AAQ8541

TRAB CIDI2006 A5





UNIVERSIDAD CATÓLICA ANDRÉS BELLO Urb. Montalbán - La Vega - Apartado 29068 Teléfono: 442-95-11 Fax: 02-407-43-49

Autómatas Celulares y su Aplicación al Modelaje del Tráfico Vehicular en la Ciudad de Caracas

Trabajo de Ascenso para Optar a la categoría de Profesor Agregado

Autor: Prof. Angel Aponte



ÍNDICE GENERAL

Pp.
RESUMENiv
INTRODUCCIÓN 01
CAPITULO
I. AUTÓMATAS CELULARES (AC) Y MODELOS DE TRÁFICO
II. IMPLEMENTACIÓN Y VALIDACIÓN DEL MODELO
III. RESULTADOS Y DISCUSIÓN
IV. CONCLUSIONES Y COMENTARIOS FINALES
REFERENCIAS
APÉNDICES
A. Algoritmo Modelo Emergente Microscópico Basado en un Autómata
Celular24
B. Validación cualitativa del modelo propuesto
C. Imágenes satelitales del Elevado de Las Mercedes y sector curvo Carretera
Vieja de Baruta
D. Esquema Proceso Iterativo de Optimización sin Restricciones
E. Método de Optimización (sin restricciones) Down-Hill Simplex

Autómatas Celulares y su Aplicación al Modelaje del Tráfico Vehicular en la Ciudad de Caracas

Angel Aponte

Centro de Investigación y Desarrollo de Ingeniería (CIDI)
Facultad de Ingeniería. Universidad Católica Andrés Bello. Caracas, DC. Venezuela

Telf.: +58 212 4074128
Email: aaponte@ucab.edu.ve

RESUMEN

En este trabajo se presenta un modelo de tráfico microscópico emergente basado en un autómata celular. El modelo es parte de un estudio de tráfico vehicular recientemente iniciado para la ciudad de Caracas. El modelo de simulación propuesto es una extensión del modelo de Nagel y Schreckenberg para vehículos idénticos, e incorpora, además de algoritmos para maniobras de cambios de canal y adelantamientos, varias características importantes: Las velocidades de los vehículos son tomadas de una distribución Gaussiana con el propósito de tomar en cuenta que no todos los conductores acatan los límites de velocidades establecidos. El modelo es validado automáticamente ajustando valores medidos de flujos vehiculares normalizados, mediante un algoritmo de optimización sin restricciones. Con este propósito, la media y la varianza de la distribución de velocidad son consideradas como parámetros de ajuste junto con otros parámetros del modelo. Se definen Funciones Objetivo para cuantificar las desviaciones cuadráticas de las diferencias entre los valores de los flujos vehiculares normalizados, simulados y medidos empíricamente. Los resultados muestran que el modelo de simulación propuesto reproduce satisfactoriamente las tendencias generales de las medidas reales de los flujos vehiculares.

Descriptores: Autómata Celular, Modelo de Tráfico, Comportamiento Emergente, Ajuste Automático, Optimización no Lineal.

INTRODUCCIÓN

En las últimas décadas el estudio del tráfico vehicular se ha convertido en un área de investigación de gran interés y mucha actividad en mecánica estadística, física de material condensada, computación emergente, ingeniería de tráfico y planificación urbana [1,3,4,5,6,7].

Adicionalmente, el estudio del tráfico ha sido impulsado por el interés que existe actualmente en entender los mecanismos de los congestionamientos. Esto con el propósito de implementar medidas para atenuar sus efectos colaterales nocivos, tales como el aumento en las emisiones de contaminantes que contribuyen al calentamiento global, desperdicio de combustible, ruido, estrés, etc. Dado lo complejo de la dinámica subyacente al tráfico vehicular, su análisis y comprensión conduce a un enfoque multidisciplinarlo, el cual conlleva al desarrollo y fortalecimiento de pericias de fuerte impacto en lo académico y en las aplicaciones prácticas, experticias tales como, análisis y procesamiento de datos, computación emergente, súper computación, transmisión inalámbrica de datos, telemática, entre otras. Ciertamente hoy por hoy todas estas pericias son de importancia estratégica para la nación y para la consolidación de la UCAB como centro de excelencia educativo. De allí la motivación de realizar este trabajo de ascenso en éste tema.

Los modelos de tráfico que incorporan en su implementación lo que es llamado un Modelo Emergente Microscópico Basado en un Autómata Celular (MEMBAC) [1], son de particular interés. Un MEMBAC está constituido por un Autómata Celular binario el cual contiene conjuntos de reglas simples y los ingredientes más esenciales, suficientes para hacer emerger las características más comunes y típicas del tráfico vehicular real. De esta manera, interacciones elementales locales, definidas por las reglas, hacen emerger el comportamiento complejo global del tráfico vehicular.

En la ciudad de Caracas hasta ahora, no se ha realizado ni por entes oficiales ni empresas privadas ningún estudio de tráfico vehicular a gran escala, un estudio que incluya una recolección masiva de datos, modelaje y simulación. Con el propósito de contribuir a cubrir esta necesidad, en este trabajo se presentan resultados preliminares de un estudio de tráfico recientemente iniciado. Este estudio está enfocado al modelaje, simulación y validación automática con datos reales. El modelo propuesto incorpora varios aspectos importantes: a) las velocidades de los vehículos son tomadas de una distribución Gaussiana con el propósito de tomar en cuenta que no todos los

conductores acatan los límites de velocidad establecidos; b) la validación del modelo es llevada a cabo ajustando automáticamente los parámetros del mismo a datos reales medidos empíricamente, esto mediante un proceso iterativo que utiliza un algoritmo de optimización sin restricciones; y c) en el proceso de optimización, se introducen Funciones Objetivo para cuantificar las desviaciones cuadráticas de las diferencias de los valores normalizados del flujo vehicular, medidos y simulados.

La estructura del trabajo es como sigue. El capítulo I describe los ingredientes principales que constituyen un MEMBAC en el contexto del modelaje del tráfico vehicular. El capítulo II describe la implementación del modelo y el proceso de validación automática. En el capítulo III son presentados y discutidos los resultados obtenidos. Finalmente, el capítulo IV contiene algunos comentarios finales y las conclusiones.

CAPITULO I

AUTÓMATAS CELULARES (AC) Y MODELOS DE TRÁFICO

Tal como se mencionó en la introducción, los simuladores de tráfico que incorporan un Modelo Emergente Microscópico Basado en un Autómata Celular (MEMBAC) en su implementación son de particular interés, ya que ellos son desarrollados "bottom up" desde la base, incorporando los ingredientes más simples y esenciales, definiendo sólo algunos conjuntos de reglas elementales necesarias para describir las características generales y típicas del trafico real. Pero, ¿que es un Autómata Celular? En la Enciclopedia "online" Wikipedia aparece la siguiente definición para Autómata Celular: "... is a discrete model... It consists of an infinite or finite, regular grid of cells, each in one of a finite number of states... Time is also discrete, and the state of a cell at time t is a function of the state of a finite number of cells called the neighborhood at time t-1... Every cell has the same rule for updating... Each time the rules are applied to the whole grid a new generation is produced ..." J. A. Moreno en su curso Computación Emergente III (Postgrado Facultad de Ingeniería UCV), da la siguiente definición para Autómata Celular: "... un dispositivo de computo que opera cual máquina de estados finitos. Es decir, dada una entrada particular, el dispositivo accede a uno dentro de un conjunto finito de estados (alfabeto) de acuerdo a ciertas reglas de transición...". Un ejemplo de Autómata Celular (AC) en dos dimensiones sería una hoja de papel cuadriculado, donde cada cuadro representa una celda. Cada celda puede tener dos posibles estados, blanco o negro. Los vecinos de la celda son los 8 cuadros a su alrededor, los 8 cuadros en su inmediata vecindad. Entonces, hay 29 = 512 posibles patrones para una celda y sus vecinos. Las reglas de transición del autómata pueden ser colocadas en una tabla. Para cada uno de los 512 patrones posibles, la tabla establecerá cuando la celda central será negra o blanca en el siguiente paso de tiempo (siguiente generación). En el sitio de Internet de la enciclopedia Wikipedia http://en.wikipedia.org/wiki/Cellular automata y sus enlaces asociados, es posible encontrar una discusión amplia y sencilla sobre este tópico.

Nagel y Schreckenberg [2] presentaron en 1992 uno de los modelos emergentes de tráfico más exitosos basados en un autómata celular. Es posible afirmar que la gran mayoría de los MEMBAC actuales para modelaje de tráfico vehicular están basados y/o son extensiones del modelo originalmente propuesto por Nagel-Schreckenberg.

En su articulo original Nagel y Schreckenberg [2] modelaron la dinámica del tráfico vehicular sobre una autopista rectilinea de un solo canal. Representaron la via con un arreglo unidimensional de longitud L, subdividido en n celdas idénticas. Cada sitio del arreglo puede estar ocupado o vació. La densidad de vehículos (número de vehículos por unidad de longitud) está dada por $\rho = n_{ocp}/L$, donde n_{ocp} es el número de celdas ocupadas. Todos los vehículos son idénticos y se mueven siempre de izquierda a derecha.

El modelo es completamente discreto: las velocidades y posiciones de los carros son variables discretas y el tiempo es considerado también una variable discreta, quedando éste último subdivido en pasos discretos de tiempo. La dinámica vehicular para la autopista rectilinea de un solo canal es modelada por Nagel y Schreckenberg de acuerdo al siguiente proceso de cuatro etapas, ejecutadas cada paso discreto de tiempo:

- Aceleración: Si la velocidad v de un vehículo es menor que v_{max}, donde v_{max} es la máxima velocidad posible en el sistema, entonces la velocidad es incrementada en
- una unidad [v=v+1].

 2. Frenado (debido a otros autos): Si la distancia D al vehículo inmediatamente adelante no es mayor que v $(D \le v)$, entonces la velocidad del vehículo es
- disminuida a D-1 [v=D-1]. 3. Frenado Aleatorio ("Randomization"): Con probabilidad p, la velocidad de un
- vehículo (si ésta es mayor que cero) es disminuida en una unidad [v=v-1].

 4. Conducción: Cada vehículo avanza v celdas.

Es necesario especificar además condiciones de borde para el CA. Estas pueden ser Condiciones de Borde Abiertas (CBA) o Condiciones de Borde Periódicas (CBP). En el caso de CBA, en un extremo del arreglo unidimensional que representa la vía se coloca una fuente y en el otro extremo un sumidero, de manera de modelar la entrada y salida de los vehículos. Para las CBP, los autos que alcanzan el extremo derecho del arreglo son reintroducidos nuevamente al sistema por su extremo izquierdo. Si se desea estudiar el proceso en su estado estacionario, se escogen CBP.

En la dinámica de cuatro pasos definida más arriba para el modelo de Nagel y Schreckenberg, están contenidas todas las acciones elementales e interacciones de los vehículos entre si, siendo éstas suficientes para emular las características básicas del vehículos entre si, siendo éstas suficientes para emular las características básicas del

tráfico vehicular real en la geometría especificada, esto es, en una autopista rectilínea de un solo canal. No obstante, con el propósito de reproducir comportamientos más complejos, reglas adicionales deben ser formuladas e incorporadas. Si por ejemplo se desea modelar una autopista de varios canales o una carretera con una vía de ida y otra de vuelta, reglas para cambios de canal y maniobras de adelantamientos deben ser introducidas. Es de sumo interés también tomar en cuenta aspectos relacionados con el comportamiento de los conductores, los cuales afectan tremendamente la dinámica del tráfico, según lo reporta la literatura [3,6]. Sistemas de Información de Tráfico complejos tales como OLSIM [4,5] y MITSIMLab [7], incorporan en su implementación éstos y otros aspectos con el fin de modelar situaciones reales más elaboradas.

CAPITULO II

IMPLEMENTACIÓN Y VALIDACIÓN DEL MODELO

En este capítulo se describe como se utiliza un MEMBAC para modelar y simular la dinámica y desempeño del trafico en dos situaciones específicas: una autopista rectilínea de dos canales donde los vehículos se desplazan en la misma dirección a lo largo de los mismos, y, un sector de carretera curva con una vía de ida y otra de vuelta, donde los carros se desplazan en direcciones opuestas a lo largo de cada vía. El modelo propuesto para describir las situaciones planteadas toma como punto de partida el modelo de Nagel-Schreckenberg. En el Apéndice A se describen algunos elementos adicionales del MEMBAC propuesto en este trabajo.

Se modela el sector rectilíneo de autopista como dos arreglos unidimensionales paralelos idénticos de longitud L, cada uno subdividido en n celdas también idénticas. Los vehículos son idénticos y todos se desplazan de izquierda a derecha. Se incorporan reglas para cambios de canal, basadas en algoritmos de modelos de AC reportados en la literatura [8,9]. En general, los algoritmos utilizados para modelar los cambios de canal están constituido por dos criterios: un criterio de incentivo y un criterio de seguridad. Este último es esencial para evitar colisiones entre los vehículos. El conductor será incentivado a cambiarse de canal cuando el vehículo que circula inmediatamente delante en su mismo canal conduzca a una velocidad menor que la velocidad a la que él mismo va conduciendo: el objetivo de todos los conductores es, de ser posible, viajar a la máxima velocidad permitida. Una vez incentivado, debe ser satisfecho el criterio de seguridad en el canal hacia donde el conductor aspira trasladarse, esto es, es necesario contar con el espacio suficiente de manera de no chocar al carro que estaría inmediatamente delante de el, y a la vez, no ser chocado por un vehiculo que viniera detrás.

El sector de carretera curva se modela como dos arreglos unidimensionales paralelos, cada uno con una longitud total $L_{cr} = 2l + S$. Cada vía de la carretera consiste de dos segmentos rectilíneos idénticos de longitud l unidos por un arco circular de radio $R = l f_{long}$ y longitud $S = R\Theta$. Aquí, Θ es el ángulo de curvatura del arco circular, y f_{long} es un factor de escala introducido con el propósito de explorar posibles influencias de la configuración de la carretera sobre la dinámica del tráfico, influencias

debidas a la variación del cociente Rvs.l. La longitud l se calcula mediante la ecuación

$$l = \frac{n}{2 + \Theta f_{long}} \,. \tag{1}$$

En esta ecuación, n es el número total de celdas en las que se ha dividido cada vía de la carretera. En este caso, ya se hizo referencia, los carros circulan en sentidos opuestos a lo largo de cada vía. Las maniobras de cambio de canal son sustituidas por maniobras de adelantamiento. Se aplica el mismo criterio de incentivo que en el caso de cambio de canal en la autopista rectilínea. El criterio de seguridad se obtiene modificando el criterio de seguridad para el cambio de canal, ejecutándose la maniobra de adelantamiento siempre que se disponga de suficiente espacio para salir de la vía de circulación, entrar en la vía contraria, rebasar al vehiculo lento y regresar nuevamente a la vía de circulación, todo esto sin chocar con el carro que viene de frente. Explícitamente, no son permitidos los adelantamientos a lo largo del sector curvo de la carretera por considerarse muy riesgosos.

Las simulaciones se llevan a cabo de la siguiente manera. En primer lugar, se fijan valores para los parámetros totales del modelo. Estos parámetros incluyen el número total de celdas n, el número de pasos de tiempo n_{ls} , el cociente de las densidades vehiculares por canal df_{21} ($df_{21} = \rho_2/\rho_1$, donde ρ_1 y ρ_2 son las densidades vehiculares del canal o vía 1 y la densidad del canal o vía 2, respectivamente), las probabilidades de frenado ("randomization probabilities") p_{c_1} , p_{c_2} , el número total de experimentos n_R , el factor de longitud f_{long} , las velocidades iniciales de los carros, etc. Los valores de ρ_1 son generados sintéticamente a partir de la fórmula

$$\rho_1 = 0.001 + \sqrt{n_{count}/(n_R - n_{count})}$$
 (2)

En esta ecuación n_{count} es una variable entera que toma valores entre cero y n_R-1 . De esta forma, los valores de ρ_1 varían entre densidades bajas (tránsito libre) y densidades altas (congestionado), cubriendo el espectro de densidades vehiculares de la mitad de un típico día laboral, esto es, desde la media noche hasta el mediodía. Para cada valor

de densidad, las posiciones dentro de los arreglos y las velocidades de los vehículos se asignan de forma aleatoria. Típicamente en los modelos de AC, las velocidades en cada canal de circulación toman valores enteros entre cero y un valor máximo $v_{\rm max}$. En el MEMBAC considerado en este trabajo, para tomar en cuenta que no todos los conductores acatan los límites de velocidad fijados, los valores de las velocidades se toman de una distribución simétrica, de modo que no solamente los vehículos tengan velocidades menores o iguales que $v_{\rm max}$, sino que algunos de ellos circulen con velocidades mayores que la velocidad máxima. Por simplicidad, disponibilidad para su implementación [11] y por otras razones que se expondrán más adelante, se escogió una distribución Gaussiana cómo distribución para las velocidades, tomando un valor para su media igual a $v_{\rm max}$. La inclusión de otros tipos de distribuciones simétricas para la distribución de velocidades y su impacto sobre la dinámica vehicular será considerada en trabajos futuros.

Para el espacio celular tanto de la autopista como de la carretera curva, se consideran Condiciones de Borde Periódicas (CBP), ya que todos los procesos involucrados se desea estudiarlos en su estado estacionario.

Los cambios de canal y las maniobras de adelantamiento descritas mas arriba se realizan en paralelo, en cada paso de tiempo [8,9]. Realizadas éstas, el proceso de cuatro pasos de Nagel-Schreckenberg descrito anteriormente, esto es, aceleración, frenado, frenado aleatorio ("randomization") y conducción, es aplicado individualmente en cada canal o vía de circulación. Finalmente se actualizan las posiciones y las velocidades de los vehículos en cada canal o vía. Después de n_{ts} pasos de tiempo, la velocidad promedio de los carros y el flujo vehícular (número de vehículos que pasan por un punto por unidad de tiempo), para cada canal, son calculados. De esta forma, estarán disponibles para ser comparadas con los correspondientes datos empíricos, densidades vehículares, los valores del flujo simulado, velocidad promedio y la ocupación por canal ("lane-occupancy"). Si J_i y J_j representan los flujos vehículares en los canales i y j respectivamente, entonces la ocupación del canal i se define como $O_i = J_i - J_j$.

Tal como será mostrado más adelante, el modelo emergente propuesto en este trabajo reproduce las características generales reales típicas del tráfico vehicular: desde el flujo libre hasta la formación y propagación de los congestionamientos. Adicionalmente, las características de los Diagramas Fundamentales – Flujo vs.

Densidad, Velocidad Media vs. Densidad, Velocidad Media vs. Flujo, y, la Ocupación o "Lane-Occupancy" vs. Densidad- derivados de las simulaciones son cualitativamente consistentes con las características mostradas por los diagramas fundamentales empíricos generados para situaciones semejantes. En el Apéndice B se comparan – se valida cualitativamente el modelo para la autopista de 2 canales– los diagramas fundamentales derivados de mediciones reales y los obtenidos de las simulaciones. En fundamentales derivados de mediciones reales y los obtenidos de las simulaciones. En carretera. No obstante, debido a la ausencia de mediciones de densidad vehicular, la validación cualitativa se realiza sólo con valores simulados.

de ambas localizaciones. y en dirección Oeste-Este en la otra vía. En el Apéndice C se muestran fotos satelitales 66°52'08.20" W); en éste los carros circulan en dirección Este-Oeste en una de las vías Baruta, ubicado detrás de FERRETOTAL en Colinas de Bello Monte (10°29'11.66" N circulan en la misma dirección (de Este a Oeste); y un sector de la Carretera Vieja de (10°29'11.94" N 66°51'56.74" W), el cual consta de dos canales donde los vehículos Elevado de Las Mercedes, localizado al final de la Av. Río de Janeiro, frente al CVA configuraciones geométricas semejantes a las requeridas fueron consideradas; El Afortunadamente, en el levantamiento de información, dos localizaciones con las anteriores, solamente fueron realizadas y reportadas mediciones de flujo vehicular. tráfico en un sector de la urbanización Las Mercedes [10]. En este estudio como en los embargo, en el año 2002, el gobierno del municipio Baruta contrató un estudio de en muchas ocasiones, la información no es fácilmente accesible ni 100% conflable. Sin propuesto. En la ciudad de Caracas no han sido recolectados muchos datos de tráfico y con configuraciones geométricas semejantes a las implementadas en el modelo Para una validación cuantitativa, son requeridas mediciones reales en localizaciones

La disponibilidad de esta información hace posible una comparación vis-à-vis entre los flujos reales medidos en las locaciones descritas y los flujos vehiculares producto de las simulaciones. Cabe destacar en este punto que el objetivo de esta comparación no es realizar un "history matching" (ajuste histórico) dirigido a realizar "forecasting" (preediciones), sino más bien explorar el potencial de implementar un proceso de ajuste automático de los parámetros del modelo, el cual pueda ser incorporado a una futura plataforma telemática de análisis de tráfico automotor en tiempo real. Estas ideas, así, cómo también, el ajuste histórico y las predicciones se encuentran en desarrollo y serán cómo también, el ajuste histórico y las predicciones se encuentran en desarrollo y serán

proximamente publicadas.

Debido a la falta de datos empíricos de densidad vehicular, velocidad media, "lane-occupancy", etc., los resultados y discusiones que se presentaran en lo que sigue estarán enfocadas solamente en el flujo vehicular.

Los datos disponibles para el presente estudio de tráfico son, para El Elevado de Las Mercedes, el flujo vehicular promediado entre los 2 canales de circulación; para el sector curvo de la Carretera Vieja de Baruta, flujos obtenidos de medidas individuales en cada vía de la carretera. En ambas locaciones las mediciones fueron realizadas entre el miércoles 20 de febrero de 2002 (MierFeb20/2002), y el martes 26 de febrero de 2002 (MarFeb26/2002), y el martes 26 de febrero de 2002 (MarFeb26/2002) ambos inclusive; 5 días laborales y un fin de semana. Cada día mediciones fueron llevadas a cabo entre 1:00 de la madrugada y la medianoche del día disponibles para comparación con valores simulados— será siempre menor o igual a 24. En un día laboral típico, las variaciones temporales del flujo vehicular entre las horas de la madrugada y el mediodía son consecuencia del incremento progresivo del número de la madrugada y el mediodía son consecuencia del incremento progresivo del número de vehículos en la vía. Para un cierto valor crítico de la densidad vehícular, el número de vehículos en la vía. Para un cierto valor crítico de la densidad vehícular, el

horas de la madrugada y el mediodía son consecuencia del incremento progresivo del número de vehículos en la vía. Para un cierto valor crítico de la densidad vehícular, el flujo alcanzara un máximo. Para valores de la densidad mayores al valor crítico, el cuando la densidad vehícular es máxima. Este proceso describe una transición de fase típica: de una fase inicial de "tránsito libre" a una fase final de "congestionada" [1]. En progresivamente la situación se revierte. Ahora la densidad comienza a disminuir progresivamente a medida que se reduce gradualmente el número de vehículos en la autopista. En un cierto instante de tiempo, la densidad y el flujo comienzan a incrementarse nuevamente hasta que otro valor crítico de la densidad maximaza el flujo. Nuevamente, a partir de este punto, el flujo comienza a disminuir a medida que se aproxima la siguiente "hora pico". En este punto el sistema experimenta una segunda transición de fase. El proceso descrito se repite hasta las horas de la madrugada del día siguiente, cuando nuevamente la densidad y el flujo alcanzan madrugada del día siguiente, cuando nuevamente la densidad y el flujo alcanzan

valores mínimos, y así sucesivamente.

El MEMBAC presentado en este trabajo ha sido implementado de modo que simula

la primera transición de fase descrita anteriormente, tal como lo establece la Ec.(2). Así, después de ordenar de manera ascendente los datos correspondientes a los 5 días laborales, se realizó una comparación vis-à-vis entre los valores simulados y los

obtenidos de las medidas empíricas. Esta comparación se llevó a cabo solamente para un intervalo temporal de 12 horas, de manera que el valor de N_{ed} se fijo en 12.

En el capítulo que sigue a continuación se muestra como el modelo propuesto reproduce satisfactoriamente las características generales típicas del tráfico real para las locaciones consideradas.

CAPITULO III

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Considérese primero el puente elevado. Tal como se mencionó en el capítulo anterior, este fue modelado como una autopista rectilínea de 2 canales donde los vehículos circulan en el mismo sentido de izquierda a derecha en dichos canales. Los siete parámetros que describen el modelo: cociente de las densidades vehiculares por canal (d_{21}) , probabilidades de frenado "randomization probabilities" de cada canal (p_{c_1}, p_{c_2}) , y, la media y la varianza de las distribuciones de velocidades $(v_{max_1}, S_{v_1}, v_{max_2}, S_{v_2})$, son utilizados como parámetros de ajuste a los datos empíricos obtenidos de las mediciones reportadas [10].

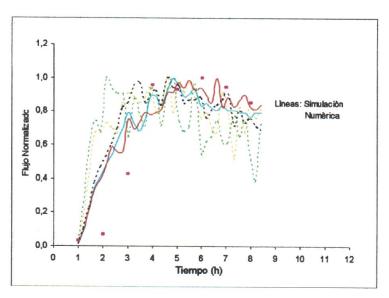


Fig. 1. Datos Empíricos vs. Simulación Numérica. Evolución en tiempo del flujo promedio normalizado medido y simulado para el Elevado de Las Mercedes.

En la Fig.1 se presentan los resultados de ajustar los parámetros del modelo mediante un procedimiento de ensayo y error. La figura muestra la evolución temporal del flujo empírico promedio, normalizado a la unidad. Los ocho valores empíricos presentados, representados como cuadrados de color magenta, corresponden a ocho horas de desempeño del MierFeb20/2002, desde las 5:00 de la mañana hasta las 12 del mediodía. Los resultados obtenidos de las simulaciones son mostrados como curvas continuas y curvas discontinuas. Las curvas discontinuas (verde, negra y amarilla)

corresponden a flujos simulados normalizados obtenidos cuando la media y la varianza de las distribuciones de velocidad no se incluían entre los parámetros a ajustar. Las simulaciones representadas por las curvas continuas (celeste y roja), se obtuvieron usando el conjunto completo de 7 parámetros de ajuste. Se observa elaramente que en este último caso se obtiene una mejora considerable en la calidad del ajuste. Este hecho primordial, junto a las razones expuestas en el capitulo anterior, apoyan la elección de la distribución Gaussiana como distribución para las velocidades. El impacto que la escogencia de otro tipo de distribuciones tenga sobre la dinámica del tráfico es tema de investigaciones futuras.

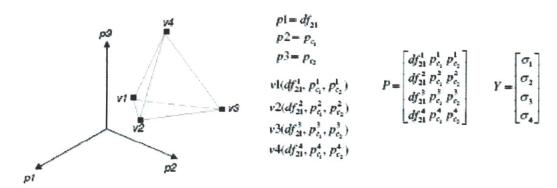


Fig. 2. Tetraedro (Simplex) utilizado en el método del "Down-Hill Simplex" (caso tridimensional).

Un engorroso proceso de ensayo y error como el descrito en el párrafo anterior eventualmente conduce a un ajuste razonable de los parámetros del modelo (curva roja). Una manera más efectiva de ajustar los valores de los parámetros del modelo consiste en la aplicación de técnicas de optimización a una Función Objetivo. Con este propósito se introduce una Función Objetivo σ definida por la ecuación

$$\sigma = \sum_{j} (f_j^{\exp} - f_j^{sim})^2. \tag{3}$$

Donde el índice $j=1,2,3,.....,N_{ed}$, y N_{ed} es el número de mediciones, el número de mediciones empíricas del flujo vehicular. Las cantidades f_j^{exp} y f_j^{sim} son, respectivamente, flujos promedios normalizados empíricos (WedFeb20/2002) y simulados. La Ec.3 es una medida (métrica) cuantitativa de la cercanía entre los dos conjuntos de valores: un valor pequeño de σ expresa una buena calidad de ajuste. Los

valores discretos f_j^{sim} se obtienen al muestrear convenientemente las curvas "continuas" generadas mediante el modelo de simulación.

El algoritmo de optimización aplicado para encontrar los valores óptimos de los 7 parámetros del modelo incorpora una bien conocida técnica de optimización sin restricciones, el método del "Down-Hill Simplex" [11]. Dado que éste es un algoritmo de optimización sin restricciones, los valores óptimos serán en principio cualquier número real. Por otra parte, p_{c_1} , p_{c_2} representan probabilidades, por lo que deben ser números reales positivos menores que la unidad. Con el propósito de garantizar valores aceptables para estas probabilidades, fue necesario aplicar una transformación del tipo p = r/(1+r) [12]. Otra posibilidad es usar técnicas de optimización con restricciones, como las propuestas en la referencia [13]. Actualmente esta última idea se encuentra en desarrollo.

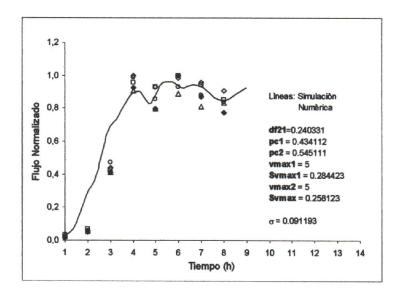


Fig. 3. Datos Empíricos vs. Simulación Numérica obtenida con los valores óptimos de los parámetros de ajuste. Evolución en tiempo del flujo promedio normalizado medido en el Elevado de Las Mercedes.

En este trabajo se implementó un proceso iterativo (ajuste automático), del tipo mostrado en el Apéndice D, que incorpora el método del "Down-Hill Simplex" y que utiliza el modelo emergente de tráfico para el elevado como el generador de los valores de f_j^{sim} que aparecen en la Función Objetivo en el proceso de optimización. El algoritmo requiere una matriz P de dimensión 8x7 y un vector 8-dimensional Y. La matriz P se construye rellenando cada fila de la misma con valores de los parámetros

de ajuste df_{21}^1 , $p_{c_1}^1$, $p_{c_2}^1$, $v_{\max_1}^1$, $S_{v_1}^1$, $v_{\max_2}^1$, $S_{v_2}^1$; df_{21}^2 , $p_{c_1}^2$, $p_{c_2}^2$, $v_{\max_1}^2$, $S_{v_1}^2$, $v_{\max_2}^2$, $S_{v_2}^2$; ; df_{21}^8 , $p_{c_1}^8$, $p_{c_2}^8$, $v_{\max_1}^8$, $S_{v_1}^8$, $v_{\max_2}^8$, $S_{v_2}^8$. Estos valores se eligen arbitrariamente. Cada conjunto de valores (cada valor del superíndice) representa las coordenadas de un punto en un espacio 7-dimensional. Estos puntos pueden ser considerados como las coordenadas de los ocho vértices de un 7-d tetraedro o *Simplex*. El superíndice etiqueta así los ocho vértices del poliedro. Los valores que aparecen en el vector Y son obtenidos evaluando la Función Objetivo σ en los 8 vértices del *Simplex*. La Fig.2 muestra un ejemplo 3-d donde df_{21} , p_{c_1} y p_{c_2} son los parámetros de ajuste. En la figura se puede apreciar la estructura de la matriz P y del vector Y, para el caso particular tridimensional.

En cada etapa del proceso iterativo las coordenadas de los vértices del Simplex son modificadas de manera secuencial mediante una dinámica de relajación descrita en el Apéndice E, tal que la forma (volumen) del poliedro 7-dimensional se mantenga inalterada, y al mismo tiempo, el valor de σ se reduzca. Después de un gran número de iteraciones, σ alcanza un valor mínimo. Este estado define los valores óptimos de los parámetros de ajuste del modelo de tráfico.

La Fig.3 muestra los resultados obtenidos aplicando el proceso descrito, cuando se utilizan los datos medidos en el elevado en el día laboral típico reportado el MierFeb20/2002. En la figura se presenta simultáneamente la evolución temporal de los flujos normalizados simulados y empíricos. Las mediciones son representadas por cuadrados rellenos y vacíos, triángulos, diamantes y círculos. Los resultados de la simulación mostrada en la figura, representados como una curva sólida, se obtuvieron usando los valores óptimos para los parámetros de ajuste, los cuales aparecen listados en la figura. El valor mínimo obtenido de la Función Objetivo fue $\sigma = 0.0912$, el cual indica claramente, de acuerdo a la métrica definida por la Ec.(3), que los valores simulados f_j^{sim} se encuentran próximos a los valores medidos f_j^{exp} . En resumen, los parámetros del modelo obtenidos mediante el procedimiento de ajuste automático producen una simulación de tráfico que reproduce razonablemente bien las características generales y tendencia de los datos de flujo vehicular empíricos reportados para el Elevado de Las Mercedes.

Considérese ahora el modelo para el sector curvo de carretera. Ahora la función objetivo a optimizar dependerá de 9 variables: el cociente de las densidades de las vías df_{cg} (esto es, $df_{cg} = \rho_c/\rho_g$, donde ρ_g es la densidad vehicular en la vía Oeste-Este y

 ρ_c es la densidad en la vía Este-Oeste), las probabilidades de frenado "randomization probabilities" de cada vía (p_{c_g} , p_{c_e}), las medias y las varianzas de las distribuciones de velocidades de cada vía (v_{\max_g} , S_{v_g} , v_{\max_e} , S_{v_e}), el ángulo de curvatura (Θ), y el factor de longitud f_{long} .

Con el propósito de cuantificar simultáneamente las desviaciones cuadráticas de las diferencias entre los valores de los flujos normalizados simulados y medidos empíricamente, en cada vía de la carretera, se define una Función Objetivo "consolidada" mediante la ecuación

$$\sigma_{gc} = \frac{1}{2} (\sigma_g + f_{long} \sigma_c). \tag{4}$$

Aquí, σ_g y σ_c son las funciones objetivos de cada vía de la carretera, definidas de acuerdo a la ecuación Ec.(3). Tanto σ_g como σ_c fueron evaluadas usando las mediciones típicas del MierFeb20/2002.

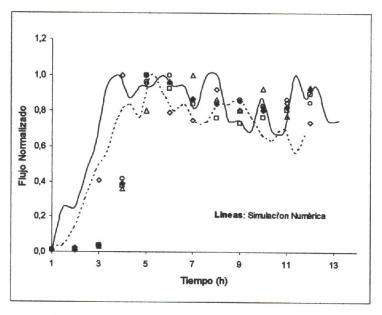


Fig. 4. Datos Empíricos vs. Simulación Numérica. Evolución en tiempo de los flujos normalizados: vía Oeste-Este. Carretera Vieja de Baruta. Las líneas (continuas y discontinuas) representan los resultados de las simulaciones.

Un proceso iterativo similar al implementado para el caso descrito anteriormente para el Elevado de Las Mercedes (Apéndice D), fue usado para encontrar los valores óptimos de los 9 parámetros del modelo para el sector curvo de carretera. De igual forma, después de un gran número de iteraciones, se logra el valor más bajo para la Función Objetivo σ_{gc} . Las figuras 4 y 5 muestran los resultados obtenidos para cada una de las vías de la carretera en consideración. Los valores de los flujos normalizados correspondientes a los 5 días laborales están representados en ambas figuras por cuadrados sólidos y vacíos, triángulos vacíos, diamantes y círculos. Las curvas continuas en ambas figuras representan las simulaciones llevadas a cabo utilizando los valores óptimos de los 9 parámetros de ajuste. En este caso el valor mínimo de la Función Objetivo fue $\sigma_{gc} = 0.27$, indicando, que los valores obtenidos de simulación f_i^{sim} no son muy cercanos a los valores empíricos f_i^{exp} .

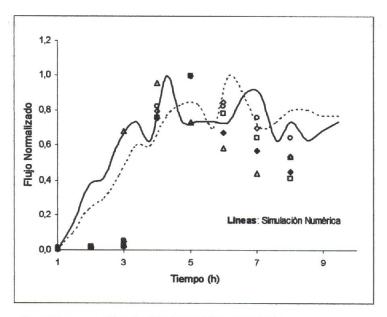


Fig. 5. Datos Empíricos vs. Simulación Numérica. Evolución en tiempo de los flujos normalizados: vía Este-Oeste. Carretera Vieja de Baruta. Las líneas (continuas y discontinuas) representan los resultados de las simulaciones.

Ciertamente, en base a estos últimos resultados, es necesaria mas investigación para el caso de la carretera curva. En este sentido, dos aspectos importantes deben ser considerados. Primero, la Función Objetivo "consolidada" σ_{gc} definida por la Ec.(4), depende a su vez de dos funciones σ_g y σ_c . Por tanto, su complejidad requiere que sea definida y manejada con mayor cuidado. Segundo, es necesario mejorar el modelo de simulación para la carretera, de manera de incluir aspectos adicionales relevantes que influyen sobre la dinámica del tráfico sobre la misma. Esta investigación está en

progreso. No obstante, a pesar de lo mencionado se puede concluir que el modelo emergente propuesto en este trabajo reproduce también razonablemente las características generales típicas del tráfico real, reportadas para el sector considerado de la Carretera Vieja de Baruta.

CAPITULO IV

CONCLUSIONES Y COMENTARIOS FINALES

Se implementó un MEMBAC para modelar y simular la dinámica y el desempeño del tráfico vehicular en dos localizaciones de la ciudad de Caracas: un puente elevado rectilíneo con dos canales de circulación donde los vehículos se mueven en direcciones opuestas a lo largo de cada vía. El MEMBAC es una generalización del modelo de Nagel-Schreckenberg donde se incorporaron algoritmos para cambios de canal y maniobras de adelantamiento. En el modelo se consideran idénticos a todos los vehículos. Adicionalmente, con el fin de tomar en cuenta algunos aspectos vehículos. Adicionalmente, con el fin de tomar en cuenta algunos aspectos relacionados con el comportamiento de los conductores, esto es, que no todos ellos relacionados con el comportamiento de los conductores, esto es, que no todos ellos respetan los límites de velocidad establecidos, las velocidades de los vehículos se tomaron de distribuciones Gaussianas.

La validación automática del modelo se llevó a cabo exitosamente mediante un proceso iterativo que incorpora técnicas de optimización sin restricciones, para el ajuste de los parámetros del modelo. Con este propósito se definieron Funciones Objetivo para cuantificar las desviaciones cuadráticas de las diferencias entre los flujos normalizados medidos y simulados. La media y la varianza de las distribuciones de velocidad fueron consideradas como parámetros de optimización, conjuntamente con otros parámetros del modelo. El proceso descrito puede ser incorporado a una plataforma telemática de análisis y control de tráfico en tiempo real.

Se encontró que el modelo emergente propuesto describe cuantitativamente las características generales de los flujos empíricos medidos a lo largo de una semana en dos localizaciones de la ciudad de Caracas. Se encontró que la incorporación de la ajuste, mejora sustancialmente la calidad del mismo. Para obtener una mejor calidad de ajuste, particularmente en el caso de la carretera, deben ser incorporadas mejoras en la definición de la Función Objetivo "consolidada" utilizada, así como también deben ser incorporadas mejoras en la incorporadas mejoras en el modelo emergente de tráfico para la carretera, de forma de incorporadas mejoras en el modelo emergente de tráfico para la carretera, de forma de incluir aspectos adicionales que influyen sobre la dinámica y desempeño del tráfico en este tipo de vías. Estos y otros desarrollos se están llevando a cabo y serán integrados en el corto plazo en una plataforma telemática para el análisis, seguimiento, modelaje, en el corto plazo en una plataforma telemática para el análisis, seguimiento, modelaje,

simulación y control del tráfico automotor en la ciudad de Caracas. Estas investigaciones están en progreso.

REFERENCIAS

- [1] D. Chowdury, L. Santen y A. Schaschneider. Statistical physics of vehicular traffic and some related systems. *Physics Report* 329, 199 (2000). Institut für Theoretische Phisik, Universität zu Köln. Germany. Agosto 2002. http://arxiv.org/PS_cache/cond-mat/pdf/0007/0007053v1.pdf
- [2] K. Nagel y M. Schreckenberg. A cellular automaton model for freeway traffic. J. Physique I 2, 2221-2229. 1992.
- [3] H. M. Zhang y T. Kim. Understanding and modeling driver behavior in dense traffic flow. University of California Transportation Center. Octubre 2002. http://www.uctc.net/papers/663.pdf
- [4] A. Pottmeier, R. Chrobok, S. F. Hafstein, F. Mazur y M. Schreckenberg. OLSIM: Up-to date traffic information on the Web. Proceeding of the Third IASTED. St. Thomas, US Virgin Islands. Noviembre 22-24 2004.
- [5] J. Esser y M. Schreckenberg. Microscopic Simulation of Urban Traffic Based on Cellular Automata. *International Journal of Modern Physics C*. Vol. 8, No.5 (1997) 1025-1036.
- [6] M. Schönhof y D. Helbing. Empirical Features of Congested Traffic States and Their Implications for Traffic Modeling. Institute for Economics and Traffic, Dresden University of Technology. Andreas-Schubert Str. 23, 01062 Dresden Alemania. Marzo 2007. http://arxiv.org/PS_cache/cond-mat/pdf/0408/0408138v1.pdf
- [7] M. Ben-Akiva, M. Cortes, A. Davol, H. Koutsopoulos, T. Toledo, W. Burghout, I. Andreasson, T. Jhohansson y C. Lundin. MITSIMLab for Stockholm, Enhancements Calibration and Validation. Intelligent Transportation System Program MIT, VOLPE National Transportation Systems Center, Centre for Traffic Simulation Research KTH y Gatu-och Fastighetskontoret. Stockholm, Sweden. Diciembre 2000. http://www.infra.kth.se/ctr/publikationer/ctr2000_09.pdf
- [8] K. Nagel, D. Wolf, P. Wagner y P. Simon. Two-lane traffic rules for cellular automata: a systematic approach. *Phys. Rev. E*, Vol. 58, No. 2. Agosto 1998.
- [9] A. Daoudia y N. Moussa. Numerical simulations of a three-lane traffic model using cellular automata. CHINESE JOURNAL OF PHYSICS Vol. 41, NO. 6. Diciembre 2003.
- [10] URVISA. Urbanismo y Vialidad URVISA. Estudio de Circulación y Diagnóstico, Alcaldía de Baruta. Caracas, Venezuela. Junio 2002.

- [11] Numerical Recipes in C. THE ART OF SCIENTIFIC COMPUTING. Cambridge University Press. 1986-1992. http://www.nr.com/gg/storefront.html
- [12] H. Martínez. Comunicación Personal. Noviembre 2005.
- [13] S. Buitrago. Aplicaciones de técnicas de optimización en sistemas de producción de petróleo II. Memorias del VI Congreso Internacional de Métodos Numéricos en Ingeniería y Ciencias Aplicadas (CIMENICS). Porlamar. Venezuela, Marzo 2006.

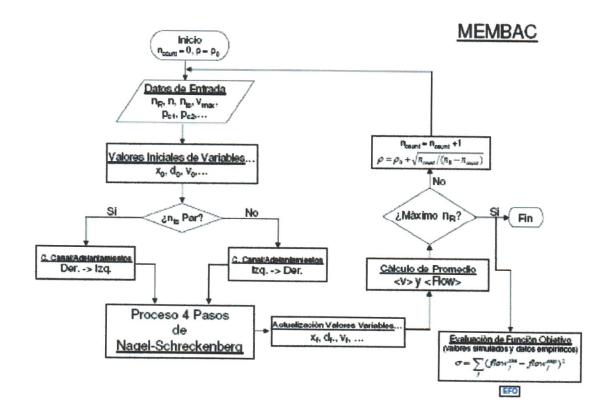
APÉNDICES

[APÉNDICE A]

Algoritmo Modelo Emergente Microscópico Basado en un Autómata Celular

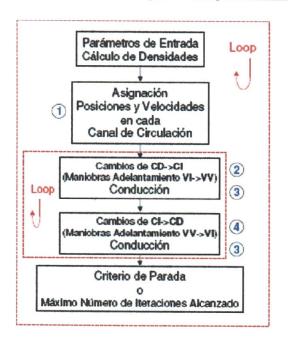
El modelo de tráfico propuesto se implementó en lenguaje C estándar y se corre bajo Linux en una PC. El propósito de esto es en el corto plazo migrar la aplicación, y futuras versiones que modelen situaciones más complejas y elaboradas, a un Cluster BOEWULF constituido por 1 servidor y seis Nodos-Esclavos. Se espera también en el corto plazo desarrollar versiones paralelas del simulador con el fin de explotar en su totalidad la arquitectura del Cluster.

Diagrama General del Algoritmo Subyacente del Modelo de Tráfico Implementado



A continuación se presentan diagramas de los diferentes procedimientos incluidos en el Algoritmo General del MMBAC mostrado anteriormente. No se incluye el diagrama correspondiente al proceso de optimización. Este último se presenta en el Apéndice D (página 41).

Diagrama: Programa Principal



Programa Principal: medFLUVEL

CD: Canal Derecho (VI: Vía de Ida) CI: Canal Izquierdo (VV: Vía de Vuelta)

Diagrama: Función para Asignación Aleatoria de Posiciones y Velocidades

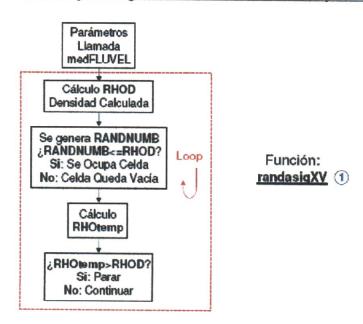


Diagrama: Función Cambio de Canal (Maniobra de Adelantamiento) CD->CI (VI->VV)

Función: CLfR2L 2

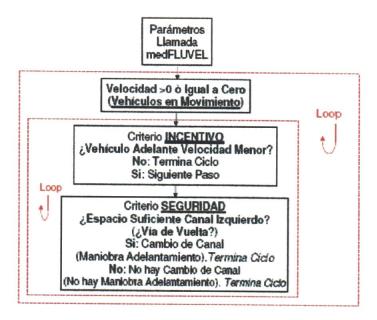


Diagrama: Función Cambio de Canal (Maniobra de Adelantamiento) CI->CD (VV->VI)

Función: CLfL2R 4

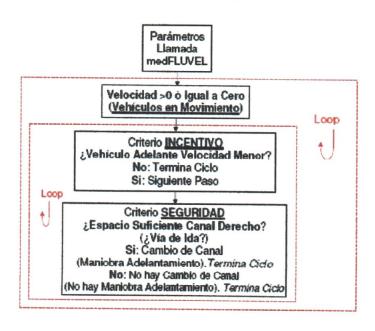
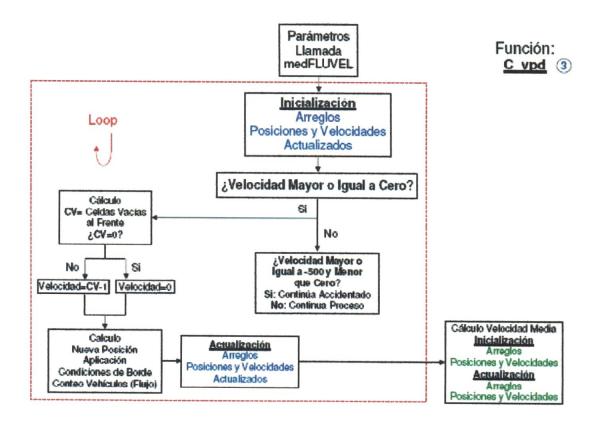


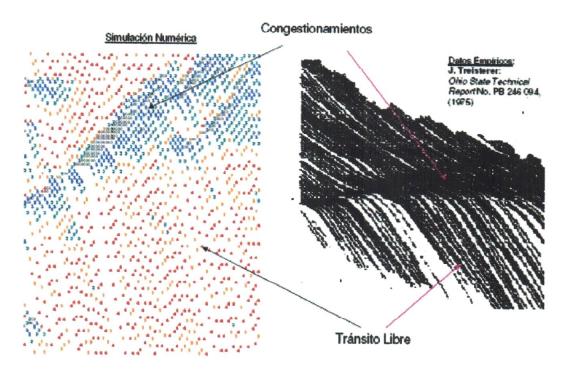
Diagrama: <u>Función General Conducción (Nagel-Schreckenberg) Actualización</u> <u>Posiciones Velocidades Aplicación Condiciones de Borde</u>



[APÉNDICE B]

Validación cualitativa del modelo propuesto

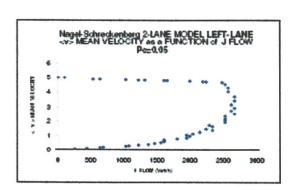
Comparación Trayectorias Vehiculares Simuladas (en un Canal) vs. Fotos Aéreas de Trayectorias Vehiculares Tomadas en un Canal de una Autopista en el Estado de Ohio, USA. El modelo reproduce satisfactoriamente los congestionamientos.

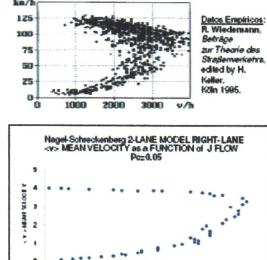


Comparación de *Diagramas Fundamentales* Simulados y Empíricos: Velocidad Promedio vs. Flujo Vehicular. En general, la forma de las curvas de los diagramas fundamentales depende de los valores de los parámetros del modelo. Todos los gráficos que se presentan en este apéndice se generaron con un conjunto de valores particulares para estos parámetros de manera de resaltar la semejanza de las curvas simuladas y las obtenidas de mediciones empíricas.

En esta pagina, las gráficas con los puntos azules corresponden a las simulaciones. La gráfica de puntos negros corresponde a las mediciones empíricas.

Validación Cualitativa del Modelo (Autopista Rectilínea de 2 Canales)

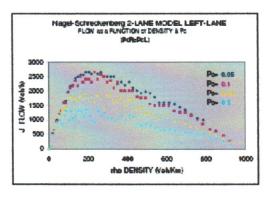


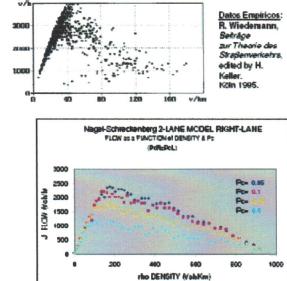


FLOW (

Comparación de *Diagramas Fundamentales* Simulados y Empíricos: Flujo Vehicular vs. Densidad Vehicular.

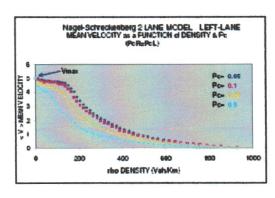
En esta pagina, las gráficas con los puntos de colores azul, magenta, amarillo y celeste corresponden a las simulaciones. La grafica de puntos negros corresponde a las mediciones empíricas.

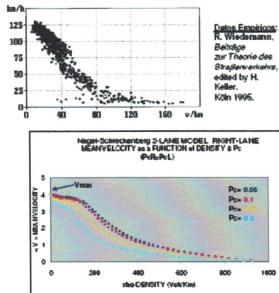




Comparación de *Diagramas Fundamentales* Simulados y Empíricos: Velocidad Promedio vs. Densidad Vehicular.

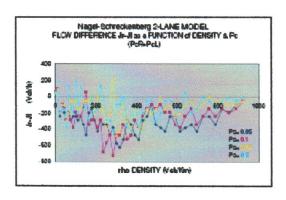
En esta pagina, las gráficas con los puntos de colores azul, magenta, amarillo y celeste corresponden a las simulaciones. La grafica de puntos negros corresponde a las mediciones empíricas.

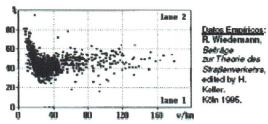


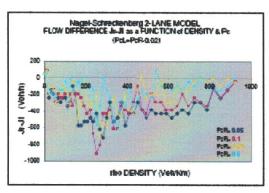


Comparación de *Diagramas Fundamentales* Simulados y Empíricos: Porcentaje de Ocupación vs. Densidad Vehicular.

En esta pagina, las gráficas con los puntos de colores azul, magenta, amarillo y celeste corresponden a las simulaciones. La grafica de puntos negros corresponde a las mediciones empíricas.

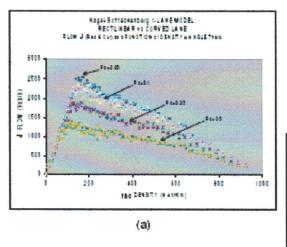


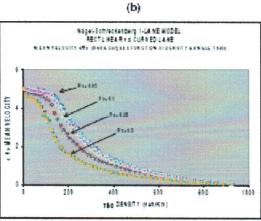




Diagramas Fundamentales: Flujo Vehicular vs. Densidad Vehicular y Velocidad Promedio vs. Densidad Vehicular, para un sector curvo de carretera. En ausencia de medidas de densidad vehicular, solo se presentan resultados simulados. No obstante, las curvas muestran el comportamiento reportado en la literatura [1]: en cada vía, flujo aumentando linealmente con la densidad vehicular hasta alcanzar un valor crítico (transición de fase) a partir del cual disminuye erráticamente un valor muy pequeño. Los gráficos se obtienen para diferentes valores de la probabilidad de frenado. Ambas gráficas muestran la transición de fase.

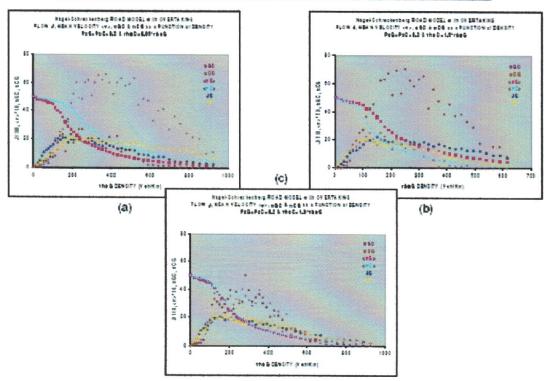
Validación Cualitativa del Modelo (Sector Curvo de Carretera)





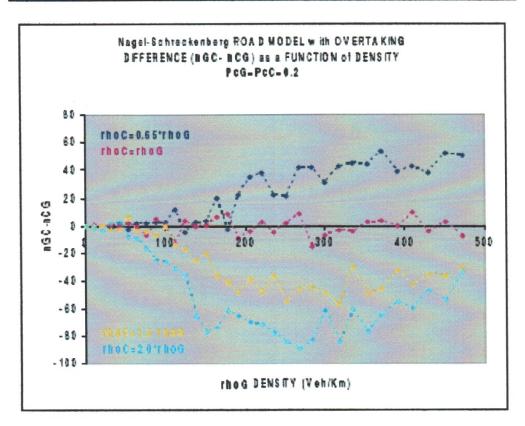
Diagramas Fundamentales: Flujo Vehicular vs. Densidad Vehicular y Velocidad Promedio vs. Densidad Vehicular, normalizados, para un sector curvo de carretera. En los gráficos se muestran también los adelantamientos contabilizados en cada vía de la carretera en función de la densidad. Se consideran tres situaciones: (a) densidad vehicular de la vía Oeste-Este es 0,65 veces la densidad vehicular de la vía Este-Oeste; (b) la situación opuesta; y (c) densidades vehiculares iguales en ambas vías. Al igual que antes, solo se presentan resultados simulados. No obstante, las curvas muestran los comportamientos acordes con el sentido común. Por ejemplo, cuando ambas vía tiene igual densidad, la dinámica es, como se esperaría, completamente simétrica, tal como la mostrada en (c): todas las curvas se solapan, como era de esperarse.

Validación Cualitativa del Modelo (Sector Curvo de Carretera)



Se grafican las diferencias de los adelantamientos de la vía Este-Oeste menos los adelantamientos de la vía Oeste-Este, en función de la densidad vehicular. Se consideran cuatro situaciones: (a) densidad vehicular de la vía Oeste-Este es 0,65 veces la densidad vehicular de la vía Este-Oeste; (b) igual densidad vehicular en ambas vías; (c) la densidad vehicular de la vía Oeste-Este es 1,5 veces la densidad vehicular de la vía Este-Oeste; y (c) la densidad vehicular de la vía Oeste-Este es 2 veces la densidad vehicular de la vía Este-Oeste. Al igual que antes, solo se presentan resultados simulados. No obstante, las curvas muestran los comportamientos consistentes con el sentido común. Por ejemplo, cuando ambas vía tienen igual densidad, la diferencia entre los adelantamiento, salvo ligeras fluctuaciones, es, como se esperaría, esencialmente cero (curva magenta). Si la densidad de la vía Oeste-Este es menor que la de la otra vía, ocurrirán más adelantamientos hacia la primera vía (curva azul oscuro) y vise versa (curva azul celeste).

Validación Cualitativa del Modelo (Sector Curvo de Carretera)



[APÉNDICE C]

Imágenes satelitales del Elevado de Las Mercedes y sector curvo Carretera Vieja de Baruta

Fotos Satelitales del Elevado de Las Mercedes (Final Av. Río de Janeiro) y de un sector de la Carretera Vieja de Baruta.



Imágenes tomadas de GOOGLE EARTH

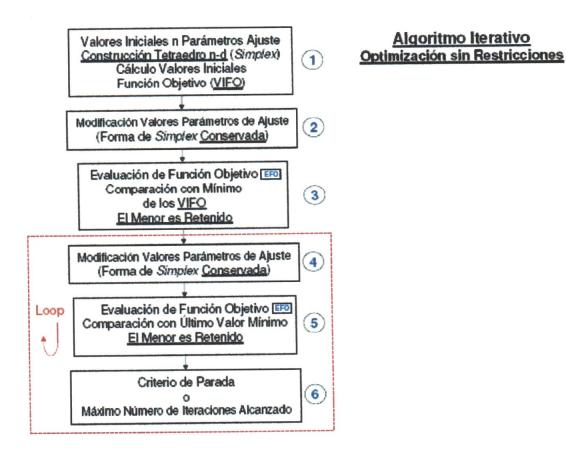




[APÉNDICE D]

Esquema Proceso Iterativo de Optimización sin Restricciones

Proceso Iterativo que Incorpora Algoritmo de Optimización sin Restricciones Down-Hill Simplex.



[APÉNDICE E]

Método de Optimización (sin Restricciones) Down-Hill Simplex

A continuación se describe de manera general el algoritmo subyacente al Método del Down-Hill Simplex. Lo que sigue ha sido tomado esencialmente de la referencia [10]. El método fue ideado originalmente por Nalder y Mead en 1965, y se utiliza para problemas de optimización multidimensionales. El hecho de requerir solamente evaluaciones de función y no derivadas lo convierte en una opción atractiva. Sin embargo, en general requiere un gran número de evaluaciones de función lo cual no lo hace muy eficiente.

Un Simplex es una figura geométrica en R^N que consta de N+1 puntos (o vértices) y todos sus segmentos rectilíneos de interconexión, caras poligonales, etc. En R^2 un Simplex es un triangulo, en R^3 es un tetraedro, no necesariamente un tetraedro regular.

En problemas de minimización multidimensional se comienza con un vector N-dimensional arbitrario como punto inicial de búsqueda. Seguidamente se busca un camino al mínimo a través de las complejidades inimaginables de una topografía N-dimensional.

El método del Down-Hill Simplex comienza con N+1 puntos iniciales de búsqueda, los cuales constituyen los vértices del Simplex. En cada uno de estos vértices se evalúa la función. En general se está interesado Simplex no degenerados, esto es, que encierran un volumen N-dimensional finito. Si se toma a P_o como uno de los puntos iniciales de búsqueda, los restantes N estarán dados por

$$P_i = P_0 + ke_i$$

donde los e_i son N vectores unitarios, y k es una constante consistente con una conjetura razonable de la distancia característica del problema.

A continuación se realizan una serie de pasos, la mayoría de los cuales mueven el punto del Simplex donde la función tiene el valor más grande hacia su cara opuesta, hacia donde la función tomará un valor más pequeño. Esto es llamado reflexión, y se realiza de manera de conservar el volumen del Simplex, garantizando de esta forma su no-degeneración. Siempre que esto sea posible, el método expande y contrae el Simplex en una u otra dirección hasta alcanzar un valor mínimo (local) de la función. En este punto, se reinicializan N de los N+1 vértices del Simplex, usando para esto la ecuación anterior y tomando a P_o como uno de los vértices pertenecientes al mínimo encontrado en la última iteración. El proceso se continúa hasta que se satisfaga el criterio de parada establecido o hasta que se excedan el máximo número de iteraciones permitidas. El resultado final del proceso es un mínimo global de la función.