TESIS
IJD2007
P7
v.1.

UNIVERSIDAD CATÓLICA ANDRÉS BELLO

FACULTAD DE INGENIERÍA

ESCUELA DE INGENIERÍA INDUSTRIAL

"Obtención y prueba de una metodología cuantitativa capaz de pronosticar el comportamiento de los datos experimentales de funcionamiento y limpieza de las correas de lijado de una máquina de control numérico"

TRABAJO ESPECIAL DE GRADO

presentado ante la

UNIVERSIDAD CATÓLICA ANDRÉS BELLO

como parte de los requisitos para optar al título de

INGENIERO INDUSTRIAL

REALIZADO POR Adrián Pirraglia Tuñez

PROFESOR GUIA Ing. Henry Gasparín

FECHA 23 de Mayo de 2006

UNIVERSIDAD CATÓLICA ANDRÉS BELLO

FACULTAD DE INGENIERÍA

ESCUELA DE INGENIERÍA INDUSTRIAL

"Obtención y prueba de una metodología cuantitativa capaz de pronosticar el comportamiento de los datos experimentales de funcionamiento y limpieza de las correas de lijado de una máquina de control numérico"

Este Jurado; una vez realizado el examen del presente trabajo ha evaluado su contenido con el resultado: VEINTE (20) PUBLICACIÓN

JURADO EXAMINADOR

Firma:		Firma:		Firma:	
Nombre:	HENRY GASPARÍN	Nombre:	ADELMO FERNÁNDEZ	Nombre:	Wilmer Pereira.

Adrián Pirraglia Tuñez

REALIZADO POR

Ing. Henry Gasparín

PROFESOR GUIA

23 de Mayo de 2006

FECHA

DEDICATORIA

A mis padres, les dedico este trabajo, por su apoyo, comprensión, cariño y paciencia, que han permitido que yo llegue hasta el final de este largo camino; Por todo eso, y mucho más, les dedico este esfuerzo, muchas gracias por su enorme sacrificio y por todo lo que me han dado, los quiero mucho.

Adrián Pirraglia

AGRADECIMIENTOS

A mis Padres, por todo su apoyo, cariño y esfuerzo que han hecho de mí la persona que soy hoy, por todo el sacrificio que han hecho, y por ser mis modelos y guías, muchas gracias.

A mis hermanos, Mary y Javier, por ser mis segundos padres, por ser mis ejemplos a seguir, por comprenderme, apoyarme y soportarme durante tantos años, los quiero muchísimo.

A ti Marvi, mi gran amor, por todo el cariño, amor y apoyo que he recibido de ti durante todos estos años, por caminar a mi lado y crecer juntos, por mostrarme lo hermoso de estar juntos, espero seguir contando por siempre contigo, gracias mi amor.

A todos mis amigos, por estar a mi lado y tenderme una mano cuando la he necesitado.

A mis amigos de la universidad, por los excelentes momentos y vacaciones que hemos vivido juntos.

Al profesor Henry Gasparín, mi tutor, por haber apoyado incondicionalmente mis locas ideas, por haberme ofrecido la oportunidad de hacer posible un trabajo como este, por sus correcciones y recomendaciones, y por su gran apoyo. Muchas gracias.

Al profesor Vicente Napolitano, por brindarme una nueva oportunidad, por haber tenido esa confianza en mí, que han permitido que hoy culmine esta gran carrera, muchas gracias por confiar.

A todos aquellos profesores que me han guiado a lo largo de mi carrera, que han apoyado mis decisiones y corregido mis faltas, a los profesores Evelenir Barreto, y Wilmer Pereira, por sus recomendaciones, muchas gracias.

A la UCAB, por todos los días (y noches) que pasé en esa gran casa de estudios.

A Isaac Asimov, Michael Crichton, J.J Benitez, Carl Sagan, Stephen Hawking y George Lucas, cuyos libros y películas despertaron en mí el interés científico.

SINOPSIS

El presente Trabajo Especial de Grado titulado **"Obtención y prueba de una metodología cuantitativa capaz de pronosticar el comportamiento de los datos experimentales de funcionamiento y limpieza de las correas de lijado de una máquina de control numérico."**, consiste en diseñar e implementar una técnica cuyas características permitan hallar patrones de comportamiento de una máquina, y determinar los puntos en que el lijado deja de ser efectivo, con el objetivo de conocer en que momento detenerla, de qué manera experimentar con la misma, y cómo debe variar el comportamiento de ésta al aplicársele un limpiador.

Como metodología a seguir en este trabajo, y por las características de los datos suministrados, se escogió el modelado de series de tiempo, mediante el proceso de modelado, caracterización y predicción del sistema en estudio. Esta metodología es mejor conocida como dinámica de sistemas complejos, o teoría del caos, en su amplia definición, la cual abarca un gran conjunto de herramientas para el análisis de datos.

Para la implementación de la técnica, se emplearon herramientas propias de la teoría del caos, tales como: teorema de inserción, espacios de fases, conteo de cajas, determinación de atractores, así como técnicas básicas de estadística, tales como ajuste de datos a polinomios y rectas, etc.

En este trabajo se implementó la técnica a cuatro variables medidas en la máquina, las cuales son MRR Maple (tasa de remoción de Maple), Acumulado Maple, MRR MDF (tasa de remoción de compuesto), y Acumulado MDF, adicionalmente, y en base a los resultados obtenidos mediante esta técnica, se diseñó una estrategia para continuar los experimentos con un mínimo de costos asociados, y de esta manera conocer en qué momento detener los experimentos, y en qué momento detener la máquina cuando esté en uso.

ÍNDICE GENERAL

DEDICATORIA i
AGRADECIMIENTOS ii
SINOPSIS iii
ÍNDICE GENERAL iv
ÍNDICE DE FIGURAS v
ÍNDICE DE TABLAS vii
INTRODUCCIÓN 1
CAPÍTULO I. PROBLEMA 3
I.1 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA 3
I.2 OBJETIVO GENERAL 5
I.3 OBJETIVOS ESPECÍFICOS 5
I.4 JUSTIFICACIÓN 5
I.5 LIMITACIONES Y ALCANCE 7
CAPÍTULO II. MARCO TEÓRICO 8
II.1 SERIES TEMPORALES 8
II.2 MODELADO 10
II.2.1 ESPACIO DE FASES 11
II.2.2 ELECCIÓN DEL TIEMPO DE RETRASO 14
II.2.3 ATRACTORES 15
II.2.4 ÓRBITAS 18
II.3 PREDICCIÓN 19
II.4 CARACTERIZACIÓN 19
CAPÍTULO III. ANTECEDENTES HISTÓRICOS 21
CAPÍTULO IV. MARCO METODOLÓGICO 23
IV.1 ANTECEDENTES EXPERIMENTALES 25
IV.2 COMPILACIÓN DE LOS DATOS EXPERIMENTALES 28
IV.3 MODELADO 28
IV.3.1 TIPO DE MODELO A UTILIZAR 29
IV.3.2 RECONSTRUCCIÓN DEL ESPACIO DE FASES 29
IV.3.2.1 ELECCIÓN DEL TIEMPO DE RETRASO 29
IV.3.2.2 DETERMINACIÓN COORDENADAS ESPACIO DE FASES .. 30
IV.3.2.3 GRAFICADO DEL ESPACIO DE FASES 35
IV.4 CARACTERIZACIÓN 36
IV.4.1 CLASIFICACIÓN DEL SISTEMA 36
IV.4.2 DESCRIPCIÓN DE PROPIEDADES BÁSICAS DEL SISTEMA . 37
IV.4.3 DESCRIPCIÓN CARACTERÍSTICAS DEL SISTEMA 37
IV.5 PREDICCIÓN 38
IV.5.1 AJUSTE NUMÉRICO DEL ESPACIO DE FASES 38
IV.5.2 UTILIZACIÓN DE LAS ECUACIONES ITERATIVAS 39
IV.5.3 VALORES NUMÉRICOS DE LOS ATRACTORES 42
IV.5.4 GRAFICACIÓN DEL SISTEMA MODELADO 42
IV.5.5 ALTERNATIVAS DE PREDICCIÓN 43
IV.5.5.1 PRUEBAS CON MENOS DATA EXPERIMENTAL 44
IV.5.5.2 OBTENCIÓN DE ERRORES 44
CAPÍTULO V. COSTOS DE EXPERIMENTACIÓN 46
CAPÍTULO VI. Inclusión de la técnica en el modelo de simulación 55

CAPÍTULO VII. DISCUSIÓN DE RESULTADOS 59
CAPÍTULO VIII. CONCLUSIONES 63
CAPÍTULO IX. RECOMENDACIONES 66
REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS 69
GLOSARIO 71
APÉNDICE I 73
APÉNDICE II 110
ANEXO I 117
ANEXO II 121
ANEXO III 131
ANEXO IV 137

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1: Diagrama de objetivos del análisis de series temporales. 9
Figura 2: Verdadero espacio de fases reconstruido del sistema. 13
Figura 3: Diagrama de fases Tasa de Interés Activa de Venezuela 14
Figura 4: Ejemplo de un atractor de punto fijo. 16
Figura 5: Ejemplo de un atractor de ciclo límite 17
Figura 6: Ejemplo de un atractor extraño 18
Figura 7: Ejemplo de un atractor extraño 18
Figura 8: Curvas de ajuste variables MRR Maple, y MRR MDF 26
Figura 9: Curvas de ajuste Acumulado Maple, y Acumulado MDF 27
Figura 10: Diagrama de fases sistema "números aleatorios" 32
Figura 11: Recta de ajuste valores logarítmicos experimento MRR Maple 34
Figura 12: Diagrama de Fases, Variable; MRR Maple. 36
Figura 13: Diagrama de Fases con curva de ajuste. Variable; MRR Maple. 38
Figura 14: Comportamiento del sistema iterado. Variable; MRR Maple. 43
Figura 15: Curva actual de tendencia de lijado. Variable; MRR Maple 46
Figura 16: Curva estimada de tendencia de lijado 47
Figura 17: Módulo continuo modelo de simulación máquina de lijado 55
Figura 18: Grafico de desfase variable MRR Maple 75
Figura 19: Grafico de desfase segmentado en cajas, variable MRR Maple. 76
Figura 20: Grafica logarítmica, variable MRR Maple. 77
Figura 21: Ajuste de curva al espacio de fases, variable MRR Maple. 78
Figura 22: Gráfico iteraciones, variable MRR Maple. 80
Figura 23: Grafico de desfase variable Acumulado Maple 83
Figura 24: Grafico de desfase segmentado, variable Acumulado Maple 84
Figura 25: Grafica logarítmica, variable Acumulado Maple. 85
Figura 26: Ajuste de curva al espacio de fases, variable Acumulado Maple. 86
Figura 27: Gráfico iteraciones, variable Acumulado Maple. 92
Figura 28: Grafico de desfase variable MRR MDF. 95
Figura 29: Grafico de desfase segmentado en cajas, variable MRR MDF. 96
Figura 30: Grafica logarítmica, variable MRR MDF. 97
Figura 31: Ajuste de curva al espacio de fases, variable MRR Maple. 98
Figura 32: Gráfico iteraciones, variable MRR MDF. 100
Figura 33: Grafico de desfase variable Acumulado MDF 103
Figura 34: Grafico de desfase segmentado, variable Acumulado MDF 103

Figura 35: Grafica logarítmica, variable Acumulado MDF. 105
Figura 36: Ajuste de curva a espacio de fases, variable Acum. Maple..... 106
Figura 37: Gráfico iteraciones, variable Acumulado MDF. 109
Figura 38: infrared camera 117
Figura 39: sander 119
Figura 40: motor 120
Figura 41: Wood Samples 120
Figura 42. First Level (Process Initial): 123
Figura 43. First Level (Screen's Control) 123
Figura 44. Screen's Control's second level 123
Figura 45. Second Level (Sanding Machine's Entrance)..... 124
Figura 46. Third Level (Main Machine's Logic)..... 124
Figura 47. Third Level (Differential equations solve modules)..... 124
Figura 48. Fourth Level (Conveyor's Control):..... 124
Figura 50. Fourth Level (Abrasive Heads Controls)..... 125
Figura 51. Fifth Level (4 abrasive heads grit material's controls) 125
Figura 52. Sixth Level..... 125
Figura 53. Seventh Level..... 126
Figura 54. First Input window 127
Figura 55. Second Input window displaying four heads..... 128
Figura 56. Output window of a typical four heads configuration 129
Figura 57: Desplazamiento en x versus tiempo..... 132
Figura 58: Espectro de Fourier..... 133
Figura 59: Rep. tridimensional desplazamiento del porta-herramientas..... 134
Figura 60: Serie temporal velocidades en exp. de Couette-Taylor..... 135
Figura 61: Predicción velocidades usando el método de los análogos. 136
Figura 62: Fotografía del manipulador horizontal 143
Figura 63: Series de tiempo para ambos eslabones. 144
Figura 64: Promedio de Información Mutua. 146
Figura 65: Porcentaje de Vecinos Falsos Cercanos..... 146
Figura 66: Espectro de frecuencias. 147
Figura 67: Proyección del atractor reconstruido. 147
Figura 68: Norma de la matriz J_0 148
Figura 69: Estimación de la constante de retraso τ 149
Figura 70: Salida controlada en estado estacionario. 149
Figura 71: Control $v(t)$ en estado estacionario. 149
Figura 72: Proyección de la órbita estabilizada en estado estacionario. 151

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1: Estructura de los datos experimentales obtenidos. 28
Tabla 2: Tiempos de desfase seleccionados para cada variable medida..... 30
Tabla 3: Conteo de cajas para el experimento MRR Maple. 33
Tabla 4: Valores logarítmicos Conteo de cajas experimento MRR Maple.... 33
Tabla 5: Dimensiones d de atractores, y m de inserción, obtenidos..... 35
Tabla 6: Ecuaciones de ajuste y valores R^2, obtenidos. 39
Tabla 7: Valores obtenidos mediante ecuación de ajuste. 41
Tabla 8: Valores numéricos de los atractores para todos los experimentos. 42
Tabla 9: Atractores con menor cantidad de data. Variable: MRR Maple. 44
Tabla 10: Error incurrido al truncar la data experimental 45
Tabla 11: Ahorro de tiempo y dinero con la aplicación de la técnica. 50
Tabla 12: Porcentajes de error entre cada 10% de data experimental..... 51
Tabla 13: Intervalos de ecuaciones a introducir en modelo de simulación... 58
Tabla 14: Datos estructurados, experimento MRR Maple. 73
Tabla 15: Pares ordenados, variable en estudio 74
Tabla 16: Datos obtenidos del conteo de cajas, variable MRR Maple..... 76
Tabla 17: Logaritmos de datos de conteo de cajas, variable MRR Maple.... 77
Tabla 18: Iteraciones de la ecuación de ajuste, variable MRR Maple. 79
Tabla 19: Datos estructurados, experimento Acumulado Maple. 81
Tabla 20: Pares ordenados, variable en estudio. 82
Tabla 21: Datos obtenidos del conteo de cajas 84
Tabla 22: Logaritmos de datos de conteo de cajas 85
Tabla 23: Iteraciones de la ecuación de ajuste 91
Tabla 24: Datos estructurados, experimento MRR MDF. 93
Tabla 25: Pares ordenados, variable en estudio 94
Tabla 26: Datos obtenidos del conteo de cajas, variable MRR Maple..... 96
Tabla 27: Logaritmos de los datos de conteo de cajas..... 97
Tabla 28: Iteraciones de la ecuación de ajuste, variable MRR MDF. 99
Tabla 29: Datos estructurados, experimento Acumulado MDF. 101
Tabla 30: Pares ordenados variable en estudio. 102
Tabla 31: Datos obtenidos del conteo de cajas. 104
Tabla 32: Logaritmos de los datos de conteo de cajas..... 104
Tabla 33: Iteraciones de la ecuación de ajuste, variable Acumulado MDF. 108
Tabla 34: Resultados punto de estabilidad, variable MRR Maple. 110
Tabla 35: Resultados del punto de estabilidad. 111
Tabla 36: Resultados del punto de estabilidad, variable MRR MDF..... 111
Tabla 37: Resultados del punto de estabilidad, variable Acumulado MDF. 111
Tabla 38: Comparación del error, variable MRR Maple..... 112
Tabla 39: Comparación del error, variable Acumulado Maple. 112
Tabla 40: Comparación del error, data completa, variable MRR MDF. 112
Tabla 41: Comparación del error, vs. data completa 113
Tabla 42: Comparación error "paquetes" experimentales. 114
Tabla 43: Comparación error "paquetes" experimentales. 114
Tabla 44: Comparación error "paquetes" experimentales 114
Tabla 45: Comparación error "paquetes" experimentales 115

INTRODUCCIÓN

La dinámica de un sistema en el cual interactúan un gran número de variables, es por lo general un problema de difícil solución, debido a la complejidad que involucra observar y determinar el comportamiento de varias variables dentro de un entorno determinado.

Para estudiar el comportamiento de un sistema, poco se puede lograr mediante las técnicas matemáticas y estadísticas actuales, más allá de suponer comportamientos ideales, y establecer probabilidades de ocurrencia, es en éste punto en el cual viene en auxilio una nueva ciencia emergente, que aporta novedosas maneras de tratar los datos obtenidos de un sistema: La teoría del Caos.

La Teoría del Caos no es el nombre más apropiado para esta ciencia, ya que es todo menos caótica, pues ésta ha logrado encontrar patrones bien definidos de comportamiento dentro de sistemas complejos, en ámbitos tan dispares como biología, meteorología, Ingeniería, Humanidades, etc., esta nueva ciencia, hace uso de ciertas técnicas, apoyadas en la estadística y la matemática, para determinar comportamientos dentro de datos que presentan una apariencia aleatoria o "caótica", permitiendo así nuevas maneras de analizar la data extraída de ciertos sistemas dinámicos, y más aún, no se necesita medir al mismo instante una gran cantidad de variables dentro del sistema, en muchas ocasiones basta con observar y medir sólo la variable más relevante, pues las demás influyen de cierta forma en ella, mediante esto, se puede determinar pautas de comportamiento del sistema.

Es por ello que en el presente TEG, se hizo uso de esta ciencia, para aplicar una de sus técnicas a una máquina de control numérico de lijado de madera, perteneciente al laboratorio del Wood Machining and Tooling Research Program, de la Universidad de Carolina del Norte, ya que se desea conocer el comportamiento de ésta máquina, pues los investigadores han estado experimentando con ella, con el objetivo de conocer la vida útil

de las lijas, y luego, tratar de alargar la misma, para obtener un mejor rendimiento a un menor costo.

El problema al que se han enfrentado los investigadores, es que desconocen en qué punto se debe detener la máquina, bien sea para reemplazar las lijas, o para realizar la limpieza de las mismas, pues éstas se van ensuciando a medida que se lija con ellas, y van perdiendo su capacidad de remoción de material, es en éste punto donde, por medio de la teoría del Caos, se debe buscar un patrón de comportamiento que permita determinar en qué instante detener la máquina, reduciendo costos y tiempos, tanto de uso como de experimentación.

El objetivo de este Trabajo Especial de Grado es utilizar las técnicas que aporta la Teoría del Caos, para determinar el comportamiento de una máquina de Control numérico de lijado, y de ésta forma, diseñar una metodología que pueda ser aplicada en cualquier momento que se esté experimentando con máquinas de estas características, en especial porque los experimentos con ésta máquina se van a continuar realizando, ya que se necesita conocer formas de alargar la vida útil de las lijas, esto puede tomarle años al equipo investigador, ya que deben experimentar con diversos productos que alarguen la vida útil de la lija, por lo cual, una metodología como la establecida en el presente trabajo, puede ser de vital importancia para realizar sólo los experimentos necesarios, ahorrando tiempo y dinero al equipo investigador.

CAPÍTULO I. PROBLEMA

I.1 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

La industria maderera estadounidense es históricamente una de las más grandes y productivas del país, contando con una gran infraestructura y capacidad instalada.

En los últimos años esta industria se ha visto seriamente afectada por la "invasión" de productos madereros por parte de los mercados internacionales, que han proporcionado productos a precios mucho más bajos que los de la industria Americana.

Esta "invasión" de productos amenaza la estabilidad de esta gran industria; Es por ello que universidades estadounidenses están realizando fuertes inversiones para desarrollo e investigación, con el objetivo final de levantar la industria, logrando una reducción significativa en costos, aumento de productividad, etc.

En este sentido, se está llevando a cabo una línea de investigación con máquinas de control numérico, especiales para el maquinado de madera, en la Universidad de Carolina Del Norte; Uno de los grandes objetivos de esta línea de investigación es lograr obtener un modelo de simulación de: máquinas, procesos, y finalmente, de toda la cadena de suministros, la cual proporciona piezas y partes de madera necesarias para la fabricación y ensamblaje de muebles de madera

Con este objetivo en mente, se está modelando en la actualidad, con apoyo de investigadores del Wood Machining and Tooling Research Program, y de UCAB Consulting de Caracas, Venezuela, una de las máquinas de control numérico de la cadena productiva, en específico, la máquina de lijado.

En la actualidad, uno de los problemas con que se enfrenta el equipo investigador, es la determinación, cuantitativa y relativamente confiable, de

un modelo de pronóstico del momento en que se debe realizar limpieza de las bandas lijadoras, con el objeto de optimizar el tiempo de trabajo efectivo de la maquinaria, y su comportamiento aproximado a través del tiempo, controlando las variables tasa de remoción de material, en Lbs/min., y la tasa de material removido acumulada, pues se necesitan años de experimentación para obtener los datos y tener un modelo estadístico confiable, tiempo y dinero para experimentación con el que no se cuenta actualmente.

Hasta el momento se han llevado a cabo una cierta cantidad de experimentos en la máquina de control numérico, con dos tipos de madera, Maple y MDF (compuesto), sin llegarse a obtener la suficiente cantidad de datos como para formar un modelo estadístico, pues estos experimentos llevan largo tiempo para realizarlos, y suponen gran esfuerzo económico, por lo cual se busca obtener una metodología que pueda suministrar un pronóstico confiable, con igual o menor número de experimentos que con los que se cuenta hoy en día, las técnicas seleccionadas para la investigación, posiblemente permitan construir modelos de pronóstico con menor cantidad de data experimental, y permitan modelar las ecuaciones de comportamiento de la máquina. Estas técnicas cuantitativas son muy recientes en sus aplicaciones para ingeniería, y han demostrado ser en muchos casos la solución ideal a problemas en los que no se cuenta con mucha data experimental, por lo cual se divide su investigación en dos etapas: primera etapa, estudio teórico de los principios que sustentan estas técnicas, y en una segunda etapa, el diseño conceptual de la aplicación al problema en cuestión

A su vez, se requiere que el modelo sea general, para poder ser aplicado a otras máquinas de control numérico dentro de la cadena, con pequeñas variaciones del método, y así, lograr un modelado por simulación de las máquinas, que permita obtener los costos asociados más bajos posibles.

I.2 OBJETIVO GENERAL

Obtener y probar una metodología cuantitativa capaz de pronosticar el comportamiento de los datos experimentales de funcionamiento y limpieza de las correas de lijado de una máquina de control numérico.

I.3 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

I.3.1 Investigar las técnicas cuantitativas posibles, de última generación, basadas en los estudios de la dinámica de sistemas complejos, y lógica difusa, que aportan nuevas formas de tratar datos experimentales que no permiten una reconstrucción estadística confiable.

I.3.2 Aplicar la metodología a los datos experimentales.

I.3.3 Comparar los resultados obtenidos por medio de la técnica, con los datos de los experimentos que se están realizando.

I.3.4 Evaluar la eficacia y la eficiencia de la técnica, en cuanto a acelerar la obtención de resultados de los procesos experimentales.

I.3.5 Evaluar la aplicación de la técnica en el modelo de simulación construido.

I.3.6 Hacer de la técnica, una herramienta de uso general para pronóstico en las máquinas de control numérico.

I.4 JUSTIFICACIÓN

Conocer el comportamiento de las máquinas utilizadas para procesos, y en especial de aquellas máquinas que requieren trabajar con una precisión y exactitud que determina la calidad y precio final de un producto, es de suma importancia en el mundo industrial de hoy día, pues juega un papel fundamental en el ahorro de costos y en la imagen que pueda proyectar un producto. La Ingeniería actual ha logrado producir complejas y costosas

máquinas, capaces de ser programadas para la producción de partes, piezas y elementos de alta calidad, pero también de un altísimo costo, el cual que se ve altamente incrementado en los productos finales debido a las pruebas que se realizan sobre estas máquinas para conocer sus limitaciones y comportamiento, por ello es de suma importancia la reducción de tiempos y cantidad de experimentos que se corren sobre las mismas, pues esto redunda en menores costos de producto final, mayores inversiones en tecnología, y un descenso en el costo de adquisición de las mismas.

Conocer el comportamiento de muchas de estas máquinas no siempre es fácil, de hecho, su alta complejidad impide en muchos casos la descripción de las tendencias de comportamiento de las variables que afectan la productividad de las mismas, por ello durante los últimos años han surgido, movidos por la necesidad de aprovechar cualquier mínima ventaja en un mundo cada vez más competitivo, técnicas y tecnologías que apoyan el desarrollo y conocimiento de las pautas que gobiernan las variables de éstas.

Altamente apoyadas en la informática y la computación, han surgido técnicas de análisis tales como: modelado de procesos por Simulación, Redes Neuronales, Algoritmos Genéticos, Dinámica no lineal de sistemas (Teoría del Caos) y lógica difusa. Éstas se han mostrado efectivas en la descripción de características propias de un sistema, e incluso, llegando a ser complementarias entre sí, siendo posible combinarlas para obtener resultados altamente satisfactorios. (Ej. Resultados obtenidos mediante dinámica no lineal, pueden ser utilizados como parte de un modelo por lógica difusa, y los resultados de éste, a su vez ser introducidos en un modelo de simulación que determine el comportamiento de una máquina).

Con la intención de obtener y probar metodologías de este tipo, y con el objetivo último de reducir costos y tiempos de experimentación en una máquina de control numérico, surge una línea de investigación en torno a una de estas máquinas, para lijado de madera, con investigadores de la

Universidad de Carolina del Norte (NCSU, Estados Unidos), y de UCAB Consulting (UCAB, Caracas), sobre este proyecto se cimenta el presente TEG.

I.5 LIMITACIONES Y ALCANCE

I.5.1 Limitaciones

- La principal limitante que se debe tener en cuenta, es la cantidad de data experimental que se ha obtenido de la máquina, pues la corrida de cada experimento implica altos costos y tiempos, tanto de preparación como de obtención de resultados.

- La máquina se encuentra en el laboratorio del Wood Machining and Tooling Research Program de la Universidad de Carolina del Norte, por lo cual la distancia física es una limitación al requerir algún dato experimental de la máquina

I.5.2 Alcance

- Una primera etapa de la investigación utiliza el análisis mediante dinámica no lineal, el cual se va a centrar en la obtención de tendencias de comportamiento de la variable "tasa de remoción" (MRR) en el tiempo, bajo diferentes condiciones experimentales, con el objetivo de incorporar las ecuaciones obtenidas dentro de un modelo de simulación de la máquina.

- La segunda etapa comprende la obtención de una técnica que permita conocer en que momento se deben detener los experimentos en la máquina al momento de continuar experimentando con ella, con la intención de utilizar limpiadores que permitan alargar la vida útil de la lija.

CAPÍTULO II. MARCO TEÓRICO

II.1 SERIES TEMPORALES

En numerosos campos de la ciencia se trabaja con modelos en los que se supone que las observaciones varían independientemente, de manera que la dependencia entre las mismas se considera aleatoria. Sin embargo en otros campos, las observaciones son dependientes unas de otras y además se realizan a lo largo de cierto período temporal por lo que, en cierta medida, se puede hablar también de dependencia temporal. Estas colecciones de datos numéricos recogidos a lo largo del tiempo reciben el nombre de series temporales. El conjunto de técnicas dirigido al análisis de estas series de observaciones dependientes del tiempo recibe el nombre de análisis de series temporales.

Ahora bien, dada la evolución de una variable o conjunto de variables recogida en una serie temporal, para poder predecir los valores futuros de ésta, en principio se deben buscar las leyes dinámicas que gobiernan su evolución a lo largo del tiempo. De esta manera se puede afirmar que si existieran unas ecuaciones deterministas conocidas, en principio podrían resolverse para predecir el resultado de un experimento basándose en el conocimiento de las condiciones iniciales. Sin embargo, el caso general en la mayoría de los sistemas, es el desconocimiento de estas ecuaciones deterministas de manera que, para hacer predicciones primero se tienen que encontrar las reglas (modelo) que gobiernan la evolución del estado real del sistema. Estas reglas dependerán de la evolución pasada de la serie temporal, y también de la teoría subyacente. Este paso previo a la predicción es el modelado. En definitiva, el análisis de series temporales trata de extraer conclusiones acerca de un sistema complejo utilizando datos de un único sensor.

Hasta cierto punto la predicción y el modelado se solapan, pero de ningún modo son sinónimos ya que la segunda pretende encontrar una

descripción que captura de forma adecuada el comportamiento, aunque sólo sea a grandes rasgos, del sistema. De alguna manera con el modelo se pretende un resumen formalizado, con ayuda de las matemáticas, de las relaciones existentes entre las variables que interactúan en el sistema objeto de estudio. Se pueden encontrar las ecuaciones que gobiernan a grandes rasgos el comportamiento del sistema y sin embargo no lograr predicciones adecuadas. Superponiéndose tanto al modelado como a la predicción se tiene la mera caracterización del sistema que intenta, con poco conocimiento (o ninguno) del mismo, llegar a determinar sus propiedades fundamentales. De manera que se pueden señalar tres propósitos en el análisis de series temporales (ver figura 1):

1. **Predicción,** de la evolución futura de la serie temporal.
2. **Modelado,** con el cual describir el comportamiento del sistema, las reglas que gobiernan su dinámica y las relaciones entre las distintas variables que interactúan.
3. **Caracterización**, con la que se pretende conocer las propiedades fundamentales del sistema.

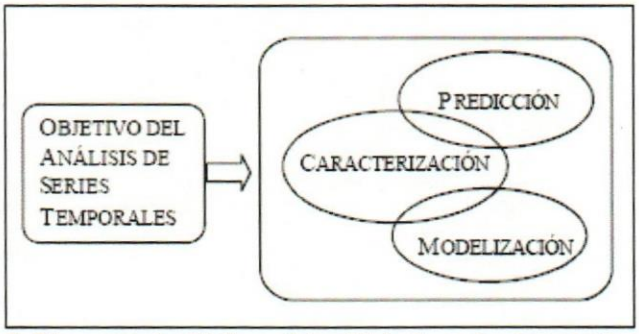

Figura 1: Diagrama de objetivos del análisis de series temporales.
Fuente: elaboración propia.

Para el conocimiento de las leyes que dirigen la dinámica del sistema el primer paso lógico es partir de un amplio conocimiento de la materia objeto de estudio, un dominio de la teoría subyacente. Si este requisito no se cumple, se deben aprovechar otro tipo de herramientas distintas. Según Weigend y Gershenfeld [1], se puede distinguir entre modelos fuertes y

débiles que se puede situar en un espacio bidimensional con ejes "pobreza de datos riqueza de datos" y "pobreza de teoría existente riqueza de teoría existente".

Los modelos débiles son los que manejan poca teoría subyacente y gran cantidad de datos observados, generalmente tienen pocas hipótesis y gran cantidad de parámetros. Por el contrario, los modelos fuertes generalmente se expresan en pocas ecuaciones con pocos parámetros, y explican gran cantidad de fenómenos. Usualmente se basan en una fundamentada teoría y no necesitan una gran cantidad de datos. Es lógico pensar que los fuertes son preferibles debido a que se basan en una teoría desarrollada, algo que no puede ser sustituido en los débiles. Sin embargo, ambos tipos de modelado están muy relacionados ya que los débiles en gran medida son causantes del origen o generalización de los fuertes puesto que pueden ayudar a fundamentar o, por lo menos entender, la teoría necesaria para explicar el funcionamiento de la serie temporal.

II.2 MODELADO

Cuando se trabaja con series temporales, Casdagli [12] trata el problema del modelado como un "problema inverso" en la teoría de dinámica no lineal. El problema usual es, conociendo el modelo, describir su evolución conforme pasa el tiempo, el problema inverso es, dada la evolución del sistema (lo que se manifiesta en la serie de datos recogida a lo largo del tiempo) construir un modelo que pueda haberla originado (modelo generador de datos). Si se localiza la función (necesariamente no lineal si se está ante un sistema caótico) que puede dar origen a esta evolución, se dispondrá de un posible modelo predictivo. El caso que ocupa el presente TEG es el modelado débil, debido a las características del sistema en estudio, del cual se desconoce en gran parte la teoría sobre su comportamiento a lo largo del tiempo.

La generalización del uso de computadoras, propiciaron un cambio de paradigma en el análisis de series temporales. Puede hablarse en este sentido de una nueva doble vía para el análisis de series temporales. La primera vía está basada en la reconstrucción del espacio de fases, mediante la absorción de retardos temporales, sustentada sobre las ideas de la topología diferencial y los sistemas dinámicos [3]. Con esta reconstrucción se proporciona una técnica para determinar si la serie temporal ha sido generada por un sistema determinista no lineal y, de ser así, para conocer la estructura geométrica subyacente. La segunda vía fue la emergencia del campo del aprendizaje (machine learning), más concretamente las redes neuronales, capaces de explorar de forma adaptativa una gran cantidad de modelos potenciales. En el presente TEG, se utiliza a fondo la primera vía para el análisis de series temporales, por su facilidad de aplicación, y porque no implica un desarrollo algorítmico complicado, propio de las redes neuronales.

II.2.1 ESPACIO DE FASES

El marco general del que emerge el caos es la llamada teoría de sistemas dinámicos. Según Farmer [4], un sistema dinámico consta de dos partes, la noción de estado (la información esencial sobre un sistema) y una dinámica (una regla que define cómo evoluciona el estado en el tiempo). La evolución puede representarse en un espacio de fases, lo cual es una construcción abstracta cuyas coordenadas son las componentes del estado del sistema. En general, las coordenadas del espacio de fases varían con el contexto, en el caso de ser un sistema mecánico, podrían ser velocidades, o posiciones, y en un modelo ecológico, las poblaciones de una especie. De manera general, el espacio de fases de un sistema es reconstruido tomando los datos experimentales recopilados y realizando un desfase en el tiempo de los mismos, en donde se grafica sobre un eje la variable original, y sobre otro, la variable desfasada en el tiempo, en algunos sistemas, es necesario más de dos coordenadas retrasadas para revelar la estructura geométrica de

comportamiento, estos sistemas son en su mayoría sistemas de carácter caótico y estocástico.

Existe diversas herramientas para determinar coordenadas de un sistema dinámico, entre ellas la más común es un teorema geométrico, denominado teorema de ***"Inserción"***, el cual garantiza el número mínimo de dimensiones (coordenadas) necesarias para describir la evolución del sistema, en especial para sistemas caóticos, o de más de tres dimensiones, pero no descarta a los sistemas cuya estructura queda completamente revelada con dos dimensiones (caso que ocupa el presente TEG), pues aquellos sistemas en los que se agregan más coordenadas de las necesarias, no revelan nuevas pautas sobre su comportamiento.

El teorema de inserción establece que para un sistema dinámico en un espacio de fases X , el cual se asume que sea un espacio vectorial de dimensión finita, dado por un operador en la evolución $\varphi : X \to X$ y una función $f : X \to \Re$; se definen los mapas de reconstrucción $Mr_k : X \to \Re^k$ por $Mr_k(x) = \left(f(x), f(\varphi(x)), \cdots, f\left(\varphi^{k-1}(x)\right)\right) \in \Re^k$. Además, el teorema establece que pares genéricos (φ, f), Mr_k define una inserción de X en $\Re^k$ en donde $k \geq 2d$. Esto significa que para una k el estado x se determina completamente por Mr_k [16].

Ahora bien, hallar la dimensión k donde se encuentra insertado el estado de fases representa otro problema, pues no se puede determinar de manera directa, se debe determinar la dimensión *d* o dimensión del atractor, y mediante el teorema de inserción ($k \geq 2d$) establecer la dimensión de inserción. Existen diversas metodologías para estimar *d*, desde métodos matemáticos y estadísticos, como el método de falsos vecinos, el cual verifica que realmente los valores estén dados por proximidad, y no se encuentren cerca debido a una proyección del verdadero espacio de fases, la integral de correlación de Grassberger-Procaccia [13], la cual mide la correlación espacial entre puntos en una dimensión reconstruida dada, y la

Entropía de Kolmogorov [14], que establece una medida de "orden" en el espacio reconstruido, hasta metodologías algorítmicas. Una de estas metodologías, propuesta por Farmer, Packard y Shaw [4], consiste en el "contado de cajas (box-counting)", este test permite conocer la dimensión del atractor (*d*). El método opera de la siguiente forma:

Sea N el número de cajas de lado *s* que recubren la muestra, sea n el número de cajas de N que contienen parte de la muestra, y N(*n*), la función que describe el número de cajas mínimo que contiene a la muestra F, la dimensión por conteo de cajas se define como: $d(F)= -\lim \to \infty \frac{\mathrm{Log}(N(n))}{\mathrm{Log}(1/s)}$

Al calcular esta dimensión, se puede obtener por teorema de inserción, la dimensión k para representar el estado de fases [17]. En las siguientes gráficas se observa, a modo de ejemplo, el espacio de fases, proyectado y real, que representa los latidos del corazón de una cucaracha americana, y el diagrama de fases obtenido para la tasa de interés activa de Venezuela (ver figura Nº 2 y 3)

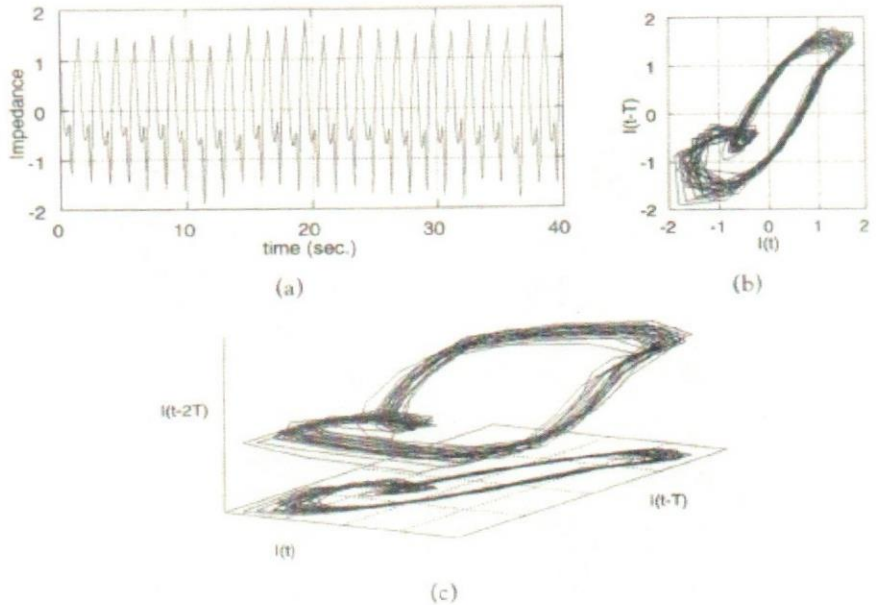

Figura 2: a) Secuencia de latidos del corazón de una cucaracha americana. B) Proyección del espacio de fases del sistema. c) Verdadero espacio de fases reconstruido del sistema. Fuente: [22].

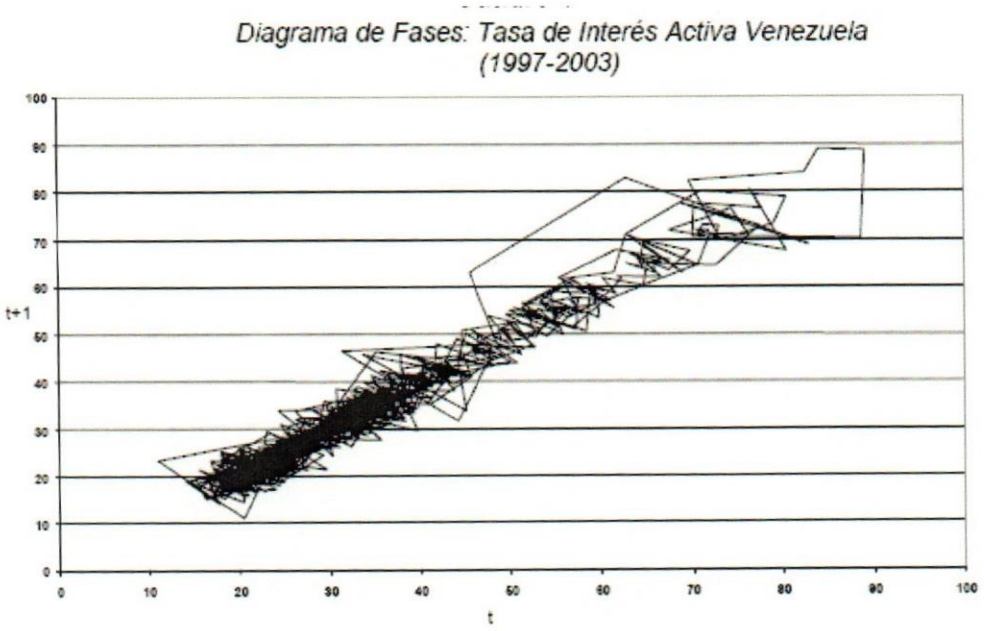

Figura 3: Diagrama de fases Tasa de Interés Activa de Venezuela (1997-2003). Fuente: Datos: Banco Central de Venezuela. Figura: [19].

II.2.2 ELECCIÓN DEL TIEMPO DE RETRASO

El teorema de inserción no explica cómo elegir el tiempo de retraso para la construcción del espacio de Fases. Esto permite en principio elegir cualquier tiempo T de retraso, no obstante, existen ciertas reglas que permiten tener alguna prescripción para elegir T, a saber:

- Éste debe ser un múltiplo del tiempo de muestreo, dado que solamente se tiene datos en estos tiempos.

- Si el tiempo de retraso es muy corto, las coordenadas que se buscan para reconstruir el espacio de fases no serán lo suficientemente independientes, no se habrá dejado suficiente tiempo para que el sistema evolucione.

La evolución temporal de un sistema dinámico puede desarrollarse de manera continua o discreta en el tiempo, en el primero se habla de un flujo, en el segundo de una aplicación, un péndulo se mueve constantemente de

un estado a otro, y por ello se describe por un flujo continuo, el intervalo de tiempo entre gotas que caen de un grifo que gotea se explican de modo más natural mediante una aplicación discreta.

Una vez determinado el espacio de fases del sistema, se puede observar y determinar en el mismo la presencia de atractores, o tendencias del comportamiento del sistema.

II.2.3 ATRACTORES

El comportamiento de los sistemas dinámicos es, en su gran mayoría, difícil de expresar mediante una solución explicita, el espacio de fases proporciona, no obstante, una herramienta poderosa para describir el comportamiento de éstos. La utilidad de la imagen que así se obtiene reside en la posibilidad de representar el comportamiento de una manera geométrica, por ejemplo, un péndulo con roce termina por detenerse, lo que significa que el sistema tiende hacia un punto del espacio de fases, el cual permanece fijo, y por atraer a los valores de la variable que se mide (posición y/o velocidad, denominadas órbitas), recibe el nombre de atractor, un atractor es definido matemáticamente de la siguiente forma:

"Si $x = f(x)$ es un sistema en R^n, un conjunto *A* en R^n se dice que es invariante si toda trayectoria solución del sistema que pasa por un punto $x_0 \in A$, verifica que toda la trayectoria está contenida en *A*". Un conjunto cerrado invariante *A* es un atractor si:

1. Existe un entorno abierto U de A tal que toda trayectoria {x(t)} con punto inicial en U verifica que tiende asintóticamente a *A*, $x(t) \rightarrow A$, cuando $t \rightarrow \infty$ (i.e. $d(x(t), A) \rightarrow 0$).

2. *A* atrae un subconjunto abierto de condiciones iniciales, pertenecientes al conjunto de todas las posibles condiciones iniciales del sistema.

3. *A* es mínimo, no existe subconjunto propio de *A* que satisfaga las condiciones 1. y 2. anteriores". [5]

A modo de ejemplo, cualquier punto de equilibrio asintóticamente estable es un atractor.

Al analizar las estructuras de los sistemas dinámicos, se han encontrado tres tipos de sistemas, clasificados según el atractor que lo caracteriza:

1. **Sistemas de series convergentes:** es aquel sistema el cual tiende a mostrar un comportamiento estable en el tiempo, es decir, tiende hacia un valor determinado, estable y constante. Estos sistemas son caracterizados por un atractor de punto (ver figura Nº 4), el cual es un punto al que se aproximan las trayectorias temporales. Es el equilibrio al que tiende el sistema.

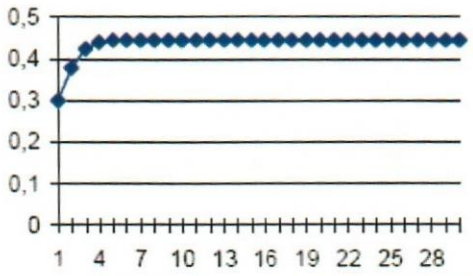

Figura 4: Ejemplo de un atractor de punto fijo.
Fuente: Elaboración propia.

2. **Sistemas de series de ciclo límite:** es aquel sistema en el cual existen dos o más puntos periódicos en el tiempo, éste tiende a fluctuar entre un conjunto pequeño y determinado de valores, está caracterizado por un atractor denominado "ciclo límite", el cual muestra una dinámica cuya gráfica se observa como oscilaciones (ver figura Nº 5), manifestando los máximos y mínimos a los que arriba el sistema en el tiempo.

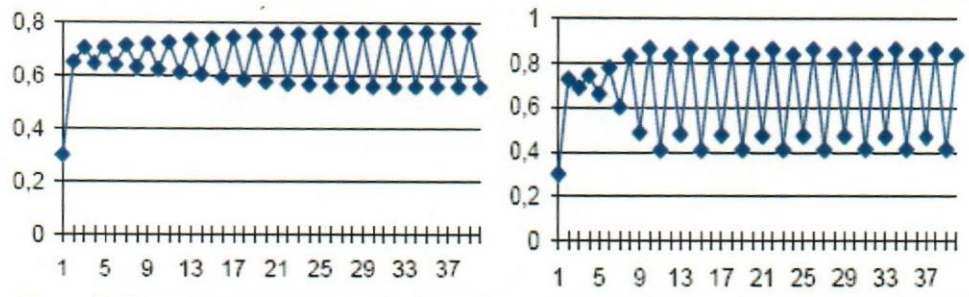

Figura 5: Ejemplo de un atractor de ciclo límite; a la izquierda, un ciclo límite que fluctúa entre dos valores, a la derecha, un ciclo límite que fluctúa entre cuatro valores. Fuente: Elaboración propia.

3. **Sistemas de series inestables (caóticas):** es aquel sistema en el cual un comportamiento estable en el tiempo es imposible de alcanzar y/o pronosticar (ver figura Nº 6), pues el sistema fluctúa constantemente entre miles de valores posibles, y es altamente sensible a las condiciones iniciales, es caracterizado por un atractor denominado "extraño", por su parte, estos atractores son una porción del espacio en la cual queda circunscrito la evolución del sistema, pero donde ninguno de los puntos se vuelven a presentar, por lo que su gráfica muestra formas diversas o extrañas (ver figura Nº 7). Éstos generan flujos contrayendo el volumen en ciertas direcciones y expandiéndolo en otras. Sus propiedades son básicamente tres:

- No pueden descomponerse en porciones menores.

- Existe una notable irregularidad en la estructura física o dimensión del atractor, por lo que tiene una dimensión no entera, violando, por ejemplo, las leyes del espacio euclidiano.

- Son altamente sensibles a las condiciones iniciales del sistema

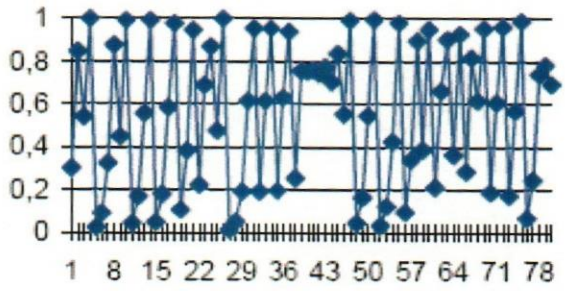

Figura 6: Ejemplo de un atractor extraño; Obsérvese el patrón irregular e impredecible del sistema.
Fuente: Elaboración propia.

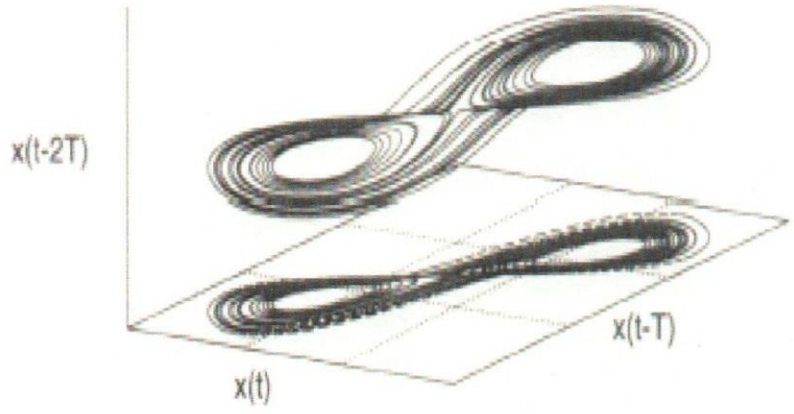

Figura 7: Ejemplo de un atractor extraño, en este caso, el diagrama de Fases muestra el atractor de Lorenz[], generado por ecuaciones diferenciales de un modelo climático.
Fuente: [22]

II.2.4 ÓRBITAS

Las órbitas son todos aquellos valores de la variable medida que se presentan en la evolución del sistema en el tiempo, y el conjunto de órbitas iniciales que conducen a un sistema hacia cierto atractor se denomina cuenca de atracción.

II.3 PREDICCIÓN

El modelado del sistema depende de la serie temporal generada que se observa experimentalmente, la cual es proporcionada por la reconstrucción del espacio de fases. En el caso de sistemas deterministas de poca dimensión, hay una estructura comprensible en el espacio de fases, que puede detectarse y por tanto modelarse, el problema se produce cuando, aunque se proceda a la reconstrucción, no se identifica ninguna figura simple que se pueda modelar, esto ocurre generalmente en sistemas de muchos grados de libertad (caóticos), en cambio en los sistemas deterministas, los puntos próximos permanecen cercanos con la evolución temporal, la medición proporciona cierta cantidad de información que se conserva en el tiempo. Este es, precisamente, el sentido en el que tales sistemas pueden denominarse predecibles, las condiciones iniciales contienen información que puede usarse para predecir el comportamiento futuro, los sistemas predecibles no son especialmente sensibles a las condiciones iniciales.

Cabe destacar que es labor del investigador el reconstruir el atractor del sistema a partir de unos datos limitados, ello no siempre es posible, si el mismo es demasiado complicado, siempre hay información que se pierde, pero en el caso de sistemas de series convergentes y de ciclo límite, sí se puede reconstruir la dinámica del sistema a partir de un número reducido de datos y hacer predicciones sobre su comportamiento.

II.4 CARACTERIZACIÓN

Tradicionalmente se ha pensado que el comportamiento complejo de las series temporales estaba ocasionado por la complejidad del sistema subyacente, bien sea debido al gran número de variables que interactúan en el mismo, o bien debido a algún tipo de desconocimiento o falta de información que hace necesario el modelado mediante variables aleatorias.

Sin embargo, la dinámica caótica ha puesto de manifiesto que sistemas simples pueden también producir series temporales que parecen complicadas, y sistemas que en apariencia exhiben aleatoriedad, muestran series temporales simples. Estos dos extremos requieren diferentes técnicas y, por tanto, el éxito de la predicción depende de a qué grupo pertenece el sistema (convergente, ciclo límite o caótico). Por tanto será fundamental caracterizar a qué tipo pertenece el sistema generador de la serie objeto de estudio y será primordial la utilización de métodos que caractericen las propiedades esenciales.

CAPÍTULO III. ANTECEDENTES HISTÓRICOS

En la década de 1970 se fue consolidando una incipiente ciencia, el Caos, o dinámica no lineal de sistemas, cuyos primeros pasos datan del año 1963, cuando Edward Lorenz, meteorólogo del M.I.T. (Massachussets Institute of Technology) diera a conocer un curioso modelo climático que posteriormente fascinaría a muchos físicos por su extraño comportamiento [18].

No obstante, las raíces de esta teoría son anteriores a esas fechas, ya por los años 1890, Henry Poincaré introduce un método geométrico para el estudio de la interacción de tres cuerpos planetarios, y por vez primera, notó la existencia de sistemas dinámicos deterministas que mostraban órbitas no-periódicas muy sensibles a las condiciones iniciales de análisis, Poincaré sentó las bases matemáticas de lo que luego sería la dinámica no lineal de sistemas.

En 1971, Ruelle y Takens propusieron una nueva teoría para la aparición de turbulencia en fluidos, basados en ciertas consideraciones de la Teoría del Caos, simultáneamente, Benoit Mandelbrot, un Ingeniero de IBM, encontró características caóticas al estudiar ciertos circuitos pertenecientes a ésta compañía.

En 1976, R, M. May encontró ejemplos de caos al estudiar una dinámica de poblaciones biológicas, mediante una ecuación discreta denominada actualmente ecuación logística [16], mediante ésta, demostró ciertos comportamientos de crecimiento y decrecimiento poblacional, sometida a una variable (cantidad de individuos) y un parámetro (cantidad de alimento disponible).

En la década de los 80 y 90, la teoría del caos toma un nuevo rumbo, cuando se comienza a encontrar patrones caóticos y periódicos en sistemas tan dispares como el precio de las acciones de la bolsa [19] [20] [21], los latidos del corazón, o la actividad neuronal en el cerebro humano, incluso en

1993 , la compañía Whirlpool diseñó y lanzó al mercado una lavadora de ropa cuyo sistema de movimiento y de flujo era diseñado a partir de la teoría del caos, asegurando que los movimientos aleatorios de la máquina creaban una turbulencia capaz de dejar la ropa más limpia.

Con estos importantes hallazgos de patrones de comportamiento en sistemas que en apariencia eran aleatorios, se comienza a introducir cada vez más este tipo de estudios en el ámbito de la ingeniería, en E.E.U.U, los administradores de programas de investigación en el ejército, la C.I.A, y el ministerio de Energía han dedicado presupuestos cada vez mas cuantiosos al estudio del Caos [20].

Desde el punto de vista de Ingeniería, y en general de las ciencias aplicadas, la teoría del Caos ha de ser entendida como una nueva herramienta de análisis que permite al técnico afrontar problemas hasta ahora inabordables o con resultados de difícil análisis por la estadística.

Debido a las excelentes aplicaciones que han mostrado esta teoría en el análisis de datos para ingeniería, tales como control de vibraciones en brazos mecánicos de plantas ensambladoras de partes y piezas [22] (ver anexo IV), y aumento de la exactitud del portaherramientas de máquinas de control numérico (ver anexo III) [8], entre otras, y al novedoso aporte de esta ciencia al estudio de sistemas dinámicos, ésta es el centro de atención del presente TEG.

CAPÍTULO IV. MARCO METODOLÓGICO

La metodología utilizada en el desarrollo del presente TEG a fin de cumplir con los objetivos planteados es la siguiente:

1. **Antecedentes experimentales.**

2. **Compilación de los datos obtenidos de la máquina, estructuración de la Serie Temporal.**

3. **Modelado**

   - Tipo de modelado a utilizar.

   - Reconstrucción del Espacio de Fases de la siguiente forma:

     - Elección del tiempo de retraso para cada tipo de experimento realizado.

     - Determinación cuantitativa del número de Coordenadas necesarias para reconstruir el Espacio de Fases.

     - Graficación del Espacio de Fases en el número de dimensiones determinado anteriormente.

4. **Caracterización.**

   - Clasificación del sistema de acuerdo al Espacio de Fases hallado en el modelo.

   - Descripción de sus propiedades básicas según el tipo de sistema.

   - Descripción de las características temporales del sistema.

5. Predicción.

➢ Ajuste del Espacio de Fases a la función numérica con mejor coeficiente de correlación.

➢ Utilización de la función hallada como ecuación iterativa (en diferencias), para establecer la tendencia del comportamiento del sistema.

- Hallar el/los valores numéricos del atractor.

➢ Graficación del sistema modelado, en función del atractor hallado iterativamente, esto establece el punto de estabilidad de la ecuación que marca el comportamiento del sistema.

➢ Generar alternativas de predicción, realizar los procedimientos anteriores con menor cantidad de data experimental.

- Realizar las pruebas con 30%, 40%, 50%, 60%, 70%, etc., de la data experimental.

- Obtención de los errores incurridos al truncar la cantidad de data experimental.

- Establecer nivel de error dispuesto a tolerar.

- En función del error tolerable, decidir la alternativa de predicción para obtener resultados certeros sobre la estabilidad de las ecuaciones generadas con la máquina.

IV.1 ANTECEDENTES EXPERIMENTALES

El personal de laboratorio del Wood Machining and Tooling Research Program, perteneciente a la Universidad de Carolina Del Norte, realizó los experimentos utilizados para el presente TEG, de acuerdo a ciertas premisas establecidas por ellos, y con el equipo necesario (ver anexo I, equipo utilizado en la experimentación), para obtener todos los valores a medir, el diseño experimental fue el siguiente:

1. La orientación del lijado fue siempre paralela al grano de la lija.

2. Dos variables fueron medidas en los experimentos, la tasa de remoción de material (variable principal), y temperatura de superficie de lijado (variable de control), por medio de una cámara infrarroja (ver anexo I, equipo utilizado en la experimentación).

3. La tasa de material removido fue determinada pesando la pieza de madera utilizada, antes y después de cada secuencia de maquinado, y obteniendo la diferencia (*peso antes – peso después*).

4. Cada secuencia de maquinado tuvo una duración de seis minutos.

5. La temperatura fue medida usando la cámara de visión infrarroja cada seis minutos (ver apéndice I, equipo utilizado en la experimentación).

6. Para alcanzar los objetivos del estudio, dos tipos de experimentos fueron diseñados, con Madera Maple, y con compuesto MDF, cada uno fue puesto en marcha hasta que la tasa de remoción de material deja de ser significativa (esto fue definido por el equipo investigador como el momento en que la tasa de remoción cae en un 85% de su valor inicial).

Una vez obtenidos los valores de las secuencias de maquinado, el equipo realizó un análisis estadístico de los resultados, graficando las variables de estudio, y ajustando los datos mediante curvas de regresión que

pudieran mostrar la tendencia de comportamiento de la máquina. Las curvas fueron ajustadas a polinomios de grado 2 o superior, donde el equipo investigador esperaba encontrar que las curvas construidas tendieran a una línea paralela al eje de valores "Y", tanto para la variable tasa de remoción de material, como para la variable cantidad de material removido acumulado (ver figuras 8 y 9, curvas de tendencia de los valores experimentales).

Sin embargo, los resultados del ajuste no fueron satisfactorios para el equipo, pues la intención del ajuste era encontrar el punto en el cual el lijado deja de ser efectivo, para pasar a convertirse en una línea recta, y en ninguno de los casos estudiados se encontró un punto satisfactorio para detener el lijado y reemplazar las correas.

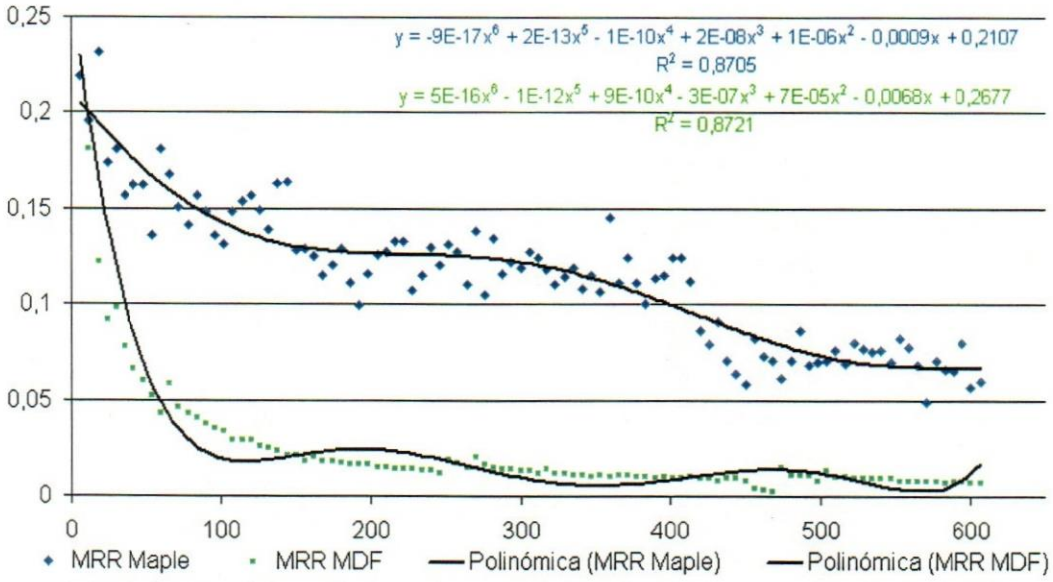

Figura 8: Curvas de ajuste obtenidas para las variables MRR Maple, y MRR MDF. Fuente: Personal del Laboratorio de Wood Machining and Tooling Research Program, Universidad de Carolina del Norte.

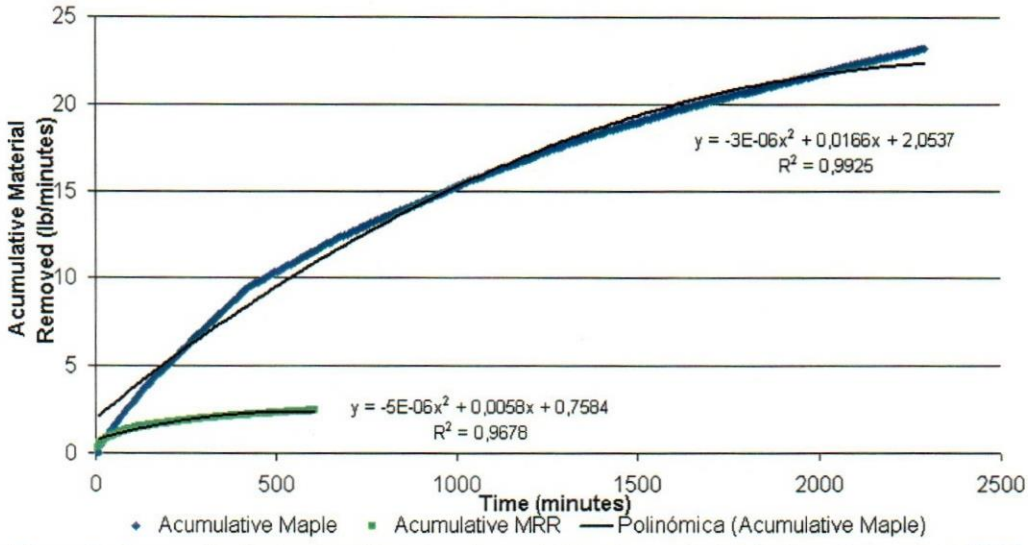

Figura 9: Curvas de ajuste obtenidas para las variables Acumulado Maple, y Acumulado MDF. Fuente: Personal de Laboratorio del Wood Machining and Tooling Research Program, Universidad de Carolina del Norte.

A pesar de que los resultados obtenidos mediante las curvas de tendencia no fueron satisfactorios para el equipo, son de gran importancia para acometer el estudio realizado en el presente TEG, pues estas gráficas muestran que los datos tienen una tendencia definida, sin llegar a estabilizarse, este indicio es suficiente para afirmar a priori, que la data extraída de los experimentos no es de tipo caótico, lo cual indica que los únicos posibles atractores que se pueden hallar para este sistema son de dos tipos, de punto fijo, ó de ciclo límite.

Estos resultados estadísticos son de gran utilidad para este tipo de experimentos, pues al no encontrarse el ajuste satisfactorio, pero sin embargo mostrar una tendencia definida, permite abordar el sistema mediante un estudio de dinámica no lineal, y con éste, demostrar que, aunque la data no se muestra determinística, el sistema sí lo es, y es posible hallar puntos de estabilidad en él.

IV.2 COMPILACIÓN DE LOS DATOS EXPERIMENTALES

Los datos a utilizar fueron extraídos de experimentos realizados por el personal de laboratorio de la Universidad de Carolina del Norte sobre la máquina de control numérico de lijado.

Los datos fueron estructurados en una tabla en Microsoft Excel®, colocando cada resultado experimental, asociado al tiempo de experimentación, es importante la asociación de la variable medida en función del tiempo, pues esto determina que la compilación de los datos fue realizada como una serie temporal estructurada. En la tabla N° 1 (ver tabla N° 1) se coloca una muestra de cómo se estructuran los datos experimentales obtenidos.

	Maple		MFD	
Tiempo	MRR (Lbs/min)	Cumulative	MRR (Lbs/min)	Cumulative
6	0,219	0	0,334	0,334
12	0,196	0,415	0,181	0,515
18	0,231	0,646	0,122	0,637
24	0,174	0,82	0,092	0,729
30	0,181	1,001	0,098	0,827
36	0,157	1,158	0,078	0,905
42	0,162	1,32	0,066	0,971
48	0,162	1,482	0,06	1,031
54	0,136	1,618	0,052	1,083
.	.	.	.	.
.	.	.	.	.
.	.	.	.	.
.	.	.	.	.

Tabla 1: Estructura de los datos experimentales obtenidos.
Fuente: Modificada por el autor

IV.3 MODELADO

Una vez compilada la información a utilizar, se procedió a determinar el tipo de modelo a utilizar. En este capítulo se muestra, a modo de ejemplo, los resultados y procedimientos seguidos con uno de los experimentos, específicamente el experimento con madera Maple y tasa de remoción MRR

(Lbs/min) (Para ver los resultados y gráficas obtenidos de los restantes experimentos, ver apéndice I).

IV.3.1 TIPO DE MODELO A UTILIZAR

Los datos suministrados son medidos discretamente en el tiempo, siendo estas mediciones tomadas cada seis minutos, principalmente por esta razón se selecciona el modelado de series de tiempo discretas, mediante la reconstrucción de espacio de fases y ajuste de una función iterativa, que determine el comportamiento de la variable medida experimentalmente mediante la introducción de una condición de inicio.

IV.3.2 RECONSTRUCCIÓN DEL ESPACIO DE FASES

Para la reconstrucción del espacio de fases es imprescindible conocer dos elementos principales, el tiempo de retraso a utilizar y el número de coordenadas (dimensiones) necesarias para conocer la dinámica del sistema.

IV.3.2.1 ELECCIÓN DEL TIEMPO DE RETRASO

Basados en las premisas establecidas en anteriores capítulos del presente TEG, con relación a los tiempos de retraso (véase capítulo III), y considerando que los experimentos fueron realizados previamente, con un tiempo establecido (6 minutos), la selección del tiempo de retraso, debe ser un múltiplo de los tiempos de muestreo, independientemente para cada tipo de experimento, éstos han sido seleccionados realizando pruebas de ajuste con la data experimental, se estableció a priori un desfase en tiempo, se construyeron los espacios de fases basados en ese retraso, se realizó el ajuste del espacio a una función mediante el método de mínimos cuadrados, verificando que la función permita el mejor ajuste, y con esta función se realizó la predicción de los resultados experimentales, verificando que la solución obtenida sea la que mejor se ajusta en cada uno de los casos. En la

tabla Nº 2 se coloca los múltiplos utilizados para cada caso experimental luego de las pruebas efectuadas (ver tabla Nº 2).

tipo de experimento	Tiempo de Desfase seleccionado (múltiplo)	Desfase entre observaciones (min)
maple (Lbs/min.)	1	6
maple (cumulative.)	1	6
MDF (Lbs/min.)	3	18
MDF (cumulative.)	1	6

Tabla 2: Tiempos de desfase seleccionados para cada variable medida. Fuente: Elaboración propia.

IV.3.2.2 DETERMINACIÓN DE COORDENADAS PARA ESPACIO DE FASES

A fin de determinar la cantidad de coordenadas necesarias en la descripción de la evolución del sistema, existen varios métodos, desde los matemáticos puros, como el método de falsos vecinos, el cual verifica que realmente los valores estén dados por proximidad, y no se encuentren cerca debido a una proyección del verdadero espacio de Fases, y la integral de correlación de Grassberger-Procaccia [13], que mide la correlación espacial entre puntos en una dimensión reconstruida dada, existen métodos estadísticos, como el de Entropía de Kolmogorov [14], y a su vez, existe uno, propuesto por Farmer, Packard y Shaw [4], el cual, por ser de carácter algorítmico, y mucho más sencillo que las aplicaciones matemáticas antes expuestas, se utilizará en el presente TEG.

El método para calcular la dimensión es denominado "contado de cajas" (box counting), y consiste en buscar una región que contenga todo el atractor y dividirla en cuadrados de lado *s* (otros autores proponen la división en círculos de radio *s*), y contar el número de cuadrados que contienen una cantidad de datos de la serie, se llama N a dicho número. Se repite el procedimiento utilizando cuadrados de lado *s* más pequeño, e involucra representar primero en un espacio de dimensión dos los pares (X_t, X_{t+1}), luego

las ternas (X_t,X_{t+1},X_{t+2}), etc., hasta encontrar la dimensión adecuada del espacio, al separar de esta manera en cajas, sí el sistema es aleatorio puro, o si el sistema no ha alcanzado el número necesario de dimensiones para describirlo, se mostrará con cantidades semejantes de datos dentro de cada caja en que se divida (es decir, se mostrarán los datos como si fueran Independientes, Idénticamente Distribuidos (IID)), en cambio, si al separar las "cajas", el sistema muestra concentración de una cantidad de puntos dentro de una(s) caja(s), entonces se procede a calcular un número que representa la dimensión del atractor (*d*). Esto representa el grado de ocupación del atractor.

Un buen ejemplo que describe este tipo de metodología puede encontrarse en Berruti [8], donde se supone un programa de computadora que genera números aleatorios independientes e idénticamente distribuidos (IID), uniformemente en el intervalo [0,1]. Al generar una serie suficientemente grande de X_t la pregunta relevante es si la serie llena todo el intervalo [0,1] o si tiende a agruparse en algunos puntos del mismo. Si la primera parte de la pregunta es correcta, se puede concluir que el atractor de la serie tiene dimensión ≥ 1.

Si ahora se considera la serie $\{X_t, X_{t+1}\}$ y se comprueba que completa el cuadrado unitario $[0,1]^2$, se dice que el atractor de la serie X_t tiene dimensión ≥ 2.

En general, si la serie del vector $k= \{X_t,X_{t+1},\ldots,X_{t+m}\}$, de m-historias, llena el cubo m-dimensional $[0,1]^m$, se dice que tiene dimensión $\geq m$. Por lo tanto, un buen generador de números aleatorios debería poder llenar el cubo *m*-dimensional para cualquier valor de *m*. Por ello, para verificar si una serie es generada por un sistema determinístico de dimensión baja, se debe comprobar que las *m*-historias no llenan el supercubo para un determinado valor de *m* [20].

En la siguiente gráfica se ilustra el ejemplo de los números aleatorios para una dimensión n= 2, y se observa cómo el sistema llena casi por

completo el intervalo [0,1] en ambos ejes (y debería seguir llenándolo para valores de dimensión superiores), sin mostrar ninguna pauta sobre el comportamiento de la variable (ver figura Nº 10).

Diagrama de Fases: Números Aleatorios

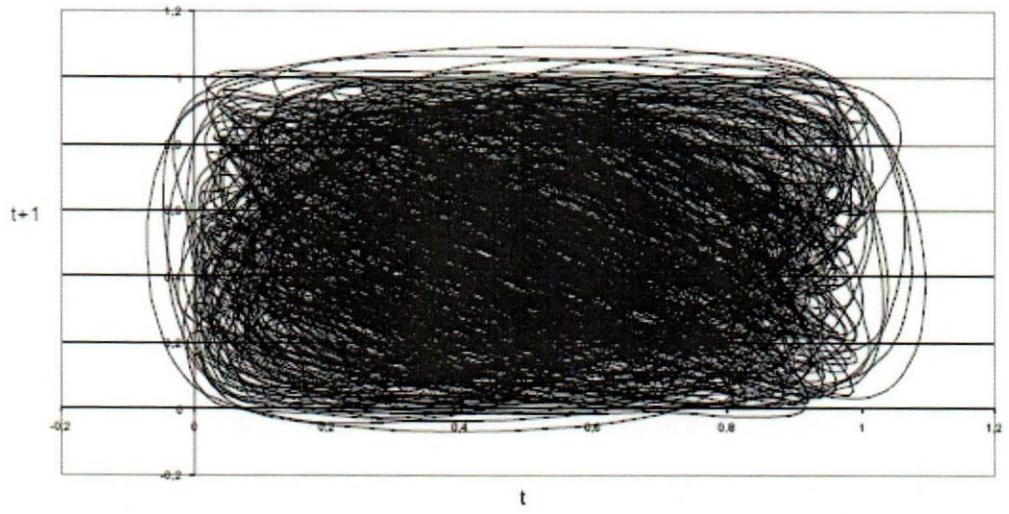

Figura 10: Diagrama de fases en dos dimensiones, para el sistema "números aleatorios" generados en el programa Microsoft Excel®, Fuente: [21].

Para el sistema de lijado en estudio, el análisis por conteo de cajas se realiza de la siguiente forma:

En el capítulo II (ver capítulo II) se describe la metodología matemática que se utiliza para hallar la dimensión del atractor, ahora bien, esta metodología es válida para sistemas que se encuentran bien definidos matemáticamente, en su mayoría, sistemas teóricos, para sistemas reales carece de sentido el proceso de paso al límite, en lugar de ello se calcula una estimación del valor de *d,* por medio de la construcción de tablas, de la siguiente manera:

En el programa Microsoft Excel, se construye una tabla, con dos columnas, la primera de ellas contiene los valores N(*s*), el número de "cajas" que contienen partes de la muestra, entre el número de cajas totales construidas según el valor del lado de cada caja (*s*). La segunda columna contiene el respectivo valor del lado *s* de las cajas construidas.

En la tabla siguiente, se colocan los resultados obtenidos con el experimento "MRR Maple" (ver tabla Nº 3).

Nº total de cajas	Nº de cajas con datos	N(s)	Lado de cajas
4	4	1	0,125
16	9	0,5625	0,0625
64	20	0,3125	0,03125
256	47	0,18359375	0,015625
1024	98	0,09570313	0,0078125

Tabla 3: Conteo de cajas para el experimento MRR Maple.
Fuente: Elaboración propia.

Se repite la tabla anterior, calculando el logaritmo (Log) de cada uno de estos valores. En la tabla siguiente se muestran los resultados del experimento "MRR Maple" (ver tabla Nº 4).

	N(s)	Lado de cajas
Logs	0	-0,90308999
	-0,2498775	-1,20411998
	-0,50515	-1,50514998
	-0,7361421	-1,80617997
	-1,0190739	-2,10720997

Tabla 4: Valores logarítmicos del Conteo de cajas para el experimento MRR Maple.
Fuente: Elaboración propia.

Se grafican los resultados de la tabla calculada anteriormente, obteniéndose una gráfica Log-Log, a la cual se ajusta una línea recta, y se obtiene su ecuación. En la gráfica siguiente se observa la recta obtenida para el experimento "MRR Maple" (ver figura Nº 11).

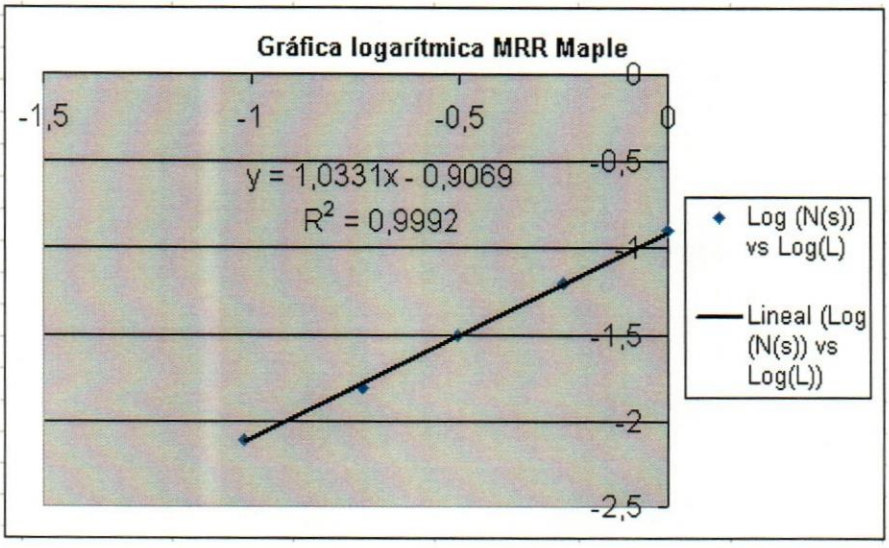

Figura 11: Recta de ajuste de los valores logarítmicos del Conteo de cajas realizado para el experimento MRR Maple
Fuente: Elaboración propia.

La pendiente de la recta obtenida, representa la dimensión *d* del atractor [12].

Para obtener resultados más precisos de la dimensión *d* del atractor, sería recomendable la implementación de un algoritmo que cuente el número de cajas que encierran parte de la muestra, una vez que se insertan los datos en el algoritmo, y que arroje los resultados de la recta de ajuste junto con su gráfica.

Una vez obtenida la dimensión *d* para cada tipo de experimento realizado, y de acuerdo a lo explicado en capítulos anteriores (ver capítulo II), se halla la dimensión de inserción *m,* la cual se asigna siendo $m \geq 2d$, en la tabla siguiente se coloca la dimensión *d* obtenida para cada atractor, y la dimensión de inserción *m* asignada en cada caso (ver tabla Nº 5).

Experimento	Dimensión d	$m \geq 2d$	Dimensión m asignada
MRR Maple	1,033	2,06	2
Acumulado Maple	1,012	2,02	2
MRR MDF	0,815	1,63	2
Acumulado MDF	1,031	2,06	2

Tabla 5: Dimensiones d de los atractores, y m de inserción, obtenidos para cada experimento realizado.
Fuente: Elaboración propia.

Se observa que todas las dimensiones d halladas son cercanas a 1, encontrándose que para una dimensión m= 2 el sistema muestra sus pautas de comportamiento por completo, los valores de dimensión d que son ligeramente superiores a 1 son obtenidos en gran parte, por "ruido blanco" o pequeños errores en la medición, en realidad estos valores son "casi" 1, y es por ello que se asigna la dimensión de inserción m= 2, esto se ve apoyado por dos aspectos del sistema. El primero de ellos son las curvas estadísticas obtenidas con anterioridad, que sugieren la presencia de un sistema estable, y por tanto no caótico, esto implica una dimensión de inserción baja, el segundo aspecto lo aporta el teorema de Poincaré-Bedixon, que dice lo siguiente: "Si n= 2 (número de ecuaciones), los únicos atractores posibles en el espacio de fases son puntos estacionarios o ciclos límites", lo cual se traduce en que no existe dinámica caótica en dimensiones $m \leq 2$ [15],en el caso de la máquina en estudio, el número de variables a medir es una (1), y por tanto sólo se podría obtener una ecuación de comportamiento, lo cual da indicios de que las únicas dimensiones de inserción posibles para representar el espacio de fases es uno (1), o dos (2).

IV.3.2.3 GRAFICADO DEL ESPACIO DE FASES

Una vez establecido que el número de coordenadas necesarias para la reconstrucción de la dinámica del sistema en todos los experimentos es dos (espacio bidimensional), se grafica el espacio de fases correspondiente a cada tipo de experimento, con ayuda del programa Microsoft Excel®, el tipo

de gráfica a utilizar es de diagrama de dispersión, con pares ordenados de valores (X_t,X_{t+1}), donde X_t representa la variable independiente o de inicio, y X_{t+1}, representa la variable dependiente (es decir, si se tiene un valor de X_t, obtener el valor X_{t+1}), en la siguiente gráfica se observa el diagrama de fases obtenido para el experimento "MRR Maple" (ver figura N° 12).

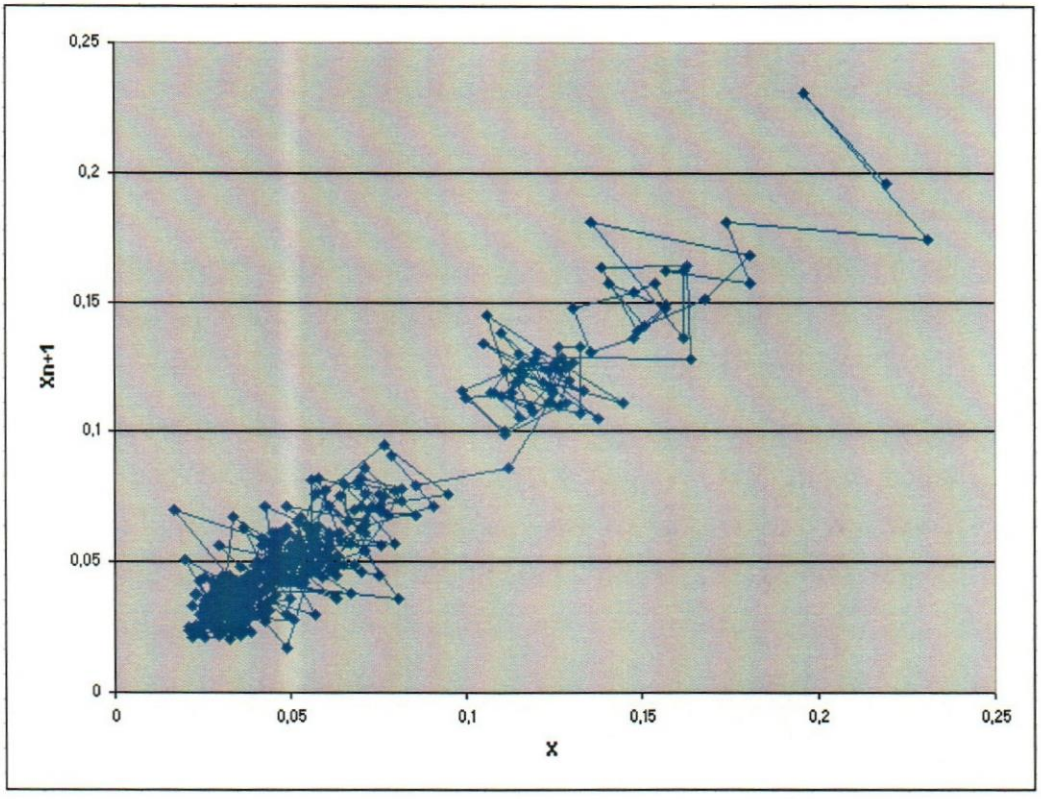

Figura 12: Diagrama de Fases, Variable; MRR Maple.
Fuente: Elaboración propia.

IV.4 CARACTERIZACIÓN

IV.4.1 CLASIFICACIÓN DEL SISTEMA

En todos los tipos de experimentos realizados se tiene medición de una sola variable, y la configuración del espacio de fases es bidimensional, con tendencia a agrupar los valores obtenidos alrededor de un punto, por estas razones, el sistema es calificado, a priori, como un sistema de serie convergente, sujeto a comprobación una vez hallado el/los valores del

atractor que lo caracteriza, es primordial establecer a priori el tipo de sistema, pues basado en ello, se hace el proceso de predicción, utilizando la ecuación iterativa y se comprueba si efectivamente, la elección del tipo de sistema fue correcta.

IV.4.2 DESCRIPCIÓN DE PROPIEDADES BÁSICAS DEL SISTEMA

La máquina de control numérico en estudio, descrita en sus aspectos básicos por el espacio de fases hallado, ya que éste es bidimensional, se puede caracterizar por una sola ecuación de comportamiento, donde el sistema es de tipo débil, por desconocerse en su gran mayoría, características y/o propiedades matemáticas de su comportamiento, y por contar con gran cantidad de valores experimentales, al tener una sola ecuación de comportamiento, y basados en el teorema de Poincaré-Bedixon [15], se establece que los únicos posibles tipos de atractores son de punto fijo o de ciclo límite. De esto se infiere que el comportamiento de la máquina puede ser de dos tipos, oscilatorio en pequeños valores, o con tendencia a estabilizarse en un punto.

IV.4.3 DESCRIPCIÓN DE CARACTERÍSTICAS TEMPORALES DEL SISTEMA

Basado en las propiedades del sistema, y en resultados previos arrojados por las curvas estadísticas de tendencia (ver capítulo IV) se deduce que el comportamiento temporal de la máquina, en función de las ecuaciones que se puedan derivar de su comportamiento, es de estabilidad, la cual puede presentarse de dos maneras, estabilidad con periodos oscilatorios pequeños entre dos, cuatro o seis valores, describiendo una curva de "dientes de sierra", o estabilidad en torno a un único valor fijo, describiendo una curva que tiende a ser paralela al eje de valores "x".

IV.5 PREDICCIÓN

IV.5.1 AJUSTE NUMÉRICO DEL ESPACIO DE FASES

Con el espacio de fases completamente definido, se procedió a ajustar el mismo a una función matemática, utilizando el método estadístico de mínimos cuadrados, el cual viene incorporado al programa Microsoft Excel®, éste método permite ajustar datos de una gráfica, a un tipo de curva específico, y proporciona el valor de ajuste de la curva a los datos (valor R^2, mientras más cercano se encuentre este valor a uno, mejor es el ajuste de la curva).

En la siguiente gráfica se muestra el ajuste realizado para el experimento "MRR Maple", obsérvese la ecuación obtenida y el valor del ajuste (R^2) para este experimento (ver figura Nº 13).

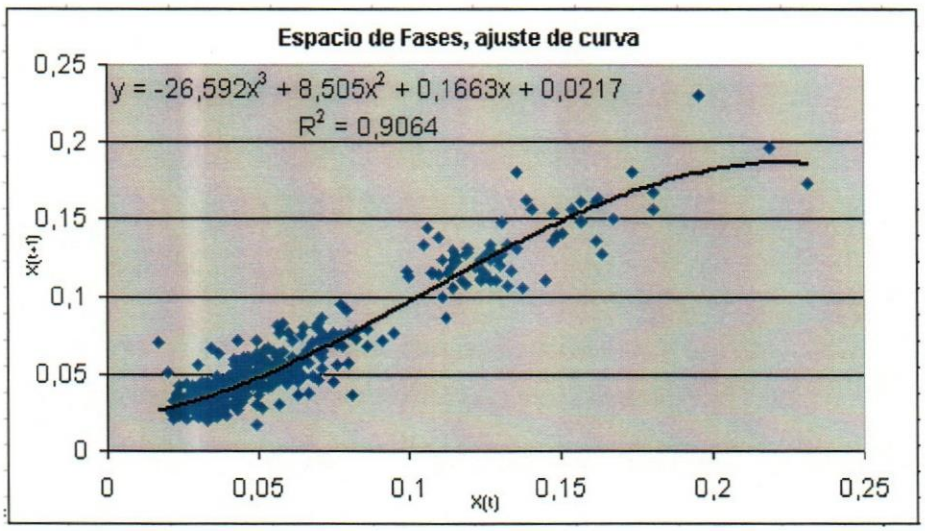

Figura 13: Diagrama de Fases con curva de ajuste. Variable; MRR Maple.
Fuente: Elaboración propia.

Para cada experimento realizado se obtuvo la ecuación, y su valor de ajuste, en la siguiente tabla se colocan los valores obtenidos (ver tabla Nº 6).

Experimento	Curva obtenida	Ajuste R^2
MRR Maple	$X_{(t+1)}$= -26,592x^3+8,505x^2+0,1663x+0,0217	0,9064
Acumulado Maple	$X_{(t+1)}$= 0,9939x+0,1531	1
MRR MDF	$X_{(t+1)}$= 0,1534x^3-1,731x^2+0,8312x+0,0019	0,9708
Acumulado MDF	$X_{(t+1)}$= -0,0228x^3+0,1471x^2+0,6717x+0,2628	0,9999

Tabla 6: ecuaciones de ajuste y valores R^2, obtenidos para cada experimento realizado. Fuente: Elaboración propia.

Estas curvas de ajuste son de gran importancia, pues permiten dar el paso a la predicción de estabilidad con ecuaciones que describan el sistema y comprobar los supuestos asumidos en anteriores etapas de este capítulo.

IV.5.2 UTILIZACIÓN DE LAS FUNCIONES HALLADAS COMO ECUACIONES ITERATIVAS (EN DIFERENCIAS)

Las ecuaciones encontradas en los respectivos espacios de fases de cada experimento, son funciones que, dado un valor de X (X_t), calcula el valor siguiente de la misma variable (X_{t+1}) para tiempos discretos *t*, es por ello que éstas son denominadas ecuaciones en diferencias.

A su vez, las ecuaciones en diferencias permiten hallar el/los valores de el/los atractores del sistema, en caso de que se trate de sistemas convergentes o de ciclo límite, es decir, las iteraciones de las ecuaciones arrojan el/los valores de estabilidad a los que tiende el sistema en el tiempo.

La gran importancia de estas ecuaciones es la posibilidad de que una vez obtenidas, basta con colocar una condición de inicio (en este caso sería el primer valor que se mide al arrancar la máquina), para obtener los valores subsecuentes, hasta llegar a puntos de estabilidad.

En las siguientes páginas se describe la metodología y utilidad encontrada para la ecuación en diferencias perteneciente al experimento "MRR Maple".

Se establece la condición de entrada, o valor inicial que toma la variable "MRR Maple", en este caso el valor es de 0,219 Lb./min. El siguiente paso es introducir ese valor como valor de "X" en la ecuación hallada ($X_{(t+1)}$= -26,592x^3+8,505x^2+0,1663x+0,0217), el resultado arrojado ($X_{(t+1)}$) se vuelve a introducir en la ecuación, y así sucesivamente, obteniéndose iteraciones de la ecuación original, donde el último resultado (output) es introducido nuevamente (input). En la siguiente tabla se observa el procedimiento realizado para el experimento "MRR Maple" (ver tabla Nº 7).

Obsérvese en ella el cuadro azul, que representa el primer valor de entrada, o condición de inicio, y cómo a partir de la iteración 105 el sistema converge a un único valor, que al ser introducido nuevamente, vuelve a arrojar el mismo número, en este caso x = 0,040935205 Lbs./min.

Nº de iteración	Valor de entrada	Valor de salida(arrojado por la ecuación)
1	0,219	0,186720023
2	0,186720023	0,176162374
3	0,176162374	0,169557769
4	0,169557769	0,16478525
5	0,16478525	0,161061298
6	0,161061298	0,158007809
7	0,158007809	0,155413809
8	0,155413809	0,153149909
9	0,153149909	0,151131187
10	0,151131187	0,149298937
11	0,149298937	0,147610839
12	0,147610839	0,146035291
13	0,146035291	0,144547956
14	0,144547956	0,143129556
15	0,143129556	0,141764415
16	0,141764415	0,140439457
17	0,140439457	0,139143501
18	0,139143501	0,137866742
19	0,137866742	0,13660037
20	0,13660037	0,135336268
21	0,135336268	0,134066781
22	0,134066781	0,132784514
23	0,132784514	0,131482173
24	0,131482173	0,130152418
25	0,130152418	0,12878773
26	0,12878773	0,127380288
27	0,127380288	0,125921854
28	0,125921854	0,124403663
29	0,124403663	0,122816311
30	0,122816311	0,121149659
31	0,121149659	0,119392745
32	0,119392745	0,11753372
33	0,11753372	0,115559812
34	0,115559812	0,113457353
35	0,113457353	0,111211881
36	0,111211881	0,108808374
37	0,108808374	0,106231654
38	0,106231654	0,103467049
39	0,103467049	0,100501379
40	0,100501379	0,097324374
41	0,097324374	0,093930596
42	0,093930596	0,090321904
43	0,090321904	0,086510394
44	0,086510394	0,082521572
45	0,082521572	0,078397231
46	0,078397231	0,07419719
47	0,07419719	0,069998825
48	0,069998825	0,065893309
49	0,065893309	0,061978079
50	0,061978079	0,058346162
51	0,058346162	0,05507445
52	0,05507445	0,05221397
53	0,05221397	0,049784959
54	0,049784959	0,047777943
55	0,047777943	0,04615987
56	0,04615987	0,044882836
57	0,044882836	0,043892756
58	0,043892756	0,043136188

Nº de iteración	Valor de entrada	Valor de salida(arrojado por la ecuación)
59	0,043136188	0,04256466
60	0,04256466	0,042136756
61	0,042136756	0,041818567
62	0,041818567	0,041583182
63	0,041583182	0,041409726
64	0,041409726	0,041282274
65	0,041282274	0,041188823
66	0,041188823	0,041120411
67	0,041120411	0,041070386
68	0,041070386	0,041033838
69	0,041033838	0,041007152
70	0,041007152	0,040987676
71	0,040987676	0,040973467
72	0,040973467	0,040963103
73	0,040963103	0,040955544
74	0,040955544	0,040950033
75	0,040950033	0,040946015
76	0,040946015	0,040943085
77	0,040943085	0,040940949
78	0,040940949	0,040939392
79	0,040939392	0,040938257
80	0,040938257	0,04093743
81	0,04093743	0,040936827
82	0,040936827	0,040936387
83	0,040936387	0,040936066
84	0,040936066	0,040935833
85	0,040935833	0,040935663
86	0,040935663	0,040935538
87	0,040935538	0,040935448
88	0,040935448	0,040935382
89	0,040935382	0,040935334
90	0,040935334	0,040935299
91	0,040935299	0,040935273
92	0,040935273	0,040935255
93	0,040935255	0,040935241
94	0,040935241	0,040935231
95	0,040935231	0,040935224
96	0,040935224	0,040935219
97	0,040935219	0,040935215
98	0,040935215	0,040935212
99	0,040935212	0,04093521
100	0,04093521	0,040935209
101	0,040935209	0,040935208
102	0,040935208	0,040935207
103	0,040935207	0,040935206
104	0,040935206	0,040935206
105	0,040935206	0,040935205
106	0,040935205	0,040935205
107	0,040935205	0,040935205
108	0,040935205	0,040935205
109	0,040935205	0,040935205
110	0,040935205	0,040935205
111	0,040935205	0,040935205
112	0,040935205	0,040935205
113	0,040935205	0,040935205
114	0,040935205	0,040935205
115	0,040935205	0,040935205
116	0,040935205	0,040935205

Tabla 7: Valores iterativos obtenidos mediante la ecuación de ajuste, para el experimento MRR maple.
Fuente: Elaboración propia.

Para el caso del experimento "MRR Maple" se demuestra que el sistema es convergente, de tipo punto fijo (valor único de atractor), y que su estabilidad está dada a partir del valor x= 0,040935205 Lbs./min.

IV.5.3 VALORES NUMÉRICOS DE LOS ATRACTORES

De la misma forma en que se mostró en el apartado anterior cómo se determina la convergencia y los valores del atractor para el experimento "MRR Maple", se hallan los valores para los restantes experimentos, en la siguiente tabla se coloca los valores de atractor obtenidos mediante las ecuaciones en diferencias, para cada uno de los experimentos realizados (ver tabla Nº 8).

Experimento	Valor del atractor	tipo de convergencia
MRR Maple	0,040935205 Lbs/min.	punto fijo
Acumulado Maple	25,098 Lbs.	punto fijo*
MRR MDF	0,0101917 Lbs/min.	punto fijo
Acumulado MDF	2,699 Lbs.	punto fijo*

Tabla 8: Valores numéricos de los atractores, obtenidos para todos los experimentos*. Fuente: Elaboración propia.

IV.5.4 GRAFICACIÓN DEL SISTEMA MODELADO

Una vez elaboradas las tablas con los valores recursivos de las ecuaciones de cada experimento, se procede a graficar el comportamiento obtenido por medio de este modelado, esto se logra realizando una gráfica donde se coloca en el eje "x" el número de iteración, y en el eje "y" el valor que toma la variable en la respectiva iteración. En la siguiente gráfica se observa el comportamiento obtenido para el experimento MRR Maple, nótese

* Los valores completamente estables aún no han sido alcanzados en estos experimentos, pero el crecimiento deja de ser significativo, y la diferencia entre cada iteración es de una unidad a partir del quinto decimal, por ello se toma como exacto el valor del atractor proporcionado en la tabla

como a partir de la iteración 88, el sistema se torna estable alrededor de un punto (ver figura Nº 14).

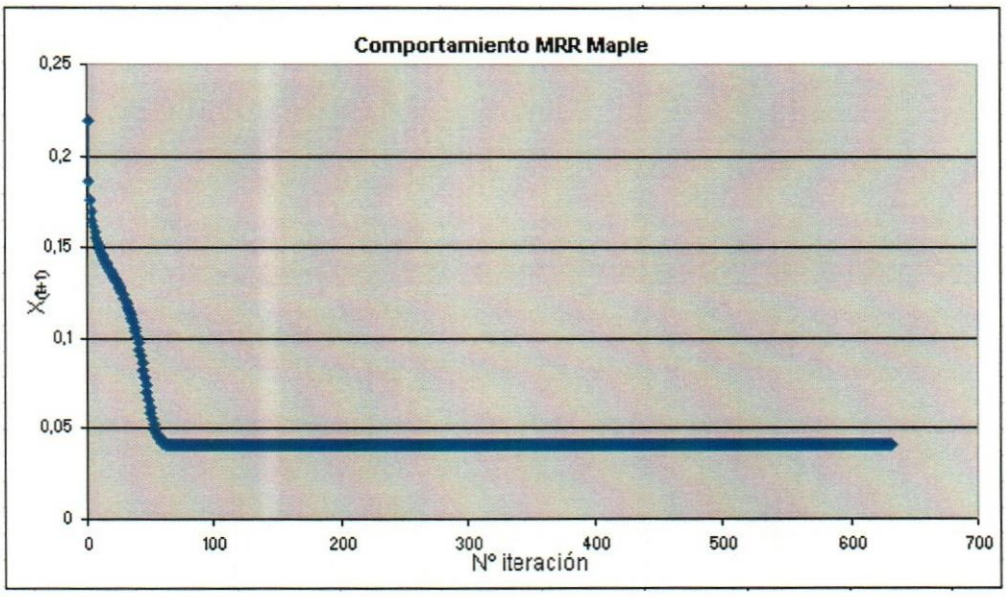

Figura 14: Comportamiento del sistema iterado. Variable; MRR Maple.
Fuente: Elaboración propia.

Para cada tipo de experimento realizado se obtuvo su gráfica de comportamiento característico, para observar las gráficas obtenidas, ver apéndice I, "procedimientos y resultados experimentales" (ver apéndice I).

Con estos resultados obtenidos, se comprueban los supuestos asumidos en el modelado, que el sistema de lijado es un sistema determinista, de baja dimensión, y con estabilidad de tipo punto fijo.

IV.5.5 ALTERNATIVAS DE PREDICCIÓN

Uno de los objetivos principales del presente TEG es poder generar alternativas de predicción de los valores de estabilidad que se puedan generar con ecuaciones que describan el comportamiento de la máquina, en función de obtener estimaciones del punto de estabilidad del lijado con menor cantidad de datos experimentales, considerando un error tolerable en la estimación. El punto de estabilidad de la ecuación de comportamiento de la máquina es el que dice en qué momento se debe detener el lijado, pues el

mismo ha perdido su eficiencia, y por ello la importancia de obtener estimaciones del mismo, reduciendo el número de experimentos y con ello los costos asociados a las pruebas con máquinas de este tipo.

Para obtener estos valores, se tomó todo el espectro de datos asociados a cada experimento, y se realizaron las anteriores pruebas, utilizando en cada caso un 30, 40, 50, 60, 70 y 80 % de la data experimental original.

IV.5.5.1 PRUEBAS CON MENOS DATA EXPERIMENTAL

A fin de ahorrar costos, y tiempo de experimentación para determinar el comportamiento de la máquina, se realizaron las pruebas con menor cantidad de data experimental, obteniéndose el valor de los atractores, y comparando la diferencia entre éstos y los obtenidos inicialmente con la data completa. En la siguiente tabla se colocan los resultados del punto de estabilidad obtenidos para el experimento MRR Maple, con menor cantidad de data experimental (ver tabla Nº 9). Para ver los resultados obtenidos con el resto de los experimentos, ver apéndice II (apéndice II).

Nº de experimentos considerados	% de data original utilizada	Valor de estabilidad obtenido
115	30%	0,07627073
153	40%	0,06544527
191	50%	0,05854125
229	60%	0,05357348
267	70%	0,0491918
305	80%	0,04581117

Tabla 9: atractores obtenidos con menor cantidad de data experimental. Variable: MRR Maple. Fuente: Elaboración propia.

En la tabla anterior, se denota que al truncar la data experimental con que se trabaja, el método se "detiene" antes de llegar al valor verdadero del atractor obtenido con la cantidad total de data experimental, es por ello que se debe determinar el error incurrido al utilizar menor cantidad de datos.

IV.5.5.2 OBTENCIÓN DE ERRORES

En la siguiente tabla se coloca el error incurrido al realizar los procedimientos iterativos con menor cantidad de datos en el experimento MRR Maple (ver tabla Nº 10).

MRR Maple menos data vs data completa			
% experimentos	Error	% error	Valor estable del sistema
30%	0,03534	46,329	0,07627073
40%	0,02451	32,136	0,06544527
50%	0,01761	23,084	0,05854126
60%	0,01264	16,570	0,05357348
70%	0,00826	10,825	0,0491918
80%	0,00488	6,393	0,04581117

Tabla 10: Error incurrido al truncar la data experimental, comparación entre el valor hallado con distintos % de data, vs. valor obtenido con la data completa. Variable: MRR Maple. Fuente: Elaboración propia.

Para ver los resultados obtenidos del resto de los experimentos, ver apéndice II (ver apéndice II).

Con los resultados obtenidos, se encuentra que los menores errores incurridos al truncar la data, son del orden del 10%, en base a esto, y sometido a discusión por parte del equipo investigador, se estableció como error tolerable de experimentación, entre un 10 y un 12%, con lo cual, y con la intención de estandarizar el procedimiento, y no establecer distintos niveles de errores en cada tipo de experimento, se establece que con el 70% de los datos experimentales con que se cuenta actualmente, es posible reconstruir espacios de fase que arrojen resultados certeros sobre el punto de estabilidad generado por ecuaciones de comportamiento del proceso de lijado.

CAPÍTULO V. COSTOS DE EXPERIMENTACIÓN

Los costos asociados al proceso de experimentación con la máquina de lijado, para conocer su comportamiento, son altos, es por ello que uno de los principales objetivos del presente TEG es disminuir la cantidad de experimentos necesarios para determinar la dinámica de ésta, pues el siguiente paso que debe acometer el equipo investigador es alargar la vida útil de las lijas, esto se logra mediante la utilización de un producto denominado "cleaner" que se coloca para limpiar las bandas de lijado una vez que estas han alcanzado un periodo medio de vida útil, para recuperar parte de la capacidad de lijado de éstas. En la siguiente gráfica se observa el período de vida útil de las bandas, actualmente, y con ayuda del punto de estabilidad hallado mediante dinámica de sistemas complejos (ver figura Nº 15).

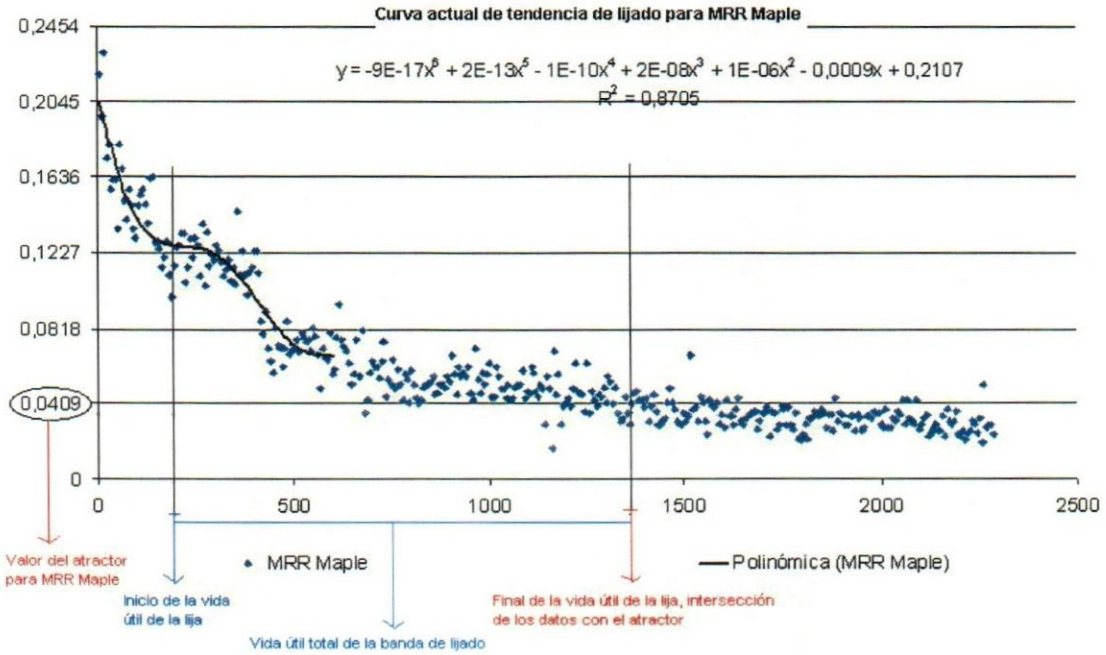

Figura 15: Curva actual de tendencia de lijado. Variable; MRR Maple.
Fuente: Elaboración propia.

Es por ello que el equipo investigador debe volver a experimentar con la máquina, para obtener el comportamiento de las bandas de lijado antes y después de utilizar el "cleaner" o limpiador en ellas, este producto, debe lograr alargar la vida útil de las bandas, y por consiguiente, deberían existir dos curvas de comportamiento distintas, antes de usar el "cleaner", y después de aplicado el mismo, en la siguiente gráfica se observa cómo se estima que debe ser el comportamiento de las bandas antes y después de aplicado el producto (ver figura 16).

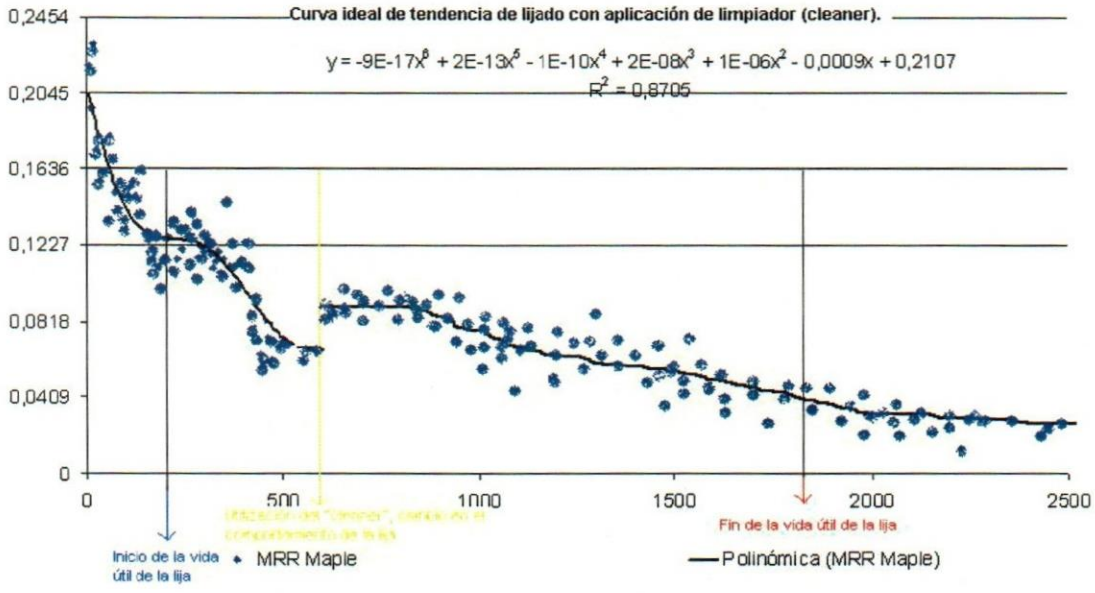

Figura 16: Curva estimada de tendencia de lijado, posterior a la aplicación de limpiador. Variable; MRR Maple.
Fuente: Elaboración propia.

Para obtener ambas curvas de comportamiento, se deben volver a realizar los experimentos con la máquina, y en teoría, la cantidad de experimentos a realizar, debe ser mayor, pues la vida útil de la lija va a ser alargada, y con ello los tiempos de experimentación.

En los estudios originales, los experimentos tuvieron una duración de 2286 minutos (38 horas, caso de MRR Maple) y 606 minutos (10 horas, caso MRR MDF), pero estos tiempos son solamente los de experimentación total, en éstos no se toma en cuenta el tiempo de puesta a punto de la máquina, ni

el tiempo necesario para pesar la muestra luego de cada corrida, es por ello que la realización de cada experimento tomó aproximadamente 7 días para MRR Maple, y 3 días para MRR MDF, es decir, se emplearon 10 jornadas de trabajo, de 8 horas cada una.

En cuanto al costo asociado con el proceso, los más significativos son la mano de obra (alrededor de $ 18 la hora) y el costo del material que se esta lijando, especialmente cuando es Maple, ya que su costo está alrededor de $5.50 por pie cuadrado y se consume bastante rápido. Cada pieza de Maple tiene una dimensión de 3 pulgadas x 2.5 pulgadas y es capaz de durar un máximo de 6 minutos antes de necesitar ser cambiada. Por ello, el costo total de experimentación, para ambos tipos de material utilizado, fue estimado en $ 1,660 (entre mano de obra ($ 1440) y madera ($ 220))*.

Es necesario destacar que estos costos obtenidos son apenas una mera aproximación de la realidad, pues en estos no se están considerando varios aspectos fundamentales pero de difícil determinación, como son el consumo eléctrico de la máquina por cada experimento que se corre en ella, bandas lijadoras gastadas durante la experimentación, depreciación de la máquina, repuestos varios que sea necesario reemplazar, mantenimiento, entre otros, en los costos de mano de obra sólo se está considerando a una persona que genera los experimentos, cuando en realidad son varias personas, y no se está tomando en cuenta el tiempo que lleva el pesado de las muestras de madera cada vez que se genera un experimento, considerando que éste es un tiempo de gran importancia al momento de calcular costos, pues es uno de los más dilatados, pudiendo llegar a representar hasta un estimado de 32 horas/hombre en el caso de los experimentos con Maple, y 9 horas/hombre en el caso de los experimentos con MDF.

---

* Datos de costos suministrados por el equipo investigador de la Universidad De Carolina Del Norte.

Uno de los próximos pasos del equipo investigador debe ser la determinación exhaustiva de los costos en que se incurre al experimentar con este tipo de máquinas.

Considerando que los próximos objetivos del equipo de trabajo de la Universidad de Carolina Del Norte, es encontrar técnicas que alarguen la vida útil de las bandas de lijado (utilización de "cleaner" o limpiadores de distintas características), esta experimentación preliminar era importante para definir la vida útil actual, por ello, siendo evidente que los experimentos sin ningún tipo de tratamiento necesitan 7 días para terminarlo (caso de MRR Maple), cuando se alargue la vida de la lija, los investigadores han estimado que la experimentación podría llevarse hasta un mes. Alcance que se encuentra fuera del tiempo disponible para la investigación. Es por ello que reducir el tiempo de experimentación es crucial para encontrar los resultados esperados dentro de un periodo definido, y a los costos más bajos posibles.

En el capítulo anterior (ver capítulo IV) se demostró que la utilización del 70% de la data experimental es suficiente para obtener resultados satisfactorios con relación al valor de lijado en el cual se debe detener el proceso, tomando esto en consideración, se estima que los tiempos de experimentación disminuyen aproximadamente un 30% para cada caso, en la siguiente tabla se observa la disminución de los tiempos en cada proceso experimental, así como la disminución de costos asociado a la mejora que se introduce en la experimentación al tratar los datos con este tipo de metodologías (ver tabla Nº 11).

Experimento	Tiempo original de Experimento	Tiempo nuevo de experimento	% ahorro de tiempo	Costos originales	Costos nuevos	% ahorro de costos
MRR Maple Acumulado Maple	2286 min (7 días)	1602 min (5 días)	30%	1118 $ (3,130,400 Bs *)	800 $ (2,240,000 Bs *)	30%
MRR MDF Acumulado MDF	606 min. (3 días)	426 min ($1^1/_2$ días)	30%	542 $ (1,517,600 Bs *)	296 $ (828,800 Bs *)	30%
Totales	2892 min. (10 Días)	2028 min. ($6^1/_2$ días)	30%	1660 $ (4,648,000 Bs*)	1096 $ (3,068,800 Bs*)	30%

Tabla 11: Ahorro de tiempo y dinero con la aplicación de la técnica a los experimentos, resultados de todos los experimentos.*
Fuente: Elaboración propia.

Esta metodología permite dos cosas muy importantes para el proceso experimental ahora que se va a acometer la segunda etapa de investigación, agregando limpiador "cleaner" a las bandas de lijado, la primera de ellas, es que se establece un tiempo fijo de experimentación a partir del momento en que se agrega el limpiador, para cada tipo de experimento a realizar, esto ayuda a fijar los costos y los días destinados a realizar los experimentos.

El segundo aspecto determinante es conocer el nuevo punto de estabilidad que se genera una vez agregado el limpiador, pues con ello se puede hallar en cuánto se ha alargado la vida útil de la lija mediante este proceso, y a la vez, determinar si es necesario realizar varias limpiezas (agregar cleaner varias veces, o en varias etapas), o si con una sola aplicación es suficiente para alargar significativamente la vida útil de la lija.

Ahora bien, existen dos opciones al momento de determinar el tiempo de experimentación a utilizar después de agregado el "cleaner" o limpiador, la primera de ellas, es utilizar los tiempos originales de experimentación al 70%, es decir, utilizar 1602 min. para MRR Maple y 426 min. para MRR MDF a partir del punto de aplicación del "cleaner", sin embargo, esto quizás traiga como consecuencia, tiempos muy largos de experimentación, pues a éste hay que agregarle el tiempo que se corrieron los experimentos antes de la

* Cálculo en Bs. a precio de dólar CANTV, 1 $ = 2.800 Bs.

aplicación del "cleaner" (el cual está siendo determinado por el equipo investigador), generando un desperdicio de recursos que pueda ser excesivo.

La segunda opción consiste en lo siguiente: originalmente, se generó 381 corridas experimentales para MRR Maple y Acumulado Maple, y 101 corridas para MRR MDF y Acumulado MDF, con esta data se reconstruyeron los espacios de fase pertenecientes a estos experimentos, los cuales se utilizaron para demostrar que es posible obtener resultados similares utilizando solamente un porcentaje de la data original, se generaron resultados del punto de estabilidad con varios porcentajes de ésta (30, 40, 50, 60, 70 y 80%), para comprobar efectivamente que el 70% de la misma es una buena aproximación del resultado, pues bien, al calcular el error en que se incurre al utilizar diferentes porcentajes de data, se encuentra que éste va disminuyendo (ver tabla Nº 12, porcentajes de error entre cada 10% de data experimental utilizada para el experimento MRR Maple), en el caso del experimento MRR Maple, se sitúa alrededor de un 8% para el rango 60-70% de data.

Comp. Entre corridas teorico-experimentales MRR Maple		
rango	Diferencia rgo inf.-rgo sup.	% error
30-40%	0,01083	14,193
40-50%	0,00690	10,549
50-60%	0,00497	8,486
60-70%	0,00438	8,179
70-80%	0,00338	6,872

Tabla 12: porcentajes de error entre cada 10% de data experimental utilizada. Variable: MRR Maple.
Fuente: Elaboración propia.

En el experimento MRR MDF se observa que el error alrededor del 70% de la data es de 10,5% (para ver los errores obtenidos en los restantes experimentos, ver apéndice II), siendo éste el más alto encontrado, pues en los experimentos de acumulado son de 4,3 y 1,4 % respectivamente para el Maple y el MDF.

Cada 10% de data representa 38 experimentos para maderas sólidas o de alta densidad, tales como el Maple, y representa 10 experimentos para maderas suaves o de baja densidad, tales como el compuesto MDF, en consecuencia, para determinar el número de experimentos que se necesitan después de la aplicación del cleaner, se generan corridas experimentales por "paquetes" de 38 experimentos (caso de maderas sólidas), y 10 experimentos (caso maderas de baja densidad), y se calcula el punto de estabilidad con los procedimientos anteriormente mencionados (ver capítulo IV, marco metodológico).

Colocando como ejemplo el experimento con madera Maple, se generan 38 experimentos, y se calcula el punto de estabilidad, se genera otro "paquete" de experimentos (38 experimentos más), y se calcula el nuevo punto de estabilidad, ahora con dos "paquetes" (76 experimentos) a su vez, se calcula el error entre los resultados con los 38 experimentos anteriores, y los 76 ahora existentes, y así sucesivamente, y al mismo tiempo, se realiza este procedimiento para el acumulado de madera Maple, (que solamente consiste en ir sumando las tasas de remoción MRR que se van obteniendo experimentalmente), esto se realiza hasta el momento en que el porcentaje de error que se incurre al aumentar en un "paquete" la cantidad de data inicial, sea de un 10% o menos, en los casos de MRR, y de un 5 % para el acumulado, se llegó al acuerdo con el equipo investigador, que se deben cumplir las dos condiciones simultáneamente, para tener una mayor seguridad sobre los resultados obtenidos, y poder detener la experimentación en ese punto. Para el caso de madera de baja densidad (como el MDF), los porcentajes se mantienen igual, pero el tamaño del "paquete" es de 10 experimentos, en lugar de los 38 necesarios para maderas sólidas.

Se debe destacar que llegados a este punto, no es necesario volver a calcular las dimensiones de inserción de los datos experimentales cada vez que se realice un nuevo "paquete" de experimentos, pues con la data completa ya se demostró que el sistema puede ser insertado en un espacio bidimensional, así que en esta etapa el procedimiento a seguir se simplifica, quedando de la siguiente forma (ejemplo con madera Maple):

- Después de aplicado el limpiador "cleaner", generar un "paquete" experimental (38 experimentos).

- Con este "paquete" realizar el desfase de una observación (6 minutos).

- Construir el espacio de fases en dos dimensiones, tanto de la variable MRR Maple, como de la variable Acumulado Maple. Ajustarlos a una curva.

- Utilizar las ecuaciones encontradas en el ajuste a modo iterativo, colocando como valor de entrada el primer valor obtenido en el experimento.

- Hallar los valores de los atractores generados de esta forma en ambas variables.

- Repetir los pasos anteriores agregando un "paquete" experimental más.

- Con los nuevos resultados, calcular el error obtenido, en forma porcentual, entre la primera observación, con un solo "paquete", y la segunda observación, con dos "paquetes" experimentales, para ambas variables.

- Repetir todos los pasos anteriores, hasta el momento en que el error obtenido entre el atractor para MRR Maple generado con *n* "paquetes" y el atractor para MRR Maple generado con *n+1* "paquetes", sea igual o inferior al 10%, y a su vez, el error obtenido entre el atractor para Acumulado Maple

generado con *n* "paquetes" y el atractor para Acumulado Maple generado con *n+1* "paquetes", sea igual o inferior al 5%; Como se dijo en párrafos anteriores, se deben cumplir ambas condiciones a la vez.

Es posible que en los primeros "paquetes" experimentales generados, la curva ajustada no proporcione buenos valores para el atractor, ya que quizá los valores todavía no estén alcanzando puntos de estabilidad, por lo cual se recomienda generar en un principio 2 o 3 "paquetes" experimentales antes de realizar el primer ajuste a los espacios de fase.

La gran ventaja de este procedimiento, es que se realizan solamente los experimentos necesarios para obtener estimaciones certeras de los nuevos puntos de estabilidad, sin incurrir en desperdicios de tiempo y recursos, y conociendo en qué punto detener la experimentación, contrario a lo que ocurría en un principio, cuando el equipo investigador no sabía en que momento detener los experimentos.

Esto es aplicable no sólo a la experimentación en la presente máquina, luego de aplicar el limpiador "cleaner", sino a la experimentación con cualquier máquina de control numérico para lijado, pues supóngase una máquina de este tipo, que sea de un modelo, marca, o características diferentes a la que se usó en el presente TEG, entonces probablemente no se conoce su comportamiento, y se desee experimentar con ella para determinar su dinámica, en ese caso, aplicando esta metodología, es posible realizar los experimentos con un mínimo de costos, disminuyendo la posibilidad de excederse en los mismos.

CAPÍTULO VI. INCLUSIÓN DE LA TÉCNICA EN EL MODELO DE SIMULACIÓN

El laboratorio de Wood Machining and Tooling Research Program, de la Universidad de Carolina del Norte, cuenta en estos momentos con un modelo de simulación completo de la máquina de control numérico para lijado, el cual ha sido realizado por parte del equipo investigador, en la plataforma Arena® v. 5.0 (para más detalles acerca del modelo en cuestión, ver anexo II, modelo de simulación de la máquina).

El modelo actualmente se encuentra casi completo, e incluye una serie de ecuaciones diferenciales y módulos que simulan ciertos parámetros de la máquina, en base a esto, el equipo que desarrolló el modelo creó un módulo denominado módulo continuo, el cual arroja la tasa de remoción que debe tener la máquina de acuerdo a ciertos parámetros, en la siguiente gráfica se muestra el módulo continuo desarrollado en el modelo.

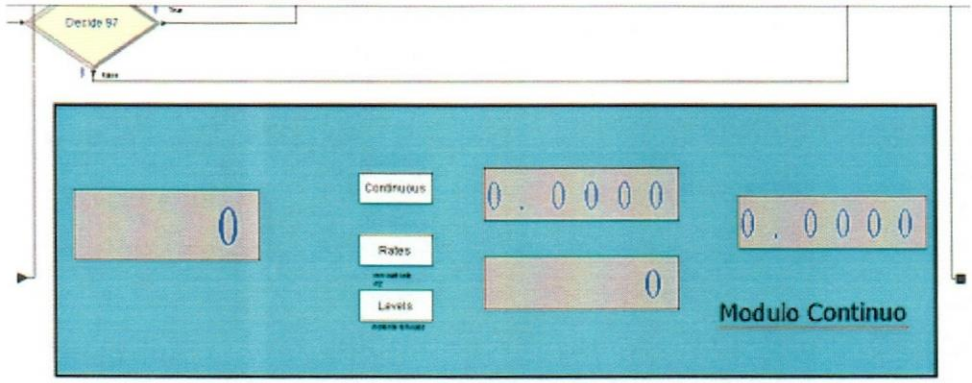

Figura 17: Módulo continuo desarrollado dentro del modelo de simulación de la máquina de lijado.
Fuente: Modelo de simulación máquina de lijado.

La tasa de remoción generada por el módulo continuo se calcula en base a una fórmula introducida en el modelo, en la cual, antes de correrlo, se suministran varios datos, los cuales son:

- Velocidad de avance de la madera en la máquina.

- Velocidad de las bandas lijadoras.

- Grosor que se desea remover de la pieza de madera.

Ahora bien, el problema que se presenta es que el módulo continuo arroja la tasa ideal de remoción que se debe tener para que a las velocidades establecidas, la máquina pueda remover la cantidad de madera deseada, y mantiene esa tasa constante durante todo el tiempo que dura la simulación, cuando lo que ocurre en realidad es que la tasa de remoción va disminuyendo a medida que pasa la pieza de madera a través de la máquina, ya que la lija comienza a ensuciarse.

La solución del problema es incluir dentro del módulo continuo, las ecuaciones halladas para las variables MRR mediante la técnica mostrada en el presente TEG, pues estas ecuaciones de comportamiento determinan, en función de la condición inicial (primer valor de remoción hallado) la forma en que disminuye la tasa de remoción hasta estabilizarse alrededor de un valor.

Esta implementación se debe hacer cuidando ciertos aspectos, el primero de ellos, es el tipo de madera que se está lijando, pues se tienen ecuaciones de comportamiento diferentes para los dos tipos de madera con los que se ha experimentado, por lo cual, dentro del modelo, además de especificar las velocidades, y el grosor a remover, se debe especificar también el tipo de madera.

Una vez especificado, el modelo selecciona la ecuación de comportamiento adecuada, y calcula la tasa de remoción ideal, con la diferencia que esa tasa de remoción ideal va a representar el primer input (o entrada) de la ecuación recursiva seleccionada, y de esa forma, cada seis minutos de lijado, el módulo registra el siguiente valor de la tasa de remoción (se toman seis minutos pues ese es el tiempo transcurrido dentro de cada experimento realizado con los cuales se diseñaron las ecuaciones de comportamiento), hasta que se alcanza el valor de estabilidad, cuando se alcanza ese valor, el modelo debe detener la máquina.

En ese punto, el equipo debe decidir si el modelo hace cambio de lija para continuar con la remoción, o realiza limpieza de las mismas, si el equipo escoge realizar limpieza, se deben obtener experimentalmente las ecuaciones de comportamiento para esa segunda etapa de lijado, para que el modulo continuo haga el cambio de ecuaciones cuando se detenga la máquina, y continúe evaluando los valores de remoción cada seis minutos.

En este punto toma importancia las órbitas de las ecuaciones de comportamiento halladas, las órbitas son los valores iniciales mediante los cuales la ecuación tiende siempre hacia un mismo valor(es) de estabilidad, y el conjunto de esos valores se denomina cuenca de atracción.

Cuando el modelo calcula la primera tasa de remoción (la ideal), para determinado tipo de madera, debe verificar que ese valor esté dentro del conjunto de valores iniciales posibles para los cuales la ecuación de comportamiento tiende hacia el valor de estabilidad establecido.

A modo de ejemplo, en el caso de MRR Maple, cualquier valor inicial de remoción que se encuentre dentro del intervalo [0,344; 0,041] Lbs./min., tenderá a estabilizarse en el valor de remoción 0,0409 Lbs./min. , y por ello la ecuación diseñada para esa variable proporcionará buenos valores de remoción al realizar iteraciones, antes de estabilizarse, esto hace ideal la ecuación para mostrar la disminución de los valores de remoción dentro del modelo, y de esa forma ajustarlo mejor a la realidad.

En la siguiente tabla se presentan los intervalos o cuencas de atracción de todas las variables evaluadas y que serán incluidas en el modelo.

Variable	(Cuenca de atracción) Intervalo
MRR Maple	[0,041; 0,344] Lbs./min.
Acumulado Maple	[0; 25,055] Lbs./min.
MRR MDF	[0,0102; 0,504] Lbs./min.
Acumulado MDF	[0; 2,699] Lbs./min.

Tabla 13: intervalos de valores iniciales dentro de los cuales son efectivas las ecuaciones a introducir en el modelo de simulación.
Fuente: Elaboración propia.

En resumen, las modificaciones a realizar dentro del modelo de simulación son las siguientes:

- Incluir como dato de entrada, el tipo de madera a lijar.

- Dentro del módulo continuo, sustituir la tasa de remoción ideal y constante, por las ecuaciones de comportamiento halladas mediante dinámica de sistemas, haciendo que el modelo seleccione la ecuación adecuada dependiendo del tipo de madera.

- Una vez seleccionada la ecuación, el módulo continuo debe calcular y evaluar la tasa de remoción de inicio, verificando que se encuentre dentro de los intervalos para los cuales trabaja la ecuación, introducirla en la misma, arrojando el valor de la siguiente tasa de remoción (seis minutos después), y así consecutivamente hasta que se alcance el valor de estabilidad. En ese momento, se detiene la máquina y se reemplaza las lijas, en caso de que el lijado no se haya culminado.

- El equipo debe decidir, a efectos del modelo, si las lijas se usan hasta el final de su vida útil y luego se descartan, o si se realiza limpieza dentro de su periodo de vida, si se decide la segunda opción, se hallan las ecuaciones de comportamiento de la segunda etapa de lijado, y dentro del modelo, una vez que la máquina se detenga, hacer que el módulo continuo reemplace la ecuación original por la ecuación de segunda etapa de lijado, y continúe evaluando los valores de remoción en función de ésta.

CAPÍTULO VII. DISCUSIÓN DE RESULTADOS

En el presente TEG se investigó e hizo uso de técnicas y métodos propios del modelado de sistemas dinámicos, con el objetivo de conocer el comportamiento de una máquina de control numérico para lijado de madera, perteneciente al laboratorio de Wood Machining and Tooling Research Program, de la Universidad de Carolina del Norte.

Estas técnicas de descubrimiento muy recientes, han demostrado su utilidad en diversas ramas de la ciencia, aportando nuevas formas de manejar datos experimentales extraídos de sistemas complejos, proporcionando patrones de comportamiento que por otras metodologías son muy difíciles de identificar.

Es por ello que en el presente TEG se utilizaron estos métodos para reconocer un comportamiento típico en una máquina de control numérico, ya que conocer el comportamiento de ésta máquina es fundamental para saber cómo utilizarla, aprovechar al máximo sus recursos, y reconocer sus limitaciones.

En este punto, la técnica utilizada reconoció perfectamente un patrón de comportamiento mediante ecuaciones diseñadas en función de datos experimentales recopilados.

El equipo investigador realizó un análisis previo de los datos recopilados, mediante curvas ajustadas a polinomios, tratando de hallar el punto donde el lijado deja de ser eficiente, sin embargo, este estudio no arrojó ningún resultado que se pueda utilizar para saber en qué momento detener la máquina, no obstante, el estudio fue de suma importancia en el desarrollo del presente TEG, ya que aportó los indicios necesarios para determinar que la data recopilada no es de tipo caótica, y que tiene tendencia a la estabilidad

Una vez conocido esto, se hizo fácil saber que el sistema en estudio sólo podría mostrar dos tipos de comportamiento, estable alrededor de un punto, o cíclico, con lo cual se utilizó la metodología de modelado, caracterización y predicción para reconocer el comportamiento.

En la fase de modelado se reconstruyó el espacio de fases de cada variable medida, y se ajustaron a funciones polinómicas, en todos los casos, los valores de ajuste (R^2) son muy buenos, siendo siempre superiores a 0,90, lo cual permite que las ecuaciones encontradas se ajusten muy bien a los valores experimentales.

En la fase de predicción, las ecuaciones halladas fueron empleadas de manera iterativa, con la intención de conocer cómo disminuyen en el tiempo los valores de tasa de remoción (MRR), al realizar esto, se determinó que las variables medidas se estabilizan alrededor de un punto, lo cual confirmó que los atractores del sistema son de tipo punto fijo.

Esto permitió determinar que las ecuaciones utilizadas de esta manera aportan el valor de tasa de remoción (MRR) en el cual el proceso de lijado ya no es efectivo.

Una vez determinados los puntos de estabilidad por medio de las ecuaciones, se procedió a verificar si realmente son necesarios todos los datos obtenidos mediante experimentación, o si es posible realizar menor cantidad de experimentos, y aún así, obtener resultados cercanos a los hallados con la cantidad total de datos. Se determinó que con el 70% de la data experimental se obtienen resultados muy semejantes a los que se obtienen con la data completa, el error entre utilizar la data completa vs. utilizar el 70% de la misma, es en todos los casos, inferior al 11%.

Esto se discutió con el equipo investigador, el cual decidió que el error es aceptable, en beneficio de reducir los experimentos en un 30%, esto se traduce en un ahorro de costos y tiempos de un 30%, que representa

aproximadamente 1.580.000 Bs. menos, y 3 $^{1}/_{2}$ días menos de trabajo, cada vez que se corran experimentos en la máquina.

El aporte más importante del presente TEG representa precisamente el ahorro de costos obtenido mediante la técnica aplicada, y este aporte debe hacerse aún más patente una vez que se realice un análisis exhaustivo de los costos de experimentación, pues actualmente no se encuentran bien determinados, y muchos de los factores de costos se han pasado por alto.

Esto permite asegurar que la técnica es altamente eficaz en la reducción de costos y tiempos, y demuestra su eficiencia permitiendo acelerar en un 30% la obtención de los resultados experimentales.

Adicionalmente se propuso una metodología, basada en los procedimientos seguidos, y resultados hallados en este TEG, para continuar con la experimentación, la metodología propuesta ayuda a limitar el número de experimentos, y conocer exactamente en qué momento detenerlos. El método, basado en la generación de los mismos por "paquetes", permite comparar los resultados obtenidos con *n*-paquetes, vs. *n+1* paquetes, y en base a un error tolerable entre ellos, decidir si se detiene en ese punto la experimentación, o si se continúa generando "paquetes" experimentales.

A su vez, se evaluó la aplicación de las ecuaciones generadas dentro del modelo de simulación realizado para la máquina, dándose todas las pautas necesarias para incluir las ecuaciones dentro del modelo diseñado.

Cabe destacar que la aplicación de este tipo de técnicas no pretende sustituir a los modelos y tests estadísticos, pues la finalidad de ambos es distinta, mientras los modelos de dinámica de sistemas busca conocer pautas de comportamiento, con el fin de controlar parámetros, los modelos netamente estadísticos persiguen establecer tendencias y probabilidades de ocurrencia de eventos relacionados con variables.

Incluso el modelado de series de tiempo no es excluyente de la utilización de las estadísticas, pues como ya se mostró en capítulos anteriores (ver capítulo IV), el establecimiento de una tendencia estadística da indicios sobre el posible comportamiento de un atractor generado por series de tiempo, e incluso , muchos de los métodos para determinar características de los atractores, se basan en la utilización de ajustes y probabilidades, así como tests que apoyan o descartan las posibilidades de existencia de comportamiento caótico.

En resumen, la técnica expuesta en este trabajo no busca desplazar a los resultados estadísticos, por el contrario, los utiliza como herramienta para dar un paso más allá, y determinar las pautas temporales de comportamiento de un sistema.

Se realizaron investigaciones acerca de la implementación de un modelo de lógica difusa, que en función de un mayor número de variables y características de la máquina, modele su comportamiento mediante la implementación de un algoritmo que evalúa posibilidades de ocurrencia de ciertos valores, y arroja en respuesta, patrones de comportamiento de la máquina.

Sin embargo, debido a varios factores (escasez de tiempo , alta complejidad del modelo, requerimiento de más datos, y requerimiento de programación avanzada, esta metodología no pudo ser incluida en el trabajo, pero la investigación indica que es factible utilizar la metodología, e incluso incorporar los resultados obtenidos en este trabajo, dentro de ese modelo de lógica difusa, por lo que una siguiente fase en el programa de investigación debería ser la realización de un modelo de éstas características.

CAPÍTULO VIII. CONCLUSIONES

➢ Se investigó e hizo uso de metodologías propias del modelado de sistemas dinámicos, con el objetivo de construir una técnica capaz de determinar el comportamiento de las bandas de lijado de una máquina de control numérico, ya que conocer su comportamiento es fundamental para reducir costos y aprovechar su potencial al máximo.

➢ La técnica diseñada reconoció perfectamente un patrón de comportamiento en los datos experimentales, mediante ecuaciones diseñadas en función de estos, demostrando que esta técnica es aplicable a futuros experimentos con la máquina y con distintos tipo de máquinas de control numérico.

➢ El estudio estadístico previo de los datos fue importante para reconocer posibles pautas de comportamiento estable de los datos, y trabajar en función de estos.

➢ Se reconstruyeron los espacios de fases de cada variable medida, ajustándolos a funciones, cuyos valores de ajuste (R^2) son muy buenos, siempre superiores a 0,90, demostrando que la técnica permite ajustes muy cercanos a los valores reales de los datos experimentales, permitiendo determinar ecuaciones de comportamiento de las bandas de lijado.

➢ Éstas ecuaciones fueron empleadas de forma iterativa, de manera tal que se determinó que las variables medidas se estabilizan a partir de un valor fijo, mostrando que la característica del sistema en estudio es de estabilidad a partir de un valor establecido, este valor representa el punto en el cual el proceso de lijado pierde su efectividad.

➢ El siguiente paso demostró que utilizar el 70% de la data experimental original conduce a resultados sobre el punto de estabilidad muy cercanos a los obtenidos con la data completa, teniendo, en el peor de los casos, un error inferior al 11%, con lo cual se obtiene un ahorro de costos y

tiempos de un 30%, esto representa aproximadamente Bs. 1.580.000 , y 3 ½ días de trabajo menos, cada vez que se realicen experimentos en la máquina, lo cual pone de relieve la eficacia de la técnica , ya que acelera la obtención de los resultados experimentales en un 30%, y su eficiencia, permitiendo un ahorro de un 30%.

- El ahorro de costos obtenido mediante la técnica aplicada se debe hacer aún más evidente una vez que se realice un análisis de costos de experimentación.

- Mediante este trabajo queda demostrado que puede hacerse uso de ésta técnica, con pequeñas variaciones, para tratar datos experimentales obtenidos de cualquier máquina de control numérico, y de esta forma, determinar sus pautas de comportamiento, para permitir un ahorro significativo de costos en las mismas

- Basado en la técnica empleada en el presente TEG, se propone una metodología para continuar con la experimentación, generando los experimentos por "paquetes", limitando de esa forma, la cantidad de experimentos necesarios para identificar pautas de comportamiento, tolerando un error entre los "paquetes" experimentales generados.

- Se determinaron las pautas y directrices necesarias para incorporar las ecuaciones de comportamiento diseñadas dentro del modelo de simulación de la máquina, realizado en la plataforma Arena® v. 5.0 , encontrándose que su aplicación dentro del modelo puede mejorar significativamente los resultados, ajustando mejor el modelo a la realidad.

- La utilización de métodos estadísticos es importante para direccionar correctamente el modelado a realizar por medio de la técnica mostrada en el presente TEG, por lo cual su utilización, lejos de dejarse a un lado, debe formar parte activa del empleo de la técnica diseñada, como apoyo a los resultados que se obtienen.

- Continuar empleando esta técnica en la experimentación con máquinas de control numérico proporciona una poderosa herramienta de ahorro, así como apoyar en el control de parámetros y variables, ya que la determinación del comportamiento de éstas ayuda a conocer y desarrollar métodos de control que permitan utilizar al máximo los recursos de las máquinas.

- La implementación de un modelo de lógica difusa, que incorpore los resultados obtenidos en el presente trabajo parece factible, pero su desarrollo es largo y requiere la habilidad de programación, por ejemplo, en lenguaje Java®, por lo que su implementación se puede realizar para futuras etapas de investigación, esto ayudaría a incorporar en un solo modelo, un gran conjunto de variables y parámetros de la máquina, para aportar respuestas acerca del comportamiento de la misma.

- La importancia de la técnica mostrada reside en su versatilidad y beneficios, ya que es aplicable a diversidad de máquinas, en cualquier momento de la experimentación, permite un ahorro importante en costos y tiempos, es factible de incorporar a modelos de simulación y de lógica difusa, permite implementar herramientas de control de variables, y obtener el mejor rendimiento de la máquina, y permite el diseño de metodologías basadas en ella para realizar procesos experimentales.

CAPÍTULO IX. RECOMENDACIONES

Las recomendaciones a tomar en consideración para la continuación del proyecto de investigación son las siguientes:

- Continuar implementando la técnica explicada en el presente TEG, para la continuación de experimentos con la máquina de control numérico de lijado, perteneciente al laboratorio de Wood Machining and Tooling Research Program, de la Universidad de Carolina del Norte, permitiendo el ahorro de costos y tiempos, y la obtención de resultados basados en una metodología sólida y bien definida.

- Al momento de hallar la dimensión de inserción por el método de conteo de cajas, la implementación de un algoritmo sencillo, que se encargue de tomar los datos recopilados, y una vez suministrado el tiempo de desfase, realizar el conteo, es recomendable, para evitar realizar el conteo a mano, y con el objetivo de obtener valores más precisos de la dimensión de inserción del atractor de cada variable estudiada, y así disminuir o evitar la posibilidad de error al seleccionar una dimensión de inserción superior a la necesaria.

- La utilización del 70% de la data experimental ha demostrado ser suficientemente buena como para establecer puntos de estabilidad confiables, generados mediante ecuaciones de comportamiento de máquinas de control numérico de lijado, por ello, se sugiere la utilización de ésta metodología al experimentar en otros tipos de máquinas, bien sea máquinas de diferentes características, o que operen bajo condiciones diferentes, para determinar patrones de comportamientos en estos casos.

- La experimentación con otro tipo de materiales y/o condiciones puede derivar en comportamientos y pautas de convergencia distintos, por lo que la utilización de ésta técnica es de gran importancia en la determinación de nuevos comportamientos, se recomienda su implementación en cada oportunidad que se modifiquen las condiciones de trabajo.

➢ En la próxima etapa de investigación, la cual contempla alargar la vida útil de las lijas, mediante un limpiador, se recomienda la segunda estrategia, planteada en capítulos anteriores (ver capítulo V), para determinar los tiempos en que se deben correr los experimentos, la cual habla de la generación de los mismos por "paquetes", hasta encontrar diferencias en las variables MRR y Acumulado, inferiores al 10% y 5%, respectivamente entre cada "paquete" generado.

➢ La selección correcta del tipo de limpiador que permita obtener los mejores resultados (mayor tiempo de vida útil) con la menor cantidad de aplicaciones, debe ser el norte a seguir en la próxima etapa de investigación, en la cual, el uso de la técnica descrita en el presente TEG, debe apoyar la toma de decisiones en cuanto a cantidad de aplicaciones del limpiador, tipo de limpiador a utilizar, y nuevo tiempo de vida útil de las lijas.

➢ La utilización de sensores dentro de la máquina que permitan controlar los valores de estabilidad determinados mediante las ecuaciones halladas en el presente TEG, permitirían detener la máquina en el momento en que se alcancen éstos valores, y dar una señal (visual, auditiva, etc.), para que se proceda al reemplazo de las correas, o en el caso de que se decida implementar la utilización de limpiadores, los sensores permitirían detener la máquina, rociar el limpiador, y continuar con el proceso de lijado.

➢ Realizar un estudio exhaustivo de costos y tiempos, con la finalidad de conocer realmente cuales son los niveles actuales de inversión en investigación, y cual es el verdadero ahorro que se está obteniendo mediante la implementación de ésta técnica. El análisis de costos debe incluir: medición de los tiempos de espera, tiempos de preparación y puesta a punto, tiempos de pesado de las muestras de madera, consumo eléctrico de la máquina, cantidad de personas vinculadas a la máquina durante el tiempo de experimentación, con sus respectivas horas trabajadas alrededor de la misma, y otros costos vinculados a la operación de la máquina.

➢ Comprobar la utilización de esta técnica en máquinas de control numérico de otras características y funciones, tales como tornos, fresadoras, taladros, brazos mecánicos, etc.; Muy posiblemente se requiera una modificación de la técnica, para adaptarla a la fisonomía de operación y propósitos de la máquina, específicamente en la parte de modelado de series de tiempo, pues los datos obtenidos de este tipo de máquinas son de carácter continuo el tiempo, y así, realizando las modificaciones pertinentes, se puede obtener las pautas de comportamiento de las mismas.

➢ Adicionalmente, al conocer mediante esta técnica las pautas de comportamiento de variables pertenecientes a máquinas de Control numérico, se pueden aplicar metodologías de control caótico de variables, mediante las cuales estabilizar parámetros tales como: niveles de vibración, precisión de la máquina, etc., por lo cual se recomienda ampliar a una segunda etapa el estudio, etapa en la cual una vez determinados los comportamientos de las variables, se procede a la implementación de parámetros caóticos de control.

➢ Como se expuso anteriormente (ver capítulo VII), la técnica presentada no pretende dejar de lado la utilización de test y resultados estadísticos, sino apoyarse en ellos para obtener pautas de comportamiento de máquinas, por lo cual es recomendable continuar realizando los test estadísticos de tendencia que se han realizado hasta ahora a los datos, para tener indicios sobre como deben ser los atractores del sistema reconstruido.

➢ Anteriormente se mencionó la factibilidad de modelar el comportamiento de la máquina mediante un modelo de lógica difusa (ver capítulo VI, y capítulo VII), incluso utilizando resultados y ecuaciones hallados en éste trabajo, éste sistema permitiría aumentar la efectividad de la metodología mostrada, al utilizar los resultados de la misma, para visualizar como interactúan las variables de la máquina. Por esto se recomienda, hacer uso de un modelado difuso de la máquina, que incorpore los resultados del presente trabajo.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

LIBROS

[8] Berruti, A. (1995)Economía Dinámica. Modelos Caóticos. Mimeo Fac de Ciencias Económicas, UN de Cuyo.

[4] Farmer, J.D., Cruthfield, J.P., Packard, N.H., Shaw, R.S. (1998). Chaos.

[20] Gleick, J. (1988). Caos: la creación de una ciencia Editorial Seix Barral

[5] Peitgen, H., Jurgens, H., Saupe, D. (1992). Chaos and Fractals. New Frontiers of Science. New York. Springer-Verlag.

[16] R, M. May: (1976). Simple mathematical models with very complicated dynamics. Nature, págs. 261-469.

[3] Takens, F. (1986). Detecting strange atractors in turbulence. En Lecture Notes in Mathematics, Dynamical Systems and Turbulence (Ed. D.D. Rand y L.S. Young.) New York. Springer-Verlag: 366-381.

[1] Weigend, A.S., Gershenfeld, B.A. (1992). Nonlinear Modeling and Forecasting. Addison-Wesley: 395-432.

DOCUMENTOS ELECTRÓNICOS

[22] Paissan, G. (2005). Métodos de análisis Caóticos. Monografía, [en línea]. Disponible en: http://focuslab.lfp.uba.ar/public/CursoTErrores2k4/ Monografías2005/Gabriel_Paissan.pdf . [2005, Diciembre 12].

TRABAJOS ESPECIALES DE GRADO

[14] Saloni, D. (2003). Abrasive Machining Process Characterization on Material Removal Rate, Final Surface Quality and Power Consumption when Wood is Used. Master Thesis in Integrated Manufacturing System Engineering.

PAGINAS WEB

[12]Dimensión por conteo de cajas [en línea]. Disponible en: http://coco.ccu.uniovi.es/geofractal/capitulos/02/0207.shtm#DimensionRecuentoCajas. [2006, Enero 16]

[11] Detalles cámara infrarroja [en línea]. Disponible en: www.flirthermography.com [2005, Noviembre 29]

PUBLICACIONES Y REVISTAS

[12] Casdagli, M. (1989). Nonlinear prediction of chaotic time series. Physica D 35: 35:56.

[13] Grassberger , P, Procaccia, I . (1983). Characterization of strange atractors. Physical Review newsletters 50, 5. Págs: 346-349.

[14] Grassberger , P, Procaccia, I . (1983). Estimation of the Kolmogorv entropy for a chaotic signal. Physical Review A 28, 4. Págs: 2591-2593.

[15] M.G Cosenza.(2001). "Caos y dinámica no lineal". Notas de clase. Universidad de Los Andes. Venezuela.

[16] Sauer T. (1993). How Many Delay Coordinates Do You Need, *IJBC*, vol. 3, 737.

[17] Almanza Veloz V.H. (2002). Estudio mediante dinámica caótica de un contaminante primario de la ZMCM. XXVIII Congreso interamericano de Ingeniería Sanitaria y Ambiental. Cancún, Mexico.

[18] M, Dubois, y otros. El orden caótico. Mundo Científico, vol 68.

[19] Lo, A., y A. C. McKinlay. (1988). Stock market prices does not follow random walks: evidence from a simple specification test, Review of Financial Studies. 1, 41-66.

[20] Balacco, H. y Vera de Serio, V. Dinámica no lineal en economía, un análisis introductorio. Jornadas de AAEP, Bahia Blanca, Brasil. Noviembre 1997.

[21] Mollejas, L. y Da Costa, R. (2004). Notas metodológicas: de la econometría clásica al análisis no lineal. Revista Venezolana de análisis de Coyuntura, Vol X, Nº 1 (ene-jun). Págs. 11-27.

[22] Peñaloza, Mejia O., Alvarez, Jaime.,Alvarez Joaquin. (2004). Supresión de Caos en un manipulador planar subactuado: resultados experimentales. CINVESTAP-IPN. Dpto de Ing. Eléctrica, Sección de mecatrónica. Mexico, D.F.

GLOSARIO

Atractores: pauta geométrica que aparece al representar la evolución de un sistema dinámico en el denominado *espacio de fases*, posee ciertas propiedades matemáticas que indican, en ciertos casos, soluciones permanentes de ecuaciones correspondientes a sistemas dinámicos.

Dimensión de inserción: Número de coordenadas necesarias para representar por completo la evolución temporal de un sistema, con la intención de hallar pautas de comportamiento en el espacio geométrico determinado.

Espacio de fases: Es el espacio vectorial dentro del cual queda circunscrita la evolución en el tiempo de un sistema, y permite representar sus pautas de comportamiento de forma geométrica, su dimensión está dada por la dimensión de inserción.

Lógica difusa: Rama de la inteligencia artificial que se funda en el concepto "Todo es cuestión de grado", y permite manejar información vaga o de difícil especificación, con la cual es posible gobernar un sistema por medio de reglas de 'sentido común' las cuales se refieren a cantidades indefinidas, estas reglas pueden ser definidas con sistemas adaptativos que aprenden al observar como operan las personas los dispositivos reales, o pueden ser formuladas por un experto humano. Es aplicable a sistemas de control, así como para modelar sistemas de ingeniería, física, biología o economía. La lógica difusa es entonces definida como un sistema matemático que modela funciones no lineales, convierte unas entradas en salidas acordes con planteamientos lógicos que usan el razonamiento aproximado.

MDF: Compuesto generado con distintos tipos de madera, de carácter homogéneo, muy utilizado en la fabricación de muebles preensamblados.

Maple: Madera extraída del árbol de Arce, de alta densidad, cuyo color puede variar entre un crema pálido y un rojizo claro.

Máquina de control numérico: Máquina en la cual una computadora controla la posición y velocidad de motores que accionan sus ejes, gracias a lo cual puede hacer movimientos que no se pueden lograr manualmente como círculos, líneas diagonales y figuras complejas. Estas máquinas son capaces de mover la herramienta al mismo tiempo en los tres ejes para ejecutar trayectorias, una vez programada, ésta ejecuta todas las operaciones sin necesidad de que el operador esté manejándola. Esto permite aprovechar mejor el tiempo del personal para que sea más productivo.

El término "control numérico" se debe a que las órdenes dadas a la máquina son indicadas mediante códigos numéricos.

Modelo de simulación: Consiste en diseñar y desarrollar un modelo computarizado de un sistema o proceso y conducirlo experimentalmente con el propósito de entender su comportamiento y evaluar estrategias con los cuales puedan operar el sistema. Este modelo o simulador estará sujeto a diversas manipulaciones, las cuales serían imposibles de realizar, demasiado costosas o imprácticas. Su operación puede estudiarse y conocer propiedades concernientes al comportamiento del sistema.

Módulo continuo: Parte del modelo de simulación diseñado para la máquina en estudio, que se encarga de calcular y registrar la Tasa de Remoción necesaria para remover cierta cantidad de material.

Órbitas: Son todos aquellos valores de la variable medida que se presentan en la evolución del sistema en el tiempo.

Teoría del Caos: Rama emergente de la ciencia, encargada de estudiar las complejas interacciones entre las variables que componen un sistema dinámico, con el objetivo de conocer sus pautas de comportamiento a lo largo del tiempo, y poder realizar predicciones sobre las mismas.