaron la hipótesis, al constatar que al reformular los problemas de comparación mediante la dinamización de la pregunta y al emplear materiales que representan las cantidades, mejora el rendimiento de los niños al resolverlos. Por lo tanto, estos autores recomiendan que los niños desde temprana edad pueden bajo determinadas condiciones llegar a resolver los problemas de comparación, permitiendo así su aprendizaje simultáneo con las restantes categorías de problemas.

Un estudio reciente, realizado por Lago, Caballero, Rodríguez y Jiménez (2006), con 18 niños entre 4 y 5 años y 18 más entre 5 y 6 años, quienes debían resolver problemas sencillos de cambio de adición y sustracción y problemas de suma / restas repetidas de multiplicación y división, además de problemas de comparación con las cuatro operaciones.

Los resultados revelaron a) los niños de 5 y 6 años alcanzaron un nivel de éxito levemente superior a lo de los niños de 4 y 5 años; b) los problemas de comparación fueron los más complejos para cada grupo, en especial los de división; c) para los niños de 5 y 6 años los problemas de sumas repetidas fueron las más sencillos.

La revisión de estos estudios permite evidenciar que la dificultad de los problemas aritméticos verbales para los niños de Etapa Inicial dependerá principalmente del lugar ocupado por la incógnita, si es al final o al principio. Asimismo, si se adecuan problemas difíciles como los de comparación, los niños pueden resolverlos. Aspecto importante que conozca el docente de este nivel, porque así sabrá con cuales problemas aritméticos puede iniciar a sus alumnos.

Otras investigaciones se han interesado en conocer las estrategias que utilizan los niños para resolver los problemas aritméticos verbales de adición y sustracción.

García (2001) en un estudio llevado a cabo con 96 niños entre 4 y 7 años, a quienes dividieron en 4 grupo: Inicial, primer grado, segundo y tercer grado, se propuso entre uno de sus objetivos conocer los diferentes procedimientos de resolución empleados por los niños al resolver los problemas verbales tipo cambio, combinación y comparación, así como los errores cometidos en los diferentes grupos.

Entre los resultados obtenidos resalta que existe diferencias significativas entre los distintos grupos experimentales en relación al tipo de estrategia empleada, siendo las estrategias de modelado directo las más empleadas por los niños de Educación Inicial (95%), al igual que por los niños de primero, reduciendo su uso con los grupos de segundo y prácticamente no fueron empleadas por los de tercero. En cuanto a la estrategia de conteo, fue la más empleada por los alumnos de tercero y segundo, comenzando a ser utilizada por los niños de primer grado. En relación a la estrategia de hechos numéricos, no fueron empleadas por los niños de Inicial y va aumentando su empleo de curso en curso en primaria.

En cuanto a los errores cometidos, García (2001) encontró los siguientes resultados: a) los errores de "Selección inadecuada de la operación" y "Repetir cantidades" fueron los que con más frecuencia cometieron los niños, con un porcentaje casi similar, 36% y 37% respectivamente, b) en segundo lugar estuvo el error de "inventar la respuesta, con un 16 %. En cuanto a los grupos, los de Educación Inicial resultaron ser los que más errores cometieron (516 en total).

En una línea similar, Díaz (2004), se planteo en su investigación analizar el rendimiento, el grado de abstracción, el contexto (urbano y rural), las estrategias utilizadas y los errores cometidos por los escolares desde primero hasta cuarto de Educación Básica, en relación a los distintos problemas de cambio en suma y resta.

Entre os resultados obtenidos están: a) no hubo diferencias significativas entre los alumnos de escuelas urbanas y rurales, por lo que el contexto sociocultural no influye en el rendimiento académico de los alumnos; b) ambos grupos (urbano y rural) obtuvieron mejor rendimiento en los problemas de cambio de suma en comparación

con la resta tanto con la incógnita al final como en el inicio; c) hubo diferencias en cuanto al uso de las estrategias empleadas por cada grupo. Los alumnos de las escuelas rurales recurren a las estrategias de modelado en los cursos superiores, mientras que los alumnos urbanos hacen esto en los primeros cursos. Así mismo, los alumnos rurales usan más la estrategia de conteo que los urbanos, y éstos usan mayormente las estrategias de hechos numéricos.

En relación a los errores cometidos por los alumnos, los más cometidos fueron los de tipo conceptual, entre los alumnos de los primeros cursos en ambos grupos.

En una investigación diferente, Bermejo y Lago (1987) trabajaron con cincuenta niños: 25 de preescolar, (12 niños y 13 niñas) de 5 a 6 años, y veinticinco de primer grado (13 niños y 12 niñas) de 6 a 7 años, donde se plantearon como hipótesis verificar si hay relación entre la conservación de número propuesto por Piaget (1941) y el rendimiento en la resolución de problemas de adición, y por otro lado, conocer las estrategias que emplean los niños para sumar, en función de la edad, de los sumandos y el modo de representarlos, bien sea mediante objetos, imágenes o números. Para esto, utilizaron tareas de conteo y de conservación, a través de fichas de colores (rojas y azules), tarjetas que contenían cantidades de sumas (ejemplo: 5 + 2) y unos muñecos (títeres) de un programa conocido de televisión con el fin de motivar a los niños y facilitar las tareas.

Las pruebas de conservación del número evidenciaron que este proceso no es requisito necesario para que los niños aprendan a sumar. Con relación a las estrategias utilizadas por éstos, se constató como los de preescolar emplean la estrategia de conteo en el caso de los sumandos que lo requieren, y les resulta más

fácil la adición cuando disponen de objetos concretos (fichas) para representar los sumandos. Mientras que los alumnos de primer grado, emplean tres estrategias: contar con los dedos, cortar imágenes y dar soluciones memorísticas.

Un estudio realizado por Carpenter et al. (1993) con niños pequeños, se propusieron demostrar cómo las habilidades de resolución de problemas en estos niños ha sido subestimada. La hipótesis inicial era comprobar como los niños de la etapa de preescolar pueden resolver una variedad mucho más amplia de problemas aritméticas que los reseñados por estudios previos. Para tal fin, se instruyó a los alumnos a resolver problemas aritméticos verbales durante un año, utilizando la estrategia de representación o modelaje de la acción o las relaciones descritas en los problemas.

La hipótesis se confirmó, ya que los resultados evidenciaron como los niños de preescolar pueden resolver diversos problemas aritméticos verbales, no sólo de adición y sustracción sino además de multiplicación y división a más temprana edad de lo que generalmente se ha presumido.

Las investigaciones anteriores nos permiten evidenciar como los niños de preescolar pueden resolver problemas aritméticos verbales, ya que utilizan sus estrategias informales para hallar la solución, como por ejemplo el uso de material concreto para representar las cantidades del problema. Por esta razón, se debe aprovechar este potencial y utilizar otras estrategias como los diagramas, que permiten de igual modo, visualizar los elementos del problema para comenzar así a instruir a los niños en este proceso tan complejo, con el fin de no postergarlo hasta su entrada al primer grado de Educación Básica.

Diferentes estudios realizados sobre el uso de los diagramas como estrategia de representación han evidenciado como mejora significativamente la ejecución en resolución de problemas aritméticos verbales de adición y sustracción. Fuson y Willis (1989) en un estudio realizado con niños de segundo grado, se propusieron comprobar si los diagramas mejoraban la ejecución de éstos en la resolución de problemas. Para tal fin conformaron dos grupos: uno con 24 alumnos con altas habilidades matemáticas y otro con 19 niños de promedio medio matemático, a quienes instruyeron en la utilización de tres tipos de diagramas para representar los problemas aritméticos verbales de adición y sustracción tipo cambio, combinación y comparación.

Los resultados obtenidos evidenciaron lo efectivo del uso de diagramas para resolver estos problemas, debido a que permiten a los niños establecer correspondencia entre el problema y el diagrama a utilizar, además los ayuda a aplicar la operación requerida correctamente. De la misma manera, permiten al docente conocer las dificultades presentadas por los niños al resolverlos .

Una investigación llevada a cabo por Jitendra y Hoff (1996) indicó los efectos de una estrategia directa basada en los esquemas de resolución de problemas verbales en estudiantes de tercer y cuarto grado con dificultad de aprendizaje. Los resultados de este estudio demostraron la eficacia de esta estrategia, puesto que acentuó la comprensión conceptual y la ejecución eficiente de procedimientos al resolver problemas matemáticos, que mejoró significativamente después que se aplicó la estrategia. Este estudio permitió comprobar como la estrategia basada en esquemas permite a los estudiantes con pocas habilidades de memoria, organicen y usen la

información de las relaciones semánticas para adquirir habilidades adecuadas para resolver problemas verbales.

En un trabajo posterior, Jitendra y Mc Goey (1998) pretendían conocer los efectos diferenciales al utilizar dos estrategias instruccionales: una basada en esquemas y una tradicional, en la adquisición de la conservación y generalización al resolver problemas matemáticos verbales. La muestra seleccionada para este estudio fueron 34 estudiantes con dificultad de aprendizaje en matemática, quienes fueron asignados al azar a cada una de las dos condiciones del tratamiento (estrategia tradicional y esquema).

Los resultados indicaron que ambos desempeños de grupo aumentó del pretest al examen posterior. Todos los estudiantes eran capaces de mantener su uso de habilidades al resolver los problemas verbales y de generalizar los efectos de la estrategia a nuevos problemas aritméticos. Sin embargo, las diferencias entre los dos grupos en el pretest fueron estadísticamente significativas, favoreciendo al grupo de esquema, lo que permitió comprobar la hipótesis de que la estrategia de esquema mejora el rendimiento en la resolución de problemas en estudiantes con dificultad de aprendizaje en matemática.

En otros campos de la educación, se han estudiado los efectos de la aplicación de diagramas como estrategia de representación del conocimiento. Tal es el caso de una investigación realizada por Ruiz, Algarabel, Dasi y Pitarque (1998) quienes se propusieron evidenciar como el uso de diagramas facilita la adquisición de esquemas mentales próximos o semejantes a los de un experto en estudiantes universitarios. La muestra de estudio la conformaron 119 estudiantes de la carrera de Psicología,

quienes cursaban la asignatura diseño de investigación experimental. Durante el curso un grupo estudiantes utilizó un diagrama completo acerca de las diferentes posibilidades de análisis estadístico, otro grupo un diagrama más simple y el tercer grupo no uso ningún diagrama. Para comprobar la estructura cognitiva adquirida en el proceso utilizaron dos medidas repartidas en seis grupos de los cuales tres recibían clases en la mañana y tres en la tarde. Cada grupo fue asignado aleatoriamente a una de las tres condiciones experimentales, quedando 20 en la condición "diagrama completo" 58 en la de "diagrama incompleto" y 41 en la condición de " sin diagrama".

Con el fin de conocer los efectos del uso de diagramas se le pidió a los estudiantes que resumieran los conceptos claves de cada tópico, según su opinión y relación entre sí. Los resultados obtenidos evidenciaron como el uso de diagramas favorece la organización del conocimiento del conocimiento adquirido al observar las diferencias significativas entre los grupos , que utilizaron diagrama completo e incompleto en relación con el grupo que no lo utilizaron. Esto se constató a través de las representaciones mentales que alcanzaron los estudiantes sobre el conocimiento especifico que estudiaron.

Los estudios antes mencionados evidencian lo efectivo de utilizar los diagramas como estrategia para resolver los problemas aritméticos verbales de adición y sustracción , así como en otros campos de la educación.

Si bien estas investigaciones se han realizado con estudiantes del nivel de Básica y universitarios, será interesante conocer su efectividad en alumnos de la Etapa Inicial en su fase de preescolar al resolver problemas aritméticos verbales,

considerando que actualmente son pocas las oportunidades que se les ofrecen para adquirir destrezas en este contenido del área de matemática. Así mismo, se puede utilizar la estrategia de diagramas como una alternativa para desarrollar el pensamiento lógico-matemático en los niños, por parte de los docentes, quienes pueden ser un agente mediador en este sentido.

Capítulo III. Metodología

Tipo de Investigación

El siguiente trabajo se realizó bajo el enfoque cualitativo, siendo una investigación etnográfica, con el fin se estudiar las estrategias utilizadas por los alumnos de la fase de preescolar al resolver los problemas aritméticos verbales de adicción y sustracción, así como los errores que cometen, dentro de su contexto natural, es decir , su aula de clases.

De acuerdo a Martínez (2004) la investigación etnográfica permite analizar las características de un grupo de personas, que comparten situaciones y formas de vida semejantes, con el fin de describir y crear una imagen fiel y real del grupo estudiado.

Diseño de la Investigación

Este estudio se enmarca dentro de un diseño etnográfico de tipo estudio de casos, que define Pérez (1998) "como una metodología de análisis grupal, cuyo aspecto cualitativo nos permite extraer conclusiones de fenómenos reales o simulados en una línea formativa- experimental..." (p. 83).

Este diseño permitió aportar datos descriptivos sobre los errores y las estrategias que utilizan los alumnos de la fase de Preescolar al resolver los problemas aritméticos verbales, tal y como éstos ocurren en el salón de clases, sin ser manipulados por el investigador.

Se define como un estudio de casos tipo interpretativo, ya que no sólo aporta descripciones completas, sino que las mismas se utilizan para desarrollar categorías conceptuales o para ilustrar, defender o refutar presupuestos teóricos defendidos antes de recoger los datos (Pérez, 1998).

Por último, se escogió este diseño, porque permitió trabajar con grupos reducidos de participantes para extraer a partir de éstos, algunas conclusiones, lo cual es importante en este estudio, dada las características de la muestra, niños de 5 y 6 años, quienes comienzan a leer, por lo que se trabajará con ellos en forma individual, y que por lo tanto no se puede abarcar grupos numerosos, debido al tiempo de ejecución.

Población y Muestra

Población.

La población la conformaron los 39 alumnos del grupo de niños de 5 y 6 años de un colegio católico privado.

Muestra.

La muestra estuvo conformada por un grupo de 20 alumnos, quienes demostraron dominio de habilidades tales como: contar los números del 1 al 9, además de reconocerlos y escribirlos, relacionaban el número con la cantidad y realizaban sumas sencillas de una cifra.

Sistema de Variables

Las variables a estudiadas en este trabajo fueron:

Resolución de problemas.

De acuerdo a García (2001) resolver un problema es un proceso complejo que implica que el individuo realice una representación interna del problema a resolver (comprenderlo) y aplicar las estrategias que le permitan alcanzar la meta planteada.

Problemas aritméticos verbales.

Los problemas aritméticos verbales son aquellos conformados por tres proposiciones que expresan relaciones numéricas entre dos de sus variables (Carpenter, 1983)

Problemas de cambio.

Se caracterizan por la presencia de una acción explicita o implícita que modifica una cantidad inicial dando como resultado el incremento o decremento de esa cantidad (Carpenter & Moser, 1983).

Problemas de combinación.

Presentan dos cantidades disjuntas que se pueden considerar aisladamente o como parte de un todo sin la presencia de ninguna acción (Carpenter & Moser, 1983).

Estrategias de resolución de problemas.

De acuerdo a Poggioli (1999) se refieren " a las operaciones mentales utilizadas por los estudiantes para pensar sobre la representación de las metas y los datos, con el fin de transformarlos en metas y obtener la solución" (p. 8).

Diagrama como estrategia de representación.

Para Sánchez (1998) son un medio que ayuda a visualizar las situaciones del problema.

Instrumentos

Para recolectar y registrar la información, se utilizaron diversos instrumentos, con el fin de obtener información relevante para el estudio.

Registro descriptivo.

La validez de los instrumentos se llevó a cabo mediante una evaluación cualitativa, a través de la consulta a expertos. En este caso docentes del nivel de Educación Inicial. En cuanto a la confiabilidad, se utilizó la categorización de problemas aritméticos verbales de Carpenter y Moser (1983), respetando su estructura semántica.

Procedimiento

Se realizaron 6 sesiones, en las cuales se presentó a cada niño 3 problemas de un tipo determinado (ver cuadro de sesiones). Cada sesión se llevó a cabo de acuerdo a los siguientes pasos:

1. El docente invitaba cada niño, uno a la vez, a jugar con el muñeco "Lopi". Les decía si deseban ayudarlo a resolver problemas.
2. Leía en voz alta el enunciado del problema correspondiente a la sesión del día, tantas veces cuanto era necesario.
3. Le preguntaba si lo entendió, y lo invitaba a resolverlo.
4. Para el momento de comenzar cada sesión, se tenía prendida la grabadora, ubicada en un lugar que no fuese visible para el niño.
5. Observaba el proceso de resolución de cada niño y se le indicaba que anotaría algunos de sus pasos para luego practicarlos con Lopi.
6. En caso de que el niño no acertaba con la respuesta adecuada, se le ayudaba a través de diferentes preguntas tales como: ¿Quieres que lo vuelva a leer?, ¿ qué crees que nos piden responder?, ¿cómo lo harías de otra forma?, entre otras.
7. Al terminar cada sesión, se felicitaba al niño e invitaba para una próxima sesión.

8. Seguidamente antes de estar con otro alumno, se llenaba la lista de cotejo de acuerdo a lo observado.
9. En las sesiones que el niño no acertaba con la respuesta adecuada de cada problema, se recurrió al uso de los diagramas para ayudarlos en la resolución.

Cuadro de sesiones

Sesión	**Categoría del Problema**	**Ejemplo de enunciado del problema**	**Instrumento a utilizar**
1.	Cambio- unión 1	Ana tiene 5 caramelos, Luis le da 8 más. ¿Cuántos tiene ahora?	-Registro narrativo. - Grabación de audio. - Lista de control.
2.	Combinación 1	Ana tiene 5 fichas rojas y 3 azules, ¿Cuántas fichas tiene en total?	
3.	Cambio-separación 2	Ana tiene 6 pelotas y le da 4 a José. ¿Con cuántas se ha quedado?	
4.	Combinación 2	Ana tiene 9 paletas, 5 de estas son rojas y el resto azules. ¿Cuántas paletas azules tiene?	
5	Cambio- unión 3	Ana tiene 5 barajitas. ¿Cuántas tiene que conseguir para tener 8?	
6.	Cambio-separación 6	Ana tiene algunas chupetas de las que dio 4 a José. Ahora le quedan 6. ¿Cuántas tenía al comenzar?	

Procesamiento de Datos

El procesamiento de los datos se realizó a través de la triangulación, la cual permitió desde múltiples perspectivas, clarificar los significados de las observaciones e interpretaciones, con el fin de verificar su repetibilidad. (Stake, 1998). Para tal

fin, se utilizaron los diferentes instrumentos mencionados al comienzo de este capítulo.

Cronograma de Actividades

Para llevar a cabo este trabajo de investigación se realizaron las siguientes actividades:

Fecha (meses/ año)	**Actividades**
Mayo de 2005	- Entrega de proyecto.
Mayo - Julio	- Desarrollo de plan de sesiones. - Recolección de datos
Julio – Diciembre de 2005	- Procesamiento de datos
Noviembre 2006	- Presentación de resultados. - Entrega de informe final.

Limitaciones

Esta investigación por estar enmarcada dentro de un diseño etnográfico, por la población con la cual se trabajó, que requería entrevistas individualizadas, tuvo como limitante, no trabajar con mayor número de alumnos, ya que solo había una investigadora y quien además no contó con suficiente tiempo, para poder abarcar mayor cantidad de niños.

Capítulo IV. Resultados

Resultados

Los objetivos propuestos en esta investigación orientan la presentación y análisis de los resultados. En este sentido, en este capítulo se identifican y describen las estrategias utilizadas por los niños, así como los errores cometidos al resolver problemas aritméticos verbales tipo cambio y combinación en las distintas sesiones diseñadas para recabar la información. Las unidades de análisis se basan en la categorización de las estrategias descritas por Carpenter y Moser (1983) y las presentadas por Baroody (1987) (véase Tablas 2 y 3). En cuanto a los tipos de errores cometidos por los niños, éstos se toman de la tipología propuesta por Bermejo (1990).

A continuación se presentan los datos organizados a partir de las categorías de análisis correspondientes a las estrategias de solución y errores cometidos en la solución de los problemas propuestos en las seis sesiones durante el proceso de investigación.

Categoría: Estrategias y errores cometidos al resolver problemas tipo Cambio-Unión1

Enunciados

1: "Ana tiene 5 caramelos, Luis le da 8 más. ¿Cuántos tiene ahora?"

2: "Ana tiene 4 barajitas, Luis le da 2 más. ¿Cuántas tiene ahora?"

3: "Ana tiene 3 colores, Luis le da 5 más. ¿Cuántos tiene ahora?"

Subcategoría	Niño __ Edad__ / Respuesta
	Niño: 1 Edad 6 años
Contar a partir del sumando mayor	1. Dijo "13" porque cuento en mi mente, 8, 9, 10, 11, 12 y 13".
Hechos numéricos	2. "Es 6". "yo se que si sumo al 4, dos más me da 6".
Hechos numéricos.	3. "Son 8, porque yo sé que 3 + 5 son 8".
	Niño: 2 Edad: 6 años.
Contar a partir del sumando mayor	1. El niño comenzó a contar con sus dedos de la mano derecha a la vez que iba levantando cada uno así: "8...9, 10, 11, 12, 13. Son 13".
Contar a partir del sumando mayor	2. "Son 6". " Vi primero el más grande y le sume el resto"..... . " A 4 le sume, 5, 6, y son 6". Esto lo dijo a la vez que señalaba sus deditos.
Contar a partir del sumando mayor	3. El niño comenzó a contar a partir del 5, segundo sumando, así "5, 6, 7, y 8". Esto lo hizo apoyándose en con sus dedos, para luego decir "Son 8".
	Niño: 3 Edad: 6 años.
Contar a partir del primer sumando	1. Comenzó a contar, apoyándose con los dedos de su mano izquierda, a partir del primer sumando, el 5. Al rato dijo "son 8".
CTM	2. Levanto cuatro dedos de su mano izquierda y dos de su mano derecha, y procedió a contarlos uno por uno

CTM	tocándolos a la vez con su barbilla y dijo: "Son seis". 3. En su mano derecha levantó tres dedos y con la izquierda levantó los cinco dedos y comenzó a contarlos, apoyándose en su barbilla para el conteo: "1, 2, 3... 4, 5, 6, 7, 8... son 8".
CTM8 CTM8 CTM8	Niño: 4 Edad: 6 años. 1. Con sus dedos formó el primer sumando, 5 y comienza a contar a partir del segundo sumando "6, 7, 8, 9, 10, 11, 12 y 13... son 13". 2. Aplicó la estrategia anterior para dar la respuesta correcta 3. Aplicó la estrategia anterior para dar la respuesta correcta
Contar a partir del sumando mayor CTM2 CTM2	Niño: 5 Edad: 6 años 1. Comienza a contar en voz alta, con el apoyo de los dedos de su manos a partir del sumando mayor así: "9, 10, 11, 12, y 13... son 13". 2. En su mano derecha levantó cuatro dedos y con la izquierda dos y rápidamente dijo "son 6". 3. Repitiendo el procedimiento anterior dijo "son 8"
CTM2	Niño: 6 Edad: 6 años. 1. Con los caramelos hizo rápidamente dos conjuntos,

	los contó y dijo "son 13".
CTM2	2. Tomó las barajitas e hizo dos grupos y dijo: "Son 6".
CTM2	3. Repitió el procedimiento anterior y dijo " son 8".
	Niño: 7 Edad: 6 años.
CTM8	1. Pronunció en voz alta el primer sumando " 5 " y continuó contando apoyándose con los dedos de su mano derecha. Al terminar dio como respuesta " son 13".
CTM8	2. Dio la respuesta correcta aplicando la estrategia anterior.
CTM8	3. Respuesta correcta aplicando la estrategia anterior
	Niña: 8 Edad: 6 años.
CTM	1. Con caramelos representó cada sumado, luego los contó uno por uno. Al terminar de decir el último número 13, dijo son 13".
CTM	2. Respuesta correcta aplicando la estrategia anterior.
CTM	3. Respuesta correcta aplicando la estrategia anterior
	Niño: 9 Edad: 6 años.
Contar a partir del sumando mayor	1. Comenzó a contar en voz alta a partir del sumando mayor, así "9, 10, 11, 12 y 13", a la vez que se apoyaba con sus dedos de la mano derecha y dijo

	"13".
Hechos numéricos	2. Respondió rápidamente "son 6"..... "yo sé que 4 más 2 son 6".
Hechos numéricos	3. Rápidamente dijo "Son 8"..... "Bueno yo se que 3 + 5 son 8".
	Niño: 10 Edad: 6 años.
CTM	1. Representó cada sumando con caramelos, luego los contó juntos para obtener la respuesta correcta.
CTM	2. Aplica la estrategia anterior.
CTM	3. Aplica la estrategia anterior.
	Niño: 11 Edad: 5 años.
CTM	1. Representó cada sumando con caramelos, luego los contó juntos para obtener la respuesta correcta.
CTM	2. Aplica la estrategia anterior.
CTM	3. Aplica la estrategia anterior.
	Niño: 12 Edad: 5 años.
CTM2	1. Con caramelos formó los dos conjuntos y luego sin tocarlos los contó hasta decir "13".
CTM2	2. Con los dedos de su mano derecha colocó 4 dedos y con los de la izquierda colocó 2. Los miró y dio como respuesta "6".
CTM2	3. Éste último lo resolvió como el anterior.

	Niño: 13 Edad: 5 años.
Contar a partir del sumando mayor.	1. Pensó un rato y luego dijo "son 13"….. "Conté 9, 10, 11, 12 y 13... y son 13".
Hecho numérico	2. Dijo rápidamente "Son 6"….. dijo que sabia la suma de 4 + 2.
Contar a partir del sumando mayor.	3. Comenzó a contar a partir del número 5 en voz alta así "6, 7 y 8... tiene 8".
	Niño: 14 Edad: 5 años.
CTM	1. Tomó los caramelos e hizo dos grupos. Luego los contó todos y dio la respuesta correcta.
CTM	2. Repitió el procedimiento anterior.
CTM	3. Repitió el procedimiento anterior.
	Niño: 15 años Edad: 5 años.
Contar a partir del sumando mayor.	1. Comenzó a contar en voz alta a partir del 8 apoyándose ligeramente con los dedos de su mano derecha. Al completar de levantar los 5 dedos dijo "Son 13".
CTM2	2. Modeló ambos sumandos con sus dedos y rápidamente sin contar dio la respuesta correcta.
CTM2	3. Repitió el procedimiento anterior.
	Niño: 16 Edad: 5 años.
Contar a partir del sumando mayor.	1. "Son 13"….. "conté así: 8, 9, 10, 11, 13 y 13...ves son

	trece".
Hechos numéricos	2. Respondió rápidamente en forma correcta "sabía que 4+2 es 6".
Hechos numéricos	3. Respondió rápidamente en forma correcta.
	Niño: 17 Edad: 5 años.
Contar a partir del sumando mayor	1. Comenzó a levantar los dedos de su mano derecha a medida que iba contando así " 9,10, 11, 12 y 13... entonces tiene 13 caramelos".
Hechos numéricos	2. Respondió rápidamente puesto que sabía de memoria la combinación 4+2=6.
Hechos numéricos	3. Respondió rápidamente en forma correcta.
	Niño: 18 Edad: 5 años.
CTM8	1. Modeló el segundo sumando, es decir el 8 con los dedos de su manos y comenzó a contar a partir de este. Al terminar de enunciar el último digito, el 13, y dijo "Son 13".
CTM8	2. Repitió el procedimiento anterior.
CTM8	3. Repitió el procedimiento anterior.
	Niño: 19 Edad: 5 años.
CTM	1. Con los caramelos hizo dos grupos, representando ambos sumandos. Luego los contó todos juntos para dar la respuesta correcta.

CTM CTM	2. Repitió el procedimiento anterior. 3. Repitió el procedimiento anterior.
Contar a partir del sumando mayor CTM2 CTM2	Niño: 20 Edad: 5 años. 1. Con los dedos de sus manos contó 8, luego dijo "5" y continuó contando apoyándose en los dedos contados. 2. Representó ambos sumandos con los dedos de su mano, luego los miró y rápidamente dio la respuesta correcta. 3. Repite el procedimiento anterior

La frecuencia de las estrategias aplicadas por los niños se presenta en la Tabla 7

Tabla 7

Frecuencia de las estrategias utilizadas por los niños de 5 y 6 años al resolver los problemas de adición tipo Cambio-unión 1

		Estrategias			
Modela	*f*	Conteo	*f*	Hechos numéricos	*f*
CTM	17	Contar a partir del sumando mayor	13	9	9
CTM2	12				
CTM8	9				
Total	38		13		9
%	63.3%		21.6 %		15%

Los resultados indican que la estrategia de modelado fue la de mayor frecuencia, ya que la aplicaron en 38 ocasiones (63,3 %.). En 17 ocasiones en su forma más conocida, es decir, CTM (Contar todo con modelo) y en 12 ocasiones en su sub

categoría CTM2. Cabe destacar que esta estrategia de acuerdo a lo descrito en la sesión 1, 11 niños en total, la aplicaban de forma constante, para los tres enunciados de la categoría.

En segundo lugar, aplicaron la estrategia de conteo, en 13 ocasiones, que equivale al 21,6 %, siendo la sub-categoría "Contar a partir del sumando mayor" la más usada (10 veces), en especial en el enunciado 1, cuyo resultado de sus sumandos daba un número mayor al numeral 10.

Por último, aplicaron en menos ocasiones, 9 en total, la estrategia de hechos numéricos, que equivale al 15 %.

En relación a los errores, en esta categoría de problemas, los niños no cometieron error.

Categoría: Estrategias y errores cometidos al resolver problemas tipo Combinación 1

Enunciados

1: Ana tiene 4 fichas rojas y 6 azules. ¿Cuántas fichas tiene en total?

2: Ana tiene 6 metras blancas y 3 negras ¿Cuántas metras tiene en total?

3: Ana tiene 7 cartas azules y 5 rojas ¿Cuántas cartas tiene en total?

Subcategoría	Niño __ Edad__ / Respuesta
Contar a partir del primer sumando	Niño 1 1. Pensó un rato y dijo "Son 10"..... "Conté, 4... (a la vez que se apoyaba en sus dedos decía)

	...5,6,7,8,9 y 10, así que son 10".
Contar a partir del primer sumando	2. Comenzó el niño a contar en voz alta a partir de enunciar el primer sumando, así: "6 (apoyándose en sus dedos continúo), 7, 8 y 9...son 9".
Contar a partir del primer sumando	3. Respondió correctamente aplicando la estrategia anterior.
CTM	Niño: 2 Edad: 6 años.
	1. Con los dedos de su mano izquierda colocó 5 dedos y luego lo completa con uno de la mano derecha y los cuenta y le da 6. Luego, con los otros dedos de su mano derecha los iba levantando hasta contar 4. Seguidamente los contó todos junto y dijo "Son 10".
CTM	2. aplicó la estrategia anterior.
CTM	3. Aplicó a estrategia anterior.
	Niño: 3 Edad: 6 años
CTM1	1. Comenzó a decir en voz alta el

	primer sumando y luego con los dedos de su mano izquierda modelo el segundo sumando. Al final los contó con su mirada y dijo «Son 11». La investigadora le dijo si estaba segura. La niña volvió a decir "4... 5, 6, 7, 8, 9, 10... son 10".
CTM1	2. Utilizó la estrategia anterior.
CTM1	3. Utilizó la estrategia anterior.
	Niño: 4 Edad: 6 años
CTM	1. Tomó las fichas y las separó por color. Luego procedió a contar las rojas y continuo la cuenta con las azules. Al final dijo «hay 10 fichas en total».
CTM	2. Aplicó e procedimiento anterior.
CTM	3. Aplicó el procedimiento anterior.
	Niño: 5 Edad: 6 años
CTM	1. Buscó las fichas y las separó en dos grupos. Contó el primer grupo y a este le fue añadiendo

	las fichas azules a la vez que iba contando. Al final dijo «Hay nueve» ya que no había contado la última. La agregó y dijo «son10».
CTM1	2. Enunció el primer sumando "6" y modelo el segundo con sus dedos. Luego contó a partir de seis, sumándole los dedos y dijo "son 9".
CTM	3. Repitió el mismo procedimiento del enunciado 1.
	Niño: 6 Edad: 6 años
Contar desde el sumando mayor	1. Comenzó a contar a partir del sumando mayor, es decir, desde el 6, apoyándose, en sus dedos, así "6, 7, 8, 9, 10... son 10".
Contar desde el sumando mayor	2. Aplicó la estrategia anterior.
Contar desde el sumando mayor	3. Aplicó la estrategia anterior.
	Niño: 7 Edad: 6 años
Hechos numéricos	1. Se quedo pensando un rato y dijo: "Son 10". Dijo "Al 6 le sume 4 y

	dio 10”.
Hechos numéricos	2. Dijo rápidamente “tiene 9”, porque yo sé que 6 + 3 es 9”
Contar a partir del sumando mayor	3. Mientras contaba movía ligeramente su cabeza a medida que contaba susurrando. Al rato dijo “son 13”. Al rato volvió a contar de la misma manera que anteriormente “7, 8, 9, 10, 11, y 12. S7, 8, 9, 10, 11, y 12. y da 12”. Son12”.
	Niño: 8 Edad: 6 años
CTM	1. Contó primero las fichas rojas y luego siguió con las azules y al final dijo “Son 10”.
CTM	2. Respuesta correcta aplicando la estrategia anterior.
CTM	3. Respuesta correcta aplicando la estrategia anterior.
	Niño: 9 Edad: 6 años
Hechos numéricos.	1. Respondió rápidamente “10. Yo sé que 4 + 6 es 10, así como 5 + 5

	es 10 y así".
Hechos numéricos.	2. Nuevamente dio rápidamente la respuesta. "Son 9".
Contar a partir del primer sumando	3. Comenzó a contar un rato en voz baja a la vez que se apoyaba con sus dedos así " 7, 8, 9, 10, 11, y 12. Es 12".
	Niño: 10 Edad: 6 años
CTM	1. Separó cada grupo de los elementos y luego procedió a contarlos para decir la respuesta.
CTM	2. Respuesta correcta aplicando la estrategia anterior.
CTM	3. Respuesta correcta aplicando la estrategia anterior.
	Niño: 11 Edad: 5 años
CTM	1. Buscó las fichas, las separó por color y luego las contó todas para decir que habían 10 fichas en total.
CTM	2. Aplicó con éxito el procedimiento anterior.

CTM	3. Aplicó con éxito el procedimiento anterior.
	Niño: 12 Edad: 5 años
CTM 2	1. Pensó un rato y buscó las fichas. Las separó por grupo y las contó sin tocarlas. Luego dijo "Hay 10, ahora si porque las conté".
CTM2	2. Aplicó con éxito el procedimiento anterior.
CTM2	3. Aplicó con éxito el procedimiento anterior.
	Niño: 13 Edad: 5 años
CTM	1. Representó con sus dedos ambos sumandos, para luego recontarlos y dar así con la solución.
CTM	2. Aplicó la estrategia anterior.
CTM	3. Aplicó la estrategia anterior.
	Niño: 14 Edad: 5 años
CTM	1. Buscó el material y contó todo el grupo de fichas. Luego dijo que habían 10 en total.
CTM2	2. Representó con sus dedos ambos

	sumandos, los cuales miró y rápidamente dio con la respuesta correcta.
CTM	3. Uso el procedimiento del número 1.
	Niño: 15 Edad: 5 años
CTM	1. Juntó todo el material concreto y procedió a contarlo en voz alta. Al terminar su conteo dijo que eran 10.
CTM	2. Aplicó la estrategia anterior.
CTM	3. Aplicó la estrategia anterior.
	Niño: 16 Edad: 5 años
CTM	1. Con los dedos de sus manos representó cada sumando, luego los contó y dio con la respuesta correcta.
CTM	2. Aplicó la estrategia anterior.
CTM	3. Aplicó la estrategia anterior.
	Niño: 17 Edad: 5 años
Contar a partir del primer sumando	1. Comenzó a contar desde el sumando 4, hasta llegar al

	número 10, para decir que esa era la respuesta.
Hechos numéricos	2. Dijo rápidamente que eran "9". Diciendo que como sabía que 4 más 4 eran ocho, y si le sumaba un 1 le daba 9.
Contar a partir del primer sumando	3. Procedió a resolverlo como en el Primer enunciado.
	Niño: 18 Edad: 5 años
Contar a partir del primer sumando	1. Pensó un rato y comenzó a contar en voz alta desde el cuatro así "4, 5, 6, 7, 8, 9, y 10... son10", esto lo hacía apoyándose en sus dedos.
Contar a partir del primer sumando	2. Aplicó con éxito la estrategia anterior.
Contar a partir del primer sumando	3. Aplicó con éxito la estrategia anterior.
	Niño: 19 Edad: 5 años
CTM	1. Tomo todas las fichas y comenzó a contarlas todas. Al terminar dijo la respuesta correcta.

CTM	2. Aplicó con éxito la estrategia anterior.
CTM	3. Aplicó con éxito la estrategia anterior.
	Niño: 20 Edad: 5 años
CTM8	1. Con los dedos de su mano derecha modelo el segundo sumando y dio rápidamente con la respuesta correcta.
CTM8	2. Aplicó con éxito la estrategia anterior.
CTM8	3. Aplicó con éxito la estrategia anterior.

La Tabla 8 recoge la frecuencia de las estrategias aplicadas por los niños al resolver problemas de combinación 1.

Tabla 8

Frecuencia de las estrategias utilizadas por los niños de 5 y 6 años al resolver los problemas de adición tipo combinación 1

		Estrategias			
Modela	*f*	Conteo	*f*	Hechos numéricos	*f*
CTM	31	Contar a partir del 1er. sumando	9	5	5
CTM1	4	Contar a partir del sumando mayor	4		
CTM2	4				
CTM8	3				
Total	42		13		5
%	70 %		21.6 %		8.3 %

Como se observa en la Tabla 8, la estrategia de modelado directo fue aplicada por los niños en 42 ocasiones, lo que equivale a un 70 %. Esto indica que los niños se sintieron seguros al responder apoyándose en material concreto o sus dedos.

En segundo lugar se ubicó la estrategia de conteo, siendo la de "Contar a partir del primer sumando", la más empleada, en 9 ocasiones.

En tercer lugar, aplicaron la estrategia de hechos numéricos en muy pocas ocasiones, en total 5, que equivale a un 8, 3 %.

En cuanto a los errores cometidos por los niños, en esta categoría no cometieron ninguno.

Categoría: Estrategias o errores cometidos al resolver problemas tipo Cambio-Separación 2.

Enunciados

1. Ana tiene 9 paletas de las que dio 4 a Luis. ¿Con cuántas se ha quedado?
2. Ana tiene 10 metras de las que dio 3 a Luis. ¿Con cuántas se ha quedado
3. Ana tiene 8 caramelos de los que dio 2 a Luis. ¿Con cuántos se ha quedado?

Subcategoría	Niño __ Edad__/ Respuesta
	Niño: 1 Edad: 6 años
Contar hacia atrás a partir de	1. Pensó un rato y dijo "Le quedan 5". "Bien ¿cómo hiciste". " Tengo 9 en mis manos y regalo 4 me quedan 5". "Bien, ¿cómo contaste?" "Fui quitando números, así: 8, 7, 6, 5, 4". Mientras decía los números iba quitando los dedos de su mano izquierda y luego dijo, "Quedan cinco".
Contar hacia atrás a partir de	2. "Le quedan 7 metras. Quite números en mi mente". "¿Cómo lo hiciste?". "Igual que antes, 9, 8, 7... y quedan 7". Mientras lo decía se apoyaba en sus dedos.
Contar hacia atrás a partir de	3. Aplicó con éxito la estrategia anterior.
	Niño: 2 Edad: 6 años
Error: Repetir cantidades	1. Al comienzo dio como respuesta el primer número dado, es decir,
Diagrama	

Separar de	9, lo que indica un error. En esta categoría como no comprendía el problema se recurrió al diagrama de Willis y Fuson (véase Figura 1 y Anexo E) para estos problemas de cambio. En cuanto a la operación, la resolvió de la siguiente manera: con los dedos de su mano colocó 9 y luego retiró 4. Al final contó el resto y dio con la solución.
Separar de	2. Aplicó con éxito la estrategia anterior, usando de igual modo el diagrama.
Separar de	3. Aplicó con éxito la estrategia anterior, usando de igual modo el diagrama.
	Niño: 3 Edad: 6 años
Separar de	1. Buscó las paletas, contó 4 y las quitó. Después contó el resto y dio con la respuesta correcta, es decir, 5 paletas.

Separar de	2. Respuesta correcta aplicando el procedimiento anterior.
Separar de	3. Respuesta correcta aplicando el procedimiento anterior.
	Niño: 4 Edad: 6 años
Hecho numérico	1. Dijo rápidamente: "Le quedan 4". "Muy bien ¿cómo hiciste?. "Bueno como sé que 4 + 5 son nueve, entonces si le quito a nueve, cuatro da 5".
Contar a partir de lo dado	2. Pensó un rato y dijo "Son 7". "¿Cómo supiste?. "Bueno conté así: 9,8,7" a medida que decía los números se ayudaba con su dedos.
Hecho numérico	3. Dijo "son 6". Al preguntarle cómo supo, dijo que como sabía "que 6 + 2 son 8, entonces si quito a 8, 2 me quedan 6".
	Niño: 5 Edad: 6 años
Separar de	1. Buscó las paletas, las tomó todas juntas y quitó las 4 indicadas en

	el problema. Luego contó el resto y dijo que quedaban 5.
Separar de	2. Realizó el procedimiento anterior con la misma estrategia, dando con la respuesta correcta.
Separar de	3. Realizó el procedimiento anterior con la misma estrategia, dando con la respuesta correcta.
	Niño: 6 Edad: 6 años
Separar de	1. Tomó las paletas y comenzó a quitar las indicadas en el problema. Luego contó las que le quedaron y dio con la respuesta correcta.
Separar de	2. Realizó el procedimiento anterior con la misma estrategia, dando con la respuesta correcta.
Separar de	3. Realizó el procedimiento anterior con la misma estrategia, dando con la respuesta correcta.
	Niño: 7 Edad: 6 años
Separar de	1. Lo resolvió de la siguiente

	manera: coloco 9 dedos y quitó de estos (4). Los contó de nuevo y le dio 5".
Separar de	2. Utilizó la misma estrategia.
Separar de	3. Utilizó la misma estrategia.
	Niño: 8 Edad: 6 años
Separar de	1. Las tomó todas las paletas en su mano y retiró las indicadas en el sustraendo. Luego contó el resto y dijo la respuesta correcta.
Separar de	2. Utilizó la misma estrategia.
Separar de	3. Utilizó la misma estrategia.
	Niño: 9 Edad: 6 años
Contar a partir de la dado	1. Dijo rápidamente "Son 5". "Así es ¿cómo supiste?", le preguntó la investigadora. "Porque conté 4, 5, 6, 7, 8, y 9", respondió el niño.
Separar de	2. Buscó todas las metras y retiro las indicadas en el problema. Luego contó el resto y dio con la solución.
Hechos numéricos	3. Dijo de inmediato "Son 6".

	"Perfecto, ¿Cómo supiste?, se le preguntó. "Porque yo sé que 8 – 2 son 6"
	Niño: 10 Edad: 6 años
Separar de	1. Buscó el material y retiró del grupo la cantidad del sustraendo. Luego contó el resto y dio con la solución.
Contar a partir de lo dado	2. No usó el material concreto sino que pensó un rato, luego dijo "Son 7". Dijo que contó desde el 3 hasta el 10 y le dio 7.
Contar a partir de lo dado	3. Aplicó la estrategia anterior .
	Niño: 11 Edad: 5 años
Separar de	1. Tomó las paletas y quitó las señaladas en el sustraendo, para luego contar el resto y dar con la solución.
Separar de	2. Aplicó la estrategia anterior .
Separar de	3. Aplicó la estrategia anterior .
	Niño: 12 Edad: 5 años
Separar de	1. Dijo que iba a utilizar el material

	concreto, del cual comenzó a retirar tantos elementos como los señalados en el sustraendo. Luego contó los que quedaron y dio con la respuesta correcta.
Separar de	2. Aplicó la estrategia anterior .
Separar de	3. Aplicó la estrategia anterior
	Niño: 13 Edad: 5 años
Separar de	1. Colocó con sus dos manos nueve dedos. Los contó, después retiro 4 dedos y contó el resto y dio con la respuesta correcta.
Separar de	2. Utilizó el procedimiento anterior.
Separar de	3. Utilizó el procedimiento anterior.
	Niño: 14 Edad: 5 años
Contar a partir de los dado	1. Comenzó a contar apoyándose en los dedos de su mano a partir del número 4 hasta el 9. Luego contó los dedos levantados y dio con la respuesta correcta.
Contar a partir de los dado	2. Utilizó el procedimiento anterior.
Contar a partir de los dado	3. Utilizó el procedimiento anterior.

	Niño: 15 Edad: 5 años
Separar de	1. Procedió a representar con sus dedos la cantidad dada, en este caso el número 9. Luego retiró tantos dedos como indicó el problema y dijo que le quedaban 5.
Separar de	2. Utilizó la misma estrategia.
Separar de	3. Utilizó la misma estrategia.
	Niño: 16 Edad: 5 años
Separar de	1. Buscó el material concreto, lo coloco todo sobre la mesa y retiro tantos elementos como indicaba el problema. Contó los elementos que quedaron y dijo " Son 5".
Separar de	2. Utilizó la misma estrategia.
Separar de	3. Utilizó la misma estrategia.
	Niño: 17 Edad: 5 años
Separar de	1. Comenzó a representar con sus deditos la cantidad dada, para luego quitar tantos dedos como indicaba el sustraendo. Al final

	contaba los dedos que le quedaron y dio con la solución.
Separar de	2. Aplicó el procedimiento anterior.
Separar de	3. Aplicó el procedimiento anterior.
	Niño: 18 Edad: 5 años
Separar de	1. Buscó las paletas y retiro del grupo 4. Luego contó el resto y dijo que eran 5.
Separar de	2. Aplicó el procedimiento anterior.
Separar de	3. Aplicó el procedimiento anterior.
	Niño: 19 Edad: 5 años
Separar de	1. Con los dedos de su manito representó la primera cantidad dada, es decir, el 9. luego quitó 4 dedos, contando el resto y así dio con la solución.
Separar de	2. Aplicó el procedimiento anterior.
Separar de	3. Aplicó el procedimiento anterior.
	Niño: 20 Edad: 5 años
Separar de	1. Colocó las paletas sobre la mesa y a medida que contaba en voz alta iba retirando del grupo las

	paletas necesarias hasta llegar a 4. Seguidamente contó las que quedaron y dio con la respuesta correcta.
Separar de	2. Respuesta correcta aplicando el procedimiento anterior.
Separar de	3. Respuesta correcta aplicando el procedimiento anterior.

La Tabla 9 recoge la frecuencia de las estrategias aplicadas por los niños al resolver esta sub- categoría de problema.

Tabla 9

Frecuencia de las estrategias utilizadas por los niños de 5 y 6 años al resolver los problemas de sustracción tipo cambio- separación 2

Estrategias					
Modela	*f*	Conteo	*f*	Hechos numéricos	*f*
Separar de	47	Contar a partir de lo dado	7	3	3
		Contar hacia atrás a partir de	3		
Total	47		10		3
%	78.3 %		16.6 %		5 %

De acuerdo a las Tabla 9, encontramos los siguientes resultados; la estrategia de Modelado directo fue la más aplicada por los niños para resolver los problemas de tipo Cambio- separación 2, en un total de 47 ocasiones, que equivale a un 78,3%, en su forma "Separa de". La segunda estrategia que aplicaron fue la de conteo, con un

total de 10 ocasiones, que equivale al 16,6 %; siendo la categoría "Contar a partir de lo dado" la más empleada, 7 ocasiones.

Para finalizar, aplicaron la estrategia de hechos numéricos solo en 3 ocasiones, lo que equivale a un 5 %. En este caso, tal como muestra la Tabla 9, en 2 ocasiones la utilizaron como un hecho numérico aditivo, el cual luego invertían a la resta, y un solo niño, el número nueve, en el tercer enunciado, lo aplicó como un hecho numérico de memoria de resta, lo cual evidencia lo que dice Bermejo (1990) y Baroody (1987), que los niños muy poco aplican esta estrategia en las restas. Así mismo, se observó como un solo niño utilizó diferentes estrategia en una misma categoría.

En relación a los errores cometidos en esta sub- categoría por los niños, la Tabla 10 los presenta a continuación

Tabla 10

Errores cometidos por los niños de 5 y 6 años al resolver los problemas de sustracción de cambio- separación 2

Error		
Repetir cantidades	Inventar la respuesta	Selección inadecuada de la operación
1	-	-

De acuerdo a la Tabla 10 , se observa que en esta categoría un solo niño cometió error, el de "Repetir cantidades", por lo cual se recurrió al diagrama de Willis y Fuson (1988) para los problemas de cambio, resolviéndolo posteriormente con éxito.

Categoría: Estrategias y errores cometidos al resolver problemas tipo Combinación 2

Enunciados

1: Ana tiene 9 huesitos, 6 de estos son rojos y el resto amarillos. ¿Cuántos huesitos amarillos tiene?

2: Ana tiene 11 fichas, 7 de estas son negras y el resto blancas. ¿Cuántas fichas blancas tiene?

3: Ana tiene 7 triángulos, 4 de estos son amarillos y el resto rosados. ¿Cuántos triángulos rosados tiene?

Sub categoría	Niño __ Edad__/ Respuesta
Separar de Separar de Separar de Separar de	Niño: 1 Edad: 6 años 1. Tomó en sus manos todos los huesitos y separó los rojos de un lado y del otro los amarillos, contando éstos últimos. Luego dijo "tiene 3 rojos". 2. Respuesta correcta aplicando el procedimiento anterior. 3. Respuesta correcta aplicando el procedimiento anterior. Niño: 2 Edad: 6 años 1. Buscó el material concreto y lo coloco sobre la mesa en forma extendida, luego lo miro y sin

	tocarlo comenzó a contar con su vista. Al rato dijo "Tiene 3 huesitos amarillos"
Separar de	2. Procedió a separar solo del grupo las fichas blancas a medida que las iba contando. Al terminar dijo "Hay 5 blancas nada más".
Separar de	3. Lo resolvió de igual forma a la anterior.
	Niño: 3 Edad: 6 años
Separar de	1. Del grupo de los huesitos separó solo los de color amarillo y los contó para dar con la respuesta correcta.
Separar de	2. Lo resolvió de igual forma a la anterior.
Separar de	3. Lo resolvió de igual forma a la anterior.
	Niño: 4 Edad: 6 años
Separar de	1. Con los dedos de sus dos manos colocó el primer número enunciado, es decir, 9 y luego

	retiró 6 dedos. Contó los que le quedaban y dio con la respuesta correcta.
Separar de	2. Pidió el material. Vio el grupo de las fichas y retiró de estas solo las blancas. Luego las contó y dio con la respuesta correcta.
Separar de	3. Con sus dedos, modelo el número mayor dado, del cual le retiró el numeral del sustraendo, contando luego los que quedaron para dar con la solución correcta.
	Niño: 5 Edad: 6 años
Separar de	1. Tomó el material concreto y contó solo los huesitos amarillos y así dio con la respuesta correcta.
Separar de	2. Aplicó el procedimiento anterior.
Separar de	3. Aplicó el procedimiento anterior.
	Niño: 6 Edad: 6 años
Error: Selección inadecuada de la operación	1. Al comienzo dijo no entenderlo, al leérselo por segunda vez, el niño dijo en forma de pregunta
Diagrama Separar de	

	"¿Tengo que sumar?". Se le indicó que escuchará de nuevo. No lo comprendió, por lo cual se procedió a utilizar el diagrama de Willis y Fuson para estos problemas (véase Figura 3 y Anexo F). Para la operación aplicó el siguiente procedimiento: Con sus manos colocó 9 dedos y luego retiro seis. Contó y el número que le dio lo escribió en el recuadro de Parte que quedaba, dando así con la solución.
Separar de	2. Aplicó el procedimiento anterior utilizando el diagrama.
Separar de	3. Aplicó el procedimiento anterior utilizando el diagrama.
	Niño: 7 Edad: 6 años
Errores: Selección inadecuada de la operación y Repetir cantidades Diagrama Contar a partir de lo dado	1. Al principio dijo rápidamente son "9". Se le preguntó como supo y dijo "es que sume 9". Se le leyó de nuevo y dijo "los

	sumo verdad", por lo cual la investigadora le indicó que se lo iba a explicar a través de unos dibujos llamados diagramas (véase Anexo G). Para la operación aplicó el siguiente procedimiento: Contó así: "7, 8 y 9... son 3".
Contar a partir de lo dado	2. Aplicó el procedimiento anterior utilizando el diagrama
Contar a partir de lo dado	3. Aplicó el procedimiento anterior utilizando el diagrama
	Niño: 8 Edad: 6 años
Separar de	1. Buscó el material concreto y separó los triángulos rojos. Luego contó los amarillos y dio con la respuesta correcta.
Separar de	2. Respuesta correcta aplicando el procedimiento anterior.
Separar de	3. Respuesta correcta aplicando el procedimiento anterior.
	Niño: 9 Edad: 6 años

Separar de	1. Tomó todos los huesitos en su mano y separó los de color amarillo. Luego los contó y dio con la respuesta.
Separar de	2. Utilizó la estrategia anterior.
Separar de	3. Utilizó la estrategia anterior.
	Niño: 10 Edad: 6 años
Contar a partir de lo dado	1. Pensó un rato y dijo "Son 3". "Bien ¿Cómo hiciste?", le preguntó la investigadora. El niño dijo "Conté: 7, 8 y 9... y son 3".
Contar hacia atrás a partir de	2. Dijo "Son 4". "Bien ¿cómo hiciste?" le preguntó la investigadora. Él dijo "Conté: 10, 9, 8 y 7 ...son 4".
Contar hacia atrás a partir de	3. Aplicó el procedimiento anterior.
	Niño: 11 Edad: 5 años
Separar de	1. Buscó el material concreto y separó cada grupo por color. Luego contó solo los de color amarillo y dio con la respuesta correcta.

Separar de	2. Respuesta correcta aplicando el procedimiento anterior.
Separar de	3. Respuesta correcta aplicando el procedimiento anterior.
	Niño: 12 Edad: 5 años
Separar de	1. Buscó el material concreto, del cual separó sólo los huesitos de color amarillo, los contó y dio con la solución.
Separar de	2. Aplicó el procedimiento anterior.
Hecho numérico	3. Dijo rápidamente que eran 3 triángulos rosados. Se le preguntó como hizo y la niña dijo que ella sabía que 4 + 3 era 7, por lo cual habían 3 rosados.
	Niño: 13 Edad: 5 años
Contar a partir de lo dado	1. Comenzó a contar con sus dedos desde el número 6 hasta llegar al 9. al Final recontó los dedos levantados y dio con la respuesta.
Contar a partir de lo dado	2. Utilizó la estrategia anterior.
Contar a partir de lo dado	3. Utilizó la estrategia anterior.

	Niño: 14 Edad: 5 años
Separar de	1. Representó con sus dedos la cantidad mayor dada, de la que separó los elementos indicados en el sustraendo, para dar así con la solución.
Separar de	2. Respuesta correcta aplicando el procedimiento anterior.
Separar de	3. Respuesta correcta aplicando el procedimiento anterior.
	Niño: 15 Edad: 5 años
Contar a partir de lo dado	1. Comenzó a contar desde el número dado en el sustraendo, en este caso desde el 6 hasta llegar al 9. Luego por una percepción inmediata de los dedos restantes dio con la respuesta correcta.
Contar a partir de lo dado	2. Aplicó el procedimiento anterior.
Contar a partir de lo dado	3. Aplicó el procedimiento anterior.
	Niño: 16 Edad: 5 años
Separar a	1. Separó del grupo, solo los elementos que señalaba la

	interrogante. Luego los contaba y dio con la respuesta.
Separar a	2. Utilizó la estrategia anterior.
Separar a	3. Utilizó la estrategia anterior.
	Niño: 17 Edad: 5 años
Separar a	1. Separó del grupo, los elementos señalados en sustraendo, luego los contó y dio con la respuesta.
Separar a	2. Respuesta correcta aplicando el procedimiento anterior.
Separar a	3. Respuesta correcta aplicando el procedimiento anterior.
	Niño: 18 Edad: 5 años
Contar a partir de lo dado	1. Comenzó a contar en voz alta apoyándose en sus, desde el minuendo hasta el sustraendo, para dar así con la solución adecuada.
Contar a partir de lo dado	2. Utilizó la estrategia anterior.
Contar a partir de lo dado	3. Utilizó la estrategia anterior.
	Niño: 19 Edad: 5 años

Separar de	1. Representó con sus dedos la cantidad mayor, en este caso el 9, para luego ir retirando tantos dedos como indicó el sustraendo, los recontó y dio así con la respuesta.
Separar de	2. Aplicó el procedimiento anterior.
Separar de	3. Aplicó el procedimiento anterior.
	Niño: 20 Edad: 5 años
Separar a	1. Separó del grupo mayor, los elementos indicados en el sustraendo, para al recontarlos dar con la solución.
Separar a	2. Utilizó la estrategia anterior.
Separar a	3. Utilizó la estrategia anterior.

Al terminar de describir la sesión 4, en la cual los niños resolvieron los problemas de combinación 2, la frecuencia de las estrategias aplicadas y errores cometidos, se muestran en las Tablas 11 y 12

Tabla 11

Frecuencia de las estrategias utilizadas por los niños de 5 y 6 años al resolver los problemas de sustracción combinación 2

Estrategias					
Modela	*f*	Conteo	*f*	Hechos numéricos	*f*
Separar de	37	Contar a partir de lo dado	11	1	1
Separar a	9	Contar hacia atrás a partir de	2		
Total	46		13		1
%	76,6%		21.6 %		1,6%

Con respecto a los resultados de la Tabla 11 se puede ver como los niños usaron mayormente la estrategia de modelado en un 76, 6 %, es decir, en 46 ocasiones; de las cuales 37 eran a través de su forma "Separar de" . En segundo lugar, y con un margen un poco amplio, aplicaron la estrategia de conteo, en solo 13 ocasiones (21, 6 %), siendo la de mayor empleo "Contar a partir de lo dado", en 11 ocasiones en total.

Por último, sólo un niño usó la estrategia de hechos numéricos (niña 12), en su forma de adición 4 + 3 = 7, la cual luego invertía a la resta.

De igual modo, solo dos niños no comprendieron estos problemas, por lo que se recurrió a los diagramas de Willis y Fuson (1988) para los problemas de combinación.

En relación a los errores cometidos, tal como lo muestra la Tabla 12, se cometieron solo tres errores, siendo el de "selección inadecuada de la operación" el de mayor ocurrencia.

Tabla 12

Errores cometidos por los niños de 5 y 6 años al resolver los problemas de sustracción de combinación 2

Error		
Repetir cantidades	Inventar la respuesta	Selección inadecuada de la operación
1	-	2

Categoría: Estrategias o errores cometidos al resolver problemas tipo Cambio-unión 3.

Enunciados

1: Ana tiene 3 caramelos. ¿Cuántos tiene que conseguir para tener 7?

2: Ana tiene 4 barajitas. ¿Cuántas tiene que conseguir para tener 8?

3. Ana tiene 5 paletas. ¿Cuántas tiene que conseguir para tener 11?

Subcategoría	Niño __ Edad__/ Respuesta
	Niño: 1 Edad: 6 años
Contar a partir de lo dado	1. Dijo que había contado en su mente desde el 3 al 7 y le dio 4.
Contar a partir de lo dado	2. Utilizó la estrategia anterior.
Contar a partir de lo dado	3. Utilizó la estrategia anterior.
	Niño: 2 Edad: 6 años
Contar a partir de lo dado	1. Comenzó a contar con sus dedos de la siguiente manera. " 4, 5, 6 y 7... son 4".
Hecho numérico	2. Dijo rápidamente "Son 4". "Bien ¿Cómo hiciste?" le preguntó la investigadora. Él dijo que sabía que 4 más 4 son 8, así que le faltaban 4.
Contar a partir de lo dado	3. Mismo procedimiento del primer

	enunciado.
	Niño: 3 Edad: 6 años
Contar a partir de lo dado	1. Comenzó a levantar los dedos de su mano derecha a medida que iba contando. Al llegar al número 7 dijo "Le faltan 4".
Contar a partir de lo dado	2. Aplicó el procedimiento anterior.
Contar a partir de lo dado	3. Aplicó el procedimiento anterior.
	Niño: 4 Edad: 6 años
Contar a partir de lo dado	1. Comenzó a contar a partir del 3, apoyándose en sus dedos. Al final dijo como respuesta "Le faltan 4 caramelos".
Hecho numérico	2. Dijo: "Le faltan 4". ¿Cómo supiste?" le preguntó la investigadora. El niño dijo "Es que 4 + 4 son 8, así que le faltan 4"
Contar a partir de lo dado	3. Mismo procedimiento del primer Enunciado.
	Niño: 5 Edad: 6 años
Añadir a	1. Buscó el material concretó y

	comenzó a hacer un grupo de tres caramelos, al cual le fue agregando los necesarios hasta llegar a 7, luego los contó de nuevo y dio con la respuesta correcta.
Añadir a	2. Respuesta correcta aplicando el procedimiento anterior.
Añadir a	3. Respuesta correcta aplicando el procedimiento anterior.
	Niño: 6 Edad: 6 años
Añadir a	1. Buscó el material concretó. Formó un grupo con los 3 caramelos y a éste le fue agregando los caramelos necesarios hasta llegar a siete. Los contó nuevamente y dio con la respuesta correcta.
Hecho numérico	2. Dio rápidamente con la respuesta. Cuando se le preguntó como había hecho. Dijo saber que 4 + 4 eran 8.

Añadir a	3. Utilizó el mismo procedimiento del primer enunciado.
	Niño: 7 Edad: 6 años
Separar a	1. Con el material concretó comenzó a contar desde el tres. A medida que lo hacia, iba separando del grupo los caramelos necesarios hasta llegar al siete. Luego miró el grupo formado y dijo "Le faltan 4".
Separar a	2. Utilizó la estrategia anterior.
Separar a	3. Utilizó la estrategia anterior.
	Niño: 8 Edad: 6 años
Añadir a	1. Con el material concretó hizo un primer grupo con tres caramelos. Luego fue haciendo un segundo grupo contando estos a partir del primer numeral. Al final los contó de nuevo y dio con la solución.
Añadir a	2. Aplicó el procedimiento anterior.
Añadir a	3. Aplicó el procedimiento anterior.

	Niño: 9 Edad: 6 años
Contar a partir de lo dado	1. Comenzó a contar con en voz baja y moviendo su cabeza, así: "4, 5, 6 y 7... y así son 4".
Hecho numérico	2. Dijo rápidamente que era 8. La investigadora le preguntó como lo había hecho y el niño dijo: "Yo desde chiquito sé que 4+4 son 8, así que la respuesta es 4".
Contar a partir de lo dado	3. Utilizó el mismo procedimiento del primer enunciado.
	Niño: 10 Edad: 6 años
Contar a partir de lo dado	1. Comenzó a contar así "4, 5, 6 y 7... son 4. Tiene que conseguir 4"
Contar a partir de lo dado	2. Utilizó la estrategia anterior.
Contar a partir de lo dado	3. Utilizó la estrategia anterior.
	Niño: 11 Edad: 5 años
Contar a partir de lo dado	1. Dijo "Bueno conté 4, 5, 6, y 7".
Contar a partir de lo dado	2. Utilizó la estrategia anterior.
Contar a partir de lo dado	3. Utilizó la estrategia anterior.
	Niño: 12 Edad: 5 años
Contar a partir de lo dado	1. Con sus dedos comenzó a contar

	desde el 3 hasta llegar al 4. Luego por una percepción inmediata de los dedos levantados dijo que era 4.
Contar a partir de lo dado	2. Respuesta correcta aplicando el procedimiento anterior.
Contar a partir de lo dado	3. Respuesta correcta aplicando el procedimiento anterior.
	Niño: 13 Edad: 5 años
Contar a partir de lo dado	1. Comenzar a contar desde el primer numeral dado, apoyándose en los dedos para el conteo, para dar así la respuesta correcta.
Contar a partir de lo dado	2. Aplicó el procedimiento anterior.
Contar a partir de lo dado	3. Aplicó el procedimiento anterior.
	Niño: 14 Edad: 5 años
Separar de	1. Con sus dedos representó el número mayor dado, en este caso el 7, para luego retirar tres dedos. Recontó lo dedos que le quedaron levantados y dio con la respuesta.
Separar de	2. Aplicó el procedimiento anterior.

Separar de	3. Aplicó el procedimiento anterior.
	Niño: 15 Edad: 5 años
Añadir a	1. Buscó los caramelos y formó un grupo de tres, al que fue agregando los necesarios hasta llegar al siete. Esto lo hacía a medida que contaba en voz alta. Contó los agregados y dio con la respuesta correcta.
Añadir a	2. Utilizó la estrategia anterior.
Añadir a	3. Utilizó la estrategia anterior.
	Niño: 16 Edad: 5 años
Contar a partir de lo dado	1. Representó con sus dedos el numeral 3, desde el cual comenzó a contar hasta llegar al 7. Luego dio la respuesta adecuada.
Contar a partir de lo dado	2. Utilizó la estrategia anterior.
Contar a partir de lo dado	3. Utilizó la estrategia anterior.
	Niño: 17 Edad: 5 años
Contar a partir de lo dado	1. Comenzó a contar en voz alta desde el tres hasta llegar al 7. Esto lo hacía a medida que

	iba levantando sus dedos. Al final contaba todos los dedos levantados y dio con la respuesta adecuada.
Contar a partir de lo dado	2. Aplicó el procedimiento anterior.
Contar a partir de lo dado	3. Aplicó el procedimiento anterior.
Hecho numérico	Niño: 18 Edad: 5 años 1. Pensó un rato y dio con la respuesta correcta. Dijo que como sabía que 3 + 4 era 7, eran 4 los que le faltaban.
Hecho numérico	2. Utilizó el procedimiento anterior.
Contar a partir de lo dado	3. Procedió a contar a partir del sustraendo dado hasta llegar el minuendo, dando así con la solución.
Contar a partir de lo dado	Niño: 19 Edad: 5 años 1. Comezón a contar a partir del primer numeral dado.

Contar a partir de lo dado	2. Utilizó la estrategia anterior.
Contar a partir de lo dado	3. Utilizó la estrategia anterior.
	Niño: 20 Edad: 5 años
Contar a partir de lo dado	1. Utilizando los dedos de su mano para llevar la cuenta, comenzó a contar a partir del primer número dado.
Contar a partir de lo dado	2. Aplicó el procedimiento anterior.
Contar a partir de lo dado	3. Aplicó el procedimiento anterior.

La Tabla 13 muestra la frecuencia de las estrategias aplicadas por los niños al resolver este tipo de problema.

Tabla 13

Frecuencia de las estrategias utilizadas por los niños de 5 y 6 años al resolver los problema de adición Cambio- unión 3

Estrategias					
Modela	*f*	Conteo	*f*	Hechos numéricos	*f*
Separar de	3	Contar a partir de lo dado	37	6	6
Separar a	3				
Añadir a	11				
Total	17		37		6
%	28.3%		61.6 %		10%

Según lo expresado en la s Tabla 13, los niños para esta sub- categoría de problema, emplearon mayor porcentaje las estrategias de conteo, con un total de 37 ocasiones, lo que significa un 61,6 %, en su forma "Contar a partir de lo dado". En

segundo lugar, se ubican las estrategias de modelado, siendo la forma de "Añadir a" la más empleada, en 11 ocasiones en total. Por último, aplicaron la estrategia de hecho numérico, en solo 6 ocasiones (10 %) para resolver estos problemas, de los cuales 5 fueron a través de un hecho numérico aditivo como lo es 4 + 4 = 8.

En esta categoría no los niños no cometieron errores.

Categoría: Estrategias o errores cometidos al resolver problemas tipo Cambio-separación 6.

Enunciados

1: Ana tiene algunas chupetas de las que dio 2 a José. Si ahora tiene 3. ¿Cuántas tenía al comenzar?

2: Ana tiene algunas metras de las que dio 3 a José. Si ahora tiene 4. ¿Cuántas tenía al comenzar?

3: Ana tiene algunas fichas de las que dio 4 a José. Si ahora tiene 5. ¿Cuántas tenía al comenzar?

Subcategoría	Niño __ Edad__/ Respuesta
Hecho numérico CTM2 CTM2	Niño: 1 Edad: 6 años 1. Dijo " son 5, yo sé que 2 + 3 son 5, así que son 5". 2. Con los dedos de su manos modelo ambos sumandos y rápidamente dijo "Son 7". 3. Repitió el procedimiento anterior.

	Niño: 2 Edad: 6 años
Contar a partir del primer sumando	1. Dijo "Sume 2… 3, 4 y 5, así que son 5".
Contar a partir del primer sumando	2. Respuesta correcta aplicando el procedimiento anterior.
Contar a partir del primer sumando	3. Respuesta correcta aplicando el procedimiento anterior.
	Niño: 3 Edad: 6 años
CTM2	1. Levantó 2 dedos de su mano derecha y 3 dedos de la izquierda. Los contó y dio así el resultado.
CTM2	2. Utilizó la estrategia anterior.
CTM2	3. Utilizó la estrategia anterior.
	Niño: 4 Edad: 6 años
CTM2	1. Representó con los dedos de sus manos ambos sumandos y la suma la realizó por una percepción inmediata sin cometer errores.
CTM2	2. Respuesta correcta aplicando el procedimiento anterior.

CTM2	3. Respuesta correcta aplicando el procedimiento anterior.
	Niño: 5 Edad: 6 años
Hecho numérico	1. Dio con la respuesta rápidamente, es decir 5, y al preguntarle como lo hizo dijo que sabía ya la respuesta, es decir, 2 + 3 =5.
CTM8	2. Con los dedos de su mano derecha representó solo el segundo sumando y al rato dio con la respuesta correcta.
CTM8	3. Utilizó el procedimiento anterior.
	Niño: 6 Edad: 6 años
CTM	1. Con sus dedos modelo ambos sumandos y los contó al final para dar con su respuesta.
CTM	2. Aplicó el procedimiento anterior.
CTM	3. Aplicó el procedimiento anterior.
	Niño: 7 Edad: 6 años
CTM1	1. Comenzó a contar a partir del primer número dado, levantando

	los dedos, hasta tener 3 dedos levantados, representando así el segundo numeral. Luego los contó y dijo que era 5.
CTM1	2. Aplicó el procedimiento anterior.
CTM1	3. Aplicó el procedimiento anterior.
	Niño: 8 Edad: 6 años
Contar desde el 1er. sumando	1. Comenzó contando así: "3, 4 y 5... y son 5". Este conteo lo apoyo con sus dedos.
Contar desde el 1er. sumando	2. Lo resolvió aplicando la estrategia anterior.
Contar desde el 1er. sumando	3. Lo resolvió aplicando la estrategia anterior.
	Niño: 9 Edad: 6 años.
Contar desde el 1er. sumando	1. Comenzó a contar en voz alta apoyándose en sus dedos desde el primer sumando. Al final dijo que antes tenía 5 chupetas.
Contar desde el 1er. sumando	2. Aplicó la estrategia anterior.
Contar desde el 1er. sumando	3. Aplicó la estrategia anterior.
	Niño: 10 Edad: 6 años

CTM	1. Buscó el material e hizo dos conjunto. Uno con 2 chupetas y otro con 3. Luego las contó todas y dijo que antes tenía 5 chupetas.
CTM	2. Lo realizó a través del procedimiento anterior.
CTM	3. Lo realizó a través del procedimiento anterior.
	Niño: 11 Edad: 5 años
CTM	1. Hizo un primer grupo con dos chupetas y otro con tres. Luego las contó todas juntas y dio con la respuesta.
CTM	2. Utilizó la estrategia anterior.
CTM	3. Utilizó la estrategia anterior.
	Niño: 12 Edad: 5 años
CTM1	1. Tomó las chupetas y comenzó a contar a partir del dos hasta llegar al cinco.
CTM1	2. Repitió el procedimiento anterior.
CTM1	3. Repitió el procedimiento anterior.
	Niño: 13 Edad: 5 años

CTM	1. Hizo dos grupos, para luego sumarlos todos y dar con la solución.
CTM	2. Repitió el procedimiento anterior.
CTM	3. Repitió el procedimiento anterior.
	Niño: 14 Edad: 5 años
Hecho numérico.	1. Dijo rápidamente que eran 5, por lo que la investigadora le preguntó que como había hecho. El niño le dijo que desde pequeño sabía que 2 + 3 eran 5, así que esa era la respuesta.
Hecho numérico	2. Aplicó la estrategia anterior .
Hecho numérico	3. Aplicó la estrategia anterior.
	Niño: 15 Edad: 5 años
CTM	1. Modeló ambos sumandos, los cuales recontó para dar con la solución.
CTM	2. Aplicó la misma estrategia anterior de solución.
CTM	3. Aplicó la misma estrategia anterior de solución.

	Niño: 16 Edad: 5 años
Hecho numérico	1. Dijo rápidamente la respuesta, ya que sabía de memoria el resultado de la operación.
Hecho numérico	2. Respuesta correcta aplicando el procedimiento anterior.
Hecho numérico	3. Respuesta correcta aplicando el procedimiento anterior.
	Niño: 17 Edad: 5 años
CTM	1. Representó ambos sumandos con sus dedos, para luego recontarlos y dar con la solución.
CTM	2. Respuesta correcta aplicando el procedimiento anterior.
CTM	3. Respuesta correcta aplicando el procedimiento anterior.
	Niño: 18 Edad: 5 años
Separar de	1. Con el material, hizo un grupo con el numeral mayor dado, al cual luego le resto la cantidad del numeral menor dado, para dar con la solución.

Separar de	2. Repitió el procedimiento anterior.
Separar de	3. Repitió el procedimiento anterior.
	Niño: 19 Edad: 5 años
Contar a partir del primer sumando	1. Comenzó a contar a partir del primer numeral dado hasta el segundo numeral, para luego dar con la respuesta. Mientras contaba se apoyaba en sus dedos.
Contar a partir del primer sumando	2. Repitió el procedimiento anterior.
Contar a partir del primer sumando	3. Repitió el procedimiento anterior.
	Niño: 20 Edad: 5 años
Hecho numérico	1. Respondió rápidamente que era 5, ya que dijo saber que 2+ 3 eran 5.
CTM	2. Modelo con sus dedos ambos sumandos, los cuales recontó para dar con las respuestas.
CTM	3. Repitió el procedimiento anterior.

La Tabla 14 presenta la frecuencia de las estrategias aplicadas por los niños para resolver estos problemas.

Tabla 14

Frecuencia de las estrategias utilizadas por los niños de 5 y 6 años al resolver los problemas de sustracción tipo cambio-separación 6

		Estrategias			
Modela	*f*	Conteo	*f*	Hechos numéricos	*f*
CTM	20	Contar desde el 1er. sumando	6	9	9
CTM1	6	Contar a partir del 1er sumando	6		
CTM2	8				
CTM8	2				
Separar de	3				
Total	39		12		9
%	65%		20%		15%

Como muestra la Tabla 14, los niños emplearon para esta categoría de problema mayormente la estrategia de Modelado directo, en 39 ocasiones, es decir, un 65 %, siendo CTM la más empleada (20 ocasiones). De igual modo, se puede resaltar que un solo niño empleo para los tres enunciados una estrategia de sustracción "Separar de". En segundo y tercer lugar y con muy poca diferencia entre ambas, están las estrategias de conteo en 12 ocasiones (20 %) y la de hechos numéricos en 9 ocasiones (15 %) (25%).

En esta sub-categoría de problema, no cometieron errores.

De igual modo, cabe reseñar, que los nueve niños que utilizaron la estrategia de hechos numéricos, se debió porque sabían de memoria las fórmulas matemáticas 3 + 2 = 5; 3 + 4 = 7 y 4 + 5 = 9; lo cual evidencia lo que señala Carpenter (1996), que los niños recurren a esta estrategia cuando manejan algunas reglas de suma como las mencionadas anteriormente. Así mismo, se observó como dos niños aplicaron la estrategia de resta "Separar de", para resolver esta sub- categoría de problema, lo cual corrobora lo que indican diversos autores (Bermejo, 1990; Baroody, 1996; Carpenter,

1983, 1984), que los niños aplican diversas estrategias para los diferentes tipos de problemas.

Análisis de resultados

En este apartado se realizará el análisis de los resultados obtenidos, para cuyo fin se consideró nuevamente los objetivos propuestos en esta investigación.

Igualmente para el análisis de las estrategias, se tomó como base las categorías de Carpenter y Moser (1983) y de Baroody (1987), por lo cual se han considerado los tres tipos de estrategias propuestas por estos autores: modelado directo, conteo y hechos numéricos. En cuanto a los errores, se consideró los tipos señalados por Bermejo (1990).

Para orientar el análisis de los datos se utilizó una tabla con el fin de conocer el porcentaje total de aplicación de cada estrategia en los problemas tipo cambio y combinación y la identificación de las estrategias aplicadas en los problemas que implicaron una adición o una sustracción.

Cabe indicar que los problemas que se resuelven mediante una adición son:

- Cambio-Unión 1: Su estructura semántica es de aumento, puesto que dada una cantidad esta se incrementa agregando otra.
- Cambio-Separación 6: Se desconoce la cantidad inicial y la estructura semántica a pesar de indicar una disminución, se resuelve mediante una adición.
- Combinación 1: Dada las dos cantidades la respuesta es la adición de éstas.

Los problemas que implican una sustracción son:

- Cambio- Separación 2: Su estructura semántica indica la disminución de la cantidad inicial dada y se resuelve con una sustracción .
- Cambio- Unión 3: Su estructura semántica indica el desconocimiento de un sumando que se obtiene mediante una sustracción.
- Combinación 2: Se desconoce uno de las cantidades y ésta se obtiene mediante una sustracción.

Tabla 15

Porcentaje total de las estrategias aplicadas por los niños al resolver los problemas de adición y sustracción tipo cambio y combinación

Estrategias	Problemas	
	Adición	Sustracción
	Ca1- Ca6- Co1	Ca2- Ca3- Co2
Modelado directo	66, 1 %	61, 1 %
Conteo	21, 1 %	32, 2 %
Hechos numéricos	12, 7 %	5,5 %

Ca1= Cambio-unión 1 *Co1= Combinación 1* *Ca3= Cambio-unión3*
Ca6= Cambio-separación *Ca2= Cambio-separación 2* *Co2= Combinación 2*

A continuación se presenta el análisis general de cada estrategia.

Estrategia de modelado directo

De acuerdo a lo observado en la Tabla 15 tanto para los problemas de adición como para los de sustracción tipo cambio y combinación, la estrategia de modelado directo fue la de mayor aplicación.

En relación a los problemas que implicaron una adición, la estrategia de modelado "Contar todo con modelos" (CTM) fue la de mayor aplicabilidad. Esto corrobora lo que diversos estudios han demostrado (Baroody, 1987; Carpenter & Moser, 1983; Carpenter et al., 1993; García, 2001), que los niños de la fase de preescolar eligen

primordialmente aquellas estrategias que le permiten modelar o representar las acciones o relaciones descritas en el problema.

Así mismo, es importante destacar, como las formas de esta estrategia CTM1, CTM2 y CTM8 (véase Tabla 2), que son las denominadas "atajos" por Baroody, fueron empleadas en un segundo lugar dentro de la categoría de modelado directo, lo que confirma lo señalado por este mismo autor, que los niños buscan diferentes caminos o medios que le faciliten de una manera más rápida, llegar a la solución de los problemas planteados.

En cuanto a los problemas aritméticos verbales de cambio y combinación que implicaron una resta, se observó como la estrategia de modelado "Separar de" fue la de mayor aplicación por parte de los niños, lo cual coincide con la literatura reseñada (Bermejo, 1990, 2001; Carpenter, 1996; Carpenter & Moser, 1982, 1983; García, 2001; Lozada, 1999). Pero en el caso de los problemas de cambio-unión 3 (véase Tabla 13), se pudo apreciar como la estrategia que predominó fue la de "Añadir a", que corrobora lo señalado por Baroody (1987) y Bermejo et al. (2002), que esta estrategia es la más aplicada por los niños en esta categoría de problema, donde la incógnita se ubica en el segundo numeral.

Estrategia de conteo

Los datos presentados en la Tabla 15 concernientes a las estrategias de conteo, permite evidenciar como fueron las segundas más empleadas por parte de los niños al resolver tanto los problemas de adición como de sustracción tipo cambio y combinación, lo que demuestra lo que señalan algunos estudios (Baroody, 1987;

Carpenter & Moser, 1982, 1983), que la mayoría de los niños utilizan sus dedos a la hora de realizar el conteo, con el fin de ir marcando el número de pasos al contar.

En relación a esta estrategia, con los problemas que implicaron una adición, podemos ver como un número significativo de niños la emplearon en su forma de "Contar a partir del sumando mayor", que de acuerdo a Bermejo y Rodríguez (1987) puede indicar que estos niños están en un nivel sofisticado cognitivamente hablando. La aplicación de esta estrategia se observó en este estudio, en la resolución de los problemas de cambio-unión 1 (véase Tabla 7) y combinación 1 (véase Tabla 8), donde fue empleada por los niños en 17 ocasiones, lo cual nos indica, que estos alumnos a pesar de no tener una base de enseñanza formal en resolución de problemas aritméticos verbales, utilizan este tipo de estrategia basándose solo en su conocimiento informal sobre el conteo, lo cual puede ser aprovechado por su docente.

Así mismo, se pudo observar como los niños recurrieron a esta estrategia cuando el resultado del enunciado superaba al numeral diez.

En cuanto a las estrategias de conteo aplicadas en los problemas de sustracción, se observó como la aplicaron mayormente en su forma "Contar a partir de lo dado", con un total de 55 ocasiones, que de acuerdo a Baroody (1987), esta estrategia implica un nivel de abstracción más elaborado, que al utilizar objetos concretos, ya que aquí el niño deduce desde donde comenzar su conteo para hallar la respuesta.

Igualmente, según este autor, la estrategia de "Contar hacia atrás" exige un nivel cognitivo más avanzado que la anterior, de ahí a que muy pocos niños en edad preescolar la apliquen. Esto se comprobó es esta investigación, ya que de acuerdo a las Tablas 9 y 11, solo la emplearon dos niños.

Por último, es importante señalar, que los datos obtenidos en este estudio, respecto a esta estrategia de conteo, son bien alentadores, si los comparamos con los obtenidos con Díaz (2004), quien encontró que es muy poca la aplicación de la misma por los niños de Educación Inicial, solo en un 5 %; mientras que aquí la aplicaron en un total de 21, 1 % en los problemas de adición yen un 32, 2 % para los problemas de sustracción.

Hecho numéricos

Según los datos obtenidos en la Tabla 15, se observó como esta estrategia de hechos numéricos fue la que menos emplearon los niños, teniendo un porcentaje bajo para los problemas aditivos (12, 2 %) y aún más bajo para los sustractivos (5, 5 %).

En cuanto a los problemas que implicaron una adición, vemos que en los de tipo cambio, en las dos sub- categorías, el porcentaje de aplicación fue el mismo, es decir, de 15 % (véase Tabla 7 y 14), lo cual se debió, a que ciertos numerales de algunos de los enunciados, eran de hechos numéricos conocidos por los niños, como por ejemplo: 3 + 2 = 5; 4 + 2 = 6; entre otros. Esto corrobora lo que señala Carpenter (1996), que los niños aplican esta estrategia cuando manejan algunas reglas o hechos numéricos conocidos , como las mencionadas anteriormente.

En lo concerniente a los problemas que implicaron una sustracción, se observó como muy pocos niños la emplearon, solo un 5, 5 %, lo cual permitió evidenciar lo que señala la literatura (Bermejo & Rodríguez, 1990) que muy pocos niños la utilizan, ya que manejan o conocen muy pocas combinaciones numéricas en relación a la resta.

Para finalizar, es importante destacar que los datos obtenidos en este estudio no confirman los obtenidos por García (2001), quien no encontró que los niños de Educación Inicial, utilizaran esta estrategia, mientras que tal como lo muestra la Tabla 15, a pesar que en porcentaje , los niños de este estudio si la emplearon.

Errores

A continuación se presenta una Tabla, en la cual se muestra los errores cometidos por los niños al resolver los problemas aritméticos verbales tipo cambio y combinación.

Tabla 16

Errores cometidos por los niños al resolver los problemas tipo cambio y combinación

Sub-categoría de problema	Error	Frecuencia
Cambio-separación 2	Repetir cantidades	1
Combinación 2	- Selección inadecuada de la operación	2
	- Repetir cantidades.	1
Total		4

De acuerdo a lo reseñando en la Tabla 16, se observa que los niños cometieron muy pocos errores en este estudio al resolver los problemas de las distintas sub-categoría propuestos, solo cuatro en total, por tres niños, es decir, uno de ellos cometió dos en una misma categoría.

Entre los errores que se cometieron están el de "Repetir cantidades" para el problema tipo cambio-separación 2, y el de "Selección inadecuada de la operación" y nuevamente el de "Repetir cantidades" para el de combinación 2, en donde en cada caso, se resolvieron a través de una resta.

Lo anterior, confirma los resultados de estudios anteriores (Bermejo et al., 2002; García , 2001), que estos tipos de errores son los de mayor frecuencia cometidos por los niños en edad preescolar.

Es importante señalar, que en ningún caso se dio el error de "Inventar la respuesta", y no cometieron ningún error con los problemas aditivos, lo que corrobora el estudio de Lago et al. (2006), que los problemas aditivos, resultan más sencillos para los niños que los de resta.

Diagramas

Como se menciona en la descripción de los resultados, en aquellos casos en los cuales los niños no comprendieron los problemas, en este caso tres de los veinte de la muestra de este estudio, se recurrió al uso de los diagramas propuestos por Willis y Fuson (1989), para ayudarlos a resolverlos, observando como estos los ayudaron a visualizar los datos, los que le facilitó dar con la operación adecuada para hallar así la solución. Esto confirma los resultados obtenidos por Willis y Fuson (1989); Jitendra y Mc Goey (1998), en el cual demostraron como los diagramas permiten a los niños establecer correspondencia entre el enunciado del problema y la operación matemática a realizar.

Capítulo V. Conclusiones y Recomendaciones

Conclusiones

Finalizado el análisis de los resultados de la presente investigación, se pueden extraer las siguientes conclusiones:

1. Se pudo corroborar lo que plantea la literatura, en cuanto a que los niños se basan en diferentes estrategias informarles para resolver problemas aritméticos verbales.
2. Los niños emplean las estrategias de modelado directo, de conteo y de hechos numérico, para resolver los problemas de adición tipo cambio y combinación.
3. Las estrategias de modelado directo fueron las de mayor aplicación tanto para los problemas de adición como para los de sustracción, lo que confirma los estudios realizado hasta los momentos, que los niños prefieren recurrir a lo concreto (objetos o sus dedos), para representar las acciones o relaciones descritos en los problemas, lo cual les facilita se resolución.
4. El uso de los diagramas con los niños en edad preescolar, les permite visualizar los datos de los problemas, lo cual le facilita hallar la operación requerida para obtener el resultado, sobre todo en esta edad que aún no manejan lo abstracto.
5. De acuerdo a los niveles de evolución de las estrategias de solución presentadas por Carpenter y Moser (1984), es muy difícil ubicar a los niños de este estudio en forma general, ya que algunos se encuentran entre los niveles 2 y 3, donde aplican por igual tanto las estrategias de modelado directo como las de conteo y algunos aunque pocos comienzas a entrar en el

nivel 4, ya que aplican exclusivamente las estrategias de conteo y comienzan a utilizar las de hechos numéricos.

6. Los errores cometidos por los niños, tal como indica la literatura, no están relacionados con el tipo de problema a resolver, sino que dependerá a como lo interpreta cada niño, de acuerdo a su nivel de madurez.
7. Lo importante ofrecer al niño de Educación Inicial experiencias que les permitan hacer uso de la memorización de diferentes hechos numéricos, ya que les facilita en determinados momentos la resolución de un problema planteado.

Recomendaciones

1. Permitir a los niños desde el nivel de Educación Inicial, tener experiencias en las que puedan comenzar a resolver problemas aritméticos verbales en sus diferentes categorías de estructura semántica, con el fin de brindarles así mayor seguridad a la hora de aprenderlos formalmente en el primer grado de Educación Básica, lo cual acortará un poco la brecha entre estos dos niveles para el niño.
2. Aprovechar todas esas estrategias informales que los niños tiene acerca del conteo, las cuales les sirven como se observó, para resolver problemas verbales, para inducirlos de esta manera, en el aprendizaje de las operaciones básicas matemáticas: suma, resta, multiplicación y división.
3. Realizar estudios similares a este, pero en los cuales se trabaje con las otras categorías de problemas (comparación e igualación), en la que se utilicen numerales mayores al diez.

4. Los docentes del nivel Inicial, pueden utilizar los diagramas como una estrategia de representación, a través de la cual los niños pueden comenzar a representar los datos dados en un problema, y comparar estos con la operación matemática que deben realizar.
5. Desarrollar más investigaciones en nuestro país sobre el uso de los diagramas en el Nivel de Inicial, ya que los estudios realizados hasta los momentos han sido con alumnos de los primeros grados de Educación Básica.

Referencias

Baroody, A. J. (1987). The developmental of counting strategies for single-digit addition. *Journal for Research in Mathematics Education, 18 (2). 141-157.*

Baroody, A. J. (1996). *El pensamiento matemático del niño.* Madrid: Visor.

Baroody, A. J. (2000, abril). *The developmental bases for early childhood mathematics standards. Linking Research and the New Early Childhood Mathematics.* Simposio presentado en la reunión anual del National Council of Teachers of Mathematics, Chicago, EE.UU.

Baroody, A. & Benson, A. (2001). Early number instruction. *Teaching Children Mathematics, 8, 3.*

Bebout, H. (1990). Children's symbolic representation of addition and subtraction word problems. *Journal for Research in Mathematic Education, 21*, 123-131.

Bermejo, V. (1990). *El niño y la aritmética.* Buenos Aires: Paidós.

Bermejo, V. & Lago, M. O. (1987). La adquisición de la adición. Estrategias infantiles en función de la naturaleza de los sumandos. En Álvarez *Psicología y Educación. Realizaciones y tendencias actuales investigación y en la práctica.* (pp. 321-344). Madrid: Visor.

Bermejo, V., Lago, M. O., & Rodríguez, P. (1998). Aprendizaje de la adición y sustracción. Secuenciación de los problemas verbales según su dificultad. *Psicología General y Aplicada, 51 (3-4),* 533- 522.

Bermejo, V., & Rodríguez, P. (1987). Estructura semántica y estrategias infantiles en la solución de problemas verbales de adición. *Infancia y aprendizaje, 39- 40,* 71- 81.

Bermejo, V., Lago, M., Rodríguez, P., Dopico, C. & Lozano, J. (2002). *PEI Un programa para la mejora del rendimiento matemático.* Madrid: Editorial Complutense.

Bosch, M. A. (2006). El pensamiento multiplicativo en los primeros niveles, una investigación en curso. En J. I. Navarro. & M. Aguilar (Eds), *Aprender matemáticas en la infancia. Libro de actas del Symposium Internacional sobre Matemática Temprana* (p. 230). Cádiz: España.

Briars, D. J. & Larkin, J. H. (1984). Un integrated model of skills in solving elementary word problems. *Cognition and Instruction, 1,* 145- 296.

Buteler, L. & Gangoso, Z. (2003). La representación externa en la resolución de un problema de Física: ¿ Una cuestión de forma o una cuestión de fondo?. *Cognitiva, 15 (1)*, 51- 66.

Carpenter, T. (1986). Conceptual knowledge as a foundation procedural knowledge: implications for research on the initial learning of arithmetic. En J. Heibert (Ed), *Conceptual and procedural knowledge: The case of mathematics v*(pp. 113-132). Hillsdale, N J: Erlbaum.

Carpenter, T., Ansell, E., Franke, M., Fennema, E. & Weisbeck, L. (1993). Models of Problem Solving: A study of kindergarten children's problem- solving processes. *Journal for Research in Mathematics Education, 12,* 27-39.

Carpenter, T. & Moser, J. M. (1982). The development of addition and subtraction problem- solving skills. En T. Carpenter, J. Moser. & T. Romberg (Eds), *Addition and subtractions: a cognitive perspective* (pp. 9-24). New Jersey: Erlbaum.

Carpenter, T. & Moser, J. (1983). The acquisition of addition and subtraction concepts. En R. Lesh & M. Landau. (Eds), *Acquisition of mathematics: Concepts and processes* (pp. 7-44). New Jersey: Academic Press.

Carpenter, T. & Moser, J. (1984). The acquisition of addition and subtraction concepts in grades one through three. *Journal for Research in Mathematics Education, 15,* 179-202.

Carpenter, T., Heibert, J. & Moser, J. (1983). The effect of instruction on children's solutions of addition and subtraction word problems. *Educational Studies in Mathematics, 14,* 55-72.

Carrillo, J. (1998), La resolución de problemas en la enseñanza secundaria. *Epilson 40*, 15- 16.

Clements, D. H. (1984). Training effects on the development and generalization of piagetian logical operations and knowledge of number. *Journal of Educational Psychology, 76, 5,* 766- 776.

Cuicas, M. (1999). Procesos metacognitivos desarrollados por los alumnos cuando resuelven problemas matemáticos. *Enseñanza de la matemática, 8, 2.* 21-32.

Díaz, J. J. (2004). *El grado de abstracción en la resolución de problemas de cambio de suma y resta en contextos rural y urbano.* Tesis de doctorado, Universidad Complutense de Madrid, España.

Fernández, J. (2001, junio). El desarrollo de la lógica matemática. Congreso Internacional de Educación Inicial. Barquisimeto, Lara.

Fuson, K & Willis, G. (1989). Second graders' use of schematic drawings in solving addition and subtraction word problems. *Journal of Educational psychology, 8, 4,* 514- 520.

García, A. (2001). *Desarrollo delas operaciones de sumar y restar: comprensión de los problemas verbales.* Tesis de doctorado, Universidad Complutense de Madrid, España.

García, J. (2001). *Resolución de problemas en matemática.* Caracas: Editorial Laboratorio Educativo.

Gotez, J. P. & Le Compte, M. D. (1988). *Etnografía y diseño cualitativo en investigación educativa.* Madrid: Morata.

González, A. (2002). *Un camino hacia la matemática. Guía didáctica para maestros de II etapa de educación inicial.* Caracas: Universidad Metropolitana.

Hegarty, M. Mayer, R. & Mark, C. (1995). Comprehension of arithmetic word problems: a comparison of successful and unsuccessful problem solvers. *Journal of Educational Psychology, 87*, 18- 32.

Hudson, T. (1983). Correspondences and numerical differences between disjoint set. *Child Development, 54*, 84- 90.

Jitendra, A. & Hoff, K. (1996). The effects of schema- based instruction on the mathematical word- problem- solving performance of students with learning disabilities. *Journal of Learning Disabilities, 29*, 4-9.

Jitendra, A. & McGoey, K. (1998). Effects of mathematical word problem solving by students at risk or with mild disabilities. *Journal of Educational Research, 91*, 345-355.

Lago, M., Caballero, S., Rodríguez, P., & Jiménez, L. (2006). Un estudio sobre la comprensión de las cuatro operaciones aritméticas en niños de educación infantil. . En J. I. Navarro. & M. Aguilar (Eds), *Aprender matemáticas en la infancia. Libro de actas del Symposium Internacional sobre Matemática Temprana* (p. 305). Cádiz: España.

Lago, M., O., Rodríguez, P., Dopico, C. & Lozano, M. J. (2001). La reformulación de los enunciados del problema: un estudio sobre las variables que inciden en el éxito infantil en los problemas de comparación. *Suma 37,* 55- 62.

Lozada de M, A. (1999). Influencia de la reformulación en los problemas verbales de adición y sustracción en su resolución a nivel de 1er. y 2do. Grado de Educación Básica. *Educare, 3,* 32- 39.

Martínez, M. (2004). *La investigación cualitativa etnográfica en educación. Manual teórico- práctico.* México: Trillas.

Mayer, R. (1990). *Pensamiento, resolución de problemas y cognición.* España: Paidós.

Maza, C. (1995). *Aritmética y representación.* Barcelona: Paidós.

Ministerio de Educación. (1984). *Guía de actividades prácticas para niños preescolares.* Caracas. Suapi editores.

Ministerio de Educación. (1997). *Currículo Básico Nacional. Programa de Estudio de Educación Básica Primera Etapa. Primer Grado.* Caracas.

Ministerio de Educación y Deportes. (2005). *Currículo de Educación Inicial* Caracas.

Moon, J., & Schweingruber. (2005*). Mathematical and scientific development in early childhood. A workshop summary.* **Recuperado el 20 de abril de 2005 de http://www.nap edu/openbook/0309095034/html/31html**

Moreira, M. A., Greco, I. & Rodríguez, M. (s. f). *Modelos mentales y modelos conceptuales en la enseñanza- aprendizaje de las ciencias.* **Recuperado el 12 de agosto de 2004 de http//:www.uaes/dfa/curie/pvivov/recursos/psicopedagogía/pdf/modelos%20**

Nieldelman, Mark. (1991). Problem Solving and Transfer. *Journal of Learning Disabilities 24 (6)*, 322- 329.

Nesher, P. (1982). Levels of description in the analysis of addition and subtraction word problems. En Carpenter, T., Moser, J. & Romberg, T. (Editors), *Addition and subtraction: a cognitive perspective* (pp. 25- 36). Hillsale, New Jersey: Erlbaum.

Orrantía, J., & Vicente, S. (2006). La resolución de problemas en el proceso de enseñanza aprendizaje. En J. I. Navarro. & M. Aguilar (Eds), *Aprender*

matemáticas en la infancia. Libro de actas del Symposium Internacional sobre Matemática Temprana (pp. 81- 104). Cádiz: España.

Pérez, S. G. (1998). *Investigación cualitativa. Retos e interrogantes. Métodos.* Madrid: La Muralla, S.A.

Poggioli, L. (1999). *Estrategias de resolución de problemas.* Caracas: Fundación Polar.

Puig, L. (1993). El estilo heurístico de resolución de problemas. en A . Salar, F. Alayo, M. Kindt. & L. Puig. (Editores), *Aspectos didácticos en matemática* pp. 93-122). Zaragoza: ICE.

Puig, L. & Cedan, F. (1996). *Problemas aritméticos escolares.* Madrid: Editorial Síntesis.

Riley, M., S., Greeno, J. G. & Heller, J. I. (1983). Development of Children's problem- solving ability in arithmetic. En H. P. Ginsburg. (Ed), *The development of mathematical thinking* (pp. 153-196). NY: Academic Press.

Rodríguez, P. (1990). La operación de sumar. En V. Bermejo, *El niño y la aritmética* (pp.107- 140). Barcelona: Piados.

Rojas, D. (2003). *Efectos del uso de diagramas como estrategia de representación para la resolución de problemas aritméticos verbales de adición y sustracción.* Tesis de maestría no publicada, Universidad Católica Andrés Bello, Puerto Ordaz, Bolívar, Venezuela.

Ruiz, J. C., Algarabel, S., Dasí, C. & Pitarque, A. (1998). El papel de los diagramas en la organización del conocimiento: evidencia desde pathfinder y el escalamiento multidimensional. *Psicológica, 19*, 367-386. **Recuperada el 20 de agosto de 2004 de http:// www.uv.es/psicología/articulos3.98/ruiz.p.**

Sánchez, M. (1998). *Desarrollo de habilidades de pensamiento. Solución de problemas.* Caracas: Trillas.

Schoenfeld, A. (1992). *Mathematical problem solving.* New York: Academic Press.

Stake, R. (1998). *Investigación con estudio de caso.* Madrid: Morata.

Veracoechea, G. (2001). *La evaluación del niño preescolar.* Caracas: Ofinapro.

Vergnaud, G. (1982). A classification of cognitive tasks and operations of thought involved in addition and subtraction problems. En Carpenter, T., Moser, J. & Romberg, T. (Eds), *Addition and subtraction, a cognitive perspective* (pp. 39-

59). Hillsdale, N. J: Erlbaum.

Willis, G. & Fuson, K. C. (1988). Teaching children to use schematic drawing to solve addition and subtraction word problems. *Journal of Educational Psychology, 80*, 192- 201

Anexo A

Registro descriptivo.

Registro descriptivo

Nombre del niño: _____

Edad: _____

Actividad: _____

Conducta observada	**Interpretación**

Anexo B

Lista de cotejo

Lista cotejo

Nombre de los niños	Utiliza material concreto para representar cantidades al sumar o restar		Recurre a la estrategia de conteo para resolver los problemas de suma y resta		Se basa en las series numéricas para hallar la respuesta al sumar o restar		Necesita ayuda para conocer la operación a utilizar en el problema		Utiliza los diagramas para conocer la operación a utilizar	
	SI	**NO**	**SI**	**NO**	**SI**	**NO**	**SI**	**NO**	**SI**	**NO**
1.										
2.										
3.										
4.										
5.										
6.										
7.										
8.										
9.										
10.										
11.										
12.										
13.										
14.										
15.										
16.										
17.										
18.										
19.										
20.										

Anexo C

Tarjetas con diagramas de Willis y Fuson (1988)

Diagrama para los problemas de cambio, según Willis y Fuson (1988)

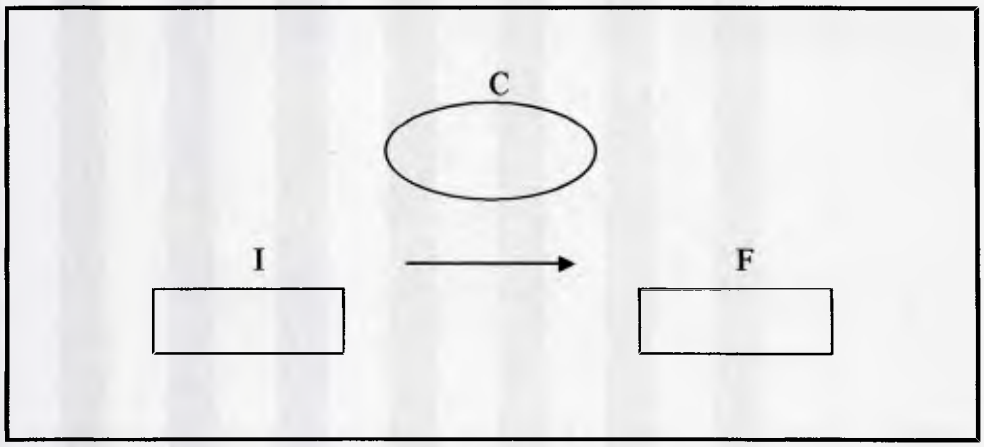
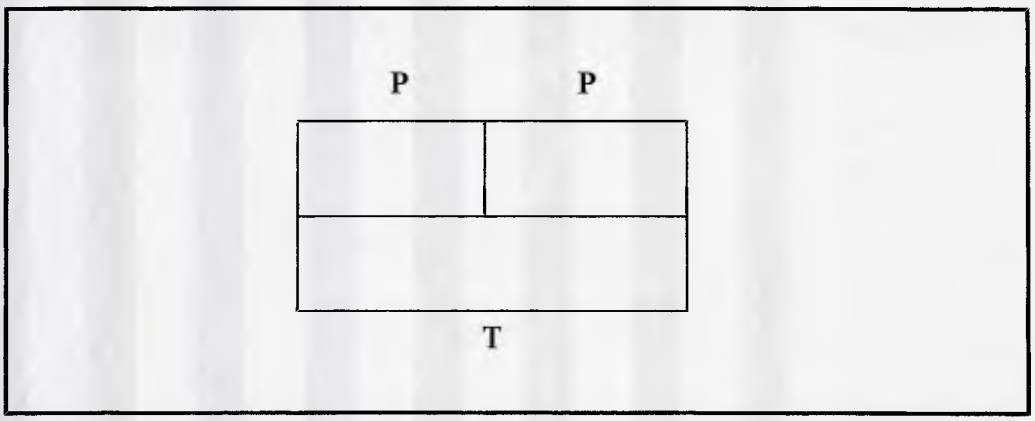


Diagrama para los problemas de combinación, según Willis y Fuson (1988)



Anexo D

Tarjetas con enunciado de problemas aritméticos verbales

Tarjeta 1. Sesión 1.

Tipo de problema: Cambio – unión 1.

Enunciado: Ana tiene 5 caramelos, Luis le da 8 más. ¿Cuántos tiene ahora?

Tarjeta 2. Sesión 1.

Tipo de problema: Cambio – unión 1.

Enunciado: Ana tiene 6 pelotas, Luis le da 2 más. ¿Cuántos tiene ahora?

Tarjeta 3. Sesión 1.

Tipo de problema: Cambio – unión 1.

Enunciado: Ana tiene 4 fichas, Luis le da 3 más. ¿Cuántos tiene ahora?

Anexo E

Descripción de sesión con diagrama para problemas de cambio- separación 2

Registro descriptivo

Nombre del niño: Niño 2

Edad: 6 años

Actividad: Sesión con diagrama para problemas de cambio

Conducta observada	**Interpretación**
La investigadora procedió a leer el primer enunciado. Le preguntó al niño si lo había entendido y dijo que no. Se lo volvió a leer pero seguía diciendo que no lo entendía . Por lo cual se lo ejemplificó con el diagrama de Willis y Fuson (ver Figura 1), el cual lo ayudarían a resolverlo. Le explico que en la casilla con la letra I iba la cantidad inicial, es decir la primera que nos decía el problema. Le preguntó cuál sería en este caso y el niño dijo acertadamente que el 9. Luego le dijo que en la casilla con la letra C, se escribía el número que nos indicaba que se realizaba un cambio, es decir, que lo que Ana en el problema tenía inicialmente, cambiaba porque en este caso le regaló unas a su amigo José. En este caso sería el 4. Finalmente en la casilla con la letra F, de final se escribía el resultado. Le preguntó al niño si lo había entendido ahora y dijo que si. Luego le preguntó qué debería hacer para dar con la solución. El niño observó un rato el diagrama y dijo "le quitó a 9 4... eso da 5". Esto lo dijo a medida que con sus dedos coloco 9 y luego retiró 4. Al final contó el resto y dio con la solución. Para los enunciados 2 y 3 el niño realizó el mismo procedimiento, es decir utilizó el diagrama para problemas de cambio.	Tal como se pudo observar, en este problema el niño necesito ayuda de la investigadora, quien recurrió al diagrama para problemas de Cambio de Willis y Fuson (ver figura 1) para explicárselo. Para realizar la operación aplicó la estrategia "Separar de", donde retiró del grupo mayor, el número indicado en el sustraendo, para luego contar el resto y dar a si con la solución, en cada caso planteado. De igual modo se pudo observar que cometió dos tipos de errores: "Selección inadecuada de la operación" y "Repetir cantidades".

Anexo F

Descripción de sesión con diagrama para problemas de combinación 2

Registro descriptivo

Nombre del niño: Niño 6

Edad: 6 años

Actividad: Sesión con diagrama para problemas de combinación

Conducta observada	**Interpretación**
Luego de leerle el enunciado del problema y de mostrarle el material concreto, se le preguntó al niño si lo había entendido y dijo que no . Se le repitió de nuevo y al rato preguntó si tenía que sumar. La investigadora le preguntó que creía él y dijo que si que iba a sumar. La investigadora le dijo que se lo iba a leer de nuevo y ambos vería si había que sumar o no. Lo leyó y el niño dijo que no lo entendía. La investigadora al observar que al niño se le dificultaba, procedió a mostrarle al niño unos dibujos, llamados diagrama, los cuales ayudaban a resolver el problema. Para esto buscó una tarjeta que tenía el diagrama para los problemas de combinación de Willis y Fuson (véase Figura 3). Le explicó al niño que cada parte de arriba era para escribir las partes del problema y por eso se identificaban con la letra P, en nuestro caso los números que representan cada ficha y que la parte de abajo identificada con la letra T, era para colocar el total. Le dio un ejemplo con un problema similar al que le había leído anteriormente. A medida que le daba la explicación el niño escuchaba atentamente. Luego de la explicación le preguntó si lo había entendido y dijo que si. Le preguntó si le gustaría intentarlo y se mostró entusiasta, por lo cual se le leyó otra vez el enunciado 1 del problema. El niño a medida que escuchaba, escribía el primer número en el primer recuadro. La investigadora le indico que ese era el total y si recordaba donde iba. El niño señalo con su lápiz el recuadro del total y la investigadora les dijo	Como se observó el niño al comienzo de la sesión, al no entender el enunciado optó por "Seleccionar inadecuadamente la operación" , lo cual significó un error. La investigadora recurrió al usó del diagrama para lograr no solo que el niño lo comprendiera sino que además lo ayudó a resolverlo con éxito. Para realizar la operación, el niño se basó en la estrategia "Separa de", ya que del grupo mayor en cada caso, retiraba los elementos necesarios y los recontaba para hallar la respuesta

que así era. El niño borró y escribió ahí el 9. Luego al continuar escuchando el enunciado escribió el siguiente número en el primer recuadro de Parte. "Vas bien. Ahora viene la pregunta "¿Cuántos huesitos amarillos tiene? ¿Cómo harás para saber?". El niño observó el diagrama y decía a la vez que señalaba en el diagrama "Tiene 9 en total y 6 son rojos, aquí van los amarillos verdad" "Así es, que más harías" le preguntó la investigadora. El niño miró un rato y dijo "puedo quitarle a este nueve los 6 rojos y cuento los demás y así termino". "Muy bien , entonces que haces, sumas o restas". El niño dijo "resto". "Bien mi niño, ves que si podías, hazlo y no se te olvide colocar el signo de la resta". El niño así lo hizo. Con sus dedos colocó 9 dedos y luego retiro seis. Contó y el número que le dio lo escribió en el recuadro de Parte que quedaba, dando así con la solución. La investigadora nuevamente lo felicitó y lo invitó a resolver los siguientes enunciados. Para los enunciados 2 y 3 el niño prefirió nuevamente utilizar el diagrama para resolverlos y lo hizo sin ayuda de la investigadora. En cada caso dio con la respuesta correcta, apoyando su conteo con sus dedos.	

Anexo G

Descripción de sesión con diagrama para los problemas de combinación 2

Registro descriptivo

Nombre del niño: Niño 7

Edad: 6 años

Actividad: Sesión con diagrama para los problemas de combinación

Conducta observada	**Interpretación**
El niño después de escuchar el enunciado 1, dijo que no le entendía. La investigadora se le leyó de nuevo y el niño dijo "Son 9". "¿Cómo sabes?" le preguntó la investigadora. Él dijo "porque sí". "Si pero cómo hiciste". El niño dijo que adivino, pero en realidad lo que hizo fue repetir la primera cantidad del enunciado. La investigadora le dijo que recordara que había el material para utilizar pero él dijo que no lo entendía. Se le leyó de nuevo y el niño buscó el material concreto y lo que hizo fue contarlos y dar como respuesta "Son 15". "Fíjate Luis tu crees que debas sumar en este caso". Dijo que no sabía. La investigadora para este caso, nuevamente recurrió a los diagramas y procedió a explicarle como hacerlo. El niño después de escuchar la explicación y nuevamente el enunciado 1, procedió a escribir en cada recuadro los datos en su lugar correspondiente y el signo de la resta. Luego sin decir nada escribió y dio con la respuesta. La investigadora le dijo que le explicará y el niño le dijo que contó "7, 8 y 9... son 3". Se le felicitó e invito a resolver los próximos enunciados. Para los dos siguientes enunciados el niño prefirió seguir utilizando los diagramas y los resolvió con éxito y sin ayuda de la investigadora.	De acuerdo a lo descrito anteriormente el niño para resolver los tres enunciados utilizó el diagrama de Willis y Fuson para problemas de combinación (Figura 3), y aplicó la estrategia de "Contar a partir de los dado" para resolver la resta, ya que partió desde los números dados en cada caso, hasta llegar al sustraendo de cada uno. En esta categoría de problema, el niño cometió 2 errores: "Selección inadecuada de la operación" y "Repetir cantidades".

Universidad Católica Andrés Bello
Vicerrectorado Académico
Estudios de Postgrado
Area de Humanidades y Educación
Programa de Postgrado en Educación: Procesos de Aprendizaje

UNIVERSIDAD CATÓLICA ANDRÉS BELLO
ESTUDIOS DE POSTGRADO
PROCESOS DE APRENDIZAJE
CARACAS

A C T A

Nosotras, Patricia Peña (Tutora), Velia Dicillo y Ludmila Ortegano, designadas por el Consejo General de Estudios de Postgrado de esta Universidad para conocer y evaluar en nuestra condición de jurados principales del Trabajo de Grado de Maestría intitulada: **"ANÁLISIS DE LAS ESTRATEGIAS DE REPRESENTACIÓN USADAS POR NIÑOS PREESCOLARES EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS ARITMÉTICOS VERBALES DE ADICIÓN Y SUSTRACCIÓN"**, presentado por **MILDRED CENTENO SANTOS**, Cédula de Identidad N° 10.633.428, para optar al título de **MAGISTER EN EDUCACION, MENCION PROCESOS DE APRENDIZAJE**, y cuya tutora fue aprobada por el Consejo General de los Estudios de Postgrado.

Declaramos:

- Hemos leído el ejemplar de dicho Trabajo de Grado de Maestría el cual nos fue enviado por el Director General con anterioridad.
- Después de haber estudiado dicho Trabajo, presenciamos la exposición del mismo el día 19 de diciembre de 2006, en la sede de la Universidad Católica Andrés Bello, donde Mildred Centeno Santos expuso y defendió los conceptos, hipótesis, metodología y estructura del Trabajo en referencia.
- Hecha por nuestra parte las preguntas y las aclaratorias correspondientes y una vez terminada la exposición, hemos considerado conveniente formalizar el siguiente veredicto:

APROBADO

Hemos acordado calificarla con veinte (20) puntos, mención publicación

En fe de lo cual nosotros, miembros principales del jurado designado para conocer y evaluar el Trabajo de Grado de Maestría de Mildred Centeno Santos, firmamos la presente ACTA en Caracas a los diecinueve días del mes de diciembre del año dos mil seis.

Patricia Peña
Tutora
C.I. N° 2.940,675

Velia Dicillo
Jurado
C.I. N° 3.484.501

UNIVERSIDAD CATÓLICA ANDRÉS BELLO
ESTUDIOS DE POSTGRADO
PROCESOS DE APRENDIZAJE
CARACAS

Ludmila Ortegano
Jurado
C.I. N° 5.579.248

Universidad Católica Andrés Bello
Vicerrectorado Académico
Estudios de Postgrado
Area de Humanidades y Educación
Programa de Postgrado en Educación: Procesos de Aprendizaje

ACTA DE EXAMEN DE GRADO

Postgrado: EDUCACION, MENCION PROCESOS DE APRENDIZAJE.

Alumna: MILDRED CENTENO SANTOS.

Cédula de Identidad N°: 10.633.428.

Expediente N°: 107095.

Título del Trabajo de Grado: Análisis de las Estrategias de Representación Usadas por Niños Preescolares en la Resolución de Problemas Aritméticos de Adición y Sustracción

Fecha de Examen: 19 de diciembre de 2006.

Calificación: Veinte (20) puntos y mención publicación.

Jurado:

Patricia Peña
Tutora
C.I. N° 2.940.675

Velia Dicillo
Jurado
C.I. N° 3.484.591

Ludmila Ortegano
Jurado
C I. N° 5.579.248

UNIVERSIDAD CATOLICA ESTUDIOS DE PO... PROCESOS ... APRENDIZAJE