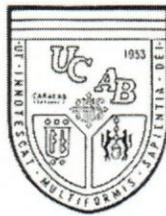


AAQ-1091

TESIS  
PA 2006  
G3



UNIVERSIDAD CATÓLICA ANDRÉS BELLO  
VICERRECTORADO ACADÉMICO  
DIRECCION GENERAL DE ESTUDIOS DE POSTGRADO  
ÁREA DE HUMANIDADES Y EDUCACION  
Especialización en Educación: Procesos de Aprendizaje

Trabajo Especial de Grado

EFFECTIVIDAD DE LOS DIAGRAMAS PARA LA RESOLUCIÓN DE  
PROBLEMAS VERBALES DE ADICIÓN Y SUSTRACCIÓN TIPO COMPARACIÓN.  
CASO: UN GRUPO DE ESTUDIANTES DE CUARTO GRADO EN UNA UNIDAD  
EDUCATIVA.

presentado por  
Mónica García Chacón  
para optar al título de  
Especialista en Educación

Asesor  
Patricia Peña

Caracas, 2006.

## Agradecimientos

Dirijo mis agradecimientos a las siguientes personas e instituciones:

A la profesora Patricia Peña por su apoyo, dedicación y profesionalismo.

A mi compañera de postgrado: Elisbia Morin por brindarme su solidaridad.

A mi hermano Gustavo García por su dedicación y tiempo.

A mis alumnos y alumnas que con su alegría y manifestaciones de cariño me acompañaron a lograr esta meta.

A la Unidad Educativa donde se realizó este trabajo de grado, por su colaboración y buena disposición.

A la Universidad Católica Andrés Bello por ser mi casa de estudio y ofrecerme tantas oportunidades de aprendizaje.

## Índice de contenido

	Pág
<i>Capítulo 1. Introducción</i> .....	1
Descripción del Contexto.....	1
Escenario de Trabajo de la Autora.....	2
El rol de la Autora.....	7
<i>Capítulo 2. Estudio del Problema</i> .....	9
Enunciado del Problema.....	9
Descripción del Problema.....	9
Documentación del Problema.....	10
Análisis de las Causas.....	12
Relación del Problema con la Literatura.....	15
Desarrollo de la Habilidad de Adición y Sustracción.....	15
Problemas Verbales de Adición y Sustracción. Clasificación .....	17
Estrategias de Aprendizaje.....	22
Estrategias para Resolver Problemas Verbales de Adición y Sustracción. Investigaciones.....	24
Métodos de enseñanza. Investigaciones.....	32
<i>Capítulo 3. Anticipación de Resultados e Instrumentos de Recolección de datos</i>	48
Objetivo General.....	48
Objetivos Específicos.....	48
Resultados Esperados.....	49
Medición de los Resultados.....	49
<i>Capítulo 4. Estrategia de Solución</i> .....	52
Discusión y Evaluación de Soluciones.....	52
Descripción de las Solución Seleccionada .....	53
Variable Independiente.....	53
Variable Dependiente.....	54
Propósito.....	54
Objetivo General.....	55
Objetivos Específicos.....	55

Plan de Acción.....	55
Primera Sesión.....	57
Segunda Sesión.....	60
Tercera Sesión.....	62
Cuarta Sesión.....	64
Quinta Sesión.....	65
<i>Capítulo 5. Resultados.....</i>	<i>67</i>
Resultados.....	67
Discusión.....	69
Recomendaciones.....	70
En relación con el Uso de la Estrategia Diseñada.....	70
En relación con Futuras Investigaciones.....	71
Difusión.....	71
<i>Referencias Bibliográficas.....</i>	<i>73</i>
<i>Anexos.....</i>	<i>75</i>
Anexo A. Preprueba – Postprueba.....	76
Anexo B. Representación con Diagramas de Problemas con Diferencia Desconocida.....	79
Anexo C. Representación con Diagramas de Problemas con Diferencia Desconocida.....	81
Anexo D. Representación con Diagramas de Problemas con Comparado Desconocido.....	83
Anexo E. Representación con Diagramas de Problemas con Comparado Desconocido.....	85
Anexo F. Representación con Diagramas de Problemas de Diferencia Desconocida y con Comparado Desconocido.....	87
Anexo G. Representación con Diagramas de Problemas con Referente Desconocido.....	90

Anexo H. Representación con Diagramas de Problemas con Referente Desconocido.....	92
Anexo I. Representación con Diagramas de Problemas con Diferencia Desconocida, Comparado desconocido y Referente Desconocido.....	94
Anexo J. Problemas resueltos por los alumnos durante la intervención	97

### Índice de figuras

	Pág
Figura 1. Organigrama Organizacional de la Unidad Educativa.....	3
Figura 2. Ejemplos de los Problemas y los Diagramas de Combinación Presentados a los Alumnos en la Investigación de Willis y Fuson (1988) .....	34
Figura 3. Ejemplos de los Problemas y los Diagramas de Cambio Obtener Más Presentados a los Alumnos en la Investigación de Willis y Fuson (1988) .....	34
Figura 4. Ejemplos de los Problemas y los Diagramas de Cambio Obtener Menos Presentados a los Alumnos en la Investigación de Willis y Fuson (1988) .....	34
Figura 5. Ejemplos de los Problemas y los Diagramas de Comparación Presentado a los Alumnos en la Investigación de Willis y Fuson (1988) .....	35

### Índice de tablas

	Pág
Tabla 1. Personal de la Unidad Educativa.....	5
Tabla 2. Matricula del Período Escolar 2005 – 2006 .....	6
Tabla 3. Categoría Problemas Verbales Investigación Willis y Fuson (1988) .....	33
Tabla 4. Frecuencias (Evaluación Preprueba) .....	68
Tabla 5. Frecuencias (Evaluación Postprueba).....	68
Tabla 6. Estadísticos Descriptivos.....	69

UNIVERSIDAD CATOLICA ANDRES BELLO  
ESTUDIOS DE POSTGRADO  
AREA DE HUMANIDADES Y EDUCACION  
PROGRAMA DE ESPECIALIZACION EN EDUCACION  
MENCION: PROCESOS DE APRENDIZAJE

Efectividad de los Diagramas para la Resolución de Problemas Verbales de Comparación. Caso: un grupo de estudiantes de cuarto grado en una unidad educativa.

Autor: Mónica M. García Ch.  
Asesor: Patricia Peña  
Fecha: Abril de 2006

### RESUMEN

El presente estudio se realizó con un grupo de Cuarto Grado de Educación Básica de una institución educativa privada en un municipio del Estado Miranda. En dicho grupo se encontraron debilidades asociadas a la resolución de problemas verbales de adición y sustracción de tipo comparación; competencia esperada en alumnos pertenecientes a dicho período escolar.

Para solucionar esta problemática, se estableció como objetivo determinar la efectividad de un programa de intervención en el uso de diagramas para la resolución de este tipo de problemas verbales. Para ello se diseñó una estrategia de intervención consistente en la aplicación de diagramas para mejorar la resolución de problemas verbales de adición y sustracción cuyos enunciados implican comparaciones. Este programa de intervención se basó principalmente en las investigaciones de Fuson y Willis (1988, 1989); Stern (1993); Fuson, Carroll y Landis (1996); Bermejo, Lago y Rodríguez (1998) y Rojas (2003) empleándose como estrategia central al docente como mediador, quien a partir de la exploración de conocimientos previos y la práctica guiada llevó a cabo 8 sesiones de 90 minutos aproximadamente.

El diseño de la investigación fue de preprueba postprueba con un solo grupo (Hernández, Fernández y Baptista (2002). Los datos presentados por los alumnos durante el programa de intervención se sometieron al análisis del estadístico t de student ( $t=19,145$ ) y evidenciaron que el aprendizaje y la aplicación de los diagramas mejora la resolución de problemas verbales de tipo comparación. Asimismo, se evidenció que el uso de diagramas induce en los estudiantes la selección correcta de la operación numérica que resuelve el problema cuando los datos son números con más de dos cifras y cuando la incógnita es uno de los sumandos o uno de los elementos de sustracción.

Descriptores: Problemas Verbales de Comparación, Educación Básica, Adición y Sustracción, Estrategias de Aprendizaje.

## Capítulo I: Introducción

El siguiente capítulo contiene tres secciones que presentan la descripción del contexto donde se desarrolló la investigación, su entorno geográfico y socioeconómico, también proporciona antecedentes del escenario de trabajo donde transcurrió la situación problema, por último se describe el rol del autor y sus responsabilidades en el escenario de trabajo en lo referente a la situación problema abordada en la presente intervención.

Los datos referentes al escenario donde se llevó a cabo la investigación fueron facilitados por el administrador de la institución y tomados del ideario, reglamento interno de convivencia escolar, las planillas de información general del plantel y planillas de clasificación del personal.

### *Descripción del contexto:*

La unidad educativa privada donde se aplicó el programa de intervención es una institución sin fines de lucro, ubicada en una zona residencial del Municipio Sucre. El acceso al colegio se realiza a través de vehículos propios o transporte escolar, por esa calle no circulan transportes públicos.

Las familias que pertenecen a dicha institución presentan un nivel socioeconómico bastante homogéneo ubicándose en los estratos sociales A y B, la gran mayoría de los padres son profesionales universitarios o empresarios en diferentes carreras universitarias.

El colegio presenta una superficie total de 2.100 metros cuadrados de los cuales 1.600 metros cuadrados son de construcción. La planta física está integrada por una edificación de 3 pisos y presenta los siguientes locales: 8 oficinas, 17 aulas, 5 laboratorios, 8 sanitarios, una sala para audiovisuales, dos salas varias, dos

bibliotecas, 1 sala de profesores, 2 depósitos, 1 sala de computación (con 13 computadoras), un auditorium, una cantina, una piscina semi olímpica, una cancha deportiva y 1 estacionamiento para el personal de la institución (sótano).

*Escenario de trabajo del autor:*

La institución donde se llevó a cabo el trabajo tiene como misión proponer una educación integral del educando, atendiendo a las diferentes áreas del desarrollo del niño y promoviendo los procesos que faciliten el aprendizaje de diversas asignaturas, así como la adquisición de valores que permitan el pleno desarrollo de sus capacidades y habilidades, para convertirse en un ser humano socialmente productivo.

La visión de la institución es incorporar al sistema educativo a niños con dificultades de aprendizaje, sin compromisos intelectuales ni discapacidades sensoriales que lo limiten en el aprendizaje de las diversas asignaturas. Dicha integración no debe exceder del 20% en cada aula, cumpliendo con el programa oficial vigente.

El horario de clase semanal de 4º grado esta distribuido de la siguiente manera: 10 horas de lenguaje, seis horas de matemáticas y dos horas de laboratorio de matemáticas donde se aplican actividades con material concreto, fichas, juegos, entre otras; cuatro horas de ciencias de la naturaleza, cinco horas de ciencias sociales, una hora de música, una hora de hábitos, una hora de biblioteca, cinco horas de inglés, dos horas de educación física, dos horas de natación y una hora de religión. El horario de entrada es a las 7:00 am. y la salida es a la 1:30 pm. Durante las seis horas de matemáticas se llevó a cabo el programa de intervención.

La institución se corresponde en su estructura administrativa con los lineamientos y directrices de las instancias superiores jerárquicas. A continuación se presenta el organigrama de la institución con el fin de visualizar la jerarquía de los cargos.

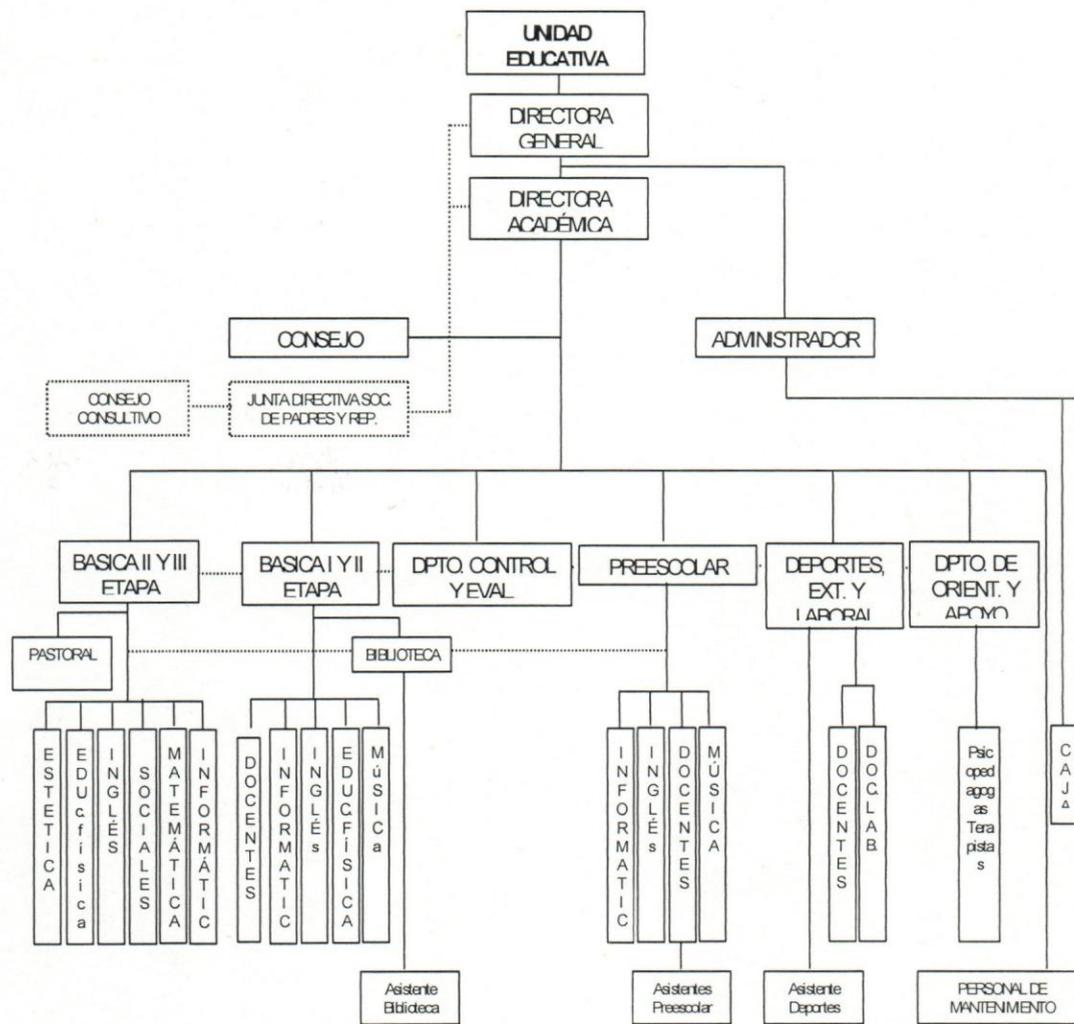


Figura 1. Organigrama Organizacional del La Unidad Educativa

Tanto personal directivo como docente desempeñan funciones específicas dentro del plantel, las coordinaciones concilian las metas de la Institución, crean canales de comunicación entre los docentes, alumnos, representantes y demás miembros de la Comunidad Educativa, mientras que los departamentos van de la mano con la especialización y la división del trabajo.

Toda esta complementariedad, facilita las relaciones de todos los integrantes de la Comunidad Educativa, además de equilibrar la influencia del poder ejercido por los órganos unipersonales gerenciales.

A continuación se presenta en la tabla 1 la información detallada sobre el personal directivo, docente y administrativo de la Unidad Educativa, comenzando por el personal directivo, pasando por los docentes pertenecientes a todas las etapas de educación y terminado con el personal administrativo y de mantenimiento, esto con el fin de conocer la cantidad de empleados que posee la Unidad Educativa y los grados de instrucción de cada uno de ellos.

Tabla 1.

*Personal de la Unidad Educativa.*

Personal	Cargo	Estudiando	Técnico Superior	Normalista	Licenciado	Estudio Cuarto Nivel
<b>Directivos</b>						
1	Presidente				1	
1	Directora general				1	
1	Directora académica				1	
3	Coordinadores				3	
<b>Docentes</b>						
28	Docentes de aula		8	4	14	2
2	Terapistas ocupacionales		1		1	
4	Auxiliares	1	2		1	
2	Bibliotecarias	1	1			
<b>Personal administrativo</b>						
1	Administrador		1		1	
1	Recepcionista					
2	Secretarias					
7	Mantenimiento					

En cuanto a la matrícula, el colegio posee actualmente 218 alumnos y alumnas con una sola sección por grado y un turno (mañana), comenzando con el primer nivel de Educación Inicial, Maternal y tres niveles, Primera, Segunda y Tercera Etapa de Básica y Diversificado. A continuación, en la tabla 2 se muestran la cantidad de

hembras y varones por niveles y por grados y los totales de alumnos en los mismos y en toda la Unidad Educativa.

Tabla 2.

*Matricula del periodo escolar 2005 – 2006.*

Grado	Hembras	Varones	Total
Maternal	2	6	8
Nivel 2	8	3	11
Nivel 3	14	9	23
Nivel 4	9	9	18
1° grado	7	13	20
2° grado	6	10	16
3° grado	11	9	20
4° grado	10	13	23
5° grado	3	13	16
6° grado	4	6	10
7° grado	2	8	10
8° grado	3	7	10
9° grado	3	7	10
1° Ciencias	5	6	11
2° Ciencias	5	7	12
TOTAL	88	122	218

Los alumnos de la institución son promovidos a los grados posteriores de la siguiente manera. Los alumnos del cuarto nivel son promovidos a primer grado con un informe descriptivo, en el cual se evalúan las competencias esperadas y alcanzadas. En primera etapa son promovidos con un literal (A – B – C –D) y en segunda etapa y en el resto de los grados, son promovidos con una escala del 1 al 20, siendo 20 la máxima calificación.

### *El rol de la autora*

El rol que desempeñó la investigadora dentro de la unidad educativa descrita anteriormente, fue de docente de aula de 4° grado de Educación Básica, a cargo de las asignaturas de matemática, lenguaje, ciencias de la naturaleza y ciencias sociales cuya distribución durante la mañana fue explicada anteriormente.

Cada etapa Preescolar, Básica y Diversificado tiene un coordinador los cuales se reúnen cada quince días para discutir sobre temas generales tales como, las efemérides respectivas al mes, reuniones importantes con representantes, horarios, planificaciones, simulacros de emergencia, proyectos a seguir, informaciones generales, etc. Posteriormente cada coordinador es el encargado de suministrarle la información a sus docentes, con los cuales se reúnen una vez cada quince días. De igual manera, los coordinadores están encargados de supervisar a los docentes en su desempeño dentro del aula de clases, observan si los docentes mantienen control en el grupo, si cumplen sus planificaciones semanales, si emplean diferentes estrategias para enseñar contenidos, si los alumnos y alumnas se encuentran motivados y si las clases son dinámicas. Los coordinadores, al igual que los directivos de la Institución prestan especial atención al desenvolvimiento de los docentes en cuanto a la enseñanza de los contenidos en el área de lenguaje y matemáticas, por lo tanto están dispuestos a emplear nuevas herramientas y/ o estrategias que mejoren en los alumnos y alumnas su desenvolvimiento en dichas áreas.

Debido a la importancia del aprendizaje significativo de las matemáticas y buscando mejorar la calidad de la enseñanza de la misma, la Unidad Educativa cuenta con el apoyo y asesoramiento en el área de matemática de un docente especialista en esta área, dicho docente visita a la institución mensualmente para

apoyar y guiar a los docentes en los lineamientos de enseñanza de este área, sugiriendo un orden específico en la presentación de los contenidos y proponiendo algunas estrategias novedosas para su enseñanza. A su vez, revisa las evaluaciones mensuales sugiriendo cambios y revisando los enunciados, operaciones y actividades que se proponen en ellas.

Se parte de la importancia de incrementar en el área de matemáticas los procesos cognitivos de alto nivel, entre los cuales se tiene, el razonamiento y la comprensión, los cuales son requeridos para la resolución de problemas verbales, y de la deficiencia de los alumnos y alumnas para resolver problemas verbales de manera efectiva, surgió la iniciativa de intervenir en este área incorporando al salón de clases nuevas estrategias para incrementar la habilidad de resolución de problemas verbales.

La presente investigación se llevó a cabo con los niños de cuarto de educación básica con un diseño de preprueba postprueba con un sólo grupo. La matrícula de niños en el aula seleccionada para la intervención es de 23 niños(as), 10 hembras y 13 varones en edades comprendidas entre 9 y 10 años.

En el contexto escolar descrito anteriormente, con los 23 niños y niñas de cuarto grado y durante las horas dedicadas a matemáticas se llevó a cabo el programa de intervención en el uso de diagramas para la resolución de problemas verbales de adición y sustracción utilizando enunciados que involucran relaciones de comparación y cantidades desde la unidad de mil hasta la centena de mil.

## Capítulo 2: Estudio del Problema

El siguiente capítulo está dividido en cinco secciones que se relacionan entre sí y que proporcionarán una comprensión completa del problema objeto de estudio.

### *Enunciado del Problema*

El problema a resolver fue mejorar la habilidad para resolver problemas de adición y sustracción, cuyos enunciados involucran relaciones de comparación, en un grupo de estudiantes de cuarto grado de Educación Básica, perteneciente a una institución privada de un municipio del estado Miranda, mediante el entrenamiento en el uso de diagramas.

### *Descripción del Problema*

Los alumnos de cuarto grado del año escolar (2005 – 2006) de la Unidad Educativa presentaron dificultad para razonar y resolver problemas verbales de adición y sustracción cuyos enunciados involucran relaciones de comparación, por ejemplo:

- a. Juan tiene Bs. 3.000 y Carlos tiene Bs. 2.000. ¿Cuántos Bs. tiene Juan más que Carlos?
- b. Juan tiene Bs. 6.124. Carlos tiene Bs. 1.567 menos que Juan. ¿Cuántos Bs. tiene Carlos?
- c. Juan tiene Bs. 3.000. Él tiene Bs. 1.000 menos que Carlos. ¿Cuántos Bs. tiene Carlos?

La deficiencia presentada por los alumnos debe ser atendida ya que se espera que en edades comprendidas entre nueve y diez los niños ya deban demostrar dominio de las operaciones básicas de adición y sustracción y a su vez, de la resolución de problemas verbales que requieran de este tipo de cálculo.

Para delimitar el problema se consideró necesario describir y proporcionar ciertos antecedentes que puedan ampliar la panorámica del mismo. Así, se llevó a cabo una entrevista con la docente de este grupo de alumnos del período escolar anterior de tercer grado, (2004 – 2005) con el fin de conocer sobre el desenvolvimiento de los alumnos en el año escolar anterior en la resolución de problemas verbales de comparación.

A su vez, se revisaron los cuadernos de matemáticas del año escolar anterior (2004 – 2005) observando específicamente la resolución de los problemas verbales de comparación, notando que los alumnos, en la mayoría de los casos no recurrían a la operación numérica adecuada para resolver los problemas.

Por último, la investigadora observó directamente a los alumnos en el presente período escolar de cuarto grado (2005 – 2006) notando la dificultad en el razonamiento de los problemas verbales de comparación y en la escogencia de las operaciones numéricas adecuadas para su resolución.

Así, la recolección de información por medio de la entrevista con la docente y la observación directa de los alumnos en cuanto a su desenvolvimiento en la resolución de problemas verbales, facilitó el conocimiento sobre las deficiencias de los alumnos en el razonamiento y resolución de este tipo de problemas en particular.

#### *Documentación del problema*

A partir de la importancia que tiene formar a educandos críticos y de eliminar el distanciamiento existente entre la vida cotidiana y la enseñanza de las matemáticas, surge la inquietud de aumentar en los estudiantes el desempeño en la comprensión y resolución de problemas verbales de adición y sustracción cuyos

enunciados involucran relaciones de comparación, ya que estos ayudan al estudiante a reforzar dónde se utilizan las operaciones y conceptos matemáticos en la vida real.

De esta manera fue importante recopilar información referente a lo que los alumnos de cuarto grado (sujetos de la presente investigación) habían estudiado y aprendido en el año escolar anterior (tercer grado, período académico: 2004 - 2005) sobre los problemas verbales de comparación. Así, se le realizó una entrevista a la docente de tercer grado de este grupo de alumnos para conocer el desempeño de los niños en el área de resolución de problemas verbales de comparación y las estrategias empleadas por la docente en esta área. La docente manifestó que este grupo de alumnos, a nivel general, presenta dificultad en el razonamiento de los problemas verbales de adición y sustracción, específicamente en la escogencia de la operación matemática adecuada para su resolución. Igualmente, la docente expresó que los niños leían y releían los enunciados de los problemas y no sabían qué operación numérica (adición o sustracción) era la adecuada para responder al planteamiento.

La docente planteó que los alumnos resolvían problemas por lo menos tres veces a la semana dentro de la rutina diaria del área de matemática y que su estrategia de enseñanza para la resolución de problemas de comparación consistía en la extracción de palabras claves y la eliminación de información irrelevante presentada en los enunciados de los problemas.

A su vez, otro método de recolección de datos utilizado para obtener evidencia de la existencia del problema fue la observación directa de los alumnos de cuarto grado por parte de la investigadora, esta observación brindó información referida hacia la dificultad que presentan los alumnos en la resolución de problemas verbales de comparación. Se evidenció que los alumnos tenían que leer reiteradas veces los

enunciados de los problemas sin conseguir deducir la operación matemática que debían emplear para conseguir la respuesta. También se observó que los alumnos recurrían al docente constantemente manifestando que “no entendían los problemas”.

#### *Análisis de las Causas*

En el estudio del problema, se pudieron determinar diversas posibles causas que pudieron estar focalizadas hacia, tanto el desenvolvimiento de los docentes y la enseñanza de los contenidos de matemáticas en la resolución de problemas verbales, como hacia el desenvolvimiento de los educandos en el aprendizaje de dicho contenido.

Se consideran posibles causas relacionadas con el desenvolvimiento de los docentes, las siguientes:

1. Escaso conocimiento por parte de los docentes de años anteriores, de la existencia de los tipos de problemas verbales en función de su estructura semántica.
2. Algunos docentes de años anteriores han recurrido a la práctica que consiste en redactar los problemas buscando que los alumnos utilicen las llamadas "palabras claves", enseñando esto como única estrategia para la resolución de problemas verbales. En este punto se aclara que algunos problemas verbales de comparación aunque contengan la palabra “más” en su enunciado, no se resuelven con la operación numérica de adición, por ejemplo: Carlos tiene Bs. 3000. Juan tiene Bs. 4000. ¿Cuántos Bs. tiene Juan *más* que Carlos?. Por ello, la estrategia de “palabras claves” en la resolución de problemas verbales de adición y sustracción puede confundir a los alumnos y llevarlos a la aplicación de operaciones numéricas no adecuadas (Fuson, 1988).
3. Poca sistematización en el entrenamiento de estrategias para la resolución de

problemas verbales de comparación tales como, oraciones numéricas, esquemas o representaciones, entre otras (Fuson, 1989).

4. En muchos casos y guiándose por el contenido programático de una guía escolar o bibliografía, el docente enseña las operaciones numéricas de manera aislada, es decir, primero la adición y posteriormente la sustracción, de igual manera, le presentan a los alumnos los problemas verbales, problemas de adición y de sustracción, trayendo como consecuencia que los alumnos no necesiten comprender y analizar los problemas porque ya suponen que todos los enunciados presentados serán resueltos aplicando una suma o una resta dependiendo de la operación numérica que se esté trabajando en ese momento.

Por otro lado, considerando algunas de las posibles causas focalizadas hacia el desenvolvimiento de los alumnos, se consideran:

1. Falta del hábito de leer varias veces el planteamiento del problema para evitar obviar información y comprender las oraciones relacionadas utilizadas en los enunciados de los problemas verbales de adición y sustracción.

2. Algunos alumnos manejan y aplican la estrategia de “palabras claves” para seleccionar la operación numérica y resolver la incógnita del problema. Aunque, en algunas ocasiones, la selección es la correcta, con mucha frecuencia esta práctica conduce a los alumnos a plantear algoritmos inadecuados, por lo tanto esta estrategia no es cien por ciento eficaz.

3. Desconocimiento y falta de aplicación de diversas estrategias que lleven a la resolución efectiva de los problemas verbales, por ejemplo: esquemas, oraciones numéricas o ecuaciones, etc.

*Sobre la base de que los problemas verbales con estructura semántica de*

comparación poseen una causalidad compleja, se relacionaron las informaciones provenientes de diversas fuentes con la finalidad de conocer los factores o posibles causas que pudieran estar influyendo en la resolución de problemas verbales de comparación en la población a la cual fue dirigida la presente intervención.

Bermejo, Lago y Rodríguez (1998) plantean que algunas de las causas que originan el fracaso infantil en matemáticas pueden ser atribuidas a la carencia del conocimiento conceptual o al desconocimiento del conjunto de relaciones lógicas. Por otro lado, De Corte y Verschaffel (1987), prefieren explicaciones fundadas en aspectos lingüísticos, sugiriendo que la utilización de procedimientos destinados a reformular los problemas y/o personalizarlos resultan útiles para mejorar la ejecución en los problemas verbales de adición y sustracción.

Por otro lado, Carpenter, Hiebert y Moser (1981); Willis y Fuson (1989) plantean que la dificultad de los problemas verbales depende principalmente de cuatro factores: la estructura semántica del enunciado, la ubicación de la incógnita, el tamaño de las cantidades y la presencia o no de ayuda. Así, estos investigadores han centrado sus estudios siguiendo diferentes líneas de trabajo, bien sea reformulando la estructura semántica de los problemas o entrenando a los alumnos en representaciones gráficas.

Para Carpenter et al. (1981) aquellos problemas que poseen enunciados relacionados son los más difíciles, específicamente los problemas de comparación. A su vez, los problemas de comparación que presentan mayor dificultad son aquellos cuya cantidad desconocida se encuentra en el primer sumando, mientras que la dificultad de este tipo de problemas disminuye cuando la incógnita se encuentra en el resultado.

Estas situaciones pudieran tener una incidencia importante en las deficiencias que presentan los niños al resolver problemas verbales de comparación.

#### *Relación del Problema con la literatura*

Uno de los principales objetivos de la enseñanza de la matemática, ha sido desarrollar en los estudiantes niveles de pericia que les permitan resolver problemas de manera eficiente, particularmente aquellos de naturaleza verbal. En tal sentido, tanto la enseñanza como el aprendizaje de la matemática han constituido una preocupación constante, no solamente en nuestro país sino también en otros países del mundo (Bermejo, Lago y Rodríguez, 1998). Es importante presentar a los alumnos la adición y la sustracción no de manera aislada y únicamente algorítmica sino en torno a problemas verbales, que según Bermejo et.al (1998), “son situaciones matemáticas con un alto grado de significación, que el niño se plantea frecuentemente en su vida cotidiana extraescolar” (p.534). Por otro lado, García (2002) plantea que existe un problema “siempre que queremos conseguir algo y no sabemos cómo hacerlo, es decir, los métodos que tenemos a nuestro alcance no nos sirven. Dicho de otro modo, tenemos una meta más o menos clara y no existe un camino inmediato y directo para alcanzarla; por lo tanto, nos vemos obligados a elegir una vía indirecta, a hacer un rodeo” (p.27).

Así, se observa la importancia del dominio de las operaciones de adición y sustracción en la resolución de problemas verbales en función de las características del enunciado, es decir, de su estructura semántica (Carpenter et.al 1981).

#### *Desarrollo de la habilidad de adición y sustracción*

Bermejo, et.al (1994), plantean que la habilidad de la adición aparece aproximadamente a partir de los tres años y es a esas edades cuando se evidencian los

primeros intentos de llevar a cabo acciones aditivas acompañadas del uso del conteo. En un principio el niño posee una “concepción unaria” de la suma, de modo que comprende el cambio de estado de una cantidad en el sentido de que un número inicial se hace mayor. En un principio, los niños no son capaces de observar diferencias conmutativas, por ejemplo:  $2 + 4$  y  $4 + 2$ , los niños en edades tempranas no esperan obtener el mismo resultado en ambas operaciones. Mas adelante los niños perciben a la adición como la combinación de dos conjuntos diferentes “concepción binaria”, es a partir de esta concepción que el niño comprende el significado de la propiedad conmutativa. A medida que los niños comienzan a resolver adiciones descubren las propiedades de la suma: elemento neutro, la conmutativa y la asociativa. La primera plantea que cualquier número más el elemento neutro (cero) da como resultado el mismo número, la segunda indica que el orden en que se sumen los sumandos no altera la suma y por último, la propiedad asociativa hace referencia los diversos agrupamientos que pueden realizarse para resolver la adición, dichos agrupamientos tampoco alteran el resultado final.

Por otro lado, la habilidad de restar, también se presenta desde edades tempranas, entre los 3 y 4 años los niños son capaces de determinar la cantidad sustraída a un conjunto, cuando la sustracción comprende de 2 a 5 objetos. Por lo tanto, los niños en edades tempranas pueden realizar tareas sencillas de resta, sin que ello signifique que comprenden la operación. Las primeras competencias se caracterizan por estrategias de “separar de”, posteriormente las estrategias empleadas se basan en el conteo utilizando tanto los dedos como objetos. Con el paso del tiempo se producen ciertos avances donde se ponen de manifiesto la flexibilidad para elegir estrategias en diferentes situaciones.

Así, al comenzar las experiencias matemáticas en la vida diaria, los niños descubren que se puede sumar y restar objetos además de contarlos. Ayudando a preparar la mesa, el niño reconoce que necesitará más platos si hay visitas. Contando el dinero de su alcancía se convierte en adición cuando adquiere unas nuevas monedas de quinientos o de cien y debe reformular su total. Se observa pues, la importancia de la enseñanza de las operaciones de sumar y restar para solucionar los problemas verbales, a su vez, se espera que los alumnos de edades comprendidas entre los nueve y once años de edad cronológica manejen completamente las habilidades de adición y sustracción. Bermejo, et.al (1994) desde los inicios de la década de los ochenta, plantean que se debe insistir en dar importancia a los problemas verbales dentro de la formación matemática de los alumnos, dejando a un lado, el exceso de aprendizaje del algoritmo. Es relevante dentro de la enseñanza de las matemáticas, que los aprendices comprendan la relación existentes que hay entre, lo que aprenden en clases y la vida extraescolar.

*Problemas verbales de adición y sustracción. Clasificación.*

Según Rosenthal y Resnick (1974), los problemas aritméticos verbales son “las tareas que requieren la integración de habilidades de procesamiento lingüístico y aritmético” y cuya finalidad desde los primeros años escolares, es la de facilitar en el alumno el acercamiento entre Aritmética y realidad, entre Aritmética y aplicaciones a la vida real. (p.817).

Una de las principales tareas aritméticas donde el niño formalmente comienza a aplicar estrategias de comprensión y representación es justamente en los problemas aritméticos verbales. Su condición de problemas verbales radica en la representación de la información mediante un texto compuesto “de una o varias frases” (Castro, Rico

y Gil, 1992, p. 244) que describen situaciones en las que hay cambio, modificación o combinación de cantidades y siempre hay una pregunta para cuya respuesta se requiere del cálculo de una o varias operaciones aritméticas, bien sea, adición o sustracción.

Los problemas aritméticos verbales de adición y sustracción de acuerdo a su estructura semántica son problemas cuyos enunciados involucran conocimientos conceptuales que implican aumento, disminución y comparación entre cantidades de objeto. Se clasifican en varios tipos los cuales han sido denominados de diferentes maneras pero adoptando para su definición la misma base semántica que los caracteriza.

Carpenter, Hiebert y Moser (1981), presentan tres tipos de problemas verbales en función de su estructura semántica:

1. Problemas de cambio: poseen una acción implícita o explícita que modifica una cantidad inicial. Por ejemplo: Juan tenía 8 metros. Carlos le da 6 metros más.

¿Cuántas metros tiene ahora Juan?

2. Problemas de combinación: estos problemas presentan dos cantidades que pueden o bien considerarse aisladas o como un todo, sin que exista alguna acción. Por ejemplo: Juan tiene 8 metros y Carlos 4. ¿Cuántas metros tienen entre los dos?.

3. Problemas de comparación: presentan relación entre dos cantidades diferentes, bien sea para establecer diferencia entre ellas o para encontrar una cantidad desconocida a partir de otra conocida y la relación entre ellas. Por ejemplo: Juan tiene 3 metros y Carlos tiene 6 metros. ¿Cuántas metros tiene Juan más que Carlos?

Las diferencias entre cada uno de estos problemas es notoria, principalmente entre los dos primeros y el último. Además, la estructura semántica de los problemas es tan significativa como el lugar que ocupa la interrogante, sobre todo cuando ésta se haya en el primer sumando. La formulación verbal del problema puede tanto facilitar como dificultar su resolución.

Carpenter et.al (1981), clasifican los problemas verbales atendiendo a ciertas dimensiones:

- a. *Carácter dinámico vs. estático de la relación entre los conjuntos del problema.* En algunos problemas tales como juntar y separar o de igualación, existe una acción implícita en la cual un conjunto es unido o separado de otro conjunto. Por otro lado, algunos problemas como los problemas de comparación y parte-parte –todo, envuelven relaciones estáticas entre las cantidades
- b. Tipo de relación entre un conjunto y sus subconjuntos.
- c. Si la acción implica un incremento o un decremento de la cantidad inicial.
- d. Naturaleza de la incógnita.

Así, más adelante, estos investigadores agregan a la clasificación otro tipo de problema: problemas de igualación los cuales presentan una acción implícita basada en la comparación de dos conjuntos diferentes. Por ejemplo: Juan tiene 8 metros. Carlos tiene 5 metros. ¿Cuántas metros hay que darle a Carlos para que tenga las mismas que Juan?

Retomando así la clasificación del año 1982, Carpenter y Moser (1984) identifican cuatro tipos de problemas verbales a los cuales denomina: unión-separación, parte-parte-todo, comparación e igualación.

Bermejo et.al. (1998), a través de un estudio empírico con 72 alumnos de edades comprendidas entre 5 y 9 años de edad cronológica, buscaron jerarquizar los distintos tipos de problemas verbales de adición y sustracción según la dificultad de los mismo. A su vez, tuvieron como objetivo delimitar la línea evolutiva que siguen los alumnos en el aprendizaje de los conceptos matemáticos de adición y sustracción. El procedimiento empírico de su investigación consistió en presentarle a los alumnos una serie de tarjetas en las que aparecían escritos los problemas verbales, tres problemas de cambio, tres de combinación, tres de comparación tres de igualación y tres de relación, es decir, un problema de comparación con la inicial desconocida, un problema de cambio desconocido y por último un problema cuya comparación final era desconocida. El orden de presentación de los problemas se hizo al azar y en cuatro sesiones experimentales con una duración de 20 minutos cada una.

Para analizar los resultados se tomaron en cuenta las respuestas correctas y la justificación adecuada de las mismas. En líneas generales, los resultados más significativos de esta investigación se pueden resumir de la siguiente manera, primero, que existe diferencia significativa en el rendimiento de los niños en función de su nivel de escolaridad, del tipo de problema y de la ubicación de la incógnita. Por otro lado, se encontró que el factor operación (adición o sustracción) no es significativo y concluyeron que los problemas de combinación y cambio son mas fáciles que los problemas de comparación, y dentro de ellos los que poseen un referente desconocido o diferencia desconocida son más fáciles que los que presentan una comparación desconocida.

En este orden de ideas, los resultados de las investigaciones realizadas por Carpenter et.al (1981); Willis y Fuson (1988; 1989) y Stern (1993) han evidenciado

que los problemas de comparación son los más difíciles y los que presentan mayor dificultad en su resolución debido a su estructura semántica, por ello, serán los que constituyan el objeto de estudio del presente trabajo.

Los problemas de comparación según Willis y Fuson (1989), proponen relacionar dos cantidades distintas, ya sea para establecer diferencia entre ellas o para hallar una cantidad desconocida o partir de una conocida y encontrar la relación entre ellas. Una de las cantidades cumple función de “referente” y la otra función de “comparado”. El tercer elemento es la diferencia o que la cantidad que excede entre ambos conjuntos. Cada elemento puede servir de incógnita.

Carpenter, Hiebert y Moser (1981), plantean que los problemas de comparación presentan la *diferencia de dos cantidades por medio de enunciados comparativos*. Esto incluye problemas en los cuales la diferencia entre dos cantidades dadas debe ser encontrada o alguna de las dos es desconocida.

En este orden de ideas, De Corte y Verschaffel (1987), plantean que los problemas verbales que contienen oraciones relacionadas o que buscan encontrar información por medio de la comparación, resultan más difíciles, así como cuando se presenta un conjunto en función de otro, por ejemplo: Carlos tiene 5 metros más que Juan. Estas oraciones aumentan su complejidad cuando la operación aritmética requerida resulta inconsistente con la oración de relación, por ejemplo, cuando el enunciado del problema dice “menos que” pero debe ser resuelto aplicando una adición, a estos problemas se les denomina problemas de lenguaje inconsistente (Stern, 1993); a diferencia de los problemas de lenguaje consistente cuyas oraciones corresponden a la operación aritmética requerida. Cuando se presentan problemas de

comparación con lenguaje inconsistente, los niños intentarían “reorganizar la información y resolver el problema según un esquema de lenguaje consistente”, esta reorganización de la información propicia la presencia de errores de representación.

### *Estrategias de aprendizaje*

Según Weinstein, Schulte y Valenzuela (1995), las estrategias de aprendizaje son todo tipo de pensamiento, acción, comportamiento, creencia e incluso emociones que permitan y apoyen al estudiante en la adquisición de información, en establecer relaciones con conocimientos previos y en la recuperación de la información ya existente. Otros autores la refieren al aprender a aprender (Pozo, Monereo & Castelló, 2001), aludiendo a las capacidades metacognitivas del pensamiento.

Pozo et.al. (2001), proponen que las estrategias de aprendizaje son una especie de reglas que permiten tomar decisiones adecuadas en un determinado momento del proceso. Continúan los autores y afirman que las estrategias de aprendizaje están relacionadas con la metacognición, la cual consiste en un mecanismo de carácter intrapsicológico que nos permite ser conscientes de algunos de los conocimientos que manejamos y de algunos de los procesos mentales que utilizamos para gestionar esos conocimientos, es decir, es la conciencia de la propia cognición. De hecho Monereo y Castelló (1997) la definen como "un proceso de toma de decisiones, consciente e intencional, acerca de qué conocimientos conceptuales, procedimentales y actitudinales poner en marcha para conseguir un objetivo de aprendizaje en un contexto definido por unas condiciones específicas" (p. 54).

La clave de una actuación estratégica es la toma consciente de decisiones que permite analizar y optimizar los propios procesos de aprendizaje y pensamiento, y por

ende, mejorar ese aprendizaje y los resultados y producciones que de él se deriven (Monereo et,al. 1997).

Según Poggioli (2000) las estrategias de adquisición de conocimientos se pueden dividir o agrupar en tres grandes categorías: 1) estrategias de ensayo, 2) estrategias de elaboración y estrategias de organización.

Según Poggioli (2000), las estrategias de ensayo permiten codificar la información por medio de la práctica para llevarla a la memoria a corto plazo. Son aquellas que implican la repetición activa de los contenidos (diciendo, escribiendo), por ejemplo: repetir términos en voz alta, reglas mnemotécnicas, copiar el material objeto de aprendizaje, tomar notas literales, el subrayado.

Según Beltrán (1993), aplicar las estrategias de elaboración implican una actividad “por la cual se añade algo –una información, un ejemplo una analogía- a la información que se está aprendiendo a fin de acentuar el significado y mejorar el recuerdo de lo que se aprende”. (p. 188). Estas estrategias propician hacer conexiones entre lo nuevo y lo familiar, bien sea, resumiendo, parafraseando, tomando notas no literales, creando analogías, contrastando la información que se esta aprendiendo con la ya conocida, y/o respondiendo preguntas incluidas en el texto o nuevas que se pueda formular el estudiante.

Según Poggioli (2000), las estrategias de organización agrupan la información para que sea más fácil recordarla. Implican imponer estructura a los contenidos del aprendizaje, dividiéndolo en partes e identificando relaciones y jerarquías. Incluyen ejemplos como: esquemas, subrayado, cuadros sinópticos y mapas conceptuales. Estos esquemas organizacionales invitan al estudiante a comprender, resumir,

organizar y sintetizar ideas complejas.

Así, según Beltrán (1993), las estrategias empleadas para comprender la información son las estrategias de selección y organización, mientras que las estrategias empleadas para memorizar o retener la información son la elaboración y la repetición, aunque cada una de estas estrategias puede colaborar en el proceso de la comprensión y de la retención.

Las estrategias de aprendizaje facilitan los procesos de enseñanza – aprendizaje, y están intrínsecamente relacionados con el pensamiento metacognitivo, en el sentido que el estudiante, dirige y controla su propio proceso de aprendizaje, donde, se espera que en la etapa universitaria ya sea capaz de utilizar las diversas estrategias para mejorar y aplicar los conocimientos que el estudiante ya posee con los conocimientos nuevos que va adquiriendo en su proceso de formación (Poggioli, 2000).

Por tanto, enseñar estrategias de aprendizaje a los estudiantes, es propiciar el aprendizaje eficaz y significativo y a su vez, fomentar su independencia (enseñarles a aprender a aprender). El conocimiento de estrategias de aprendizaje por parte del alumno influye directamente en que el alumno sepa, pueda y quiera estudiar.

De este modo, se puede afirmar que el uso de diagramas en la resolución de problemas verbales de adición y sustracción es una herramienta que les permitirá a los alumnos visualizar de manera más efectiva los enunciados presentados en los planteamientos de los problemas, a su vez, los orientará en la selección de la operación numérica.

*Estrategias para resolver problemas verbales de adición y sustracción.*

*Investigaciones*

Las estrategias para resolver los problemas verbales de adición y sustracción según Carpenter et.al (1981), se pueden clasificar de la siguiente manera:

1. Transición entre la estrategia de modelado directo y algunas estrategias de conteo. Estas estrategias están basadas en modelos directos con dedos y objetos, el proceso es unirlos de diferentes maneras los grupos de elementos dados para conseguir la respuesta.
2. Estrategias de conteo, basadas en el uso de sucesiones para contar, aquí el niño sigue una secuencia, inicia sus cálculos a partir de un grupo o conjunto, bien sea del sumando mayor o del que encuentra primero. Es importante destacar que en este tipo de estrategia los niños no utilizan material concreto.
3. Por último, los niños utilizan los datos numéricos recordados, es decir, aprenden de memoria datos numéricos, generalmente dobles o que suman diez y los utilizan para solucionar problemas.

Así, continúa Carpenter et.al (1981), en sus estudios y plantea que dentro de la primera categoría, la cual se caracteriza por usar objetos para representar las cantidades, los niños solucionan los problemas de cambio con la incógnita en el resultado con la estrategia de "juntar todo". Sin embargo, en los problemas de cambio, en los que se desconoce el conjunto de cambio, los niños prefieren la estrategia de "juntar a", en la que el niño construye un conjunto equivalente al inicial y añade objetos hasta que alcanza el conjunto total, siendo la respuesta el número de elementos añadidos. Cuando el problema de cambio es de sustracción, por ejemplo: En una fábrica hay 6.589 camisas. Después se vendieron algunas camisas. Ahora hay

3.339 camisas. ¿Cuántas camisas se vendieron? También varía la búsqueda del resultado dependiendo del lugar donde se encuentre la incógnita, si es en el resultado o en el conjunto de cambio. Si la incógnita se encuentra en el resultado, se utiliza la estrategia de “quitar de”, la cual consiste en construir el conjunto total, retirar los elementos correspondientes al conjunto de cambio, y después contar los que quedan. Cuando el conjunto desconocido está en el cambio, por ejemplo: Juan tenía 120 barajitas. Después le dio algunas a José. Ahora Juan tiene 95 barajitas. ¿Cuántas barajitas le dio Juan a José? la estrategia empleada se denomina “quitar a” y consiste en que el niño va retirando objetos del conjunto mayor hasta obtener el conjunto menor, siendo la respuesta el número de objetos sustraídos.

En los problemas de comparación, cuando se desconoce la diferencia, la estrategia empleada por los niños se denomina “emparejamiento” y consiste en que se construyen dos conjuntos de objetos que representan los dos conjuntos y en correspondencia uno a uno, se obtiene la respuesta al contar los objetos desaparejados.

En los problemas de adición, generalmente aparecen dos tipos de estrategias: “contar a partir del primer sumando”, la cual consiste en formar la secuencia de conteo a partir del primer conjunto, añadiendo posteriormente el segundo, de esta manera la respuesta es el último numeral empleado; la segunda estrategia es “contar a partir del sumando mayor”, cuyo procedimiento es similar a la primera, pero comenzando el conteo desde la cantidad mayor.

Carpenter, et.al (1981), realizaron una investigación con 43 alumnos de primer grado de clase media donde buscaban obtener información sobre la relación que existe entre los conceptos informales de la adición y la sustracción y la habilidad que

poseen los niños de resolver ciertos problemas verbales.

El primer objetivo de la investigación de Carpenter, et.al (1981), fue determinar que tan exitosos eran los niños y niñas en resolver diferentes tipos de problemas de adición y sustracción sin alguna instrucción formal e identificar qué tipo de problemas eran los más difíciles para resolver.

El segundo objetivo de esta investigación fue puntualizar las estrategias empleadas por los alumnos e identificar los factores que los guían para la selección de las mismas al momento de resolver los problemas. Según estos autores los niños pueden desarrollar estrategias simples de adición y sustracción y utilizarlas apropiadamente en todos los problemas, o también pueden combinar sus estrategias a una estructura de problemas dados modelando acciones implícitas o relaciones en el problema. Diferentes estrategias implican diferentes concepciones de adición y sustracción e identificando las estrategias que los alumnos utilizan se puede proporcionar alguna respuesta sobre el entendimiento de las operaciones de adición y sustracción que los niños poseen.

Tomando de esta investigación lo concerniente a los problemas de comparación, se tiene que Carpenter, et.al (1981), seleccionaron dos tipos de problemas de comparación, uno de adición y uno de sustracción, estos fueron:

De adición: Carlos tiene  $a$  chicles. Juan tiene  $b$  chicles más que Carlos.  
¿Cuántos chicles tiene Juan?

De sustracción: Carlos ganó  $a$  fichas. Su hermano Juan ganó  $c$  fichas. ¿Cuántas fichas ganó Juan más que Carlos?

En este estudio se llevaron a cabo entrevistas a los alumnos para identificar las

estrategias que ellos utilizaban para resolver cada problema. Los experimentadores leyeron a los alumnos cada problema y éstos fueron releídos tanto como fuese necesario con el fin de recordarles a los alumnos las cantidades dadas. A su vez, con el fin de visualizar las estrategias empleadas por los alumnos, se les facilitaron un conjunto de aproximadamente 40 cubos uniformes de colores rojos y blancos para que intentasen resolver los problemas en caso de necesitar otro material. Cuando los estudiantes tenían dificultades para resolver los problemas sin los cubos, el instructor le recordaba que podía utilizarlos.

Cuando las estrategias empleadas por los alumnos eran muy obvias, el experimentador la registraba e inmediatamente comenzaba el siguiente problema. Por el contrario, cuando la estrategia empleada por el alumno no era clara, el investigador pedía que se la describiera. Todos los problemas fueron presentados en una sesión de 10 o 15 minutos.

Los autores concluyen que debido a que se les enseña a los alumnos a resolver adiciones y sustracciones algorítmicamente y fuera de los contextos de los problemas verbales, y a su vez, no se les enseña a utilizar su intuición ni a desarrollar su capacidad de análisis, los alumnos recurren a confiar en las características superficiales de los problemas para identificar las operaciones correctas. Esto puede traer como resultado no solo un concepto superficial de la adición y la sustracción sino también una deficiencia en la resolución de problemas verbales.

Carpenter, Hiebert y Moser (1981), confirman los resultados obtenidos por Groen y Parkman (1972) y plantean que existen tres modelos básicos de conteo. Las tres estrategias de adición son las siguientes: contando todo, contando todo desde el principio y contando todo desde el número más largo. Contando todo es la estrategia

más elemental en la cual cada sumando es contado por el alumno, por ejemplo: si el alumno quiere sumar  $3 + 2$ , este cuenta tres y luego dos para finalmente reunirlos. Por otro lado, en la estrategia contarlos todo a partir del número más largo el alumno parte desde el cardinal del primer conjunto y continúa a partir del primero con el segundo, por ejemplo: tres, cuatro y por último cinco.

Aparentemente los alumnos tienen disponible un gran repertorio de estrategias que son capaces de emplear para solucionar diferentes tipos de problemas. La estrategia más común fue el modelado de la acción o las relaciones descritas en los enunciados de los problemas.

Así, los autores concluyen que los niños pequeños prefieren estrategias como la representación física de las acciones utilizando los procedimientos de modelado directo. Después los niños adquieren más flexibilidad al seleccionar los procedimientos de resolución con las estrategias en función del problema planteado. Pueden aparecer comportamientos regresivos que consisten en usar estrategias menos desarrolladas aunque se conozcan más sofisticadas.

Carpenter et.al (1981; 1984) encuentran que las principales variables dentro de la resolución de problemas verbales son de naturaleza lingüística, es decir, variables de naturaleza sintáctica o semántica. Entre las variables sintácticas se encuentran el número de palabras, la secuencia de la información y la presencia de algunas palabras claves que puedan sugerir la realización de alguna operación matemática. Sin embargo, estos autores consideran que las variables semánticas son más importantes porque determinan los procesos utilizados por los estudiantes en la resolución de problemas verbales.

Bermejo et,al (1994), plantean que existen dos componentes fundamentales en el proceso de solución de los problemas aditivos: la identificación y la representación del problema y la selección de un esquema apropiado para la solución del problema. De igual manera, Bermejo afirma que la dificultad de los niños radica más en la construcción adecuada de la representación inicial del problema que en la ejecución misma de la operación seleccionada. Los diagramas ayudan a construir la representación adecuada del problema e induce a la selección correcta de la operación.

De Corte y Verschaffel (1987), dirigen su investigación hacia la búsqueda de respuestas a dos interrogantes y basan su investigación en el trabajo de Carpenter et.al (1982, 1984)

1. ¿Qué estrategias adecuadas usan los alumnos para resolver problemas verbales y cómo se desarrollan estas estrategias durante el primer grado?
2. ¿Las estructuras simples de los problemas verbales de adición y sustracción influyen en las estrategias de solución empleadas por los alumnos?

De esta manera, como parte de su investigación, presentan un modelo donde se observa que la fase más importante para solucionar un problema verbal es la construcción de una representación interna. Los pasos son los siguientes:

1. Representar y relacionar globalmente los términos de los conjuntos.
2. Seleccionar la operación aritmética para encontrar la incógnita.
3. Ejecución de la operación.
4. Reactivar la representación inicial sustituyendo el elemento desconocido por el resultado obtenido.

##### 5. Verificar la solución.

Estos autores demuestran la importancia de la representación interna del problema, la cual parte de la estructura semántica y del esquema de las palabras del mismo. A su vez, complementan los resultados de las investigaciones de Carpenter et,al (1981; 1984)

Por su parte, Bermejo, Lago y Rodríguez (1994) afirman que otro aspecto importante dentro de la resolución de problemas verbales es el desarrollo estratégico. Los niños de primera etapa de Educación Básica, utilizan fundamentalmente las técnicas de conteo, entre las cuales se presentan, contar todo sin modelos o sin la utilización de material concreto, contar a partir del primer sumando y contar a partir del sumando mayor; en menor medida utilizan las estrategias de hechos numéricos, las cuales se basan en la utilización de reglas y en la memorización de resultados. Los alumnos de cuarto, quinto y sexto grado de Educación Básica emplean únicamente la estrategia de hechos numéricos y en algunos casos emplean la de conteo dependiendo de las características del planteamiento presentado.

Willis y Fuson (1988), proponen que resolver problemas verbales de adición y sustracción involucra tres aspectos importantes: a) representar la situación, b) seleccionar la estrategia de solución y c) usar la estrategia para encontrar la respuesta. Inicialmente los niños resuelven problemas representándolos con objetos concretos y después utilizan estos objetos para deducir la estrategia de solución. Carpenter y Moser (1984) y Fuson, Carrol y Landis (1996), plantean que los niños resuelven problemas con estrategias de conteo mucho mas sofisticadas que pueden ser directamente derivadas de la representación del problema. Finalmente los niños

resuelven problemas eligiendo una solución aritmética (adición o sustracción).

*Métodos de enseñanza. Investigaciones.*

El método común de enseñanza de problemas verbales de adición y sustracción ignora la necesidad de los niños de representar la situación del problema y se enfoca únicamente en la solución de la estrategia. Se les enseña a los niños a escribir la oración en forma de suma o resta y luego a escribir la respuesta de la oración, por ejemplo,  $6 + 5 = ?$  ó  $6 - 5 = ?$  (Willis y Fuson, 1988).

La desventaja de este tipo de enseñanza es particularmente fuerte en la solución de problemas complejos porque requiere no solo de la representación del problema sino también de la reflexión sobre la representación del mismo. Continúan los autores y plantean que un método de enseñanza que ayude a los niños a representar los problemas verbales es más efectivo que un método donde prevalece la búsqueda de soluciones por medio de oraciones.

Actualmente, existen dos grandes tendencias en la enseñanza de la resolución de problemas de comparación, uno que se basa en la reformulación de los problemas (Stern, 1993) y otro que se centra en la habilidad de representar las relaciones establecidas en el enunciado del problema (Willis y Fuson, 1988; 1989). Esta última será el objeto de estudio en el presente trabajo.

Willis y Fuson (1988), proponen cómo se le debe enseñar a los educandos a representar problemas verbales, empleando diagramas que modelan las características semánticas del problema, manifiestan que se pueden representar o escribir en dibujos las cantidades que aparecen en el problema, lo cual lleva a decidir sobre la operación aritmética más adecuada para obtener los resultados. Estos investigadores se

propusieron enseñar tres diferentes tipos de diagramas, atendiendo a la estructura semántica del enunciado, para ser aplicados en la resolución de dichos problemas y a determinar si el uso de diagramas mejoraban las ejecuciones de los alumnos aún ante los problemas de estructura semántica más compleja. La muestra para este estudio estuvo representada por 43 alumnos pertenecientes al segundo grado de una escuela pública en estados Unidos. Los alumnos con los cuales se realizó la investigación fueron categorizados en dos grandes grupos, un grupo de 24 estudiantes con altas habilidades matemáticas y otro grupo de 19 estudiantes con habilidades numéricas promedio.

Tabla 3.

*Las categorías de los problemas verbales utilizados en la investigación de Willis y Fuson (1988)*

Situaciones de adición	Situaciones de sustracción
<i>Cambio: Obtener mas</i>	<i>Cambio: Obtener menos</i>
Final desconocido	Final desconocido
Cambio desconocido	Cambio desconocido
Comienzo desconocido	Comienzo desconocido
<i>Combinación</i>	<i>Comparación</i>
Desconociendo todo	Diferencia desconocida
Primera parte desconocida	Cantidad mayor desconocida
Segunda parte desconocida	Cantidad menor desconocida

Los autores propusieron un tipo de diagrama para cada tipo de problema, los ejemplos de los problemas verbales con las etiquetas verbales y los diagramas

utilizados en la investigación fueron los siguientes:

Problema de combinación: Carlos y Juan tienen juntos 814 juguetes. Carlos tiene 342 juguetes. ¿Cuántos juguetes tiene Juan?

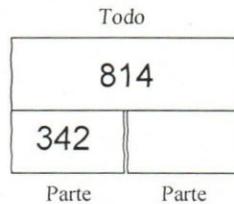


Figura 2: Ejemplo de los problemas y los diagramas de combinación presentados a los alumnos.

Problema de cambio obtener más: Inicio desconocido: Carlos tiene algunos juguetes. Juan le dio 342 juguetes. Ahora Carlos tiene 814 juguetes. ¿Con cuantos juguetes comenzó Carlos?

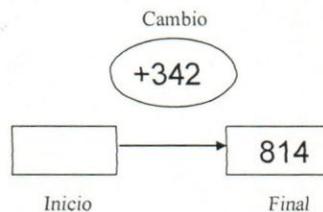


Figura 3: Ejemplo de los problemas y los diagramas de cambio obtener más presentados a los alumnos.

Problema de cambio obtener menos - cambio desconocido: Carlos tenía 814 juguetes. Le dio a Juan algunos juguetes. Ahora Carlos tiene 342 juguetes. ¿Cuántos juguetes le dio Carlos a Juan?

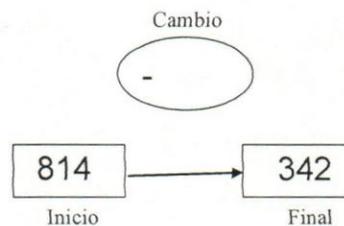
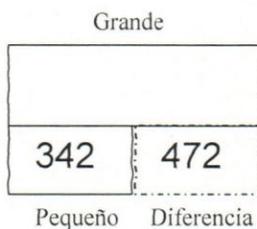


Figura 4: Ejemplo de los problemas y los diagramas de cambio obtener menos presentados a los alumnos.

Problema de comparación desconociendo la cantidad más grande: Carlos tiene 342 juguetes. Juan tiene 472 juguetes más que Carlos. ¿Cuántos juguetes tiene Carlos?



*Figura 5: Ejemplo de los problemas y los diagramas de comparación presentados a los alumnos.*

Así, se tiene que para los problemas de comparación, el diagrama está representado por tres casillas, cada una correspondiente a los tres elementos del problema.

Destacan las casillas del diagrama siendo dos de ellas para la cantidad pequeña y la cantidad grande expresadas en el problema y la tercera casilla bordeada por una línea quebrada, destinada a la cantidad que hace la diferencia en el problema.

A través de la aplicación de estos diagramas en el proceso de solución de los problemas, es factible observar las ejecuciones de los niños mas claramente, ya que se desarrollan cuatro fases iniciadas con la representación indicada por el dibujo del diagrama apropiado; seguido por la comprensión de las relaciones específicas entre las tres cantidades del problema, indicado por la inserción de los números en las casillas; luego sigue la elección de la estrategia de solución, o sea la aplicación del algoritmo de adición o sustracción según sea el caso; y por último la puesta en marcha de la estrategia de solución, indicada por la ejecución del algoritmo escogido.

El procedimiento empleado por Willis y Fuson (1988), para enseñar a estos estudiantes a resolver los problemas verbales con los diagramas fue el siguiente:

Primero, se les mostró a los estudiantes una categoría general de los problemas y se les mostró el esquema utilizado para cada categoría. Se les enseñó a los niños que para cualquier problema presentado debían escribir la letra que representa cada uno de los tres elementos (etiquetas verbales), dichas etiquetas son las palabras que se encuentran escritas en los diagramas que facilitan la identificación y ubicación de las cantidades, por ejemplo: Parte, Todo, Grande, etc.

Después de enseñarle a los niños las etiquetas verbales o elementos de los problemas, se le enseñó a hacer los dibujos esquemáticos mas apropiados para cada categoría. Los esquemas contenían tres partes, una correspondiente para cada elemento. Los dos números dados en el enunciado del problema fueron colocados por los alumnos en las partes apropiadas del diagrama correspondiente; estas ubicaciones fueron determinadas por las letras que representan las etiquetas verbales o elementos de los problemas. Por ultimo, los niños eligieron la operación aritmética para determinar el dato desconocido (bien sea sumando o restando).

Un ejemplo de cómo esta serie de pasos fueron aplicados en los problemas de comparación pueden verse en las figuras anteriores. Los niños identificaron el problema y escribieron los niveles verbales (Cantidad pequeña – cantidad grande y diferencia). La primera parte (Parte) es representada por Carlos, la segunda (Diferencia) es representada por Juan y la tercera parte (Grande) es la incógnita que representa la cantidad más grande.

Posteriormente se llevó a cabo una etapa de evaluación, en la cual se le presentaron a los niños diferentes tipos de problemas, específicamente, las hojas de

trabajos y evaluaciones para los problemas de comparación contenían 27 problemas distribuidos equitativamente tomando en cuenta las tres posibles posiciones de las incógnitas y a su vez, presentando problemas con las palabras más y menos, por ejemplo: ¿Cuántos juguetes menos tiene Carlos que Juan?

Los diez tipos de problemas más difíciles presentados a los niños antes y después de las clases fueron seleccionados previamente. De esta manera se aplicó una preprueba y una postprueba. Estas evaluaciones omitieron los problemas simples de combinación: “desconociendo todo” y los problemas de cambio: “final desconocido”, debido a que los investigadores estaban concientes de la fatiga y las posibles limitaciones de tiempo que se podían crear si se les presentaba a los niños una evaluación mas larga. Los problemas más fáciles fueron omitidos porque se conocían los efectos de límites que podían crear estos problemas. En todos los problemas de comparación, la palabra “más” fue utilizada preferiblemente antes que la palabra “menos”. Los problemas fueron ordenados de manera de que dos problemas de igual categoría semántica no fuesen ubicados secuencialmente. Todos los números en los problemas fueron de tres dígitos y un tipo de problema intercalado donde el niño debía llevar o tomar prestado. A los niños se les dio inicialmente la evaluación como una preprueba y se les permitió resolver los problemas de cualquier manera. Cuando se les presentó la evaluación como posprueba, se les dijo a los niños que utilizaran los dibujos esquemáticos para cada problema. Posteriormente cada problema fue evaluado con respecto a si los dibujos esquemáticos correspondían con la categoría del problema, si los números fueron colocados correctamente en el dibujo correspondiente, si la estrategia de solución elegida fue la correcta y si dicha estrategia se desarrolló correctamente.

La organización de la instrucción en esta investigación fue la siguiente:

La enseñanza fue dividida dentro de unidades; una categoría de mayor problema fue enseñada dentro de una unidad. El orden de enseñanza fue problemas de combinación, cambio: obtener más, cambio: obtener menos y comparación. La primera unidad enseñada a los alumnos pertenecientes al grupo con "altas habilidades matemáticas" se basó primero en problemas de números pequeños (sumas y diferencias hasta 18), y las hojas de trabajo de números pequeños fueron completadas antes que los problemas de números grandes fueran introducidos. Se hizo de este modo porque los investigadores tenían el temor de que si comenzaban con números grandes podía ser muy difícil para los niños. Para la primera unidad, los niños fueron instruidos para escribir una oración numérica que reflejara la estructura semántica del problema antes de la solución, por ejemplo:  $6 + \underline{\quad} = 14$  ó  $\underline{\quad} + 342 = 629$ .

Los investigadores enseñaron en varias sesiones problemas de una sola categoría particular, es decir, un solo tipo de problema por sesión, su clasificación, las variables y sus respectivas ilustraciones. Después de estas sesiones, los niños emplearon de 2 a 4 días completando la práctica de las hojas de trabajo para cada categoría de problema. Posteriormente los niños recibieron una retroalimentación individualizada y sistemática sobre su trabajo realizado en las hojas de trabajo. Las dificultades particulares que los niños tenían fueron diseccionadas inicialmente a medida que el instructor las asistió de manera individual y posteriormente las instrucciones que se daban dentro del salón de clases fueron utilizadas para rectificar errores generales.

Los resultados de esta investigación se resumen a continuación y se hará mayor referencia de aquellos que se ajustan más a los intereses del presente trabajo.

En cuanto a la selección apropiada de los diagramas, se observó que los niños fueron capaces de hacer todos los dibujos esquemáticos utilizados en el estudio. Ellos también mostraron habilidad en la selección de los dibujos apropiados al problema, es decir, haciendo el dibujo que corresponde con la categoría del problema verbal.

Los resultados en cuanto a la colocación de las cantidades en los diagramas se describen a continuación:

Los porcentajes y diferencias presentados entre la preprueba y la postprueba indicaron un aprendizaje considerable de los alumnos en cuanto a la colocación correcta de las cantidades en los diagramas respectivos. Tanto en las hojas de trabajo como en la postprueba, la actuación de los niños en los problemas de comparación fue, en algún modo más bajo que en las otras tres categorías de problemas debido a que son los problemas más difíciles.

Los investigadores aclaran en sus conclusiones que no se pueden dejar a un lado ciertas variables importantes, tales como el tiempo empleado en las sesiones, la fatiga de los alumnos y mayormente hacen referencia a las diferencias de las habilidades numéricas de los alumnos con los cuales se llevó a cabo la investigación.

Los resultados obtenidos en esta investigación en cuanto a la relación entre la representación y la estrategia de solución correcta se encuentran que en la mayoría de los casos la representación guió a los alumnos a la elección de una estrategia de solución correcta. Concluyen que efectivamente los diagramas sí orientaron a los alumnos en cuanto a la selección de las operaciones numéricas. Un bajo porcentaje arrojó resultados sobre una correcta representación pero una incorrecta solución.

Los alumnos con un promedio alto realizaron los dibujos de comparación; estos dibujos les permitieron corregir las estrategias de solución y pudieron reflexionar

sobre que este tipo de problemas principalmente envuelven una comparación entre una parte pequeña y un todo. Dentro de las conclusiones de esta investigación se plantea que el uso de diferentes tipos de esquemas es más efectivo que utilizar solo uno.

Más adelante, Willis y Fuson (1989) ampliaron su investigación involucrando a los maestros en el proceso de enseñar a utilizar los diagramas y así determinar si estos profesionales podrían comprender e implementar sin dificultad estas estrategias en su práctica escolar.

En esta investigación, los autores trabajan con 66 alumnos de segundo grado a los cuales un grupo de docentes entrenados les impartieron clases sobre el diseño y la aplicación de los diagramas en el proceso de solución de los problemas verbales de adición y sustracción.

Estos investigadores fueron exitosos con niños de segundo grado, quienes resolvieron problemas que involucraban cantidades de tres dígitos, cabe la posibilidad de replicar el estudio, con la finalidad de ayudar a los alumnos a establecer las relaciones semánticas del problema con la operación correspondiente, cuando las cantidades involucradas sean de tres dígitos.

En este trabajo se concluyó que la enseñanza de la resolución de problemas verbales de adición y sustracción por medio del diseño y aplicación de diagramas, puede ser dirigida sin dificultad por los docentes regulares dentro de las rutinas académicas.

Estos resultados son argumentos válidos para el rediseño de actividades instruccionales que conduzcan al logro de los objetivos de los programas escolares en

el área de matemática específicamente en la resolución de problemas verbales aritméticos.

En este orden de ideas, es oportuna la referencia del trabajo de Stern (1993), quien plantea que, de acuerdo a los modelos lógicos matemáticos de resolución de problemas verbales, los problemas verbales aritméticos difieren en los requerimientos de conocimiento matemático. Algunos problemas pueden ser modelados externamente y así requerir solo procedimientos basados en conteo, de igual manera, otros problemas demandan la transformación del problema textual en varias partes relacionadas.

De esta manera, Riley y Greeno (1998) citados por Stern (1993) postularon tres niveles de actuación, los cuales reflejan diferentes niveles de desarrollo cognitivo. Estos niveles son descritos con respecto a diferentes tipos de problemas de comparación.

El *primer nivel* plantea que los niños pueden resolver problemas de comparación con una diferencia desconocida, por ejemplo: Carlos tiene cinco colores, José tiene tres colores. ¿Cuántos colores tiene Carlos más que José?

Estos problemas no requieren de su transformación en partes, pero pueden ser resueltos construyendo una correspondencia uno a uno entre las dos primeras incógnitas y contando los objetos que quedan o restan “la estrategia de suma separada”. Cada paso para resolver estos problemas puede estar representado externamente usando objetos.

El *segundo nivel* permite entender la información cuantitativa que no puede ser representada externamente porque el conocimiento sobre la relación entre los postulados es requerida para realizar inferencias. Los problemas de comparación con

un postulado de comparación desconocido pueden ser resueltos en este nivel. Para estos problemas no es necesaria la transformación de la información en ecuaciones matemáticas basadas en esquemas generales de partes, es decir, una tiene que representar la diferencia de los postulados mencionados en la segunda oración así como la relación entre el postulado mencionado en la primera oración y el postulado por el cual se interroga en esta pregunta. Con este conocimiento, los problemas de comparación desconocida pueden ser resueltos por “la estrategia de contar todo”.

En el *tercer nivel*, el esquema de todas las partes es representado y puede ser combinado con el conocimiento sobre operaciones numéricas, así como la comparación de los postulados. Esto significa saber que tres postulados están envueltos en la comparación de postulados, el postulado que se compara, debe ser comparado con otro, a este se le llama postulado de referencia y a la diferencia entre éstos dos postulados, se le llama postulado de diferencia. La comparación de postulados también envuelve el saber que la relación matemática entre estos tres postulados depende de si el postulado que se compara es el más pequeño y el postulado de referencia es el más largo o viceversa. Representar los postulados envueltos en las comparaciones cuantitativas de las relaciones de todas las partes significa saber que postulados pequeños = postulados grandes – postulado de diferencia o postulados grandes = postulados pequeños + postulado de diferencia o también, postulado de diferencia = postulado grande – postulado pequeño. Con la ayuda de este conocimiento, la información textual dada en el problema puede ser directamente transformada en una ecuación matemática. En este nivel, los problemas de referencia desconocida pueden ser resueltos con la ayuda de “las estrategias de transformación matemática” porque solo uno tiene que ser inferido de la segunda

oración, si el postulado mencionado en la primera oración es el postulado pequeño o el grande se puede resolver el problema o sumando o restando los números.

Continúa Stern (1993), citando a Riley y Greeno (1988), quienes afirman que el hecho de que los problemas de referencia desconocida requieran acceso a los esquemas, es la razón para la diferencia en dificultad. Sin embargo, Stern (1993) en su investigación, plantea que el modelo de Riley y Greeno de solución de problemas de comparación no encajan en todos los aspectos consigo mismo y la data empírica de otros autores. El modelo de estos autores predice que problemas con un postulado de diferencia desconocida, por ejemplo, Carlos tiene cinco colores, José tiene tres colores. ¿Cuántos colores tiene Carlos más que José? Deben ser más fáciles que los problemas con postulados de comparación desconocida. Un estudio realizado por Riley y Greeno (1988); Cummins (1988); Stern (1992) y Stern y Lehrndorfer (1992), citados por Stern (1993), mostró que para alumnos de Básica, los problemas con postulados de diferencia desconocida son mas difíciles que los problemas con postulados de comparación desconocida. En otras palabras, los problemas de comparación con postulados de diferencia desconocida, por ejemplo: "Aquí hay 5 pájaros y allá hay tres gusanos. Si todos los pájaros vuelan hacia los gusanos para comérselos. ¿Cuántos pájaros se quedarán sin comer gusanos?" guían a efectos de facilitación sustanciales. Estos resultados sugieren que las dificultades con el procesamiento del texto más que con el acceso del conocimiento matemático sea lo que ocasiona que los problemas de comparación sean tan difíciles.

Según Stern (1993), un segundo tipo de modelo de resolución de problema verbal disminuye la importancia del procesamiento del texto. Acorde con estos modelos de procesamiento del texto, las dificultades de los niños con los problemas

verbales aumenta por la falta de entendimiento del texto, lo que previene a los niños de hacer contacto con conocimiento matemático relevante. Por ejemplo, en el caso de los problemas de comparación los niños entienden las formulaciones como “¿Cuánto tiene x más que y?” no como las relaciones indicativas entre los planteamientos sino como tareas indicativas simples tales como: ¿Cuántas x?. Para explicar la diferencia en dificultad entre los problemas con planteamientos de comparación desconocida y los problemas con planteamientos de referencia desconocida, los modelos de procesamiento de texto asumen que el lenguaje usado en los problemas con planteamientos de referencia desconocida propician más dificultades en asignar la información textual de las partes y el todo de una manera adecuada a diferencia del lenguaje utilizado en los problemas de planteamientos de comparación desconocida.

Desempeñando la transformación en todas las partes descrita en Riley y Greeno (1988), citados por Stern (1993), el modelo 3 es no solo un camino para resolver los problemas con planteamientos de referencias desconocidas sino que plantean que estos problemas pueden ser resueltos transformándolos dentro de problemas con planteamientos de comparación desconocida. Para hacer esto, la segunda oración de un problema con planteamientos de referencia desconocida como el siguiente:

Carlos tiene cinco metros. Él tiene 2 metros menos que Juan. ¿Cuántas metros tiene Juan?

Tienen que ser transformados en:

Juan tiene 2 metros más que Carlos.

Esta reestructuración lingüística permite resolver los problemas de referencia desconocida con el desconocimiento matemático accesible en el nivel 2 del modelo

de Riley y Greeno (1988). De acuerdo con Lewis y Mayer, citados por Stern (1983), esta transformación es el camino usual de resolver problemas de referencia desconocida aún para personas adultas y es preferible porque los sujetos intentan igualar el lenguaje usado para describir los enunciados relacionados a la situación.

Stern (1993), plantea que existe un gran interés en la habilidad que requieren los niños para resolver problemas verbales matemáticos. Entender y solucionar un problema verbal demanda la puesta en práctica de diferentes habilidades, entre ellas tenemos: el comprender el lenguaje utilizado, el entendimiento de la situación presentada, la habilidad para encontrar el algoritmo y las habilidades numéricas para resolverlo. Así, el descubrir las habilidades que los estudiantes manifiestan al momento de resolver problemas verbales puede contribuir a la explicación del porqué algunos problemas son más difíciles que otros. En las investigaciones realizadas sobre la resolución de problemas verbales, la atención se ha enfocado en los modelos que explican porqué algunos problemas son más difíciles que otros. Por ejemplo, existen una gran cantidad de modelos que explican cómo el procesamiento del enunciado verbal y el conocimiento matemático están integrados. En las investigaciones enfocadas hacia el procesamiento del enunciado verbal, se realiza una distinción entre dos niveles de representación: El nivel proposicional que esta basado en el entendimiento del lenguaje y el nivel situacional que caracteriza el proceso de construcción de un modelo situacional (Kintsch, 1988; Van Dijk & Kintsch, 1983) o un modelo mental (Jonson-Laird, 1983), citados por Stern (1993).

Continúa Stern (1993) y plantea que en consideración con el trabajo extensivo que se ha realizado sobre el modelamiento del proceso de resolución de problemas verbales se deben reconocer los diferentes niveles de los modelos de construcción

mental que son asumidos para el entendimiento y solución de las operaciones aritméticas en la resolución de los problemas verbales. Primero, *el modelo de situación episódica*, enfatizado por Reusser (1989; 1990), citado por Stern (1993), que guía el entendimiento de los eventos específicos, tales como la estructura temporal de las acciones o de las intenciones de los actores. *Un problema modelo* (Riley y Greeno, 1988), citado por Stern (1993), es construido por abstraer características de la situación específica, tales como nombres, objetos o intenciones específicas de los actores. Esto incluye solamente la información estructural y relacional de los modelos de los problemas episódicos relevantes para formularse la pregunta. El modelo del problema guía la búsqueda de un modelo matemático apropiado el cual puede ser tanto una ecuación numérica o una estrategia de conteo de adición y sustracción.

El problema modelo es derivado de la activación descrita en el problema verbal y de la información desconocida. Los problemas verbales simples que requieren de la adición o sustracción de dos números pueden lidiar con tres actividades: combinación, el cambio o la comparación (Stern, 1993). Dentro de estos tres grupos de problemas verbales diferentes grupos de problemas verbales pueden ser desarrollados por el hecho de variar la información que es dada y por la que se está buscando.

Muchos estudios han mostrado que los problemas que demandan la misma operación matemática no tienen siempre la misma dificultad. Especialmente, los problemas que presentan oraciones de comparación son más difíciles para los niños que cualquier otro tipo de problema.

Rojas (2003), llevó a cabo una investigación que tenía como objetivo determinar la efectividad del entrenamiento en el uso de diagramas en la resolución de problemas verbales de adición y sustracción cuyos enunciados involucraban estructuras semánticas de tipo cambio y juntar. Dicha investigación fue cuasiexperimental y se llevó a cabo con dos grupos de comparación o dos secciones, cada una de 35 estudiantes. El grupo experimental fue entrenado para resolver problemas verbales de cambio y juntar con el método tradicional mientras que el otro grupo de alumnos fue entrenado para resolver problemas verbales de cambio y juntar por medio de diagramas.

Los resultados de esta investigación evidenciaron que el entrenamiento en el uso de diagramas, como estrategia de representación incrementó el desempeño de los alumnos en la resolución de problemas verbales de adición y sustracción.

La revisión de estas investigaciones permite concluir que las mismas han dado respuestas sobre la identificación de algunas estrategias que los alumnos aplican para solucionar los problemas verbales de adición y sustracción. Así mismo se observa que en todas ellas existe un factor común, éste es, el nivel de comprensión que el estudiante debe lograr para llegar a la solución del problema, dicha comprensión es posible gracias a la representación interna del problema, en la que se visualiza la estructura semántica del enunciado y se plasma en algún tipo de representación externa utilizado por el alumno.

### Capítulo 3. Anticipación de Resultados e Instrumentos de Recolección de Datos.

En este capítulo se presentan los objetivos generales y específicos bajo los cuales se enmarcó la intervención, los resultados esperados y los instrumentos y estrategias empleados para su recolección y análisis.

#### *Objetivo General.*

Estudiar la efectividad del empleo de diagramas para la resolución de problemas verbales de adición y sustracción de tipo comparación, con el objeto de incrementar el rendimiento en los alumnos de cuarto grado, mediante el diseño de una estrategia de intervención.

*Objetivos Específicos.* En la intervención se plantearon los siguientes objetivos específicos:

1. Determinar el nivel de rendimiento que tienen los estudiantes de cuarto grado de Educación Básica de la unidad educativa objeto de estudio, al resolver problemas verbales de comparación.
2. Diseñar una estrategia de intervención dirigida hacia la resolución de problemas verbales de comparación empleando diagramas.
3. Aplicar el programa de intervención dirigido hacia la resolución de problemas verbales de comparación empleando diagramas.
4. Determinar el nivel de rendimiento que tienen los estudiantes de cuarto grado de Educación Básica de la unidad educativa objeto de estudio, al resolver problemas verbales de comparación empleando diagramas.
5. Establecer si existen diferencias entre los puntajes de la preprueba y

postprueba.

### *Resultados Esperados*

Se espera que los estudiantes de cuarto grado de Educación Básica de la unidad educativa objeto de estudio, que son sometidos a una estrategia de intervención dirigida hacia el uso de diagramas, incrementen o mejoren en la resolución de problemas verbales de comparación utilizando los diagramas enseñados durante la intervención.

### *Medición de los Resultados*

Para medir la habilidad de los alumnos en la resolución de problemas verbales de adición y sustracción de tipo comparación se elaboró y aplicó una prueba que comprendía 12 problemas de comparación, de los cuales, cuatro de ellos fueron de diferencia desconocida, cuatro de comparación y cuatro de referente desconocido.

Existe un punto de referencia inicial para observar el nivel que poseía el grupo de alumnos en la variable dependiente antes de la intervención. Los problemas se calificaron con 0 y 1, uno para los problemas resueltos de manera correcta haciendo uso de los diagramas y cero para los problemas incorrectos.

Para analizar la confiabilidad de esta prueba se utilizó el programa automatizado Spss versión 7.5. El estadístico empleado para establecer el nivel de consistencia interna de la prueba fue: el Split-half, que dio como resultado un coeficiente de Spearman-Brown = 0.83, el cual se consideró suficientemente alto. A su vez, esta prueba fue sometida a una validez de contenido revisada y aprobada por tres expertos en la materia.

El diseño de la investigación es de preprueba postprueba con un sólo grupo (Hernández, Fernández y Baptista, 2002). Este diseño puede servir como punto inicial

para posteriores investigaciones. Sin embargo, debe recordarse que ni los comportamientos de las personas son uniformes y constantes, ni las circunstancias permanecen siempre intactas, presentándose así ciertas limitaciones a la hora de analizar e interpretar resultados, dificultades que deberán ser tenidas en cuenta al momento de analizarlos y de obtener conclusiones.

Es importante mencionar algunas de las limitaciones asociadas al enfoque de la investigación. El aplicar una estrategia de intervención mediante el uso de una técnica particular (en este caso el empleo de diagramas), nos permite concluir sobre la *efectividad de la misma en la intervención particular; es decir, existe una serie de elementos asociados al contexto interno y externo de la intervención que podrían haber influido positivamente o negativamente en los resultados, tal es el caso, por ejemplo, de los procesos de enseñanza previos asociados a la resolución de este tipo de ejercicios o problemas, pues eso convertiría la estrategia de intervención diseñada en un reforzamiento, más que en el proceso de enseñanza primario o fundamental; en otras palabras, la efectividad de la estrategia podría variar en otros grupos, dependiendo de variables que no fueron controladas por el investigador. Mal podríamos aseverar que esta estrategia (el uso de diagramas) resulta más efectiva que otras; para llegar a conclusiones asociadas a los beneficios de distintas estrategias deberían haberse utilizado grupos control (a los que podría haberse enseñado mediante el empleo de estrategias tradicionales) y mantener un grupo experimental (a quienes se enseñaría mediante el empleo de diagramas). En todo caso, este estudio constituye una primera aproximación que nos habla de los resultados positivos en relación con un caso particular, proponiendo como parte de ello una estrategia*

particular de intervención que podría ser empleado por los docentes, que además abre las puertas al desarrollo de diversas investigaciones que podrían orientarse a otros propósitos, en relación con las limitaciones mencionadas.

Al grupo de alumnos objeto de estudio se le aplicó una prueba previa (preprueba) a la intervención (Anexo A) la cual contiene 12 problemas verbales de adición y sustracción de tipo comparación, después se les administró la intervención dividida en cinco sesiones y finalmente se les aplicó la prueba piloto posterior al tratamiento (postprueba).

Así, según Hernández et.al. (2002), este diseño de investigación posee ciertas desventajas que deben ser tomadas en cuenta durante el análisis de los resultados, por lo tanto se debe resaltar que los efectos de la práctica o de la intervención sobre la variable dependiente o el nivel de rendimiento de los alumnos, el efecto de orden en la presentación de las sesiones, la fatiga de los alumnos al momento de llevar a cabo las sesiones de trabajo y la motivación de los mismos puede afectar directamente los resultados obtenidos. A su vez, es importante aclarar que el hecho de refrescarle a los alumnos un contenido que han venido trabajando durante los años escolares anteriores puede influir directamente sobre las conclusiones a las que se pueda llegar en la presente investigación, ya que concluir que el posible cambio de los alumnos en cuanto a la resolución de problemas verbales de tipo comparación se deba únicamente al aprendizaje y uso de los diagramas sería dejar a un lado esta variable que puede incidir directamente en los resultados; estas limitaciones serán comentadas más adelante, al momento de exponer efectuar el análisis de dichos resultados.

#### Capítulo 4. Estrategia de Solución

Este capítulo está conformado por tres secciones: (a) discusión y evaluación de soluciones, (b) descripción de las soluciones seleccionadas, la cual incluye propósito, objetivos y plan de acción de la intervención e (c) informe de las acciones tomadas.

##### *Discusión y Evaluación de Soluciones*

El problema planteado para ser resuelto fue mejorar la resolución de problemas verbales de adición y sustracción cuya estructura semántica es de tipo comparación, en un grupo de estudiantes de Cuarto Grado de Educación Básica, perteneciente a una institución educativa privada de un municipio del Estado Miranda mediante el entrenamiento en el uso de diagramas.

Problemas similares fueron estudiados por muchos investigadores en los últimos tiempos de los cuales se tomaron como referencia en esta investigación: Willis y Fuson (1988; 1989); Stern (1993); Fuson, Carroll y Landis (1996); Carpenter, Hiebert, Moser (1981); Carpenter y Moser (1984) y Rojas (2003) enfocados hacia el entendimiento de la estructura semántica de los enunciados, entrenamiento en representaciones simbólicas y el uso de diagramas o dibujos esquemáticos.

Willis y Fuson (1988; 1989); hicieron estudios con alumnos de segundo grado de Educación Básica. En estas investigaciones llevaron a cabo una intervención para enseñar a los alumnos a utilizar diferentes tipos de diagramas empleándolos en diferentes categorías de problemas verbales (cambio, combinación y comparación). Como resultado encontraron que los alumnos fueron capaces de escoger y utilizar los diagramas de manera correcta en diferentes tipos de problemas, además los alumnos lograron establecer las relaciones semánticas de los problemas presentados con la

operación correspondiente cuando las cantidades involucradas eran de tres dígitos. A su vez, estos autores concluyeron que los docentes pueden enseñar a los alumnos a utilizar los diagramas en el proceso de solución de problemas verbales desde edades tempranas.

Fuson et.al. (1996), presentaron un análisis de la complejidad de la conceptualización y semántica en la relación de situaciones expresadas en los problemas verbales y describieron las diferentes maneras de conceptualizar y resolver estos problemas. De esta manera presentaron que los alumnos de primer y tercer grado poseen cuatro niveles para conceptualizar y resolver problemas verbales.

Rojas (2003), determinó los efectos del uso de diagramas como estrategia de representación para la resolución de problemas verbales de adición y sustracción teniendo como resultado que el entrenamiento de los alumnos en el uso de diagramas para la resolución de estos problemas incrementó su desempeño en este área.

#### *Descripción de la Solución Seleccionada*

La solución seleccionada fue el diseñar y llevar a cabo un programa de entrenamiento en el uso de diagramas para la resolución de problemas verbales de adición y sustracción.

Para cumplir los objetivos planteados en el practicum, se tomaron en cuenta tanto la variable independiente (el programa de intervención), como la variable dependiente (el rendimiento de los alumnos demostrado en la postprueba).

#### *Variable Independiente*

La variable independiente es el programa de intervención en el uso de los diagramas, el cual consiste en un proceso de aprendizaje resultado del análisis de diversas investigaciones, tales como, Willis y Fuson (1988; 1989); Stern (1993) y

Fuson, Carroll y Landis (1996), quienes investigaron sobre la resolución de problemas verbales y su aplicación con estudiantes de diferentes niveles educativos.

La estrategia empleada en la intervención fue el uso de los diagramas en la resolución de problemas de comparación permitiendo que los estudiantes visualizaran las comparaciones planteadas en los enunciados de los problemas verbales

Esta intervención se llevó a cabo durante una semana, en cinco sesiones de 90 minutos cada una, dentro del aula y a la primera hora de clases (7:00 a.m.).

#### *Variable Dependiente*

La variable dependiente de la intervención es el nivel de rendimiento observado por las pruebas preprueba y postprueba. Según Hernandez et.al (2002), el nivel de rendimiento en una prueba es lo que el alumno ha aprendido o las habilidades que ha dominado. Este nivel de rendimiento será medido con una prueba objetiva de 12 problemas de comparación cuyos enunciados presentan números de cuatro cifras con el objetivo de conocer el rendimiento de los alumnos en cuanto al análisis y comprensión de los problemas y no a la operación numérica como tal.

Así, la solución seleccionada fue el diseño, puesta en marcha y evaluación de un programa de intervención en el uso de diagramas para mejorar la resolución de problemas verbales de comparación en alumnos de Cuarto Grado de Educación Básica de una institución escolar privada de un municipio del Estado Miranda.

#### *Propósito*

El programa de intervención tuvo como propósito mejorar el rendimiento en la resolución de problemas verbales de adición y sustracción de tipo comparación mediante el uso de diagramas en alumnos de cuarto grado de Educación Básica de

una institución escolar privada.

*Objetivo General.* El objetivo general planteado para la intervención fue el siguiente:

Al finalizar el programa de intervención, los alumnos de cuarto grado de Educación Básica estarán en capacidad de resolver problemas verbales de comparación por medio del uso de diagramas.

*Objetivos específicos.* Los objetivos específicos planteados en la intervención fueron los siguientes:

1. Aplicar los diagramas en la resolución de problemas de comparación con diferencia desconocida.
2. Aplicar los diagramas en la resolución de problemas de comparación con el comparado desconocido.
3. Aplicar los diagramas en la resolución de problemas de comparación con diferencia desconocida y comparado desconocido.
4. Aplicar los diagramas en la resolución de problemas de comparación con referente desconocido.
5. Aplicar los diagramas en la resolución de problemas de comparación con diferencia desconocida, comparado desconocido y referente desconocido.

*Plan de acción.*

El modelo didáctico desarrollado fue el resultado de una combinación de algunas teorías y aportes, entre ellos Monereo, Pozo y Castelló (2001) y de Díaz Barriga y Hernández (1999) sobre el modelado, la práctica guiada y práctica independiente.

Las secuencias didácticas mantuvieron sus principios en las siguientes

características:

- Inicio: la docente exploró a través de la técnica de la pregunta los conocimientos y habilidades previas de los estudiantes sobre la estrategia a ser desarrollada.
- Exposición directa: la docente explicó, ante la clase completa, en qué consiste la estrategia, señalando cómo, cuándo y dónde aplicarla, apoyándose en la presentación de problemas verbales reales.
- Práctica guiada: los alumnos aplicaron los diagramas en la resolución de problemas verbales con la orientación y dirección de la docente.
- Práctica independiente: los alumnos aplicaron individualmente la aplicación de los diagramas para la resolución de problemas verbales tipo comparación.

A su vez, es importante destacar que la motivación jugó un papel sumamente importante en el desarrollo de cada intervención ya que es un aspecto fundamental que debe ser punto de partida en cualquier actividad, el docente debe presentar de forma atractiva la situación de aprendizaje, de esta manera facilitará la atribución de sentido y significado a las actividades y contenido de aprendizaje. Las actividades que sugieren activación de conocimientos previos no solo rescatan información que los estudiantes ya poseen y que el docente puede utilizar como enlace para expandir dichos conocimientos, son también propuestas interesantes que incentivan a los alumnos a aprender más sobre cualquier tema ya que parten de sus propias experiencias.

Así, la intervención se llevó a cabo por medio de cinco sesiones, las cuales estuvieron precedidas por la aplicación de una preprueba y finalizadas por la aplicación de una postprueba. A continuación se explica de manera detallada los

pasos realizados en cada sesión.

*Primera sesión: Problemas de comparación con diferencia desconocida*

Objetivo específico: Aplicar los diagramas en la resolución de problemas de comparación con diferencia desconocida.

Tiempo: 90 minutos.

Procedimiento:

Inicio: La docente motivó a los alumnos hacia el aprendizaje proponiéndoles el conocimiento de una nueva estrategia para la resolución de problemas verbales de comparación. La docente hizo referencia de los problemas presentados en la preprueba, (hoja que para ellos era sólo una actividad especial de resolución de problemas) y les preguntó a los alumnos si les parecería interesante aprender a resolver este tipo de problemas de una manera más fácil.

Es importante destacar que en todas las sesiones la docente se refirió a los problemas con diferencia desconocida, comparado desconocido y referente desconocido como problemas de comparación cuyos enunciados presentaban una incógnita diferente, es decir, en ningún momento se les presentaron a los alumnos dichos términos. Por lo tanto, en los momentos que se haga alusión a estas connotaciones, será para uso exclusivo del lector.

Desarrollo: La docente les facilitó a los alumnos una hoja fotocopiada con dos problemas de diferencia desconocida e invitó a uno de ellos a leer el primer problema en voz alta. Les aclaró a los alumnos que lo primero que debían hacer antes de resolver y extraer los datos de los problemas era leerlos cuidadosamente en su totalidad. Después de leído el problema la docente preguntó a los alumnos sobre los

datos conocidos y la incógnita a resolver en el enunciado del problema y los escribió a un lado en el pizarrón.

Después, la docente comenzó a modelar en el pizarrón el diagrama, utilizando un color diferente para cada una de las cantidades referidas y para la diferencia entre dichas cantidades siendo ésta representada por una línea punteada, a su vez, le informó a los alumnos que debían tener cuidado de la exactitud de la representación utilizada en el diagrama, es decir, el tamaño de los cuadrados o rectángulos que indican las cantidades, y la diferencia o incógnita (Anexo B).

Posteriormente le manifestó a sus alumnos que dicho diagrama ayudaría a visualizar el enunciado del problema, orientándolos hacia la selección de la operación numérica adecuada para su resolución.

Una vez realizado el diagrama la docente les explicó a los alumnos que ese diagrama debe representar exactamente lo que indica el problema, a tal punto que si no tienen acceso al planteamiento del mismo puedan entender lo que el diagrama representa, esto con el fin de comprobar que no existen errores en la representación. La docente leyó en voz alta la incógnita del enunciado del problema y preguntó a los alumnos *¿qué operación numérica habrá que aplicar y resolver para responder la interrogante?*, los alumnos por medio del apoyo del diagrama aplicaron el algoritmo adecuado, resolvieron el problema y redactaron la respuesta completa.

Posteriormente, después de realizar el primer problema, la docente invitó a un alumno a leer el enunciado de un segundo problema (Anexo B), y lo invitó a la pizarra para resolverlo. El alumno tomando como referencia la resolución del primer problema, escribió en el pizarrón los datos planteados en las oraciones del enunciado del problema leyendo éste en su totalidad, de esta manera procedió a realizar el

diagrama utilizando los marcadores de colores. A medida que el alumno identificaba los datos y los representaba en el diagrama la docente le preguntaba al resto de los alumnos si estaban de acuerdo con la representación y si estaban comprendiendo lo que su compañero hacía. Una vez realizado el diagrama la docente preguntó si el diagrama presentaba lo que planteaban las oraciones en el enunciado del problema para así chequear la representación del diagrama y pasar al siguiente paso de la elección de la operación numérica. El alumno orientado por el diagrama seleccionó la operación numérica y la resolvió, obteniendo el resultado y la respuesta a la incógnita.

Cierre: La docente concluyó esta parte de la sesión formulándole a los alumnos preguntas abiertas tales como: ¿qué les pareció la actividad?, ¿les gustó la actividad?, ¿les parece que los diagramas ayudan al momento de resolver un problema de adición y sustracción?, entre otras preguntas, buscando escuchar las participaciones de los alumnos y sus comentarios sobre lo aprendido. En líneas generales los alumnos se mostraron muy motivados hacia la actividad, ya que les pareció una estrategia eficaz que les permitía visualizar en su totalidad el enunciado del problema y los orientaba hacia la selección de la operación numérica a utilizar para hallar la incógnita.

Posteriormente la docente invitó a los alumnos a realizar dos problemas de manera individual que formarían parte de la evaluación de la sesión..

Evaluación: Se les facilitó a los alumnos una hoja fotocopiada que contenía dos problemas de comparación de diferencia desconocida (Anexo C) para que trabajaran de manera individual con la finalidad de evaluar la efectividad de la primera sesión.

Los alumnos resolvieron los problemas en la hoja facilitada por el docente utilizando colores de madera y su regla. Después que los alumnos trabajaron de manera

individual la docente propició una discusión grupal donde los alumnos expresaron sus inquietudes y experiencias y se compararon los resultados.

Recursos: Los materiales utilizados en esta sesión fueron: Pizarrón, marcadores de pizarra de diferentes colores, hojas fotocopiadas, lápiz, regla y colores de madera.

*Segunda sesión: problemas de comparado desconocido.*

Objetivo específico: Aplicar los diagramas en la resolución de problemas de comparación con comparado desconocido.

Tiempo: 90 minutos.

Procedimiento:

Inicio: Se comenzó la sesión recordándoles a los alumnos lo realizado en la primera sesión, la cual consistió en utilizar los diagramas para resolver problemas de adición y sustracción cuyos enunciados planteaban una comparación. Se les dijo a los alumnos que en la presente sesión aprenderían a utilizar los diagramas para resolver problemas de adición y sustracción cuyos enunciados poseían una comparación pero con una incógnita diferente. Es importante acotar que en esta sesión los problemas de adición y sustracción fueron presentados con cantidades de 4 a 6 cifras ya que en la primera sesión se buscaba que los alumnos enfocaran principalmente su atención en el uso de los diagramas. Desarrollo: Siguiendo la dinámica y los pasos llevados a cabo en la primera sesión, la docente le facilitó a los alumnos una hoja fotocopiada con los problemas de adición y sustracción con comparado desconocido (Anexo D) e invitó a uno de los alumnos a leer el primero de ellos, la docente les recordó que debían leer el problema en su totalidad antes de extraer los datos y comenzar a solucionarlo. Así, la docente le preguntó a los alumnos cuáles eran los datos del

problema y la incógnita, escribiéndolos a un lado de la pizarra. Posteriormente, comenzó a realizar en el pizarrón con los marcadores de colores el diagrama, representando la información suministrada en cada una de las oraciones del enunciado del problema, de igual manera, se cuidó que el trazado y la representación utilizada en el diagrama fue lo más representativa posible, es decir, el tamaño de los cuadrados o rectángulos que indicaban las cantidades y la diferencia entre ellas representada por una línea punteada fuesen lo más parecidas posible.

Una vez realizado el diagrama la docente reformuló la incógnita del problema y preguntó a los alumnos ¿qué operación numérica habrá que aplicar para responder la interrogante?, de esta manera se resolvió la operación numérica en la pizarra mostrando el resultado y planteando la respuesta completa.

Posteriormente, después de realizado el primer problema, la docente invitó a un alumno a leer un segundo problema (Anexo D), y le indicó que pasara al pizarrón para resolverlo. Después de leer el problema el alumno extrajo los datos y la incógnita, comenzando a realizar el diagrama correspondiente a las oraciones presentadas en el enunciado del problema. Después que el alumno realizó el diagrama, el docente preguntó al resto de los compañeros si el diagrama decía o indicaba exactamente lo mismo que planteaba el problema, esto con el fin de comprobar que el diagrama estuviese bien representado. Posteriormente, se procedió a decidir sobre la operación numérica que debía aplicarse para resolver el problema siendo esto orientado por el diagrama representado en el pizarrón.

Cierre: La docente concluyó esta parte de la sesión formulándole a los alumnos preguntas abiertas tales como: ¿qué les pareció la actividad?, ¿les gustó la actividad?,

¿les parece que los diagramas ayudan al momento de resolver un problema de adición y sustracción?, entre otras preguntas relacionadas con esta sesión, buscando escuchar las participaciones de los alumnos y sus comentarios sobre lo aprendido.

Posteriormente la docente invitó a los alumnos a realizar dos problemas de manera individual que formarían parte de la evaluación de la sesión.

Evaluación: Se les facilitó a los alumnos una hoja fotocopiada que contenía dos problemas de comparación de comparado desconocido (Anexo E) para que trabajaran de manera individual con la finalidad de evaluar la efectividad de la primera sesión. Los alumnos resolvieron los problemas en la hoja facilitada por el docente utilizando colores de madera y su regla. Después que los alumnos trabajaron de manera individual la docente propició una discusión grupal donde los alumnos expresaron sus inquietudes y experiencias y se compararon los resultados.

Recursos: Los materiales utilizados en esta sesión son: Pizarrón, marcadores de pizarra de diferentes colores, hojas fotocopiadas, lápiz, regla y colores de madera.

*Tercera sesión: Problemas de comparación con diferencia desconocida y comparación desconocida.*

Objetivo específico: Aplicar los diagramas en la resolución de problemas de comparación con diferencia desconocida y comparado desconocido.

Tiempo: 90 minutos.

Procedimiento:

Se comenzó la sesión recordándoles a los alumnos lo realizado en las clases anteriores sobre los diagramas y los problemas de comparación. Les facilitó a cada uno de los alumnos los problemas realizados por ellos en las primeras sesiones para

recordar lo visto. Le pidió a uno de los alumnos que leyera el enunciado de uno de los problemas pertenecientes a la primera sesión (diferencia desconocida), extrayendo los datos y la incógnita, por otro lado, invitó a un alumno diferente a leer el enunciado de uno de los problemas aprendidos en la segunda sesión (comparado desconocido), extrayendo los datos y la incógnita; se propició esta actividad con el fin de que los alumnos apreciaran las diferencias entre los enunciados y los diagramas de ambos problemas, a su vez, con la finalidad de recordar lo trabajado en las sesiones anteriores.

Así, la docente les facilitó a los alumnos una hoja fotocopiada con tres problemas verbales de diferencia desconocida y tres problemas verbales con comparado desconocido (Anexo F) y se les invitó a los alumnos a resolverlos de manera individual empleando el uso de diagramas y utilizando sus colores de madera y su regla.

Después que los alumnos trabajaron de manera individual se les invitó a intercambiar sus hojas con las de sus compañeros, es decir, los 23 alumnos formaron parejas y un trío, teniendo cada uno de ellos una hoja de problemas resueltos por un compañero, esto con el fin de revisar las respuestas, corregir los diagramas y operaciones y aprender de sus pares, identificando las diferencias de sus diagramas, el cómo llegaron a representarlo y si éste los orientó hacia la escogencia de la operación numérica adecuada. La docente monitoreó la actividad, reforzando y complementado los comentarios y participaciones de los alumnos.

Cierre: Como cierre de la actividad se les pidió a los alumnos regresar a sus puestos con sus hojas de trabajo y les preguntó ¿qué les pareció la actividad?, ¿les gustó la actividad?, ¿les parece que los diagramas ayudan al momento de resolver un

problema de adición y sustracción?, entre otras. La docente pidió a los alumnos que le entregaran todas las hojas con los problemas resueltos.

Recursos: Los materiales utilizados en esta sesión son: hojas fotocopiadas, lápiz, regla y colores de madera.

*Cuarta sesión: Problemas con referente desconocido.*

Objetivo específico: Aplicar los diagramas en la resolución de problemas de comparación con referente desconocido.

Tiempo: 90 minutos.

Procedimiento:

Inicio: Se comenzó la sesión recordándoles a los alumnos lo realizado en la sesión anterior y se les dijo que en esta sesión aprenderían a utilizar los diagramas para resolver problemas de adición y sustracción cuyos enunciados poseían una comparación pero con otro tipo de incógnita.

Desarrollo: Siguiendo el mismo diseño de instrucción expuesto en las dos primeras sesiones, se llevó a cabo esta cuarta sesión, presentando aquí por el contrario problemas con referente desconocido (Anexo G). Se le recuerda al lector que, estos problemas se consideran los más difíciles por lo tanto se le presentaron a los alumnos tres problemas de este tipo en lugar de dos a diferencia de las primeras sesiones de la intervención.

Cierre: La docente concluyó esta parte de la sesión formulándole a los alumnos preguntas abiertas tales como: ¿qué les pareció la actividad?, ¿les gustó la actividad?, ¿les parece que los diagramas ayudan al momento de resolver un problema de adición y sustracción?, entre otras preguntas relacionadas con esta sesión, buscando escuchar

las participaciones de los alumnos y sus comentarios sobre lo aprendido.

Evaluación: Se les facilitó a los alumnos una hoja fotocopiada que contenía tres problemas de comparación con referente desconocido (Anexo H) para que trabajaran de manera individual. Después que los alumnos trabajaron de manera individual se llevó a cabo la misma actividad realizada en la evaluación de la sesión anterior, se les invitó a los alumnos a intercambiar sus hojas con las de sus compañeros, es decir, los 23 alumnos formaron parejas y un trío, teniendo cada uno de ellos una hoja de problemas resueltos por un compañero, esto con el fin de revisar las respuestas, corregir los diagramas y operaciones y aprender de sus pares, identificando las diferencias de sus diagramas, el cómo llegaron a representarlo y si éste los orientó hacia la escogencia de la operación numérica adecuada. La docente monitoreó la actividad, reforzando y complementado los comentarios y participaciones de los alumnos.

Recursos: Los materiales utilizados en esta sesión son: Pizarrón, marcadores de pizarra de diferentes colores, hojas fotocopiadas, lápiz, regla y colores de madera.

*Quinta sesión: Problemas de comparación con diferencia desconocida, comparado desconocido y referente desconocido.*

Objetivo específico: Aplicar los diagramas en la resolución de problemas de comparación con diferencia desconocida, comparado desconocido y referente desconocido.

Tiempo: 90 minutos.

Inicio: Se comenzó la sesión recordándoles a los alumnos lo realizado en las clases anteriores, la docente extrajo un problema de comparación con diferencia

desconocida, uno con comparado desconocido y un problema con referente desconocido resueltos en las sesiones anteriores con la finalidad de retomar ciertos conocimientos claves, las diferencias entre los problemas en cuanto a la incógnita y que estos enunciados eran problemas verbales de adición y sustracción cuyas oraciones o proposiciones planteaban una comparación.

Procedimiento: Esta sesión se llevó a cabo invitando a los alumnos a resolver de manera individual en una hoja fotocopiada facilitada por la docente, seis problemas (Anexo I), dos de ellos de diferencia desconocida, dos de comparado desconocido y dos de referente desconocido. (Recordándole al lector que dichas connotaciones no fueron utilizadas con los alumnos).

Cierre: Después que los alumnos realizaron de manera individual los problemas en la hoja fotocopiada, la docente invitó a un alumno para realizar en la pizarra uno de los problemas de diferencia desconocida, con el fin de corregirlo y aclarar dudas. De igual manera invitó a otro alumno a resolver uno de los problemas de comparado desconocido y por último invitó a otro alumno para que resolviera uno de los problemas con referente desconocido.

Recursos: Los materiales utilizados en esta sesión son: hojas fotocopiadas, lápiz, regla y colores de madera.

## Capítulo 5. Resultados

En este capítulo se presentan los datos obtenidos mediante la aplicación de los instrumentos de medición utilizados en la preprueba y la postprueba de la intervención y se realizan los análisis pertinentes con el fin de evaluar el programa de intervención. De esta manera se exponen las conclusiones basadas en los planteamientos de la teoría y otras intervenciones utilizadas como referencia, se hicieron recomendaciones y se propusieron formas de difundir los hallazgos a los que se llegó en esta investigación.

### *Resultados*

Con base en los objetivos planteados se aplicó un programa cuyo propósito era el de mejorar el rendimiento de los estudiantes de cuarto grado de una unidad educativa privada, en la resolución de problemas de adición y sustracción cuyos enunciados involucran relaciones de comparación empleando diagramas. Para estudiar esta situación se planteó como objetivo general determinar la efectividad de una estrategia de intervención basada en el uso de diagramas para la resolución de problemas verbales de comparación y mejorar así el rendimiento de los alumnos. Para lograr esto, se diseñó y aplicó una estrategia de intervención en el uso de diagramas en la resolución de problemas verbales de adición y sustracción cuyos enunciados involucran relaciones de comparación.

Los resultados obtenidos de la intervención se muestran a continuación reflejados en los resultados de la preprueba y postprueba.

Tabla 4. Frecuencias de las calificaciones obtenidas por los alumnos en la preprueba.

Calif.	Frec.	%	% acum.
2	2	8,7	8,7
3	1	4,3	13
4	5	21,7	34,8
5	6	26,1	60,9
6	5	21,7	82,6
7	2	8,7	91,3
8	2	8,7	100
<i>Total</i>	<i>23</i>	<i>100</i>	

La tabla 3 muestra las frecuencias en relación con las calificaciones obtenidas por los estudiantes. Se recuerda que la prueba fue diseñada en base a 12 puntos; un 60,9% obtuvo una calificación igual o menor a 5 puntos, lo que se puede considerar reprobado; sólo un 17,4% obtuvo calificaciones entre 7 y 8 puntos; 0% obtuvo calificaciones superiores a los 8 puntos. Tal como vemos, los resultados son realmente deficientes; debemos recordar que las pruebas fueron aplicadas sin efectuar ningún repaso asociado a la resolución de estos problemas mediante el empleo de cualquier estrategia.

Tabla 5. Frecuencias de las calificaciones obtenidas por los alumnos en la postprueba.

Calif.	Frec.	%	% acum.
10	3	13	13
11	8	34,8	47,8
12	12	52,2	100
<i>Total</i>	<i>23</i>	<i>100</i>	

El 100% de los estudiantes obtuvo una calificación igual o superior a los 10 puntos; un 52,2% obtuvo la máxima calificación (12 puntos). Los resultados fueron muy satisfactorios y si bien no se puede decir que esta estrategia (mediante el uso de diagramas) es más efectiva que otras, los resultados muestran que la utilización de los diagramas permite mejorar el desempeño de los alumnos en cuanto a la resolución de

problemas verbales.

Tabla 6. Estadísticos descriptivos.

	N	Mínimo	Máximo	Media	Desv. tip.
Evaluación Pre-Test	23	2	8	5,087	1,6213
Evaluación Post-Test	23	10	12	11,3913	0,7223

La tabla 5 indica que la nota menor obtenida en el pretest fue de dos puntos mientras que la mayor nota fue 8 puntos, a su vez, nos deja observar que la menor nota obtenida por los alumnos en el posttest fue de 10 mientras que la mayor nota fue 12. De acuerdo a los datos obtenidos, la media de la postprueba (11,39) es mayor respecto a la media de la preprueba (5,087). Lo que indica que sí hay una diferencia notoria entre la cantidad de ejercicios resueltos correctamente por los alumnos antes y después de la intervención, de modo que se puede considerar que la estrategia de intervención resultó exitosa, claro está, dejando de lado todas las limitaciones expuestas anteriormente.

Para verificar si los resultados esperados fueron los obtenidos, se aplicó una prueba *t* de Student para muestras relacionadas. La comparación de medias entre la preprueba y la postprueba fue significativa,  $t = (19,145)$ , siendo la significancia bilateral menor a 0,05  $p = (0)$ , por lo tanto se puede decir que existe una marcada diferencia entre las medias de la preprueba y la postprueba aplicadas a los alumnos.

### *Discusión*

De acuerdo con los resultados obtenidos, se puede afirmar que se logró lo esperado y se cumplió el objetivo de la intervención. Los alumnos de cuarto grado de Educación Básica de una institución educativa privada de un municipio del Estado Miranda aprendieron y aplicaron diagramas en la resolución de problemas verbales de

comparación. Esto se verificó al estudiar los datos arrojados por la preprueba y postprueba, las cuales evidencian que la estrategia de intervención en el uso de diagramas influyó positivamente la resolución de problemas verbales de comparación. Dichos resultados concuerdan con los hallazgos obtenidos en otras experiencias e investigaciones, tales como: Willis y Fuson (1988; 1989), Stern (1993), Bermejo, Lago y Rodríguez (1998), Rojas (2003). Por supuesto, la interpretación de estos resultados debe hacerse a sabiendas de las limitaciones expuestas anteriormente.

#### *Recomendaciones*

Luego de la realización del estudio se exponen algunas recomendaciones asociadas a la aplicación de la estrategia diseñada y orientadas al desarrollo de futuras investigaciones:

#### *En relación con el uso de la estrategia diseñada:*

Tomando en cuenta las características de la estrategia de intervención (mediante el uso de diagramas) y la experiencia en su aplicación, se recomienda aplicar esta intervención con grupos pequeños, de máximo 25 alumnos, para asegurar mejores resultados, como consecuencia del trabajo más personalizado y directo para así propiciar en los alumnos un aprendizaje significativo y metacognitivo.

Se aconseja trabajar con los alumnos durante todo el año escolar todos los tipos de problemas verbales, a su vez, comenzar este trabajo desde los inicios de la Educación Primaria. El facilitarle a los alumnos todo tipo de problemas requerirá algunas adiciones y sustracciones esto provocará que los alumnos no trabajen sin comprender los enunciados combinando los números en todos los problemas y de la misma forma.

También es importante relacionar la instrucción del problema verbal con la instrucción de los símbolos de adición y sustracción para que así los niños no aprendan únicamente una simple interpretación de suma y resta.

*Se sugiere, dar retroalimentación a los alumnos de manera individual sobre su desempeño.*

Por último, es importante dirigir mayor enseñanza y práctica hacia los problemas que presentan una estructura semántica más compleja. Los problemas de comparación son los más complejos por sus enunciados y por sus representaciones, por lo tanto deben ser presentados después de los problemas de combinación y cambio.

*En relación con futuras investigaciones:*

Tal como se mencionó anteriormente, sería interesante desarrollar futuras investigaciones cuyo enfoque se oriente a la comparación de diversas estrategias para la resolución de problemas de comparación; sugerimos que se apliquen estrategias diversas y se comparen resultados en grupos homogéneos, preferiblemente en los momentos iniciales de la enseñanza de este tipo de problemas o ejercicios.

*Difusión*

Los resultados de esta investigación se difundirán entre la comunidad educativa de la institución donde se aplicó el programa, al entregarse una copia del mismo a la biblioteca escolar, para ser compartido, reflexionados y tomado en cuenta para las futuras planificaciones en el Proyecto Pedagógico de Plantel y los Proyectos Pedagógicos de Aula, así mismo, será un antecedente y servirá como referencia para futuras investigaciones llevadas a cabo en dicha institución y en la Universidad Católica Andrés Bello.

La utilidad fundamental de la investigación es que otros docentes encontrarán en ella una referencia sobre algunas de las implicaciones asociadas a la resolución de problemas verbales de comparación y de algunas estrategias asociadas a su enseñanza.

*Referencias bibliográficas*

- Aguilar, M. y Navarro J. (2000). Aplicación de una estrategia de resolución de problemas matemáticos en niños. *Revista de Psicología General y Aplicada*, 53 (1), 63-83.
- Bermejo, V., Lago, M. & Rodríguez, P. (1998). Aprendizaje de la adición y sustracción. Secuenciación de los problemas verbales según su dificultad. *En Revista de Psicología General y Aplicada*, 51 (3 - 4), 533-552. Facultad de Psicología. Universidad Complutense de Madrid.
- Bermejo, V., Lago, M., & Rodríguez, P. (1994). *Desarrollo del pensamiento matemático*. Desarrollo Cognitivo. Madrid: Síntesis.
- Bermejo, V., Lago, M., & Rodríguez P. (1994). Problemas verbales de comparación y comprensión de la relación comparativa. *Cognitiva*. Madrid.
- Beltrán, J. (1993). *Procesos, estrategias y técnicas de aprendizaje*. Madrid: Editorial Síntesis, S.A.
- Carpenter, T.; Hiebert, J.; Moser, J. (1981). Problem Structure and First-Grade Children's Initial Solution Processes for Simple Addition and Subtraction Problems. *Journal for Research in Mathematics Education*, 12, 27-39.
- Carpenter, T., & Moser, J. (1984). The acquisition of addition and subtraction concepts in grades one through three. *Journal for Research in Mathematics Education*, 15, 179-202.
- Castro, E., Rico, L., & Gil F. (1992). Investigación y Experiencias Didácticas. Enfoques de Investigación en problemas Verbales Aritméticos Aditivos. *Enseñanza de las Ciencias*, 10, 243 - 253.
- De Corte E. & Verschaffel L. (1987). The Effect of Semantic Structure on First Graders' Strategies for Solving addition and Subtraction Word Problems. *Journal for Research in Mathematics Education*, 18, 363-381.
- Díaz, B. & Hernández, G. (1999). *Estrategias docentes para un aprendizaje significativo*. México: Mc Graw Hill.
- Fuson, K., Carroll, W. & Landis J. (1996). Levels in Conceptualizing and Solving Addition and Subtraction Compare Word Problems. *Cognition and Instruction*, 14, 345-371.
- García, M. (2002) Resolución de Problemas recopilado en: *Claves Para la Innovación Educativa La resolución de problemas en matemáticas. Teorías y experiencias*. 12 Editorial Laboratorio Educativo.

- Hernández, R., Fernández C. y Baptista P. (2002). *Metodología de la Investigación*. Tercera Edición. México: Mac Graw Hill.
- Monereo, C., Pozo J. & Castelló, M. (2001). La enseñanza de estrategias de aprendizaje en el contexto escolar. En Coll, C., J. Palacios y A. Marchesi (coord.) *Psicología de la Educación Escolar*. Madrid: Alianza. Pp 223- 258.
- Monereo, C. & Castelló, M. (1997) *Las Estrategias de Aprendizaje. Cómo incorporarlas a la práctica educativa*. Barcelona: Edebé.
- Poggioli, L. (2000). Serie enseñando a aprender. Disponible en: <http://www.Fpolar.org.ve/poggioli/poggio03.htm>. Recuperado en septiembre de 2005.
- Rojas, D. (2003). Efectos del Uso de Diagramas como Estrategia de Representación para la Resolución de Problemas Aritméticos Verbales de Adición y Sustracción. Trabajo de grado para optar a la maestría de procesos de aprendizaje. UCAB. Puerto Ordaz.
- Rosenthal, D. & Resnick, L. (1974). Children's Solution Processes in Arithmetic Word Problems. *Journal of Educational Psychology*, 66, 817 - 825
- Stern, E. (1993). What Makes Certain Arithmetic Word Problems Involving the Comparison of sets So Difficult for Children? *Journal of Education Psychology*, 85,1, 7 - 23.
- Weinstein, Schulte y Valenzuela (1995) *Inventario de Estrategias de Estudio y Aprendizaje, IEEA*. México: H&H Publishing Company, INC.
- Willis, G., & Fuson, K. (1989). Second Graders' Use of Schematic Drawings in Solving Addition and Subtraction Word Problems. *Journal of Education Psychology*, 81, 514 - 520.
- Willis, G., & Fuson, K. (1988). Teaching Children to Use Schematic Drawings to Solve Addition and Substraction Word Problem. *Journal of Education Psychology*, 80, 192 - 201.

**ANEXOS**

Anexo A.

Pre prueba – Post prueba.

Unidad Educativa.

Fecha: \_\_\_\_\_

Nombre del alumno: \_\_\_\_\_ N°. \_\_\_\_\_

Lee atentamente y responde en las hojas anexas los siguientes enunciados.

- 1) En la panadería del señor José hay 2.580 Kg. de harina y en la panadería del señor Mario hay 250 Kg. de harina menos que en la panadería del señor José. ¿Cuántos Kilos de harina hay en la panadería del señor Mario?
- 2) En la hacienda del Sr. José hay 1.325 árboles de naranjas. En la hacienda del Sr. Roberto hay 371 árboles de naranja más que en la hacienda del Sr. José. ¿Cuántos árboles hay en la hacienda del Sr. Roberto?
- 3) Carlos tiene Bs. 5.174. Ricardo tiene Bs. 3.825 más que Carlos. ¿Cuántos Bs. tiene Ricardo?
- 4) Karina tiene Bs. 6.124. Fabiana tiene Bs. 3.013 menos que Karina. ¿Cuántos Bs. tiene Fabiana?
- 5) La biblioteca del Este tiene 2.156 libros. La biblioteca del Oeste tiene 2.987 libros. ¿Cuántos libros tiene la biblioteca del Oeste más que la del Este?
- 6) En la librería del Marqués hay 4.723 libros. En la librería de Chacao hay 5.967 ¿Cuántos libros hay en la librería de Chacao más que en la librería del Marqués?
- 7) María tiene Bs. 6.185. Camilla tiene Bs. 2.113 más que María. ¿Cuánto dinero tiene Camilla?
- 8) En la fábrica del Sr. Francisco hay 2.956 litros de jugo. En la fábrica del Sr. Juan hay 1.745 litros de jugo. ¿Cuántos litros de jugo hay menos en la fábrica del Sr. Juan que la fábrica del Sr. Francisco?
- 9) Luis tiene 2.145 piezas de legos. Él tiene 1.124 piezas de legos más que Carmen. ¿Cuántas piezas tiene Carmen?

- 10) La hacienda de Mario tiene 2.215 árboles. La hacienda de Pedro tiene 1.211 menos que la hacienda de Mario. ¿Cuántos árboles tiene la hacienda de Pedro?
- 11) Miguel tiene Bs. 9.497. Alberto tiene Bs. 8.356. ¿Cuántos Bs. tiene Alberto menos que Miguel?
- 12) Manuel tiene un rompecabezas de 4.723 piezas. Jaime tiene un rompecabezas de 2.623 piezas menos que Manuel. ¿Cuántas piezas tiene el rompecabezas de Jaime?

## Anexo B.

Representación con diagramas de problemas con diferencia desconocida.

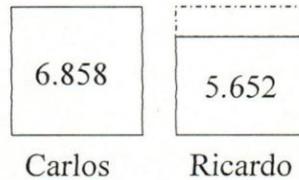
Unidad Educativa

Fecha: \_\_\_\_\_

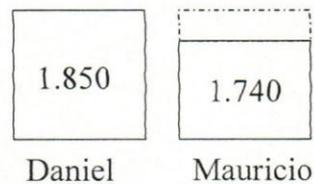
Nombre: \_\_\_\_\_ N°. \_\_\_\_\_

1) Lee atentamente los enunciados y responde utilizando los diagramas.

1. Carlos tiene Bs. 6.858, Ricardo tiene Bs. 5.652. ¿Cuántos Bs. tiene Carlos más que Ricardo?.



2. Daniel tiene un rompecabezas de 1.850 piezas. Mauricio tiene un rompecabezas de 1.740 piezas. ¿Cuántas piezas de rompecabezas tiene Mauricio menos que Daniel?



Anexo C.

Representación con diagramas de problemas con referencia desconocida.

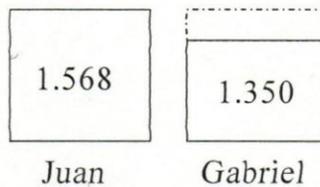
Unidad Educativa \_\_\_\_\_

Fecha: \_\_\_\_\_

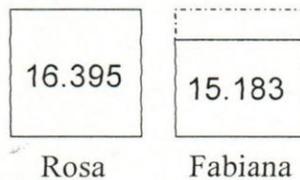
Nombre: \_\_\_\_\_ N°. \_\_\_\_\_

1) Lee atentamente los enunciados y responde utilizando los diagramas.

1. En la hacienda de Juan hay 1.568 árboles, en la hacienda de Gabriel hay 1.350 árboles. ¿Cuántos árboles hay en la hacienda de Juan más que en la hacienda de Gabriel?



2. La caja de chocolates de Rosa costó Bs. 16.395. La caja de chocolates de Fabiana costó Bs. 15.183 ¿Cuántos Bs. menos costó la caja de chocolates de Fabiana?



Anexo D.

Representación con diagramas de problemas con comparado desconocido.

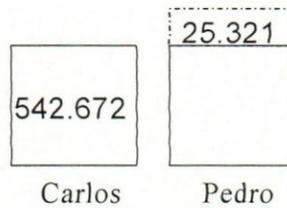
Unidad Educativa \_\_\_\_\_

Fecha: \_\_\_\_\_

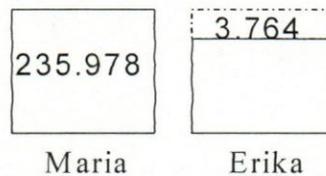
Nombre: \_\_\_\_\_ N°. \_\_\_\_\_

1) Lee atentamente los enunciados y responde utilizando los diagramas.

1. Carlos tiene Bs. 542.672. Pedro tiene Bs. 25.321 más que Carlos. ¿Cuántos Bs. tiene Pedro?



2. En la librería de María hay 235.978 hojas de colores. En la librería de Erika hay 3.764 hojas de colores menos que en la librería de María. ¿Cuántas hojas de colores hay en la librería de Erika?



Anexo E.

Representación con diagramas de problemas con comparado desconocido.

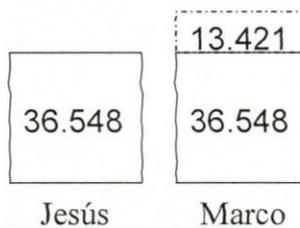
Unidad Educativa

Fecha: \_\_\_\_\_

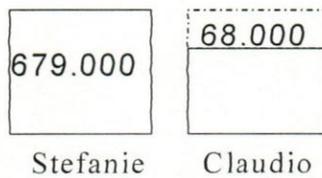
Nombre: \_\_\_\_\_ N°. \_\_\_\_\_

1) Lee atentamente los enunciados y responde utilizando los diagramas.

1. En el almacén de Jesús hay 36.548 latas de atún. En el almacén de Marco hay 13.421 latas de atún más que en el almacén de Jesús. ¿Cuántas latas de atún hay en el almacén de Marco?



2. El ipod de Stefanie costó Bs. 679.000. El ipod de Claudio costó Bs. 68.000 menos que el ipod de Stefanie. ¿Cuánto costó el ipod de Claudio?



Anexo F.

Representación con diagramas de problemas de diferencia desconocida y problemas de comparación desconocida.

Unidad Educativa \_\_\_\_\_

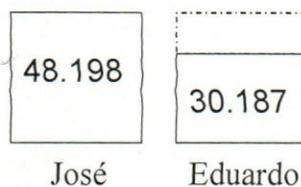
Fecha: \_\_\_\_\_

Nombre: \_\_\_\_\_ N° \_\_\_\_\_

1) Lee atentamente los enunciados y responde utilizando los diagramas.

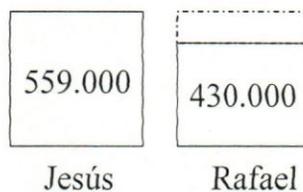
1. El CD de José costó Bs. 48.198. El CD de Eduardo costó Bs. 30.187.

¿Cuántos Bs. menos costó el CD de Eduardo?

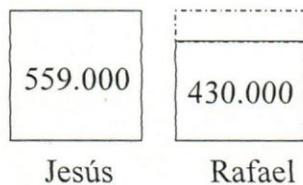


2. El celular de Rafael costó Bs. 430.000. El celular de Jesús costó Bs. 559.000.

¿Cuántos Bs. más costó el celular de Jesús?



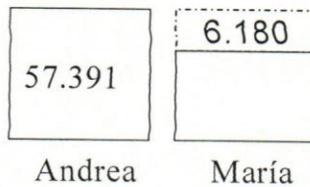
3. El pantalón de Victoria costó Bs. 128.989. El pantalón de Andrea costó Bs. 139.989. ¿Cuántos Bs. más costó el pantalón de Andrea?



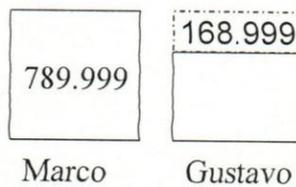
4. El juguete de Estefanía costó Bs. 737.453. El juguete de Sabrina costó Bs. 52.231 más que el juguete de Estefanía. ¿Cuánto costó el juguete de Sabrina?



5. Andrea tiene Bs. 57.391. María tiene Bs. 6.180 menos que Andrea. ¿Cuántos Bs. tiene María?



6. Marco tiene Bs. 789.999. Gustavo tiene Bs. 168.765 menos que Marco. ¿Cuántos Bs. tiene Gustavo?



Anexo G.

Representación con diagramas de problemas de referente desconocido

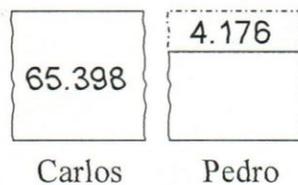
Unidad Educativa \_\_\_\_\_

Fecha: \_\_\_\_\_

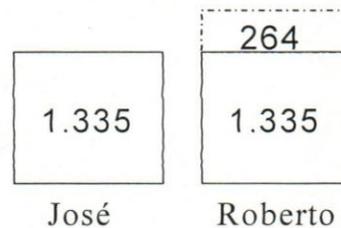
Nombre: \_\_\_\_\_ N°. \_\_\_\_\_

1) Lee atentamente los enunciados y responde utilizando los diagramas.

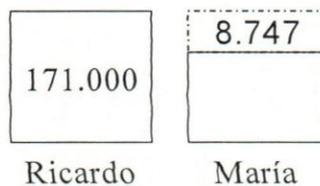
1. Carlos tiene Bs. 65.398. Él tiene Bs. 4.176 más que Pedro. ¿Cuántos Bs. tiene Pedro?



2. En el sembradío de José hay 1.335 árboles de naranjas. En el sembradío de Roberto hay 264 árboles de naranjas más que en el sembradío del José. ¿Cuántos árboles hay en el sembradío de Roberto?



3. Ricardo pagó Bs. 171.000 por un discman. Él pagó Bs. 8.747 más que María por un discman. ¿Cuántos Bs. pagó María por su discman?



Anexo H.

Representación con diagramas de problemas con referente desconocido.

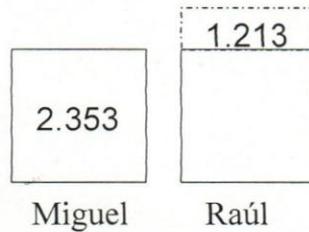
Unidad Educativa \_\_\_\_\_

Fecha: \_\_\_\_\_

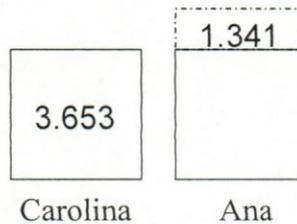
Nombre: \_\_\_\_\_ N°. \_\_\_\_\_

1) Lee atentamente los enunciados y responde utilizando los diagramas.

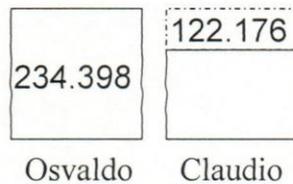
1. Miguel tiene 2.353 vacas en su granja. Él tiene 1.213 vacas menos que la granja de Raúl. ¿Cuántas vacas tiene la hacienda de Raúl?



2. En el vivero de Carolina hay 3.653 flores. En su vivero hay 1.341 flores menos que en el vivero de Ana. ¿Cuántas flores hay en el vivero de Ana?



3. Osvaldo tiene Bs. 234.398. Él tiene Bs. 122.176 más que Claudio. ¿Cuántos Bs. tiene Claudio?



Anexo I.

Representación con diagramas de problemas de diferencia desconocida, comparado desconocido y referente desconocido.

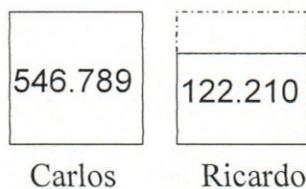
Unidad Educativa

Fecha: \_\_\_\_\_

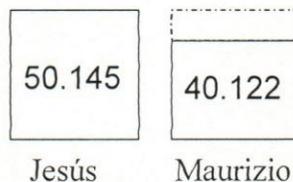
Nombre: \_\_\_\_\_ N°. \_\_\_\_\_

1) Lee atentamente los enunciados y responde utilizando los diagramas.

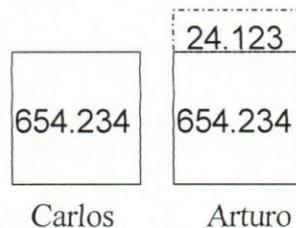
1. Carlos tiene Bs. 546.789, Ricardo tiene Bs. 122.210. ¿Cuántos Bs. tiene Carlos más que Ricardo?



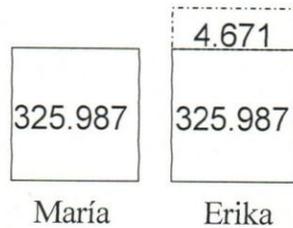
2. Jesús tiene una camisa que costó Bs.50.145. Mauricio tiene una camisa que costó Bs.40.122. ¿Cuántos Bs. menos costó la camisa de Mauricio?



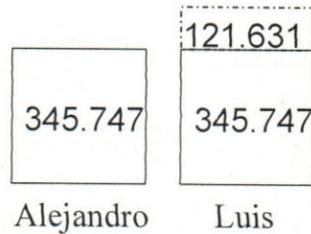
3. Carlos tiene Bs. 654.234. Arturo tiene Bs. 24.123 más que Carlos. ¿Cuántos Bs. tiene Arturo?



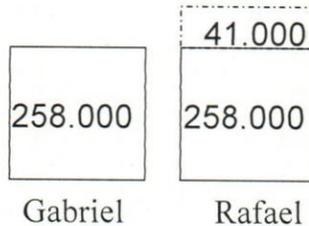
4. En la librería de María hay 325.987 libros. En la librería de María hay libros menos que en la librería de Erika. ¿Cuántos libros hay en la librería de Erika?



5. La chaqueta de Alejandro cuesta Bs. 345.747. La chaqueta de Alejandro cuesta Bs. 121.631 menos que la chaqueta de Luis. ¿Cuánto cuesta la chaqueta de Luis?



6. Gabriel tiene Bs. 258.000. Él tiene Bs. 41.000 menos que Rafael. ¿Cuántos Bs. tiene Rafael?



Anexo J.

Problemas resueltos por los alumnos durante la intervención.

Nombre: Daniel Iadarola Parro

Lee y resuelve:

1. En la hacienda de Juan hay 1.568 árboles, en la hacienda de Gabriel hay 1.350 árboles. ¿Cuántos árboles hay en la hacienda de Juan más que en la hacienda de Gabriel?

*operación*

1568	
1350	-
<hr/>	
0218	

Juan                  Gabriel

*Respuesta*  
hay 218 árboles en la hacienda de Juan que en la hacienda de Gabriel

2. La caja de chocolates de Rosa costó Bs. 16.395. La caja de chocolates de Fabiana costó Bs. 15.183 ¿Cuántos Bs. menos costó la caja de chocolates de Fabiana?

*operación*

16395	
15183	-
<hr/>	
07212	

Rosa                  Fabiana

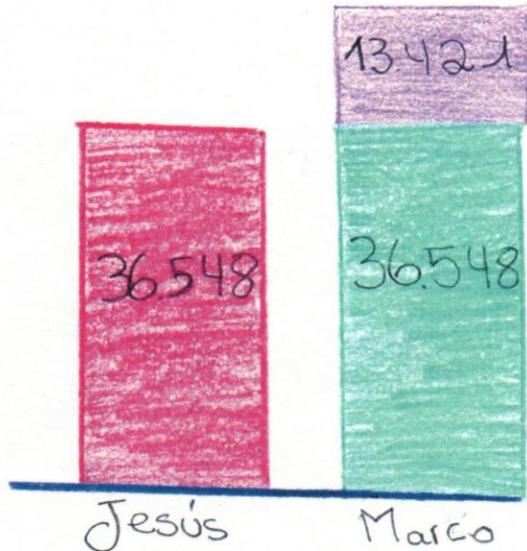
*Respuesta*  
costo 7212 menos que la caja de rosa

Nombre: Erika Leopardo P?

Lee y resuelve:

1. En el almacén de Jesús hay 36.548 latas de atún. En el almacén de Marco hay 13.421 latas de atún más que en el almacén de Jesús. ¿Cuántas latas de atún hay en el almacén de Marco?

$$\begin{array}{r} 36.548 + \\ 13.421 \\ \hline 49.969 \end{array}$$



Operación

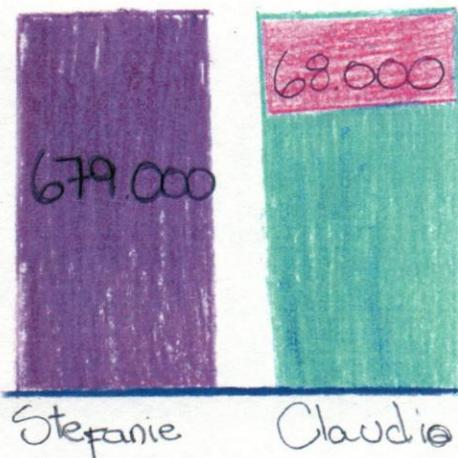
Respuesta

En el almacén de Marco hay 49.969 Latas de atún.

2. El ipod de Stefanie costó Bs. 679.000. El ipod de Claudio costó Bs. 68.000 menos que el ipod de Stefanie. ¿Cuánto costó el ipod de Claudio?

Operación

Respuesta



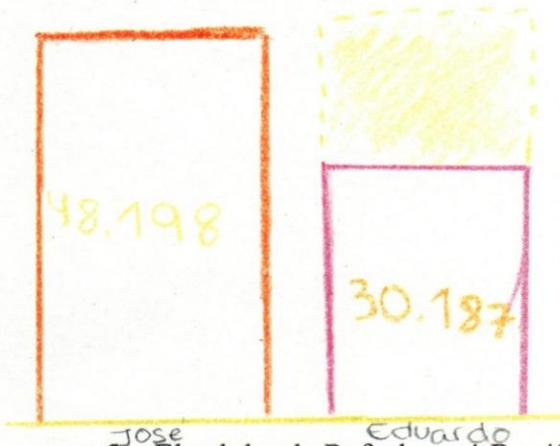
$$\begin{array}{r} 679.000 - \\ 68.000 \\ \hline 611.000 \end{array}$$

EL ipod de Claudio Costó 611.000 B's

Nombre: Erika Leopardi

Lee y resuelve:

1. El CD de José costó Bs. 48.198. El CD de Eduardo costó Bs. 30.187. ¿Cuántos Bs. menos costó el CD de Eduardo?

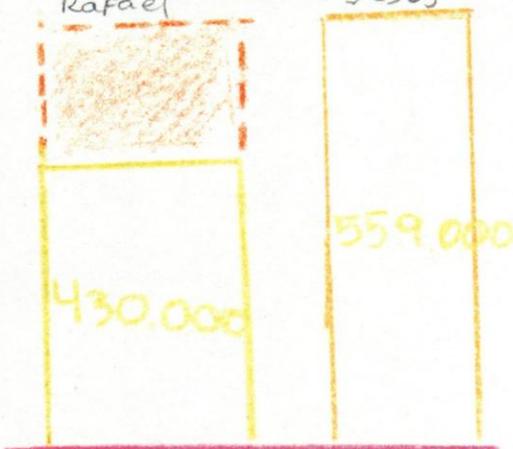


$$\begin{array}{r} 48.198 - \\ \underline{30.187} \\ 18.011 \end{array}$$

EL CD de Eduardo costo 18.011 B's menos que el CD de José.

2. El celular de Rafael costó Bs. 430.000. El celular de Jesús costó Bs. 559.000.

¿Cuántos Bs. más costó el celular de Jesús?



$$\begin{array}{r} 559.000 - \\ \underline{430.000} \\ 129.000 \end{array}$$

EL celular de Jesús costó 129.000 B's más que el celular de Rafael.

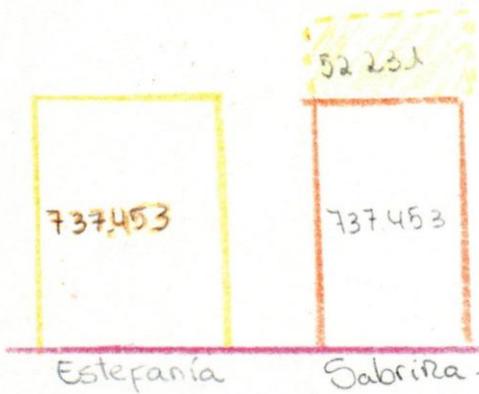
3. El pantalón de Victoria costó Bs. 128.989. El pantalón de Andrea costó Bs. 139.989. ¿Cuántos Bs. más costó el pantalón de Andrea?



$$\begin{array}{r} 139.989 - \\ \underline{128.989} \\ 011.000 \end{array}$$

EL pantalón de Andrea cuesta 11.000 B's más que el pantalón de Victoria.

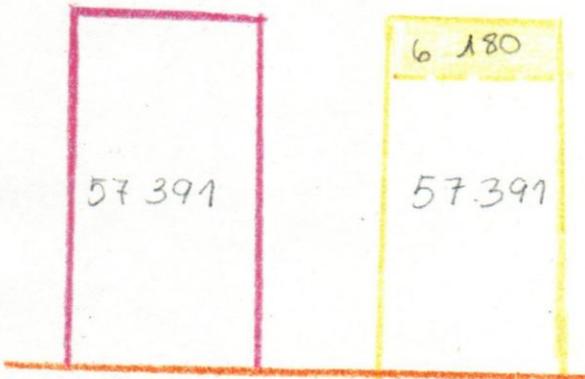
4. El juguete de Estefanía costó Bs. 737.453. El juguete de Sabrina costó Bs. 52.231 más que el juguete de Estefanía. ¿Cuánto costó el juguete de Sabrina?



$$\begin{array}{r} 737.453 + \\ 52.231 \\ \hline 789.684 \end{array}$$

EL juguete de Sabrina costó 789.684.

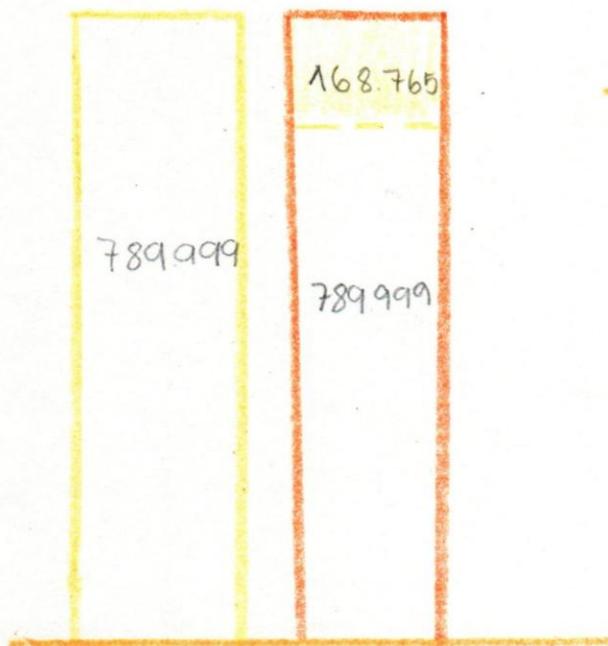
5. Andrea tiene Bs. 57.391. María tiene Bs. 6.180 menos que Andrea. ¿Cuántos Bs. tiene María?



$$\begin{array}{r} 57.391 - \\ 6.180 \\ \hline 51.211 \end{array}$$

María tiene 51.211 Bs.

6. Marco tiene Bs. 789.999. Gustavo tiene Bs. 168.765 menos que Marco. ¿Cuántos Bs. tiene Gustavo?



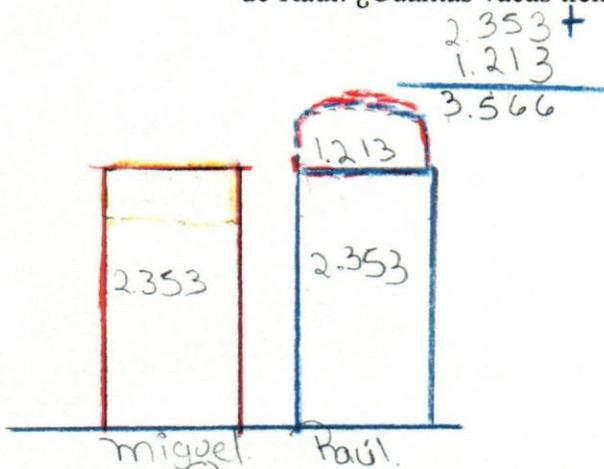
$$\begin{array}{r} 789.999 - \\ 168.765 \\ \hline 621.234 \end{array}$$

Gustavo tiene 621.234 Bs.

Nombre: Sabrina Villanora Ciancio

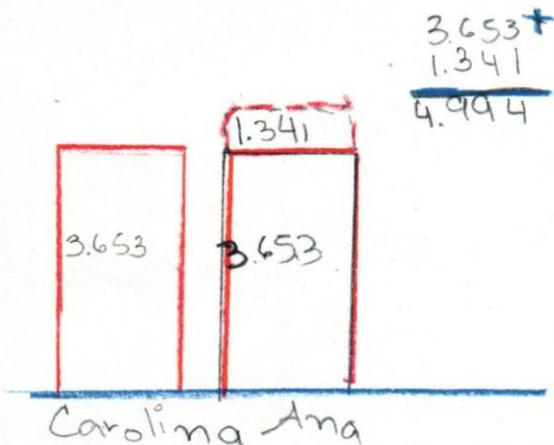
Lee y resuelve:

- ① Miguel tiene 2.353 vacas en su granja. Él tiene 1.213 vacas menos que la granja de Raúl. ¿Cuántas vacas tiene la hacienda de Raúl?



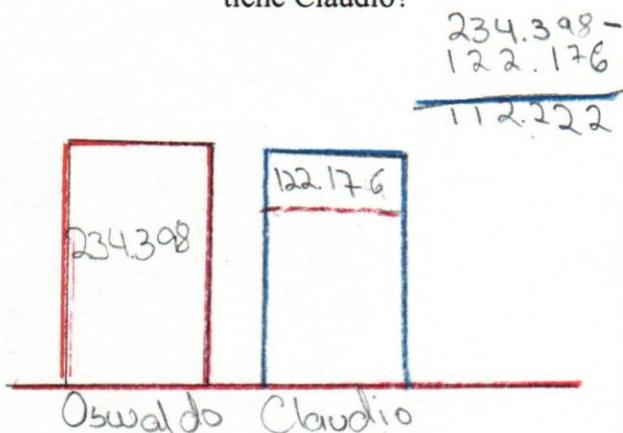
En la hacienda de Raúl hay 3.566 vacas en la granja.

- ② En el vivero de Carolina hay 3.653 flores. En su vivero hay 1.341 flores menos que en el vivero de Ana. ¿Cuántas flores hay en el vivero de Ana?



Hay 4.994 flores en el vivero de Ana.

3. Oswaldo tiene Bs. 234.398. Él tiene Bs. 122.176 más que Claudio. ¿Cuántos Bs. tiene Claudio?

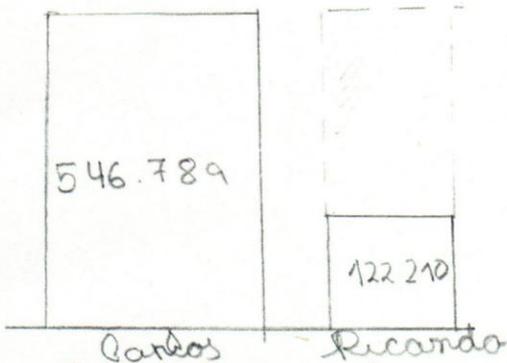


Claudio tiene 112.222 Bs.

Nombre: Erica Leopold Mendoza

Lee y resuelve:

1. Carlos tiene Bs. 546.789, Ricardo tiene Bs. 122.210. ¿Cuántos Bs. tiene Carlos más que Ricardo?



$$\begin{array}{r} 546.789 - \\ 122.210 \\ \hline 424.579 \end{array}$$

Carlos  
tiene  
424.579

más que  
Ricardo

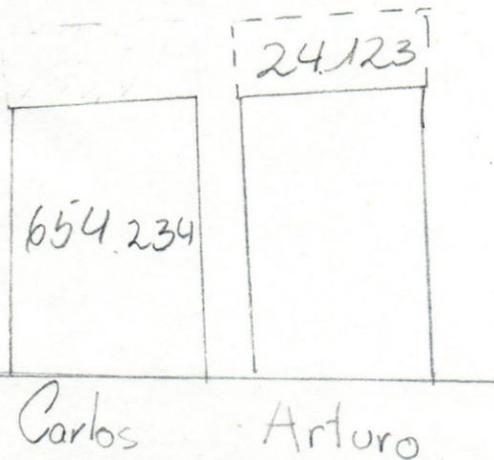
2. Jesús tiene una camisa que costó Bs. 50.145 ~~menos~~. Mauricio tiene una camisa que costó Bs. 40.122. ¿Cuántos Bs. menos costó la camisa de Mauricio?



$$\begin{array}{r} 50.145 - \\ 40.122 \\ \hline 10.023 \end{array}$$

La Cami-  
sa de  
Mauricio  
costo  
10.023 B's  
menos.

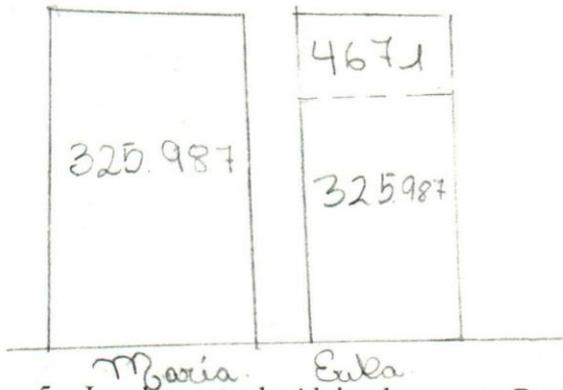
3. Carlos tiene Bs. 654.234. Arturo tiene Bs. 24.123 más que Carlos. ¿Cuántos Bs. tiene Arturo?



$$\begin{array}{r} 654.234 + \\ 24.123 \\ \hline 678.257 \end{array}$$

Arturo tiene  
B's 678.257

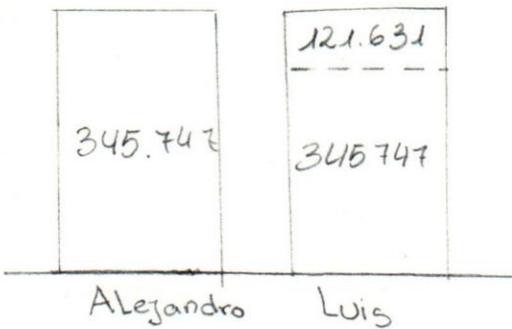
4. En la librería de María hay 325.987 libros. En la librería de María hay 4.671 libros menos que en la librería de Erika. ¿Cuántos libros hay en la librería de Erika?



$$\begin{array}{r} 325.987 - \\ 4.671 \\ \hline 321.316 \end{array}$$

En la librería de Erika hay 321.316.

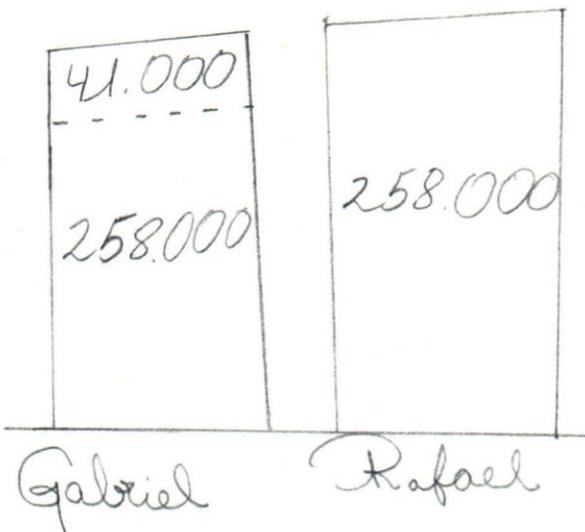
5. La chaqueta de Alejandro cuesta Bs. 345.747. La chaqueta de Alejandro cuesta Bs. 121.631 menos que la chaqueta de Luis. ¿Cuánto cuesta la chaqueta de Luis?



$$\begin{array}{r} 345.747 - \\ 121.631 \\ \hline 224.116 \end{array}$$

La Chaqueta de Luis cuesta.

6. Gabriel tiene Bs. 258.000. Él tiene Bs. 41.000 menos que Rafael. ¿Cuántos Bs. tiene Rafael?



$$\begin{array}{r} 258.000 - \\ 41.000 \\ \hline 217.000 \end{array}$$

Rafael tiene 217.000 B's