CENTRO CULTURAL PA
BIBLIOTECA CE

UNIVERSIDAD CATÓLICA ANDRÉS BELLO-GUAYANA

Facultad de Ingeniería
Escuela de Ingeniería Industrial
Laboratorio de Física I

INTRODUCCIÓN A LA FÍSICA EXPERIMENTAL

Por:

Bsc. Fis. José Rodríguez Moreno

Ciudad Guayana, Abril 2005

TRAB
IID2005
R6

UNIVERSIDAD CATÓLICA ANDRÉS BELLO-GUAYANA

Facultad de Ingeniería
Escuela de Ingeniería Industrial
Laboratorio de Física I

aaa4839

Universidad Católica Andrés Bello
BIBLIOTECA
Caracas

INTRODUCCIÓN A LA FÍSICA EXPERIMENTAL

Por:

Bsc. Fis. José Rodríguez Moreno

Agregado

Ciudad Guayana, Abril 2005

DEDICATORIA

Son muchas a las personas a quien quisiera dedicarle este trabajo, como muestra del agradecimiento más profundo y sincero , para todos ellos con quien he compartido pedazos de vida, esta también es su obra.

A Haydee Moreno y Héctor Rodríguez, mis padres, por su enorme e infatigable esfuerzo

A Lorena y mis hijos José Alfonso y Lupita, sin ellos me hubiera perdido lo mejor de la vida

A Luc Hilaire Sanón, mi primer profesor de Física quien me enseño a calcular a **g** y el amor a las Ciencias.

A P.V. O´Connor, maestro y guía

A Heri, Lubin, Leslie, María Adelaida y Nancy, mis eternos compañeros libadores de Galileo y Newton.

A mis alumnos del Colegio Santísima Trinidad y de la UCAB Guayana, quienes me develaron mi verdadera vocación y la razón de este trabajo

AGRADECIMIENTOS

Como sucede siempre en la realización de cualquier trabajo, muchas personas contribuyeron significativamente en este proceso. El autor está en deuda con:

Los profesores Fernando Gómez y Henry Sánchez, colegas de cátedra, por sus sugerencias, aportes y revisión de todas las prácticas.

Bachilleres Francisco Briceño, Guillermo Borges, Claudia Bejarano por el inmenso trabajo desplegado en la búsqueda del material bibliográfico, diseño de laminas y nuevas ideas .

A mis alumnos de Educación , mención Física – Matemáticas y de Ingeniería industrial por sus constantes aportes y correcciones que permitieron validar por cinco semestres este trabajo

A la profesora Lorena Álvarez, esposa y compañera, por la corrección ortográfica y metodológica del documento.

INDICE GENERAL

pp.

PRESENTACIÓN.....iv

INTRODUCCIÓN.....x

I. PRÁCTICA #1. Aristóteles, Galileo y Las Ciencias Experimentales.....1

II. PRÁCTICA # 2. Medición, Error y Teoría de Errores.....8

III. PRÁCTICA # 3. Magnitudes físicas y proceso de Medición.....26

IV. PRÁCTICA # 4. Representación gráfica de funciones.....42

V. PRÁCTICA # 5. Movimiento Rectilíneo Uniformemente Acelerado.....58

VI. PRÁCTICA #6. Movimiento en Dos Dimensiones.....73

VII. PRÁCTICA #7. Rozamiento y Coeficiente de Fricción.....86

VIII. PRACTICA # 8. Resorte Helicoidal.....104

IX. PRÁCTICA # 9. Péndulo Simple.....120

X. PRÁCTICA # 10. Péndulo Físico.....134

XI. PRÁCTICA # 11. Choques y Colisiones.....147

XII. BIBLIOGRAFÍA.....162

XIII. APÉNDICE A . Instrumentos de Medición.....165

XIV. APÉNDICE B. Instrucciones para la Elaboración de un Informe Técnico.....167

PRESENTACIÓN

Este trabajo sobre la física Clásica experimental titulado " Introducción a la Física Experimental", recoge la experiencia acumulada a través de varios semestres de trabajo por parte del autor, profesor de la Universidad Católica Andrés Bello – Guayana, en el ejercicio de la cátedra de Laboratorio de Mecánica Racional I y Laboratorio de Física I, las cuales hacen parte de los programas de Ingeniería Industrial y de la Licenciatura en Educación mención Física – Matemática , respectivamente en esta misma universidad.

El material que se presenta, está constituido por un conjunto de experimentos de laboratorio que cubren tópicos de la física Clásica o Mecánica Newtoniana, dando la fundamentación teórica necesaria para la contextualización de cada práctica por parte del alumno y las herramientas necesarias para la realización de los experimentos.

La Física intenta sondear lo desconocido y como un experimento puede conducir a la teoría y como la teoría puede guiar a la experimentación. Es por esta razón que iniciamos este trabajo con el cuestionamiento de lo fundamental de la Física Clásica y dos de sus máximos exponentes: Galileo y Aristóteles.

En lo que respecta a la manera como se aborda la enseñanza de la física, debemos en primer lugar plantear que, no es enteramente necesario que toda la teoría explicada previamente en clase deba ser demostrada en el laboratorio, de hecho, es necesario a menudo, que el trabajo de laboratorio preceda a las clases, de tal manera, que los estudiantes vean como una ley puede ser obtenida en el laboratorio. En consecuencia, el hecho que la teoría sugiera a la misma ley que fue obtenida experimentalmente confirmará la utilidad de la teoría y creará confianza tanto en el método experimental como en el análisis teórico. Es por esto, que en este trabajo, se presentan algunos experimentos y problemas diseñados para ilustrar el uso de varios métodos de análisis de datos a fin de encontrar las relaciones entre las variables físicas, ya que las leyes físicas no son más que descripciones de tales relaciones. La intención básica radica en que una vez que

los métodos de análisis sean apropiados, los estudiantes podrán usarlos para analizar cualquier grupo de datos y encontrar las relaciones entre las magnitudes estudiadas.

Otro objetivo que intenta abordar este trabajo, es el de mostrar la ruta o camino del método científico, y la manera como pueden determinarse las constantes físicas de un experimento, se debe reconocer, sin embargo, que el diseño de un experimento que busca determinar constante físicas es básicamente diferente de otro experimento diseñado para encontrar relaciones. La diferencia estriba en que para determinar una constante, se deben asumir algunas leyes o alguna ley como verdadera y correcta y a partir de ella se diseña hasta encontrar la constante.

Por último, otros dos aspectos sobre los cuales se quiere marcar énfasis y que son comunes para todas las prácticas, es en el manejo de ciertos equipos y el entendimiento y cálculo de los errores experimentales. Es por ello que, una parte del trabajo se dedica a la descripción de algunos tipos de instrumentos de medición y dos de las prácticas discuten y abordan extensivamente sobre el tema de las mediciones, errores y teoría de errores. Se intenta que los estudiantes reconozcan, en todas las experiencias que se presentan, la importancia sobre la certidumbre de toda medición física y la manera de determinar su error.

La realización de un experimento usualmente involucra muchos aspectos del trabajo en un laboratorio, tales como la operación y manejo de aparatos de medición, el análisis de datos, y la evaluación de los errores. En consecuencia, el estudiante se tendrá que referir a algunas partes del trabajo en cada experimento. Si se confronta, por ejemplo, con un vernier, se debe buscar el apéndice correspondiente que describe su uso y modo de lectura.

Para encontrar como analizar datos, a partir de un análisis gráfico, que nos permita determinar constantes y relaciones, se ha incorporado una práctica exclusivamente dedicada al tema y que aborda las funciones más comunes y propensas a ser encontradas en la experimentación. En general, todas las experiencias que se presentan vienen acompañadas de una revisión teórica que aborda el fenómeno en cuestión desde una perspectiva cualitativa y analítica, la

intención es presentar un documento pedagógicamente diseñado y con integralidad instruccional, es altamente recomendable que el estudiante haga una lectura previa a este material con el fin de familiarizarse con el contenido del experimento.

En todo caso, es nuestra convicción más profunda que el profesor debe fomentar que el alumno construya sus propios conocimientos Ello requiere que el alumno se convierta en protagonista de su propio aprendizaje, que se implique de forma activa en todo el proceso. El papel del profesor es principalmente el de crear situaciones que permitan al alumno intervenir activamente en su proceso de aprendizaje para que, lejos de limitarse a memorizar los conceptos o repetir mecánicamente un conjunto de instrucciones, pueda integrarlos dentro de su propio sistema cognitivo, relacionándolos con lo que previamente conoce. Los profesores de las áreas tecnológicas conocen bien el valor de las experiencias prácticas en este proceso. La observación directa de los fenómenos permite una comprensión adecuada de los conceptos y ayuda a centrar las ideas de los alumnos.

En nuestra experiencia docente como profesor de asignaturas que integran teoría y práctica, se ha observado que la actitud que los alumnos adoptan en el laboratorio es diferente a la que muestran en clases estrictamente teóricas. En la mayoría de los casos, e independientemente de su edad, los estudiantes se muestran en el laboratorio mas responsables, hacen mas preguntas, se encuentran mas distendidos, aprenden a trabajar en equipo, se incrementa la colaboración entre los compañeros y se amplia la comunicación profesor - estudiante.

En este trabajo se presentan 11 actividades prácticas que representan 9 bloques temáticos de la física experimental Newtoniana o Clásica, el catálogo de experiencias es suficientemente amplio y puede servir de apoyo al profesor y al alumno durante los dos cursos iniciales de física universitaria. Algunas de las prácticas pueden realizarse también en el segundo ciclo de la Educación Secundaria. Corresponde al profesor, en función de la programación, de las

características del alumnado, de las posibilidades del centro de educación, etc., decidir que prácticas le resultan adecuadas.

En todo caso, es nuestra aspiración, que las experiencias que aquí se describen puedan también servirle como elementos de inspiración y orientación para diseñar otras nuevas sobre los mismos o distintos temas, si eso se logra el objetivo de este trabajo se habrá conseguido.

BSc. Fis., MSc. José Rodríguez Moreno

30 de Junio de 2005

INTRODUCCIÓN

> Para la ciencia no es de gran importancia lo que estas vagas especulaciones tengan que decir o a lo que conduzcan, porque mientras suceden, ella empuja hacia adelante en mil direcciones, con su propia y precisa manera de observación experimental, ampliando las fronteras de las diferentes regiones del conocimiento y a su vez cambiando, en el proceso, las maneras de vida humana. Los descubrimientos pueden estar muy cerca de ser realizados y sin embargo, ser eludidos, aun así la ciencia continuará su propio camino, un camino sin fin de jornada, ignorando mientras tanto los ¿ porqués ? de la filosofía, ella se preguntará mas bien, los ¿comos? , y a medida que los responde se obtiene un gran regocijo y se le da significado a la vida, y quizás el hacer esto, de alguna manera, nos ayude a responder los ¿porqués ? (Nehru 1954,p.19)

De esta manera tan hermosa y profunda, un brillante estadista del siglo 20 describía el método científico y el propósito de las ciencias.

De las personas que llamamos científicos, hay los que especulan y teorizan, los que observan y miden y los que convierten a la ciencia en una filosofía de vida.

Los físicos que hacen de la observación y la medición el propósito principal de sus quehaceres cotidianos, pueden ser clasificados como físicos experimentalistas. En esta categoría podemos incluir a gigantes como Michael Faraday (electricidad), los Curies (radioactividad) y a Lord Rutheford (física nuclear). Sus contrapartes, los físicos teóricos son los que usando la razón, primariamente matemática, forman teorías que explican los fenómenos observados y predicen nuevos fenómenos. Galileo y Newton, que trabajaron en el despertar de esta era científica, fueron, por necesidad, físicos tanto teóricos como experimentalistas. En años mas recientes hombres como Henri Poincaré y Albert Einstein han sido ejemplos sobresalientes de físicos teóricos. Sin embargo, puede

decirse que no existe ningún sistema rígido de categorización y la mayoría de las veces existe una combinación de conocimiento y habilidad en ambas áreas.

Estos dos aspectos de la física han sido inseparables para el progreso del conocimiento científico, y por lo tanto ellos no deben ser separados en la Universidad, o en cualquiera de los niveles cuando se inicie su aprendizaje. Si queremos entender la importancia y el poder de la física experimental, las experiencias en los laboratorios deben mostrar de manera significativa y pertinente como la experimentación complementa el trabajo teórico. Los fenómenos físicos serán observados, luego las mediciones realizadas y la data analizada para arrojar y producir algún tipo de información, ya sea una constante física o una selección entre dos teorías la cual puede justificar la formulación de una ley física. El objeto de un experimento no debería ser nunca el de verificar una teoría o ley. El uso de la palabra "verificar" indica que la teoría ha sido ya previamente aceptada como correcta. Si un experimentalista parte con esta premisa inicial, es obvio que estará parcializado y en consecuencia estará limitado para realizar un adecuado trabajo experimental.

Una razón por la cual una ley no puede ser demostrada como absolutamente verdadera, lo cual se implica cuando se dice "verificar", es por que no existen mediciones que sean exactas; y ninguna conclusión originada sobre la base de medición de magnitudes físicas puede llegar a niveles de exactitud superior a los que impongan los equipos de medición. Consecuentemente, no existe ninguna ley en la física que pueda ser considerada exacta. La Ley de Conservación de la Energía (incluyendo la masa) es una de estas leyes de la física, la cual se ha demostrado, que "se mantiene válida hasta al menos una parte de 10^{12} o un millón de millones" (Greenberg, 1975, p.xiii).

Pareciera que fuese suficiente decir que la Ley de Conservación de la Energía no es del todo exacta, pero es también importante conocer sus límites, como el próximo ejemplo intenta ilustrar. Las observaciones llevadas a cabo por los astrónomos muestran que las galaxias se alejan unas de las otras. "Pareciera que a medida que el tiempo avanza, la densidad promedio de la materia en grandes volúmenes de espacio se reduce" (Bondi, H., Bonnor, W.B., 1960, p.17).

Estos hallazgos han conducido a formular la "Teoría del Universo Expandible" y el modelo de "la Gran Explosión" del Universo. Otra observación ha sido el hecho que "en cualquiera dirección a cualquier distancia pareciera existir siempre el mismo número de galaxias" (Bondi, H., Bonnor, W.B., 1960, p.19). El Universo parece ser igual por donde se mire, como consecuencia, se ha planteado la teoría en la cual se argumenta que "la Tierra no posee una posición única en el espacio y tampoco posee una posición única en el tiempo" (Greenberg,1975, p. xiii), esta es la "Teoría del Estado Estable"

Sin embargo, ¿cómo justificamos entonces la aparente expansión del Universo?. Esto se logra, si asumimos que "la materia se está creando continuamente y gradualmente se agrupa formando así nuevas galaxias, de tal manera que se mantiene constante la separación promedio observada" (Greenberg, 1995, p.ix). Lo anterior pareciera violar el concepto de la Conservación de la Energía, pero los cálculos demuestran que solo violando "una parte en 10^{15} "(Greenberg, 1995, p.ix). se permitiría tal creación de materia Si la Ley puede demostrarse válida a tal nivel de exactitud, entonces, la teoría del estado estable con su formación continua de materia, debe ser descartada.

La misma Ley de la Conservación de la masa se enseñaba como una ley inviolable, pero mediciones suficientemente precisas han demostrado que la masa es una forma de energía y la Ley de la Conservación incluye a ambas.

En consecuencia, continuamente se están aprendiendo nuevas cosas cuando los límites de las viejas leyes son explorados.

Con todo lo anterior, lo que queremos enfatizar es que el aprendizaje de la física, nos conduce no solo a resolver problemas numéricos , sino también a aumentar nuestro conocimiento de los fenómenos físicos mediante la correcta interpretación de los mismos, a fin de comprender el porqué y para qué debemos estudiar ésta, la más fundamental de todas las ciencias. De aquí se desprende la necesidad de acercarla a los estudiantes para involucrarlos en la grata y útil tarea de la investigación documental, experimental y de campo cuando sea posible.

UNIVERSIDAD CATÓLICA ANDRÉS BELLO-GUAYANA

Facultad de Ingeniería
Física Experimental

Práctica N° 1

Aristóteles, Galileo y las Ciencias Experimentales

Aristóteles es ampliamente conocido por decir que los objetos caen a velocidades proporcionales a sus pesos, Galileo por mostrar que los objetos, sin importar su peso, caen a la misma velocidad. Se ha dicho muchas veces que Aristóteles no realizó ninguna experimentación y que a partir de Galileo se inician las ciencias experimentales. Sin embargo, los dos investigadores si desarrollaron y observaron objetos cayendo bajo acción de la gravedad, pero llegaron a conclusiones muy diferentes. ¿ Por qué?, ¿ Uno de ellos estaba en lo correcto y el otro equivocado?, ¿Cuáles son las diferencias en sus razonamientos ?. Un análisis cercano a sus observaciones y a sus métodos de razonamiento muestran que existían elementos de verdad en las conclusiones de ambos hombres.

Aristóteles quien poseía una de las mentes más brillantes de todos los tiempos, observó que los objetos ligeros caen con razones diferentes. En general, los objetos más ligeros caen más lentamente que los más pesados, de estas observaciones se generaron sus conclusiones. De acuerdo a Galileo (Galilei, G. 1914, p.65; cp. Greenberg 1975, p.6), Aristóteles lo planteó así: "...los cuerpos de diferentes pesos, en el mismo medio, viajan (con su movimiento dependiente de la gravedad) con rapidez proporcional a su peso", ¿ Verificó experimentalmente este resultado Aristóteles ?.

En sus escritos Aristóteles aparentemente se refiere a que si implementó algún tipo de experimentación, ya que utiliza la expresión "se observa" (Greenberg

1975, p.7). Cualquiera de nosotros puede ver exactamente eso si realizamos el mismo experimento. ¿No significa este resultado que el más pesado cae mucho más rápido que el más liviano?. Aristóteles implicó, sin embargo, que "dos piedras una pesando diez veces más que otra, si se permiten caer al mismo instante desde una determinada altura, diferirán de tal manera en su velocidad que cuando el más pesado haya llegado, la otra piedra solo habrá recorrido la décima parte del recorrido" (Greenberg 1975, p.7)

Galileo responde a esto: " Se encuentra al realizar el experimento que la separación entre el más pesado y el liviano, no supera los dos dedos, ¿ Alguien podrá justificar los 9/10 de diferencia de Aristóteles ? (Galilei, G. 1914, p.65; cp. Greenberg 1975, p.8). Como resultado de lo anterior y de otras observaciones con esferas de diferentes densidades, Galileo anuncia "... Yo he concluido que en un medio totalmente aislado de resistencia, todos los cuerpos caerían a la misma velocidad" (Galilei, G. 1914, p.65; cp. Greenberg 1975, p.8). Fíjense que Galileo no emitió la declaración definitiva e improbada que todos los objetos caen con la misma rapidez.

Aristóteles no se estaba refiriendo al movimiento de los objetos en un medio totalmente ausente de resistencia, al contrario, siempre se refirió al movimiento en un medio resistivo. Los resultados de Galileo y de Aristóteles , en consecuencia, no son enteramente comparables porque se refieren a condiciones diferentes.

Nosotros hoy, podemos considerar que lo que Aristóteles observaba en objetos pequeños, eran sus velocidades terminales. Cuando un objeto cae desde el reposo a través de un medio resistivo, a medida que la rapidez aumenta también la fuerza de resistencia aumenta. La rapidez crece hasta alcanzar eventualmente un valor límite en el cual la fuerza de resistencia contrarresta al peso. Esta rapidez limite se llama *velocidad terminal*. Adicionalmente, si es cierto que las velocidades terminales de objetos que caen en un medio viscoso son directamente proporcionales a sus pesos en ese medio, si ellas son del mismo tamaño y forma y si las condiciones son tales que la fuerza de resistencia es proporcional a la velocidad. La expresión "proporcional al peso en ese medio" lo que quiere decir es la diferencia entre la fuerza gravitacional y la fuerza de

flotación. La fuerza de flotación es la reacción y consecuencia a la acción de la gravedad, de tal manera que la condición mencionada por Aristóteles (en lo que respecta a que el movimiento de los objetos depende de la gravedad) aun en nuestros días se mantiene valida, en consecuencia, en este punto, Aristóteles es, al menos parcialmente, reivindicado.

Por lo anterior, no puede decirse que uno de estos hombres estaba en lo correcto y el otro equivocado; ni tampoco que el trabajo de alguno de ellos no tuviese valor. Galileo fue innecesariamente crítico del trabajo de Aristóteles. Nosotros en vez de juzgar y condenar, podemos aprender de estos dos hombres algunos hechos respecto a lo que realmente significa el trabajo experimental.

La necesidad de tomar mediciones, no solo observaciones, es la primera lección que debemos aprender. Es posible observar relaciones sin tomar ninguna medición; pero al menos que se hagan mediciones, la relación entre dos magnitudes físicas no puede ser descrita con la suficiente seguridad. Si Aristóteles hubiese realizado algunas mediciones, probablemente hubiese encontrado que no existía ninguna relación directa entre la velocidad y el peso en los experimentos que realizó.

Por cierto, una relación directa implica que una cantidad varía linealmente a medida que la otra cambia. Si y cambia con x, entonces, y y x están relacionados por una relación del tipo $y = mx + b$. Solo a partir de haber realizado un conjunto de mediciones experimentales y su posterior análisis, es posible declarar que " una cantidad varía directamente con otra".

En algunas situaciones se encuentra que la dependencia es de alguna otra forma, por ejemplo, inversamente proporcional o inverso del cuadrado o cualquier otra función de una larga lista de posibilidades. Uno de los servicios que nos prestan las ciencias experimentales es precisamente el de encontrar las relaciones entre dos magnitudes bajo un conjunto de condiciones físicas.

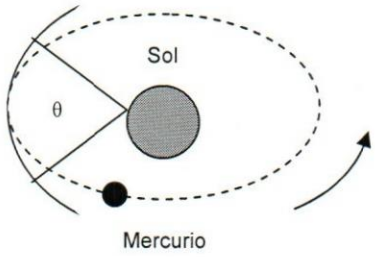
No siempre se conoció que la fuerza de atracción entre dos partículas cargadas varía inversamente con el cuadrado de la distancia de separación. Cavendish en 1771 escribió en sus memorias a la Royal Society, "Existe una sustancia que yo llamo fluido eléctrico, compuesta de partículas las cuales se

repelan entre si pero atraen las partículas de otras materias, con una fuerza inversamente proporcional la distancia elevada a algo menos que el cubo" (Turner, D. M., 1927; cp. Greenberg, L., 1975, p.12).

La mayoría de las leyes que obedecen a esta relación inversa y que son aceptadas en su generalidad, han sido encontradas a través de algún experimento que describe adecuadamente el fenómeno con suma precisión. Esta ley de los cuadrados inversos es, de hecho, a menudo utilizada para calibrar equipos. Una fotocelda puede ser utilizada para medir la intensidad de la luz, si se mide la corriente producida en la celda cuando un haz de luz incide sobre ella. La pregunta que cabe hacerse es: ¿ si se duplica la intensidad de luz, también se duplica la corriente ?, es decir, ¿ es la salida de corriente proporcional a la intensidad de la luz ?. A fin de evaluar esto, "la fotocelda puede ser montada en las proximidades de una fuente concentrada de luz y la salida de corriente determinada. Luego la fotocelda es movida a otra posición y se vuelve a determinar la salida de corriente" (Billington, D. S. 1964, p.64). El cambio en la intensidad de la luz puede ser calculado a partir de la distancia medida usando la ley de los cuadrados inversos y luego comparada con el cambio en la salida de corriente de la celda. A menudo se encuentra que la salida de corriente no es del todo proporcional a la intensidad de la luz, de manera, que las fotoceldas deben ser calibradas, a fin de convertir de lecturas de corriente a intensidad luminosa.

En la práctica, frecuentemente existe una desviación de la ley de los cuadrados inversos. En el caso de la intensidad luminosa, el tamaño de la fuente debe ser pequeño comparado con la distancia al detector o existirá una cierta desviación de la ley. Para que un campo gravitacional obedezca a la ley de los cuadrados inversos, la masa central debe ser esférica y simétrica. En la actualidad, "existen dudas respecto a que si la forma inusual de la órbita de Mercurio (figura 1) se deba a efectos relativísticos o se deba precisamente a la distribución no esférica de la masa del Sol, quizás a un ligero achatamiento en su ecuador " (Greenberg, L., 1975, p.4). Sin duda, el desarrollo creciente en la tecnología de los satélites artificiales nos ayudará a resolver este problema.

Figura 1. La orbita de mercurio es una elipse rotante



Tan importante es la inclusión de las mediciones a las observaciones que en las ciencias experimentales modernas, la palabra *observación* implica medición, aunque en su uso cotidiano solamente el acto de percibir sea entendido. Funk y Wagnall (1963) hacen la distinción entre las definiciones no-científica y la científica de la siguiente manera:

Observación:

1.- El acto, o poder de observar o de tomar en cuenta; el acto de percibir o de fijar el poder de los sentidos o del intelecto , en algo.

2.- Escrutinio científico de algún fenómeno natural, especialmente un hecho visible o fenómeno, con fines de experimentación, verificación y cálculo (p.64)

Aun hay otra cosa que todavía podemos aprender del trabajo de Galileo y Aristóteles. Por ejemplo, podemos decir que las declaraciones de ambos se refieren a diferentes condiciones. Aristóteles habló del movimiento en un medio resistivo; Galileo extrapoló este resultado a un probable movimiento en el vacío. Galileo planteó una situación que , en verdad, no estaba en capacidad de demostrar experimentalmente. No perdamos de vista el hecho que él también observó que los objetos caían con diferente rapidez en el aire. Cada vez que describía un experimento, su conclusión era la misma: el más pesado caía

primero. Pero al experimentar con algunos objetos en los cuales, el efecto del aire era cada vez menor, terminó concluyendo, que si la resistencia del aire pudiese ser totalmente eliminada (vacío), entonces, todos los objetos caerían al mismo tiempo. Esta era, para la época, una declaración muy atrevida y audaz, ya que el no había realizado ninguna medición que le diera piso a semejante conclusión, pero el tiempo terminó dándole la razón. Si los resultados hubiesen sido todo lo contrario, es obvio , que Galileo no fuese tan reverenciado como lo es en la actualidad. Muchos de los resultados y progresos científicos se deben precisamente a este tipo de generalizaciones audaces como la realizada por Galileo.

Esta versión libre de la historia de cómo se investigaron los fenómenos de la caída libre de los cuerpos, contiene, aparentemente, solo parte de la verdad. Aristóteles razonó que efectivamente en el vació todos los objetos caerían con la misma velocidad (Galilei, G. 1914, p.65; cp. Greenberg 1975, p.10), pero también consideró que el vació era un imposible. Lucrecio, (Winspear, 1963; cp. Greenberg 1975, p.11) quien vivió casi 200 años después de Aristóteles, escribió:

> Cuando los objetos caen en línea recta a través de agua o aire,
> El más pesado primero cae, justamente por el medio
> Quien chequea a las cosas en diferente medida
> Que las livianas ceden ante las más pesadas.
> El espacio vacío, en cualquier parte no puede, chequear las cosas en vuelo
> Su naturaleza la hace ceder
> Y así pues, ambas cosas pesadas y livianas
> Se mantienen a paso igual a través del silente vació (p. 107)

Galileo parece haber rescatado esta largamente perdida conclusión hecha por Lucrecio 1700 años antes. Además contribuyó con el concepto que en el vacío, todos los objetos caerían con la misma y constante aceleración. Es decir, Galileo describió el movimiento de una manera lo suficientemente precisa.

De todo lo anterior, es evidente, que al realizar una declaración, debemos especificar las condiciones. A partir del trabajo de Galileo y Newton, se formuló una mecánica que describe el movimiento de los objetos bajo la acción de

fuerzas, la cual se conoce como Mecánica Newtoniana, y describe el movimiento de los cuerpos del Sistema Solar con alto grado de exactitud, pero cuando se aplica a la órbita de Mercurio, su movimiento real no puede ser predicho por esta mecánica. "El eje de la elipse, que describe su órbita, rota, como se ilustra en la figura 1 (aunque de manera exagerada), 43 pulgadas por siglo más de lo que puede ser responsabilizado a las fuerzas de atracción de los otros planetas" (Greenberg, L., 1975, p.5). La Mecánica Newtoniana no es completamente exitosa en este caso, pero esa desviación en la rotación del eje de la elipse, si es perfectamente predicha por la Teoría General de la Relatividad.

La Mecánica Newtoniana describe el movimiento de los átomos y electrones, siempre y cuando se considere que la velocidad de las partículas es mucho menor que la velocidad de la luz. La Mecánica Relativística, basada en el trabajo de Einstein, genera una descripción mas exacta del movimiento cuando la velocidad del objeto se acerca a la velocidad de la luz. Nosotros no decimos que la Mecánica Newtoniana está equivocada; decimos que ella describe el movimiento a velocidades que son bajas comparadas con la velocidad de la luz y que a mayores velocidades , la Mecánica Relativística debe usarse.

2.- Asignación y Conclusiones

1.- Describe brevemente ¿Qué es la ciencia?

2.- A través de los siglos, ¿ Cuál ha sido la reacción general hacia las nuevas ideas acerca de las "verdades" establecidas?

3.- Menciona los pasos del método científico. Haz la distinción entre un hecho científico, una hipótesis, una ley y una teoría

4.- Enumere al menos tres enseñanzas que las experiencias relatadas entre Galileo y Aristóteles han aportado para establecer la "nueva ciencia"

5. En la vida diaria se observan muchos casos de personas a quienes se descubre exponiendo falsamente los hechos, pero pronto se les disculpa y reciben de ahí en adelante la aceptación de sus contemporáneos. ¿ Cómo difiere esto de la ciencia?.

Preguntas de Discusión

1.- Gregorio Mendel hizo notar , en 1865, que cuando un gen recesivo alcanza cierto porcentaje x de todas las observaciones, y la característica que determina alcanza cierto porcentaje y de todas las observaciones, y varía en forma directa en función del cuadrado de x. ¿ Cómo se vería esta dependencia si y se graficara en función de x

2.- Después de una serie de ensayos con péndulos, Newton escribió " Mediante experimentos hechos con la máxima exactitud, siempre encontré que la cantidad de materia en los cuerpos es proporcional a su peso" (Hecht, 2000). Explique acerca de qué hablaba.

3.- Describa lo que quiso decir Einstein (Hewitt, 1996) al escribir:

> El objeto de la ciencia es, por un lado, una comprensión tan completa como sea posible de la conexión entre las experiencias sensoriales en su totalidad y, por otro lado, el logro de este objetivo mediante el uso mínimo de conceptos y relaciones primarias

¿ Qué se trata de decir al especificar "un mínimo de conceptos y relaciones primarias"?

4.-El gran filosofo y matemático Bertrand Russell (1872-1970) (Hewitt, 1996) escribió : " Creo que debemos retener la creencia de que el conocimiento científico es una de las glorias del hombre. No sostendré que el conocimiento jamás puede hacer daño. Pienso que tales proposiciones pueden refutarse con ejemplos bien seleccionados. Lo que si aseguro y sostendré enérgicamente, es que el conocimiento es, con muchísima mayor frecuencia, útil que perjudicial, y que el temor al conocimiento es más frecuentemente perjudicial que útil. ¿ Qué piensas tú de esa declaración?. Cita ejemplos que apoyen esa declaración

UNIVERSIDAD CATÓLICA ANDRÉS BELLO-GUAYANA

Facultad de Ingeniería
Física Experimental

Práctica N° 2

Medición, Error y Teoría de Errores

Los científicos miden los fenómenos de la naturaleza en un esfuerzo por determinar las leyes que gobiernan el comportamiento del Universo. El éxito que tengan dependerá principalmente, sobre cuatro factores: los experimentos que escojan realizar, deben arrojar datos lo suficientemente significativos que permitan construir un modelo representativo de los eventos naturales; los datos deben ser confiables de tal manera que el modelo a desarrollar sea lo más exacto posible; los detalles del modelo deben estar sintetizados en un conjunto de declaraciones que expliquen el fenómeno natural a lo cual llamaremos *una Ley de la naturaleza;* si es posible esta ley, debe estar ubicada en una correcta relación con respecto a otras leyes ya conocidas. De lo anterior, podemos entender porqué la ***medición*** es un procedimiento básico para todas las ciencias.

Se ha dicho, que a fin de descubrir las leyes de la naturaleza, los científicos deben observar y medir los fenómenos en el mundo que los rodea, una vez que las mediciones revelan una regularidad en un proceso, se hace posible describir el proceso mediante una representación matemática o fórmula. Por supuesto, la fórmula es tan válida como sean las mediciones sobre la cual está basada, y ya que no existe ninguna medición que esté libre de error, las leyes de la naturaleza y las fórmulas que las describen son solo aproximaciones.

Es por esta razón, entre otras, que los investigadores consideran a sus conocimientos incompletos y no titubean en reconocer que en el futuro existirán mediciones más exactas o nuevas interpretaciones de hechos científicos hoy

establecidos, lo cual comprobará que las actuales leyes naturales son solo aproximaciones. Todas las ciencias se construyen sobre algunas pocas leyes y estas leyes, como se ha comentado, se generaron de un análisis de los datos obtenidos a partir de diferentes procesos de medición, realizados a través de experimentos científicos, de aquí la importancia del estudio de ***las mediciones***.

1.- Fundamentos Teóricos

1.1 Métodos de medición

El proceso de medir en el laboratorio se puede clasificar según el método que se utilice:

- **Medición directa:** En este método, se compara, directamente la cantidad a medir con un determinado patrón físico. Ejemplo, la medición de una longitud dada mediante el uso de una regla graduada.

- **Medición mediante aparatos calibrados:** Mediante una determinada calibración realizada sobre un aparato, se establece una determinada relación entre una respuesta física y su representación en una escala debidamente graduada. Ejemplo, un dinamómetro nos permite determinar la fuerza ejercida en uno de sus extremos.

- **Medición indirecta:** En este método, se establece el valor de la cantidad a medir, a través de la medición de otras cantidades físicas que se encuentran relacionadas a ella por alguna definición o teoría. Ejemplo, para medir la magnitud de la velocidad media con que se desplaza un móvil, entre dos puntos, se determina la longitud recorrida y el tiempo que duró el evento, operando la relación matemática correspondiente se determina la magnitud de la velocidad.

1.2 Medida y error

Medir consiste en comparar una magnitud con otra que utilizamos como patrón (unidad). Este proceso lleva siempre implícito una duda o incertidumbre, es decir, siempre que medimos, por razones muy diversas y, en general, difíciles de evitar, corremos el riesgo de equivocarnos con el valor exacto de la magnitud que queremos conocer. Unas veces esto es debido a la imperfección de los instrumentos, o al diseño del proceso de medida, o a factores ambientales, etc. De manera que cuando expresamos el valor "medido" de una magnitud debemos siempre hacer una estimación del grado de confianza con el que hemos realizado la medida, es decir, ***el error.***

Por esto, todas las mediciones que se realicen están afectadas en algún grado por un error experimental debido a las imperfecciones inevitables del instrumento de medida, o las limitaciones impuestas por nuestros sentidos. Por lo tanto, todo resultado experimental debe ir acompañado del valor estimado del error de la medida y a continuación las unidades empleadas.

Por ejemplo, al medir una cierta distancia hemos obtenido:

$$325 \pm 3 \text{ mm}$$

De este modo entendemos que la medida de dicha magnitud está en alguna parte entre 328 y 322. En realidad, la expresión anterior no significa que se está *seguro* de que el valor verdadero esté entre los límites indicados, sino que hay cierta *probabilidad* de que esté ahí.

1.3 Tipos fundamentales de errores

De acuerdo al origen o como se generen los errores podemos clasificarlos en:

- **Errores del observador:** Los errores cometidos por el observador son generalmente lecturas incorrectas de datos, dada la imprecisión natural de los

sentidos de éste. Cuando se hacen medidas con instrumentos que poseen escalas finas es muy probable la aparición de este tipo de error. De los tres tipos de errores es el único que se puede reducir a niveles despreciables aplicando criterios estadísticos, después de repetir la medición un número suficiente de veces.

Un error común de medición , de este tipo, es el *error de paralaje,* que se comete al leer la escala de un instrumento a causa de la falta de perpendicularidad en la observación, este error se minimiza si el observador se ubica frente al aparato de medida.

- **Errores sistemáticos:** Son los debido a la presencia de un factor no considerado en el montaje experimental o al mal conocimiento de algún otro. Como consecuencia el valor medido está siempre por encima o por debajo del valor verdadero. Este error puede tener su origen en la deficiencia de los aparatos. Su existencia es difícil de detectar pero son los más fácil de corregir pues solo requieren la adecuada calibración del aparato.

Un error sistemático típico es el *corrimiento del cero* del instrumento, denominado *error de entrada*: el instrumento no marca cero cuando la magnitud es nula. Ese valor ficticio se añadirá o restará posteriormente al de la magnitud medida

- **Errores aleatorios:** Son los resultantes de la contribución de numerosas fuentes incontrolables que desplazan el valor medido por encima o por debajo del valor real. Idealmente puede considerarse que su aporte es absolutamente al azar, de forma que aunque son imposibles de eliminar totalmente, pueden ser estimados y de esta forma obtener la incertidumbre con el que hemos realizado la medida. Las fluctuaciones que se generan en la medición de la temperatura de un proceso o el voltaje de funcionamiento de un dispositivo son ejemplos típicos.

1.4.- Teoría de errores

1.4.1 Representación

La forma correcta de escribir el resultado de una medición es dar la mejor estimación del valor de la cantidad medida y el rango dentro del cual se puede asegurar que se encuentra ese valor. Dado que no es posible determinar con certeza el *valor real* de una cantidad a medir, es suficiente saber dentro en qué intervalo estamos seguros de encontrarlo.

Los errores se pueden representar de tres maneras: **absoluta**, **relativa** y **porcentual**

- **Error absoluto (ΔM)**: se da en las mismas unidades que se utilizan para la medida y se indica colocando después de la cantidad medida los signos mas o menos y a continuación el valor del error absoluto

Ejemplo, Con una balanza se ha medido 71,53 gr., teniendo que la apreciación (menor medida, que en este caso representa el error) del instrumento es de 0,01gr. La medida se representa:

$$(71{,}53 \pm 0{,}01) \text{ gr.}$$

en donde 0,01 gr. representa el error absoluto de la medida

- **Error relativo:** cuando queremos comparar el error con la cantidad medida, utilizamos el error relativo, que se obtiene dividiendo el error absoluto entre el valor medido, para el caso anterior,

$$Er = \frac{\Delta M}{M}$$

$$Er = 0{,}01 / 71{,}53 = 0.00014 \quad \text{(sin unidades)}$$

- **Error porcentual** ($E_{\%}$): normalmente suele representarse en forma porcentual y se obtiene multiplicando al error relativo por cien, en nuestro caso,

$$E_{\%} = Er \times 100$$

$$E_{\%} = 0.0014 \times 100 = 0.14\ \%\ \text{de error}$$

1.4.2 Tratamiento de los errores

Existen representaciones numéricas relacionadas con el grado de confiabilidad que tenga una cierta medida. Por ejemplo, si se mide la longitud de un objeto con una regla común, el resultado podría ser 3,4 cm., indicando que la precisión llega hasta las décimas de centímetro. Si el mismo objeto se mide con un aparato más exacto, (un vernier), se puede obtener 3,42 cm. Los dos resultados son numéricamente equivalentes, pero las cifras decimales dan una idea de la precisión con la que fue tomada la medida. Generalmente la última cifra es dudosa, ya que en ésta es donde suelen introducirse los errores de la medición.

Por lo anterior, numéricamente se acepta que:

- **Los errores se deben dar solamente con una cifra significativa**

- **La última cifra en el valor medido y su error, expresados en las mismas unidades, deben de corresponder al mismo orden de magnitud (centenas, decenas, unidades, décimas, centésimas).**

La representación de los datos obtenidos en el laboratorio supone el seguimiento de ciertas reglas en el evento en que se tenga la necesidad de realizar operaciones entre los resultados obtenidos (hallar áreas, volúmenes, etc.). A continuación se dan algunas de estas reglas para el manejo de magnitudes con diferentes **cifras significativas**:

1.4.3 Reglas para el manejo de cifras significativas

El número de cifras significativas de una cantidad establece el orden de magnitud del error de un resultado. Se determina contando de izquierda a derecha a partir de la primera cifra diferente de cero, hasta la primera cifra afectada por el error, inclusive. Para el **conteo y operaciones** con cifras significativas se tienen las siguientes reglas:

- **Regla 1:** Cualquier dígito diferente de cero es significativo. Ejemplo,
  4321,65 tiene 6 cifras significativas

- **Regla 2:** Son significativos los ceros que se encuentren entre dígitos distintos de cero,. Ejemplo,
  2001,5 tiene 5 cifras significativas

- **Regla 3:** No son significativos los ceros que se encuentren a la izquierda o a la derecha del primer dígito distinto de cero,. Ejemplos,
  564000 tiene 3 cifras significativas
  0,0065 tiene 2 cifras significativas

- **Regla 4:** Si el número es mayor que uno, todos los ceros a la derecha del punto decimal son significativos. Ejemplos,
  754,21 tiene 5 cifras significativas
  400,00 tiene 5 cifras significativas

- **Regla 5:** Si el número es menor que uno, entonces únicamente los ceros que están al final del número y entre los dígitos distintos de cero son significativos. Ejemplo,

  0,02010 tiene 4 cifras significativas

- **Regla 6:** Para los números expresados en notación científica se siguen las mismas reglas anteriores. Ejemplo,

  $2{,}093 \times 10^{3}$ tiene 4 cifras significativas

- **Suma y resta con cifras significativas:**

  Se suman los números normalmente y el resultado se escribe con el número de cifras decimales del **sumando** que tenga el **menor número de cifras decimales**. Ejemplo,

  2212,342 + 5,6 = 2217,942 se redondea a 2217,9

- **Multiplicaciones y divisiones con cifras significativas:**

  Se multiplican los números normalmente y el número de cifras significativas del resultado es el del **dato de menor número** de cifras significativas. Ejemplos,

  $2{,}71 \times 5876{,}234 = 15865{,}8318$ se redondea $1{,}59 \times 10^{4}$

  $2{,}5 \times 3{,}30 = 5{,}777$, se redondea a 5,8

<u>Nota:</u> si la multiplicación involucra algún entero y / o algún número irracional, estos adoptan el número de cifras significativas del factor que tenga menos. Ejemplo,

$4{,}123 \times 5 \times \pi \times 4{,}21 = 4{,}123 \times 5{,}00 \times 3{,}14 \times 4{,}21 = 272{,}5179$
se redondea a 273

1.4.4 Redondeo de números

Las reglas que se emplean en el redondeo de números son las siguientes:

- Si la cifra que se desea omitir es menor que 5, se elimina sin más.
  Ejemplo: 4,54 se redondea a 4,5

- Si la cifra a eliminar es mayor que 5, se aumenta en una unidad la última cifra
  Ejemplo: 6,36 se redondea a 6,4

- Si la cifra que se desea omitir es igual a 5, se inspecciona la anterior, si la cifra es par se deja, y si es impar se toma la cifra superior. Esto es un convenio razonable porque, si se sigue siempre, la mitad de las veces redondeamos por defecto y la mitad por exceso.
  Ejemplos: 6,675 se redondea a 6,68;
  6,665 se redondea a 6,66

1.5 Propagación del error

1.5.1 Mediciones indirectas

Para el caso que las **mediciones** sean hechas en forma **indirecta**, es decir, el valor deseado de la magnitud no se obtiene directamente a partir de algún instrumento, sino que se evalúa a través de una fórmula o expresión analítica y que va a depender de otras medidas realizadas previamente, que, por supuesto poseen una incertidumbre; estos errores van a influir en el resultado final.

Para el cálculo de este **error de propagación** existen diferentes métodos; entre ellos fijaremos la atención y utilizaremos el método de las derivadas parciales, el cual se basa en el desarrollo de la serie de Taylor para una función.

Por ejemplo, el volumen de un cilindro se expresa por la relación

$$V = \pi \left(\frac{D}{2}\right)^2 h$$

donde D es el diámetro del cilindro y h su altura.

Si el diámetro se midió con un error absoluto ΔD y la altura con un error Δh, ¿qué valor habrá que asignar al valor de ΔV calculado?

Para calcular ΔV, consideremos los errores ΔD y Δh como si fueran incrementos diferenciales dD y dh de la función volumen V = f(D,h). ¿Cuánto varía V cuando D y h varían en un dD y un dh, respectivamente?. La respuesta la da el cálculo diferencial,

$$dV = \left(\frac{\partial V}{\partial D}\right)_h dD + \left(\frac{\partial V}{\partial h}\right)_V dh$$

El volumen V varía en un diferencial dV que viene dado, al calcular las derivadas parciales por:

$$dV = \frac{\Pi}{4}\left[\, (2D)(h)\ |(dD) + \ |(D^2)\ |(dh)\ \right]$$

Donde, se introduce el valor absoluto de cada derivada para garantizar que, de todas las posibles combinaciones de signos en (2Dh)dD y (D^2)dh, se tome el mayor valor. Esto garantiza que el valor calculado V se encuentra efectivamente en el intervalo (V + ΔV, V - ΔV). En este caso, dV = ΔV es el ***error absoluto máximo.***

<u>Ejemplo 1</u>;

Un ejemplo importante y frecuente en el laboratorio sobre las medidas indirectas es el siguiente:

Supongamos que queremos medir el periodo P de un oscilador, es decir, el tiempo que tarda en efectuar una oscilación completa, y disponemos de un cronómetro

que aprecia las décimas de segundo, 0,1 s (Δt). Medimos el tiempo que tarda en hacer 10 oscilaciones, por ejemplo 4,6 s, dividiendo este tiempo entre 10 resulta P = 0,46 s, que es el periodo "medio".

$$P = t / 10 \quad y$$

$$\Delta P = \Delta t / 10 = 0{,}1 / 10$$

Obtenemos para el error ΔP = 0,01 s. Por tanto, la medida la podemos expresar como :

P = 0,46 ± 0,01 s

Otras funciones

Utilizando un método similar, podemos obtener la siguiente tabla:

Relación	Error
$z = A\,x$	$\Delta z = \lvert A \rvert\ \Delta x$
$z = x^{n}$	$\Delta z = z \cdot n\ \Delta x / x$
$z = \ln x$	$\Delta z = \Delta x / x$
$z = q(x)$	$\Delta z = \lvert\ dq(x) / dx\ \rvert \Delta x$

Un análisis más profundo del problema, que considera una función arbitraria f = *f*(x, y, z) y toma en cuenta la probabilidad de que los errores por exceso de una magnitud puedan cancelar los errores por defecto de otra, debido a la diferencia casual de signos, conduce al concepto de ***error absoluto probable.***

El error absoluto probable siempre resulta ser algo menor que el error absoluto máximo, y se calcula por la expresión:

$$\delta F = \sqrt{\left(\frac{\partial F}{\partial x}\right)^2 \delta x^2 + \left(\frac{\partial F}{\partial y}\right)^2 \delta y^2 + \left(\frac{\partial F}{\partial z}\right)^2 \delta z^2}$$

Casos más frecuentes,

Relación	**Error**
$z = x + y$	$\Delta z = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2}$
$z = x - y$	$\Delta z = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2}$
$z = x \cdot y$	$\Delta z = z \cdot \sqrt{(\Delta x / x)^2 + (\Delta y / y)^2}$
$z = x / y$	$\Delta z = z \cdot \sqrt{(\Delta x / x)^2 + (\Delta y / y)^2}$

Ejemplo 2;

La medida de los lados de un rectángulo son 1,53 ± 0,06 cm, y 10,2 ± 0,1 cm, respectivamente. Hallar el área del rectángulo y el error de la medida indirecta.

El área es z =1,53 x 10,2 = 15,606 cm^2

El error absoluto más probable del área Δz, se obtiene aplicando la fórmula del producto de dos magnitudes.

$$\Delta z = 15{,}606 \cdot \sqrt{(0{,}06 / 1{,}53)^2 + (0{,}1 / 10{,}2)^2} = 0{,}63083 \text{ cm}^2$$

El error absoluto con una sola cifra significativa es 0,6. La medida del área junto con el error y la unidad se escribirá como (siguiendo la regla sobre mantener el mismo orden de magnitud)

z = 15,6 ± 0,6 cm^2

1.5.2 Mediciones directas

Supongamos que tenemos un instrumento de medición con muy buena apreciación, pero que diversos factores externos (errores accidentales) alteran las lecturas en un valor superior al de la menor división de su escala. Entonces, al repetir una medición, obtendremos diferentes valores de la magnitud medida, con una dispersión superior a la indicada por la menor división de la escala, es decir, la **apreciación del instrumento**, ¿Que valor se debe asignar entonces a la magnitud medida?

Sean x_1, x_2, x_3, ... x_N los valores obtenidos al realizar N mediciones sucesivas de la magnitud x, todos ellos diferentes, (aunque pudiera haber valores repetidos). Es posible demostrar que el **"mejor valor"**, que más se acerca al verdadero valor de x, viene dado por el **promedio aritmético** de los N valores,

$$\bar{x} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} x_i$$

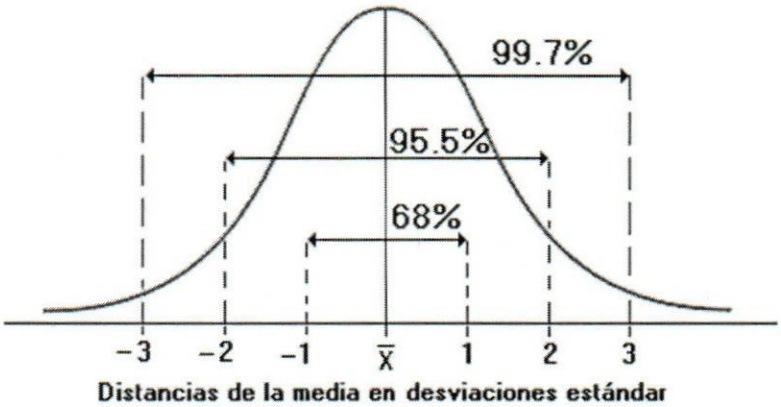
y que el **error absoluto** Δx asociado a este valor promedio viene dado por la expresión:

$$\Delta x = 3\sigma / \sqrt{N}$$

donde σ es la **desviación standard** del conjunto de N valores,

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{N-1}\sum_{i=1}^{N}\left(\bar{x} - x_i\right)^2}$$

La ciencia estadística afirma que la desviación standard representa la probabilidad de que, al realizar una nueva medición, el valor medido se encuentre dentro del **intervalo:** ($\bar{x} \pm \sigma$) **el 68%** de las veces. La probabilidad aumenta al **95%** para el **intervalo** ($\bar{x} \pm 2\sigma$) y de **99.7%** para **el intervalo** ($x \pm 3\sigma$) . (ver gráfica)



Igual que en muchos libros, tomaremos muy conservadoramente, el valor **3σ**, para el **error estadístico o estándar**, de modo que el resultado de la medición se reportará como:

$$\bar{x} \pm 3\sigma / \sqrt{N}$$

Es importante advertir que si, el ***error de lectura*** en las medidas individuales, es mayor que el ***error estándar***, entonces el error del promedio será igual al ***error de lectura.***

Una última consideración, ¿Cuántas veces debemos repetir una medición y que procedimiento usar para determinar el error ?

La teoría determina que el tratamiento estadístico de las medidas debe hacerse cuando el **número n** de ellas es mayor de 29, pero en el laboratorio, por funcionalidad, bajaremos esta condición a **$n \geq 10$.**

En general, usaremos los siguientes procedimientos:

- Cuando **$n \geq 10$, el error absoluto, será** *el error estadístico* y vendrá dado por **$3\sigma / \sqrt{N}$**

- Cuando tengamos **$n < 9$**, **el error absoluto** lo estimaremos como la semiamplitud de la distribución, o sea, **como el promedio entre la mayor y la menor** de las medidas obtenidas:

$$\text{Error} = \frac{X_{max} - X_{min}}{2}$$

- Cuando se tome **una sola medida**, entonces el **error** vendrá dado por **la apreciación del instrumento**

2.- Asignación y Conclusiones

A.- Investigue y responda las siguientes preguntas:

1. Enumere los tipos o clases de errores que Ud. Conoce
2. ¿Cuáles son las principales características del error de apreciación?
3. ¿Cuál es el origen de los errores accidentales?
4. Diga que factores contribuyen al error sistemático
5. ¿Qué tipos de errores incluye el error absoluto? ¿Cuál es el significado de este concepto?
6. Explique en que consiste la propagación del error

B. Realice las siguientes operaciones utilizando las reglas para el manejo de cifras significativas y de redondeo.

1.- Exprese cada uno de los siguientes números con cuatro, tres, dos y una cifra significativas:

0,5436	28273	60054,3
615317	3,10013	62,93
0,33054	0,00889233	310150,0

2.- Realice las siguientes operaciones:

a. 2,36 + 4,564 + 0,0254 – 9,3 =

b. $0{,}543 \times (2{,}4 \times 10^2) =$

c. $2{,}00 \times \pi =$

d. $21{,}4 \times \text{sen } 12° =$

3. Calcule el valor de P con las cifras significativas correspondientes:

$$P = (c^2 / x) + x =$$

Donde $c = 21{,}6$ cm

$x = 663$ mm

C.- A continuación, se dan los resultados de varias mediciones con sus errores absolutos correspondientes. Realice las operaciones que se indican.

1.- Escriba las expresiones de las medidas con el número de cifras significativas correcto y colóquelas en orden descendente de precisión.

$X_1 = 8{,}4367$ cm	$\Delta x = \pm 0{,}003$ cm
$X_2 = 14{,}2661$ cm	$\Delta x = \pm 0{,}00312$ cm
$X_3 = 104{,}7343$ cm	$\Delta x = \pm 2{,}107$ cm
$X_4 = 2143{,}33$ cm	$\Delta x = \pm 21$ cm

2.- Se han medido experimentalmente las siguientes magnitudes:

$P = 4223{,}3 \pm 0{,}2$ m $\qquad$ $Q = 341{,}72 \pm 0{,}04$ m

a.- Calcule $X = P + Q$ y $Y = Q - 2P$, con sus respectivos errores absolutos y relativos.

b.- ¿ Cuál de las dos medidas, X o Y es más precisa?

3.-Se tienen las siguientes medidas experimentales: Z = 12,1 u con un error de 3 % y Q = 31 u con un error de 6%.

a. Calcule el error porcentual de las cantidades

$$X = ZQ \quad y \quad P = Z / Q$$

b.- ¿ Cuál de las dos medidas, X o P es más precisa ?

4.- Dada las siguientes relaciones f = *f*(X, Y, Z), calcule el error relativo de f, en función de los errores ΔZ, ΔY y ΔZ, donde,

$X = 4{,}763$ cm $\quad \Delta X = \pm 0{,}02$ cm.

$Y = 2{,}89$ cm $\quad \Delta Y = \pm 0{,}3$ cm.

$Z = 8{,}4367$ cm $\quad \Delta Z = \pm 0{,}0004$ cm

a. $f = [(X + Y) / (X-Y)]^3 =$

b. $f = X^4 \times Y / \sqrt{Z} =$

D.- A partir de las siguientes mediciones, calcule el valor más probable de cada una de las magnitudes físicas, con su correspondiente error absoluto y porcentual (Use las correctas cifras significativas)

1.- Resultados de la medición de una resistencia,

R(Ω)	82,9	82,4	82.0	82,2	82,1	82,3

Apreciación del instrumento = ± 0,1 Ω

R(Ω) = +/-	Δ R(%) =

2.- Resultados de la medición de una intensidad de corriente

I (mA)	12,36	12,32	12,40	12,34	12,38	12,37	12,33	12,39	12,82	12,27

Apreciación del instrumento = ± 0,01 mA

I(mA) = +/ -	Δ I(%) =

científicas, consecuentemente, las mediciones son aproximadas y perfectibles a medida que la ciencia progresa.

En este sentido, se puede concluir que:

- Es imposible conocer el verdadero valor de una magnitud física.
- El resultado de una medición tiene sentido, sólo cuando se puede valorar de una u otra forma el error que la afecta.

1.- Fundamentos Teóricos

Como resultado de un proceso de medición lo que se busca es encontrar el valor más representativo de la medida de la magnitud en cuestión, valor que estará afectado de una incertidumbre o error que necesariamente se deberá adjuntar a la medida de la magnitud obtenida.

Toda magnitud posee:

- Un valor verdadero (x), que es desconocido
- Un valor observado, experimental (x'), que está afectado de error.

Basándose en las relaciones y teorías desarrolladas en la práctica anterior (Práctica # 1, Error y Teoría de Errores), se pueden distinguir los siguientes tipos de errores:

Error absoluto (E_a)	**Error relativo (E_r)**	**Error porcentual ($E_{\%}$)**
$\mathbf{Ea = \Delta x = x - x'}$	$Er = \frac{\Delta x}{x} = \frac{\Delta x}{x' \pm \Delta x} \cong \frac{\Delta x}{x'}$	$E_{\%} = E_r \times 100$
• Es dimensionado • El signo indicará si es por exceso o por defecto • No es suficiente para caracterizar la precisión de la medida	• Es adimensional • Representa el error por cada unidad en que se mide la magnitud • Permite determinar la precisión de la medida	• Es adimensional • Representa el error por cada 100 unidades en que se mide la magnitud • Permite comparar mediciones realizadas por distintos métodos

El resultado correcto de una determinación experimental, debe expresarse de la siguiente manera:

$$\boxed{x = x' \pm \Delta x}$$

A continuación se mencionan, a modo de repaso, los aspectos más resaltantes sobre los tipos de errores y sus características que se presentan durante la experimentación (ver Práctica # 1, por más detalles) :

1. Sistemáticos :

Son los provenientes de:

- Una imperfección o desajuste del instrumento de medida
- Aplicación de un método erróneo
- Acción permanente de una causa exterior.
- Son siempre prácticamente iguales y del mismo signo, cuando medimos la misma magnitud.

2. De apreciación:

La mayoría de las determinaciones experimentales se reducen a la lectura de escalas. Al hacerlo el observador debe apreciar una graduación de la división mínima de la escala, lo que lleva implícito un cierto error. Pueden clasificarse en:

- **Errores de apreciación en mediciones directas:**

Son los que dependen del tipo de dispositivo de lectura y de la habilidad del observador para realizarla. El signo de este error puede ser tanto negativo como positivo y su valor máximo es prácticamente constante para un mismo observador operando en iguales condiciones. Por ejemplo : el tiempo entre dos sucesos utilizando un cronómetro.El error absoluto cometido está dado por la precisión del instrumento utilizado, cuando se realiza una sola medida.

- **Errores de apreciación en mediciones indirectas:**

  Son los errores que se introducen en aquellas magnitudes que resultan de aplicar una ley física que vincula a magnitud a medir con otras magnitudes medibles directamente.

3. Aleatorios:

Cuando una misma magnitud es medida un cierto número de veces con el mismo instrumento y en las mismas condiciones, los valores obtenidos pueden no ser idénticos, difieren entre si en pequeñas cantidades. Estas diferencias pueden ser atribuibles a factores no controlables tales como:

- Pequeñas variaciones en las condiciones ambientales (temperatura, presión, etc.)
- Causas atribuibles al observador (error de paralaje, variación de la atención, fatiga, etc.)
- Del propio instrumento (tensiones accidentales de los soportes, etc.)
- Estos errores obedecen a leyes de carácter estadístico y a ellos se refiere la **Teoría estadística de errores.**

Algunos otros conceptos pertinentes a este práctica y que estaremos utilizando recurrentemente, son los siguientes:

1.1 Apreciación de un instrumento (p):

Se define como la menor división o menor medida que permite realizar la escala del instrumento en cuestión entre el número de divisiones que posee el instrumento. Asi pues,

p = menor división de la escala / número de divisiones del instrumento

- Un instrumento fundado en el **Vernier o Nonio** (figura 1), la apreciación puede calcularse:

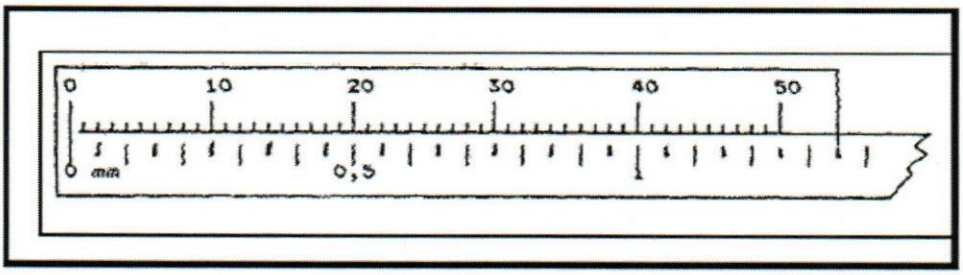


Figura 1. Lectura de un Vernier

Ejemplo,

p = 0,5 mm / 50 div

p = 0,01 mm / div

- En un instrumento basado en el **tornillo micrométrico** (figura 2), con paso de rosca h constante.

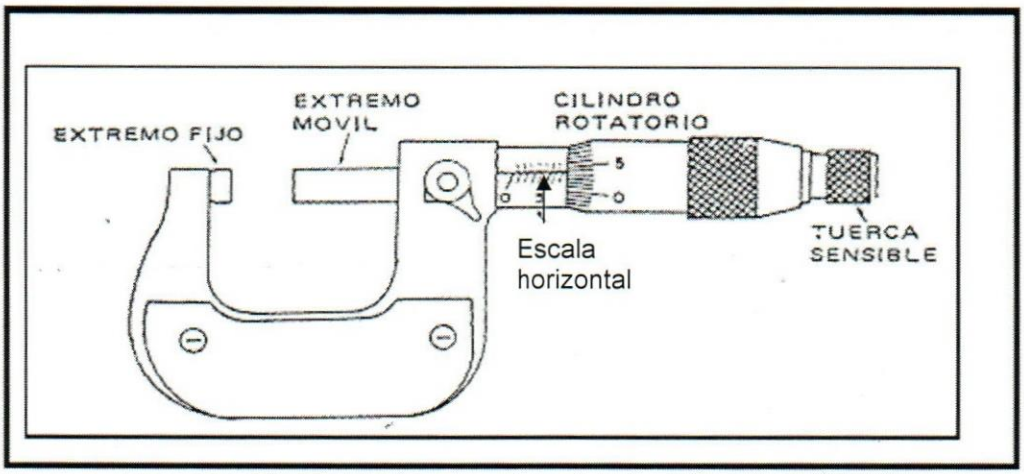


Figura 2. Tornillo micrométrico

La apreciación viene dada por:

$$\mathbf{p = h / n}$$

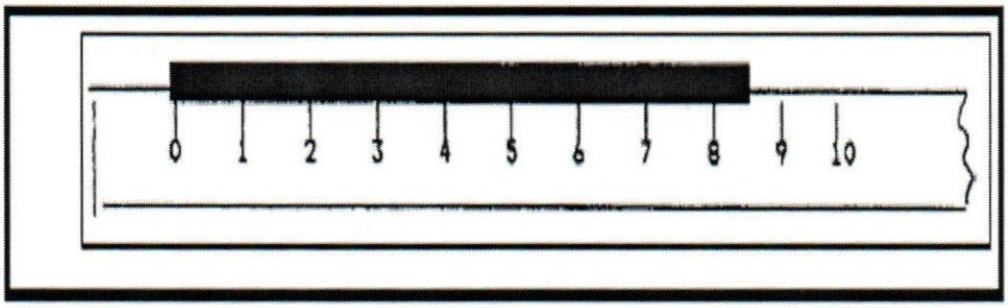
donde n es el número de divisiones del tambor circular, según el instrumento que se trate.

1.2 Características de un instrumento

Un instrumento de medida debe ser exacto, preciso y sensible.

- **Exacto:** si las medidas que se realizan con él, son todas muy próximas al verdadero valor, de la magnitud que se mide.
- **Preciso:** si la diferencia entre distintas medidas de la misma magnitud es muy pequeña.
- La **sensibilidad** de un instrumento está relacionado con el valor mínimo de la magnitud que es capaz de medir.
- **Estimación de una lectura:** es el menor intervalo que un observador puede determinar con ayuda de la escala del instrumento utilizado para medir.

Si se mide una longitud con una regla que registra 12 cm, puede ocurrir que uno de los extremos de esa longitud no coincida con una división de la regla. Si el observador se siente capaz de estimar media división (0,5 cm), la lectura será de acuerdo al ejemplo 8,5 cm. La estimación de las lecturas, en esas condiciones, para ese observador y regla será 0,5 cm.



1.3 Histogramas

Hemos visto que si tomamos una serie de n determinaciones de una magnitud X, estos valores están distribuidos alrededor del promedio. Cuando nos proponemos hacer una medición más, la (n+1)-ésima, no podemos saber de antemano el resultado de la misma, pero sí podremos decir que, con buena probabilidad estará cerca del promedio y que con probabilidad menor estará lejos, es decir, que podemos decir algo sobre la probabilidad de que su valor esté en un determinado intervalo de posibles valores.

Si graficamos los valores obtenidos en nuestra serie de mediciones obtendremos una figura en que los valores se aglutinan cerca del promedio y se hacen más horizontales a medida que nos alejamos de él.

Al dividir el eje x en pequeños intervalos iguales Δx, y contamos el número de observaciones que caen en cada intervalo (f_i) podremos construir una representación gráfica en la que la altura (eje y) representa el número de valores que se encuentran en cada intervalo considerado.

Esto es lo que se llama **histograma**, es una representación gráfica donde a todo intervalo le corresponde un valor sobre el eje y . Es una representación **gráfica de frecuencias** en función de Δx ; siendo Δx la amplitud de pequeños intervalos y la frecuencia el número de determinaciones que caen en cada intervalo.

De esta manera, se obtienen rectángulos cuyas bases son las variables de observación, de tal forma que si se han tomado intervalos de clases iguales, las superficies resultan proporcionales a las frecuencias de clase.

La elaboración de un histograma para una serie de determinaciones experimentales, permite mostrar a primera vista el entorno en el cual existe la mayor acumulación de determinaciones. En ella se mostrará los distintos valores de las mediciones y su acumulación en las proximidades del **valor medio** y serán más escasos a mayores distancias de éste. Esta representación gráfica nos conducirá a la demostración formal de la **Ley de Distribución de Errores de Gauss** (Curva de Gauss, ver gráfica 1, Práctica #1)

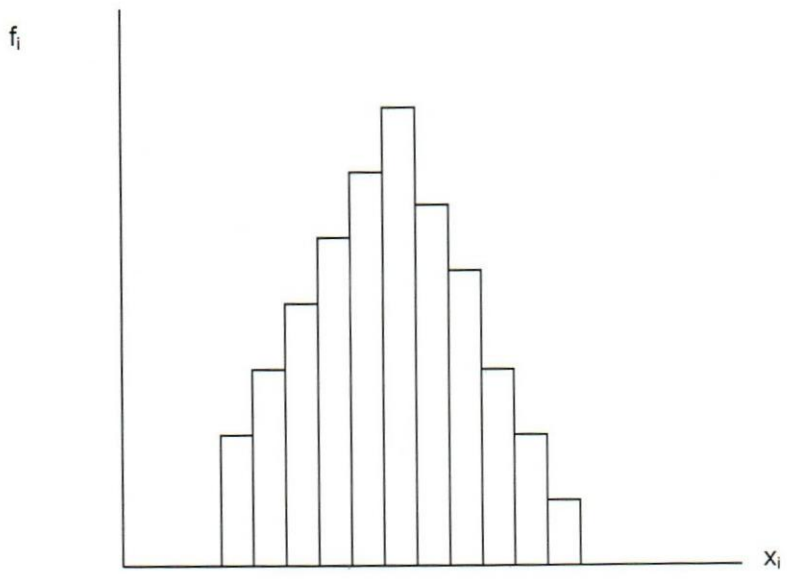
1.3.1 Construcción del histograma:

Los pasos a seguir son :

1. Ordenar los datos recopilados de mayor a menor, como hay valores que se repiten, establecer la frecuencia absoluta.
2. Obtener el recorrido de la variable.
3. Elegir el número de intervalos del histograma. Conviene que sea impar, entre 7 y 15.
4. Obtener la amplitud Δx,

   Δx = rango de la variable / números de intervalos
5. El cociente debe ser exacto, caso contrario puede ampliarse el rango de la variable haciendo:

   Δx = (valor mayor - valor menor) / número de intervalos
6. Obtener los extremos de los intervalos
7. Elegir los extremos abiertos y cerrados de los intervalos.
8. Determinar la frecuencia de cada intervalo.
9. Calcular las marcas, siendo las marcas los puntos medios de cada intervalo.
10. Elegir unidades arbitrarias sobre los ejes, para representar las frecuencias en ordenadas y las amplitudes de los intervalos en abscisas.
11. Graficar y representar los rectángulos, como se muestra en la gráfica 1.



Gráfica 1. Representación gráfica de un ejemplo de histograma

2. ASIGNACION Y ACTIVIDADES EXPERIMENTALES

A.- Investigue y responda las siguientes preguntas:

1. ¿ Qué se entiende por magnitudes físicas?
2. ¿ Qué características reales posee toda medición?
3. Todo instrumento de medición debe poseer ciertas cualidades. Enumérelas.
4. Describa las características que debe poseer todo histograma y explique su importancia
5. Supongamos que al adquirir un instrumento de medida, el comerciante nos garantiza que es exacto. En base a ese dato:

   a) ¿Puede afirmar que el instrumento es preciso?

   b) Si por el contrario, el comerciante nos garantiza que es preciso, ¿podríamos afirmar que el mismo es exacto? Fundamente su respuesta.

B.- A continuación se te plantean una serie de actividades experimentales, en donde dispondrás de una serie de objetos e instrumentos de medición. Determina las diferentes dimensiones utilizando los instrumentos señalados y luego realiza los cálculos y operaciones que se te señalan. Es importante que para cada objeto vayas construyendo su respectiva tabla de dimensiones en donde incorpores el error correspondiente.

<u>Actividad 1.</u>

Calcular el error de apreciación de los siguientes instrumentos.

a) Regla milimetrada de 30 cm de largo

b) Regla de un metro calibrada en cm

c) Dinamómetro de 5 N

Instrumento	Error (Δx)	

Actividad 2.

El siguiente valor corresponde a la medida del espesor de una hoja de papel:

(1,25 ± 0,02) mm

a) Explique el significado de cada uno de los términos que aparecen en la expresión.

b) Calcule el error relativo y el error porcentual .

$E_r =$

$E_{\%} =$

Actividad 3.

Determine el diámetro exterior de un tubo empleando el o los instrumentos que en cada caso se le suministre (Metro, vernier y tornillo micrométrico).

a) Escriba correctamente el resultado de la medida.

b) Calcule los errores relativos y porcentuales.

Instrumento	Medida (x)	Error Absoluto (Δx)	Error Relativo (E_r)	Error Porc. ($E_{\%}$)

c) Establezca cuál de las mediciones realizadas es más precisa. Fundamente su respuesta.

Actividad 4.

Se dispone del tornillo micrométrico de la figura 2; con él, determine:

a) La apreciación del tornillo micrométrico.

b) El espesor de un clip sujetador, expresando correctamente el resultado.

c) Calcule los errores que afectan a esta determinación experimental.

Número de divisiones del tambor = 50 divisiones

Apreciación = [ ]

Instrumento	Medida (x)	Error Absoluto (Δx)	Error Relativo (E_r)	Error Porcent. ($E_{\%}$)

Actividad 5

Se mide 35 veces la corriente que circula por un circuito con un galvanómetro. Los valores obtenidos, expresados en mA (miliamperes), son los siguientes:

71,90 - 72,00 - 71,86 - 71,93 - 72,01 - 71,71 - 71,76 - 71,83 - 71,82 - 71,75 - 71,48 - 71,85 - 71,76 - 71,87 - 71,74 - 71,80 - 71,74 - 71,65 - 71,84 - 71,59 - 71,83 - 71,68 - 71,84 - 21,63 -71,67 - 71,94 - 71,64 - 71,82 - 71,66 - 71,73 - 71,82 - 71,72 - 71,73 - 71,79 - 71,76

Determine :

a) El valor más probable,

c) Trace el histograma correspondiente.

I (mA)											
Frec.											

Actividad 6

Experimentalmente se determinaron los siguientes tiempos de impacto de un martillo:

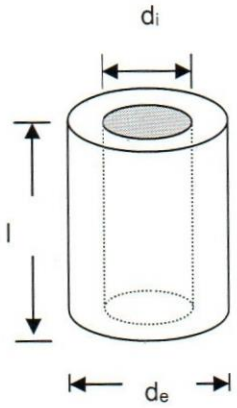
t(s)	1,185	1,191	1,193	1,203	1,204	1,205	1,211	1,219	1,220	1,223	1,224	1,230	1,233	1,234
Frec	1	1	2	3	2	3	5	4	3	3	3	1	1	1

a) Determine el valor medio de t y 3σ

b) Construya un histograma de 8 intervalos y rango definido

c) Explique el significado físico de : σ, 2σ y 3σ

Actividad 7: En esta actividad, se suministra un objeto como el que se muestra en la figura, utiliza el instrumento adecuado y determina las dimensiones que se te indican. Adicionalmente, realiza los cálculos señalados.



Instrumento : _____ Apreciación: _____

Instrumento : _____ Apreciación: _____

n	l (mm)	de(mm)	di(mm)	Espesor (e) (mm)	Masa (m) (gr)
1					
2					
3					
4					
Σ					
Promedio					

I) Determinar:

$$\Delta l = \frac{l_{max} - l_{min}}{2} =$$

$$\bar{l} = \frac{\sum_1^n l}{n} =$$

$\Delta de =$

$\bar{de} =$

$\Delta di =$

$\bar{di} =$

$\Delta m =$

$\bar{m} =$

$\Delta e =$

$\bar{e} =$

II) Comparar con la apreciación de los instrumentos y escribir la medida con su respectivo error:

a) $l = l \pm \Delta l =$ $\boxed{}$

b) $de =$

c) $di =$

d) $e =$

e) $m =$

III) Determinar el Volumen y la densidad del objeto

Estas dos magnitudes corresponden a medidas INDIRECTAS, cuyos errores pueden ser determinados mediante laTeoría de Errores expuesta en la Práctica # 1.

$$\overline{V} = \frac{\Pi}{4}\left(d_e^2 - d_i^2\right)\overline{l} = \qquad \Delta V = \overline{V}\left(\frac{\Delta l}{\overline{l}} + \frac{2\Delta d_e}{d_e} + \frac{2\Delta d_i}{d_i}\right) =$$

a) Volumen (*V*)

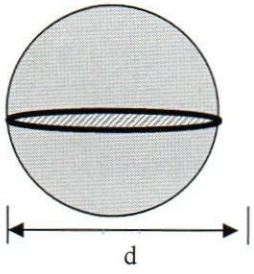
$$V = \overline{V} + \Delta V =$$

b) Densidad

$$\overline{\rho} = \frac{\overline{m}}{\overline{V}} = \qquad \Delta\rho = \overline{\rho}\left(\frac{\Delta m}{\overline{m}} + \frac{\Delta V}{\overline{V}}\right) =$$

$$\rho = \overline{\rho} + \Delta\rho =$$

Actividad 8: En esta actividad, se suministra un objeto esférico como el que se muestra en la figura, utiliza el instrumento adecuado y determina las magnitudes que se te indican (asegúrate de tomar las medidas en varios puntos de la esfera). Adicionalmente, realiza los cálculos señalados.



Instrumento : _____ Apreciación: _____

Instrumento : _____ Apreciación: _____

n	1	2	3	4	Σ
Masa (m) (gr)					

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	Σ	
d (mm)														

I) Determinar:

$\overline{m} =$

$$\Delta m = \frac{m_{max} - m_{min}}{2} =$$

Compare con la apreciación del instrumento y sustituya

$$m = \overline{m} \pm \Delta m = \boxed{}$$

II) Haciendo uso de los valores determinados, calcule y sustituya en la siguiente tabla:

n	d	$d - \overline{d}$	$(d - \overline{d})^2$
1			
2			
3			
4			
5			
6			
7			
8			
9			
10			
11			
12			
Σ			

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{N-1}\sum_{i=1}^{N}\left(\bar{x} - x_i\right)^2} =$$

Determine el valor del error de Δd, compare $3\sigma/\sqrt{n}$, con la apreciación del instrumento y decida cual es el error del diámetro.

$\Delta d =$ [ ]

$\bar{d} =$ [+/-]

III) Determine el volumen y la densidad del objeto

Estas dos magnitudes corresponden a medidas INDIRECTAS, cuyos errores pueden ser determinados mediante laTeoría de Errores expuesta en la práctica # 1.

a) Volumen (*V*)

$$\bar{V} = \frac{\Pi}{6}\left(\bar{d}\right)^3 = \qquad \Delta V = \bar{V}\left(\frac{3\Delta d}{\bar{d}}\right) =$$

$V = \bar{V} + \Delta V =$ [ ]

b) Densidad

$$\bar{\rho} = \frac{\bar{m}}{\bar{V}} = \qquad \Delta\rho = \bar{\rho}\left(\frac{\Delta m}{\bar{m}} + \frac{\Delta V}{\bar{V}}\right) =$$

$\rho = \bar{\rho} + \Delta\rho =$ [ ]

UNIVERSIDAD CATÓLICA ANDRÉS BELLO-GUAYANA

Facultad de Ingeniería
Física Experimental

Práctica N° 4

Representación gráfica de funciones

Hasta ahora nos hemos referido a la manera de cómo determinar el mejor valor de una magnitud a partir de una o varias medidas o conjunto de medidas. Un problema más general es el de determinar una relación funcional entre dos magnitudes x e y como resultado de experimentos, de manera que son los parámetros de la función las magnitudes que realmente deseamos conocer.

Una manera de "entender" y analizar una posible dependencia entre dos cantidades físicas, es mediante la *representación gráfica* de un conjunto de medidas obtenidas bajo condiciones experimentales. La **gráfica** obtenida de los datos permite una visualización del comportamiento del fenómeno estudiado, y se constituye probablemente en la mejor herramienta para obtener una relación o **función**, es decir, para deducir una expresión (fórmula matemática) que relacione las variables físicas del experimento.

El gráfico obtenido experimentalmente puede ser utilizado con diferentes objetivos. Entre los más importantes tenemos:

- Si se conoce la forma de la relación entre las variables, mediante algunas consideraciones teóricas, se puede utilizar el gráfico para determinar el valor de los parámetros que se ajustan a la función. De tal manera, que podemos obtener los valores de los coeficientes de las funciones a partir de la lectura y la estimación de la **pendiente (a)** y la **intersección (b)** de la curva y que corresponden a los coeficientes que aparecen en las relaciones de tipo:

$y = ax + b$, función **lineal (la recta)**

$y = ax^2 + b$, función **cuadrática (la parábola)**

$y = bx^m$, función **potencial (la hipérbola)**

$y = be^{mx}$ función **exponencial**

Por citar las más comunes, donde *x* e *y* son las variables físicas involucradas

- La representación gráfica permite comparar los resultados experimentales con una determinada curva teórica de algún modelo matemático en particular. De esa manera, es posible encontrar diferencias que permitan ajustar los modelos.

- Realizar una curva de calibración que permita obtener medidas de una variable desconocida mediante la utilización de técnicas como la interpolación y extrapolación entre valores conocidos que han servido de referencia o patrones para obtener alguna relación empírica.

Las estrategias y técnicas de graficación son por lo tanto de suma importancia para el investigador y es por eso que a continuación abordaremos el tema con más detalle.

1.- Fundamentos Teóricos

1.1 - Estrategias para el análisis y representación de gráficas

Si la magnitud física a medir varía de alguna forma respecto a otra, entonces, es conveniente "evidenciar" esa relación mediante una representación gráfica. He aquí algunas técnicas básicas.

I. **Un primer paso** consiste en la representación en un sistema de coordenadas cartesianas de un conjunto de datos, *x* e *y,* con sus correspondientes unidades en alguno de los sistemas de medición. Lo anterior requiere:

- Los datos *x* e *y* deben presentarse en una **tabla**, si es posible con sus respectivos errores.

- Todo gráfico debe estar acompañado de su **título,** así como de una correcta rotulación en **ambos ejes.**

- Se deben escoger escalas adecuadas para los ejes, de tal manera que la gráfica se presente en la forma más clara posible. Se debe evitar entonces, que los puntos queden aglomerados, para tal efecto se amplía ambas escalas en lo posible. Adicionalmente, se escoge cada unidad de la escala con una unidad de medida que sea simple, para una búsqueda fácil y rápida.

- Con el objeto de simplificar la localización de los puntos experimentales, se utiliza entre otros el papel milimetrado, el papel logarítmico y el semilogarítmico, donde cada cuadro corresponde a una determinada unidad.

- Como la curva que se obtiene de la graficación corresponde a una determinada Ley física, está debe corresponder a una función analítica. En consecuencia, NO se debe representar un gráfico con segmentos de rectas que unen los puntos experimentales. Lo correcto es trazar la mejor línea recta, en el caso de una función lineal, de tal manera que los puntos queden distribuidos con igual

peso a ambos lados de la recta para que ésta sea la más probable.

Cuando la representación genere una función no lineal, los puntos deben ser unidos mediante curvas suaves y continuas.

II. Un **segundo paso** es tratar de descubrir que tipo de curva se ajusta mejor a esos puntos y dibujar la línea correspondiente de acuerdo a lo mencionado anteriormente. Para ello existen diversos métodos, tales como el ajuste por mínimos cuadrados o regresión lineal, regresión logarítmica, etc. De estos métodos, abordaremos con más detalle **el método de los mínimos cuadrados**, más adelante.

Por lo pronto en la figura 1, se muestra un ejemplo de representación gráfica, *y* vs. *x*. Nótese que se ha graficado *x* en el eje horizontal, lo que indica que es la variable independiente.

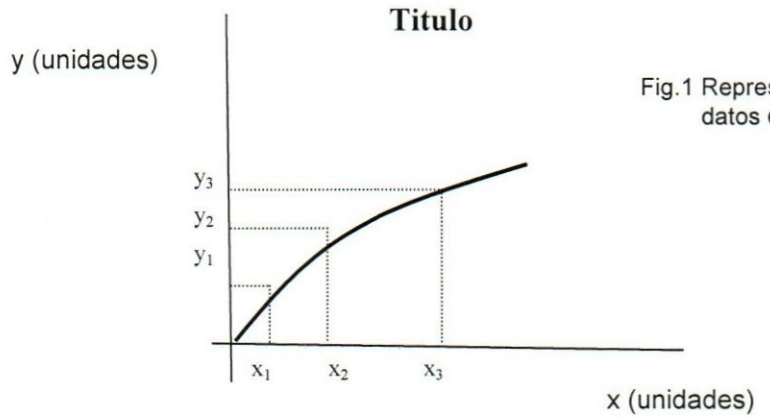


Fig.1 Representación gráfica de datos experimentales

1.2 Análisis de funciones e identificación de parámetros

El problema que normalmente se afronta en una práctica de laboratorio, no es exactamente la deducción de la forma general de la expresión matemática que

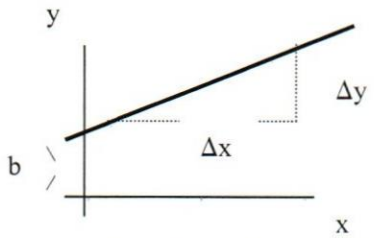
relaciona los datos en un experimento, sino, la identificación de los parámetros o coeficientes de una ecuación dada, que en principio rige el fenómeno físico estudiado. Los casos más comunes son los siguientes:

1.2.1 Función Lineal

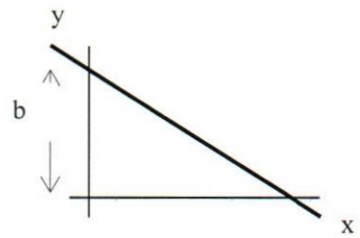
La expresión matemática que caracteriza a una función lineal tiene la forma:

$$y = mx + b$$

donde x e y son las variables dependientes e independientes , respectivamente; **m** es la **pendiente** de la recta y **b es la intersección** con el eje de las y, éstas últimas son constantes. En la figura 1, se muestran algunos casos comunes :

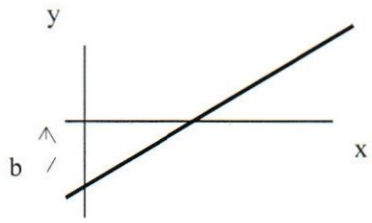


Caso 1: m > 0 y b > 0



Caso 2: m < 0 y b > 0

Figura #2



Caso 3: m > 0 y b < 0

Para graficar funciones de este tipo directamente o por cambio de variable (funciones potencia y exponencial), se emplea el **papel milimetrado.** Después de obtenida la gráfica, las constantes pueden calcularse como:

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

Tomando algunos puntos que estén en la recta (no en la tabla). El valor de y correspondiente a $x = 0$, en la intersección con el eje vertical, es el *intercepto b*. Adicionalmente, debe notarse que al determinar el valor de m, la pendiente, debe tenerse en cuenta no solamente los signos, sino también las escalas utilizadas en cada eje, además de las unidades en la que están expresadas.

De esta manera, la pendiente y el intercepto cobran significado físico. Por último, luego de determinar el valor de m y de b, estos pueden sustituirse en la expresión $y = mx + b$, de esta manera encontrándose la función lineal específica.

Función Potencia

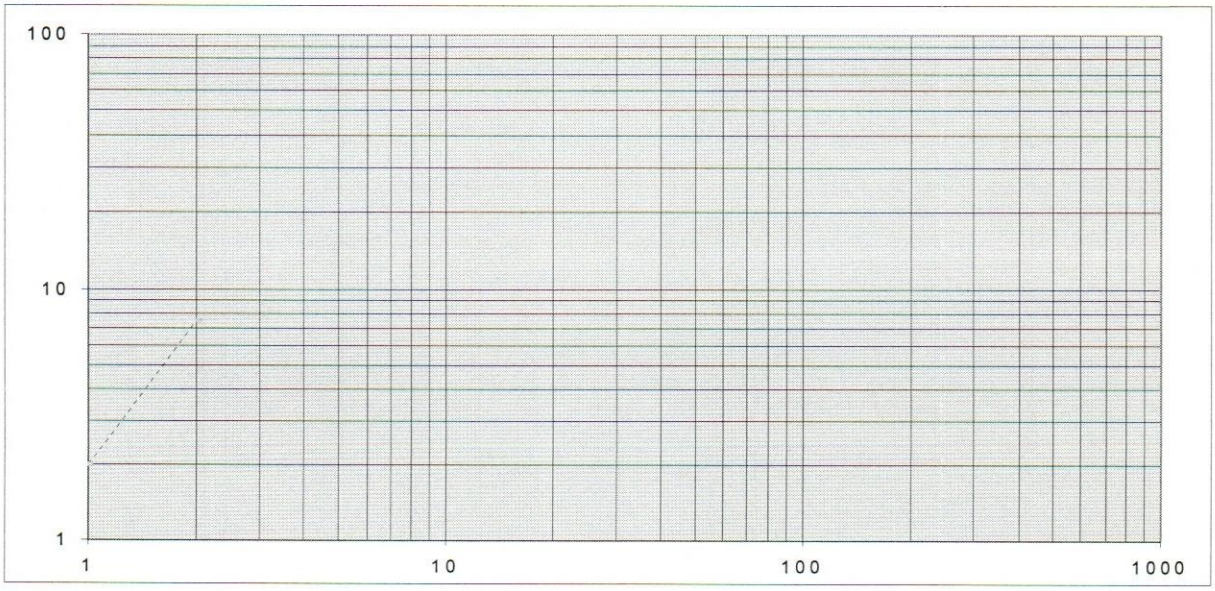
La expresión matemática que caracteriza a una función potencia tiene la forma:

$$y = bx^n$$

donde x e y son las variables relacionadas y b y n son constantes (n es un número real)

Para graficar estas funciones se utiliza **papel logarítmico** (ó **log-log**), en donde las dos escalas (vertical y horizontal) son logarítmicas (de uno o varios ciclos, ver fig. 2). Debe notarse que en una escala logarítmica las distancias son proporcionales no a la magnitud misma, sino a su logaritmo, en este caso de base 10.

Figura 3, Ejemplo de papel logarítmico de 3 x 2 ciclos



La representación gráfica de esta función resultará en una curva, cuyo análisis y tratamiento puede ser algo complejo. Sin embargo, ésta puede "rectificarse", mediante un cambio de variable adecuado, que permita obtener una recta en la gráfica correspondiente. El procedimiento matemático es el siguiente:

En efecto, tomando logaritmo a ambos lados de la expresión:

$$y = bx^n,$$

$$\log y = \log(bx^n)$$

$$\log y = n\log x + \log b$$

Si hacemos un cambio de variables

$$y' = \log y$$

$$x' = \log x$$

$$b' = \log b$$

entonces se tiene que,

$$y' = n\,x' + b'$$

Donde n, es la pendiente de la recta (en papel logarítmico) y b' es el intercepto. Observe que con el cambio de variable, la función potencia se transforma en una función lineal, por lo que en esa forma podemos hacerle el mismo tratamiento antes descrito para una función lineal.

Para calcular n, se escogen dos puntos (x_1, y_1) y (x_2, y_2) sobre la recta obtenida al graficar los datos en papel logarítmico y se evalúa

$$n = \frac{\Delta y'}{\Delta x'} = \frac{y'_2 - y'_1}{x'_2 - x'_1} = \frac{\log(y_2 / y_1)}{\log(x_2 / x_1)} \qquad (1)$$

El intercepto de la recta con el eje vertical de la gráfica en papel logarítmico es log*b*, por lo que *b* se lee directamente de la gráfica en papel logarítmico. Debe tenerse en cuenta extrapolar la línea, si es necesario, para tomar a *b* sobre el eje vertical que cae sobre el punto identificado con **log(1)**, sobre el eje horizontal en el papel logarítmico, ya que corresponde al **cero.**

1.2.2 Función Exponencial

La expresión matemática que caracteriza a una función exponencial tiene la forma:

$$y = ba^{mx}$$

donde *x* e *y* son las variables relacionadas y a, *b* y m son constantes

Para graficar estas funciones se utiliza **papel semilogarítmico** (ó **semi-log**), en donde una de las escalas la horizontal o vertical es logarítmica (de uno o varios ciclos, ver fig. 3), y la otra escala es milimetrada. Se vuelve a recordar que en una escala logarítmica las distancias son proporcionales no a la magnitud misma, sino a su logaritmo, en este caso de base 10.

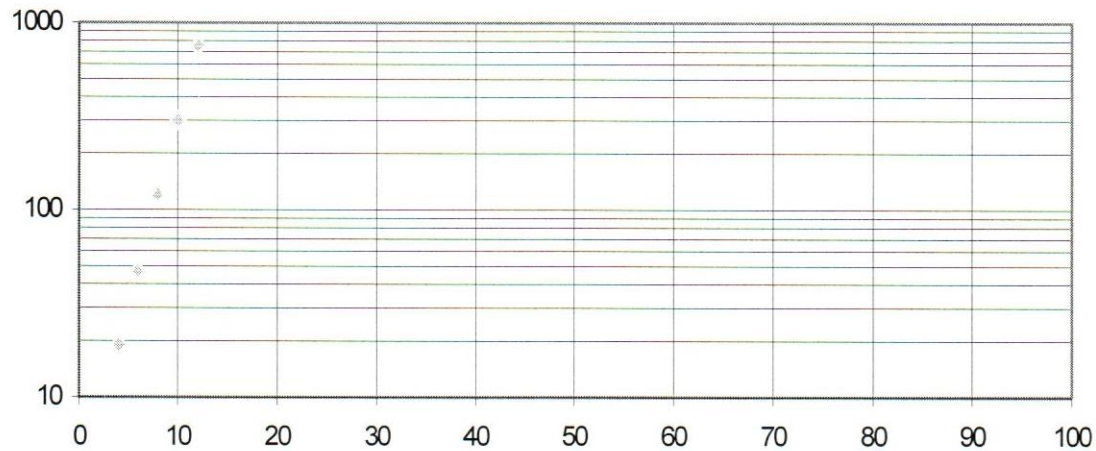


Figura #4

Fig os

Similarmente al caso anterior, la graficación de este tipo de funciones genera una curva, sin embargo, ésta puede "rectificarse", en forma análoga mediante un cambio de variable adecuado, que permita obtener una recta en la gráfica correspondiente. El procedimiento matemático es similar al caso de funciones potenciales. En efecto, tomando logaritmo a ambos lados de la expresión:

$$b' = \log b$$

entonces,

$$b = 10^{b'}$$

En síntesis, las rectas en papel semilog corresponden a ecuaciones del tipo

$$y = ba^{mx},$$

en donde m se encuentra con el procedimiento anteriormente descrito y $b = 10^{b'}$ es un número que se lee directamente de la gráfica.

Ejemplo de función exponencial

Consideremos la siguiente tabla de datos experimentales. Con puros fines comprobatorios incorporaremos otra fila con los valores de log*y*, es decir y'

x	2	4	6	8	10	12
y	7,5	19,0	47,0	119,0	300,0	753,0
log*y*	0,87	1,27	1,67	2,07	2,48	2,88

En las gráficas 1, 2 y 3 se muestran los resultados de graficar *y vs. X en papel milimetrado, logy vs. x* en escala lineal (papel milimetrado) y por último *y vs x* en papel semilog., respectivamente. El tratamiento para determinar las constantes de la función exponencial se realizará de dos maneras. El primero usando la gráfica 2 con escala lineal y el segundo usando la gráfica 3 (semilog). Ambos procedimientos conducen a los mismos resultados como se demostrará a continuación:

La graficación de los datos *x* e *y*, gráfica 1, genera una curva que crece rápidamente en forma exponencial , este comportamiento permite evidenciar que existe una relación o función exponencial entre las dos variables involucradas.

El siguiente paso consiste en "rectificar ", dicha curva mediante la implementación de la estrategia antes descrita. Efectivamente, cuando se grafica

logy vs. x en escala lineal (papel milimetrado), se genera la gráfica 2, en donde se evidencia la línea recta esperada, de la cual podemos determinar:

Pendiente: seleccionamos los puntos (2,1.3) y (4, 2) que están sobre la recta,

$$m = \frac{2 - 1.3}{4 - 2} \approx 0.3$$

usando la ecuación 2

Intercepto: luego de proyectar la recta hasta el punto cuando x se hace cero (no se muestra en la grafica 2), el intercepto corresponde a 0.5 (logb) y por lo tanto:

Logb = 0.5 $\Longrightarrow$ $b = 10^{0.5} = 3$

Sustituyendo estos valores en la ecuación general exponencial, resulta la siguiente ecuación:

$$y = ba^{mx} = 3(10)^{0.3x}$$

El procedimiento anterior corresponde a un cambio de escala en los valores de y.

A continuación se ilustra el uso del papel semilog para obtener la ecuación que relaciona las variables en cuestión. Mediante la gráfica 3 se *rectifica* la curva obtenida en la gráfica 1, es a partir de la línea recta obtenida que seleccionamos los puntos (4, 20) y (10, 300) y procedemos similarmente,

Pendiente: de la ecuación 2,

$$a' = \frac{\Delta y'}{\Delta x} = \frac{\log(300/20)}{10 - 4} \approx 0{,}3$$

Adicionalmente, por lo antes demostrado, a´= m

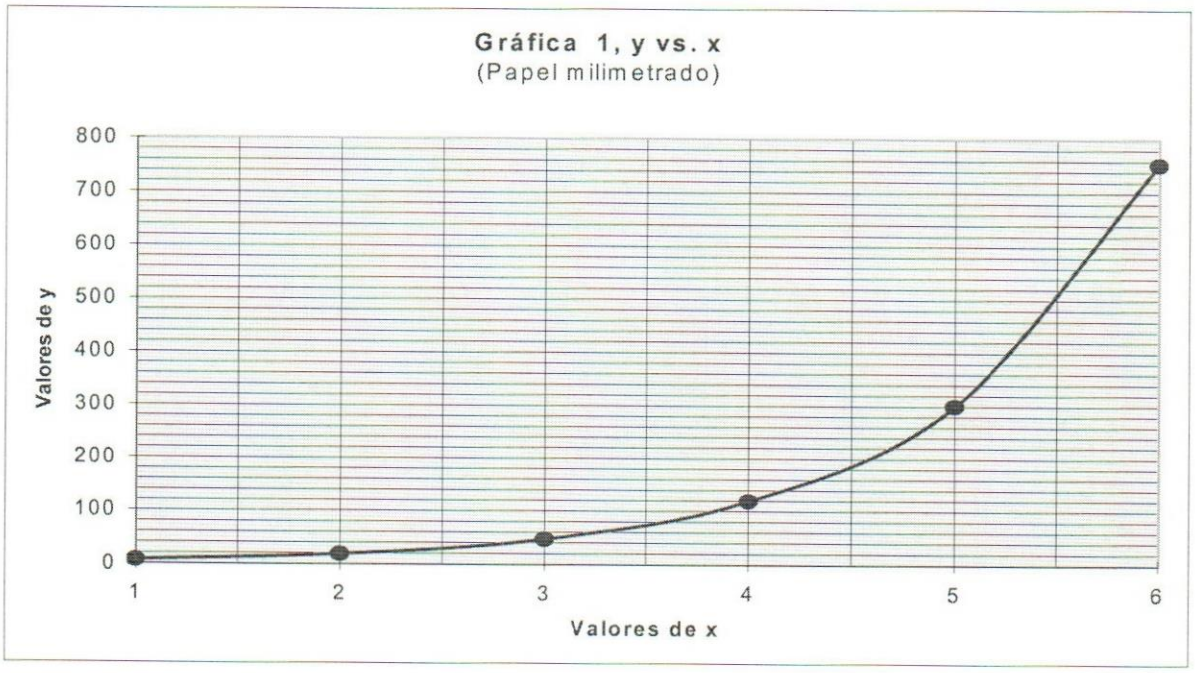
Intercepto: corresponde a *b* y se lee directamente como el intercepto del eje vertical cuando x = 0 (extrapolando), resultando un valor de 3, en consecuencia, por lo antes explicado para este método,

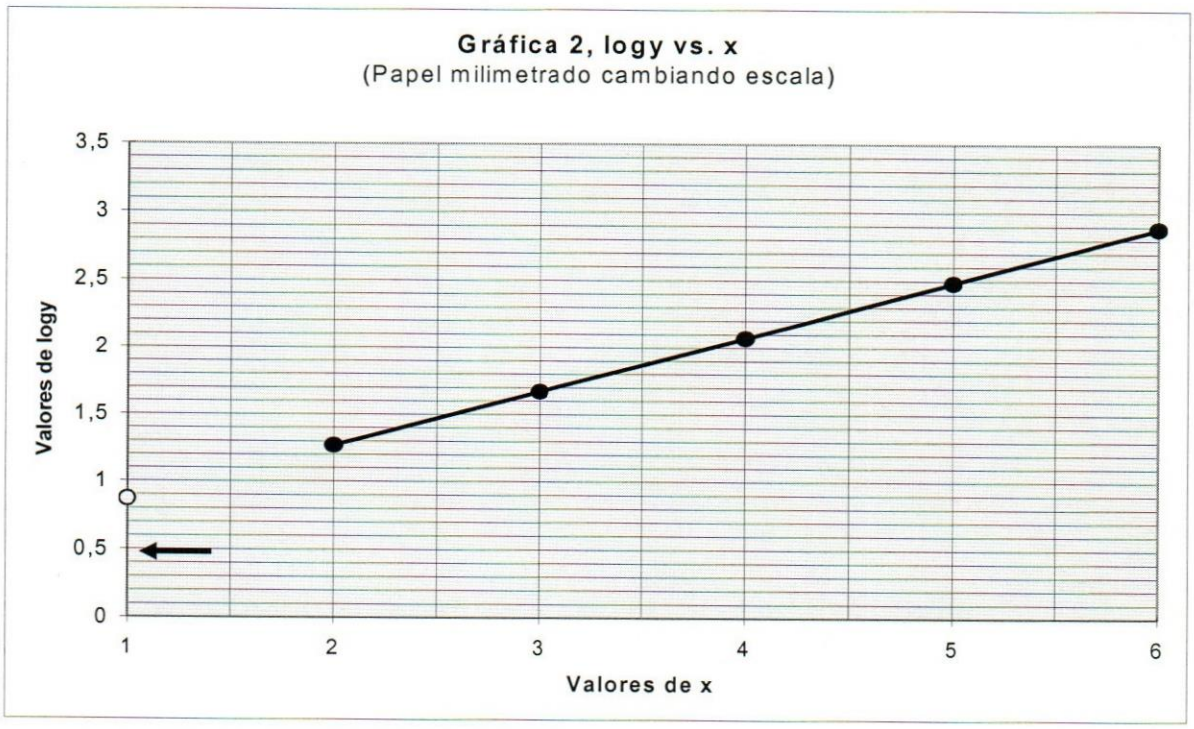
$b = 3$

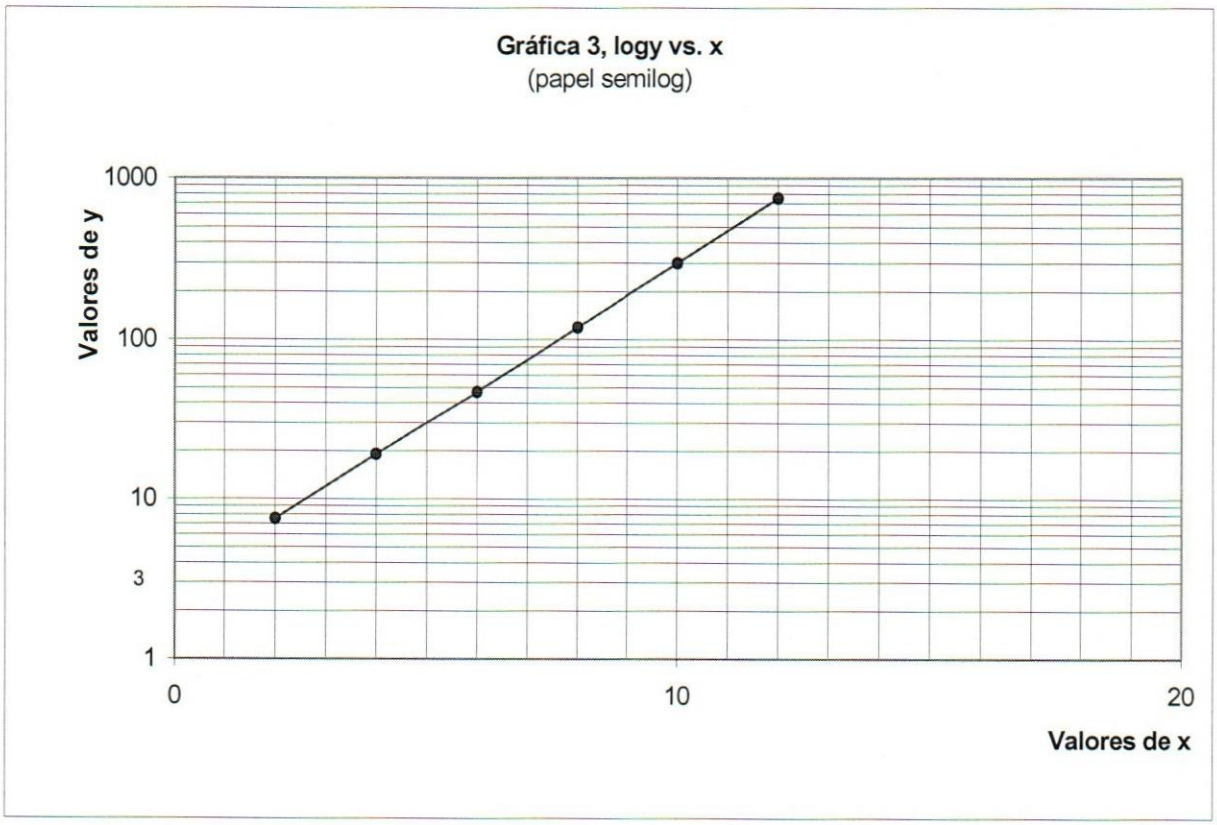
Sustituyendo estos valores en la ecuación general exponencial, resulta la siguiente ecuación:

$$y = ba^{mx} = 3(10)^{0.3x}$$

Que coincide con el resultado anteriormente obtenido para este ejercicio.







1.3 Ajustes en los gráficos

Si la magnitud física a medir varía linealmente respecto a otra variable física, entonces, como ya hemos repetido, se debería hacer un gráfico. Evidentemente, los datos obtenidos experimentalmente no coincidirán exactamente con una línea recta debido a los errores en las mediciones.

Sin embargo, existe la línea de tendencia, dada por $y = mx + b$ que es la mejor recta posible que se puede realizar con los datos, en este sentido, para encontrar los valores de m y b es necesario maximizar la probabilidad de obtener el conjunto de mediciones observado, hay que realizar un ***ajuste***.

El ajuste más sencillo de un conjunto de datos a una determinada función es el que se denomina por ***mínimos cuadrados***, y consiste en calcular los parámetros de una función conocida haciendo que la suma de las desviaciones de los datos experimentales respecto de la función sea mínima.

Para el caso en particular de una línea recta el ajuste se le suele denominar ***correlación lineal***. Los aspectos analíticos y desarrollo matemático de las expresiones que a continuación procederemos a utilizar, se salen del campo de acción de este documento, en este sentido, nosotros solo seremos usuarios de expresiones estadísticas harto probadas.

Si disponemos de un conjunto *n* de pares de puntos (x_1, y_1) y (x_2, y_2),.... (x_n, y_n), obtenidos experimentalmente y que deberían corresponder a la expresión teórica

$y = mx + b$, podemos estimar el mejor valor de los parámetros m y b, suponiendo que las desviaciones de todos los datos son iguales, lo cual permite determinar las siguientes ecuaciones :

$$m\sum x_i^2 + b\sum x_i = \sum x_i y_i \qquad m\sum x_i + bn = \sum y_i$$

de donde la solución para los parámetros m y *b* será:

$$\boxed{m = \frac{n\sum xy - \sum x \sum y}{n\sum x^2 - \left(\sum x\right)^2}} \quad \text{y} \quad \boxed{b = \frac{\sum y - m\sum x}{n}}$$

Adicionalmente, es posible determinar el error asociado a ambas constantes mediante las siguientes expresiones:

$$\mathrm{E}b = [(\frac{\sigma}{\Delta})\sum x_i^2]^{1/2} \qquad \mathrm{E}m = [\frac{n\sigma}{\Delta}]^{1/2} \qquad \sigma = \frac{\sum(y_i - mx_i - b)^2}{(n-2)}$$

Para , y_i cada uno de los valores de la variable dependiente y

x_i cada uno de los valores de la variable independiente

El estudiante debería leer y entender el uso de dichos resultados. Para hacer el análisis, se sugiere que utilice una hoja de calculo tipo Excel a fin de calcular los coeficientes y sus errores.

2.- Asignación y Conclusiones

A.- Investigue y responda las siguientes preguntas:

1.Defina los tipos de funciones más comunes

2. ¿Cuáles son las principales características de la graficación, su utilidad y ventajas?
3. Explique, en forma analítica, como se puede "rectificar" una curva.
4. Describa como se puede realizar el ajuste de una gráfica

B.- A continuación se proponen una serie de ejercicios para desarrollar durante y luego de la práctica.

1.- Construya e interprete las siguientes gráficas utilizando diferentes escalas. Utilice para ello: papel milimetrado, logarítmico y semilogarítmico, SEGÚN SEA EL CASO

2.- Encuentre las relaciones matemáticas entre los datos experimentales recurriendo a las técnicas estudiadas. Identifique el tipo de función que representa.

3.- Determine el valor de los coeficientes y sus respectivos errores haciendo uso de una hoja de calculo. Compare los resultados y comente.

a.- La tabla 1 muestra la relación que hay entre la velocidad de un automóvil y el tiempo transcurrido en alcanzar esa velocidad. Solo UTILICE PAPEL MILIMETRADO

Tabla 1. Medidas de velocidad contra tiempo

v (m/s)	4.4	5.5	7.2	9.7	10.5	12.4	15.6
t (s)	1.5	2.0	3.0	4.5	5.0	6.0	8.0

b.- La tabla 2, muestra la relación que existe entre la distancia recorrida por un cuerpo y el tiempo empleado en un movimiento acelerado. UTILICE LOS TRES TIPOS DE PAPEL

Tabla 2, Medidas de distancia recorrida contra tiempo

d (m)	0.5	0.7	1.2	3.0	5.0	8.5	10.0
t (s)	0.74	1.50	4.20	27.50	75.0	220.0	305.0

c.- La tabla 3, muestra la rapidez con que una bacteria se reproduce respecto al tiempo. UTILICE LOS TRES TIPOS DE PAPEL

Tabla 3

r (m)	2.9	6.5	19.5	48.1	105	680	1823
t (s)	1	3	5	7	9	13	15

d.- Un alumno realiza un experimento para medir la constante de un resorte(K). El cuelga varias masas de un resorte y mide el largo, L, de él. Así se encuentra el largo del resorte en función de la fuerza aplicada. La teoría muestra que:

$$\mathbf{K(L-L_0) = mg}.$$

Donde, L_0 es la longitud del resorte sin estirar y g la constante de gravedad (9,8 m/s^2). Determine la constante del resorte y el largo del resorte sin estirar. Calcule, también los errores asociados. SOLO UTILICE PAPEL MILIMETRADO

Masa, m (kg)	200	300	400	500	600	800	900
Longitud. L (cm)	5.1	5.5	5.9	6.8	7.4	8.6	9.4

UNIVERSIDAD CATÓLICA ANDRÉS BELLO - GUAYANA

Facultad de Ingeniería
Física Experimental

Práctica N° 5

Movimiento Rectilíneo Uniformemente Acelerado

En esta práctica se trata de combinar dos ramas de la física Newtoniana; la Cinemática y la Dinámica, en un par de experimentos sencillos y significativos que permiten comprobar como son aplicables ambas teorías a situaciones concretas. Lo primero, sin embargo, es realizar una revisión de las ideas y conceptos fundamentales que componen a ambas teorías.

1.- Fundamentos teóricos

1.1 Cinemática Unidimensional

Cuando una partícula se desplaza con una velocidad constante a lo largo de una trayectoria rectilínea, se dice que estamos en presencia de un **movimiento rectilíneo uniforme**. Es rectilínea, porque su trayectoria es en línea recta y es uniforme porque permanece constante el módulo de la velocidad (rapidez) y la dirección del desplazamiento.

Si la velocidad instantánea del móvil se conserva en dirección, más no su magnitud, entonces, el movimiento es un **movimiento rectilíneo acelerado**. Si la velocidad varía de v_0 en el tiempo t_0 hasta un valor v al tiempo t, puede definirse

el **vector aceleración media** como la razón entre la variación del vector velocidad instantánea ΔV y el intervalo del tiempo transcurrido Δt.

Sea,

$$\Delta V = v - v_0 \quad y \quad \Delta t = t - t_0$$

Esto nos permite escribir que:

$$a_m = \frac{v - v_0}{t - t_0} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

i) Aceleración Instantánea

De igual manera, podemos definir el vector aceleración instantánea, como la razón de la variación de la velocidad y el intervalo de tiempo cuando éste tiende a cero, es decir, el valor límite que toma la aceleración media cuando el intervalo de tiempo tiende a cero.

$$a = (\frac{\Delta v}{\Delta t}) \text{ . para } \quad lim \xrightarrow{\Delta t} 0$$

Después de lo expuesto anteriormente, procederemos a establecer las ecuaciones para un movimiento rectilíneo unidimensional con **aceleración constante**, es decir, un movimiento en donde los cambios de velocidad en un mismo lapso de tiempo, son siempre constantes.

ii) Ecuación de la rapidez en función del tiempo:

Si partimos de la ecuación de aceleración media tenemos que:

$$a = \frac{v - v_0}{t - t_0}$$

Tomando los módulos de los vectores y haciendo $t_0 = 0$, nos queda que:

$$a = \frac{v - v_0}{t}$$

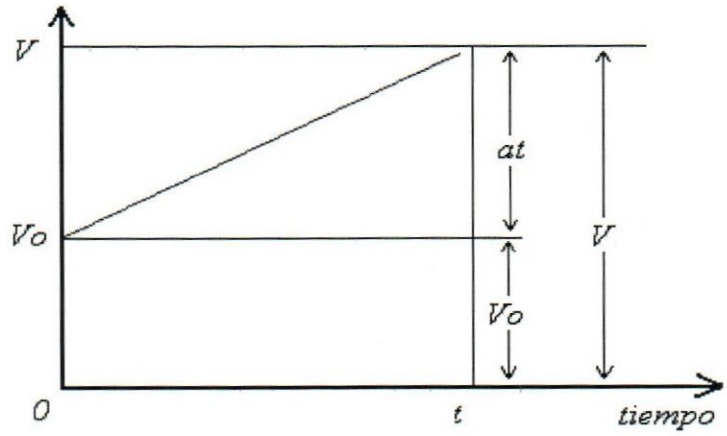
Resultando,

$$\boxed{v = v_0 + at} \qquad (1)$$

Esta expresión nos permite calcular la rapidez en cualquier instante t, si conocemos la rapidez inicial, la aceleración y el tiempo.

iii) Ecuación de la posición en función del tiempo:

La distancia "d" recorrida por un cuerpo desde el momento inicial hasta el momento "t" la podremos obtener mediante el área bajo la gráfica (v – t), tal y como lo aprendimos en cursos anteriores. La ecuación $v = v_0 + a\,t$, indica que la rapidez varia linealmente con el tiempo con "v" y "t" variables, "v_0" y "a" constantes.



El valor numérico del área de la figura viene dada por el área del trapecio, donde

$$B = v_0 + at$$

$$b = v_0$$

$$h = t$$

Sustituyendo en la fórmula $d = (B + b)^* h / 2$ se tiene que:

$$d = (V_0 + a * t + V_0) * t / 2 = (2V_0 + a * t)^* t / 2$$

Si aplicamos la propiedad distributiva y luego simplificamos, se puede demostrar que:

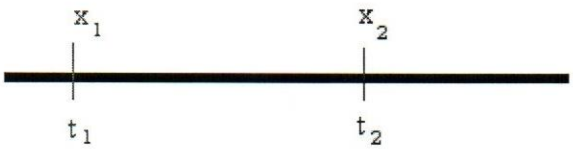
$$\boxed{d = v_0 t + \frac{at^2}{2}} \qquad (2)$$

iv) Tratamiento Experimental de los Datos

En las ecuaciones anteriores como puede comprobarse la rapidez es una función lineal del tiempo, pero no así la posición del móvil. Por lo que solamente se puede aplicar el procedimiento de la regresión lineal o de los mínimos

cuadrados a un conjunto de datos tiempo-velocidad, de la experimentación, sin embargo, lo que se genera son datos tiempo-desplazamiento. Por tanto, tenemos que obtener una tabla tiempo-velocidad, a partir de una tabla tiempo-desplazamiento.

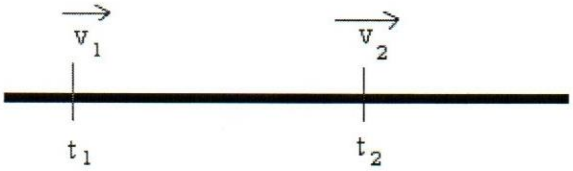
Si suponemos que el movimiento es uniformente acelerado, vamos a demostrar que la velocidad media v_m del móvil entre los instantes t_1 y t_2 es igual a la velocidad en el instante intermedio $(t_1 + t_2) / 2$. En efecto,



- Sea x_1 la posición del móvil en el instante t_1.
- Sea x_2 su posición del móvil en el instante t_2.

La velocidad media del móvil entre los instantes t_1 y t_2 es:

$$v_m = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}$$



- Sea v_1 la velocidad del móvil en el instante t_1
- Sea v_2 la velocidad del móvil en el instante t_2.

La velocidad media v_m del móvil entre los instantes t_1 y t_2 es:

$$v_m = \frac{v_1 + v_2}{2}$$

Si el movimiento es uniformemente acelerado, haciendo uso de la ecuación (1), podemos calcular v_2 a partir de v_1 y la aceleración a.

$$v_2 = v_1 + a \cdot (t_2 - t_1)$$

que al sustituir en la expresión de la velocidad media, se obtiene:

$$\boxed{v_m = v_1 + a\left(\frac{t_2 - t_1}{2}\right)}$$

Que es la velocidad del móvil en el instante intermedio entre t_1 y t_2, es decir, el instante $(t_1 + t_2) / 2$.

Por tanto, para transformar una tabla tiempo-desplazamiento en otra tiempo-velocidad, procedemos del siguiente modo:

- En la tabla de desplazamientos calculamos la velocidad media entre los instantes t_1 y t_2 mediante la fórmula:

  $$v_m = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}$$

- Dicha velocidad se la asignamos al instante $(t_1 + t_2) / 2$.

1.2.- Dinámica Unidimensional

Como ya hemos mencionado, en esta práctica se trata de combinar dos ramas de la física Newtoniana; la Cinemática y la Dinámica, es decir, se busca determinar la relación que existe entre la masa y la fuerza de un objeto con la influencia que pueda ocasionar a las variables cinemáticas ya definidas.

La segunda Ley de Newton o Ley Fundamental de la Dinámica se resume matemáticamente en la siguiente expresión:

$$\Sigma F = ma$$

La cual es una descripción de la relación entre la **fuerza neta *ΣF*** actuando sobre un objeto de ***masa m*** y el cambio de velocidad por unidad tiempo, es decir, ***la aceleración a***, que experimenta un cuerpo como consecuencia de la fuerza.

Aplicando las ecuaciones de la dinámica a un sistema como el que se muestra en la figura 1 y suponiendo que éste se mueve de izquierda a derecha, se tendrá que:

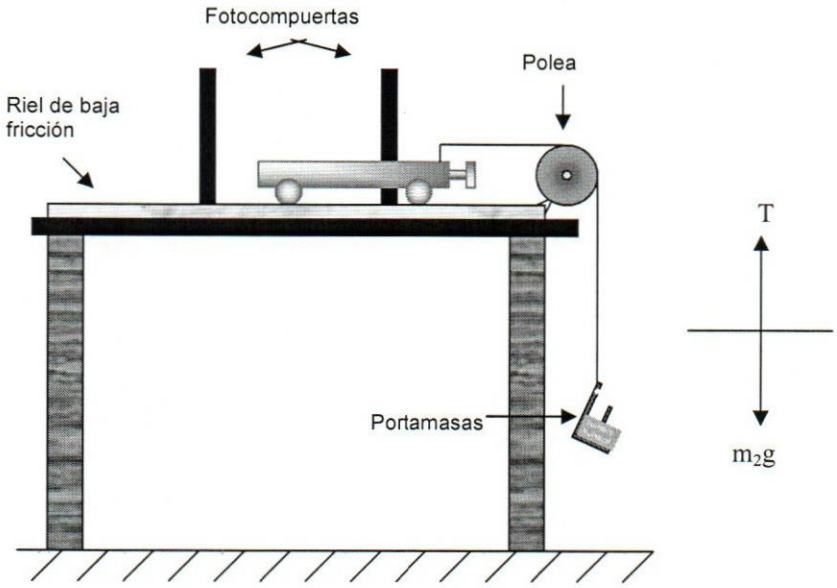


Figura 1

Suponiendo que el roce es despreciable, la resolución del sistema de fuerzas para cada cuerpo, nos conduce a un sistema de dos ecuaciones

$$T = m_1 a$$

$$T - m_2 g = -m_2 a$$

De donde fácilmente se observa que:

$$a = \frac{m_2 g}{m_2 + m_1}$$

Ahora bien, ¿ cómo podemos obtener la aceleración usando la cinemática?. Si la distancia recorrida por el móvil, es d y justo dejamos partir el móvil desde el reposo, entonces, tendremos haciendo uso de la ecuación (2):

$$\boxed{d = v_0 t + \frac{at^2}{2} = \frac{at^2}{2}}$$

Por lo que una vez medido t, que será el dato que nos de el cronómetro para una distancia determinada, se podrá conocer la aceleración respectiva.

2.- Objetivos del Laboratorio

- Aplicación de los conceptos fundamentales de la Cinemática y la Dinámica a algunas situaciones experimentales, específicamente el movimiento rectilíneo uniformemente acelerado.
- Determinar la función matemática que relaciona el cambio de posición de un cuerpo respecto al tiempo en un movimiento uniformemente acelerado.
- Verificar experimentalmente la Segunda Ley de Newton

3.- Diseño Experimental

Antes de desarrollar cualquier experimento, es necesario realizar algunas actividades de prueba o exploratorias que tienen como objeto conocer el funcionamiento y respuesta del equipo montado para la experimentación, esto permitirá optimizar su desempeño y decidir la forma en que se procederá. Lo primero es chequear el equipamiento requerido.

3.1 Equipos y Materiales

- Carro y pista dinámica de baja fricción
- Fotocompuertas (2)
- Medidor electrónico de variables cinemáticas (smart timer)
- Nivel de gota
- Regleta con marcas
- Balanza
- Barra adicional de 500gr
- Polea y cuerda
- Juego de masas graduadas
- Cinta métrica

3.2 Procedimiento Experimental

1.- Disponga de un arreglo experimental como el que se muestra en la figura #2.

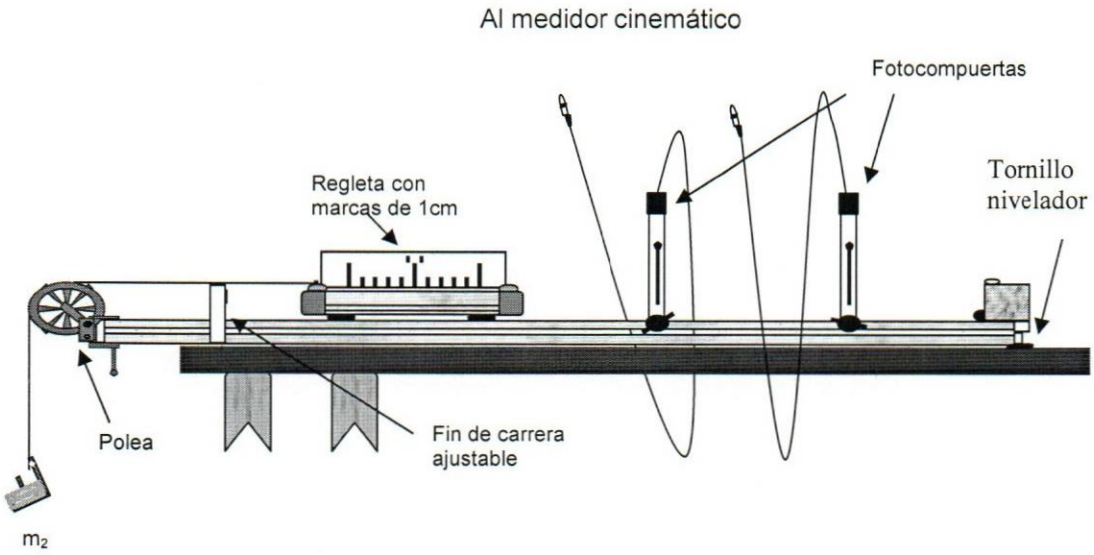


Figura # 2. Carro y pista dinámica de baja fricción

2.- Verifique que la pista o carril se encuentra totalmente horizontal, para ello utilice el nivel de gota o posicione el carrito dinámico sobre la pista y observe hacia donde se desplaza, el tornillo nivelador al extremo de la pista le permitirá hacer las correcciones.

3.- Asegúrese que la regleta esté ubicada en la ranura encima del carrito dinámico, con las barras de 1 cm. de ancho en la parte superior. Ajuste la altura de las fotocompuertas de modo que las marcas de 1 cm. interrumpan el haz de luz cuando la regleta pase a través de ella.

4.- Compruebe que las conexiones que parten desde las fotocompuertas al medidor electrónico sean las adecuadas.

5.- Posicione el carrito dinámico en un extremo de la pista, como se muestra en la figura # 2 y haga una prueba para comprobar que la masa colgante sea de una magnitud adecuada,

6.- Comprobar que se reportan datos adecuadamente en el medidor electrónico. Incremente la masa colgante si lo considera necesario a fin de ajustar las mediciones.

3.3.- Experiencia I: Distancia variable

1.- Disponga de un arreglo como el que se muestra en la figura # 3. La distancia "d" representa la separación entre las fotocompuertas, la cual debe ser incrementada paulatinamente según los valores de la Tabla #1.

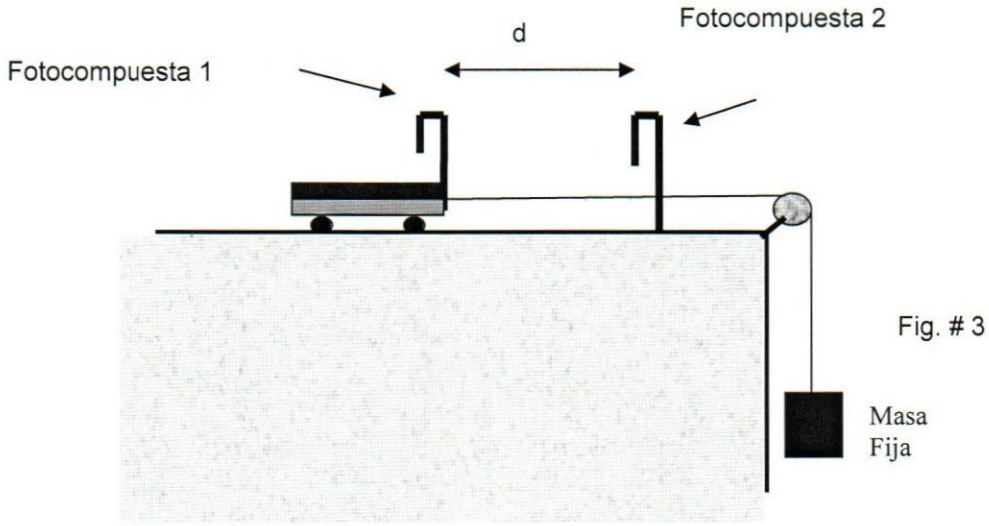


Fig. # 3

2.- Asegurese que la masa colgante (m_2) no sea menor a 50 gr. Use la balanza para determinar la masa del carrito (m_1), haga su registro.

3.- Libere el carrito dinámico desde el reposo y registre en la tabla # 1 los valores del lapso de tiempo que se tomó el móvil en recorrer la distancia medida (haga uso de la cinta métrica). Repita este procedimiento al menos tres veces por longitud recorrida.

d (cm)	t_1 (s)	t_2 (s)	t_3 (s)	$\bar{t}$ (s)
10				
20				
25				
30				
40				
50				
60				
70				
80				
90				

Tabla #1

3.4.- Experiencia II: Masa variable

1.- Disponga de un arreglo como el que se muestra en la figura # 3. La distancia "d", separación entre las fotocompuertas, tendrá un valor constante, fíjela a 60 cm. Esta vez vaya modificando el valor de la masa 2 (m_2) paulatinamente, según los valores de la Tabla #2. Libere el carro desde el reposo iniciando el movimiento a partir de la fotocompuerta 1

2.- Asegúrese que la cuerda tiene la suficiente distancia como para que se recorran los 60 cm. fijados y el porta pesas no choque contra el suelo. Coloque algún tipo de amortiguador ya que el porta pesas puede romperse en la colisión.

m_2(gr)	t_1 (s)	t_2 (s)	t_3 (s)	$\bar{t}$ (s)
40				
50				
60				
70				
80				
90				
100				

Tome en consideración la masa del porta masas

Tabla #2

4.- Análisis Experimental y Cálculos

4.1 Experiencia I: Distancia variable

1.- Haciendo uso de una hoja de papel milimetrado realice el gráfico de distancia recorrida Vs. tiempo elapsado, **d vs. t. (gráfico #1)**

¿Qué tipo de gráfica se genera? _____

2.- Haciendo uso de una hoja de papel semilogarítmico realice el gráfico de distancia recorrida Vs. tiempo elapsado, **d vs. t (gráfico #2)**

¿Qué tipo de gráfica se genera? _____

3.- Haciendo uso de una hoja de papel logarítmico realice el gráfico de distancia recorrida Vs. tiempo elapsado, **d vs. t (gráfico #3)**

¿Qué tipo de gráfica se genera? _____

4.- A partir del análisis de las gráficas realizadas, ¿ Qué se puede concluir respecto a la función que relaciona a la distancia recorrida por el móvil y el tiempo transcurrido?

_____

_____

5.- A fin de poder utilizar el **método de los mínimos cuadrados** (función lineal), se debe "rectificar", la función anterior, de la misma manera como hicimos en el Laboratorio #3 (Graficación de funciones). La ecuación "rectificada" sería de la forma:

$$\boxed{y_i = ax_i + c}$$

En donde,

$y_i =$

$x_i =$

$c =$

$a =$

6.- Construya la tabla # 4, a partir de los datos de la tabla #1 y la conversión logarítmica necesaria, a fin de aplicar el método de los mínimos cuadrados y determinar el valor de las constantes ***a*** y ***c***.

	x_i	y_i	$x_i * y_i$	x_i^2
Σ				

Tabla #4

7.- Los valores determinados por el método de los mínimos cuadrados son:

a =

c =

Se puede concluir que la función que relaciona a la distancia y al tiempo es:

$$d = (\quad)t^{(\quad)}$$

8.- Haciendo uso de una hoja de papel milimetrado realice el gráfico de distancia recorrida (d) Vs. el cuadrado del tiempo elapsado (t^2), (gráfico #4)

¿Qué tipo de gráfica se genera? _____

9.- Haga una comparación entre la aceleración obtenida experimentalmente y la teórica, que se obtiene resolviendo el sistema dinámico como sino existiese la fricción

_____

_____

4.2 Experiencia II: Masa 2 variable

1.- Mediante el uso de los datos de la Tabla #2, calcule y construya la siguiente Tabla (tabla # 5). Considere a g = 9.78 m/seg^2

m_2(gr)	$\bar{t}$ (s)	**Aceleración medida** $a = \frac{2d}{t^2}$	$(g-a)m_2$	$\left(\frac{g}{a}-1\right)m_2$	**Aceleración teórica** $a = \frac{m_2 g}{m_1 + m_2}$	**% (a_t-a)**
40						
50						
60						
70						
80						
90						
100						

Tabla #5

2.- Luego de resolver el sistema dinámico señalado y considerando al roce como despreciable, ¿ Qué variables se calcularon en la columna?:

2.1 Columna cuatro _____

2.2 Columna cinco _____

5.- Asignación y Conclusiones

1.- Considerando los hallazgos encontrados en la experiencia #1, ¿ qué conclusiones generales pueden generarse respecto a la dependencia de la distancia recorrida por un móvil y el tiempo transcurrido?

2.- A partir del análisis realizado, es posible comparar la función teórica y la función experimental obtenida en la experiencia #1. ¿Cómo se comparan?. Explique.

3.- De la experiencia #2, ¿ puéde concluirse que la fuerza neta del sistema (F = ma) , se verifica?

4.- ¿Porqué la masa de F = ma, no es igual a la masa del carrito dinámico?

5.- ¿ A qué se debe que exista una diferencia entre la aceleración teórica y la experimental?

6.- ¿Cómo cree usted que estos resultados estan impactos por el hecho que hemos considerado al roce como despreciable?

UNIVERSIDAD CATÓLICA ANDRÉS BELLO-GUAYANA

Facultad de Ingeniería
Física Experimental

Práctica N° 6

Movimiento en dos dimensiones

En la práctica anterior estudiamos el movimiento rectilíneo; movimiento a lo largo de una pista recta. Allí se lograron distinguir dos clases de movimiento lineales: a velocidad constante y movimiento acelerado. En esta práctica, se extienden esas ideas al *movimiento no lineal*; movimiento a lo largo de una trayectoria curva, es decir, de ***trayectoria parabólica***, de aquí el nombre de *movimiento parabólico* que comúnmente se le asigna.

Adicionalmente, se logrará demostrar que dicha curva se debe a una combinación de movimientos; uno horizontal sin aceleración y otro vertical afectado por la aceleración debido a la gravedad. Se demuestra, también, que estos dos componentes del movimiento son completamente independientes uno del otro. Para lograr comprender estas ideas se utilizará un diseño experimental que permitirá demostrar que la velocidad del proyectil en cualquier momento consta de éstos dos componentes generando un movimiento combinado, que es el responsable de modificar continuamente la trayectoria del objeto.

1.- Fundamentos Teóricos

1.1 Cinemática bidimensional

Considere un movimiento bidimensional en el cual la aceleración permanece constante, tanto en magnitud como en dirección.

El vector de posición para una partícula que se mueve en el plano **x-y** puede escribirse:

$$\mathbf{r} = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} \qquad \text{Ecuación 1.}$$

Donde **x, y** y **r** cambian con el tiempo a medida que se mueve la partícula, mientras **i** y **j** permanecen constantes. Si se conoce el vector de posición, **r** la velocidad de la partícula puede obtenerse sabiendo que:

$$V = \lim\left(\frac{\Delta r}{\Delta t}\right)_{\Delta t \to 0} = \frac{dr}{dt}$$

Por lo tanto, según la ecuación 1:

$$\mathbf{V} = \mathbf{V_x i} + \mathbf{V_y j} \qquad \text{Ecuación 2}$$

Debido a que la aceleración **a** se supone constante, sus componentes a_x y a_y también lo son, sin embargo, en la dirección horizontal no existe componente gravitatoria de la aceleración , en consecuencia, $a_x = 0$.

Por consiguiente, es posible aplicar las ecuaciones de la cinemática a las componentes **x** e **y** del vector velocidad, de la siguiente manera:

Sustituyendo, en la ecuación 2

$$V_x = V_{xo} + 0 \quad y \quad V_y = V_{yo} + a_y t$$

Resulta:

$$V_f = (V_{xo})\mathbf{i} + (V_{yo} + a_y t)\mathbf{j}$$

$$V_f = (V_{xo}\,\mathbf{i} + V_{yo}\,\mathbf{j}) + (a_y\,\mathbf{j})\,t$$

$$\mathbf{V_f = V_o + at} \qquad \text{Ecuación 3}$$

Este resultado establece que la velocidad de una partícula en algún tiempo es igual al vector suma de su velocidad inicial $\mathbf{V_o}$, y la velocidad adicional **at** adquirida en el tiempo **t** como resultado de su aceleración constante.

De manera similar, se sabe que las coordenadas **x** y **y** de una partícula que se mueve con aceleración constante son:

$$x_f = x_o + V_{xo}\, t + 0$$

$$y_f = y_o + V_{yo}\, t + \tfrac{1}{2}\, a_y\, t^2$$

Al sustituir estas expresiones en la ecuación 1, se obtiene:

$$r_f = (x_o + V_{xo}\, t)\mathbf{i} + (y_o + V_{yo}\, t + \tfrac{1}{2}\, a_y\, t^2)\mathbf{j}$$

$$r_f = (x_o\, \mathbf{i} + y_o\, \mathbf{j}) + (V_{xo}\, \mathbf{i} + V_{yo}\, \mathbf{j})\, t + \tfrac{1}{2}\, (a_y) t^2$$

resultando,

$$\mathbf{r_f = r_o + V_o t + \tfrac{1}{2}\, a t^2} \qquad \text{Ecuación 4.}$$

Esta ecuación implica que el vector de desplazamiento $\mathbf{\Delta r = r_f - r_o}$ es el vector suma de un desplazamiento $\mathbf{V_o t}$, que se obtiene de la velocidad inicial de la partícula, y un desplazamiento $\mathbf{\tfrac{1}{2}\, a t^2}$, resultado de la aceleración uniforme de la partícula . Como las ecuaciones 3 y 4 son expresiones vectoriales, se pueden escribir en forma de componentes:

$$\mathbf{V_f = V_o + at}$$

$$V_{xf} = V_{xo} + 0 \quad \text{y} \quad V_{yf} = V_{yo} + a_y t \qquad \text{Ecuación 3.1}$$

$$\mathbf{r_f = r_o + V_o t + \tfrac{1}{2}\, a t^2}$$

$$x_f = x_o + V_{xo}\, t \quad {}^{y} \quad {}^{y}{}_f = {}^{y}{}_o + V_{yo}\, t + \tfrac{1}{2}\, a_y\, t^2 \qquad \text{Ecuación 4.1}$$

La forma de las componentes de las ecuaciones para $\mathbf{V_f}$ y $\mathbf{r_f}$, muestran que el movimiento bidimensional con aceleración constante, es equivalente a dos movimientos independientes ; uno en dirección **x** y el otro en la dirección **y,** con aceleraciones constantes $a_x = 0$ y a_y.

Trayectoria Parabólica

En el lanzamiento horizontal con velocidad inicial, la trayectoria que describe la partícula es una rama de parábola abierta hacia abajo, donde el

cuerpo realiza dos movimientos que ocurren simultáneamente uno en la dirección horizontal y el otro en la dirección vertical, como se indica en la figura 1.

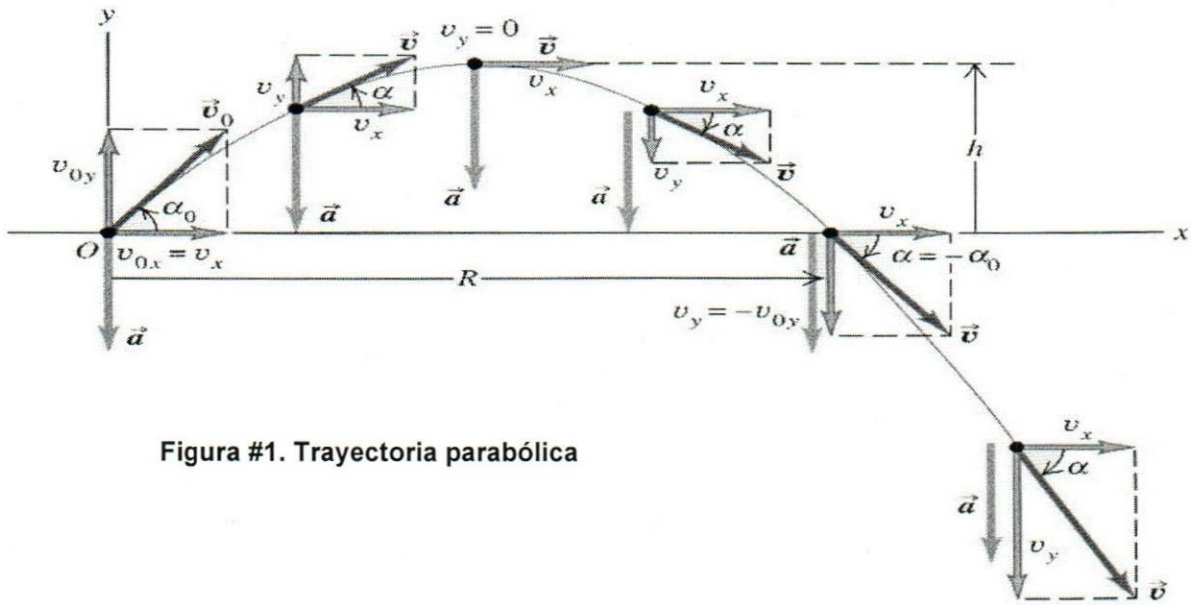


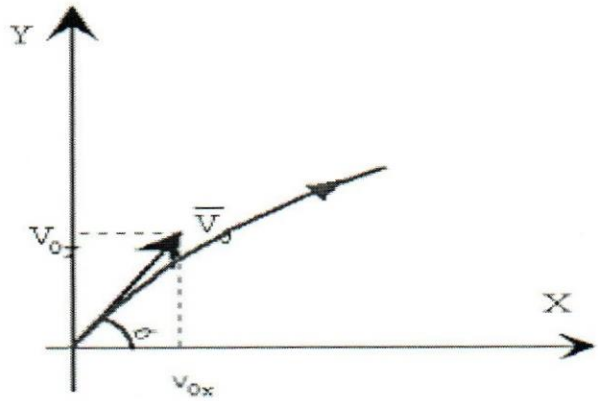
Figura #1. Trayectoria parabólica

En la dirección horizontal, la partícula lleva una velocidad inicial, más sobre ella no actúa ningún tipo de fuerza en esa dirección, lo que implica que la misma lleva un movimiento rectilíneo uniforme, simultáneamente, en la dirección vertical se desarrolla un movimiento uniformemente acelerado, debido a que actúa la fuerza de gravedad en esa dirección.

En consecuencia, se puede descomponer la velocidad inicial en dos vectores uno vertical y otro horizontal. El vertical se podría decir que se divide en dos movimientos uno cuando la partícula va en contra de la fuerza de gravedad y otro cuando va en el sentido de la fuerza de gravedad, siendo el primer movimiento uniformemente retardado y el segundo uniformemente acelerado .

En el horizontal, como se ha mencionado anteriormente, no actúa ninguna fuerza sobre el cuerpo por lo que es un movimiento uniforme. La velocidad inicial, forma un ángulo de elevación con respecto a la horizontal, como se indica en la figura **#2.**

Figura #2



Como de costumbre, vamos a definir el eje +*x* como horizontal y el +*y* en la dirección vertical hacia arriba. En este caso la aceleración es **a =** -g **. j** , entonces:

$$a_x = 0 \quad y \quad a_y = -g$$

Supongamos que un proyectil se lanza de forma que su velocidad inicial v_0 forme un ángulo θ con el eje de las *x* , como se muestra en la figura 2:

Descomponiendo la velocidad inicial, obtenemos las componentes iniciales de la velocidad:

La componente respecto al eje horizontal es:

$$V_{yo} = V_o \cos\theta$$

La componente respecto al eje vertical es:

$$V_{yo} = V_o \operatorname{sen}\theta$$

Sustituyendo la componente **x** en la ecuación 4.1, con $x_o = 0$ y $a_x = 0$, se encuentra que:

$$x_f = V_{xo} t = (V_o \cos \theta)t \qquad \text{ecuación 6}$$

Repitiendo con la componente **y** y usando $y_o = 0$ y $a_y = -g$, se obtiene,

$$y_f = V_{yo}t + \frac{a_y t^2}{2} = (Vosen\theta)t - \frac{gt^2}{2} \qquad \text{ecuación 7}$$

De la ecuación 6

$$t = x_f \ / \ (V_o \cos \theta)$$

Sustituyendo en la ecuación 7, se genera:

$$y = \frac{Vosen\theta}{Vo\cos\theta}x + \frac{gx^2}{2Vo\cos\theta^2}$$

$$y = (\tan\theta)x + \frac{g}{2(Vo^2\cos\theta^2)}x^2 \qquad \text{Ecuación 8}$$

Esta ecuación es válida para ángulos de lanzamiento ubicados dentro del rango 0 < θ < ¶ / 2 .Se han dejado fuera los subíndices de **x** y **y** porque la ecuación es valida para cualquier punto (x, y) a lo largo de la trayectoria de la partícula.

Como se podrá observar, esta expresión es de la forma **y = ax + b x²** , que es la ecuación de una parábola que pasa por el origen.

De la ecuación 8 podemos obtener la ecuación de un recta si dividimos a todo entre **x:**

$$\frac{y}{x} = (\tan\theta)\frac{x}{x} + \frac{g}{2(Vo^2\cos\theta^2)x}x^2$$

quedando:

$$\frac{y}{x} = (\tan\theta) + \frac{g}{2(Vo^2\cos\theta^2)}x$$

Introduciendo el cambio de variable **u = y / x**, se obtiene la ecuación de la recta,

u = ax + b

$$\boxed{a = \frac{g}{2(V_o^2\cos^2\theta)}} \qquad \text{Ecuación 9}$$

$$\boxed{b = \tan\theta} \qquad \text{Ecuación 10}$$

2.- Objetivos del Laboratorio

- Aplicación de los conceptos fundamentales de la Cinemática en dos dimensiones, es decir, del movimiento rectilíneo uniforme y del movimiento uniformemente acelerado, para explicar el lanzamiento de proyectiles.

- Evaluar la función matemática que relaciona el cambio de posición de un cuerpo que se desplaza en un plano bidimensional, respecto al alcance del proyectil.

- Verificar experimentalmente las Leyes de la Cinemática bidimensional

- Comprobar y justificar experimentalmente, la trayectoria parabólica de un objeto que es lanzado bajo la acción de la aceleración gravitatoria ejercida por la Tierra.

3.- Diseño Experimental

Antes de desarrollar cualquier experimento, es necesario realizar algunas actividades de prueba o exploratorias que tienen como objeto conocer el funcionamiento y respuesta del equipo montado para la experimentación, ésto permitirá optimizar su desempeño y decidir la forma en que se procederá. Lo primero es chequear el equipamiento requerido.

3.1 Equipos y Materiales

- Cinta métrica
- Nivel de gota
- Plano inclinado o pista de lanzamiento.
- Repisa de madera.

- Soportes.
- Papel carbón.
- Esfera metálica.
- Regla y cinta métrica.
- Plomada.

3.2 Procedimiento Experimental

Para estudiar experimentalmente el movimiento en dos dimensiones, dispondremos del montaje mostrado en la figura 3.

Si se deja caer una esfera desde la altura "h" del plano inclinado, con un ángulo θ, ésta sale con una velocidad V_0 del borde inferior del plano, chocando finalmente con la placa receptora.

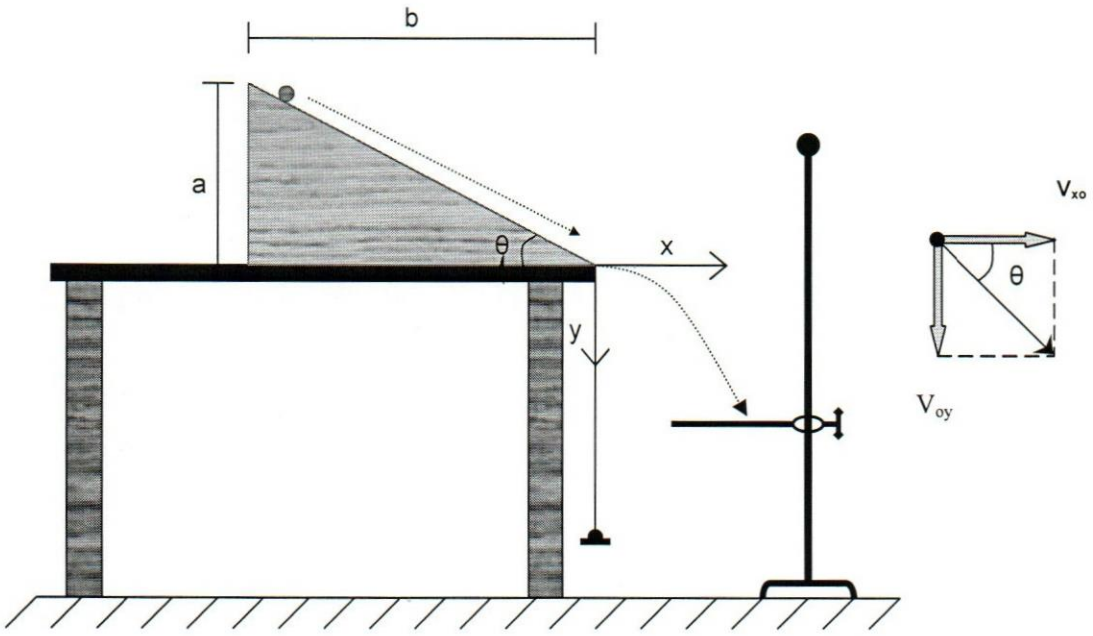
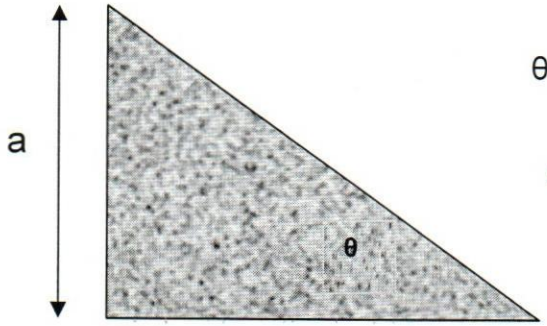


Figura. 3

1. Disponga del montaje que se muestra en la figura #3
2. Determine el ángulo que forma el plano inclinado con la horizontal. No olvide determinar el error introducido por el equipo de medición.



$\theta =$

$\Delta\theta =$

3. Coloque en la placa receptora una hoja blanca y sobre ella un papel carbón, asegúrelas con cinta adhesiva.

4. Para iniciar el ensayo, sitúe la placa receptora a 2cm por debajo del punto de lanzamiento de la esfera (ésta representa la coordenada vertical "y" inicial)

5. Desde una altura "h", siempre constante, del plano inclinado, deje caer la esfera.

6. Mida la distancia horizontal (alcance), entre el hilo de la plomada y el punto marcado por el impacto sobre la hoja (ésta representa a la coordenada horizontal "x" del impacto). Repita este procedimiento 3 veces. Lo cual le permitirá obtener un valor promedio del alcance

7. Repita los pasos 5 y 6, para los valores de "Y" iguales a: 4, 8, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 50, 60 y 70 cm.

8. Con la información recolectada construya la tabla de datos #1

y (cm)	x_1 (cm)	x_2 (cm)	x_3 (cm)	$\overline{x}$ (cm)
2				
4				
8				
10				
15				
20				
25				
30				
35				
40				
50				
60				
70				

Tabla #1

4.- Análisis Experimental y Cálculos

1.- Haciendo uso de una hoja de papel milimetrado, realice el gráfico de altura Vs. alcance, **y vs. x.** (gráfico #1)

¿Qué tipo de gráfica se genera? _____

2.- Haciendo uso de una hoja de papel milimetrado realice el gráfico de la nueva variable " u" vs. alcance, **u vs. x.** (gráfico #2)

¿Qué tipo de gráfica se genera? _____

3.- Mediante el método de los mínimos cuadrados, determine la pendiente de la gráfica (a) y el punto de corte con el eje "y" (b). A partir del gráfico de "u" en función de "x", corrobore los valores obtenidos de la pendiente e intercepto.

	u_i	x_i	$x_i * u_i$	x_i^2
Σ				

Tabla #2

Los valores determinados por el método de los mínimos cuadrados son:

$$a = \frac{n\sum xy - \sum x \sum y}{n\sum x^2 - (\sum x)^2} =$$

$$b = \frac{\sum y - m\sum x}{n} =$$

4. Con "a" y "b", obtenidos en el paso 4, determine la rapidez V_o con que sale la esfera del plano inclinado y el ángulo de salida θ. Para ello, utilice las ecuaciones 9 y 10

V_o = θ =

5. Compare el ángulo "teórico" obtenido en el paso 2, con el ángulo experimental obtenido en el paso 4. Comente las posibles diferencias.

_____

_____

_____

6. A través del estudio de energía (considere el arreglo un campo conservativo y aplique el Principio de Conservación de la Energía Mecánica), determine la rapidez V_o teórica y compárela con la V_o experimental.

_____

_____

_____

7. Adicionalmente, evalúe el % de pérdida de energía, de la esfera, en el plano inclinado. (tenga en cuenta la rotación de la esfera y suponga rodadura para la esfera hasta el momento en que abandona el plano).

_____

_____

_____

5.- Asignación y Conclusiones

1. Escriba los objetivos de ésta práctica.

2. Escriba las ecuaciones paramétricas y la ecuación de la trayectoria, para un movimiento en 2 dimensiones bajo el efecto de la gravedad.

3. Demuestre matemáticamente que la componente horizontal del movimiento en dos dimensiones, corresponde a un movimiento rectilíneo uniforme

4. De la ecuación de la trayectoria escriba el cambio de variable recomendado para rectificar la curva:

5. Haga un esquema del montaje del experimento que incluya los ejes y la geometría.

6.- Considerando los hallazgos encontrados en la experiencia, ¿ qué conclusiones generales pueden generarse respecto a la dependencia de la distancia vertical recorrida por un móvil y el alcance del proyectil?

7.- ¿ A qué se debe que exista una diferencia entre la velocidad teórica y la experimental?

8.- ¿Cómo cree usted que los resultados obtenidos de la evaluación energética esten impactos por el hecho que hemos considerado al roce como despreciable?

UNIVERSIDAD CATÓLICA ANDRÉS BELLO-GUAYANA

Facultad de Ingeniería
Física Experimental

Práctica N° 7

Rozamiento y Coeficiente de Fricción

Cuando un cuerpo se mueve sobre una superficie o a través de un medio, como el aire o el agua, hay una resistencia al movimiento debido a que las superficies de los cuerpos interactúa entre si. Dicha resistencia recibe el nombre de "fuerza de fricción". Estas fuerzas son muy importantes en la vida cotidiana y permiten caminar o correr y son necesarias para el movimiento de vehículos rodantes.

Históricamente, el estudio, rigurosamente científico, del rozamiento comienza con Leonardo da Vinci que dedujo las leyes que gobiernan el movimiento de un bloque rectangular que desliza sobre una superficie plana. Sin embargo, este estudio pasó desapercibido.

En el siglo XVII Guillaume Amontons, físico francés, redescubrió las leyes del rozamiento estudiando el deslizamiento seco de dos superficies planas. Las conclusiones de Amontons son esencialmente las que estudiamos :

- La fuerza de rozamiento se opone al movimiento de un bloque que desliza sobre un plano.
- La fuerza de rozamiento es proporcional a la fuerza normal que ejerce el plano sobre el bloque.

- La fuerza de rozamiento no depende del área aparente de contacto.

El científico francés Coulomb añadió una propiedad más: Una vez empezado el movimiento, la fuerza de rozamiento es independiente de la velocidad.

1.- Fundamentos Físicos

1.1. Naturaleza física de la fuerza de roce o fricción

Para comprender como se activa el rozamiento, considere un libro sobre una mesa, como se muestra en la figura 1a. Si se aplica una fuerza horizontal externa "F" al libro, hacia la derecha, el libro permanece estacionario si "F" no es suficientemente grande. La fuerza que se contrapone a "F" y evita que el libro se mueva actúa hacia la izquierda y recibe el nombre de "fuerza de roce o fricción, f".

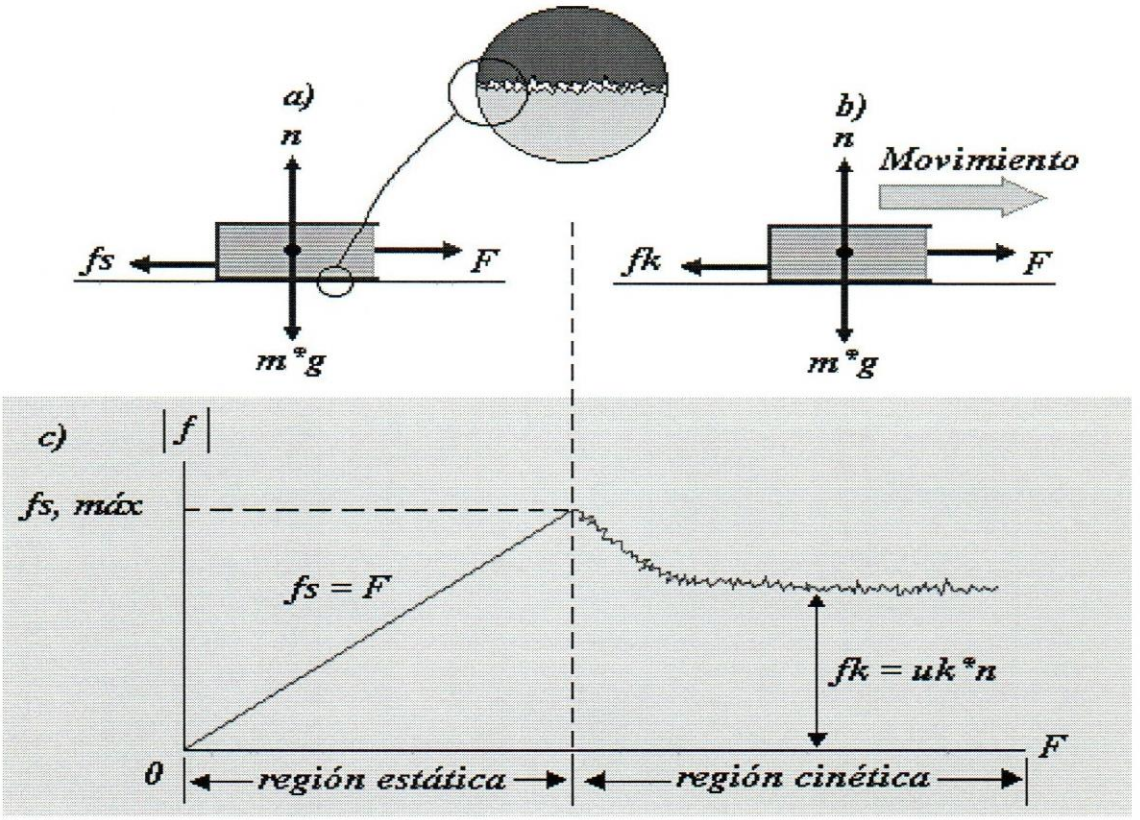


Fig. 1.

Mientras el libro no está en movimiento, **f = F**. Puesto que el libro está estacionario, a esta fuerza se le llama ***"fuerza de fricción estática, f_s"***.

Los experimentos muestran que esta fuerza surge de los puntos de contacto que asoman más allá del nivel de las superficies en contacto, incluso en superficies que en apariencia son muy lisas, como en la vista amplificada de las figura 2 y 3.

La fuerza de roce surge en parte de un pico que bloquea físicamente el movimiento de un pico de la superficie opuesta, y en parte de enlaces químicos de puntos opuestos cuando entran en contacto.

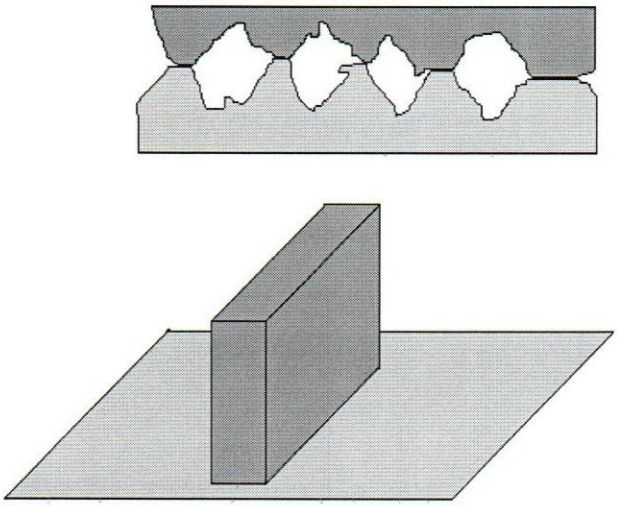


Fig. 2 A menor superficie de contacto mayor deformación

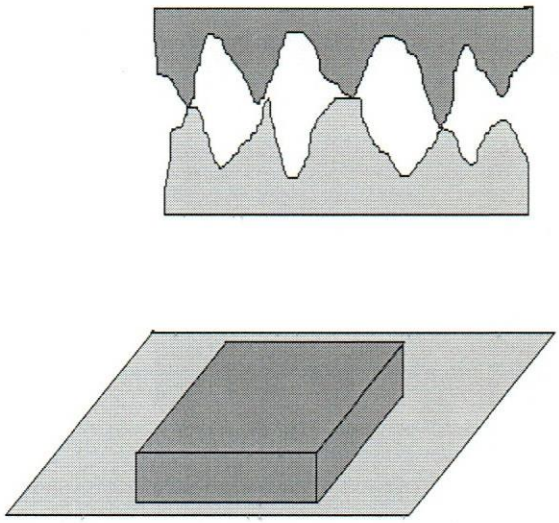


Fig. 3 A mayor superficie de contacto menor deformación

Si se incrementa la magnitud de "F", como se muestra en la figura 1b, la magnitud de "f_s" se incrementa junto con ella, manteniendo al libro en su lugar. Sin embargo, la fuerza de "f_s" no puede incrementarse indefinidamente. De manera eventual la superficie en contacto no puede proporcionar durante mucho tiempo la suficiente fuerza de fricción para contrarrestar "F", y el libro se acelera.

Cuando el bloque está a punto de deslizarse, "f_s" es un máximo, como se muestra en la figura 1c. Cuando "F" supera a "$f_{s,\,máx.}$", el libro se acelera hacia la derecha. Cuando está en movimiento, la fuerza de fricción retardadora es menor que "$f_{s,\,máx.}$" (véase figura 1.c).

Cuando el libro está en movimiento, la fuerza retardadora recibe el nombre de ***"fuerza de fricción cinética***, f_k".

Experimentalmente se encuentra que, hasta una buena aproximación, tanto $f_{s,\,máx.}$ como f_k son proporcionales a ***la fuerza normal*** **n** que actúa sobre el libro. Las observaciones experimentales pueden resumirse con las siguientes leyes de fricción empíricas:

- La dirección de la fuerza de fricción estática entre cualesquiera dos superficies en contacto se opone a la dirección del movimiento relativo y puede tener valores:

$$F_s \leq \mu_s n \qquad (1.1)$$

Donde la constante adimensional μ_s recibe el nombre de "coeficiente de fricción estática", y "n" es la magnitud de la fuerza normal.

La igualdad en la ecuación 1.1 se cumple cuando un objeto está a punto de deslizarse, es decir, cuando:

$$f_s = f_{s,\,máx.} = \mu_s\, n$$

La desigualdad se cumple cuando la fuerza aplicada es menor que μ_s n.

- La dirección de la fuerza de fricción cinética que actúa sobre un objeto es opuesta a la dirección del movimiento deslizante del objeto respecto a la superficie que aplica la fuerza de fricción y está dada por :

$$F_k = \mu_k\, n \qquad (1.2)$$

Donde μ_k **es el "coeficiente de fricción cinética"**.

- Los valores de μ_k y μ_s dependen de la naturaleza de las superficies, aunque μ_k es, por lo general, menor que μ_s . Los valores característicos de μ varían de 0,03 hasta 1,0.

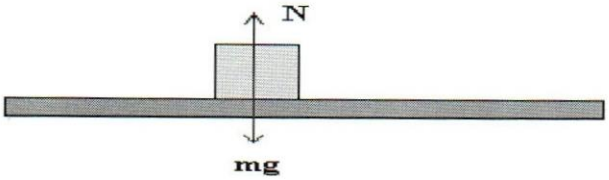
- Los coeficientes de fricción son casi independientes del área de contacto entre las superficies. Para comprender por qué, se debe examinar la diferencia entre el "área de contacto aparente", que es el área que ven nuestros ojos, y el "área de contacto real", representada por dos superficies irregulares en contacto, como se muestra en la vista amplificada de la figura 2 y 3. Parece que incrementar el área de contacto aparente no incrementa el área de contacto real.

Cuando se incrementa el área aparente (sin cambiar nada más), existe menos fuerza por unidad de área manteniendo juntos los puntos dentados. Esta disminución en la fuerza contrarresta el efecto de tener más puntos involucrados.

1.2. Determinación de las fuerzas de fricción

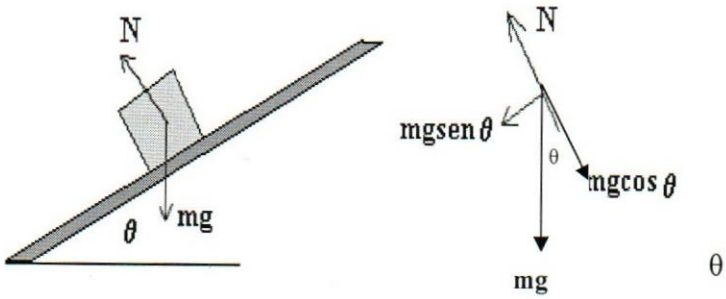
i) La fuerza normal

La fuerza normal, reacción del plano o fuerza que ejerce el plano sobre el bloque depende del peso del bloque, la inclinación del plano y de otras fuerzas que se ejerzan sobre el bloque. Supongamos que un bloque de masa *m* está en reposo sobre una superficie horizontal, las únicas fuerzas que actúan sobre él son el peso *mg* y la fuerza y la fuerza normal *N*. De las condiciones de equilibrio se obtiene que la fuerza normal *N* es igual al peso *mg*



$N=mg$

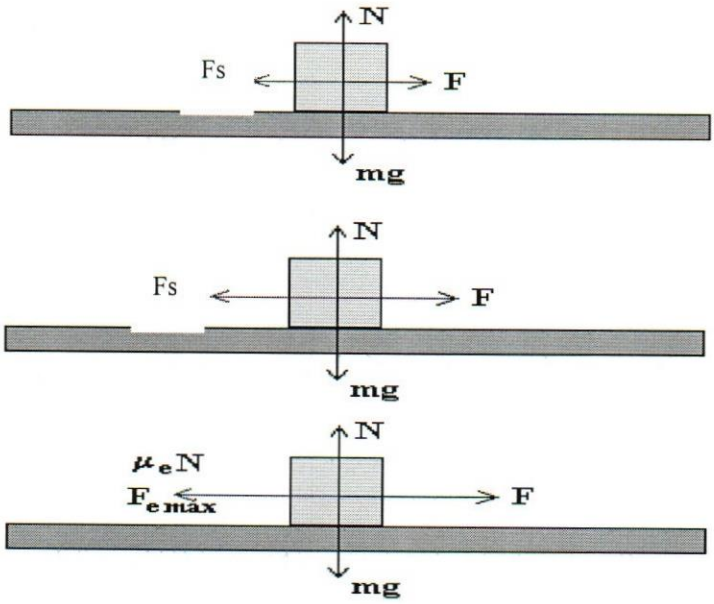
Si ahora, el plano está inclinado un ángulo θ, el bloque está en equilibrio en sentido perpendicular al plano inclinado por lo que la fuerza normal N es igual a la componente del peso perpendicular al plano,



$N = mg \cdot \cos\theta$

ii) Fuerza de roce estático, F_s.

Como vemos en las figuras la fuerza F aplicada sobre el bloque aumenta gradualmente, pero el bloque permanece en reposo. Como la aceleración es cero la fuerza aplicada es igual y a la fuerza que se activa en dirección contraria, la fuerza de fricción o roce estático F_s.



$F = F_s$

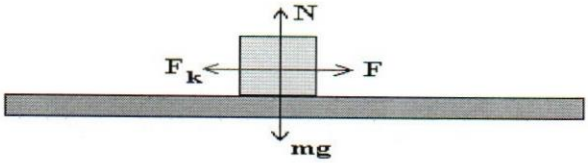
La máxima fuerza de rozamiento corresponde al instante en el que el bloque está a punto de deslizar.

$$F_{s\,máx} = \mu_\sigma N$$

Donde μ_s es el coeficiente de roce estático.

iii) Fuerza de fricción o roce dinámico

En la figura, se muestra un bloque arrastrado por una fuerza *F* horizontal. Sobre el bloque actúan el peso *mg*, la fuerza normal *N* que es igual al peso, y la fuerza de rozamiento F_k entre el bloque y el plano sobre el cual desliza. Si el bloque desliza con velocidad constante la fuerza aplicada *F* será igual a la fuerza de rozamiento F_k.



Podemos investigar la dependencia de F_k con la fuerza normal *N*. Veremos que si duplicamos la masa *m* del bloque que desliza colocando encima de éste

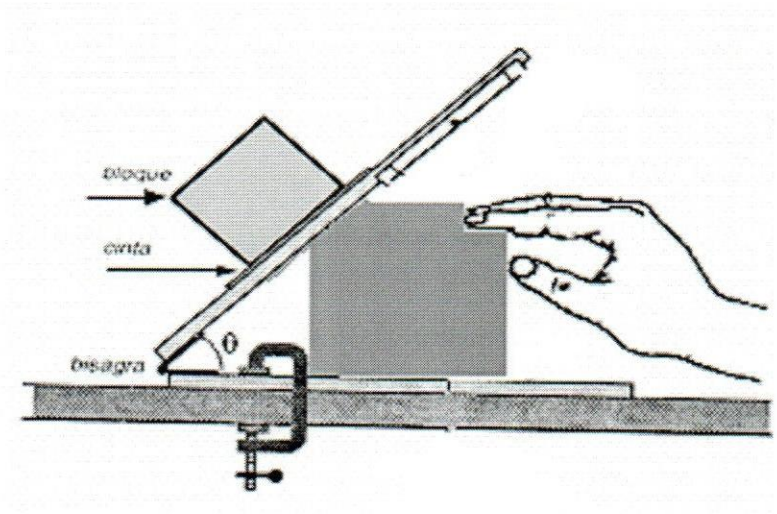
otro igual, la fuerza normal N se duplica, la fuerza F con la que tiramos del bloque se duplica y por tanto, F_k se duplica.

$$F_k = \mu_k N$$

1.3. Determinación de los Coeficientes de fricción

i) Determinación del coeficiente de roce estático: μ_s

Para medir el coeficiente de roce estático μ_s se usa un método sencillo, pero algo delicado. Se colocará un bloque sobre una superficie rugosa que permite variar su ángulo θ de inclinación con la horizontal, como se muestra en la figura. El valor del ángulo de inclinación θ_c, para el cual el bloque comienza a deslizar, cumple con la relación:



$$\mu_s = \tan\theta_c \qquad (1)$$

De esta manera; si se mide este ángulo θ_c se puede determinar el coeficiente de roce estático

ii) Determinación del coeficiente de roce cinético: μ_k

Para medir el coeficiente de roce cinético μ_k , se hará uso del teorema del trabajo y la energía.

Las figuras , muestran dos cuerpos de masas $\mathbf{M_A}$ y $\mathbf{M_B}$, vinculados por medio de una cuerda de masa despreciable, la cual pasa por una polea de masa $\mathbf{m_p}$.

El sistema se coloca inicialmente en reposo con los cuerpos **A** y **B** en los puntos denotados con "1", de modo que **B** se encuentra a una altura **H** del suelo. Al dejar las masas en libertad, se aceleran desde la posición "1" hasta la posición "2" (pasando por las posiciones: 0,1,2,3,4,y 5), donde el cuerpo **B** se detiene. El desplazamiento de ambas masas, en esta primera etapa del movimiento es igual a **H** y, un instante antes de detenerse el cuerpo **B**, ambos tienen velocidad **V**.
Aplicando el teorema del trabajo y la energía, igualamos el trabajo hecho por la fuerza de roce a la variación de la energía mecánica.

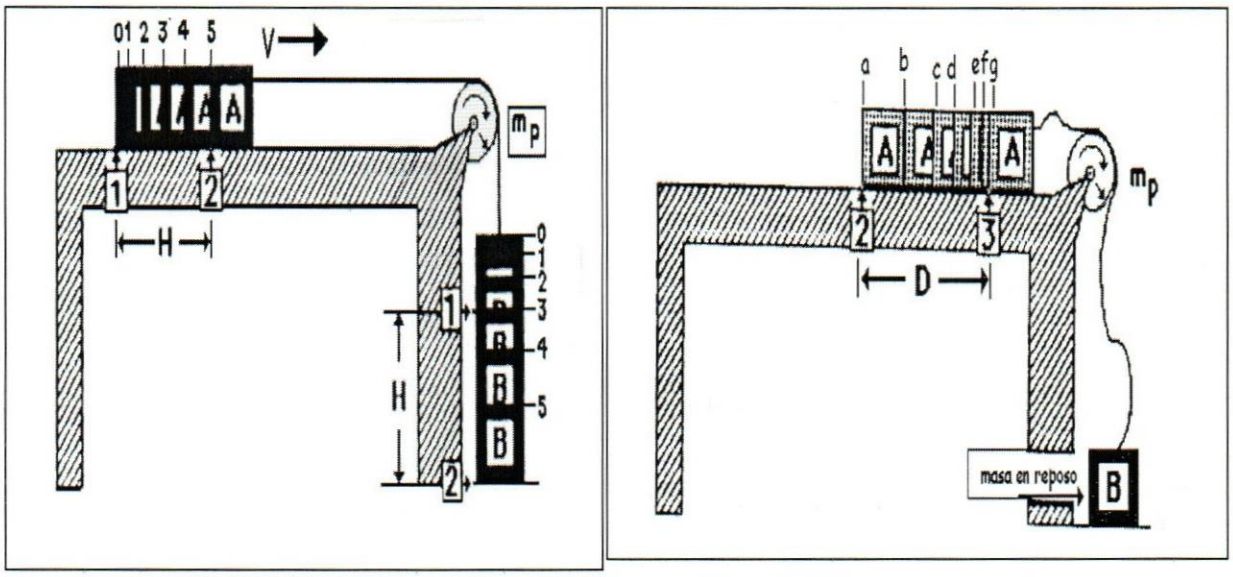
$$\mathbf{Trabajo}_{(roce)} = \Delta \mathbf{E}_{\text{cinética}} + \Delta \mathbf{E}_{\text{potencial}}$$

$$-\mu_k M_A Hg = \frac{1}{2}(M_A + M_B) \times V^2 + \frac{1}{2} I\omega^2 - M_B gH \qquad (2)$$

La energía cinética de la polea, $E_{c,p} = \frac{1}{2} I\omega^2$ es igual a:

$$E_{c,p} = \frac{1}{4} m_p \times V^2 \qquad (3)$$

En la segunda etapa del movimiento (ver figura), el cuerpo B, permanece en reposo mientras el A se mueve desde el punto "2" hasta el punto "3", (posiciones: a,b,c,d,e,f y g) donde se detiene, efectuando un desplazamiento adicional igual a D.



Por lo que, $$-\mu_k M_A g D = -\frac{1}{2} M_A V^2 \qquad (4)$$

De las ecuaciones: (2), (3) y (4) se deduce:

$$\mu_k = \frac{M_B H}{M_A H + D \times \left[(M_A + M_B) + \frac{1}{2} m_p \right]} \qquad (5)$$

Determinando a , m_p, M_A, M_B y las distancias H y D, se conocerá a μ_k

---

2.- Objetivos del Laboratorio

- Medir los coeficientes de roce: estático μ_s y, dinámico μ_k, para varias superficies y objetos en contacto.
- Verificar la dependencia del coeficiente de roce respecto al tipo de superficies en contacto, masa del objeto y área superficial
- Comprobar que para un mismo par de superficies en contacto; $\mu_k < \mu_s$

3.- Diseño Experimental

Antes de desarrollar cualquier experimento, es necesario realizar algunas actividades de prueba o exploratorias que tienen como objeto conocer el funcionamiento y respuesta del equipo montado para la experimentación, ésto permitirá optimizar su desempeño y decidir la forma en que se procederá. Lo primero es chequear el equipamiento requerido.

3.1 Equipos y Materiales

- Plano horizontal y con inclinación variable
- Regla graduada
- Cinta métrica
- Bloques de madera con diferentes tipos de superficies
- Balanza
- Soportes
- Cuerda y polea
- Dinamómetros
- Nivel de gota

3.2 Procedimiento Experimental

Actividad 1: **Determinación del coeficiente de roce estático sobre un plano horizontal**

Como cuerpos experimentales se entregarán dos tacos de madera a los que llamaremos M_1 y M_2, siendo M_1 el más liviano. Una de las superficies, de cada bloque, posee un recubrimiento de corcho o fieltro.

1. Disponga del montaje que se muestra en la figura #1
2. Coloque la masa M_1 sobre la plataforma, con la cara recubierta hacia abajo. El plano debe estar completamente horizontal.

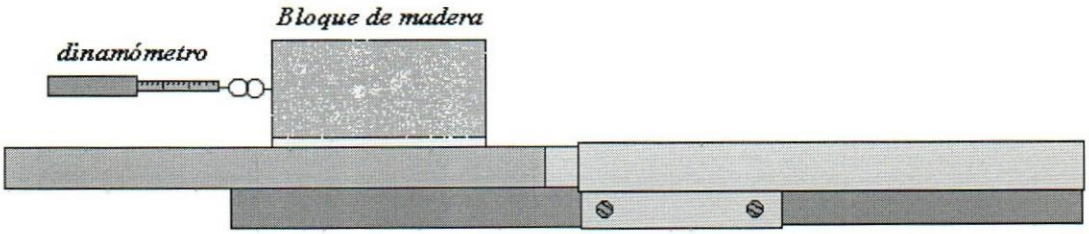


fig. 1.

3. Mediante un dinamómetro aplique una fuerza horizontal a M_1, como se muestra en la figura 1. Hale lentamente hasta que se produzca un movimiento. Anote el valor indicado por el dinamómetro justo en el momento en que la masa empieza a moverse.
4. Repita la experiencia 10 veces, cuidando que el punto donde se coloca la masa, sea siempre el mismo. Complete la tabla que se suministra
5. Repita los pasos 3 y 4 para:
   i) M_1 cara opuesta a la recubierta, sobre la plataforma
   ii) M_1 cara lateral, sobre la plataforma

   iii) M_1 cara recubierta sobre la mesa de trabajo.
   iv) M_2 cara recubierta, sobre la plataforma

6. Determine el peso de M_1 y M_2 , directamente con el dinamómetro.
7. Calcule el coeficiente de roce para cada caso.

<u>Actividad 2:</u> **Determinación del coeficiente de roce estático sobre un plano variable**

1) Disponga del montaje que se muestra en la figura #2
2) Tome nuevamente M_1 y colóquela sobre la plataforma con la cara recubierta hacia abajo, varíe lentamente el ángulo de inclinación, hasta que

la masa empiece a deslizar y anote el valor de lo catetos en ese momento (ver figura 2).

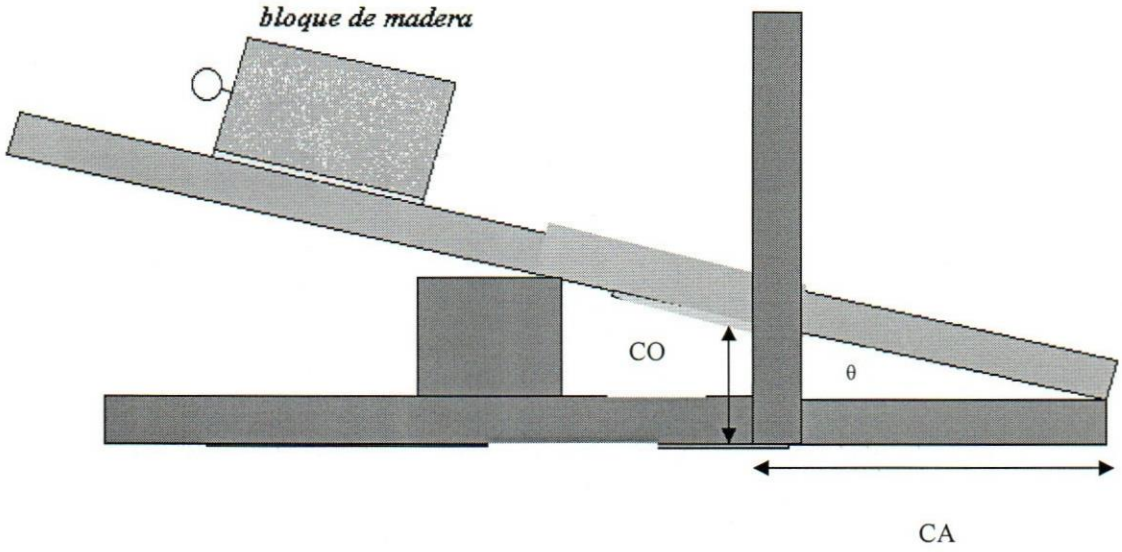


Figura 2. Arreglo sobre plano variable

3) Repita la experiencia 10 veces, cuidando que el punto donde se coloca la masa, sea siempre el mismo. Complete la tabla que se suministra

4) Repita el paso 2 y 3 para:
   i) M_1 cara opuesta a la recubierta
   ii) M_1 cara lateral
   iii) M_2 cara recubierta

5) Calcule el coeficiente de roce y su respectivo error para cada caso que se indica.

<u>Actividad 3:</u> **Determinación del coeficiente de roce dinámico sobre un plano horizontal**

1. Disponga del montaje que se muestra en la figura #3

2. Tome nuevamente M_1 , con la cara recubierta hacia abajo y colóquela sobre la plataforma, sosténgala sin presionar contra la mesa,.

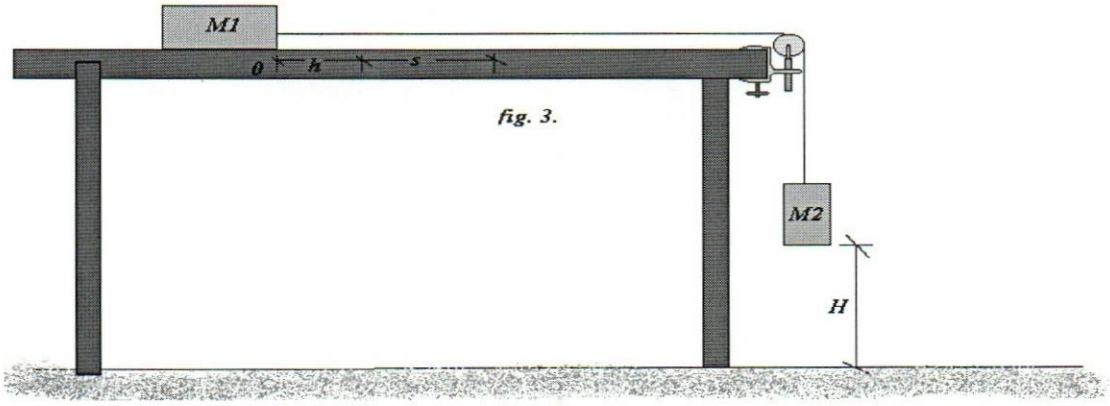


fig. 3.

3. Tome como origen "0" en el punto que se muestra en la figura 3.
4. Suelte M_1 y evite el rebote de M_2 al llegar al suelo.
5. Determine el valor de la distancia "s".
6. Repita los pasos 4 y 5 al menos 10 veces.
7. Calcule μ_k con su error, cuide que el punto donde se coloca la masa, sea siempre el mismo. Complete la tabla que se suministra

NOTA: Observe que mientras el cuerpo M_1 recorre la distancia H, se encuentra acelerado y existe una tensión en la cuerda. La tensión desaparece cuando M_2 llega al suelo, y M_1 desacelera hasta detenerse una distancia D = H + S.

4.- Cálculos y análisis de datos

Para cada una de las actividades asignadas, complete la tabla resumen respectiva, con los diferentes coeficientes de fricción obtenidos y sus respectivos errores. Esto permitirá una mejor comparación y análisis.

Experiencia I: M1 con cara recubierta en la plataforma

n	Fs (N)	μ_s= F / P	

μ_s = +/-

Experiencia 2: M1 con cara opuesta en la plataforma

n	Fs (N)	μ_s= F / P	

μ_s = +/-

Experiencia 3: M1 con cara lateral en la plataforma

n	Fs (N)	μ_s= F / P	

μ_s = +/-

Experiencia 4: M1 con cara recubierta en la mesa de trabajo

n	Fs (N)	μ_s= F / P	

μ_s = +/-

Experiencia 5: M2 con cara recubierta en la plataforma

n	Fs (N)	μ_s= F / P	

μ_s = +/-

Experiencia 6: M1 con cara recubierta en el plano inclinado

n	CA	CO	μ_s (CO / CA)

μ_s = +/-

Experiencia 7: M1 con cara opuesta en plano inclinado

n	CA	CO	μ_s (CO / CA)

μ_s = +/-

Experiencia 8: M1 con cara lateral en plano inclinado

n	CA	CO	μ_s (CO / CA)

μ_s = +/-

Experiencia 9: M2 con cara recubierta en la plano inclinado

n	CA	CO	μ_s (CO / CA)

μ_s = +/-

NOTA:

Para hallar el error del coeficiente de roce se utilizará la expresión para el error probable utilizada en la Práctica #1

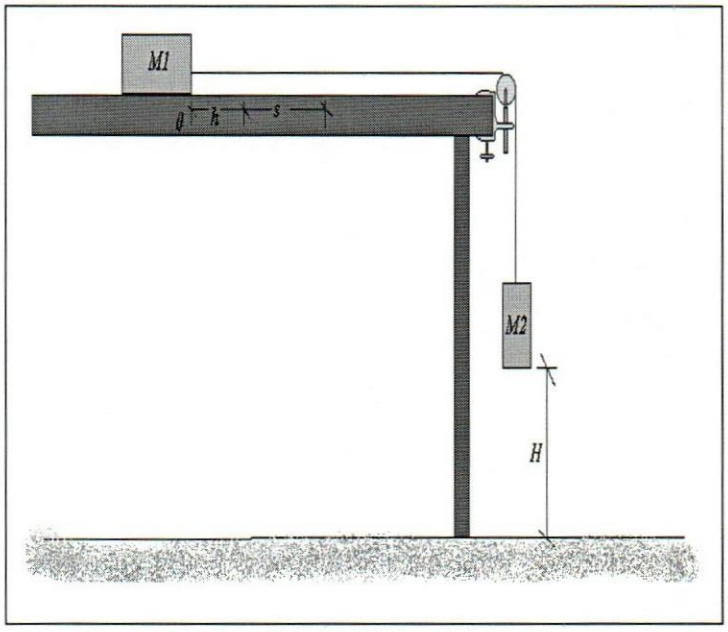
$$\Delta x = 3\sigma/\sqrt{n}$$

Donde,

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{N-1}\sum_{i=1}^{N}\left(\bar{x} - x_i\right)^2}$$

Experiencia 10: M1 con cara recubierta en el arreglo cinético de la actividad #3

n	H (cm)	H+S (cm)	S (cm)	μ_k
1				
2				
3				
4				
5				
6				
7				
8				
9				
10				



$$\mu_k = \frac{HM_2}{S(M_2 + M_1) + HM_1}$$

μ_k = +/-

5.- Asignación y Conclusiones

I.- ACTIVIDADES PREELIMINARES

1. Define los objetivos específicos de la práctica
2. Explica desde la perspectiva de la física, cual es el origen de la fuerza de roce o fricción y las Leyes que la rigen.
3. Describe brevemente los dispositivos experimentales que usarás
4. Indica las magnitudes físicas y otras cantidades que medirás directamente
5. Indica las magnitudes que medirás indirectamente
6. Demuestra la relación : $\mu_s = tan\theta_c$
7. Deduce la ecuación para el coeficiente de roce dinámico μ_k
8. Explica: ¿Por qué al deducir la relación no se tomó en cuenta la energía cinética de la polea?

II.- ACTIVIDADES EXPERIMENTALES

1. Elabora una tabla resumen de los valores obtenidos en cada experiencia
2. ¿Los valores obtenidos corroboran que el coeficiente de roce estático, entre las superficies evaluadas, es independiente del área de contacto?, ¿ y con respecto a las masas?
3. ¿ Cómo comparan los valores de roce estático obtenidos en la plataforma horizontal con los obtenidos en el plano inclinado?. ¿ Cuál de los dos métodos es más confiable?. ¿ por qué?
4. ¿Qué concluyes de tus respuestas a las dos preguntas anteriores?
5. ¿Los resultados experimentales, corroboran que el coeficiente de fricción cinética es menor o mayor que el de fricción estática?. Explica haciendo las comparaciones entre las actividades experimentales desarrolladas.
6. ¿Si tu respuesta a la pregunta anterior no es afirmativa. ¿A que crees que se debió esta discrepancia con la teoría.

UNIVERSIDAD CATÓLICA ANDRÉS BELLO-GUAYANA

Facultad de Ingeniería
Fisica Experimental

Práctica N° 8

Resorte Helicoidal

En nuestros estudios previos solo hemos abordado el movimiento de objetos que actúan bajo la influencia de una fuerza constante e invariable. Ese tipo de movimiento se describió calculando su posición y su velocidad en función del tiempo. En el mundo real, sin embargo, existen con frecuencia fuerzas variables, como por ejemplo , los péndulos oscilantes, el balance de los relojes, los diapasones, un resorte en espiral con masa oscilante y las columnas de aire en vibración de los instrumentos musicales. En estos casos y en muchos otros se requiere una descripción mas completa del movimiento provocado por una fuerza resultante que varía de una manera predecible.

Una fuerza que reúne las características anteriormente descrita, es una *fuerza elástica de restitución*, que se activa siempre que un objeto se modifica o deforma y es proporcional a la deformación que ha sufrido el objeto. Este tipo de fuerza fue primeramente descrita por Lord Hooke, un brillante físico Inglés, contemporáneo de Newton aunque su más acérrimo rival científico.

La Ley de Hooke rige a resortes y a otros cuerpos elásticos siempre que su deformación no sea demasiada grande. Bajo estas condiciones cuando la fuerza deja de actuar, el objeto vibra de un lado a otro con respecto a su posición de equilibrio.

Se dice que este tipo de ***movimiento*** es ***periódico*** porque la posición y la velocidad de las partículas en movimiento se repiten en función del tiempo. Si no hay pérdida de energía debido alguna fuerza resistiva, como la fricción, el

movimiento continuará indefinidamente. Un movimiento oscilatorio en ausencia de fricción se conoce como ***movimiento armónico simple (MAS)***.

Toda vibración mecánica se comporta como un oscilador armónico simple, en otras palabras, puede describirse en una forma que es matemáticamente idéntica a un sistema de osciladores armónicos, de aquí la importancia que tiene su estudio.

1.- Fundamentos Físicos

En la figura 1 se muestra un sistema físico muy común, el sistema lo constituyen: un resorte colgado verticalmente por uno de sus extremos a un soporte fijo, y una masa sujeta a él por su otro extremo. En este sistema es evidente que la fuerza varía con la posición .

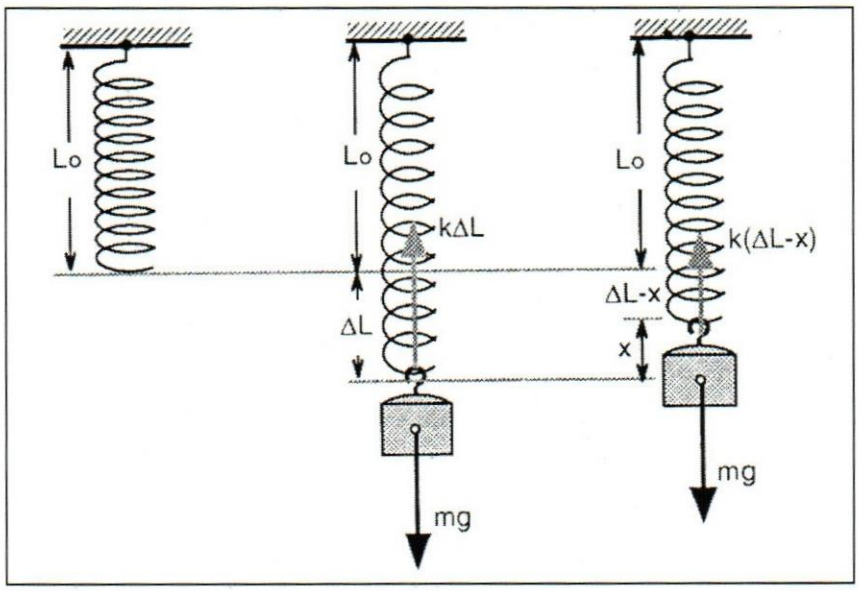


Figura 1

Por efecto de la fuerza ejercida por el peso ($p = mg$), el resorte cambia su longitud desde L_o, que es su longitud natural sin sufrir ninguna deformación, hasta un valor $L_o + \Delta L$. Se logra el equilibrio cuando la fuerza peso aplicada al resorte, es contrarrestada por la fuerza elástica F_e del mismo, la cual se opone a la deformación.

Una respuesta similar se produciría si la fuerza aplicada disminuyera la longitud L_0 en lugar de aumentarla, entonces; el resorte, también reaccionaría oponiéndose a la deformación y por ende a la fuerza externa.

Dentro de ciertos limites, cuando la deformación no es muy grande, la fuerza elástica F_e es proporcional a la deformación:

$$F_e = -k\Delta L \qquad (1)$$

el signo menos indica que la fuerza F_e se opone a la fuerza externa, esto caracteriza a las *fuerzas restitutivas.*

Estas fuerzas, siempre actúan en sentido opuesto a la deformación, es decir; en la dirección que restablece la condición inicial de equilibrio.

La constante de proporcionalidad K se conoce como "*constante elástica del resorte*" y representa su rigidez. La ecuación (1) se conoce como la "**Ley de Hooke**"

El comportamiento de los resortes dentro de la validez de la Ley de Hooke, permite usarlos como dinamómetros, ya que la deformación de un resorte de

Por efecto de la fuerza ejercida por el peso ($p = mg$), el resorte cambia su longitud desde L_o, que es su longitud natural sin sufrir ninguna deformación, hasta un valor $L_o + \Delta L$. Se logra el equilibrio cuando la fuerza peso aplicada al resorte, es contrarrestada por la fuerza elástica F_e del mismo, la cual se opone a la deformación.

Una respuesta similar se produciría si la fuerza aplicada disminuyera la longitud L_0 en lugar de aumentarla, entonces; el resorte, también reaccionaría oponiéndose a la deformación y por ende a la fuerza externa.

Dentro de ciertos limites, cuando la deformación no es muy grande, la fuerza elástica F_e es proporcional a la deformación:

$$F_e = -k\Delta L \qquad (1)$$

el signo menos indica que la fuerza F_e se opone a la fuerza externa, esto caracteriza a las *fuerzas restitutivas.*

Estas fuerzas, siempre actúan en sentido opuesto a la deformación, es decir; en la dirección que restablece la condición inicial de equilibrio.

La constante de proporcionalidad K se conoce como "*constante elástica del resorte*" y representa su rigidez. La ecuación (1) se conoce como la "**Ley de Hooke**"

El comportamiento de los resortes dentro de la validez de la Ley de Hooke, permite usarlos como dinamómetros, ya que la deformación de un resorte de constante elástica conocida, es una medida directa de la fuerza aplicada.

Para el caso de la masa que cuelga del resorte, este experimenta un estiramiento ΔL, y como en el equilibrio la fuerza F_e tiene igual magnitud que la fuerza ejercida por el peso (figura 1b).

$$Fe - mg = 0 \longrightarrow k\Delta L = mg \qquad (2)$$

y la posición de equilibrio se desplaza hasta ($L_0 + \Delta L$).

Ahora, supongamos que la masa se desplaza una distancia x por encima de la nueva posición de equilibrio (figura 1c), entonces la fuerza hacia arriba ejercida por el resorte es:

$$Fe = k(\Delta L - x)$$

y la fuerza neta sobre la masa:

$$F = k(\Delta L - x) - mg = -kx \qquad (3)$$

Esto demuestra que la fuerza restitutiva es siempre proporcional al desplazamiento *x* de la masa desde la *posición de equilibrio,* cualquiera que esta sea.

La Ley de Hooke deja de ser válida cuando la fuerza externa supera un cierto valor crítico, ***límite elástico***, el cual depende de la naturaleza del resorte. Para fuerzas mayores que este valor, la deformación es irreversible y el resorte no vuelve a recuperar su forma inicial.

En este caso, la relación entre F_e y la deformación *x* es muy compleja y depende de muchos factores, incluyendo la rapidez de deformación y la historia previa del sólido.

La ecuación (3) representa la Segunda Ley de Newton y teniendo que F = ma, ésta se puede escribir como:

$$m\frac{d^2x}{dt^2} = -kx \qquad (4)$$

La cual corresponde a la ecuación diferencial de un *movimiento armónico simple*, la cual tiene como una de sus soluciones:

$$x = A\cos(\omega t + \phi) \qquad (5)$$

donde A representa la amplitud de oscilación, ϕ es una constante que depende de la fase inicial del movimiento y, ω la velocidad angular de oscilación, la cual viene definida por, $\omega = 2\pi f$, siendo *f* la frecuencia de oscilación.

La demostración de lo anterior puede hacerse rescribiendo a la ecuación (4) y procediendo de la siguiente manera:

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{k}{m}x \qquad (6)$$

De esta manera, la ecuación (6) requiere que x sea una función determinada cuya segunda derivada sea la negativa de la propia función, excepto por el factor constante (k / m). Sin embargo, por el cálculo sabemos que la función seno o la función coseno, tienen esa propiedad. Así pues,

$$\frac{d}{dt}\cos t = -sent \qquad \text{y} \qquad \frac{d^2}{dt^2}\cos t = -\frac{d}{dt}sent = -\cos t$$

Esta propiedad no queda afectada si multiplicamos la función coseno por una constante A. Podemos expresar el hecho de que la función seno se comporta de igual forma y el que la ecuación (6) contiene un factor constante, escribiendo como una solución tentativa de la ecuación (6)

$$x = A\cos(\omega t + \phi)$$

y como $\cos(\omega t + \varphi) = \cos\varphi \cos\omega t - \operatorname{sen}\varphi \operatorname{sen}\omega t = a\cos\omega t + b\operatorname{sen}\omega t$

La constante φ permite cualquier combinación de las soluciones de seno y coseno. Por lo tanto con las, todavía , desconocidas constantes A, φ y ω, podemos escribir una solución tan general de la Ecuación (6) como podamos.
Para determinar estas constantes de tal manera que la ecuación (5) sea realmente la solución de la ecuación (6), diferenciemos dos veces la ecuación (5), respecto del tiempo. Tenemos entonces,

$$\frac{dx}{dt} = -\omega A sent(\omega t + \varphi) \qquad \frac{d^2x}{dt} = -\omega^2 A\cos(\omega t + \varphi)$$

sustituyendo estos resultados en la ecuación (6), obtenemos:

$$-\omega^2 A\cos(\omega t+\varphi) = -\frac{k}{m}A\cos(\omega t+\varphi)$$

De donde podemos concluir que :

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \qquad (8)$$

Y en consecuencia, se puede inferir que de hecho $x = A\cos(\omega t+\phi)$, es una solución de la ecuación del o*scilador armónico simple*

Adicionalmente, teniendo que $\omega = 2\pi / T$

Entonces, *el período de oscilación*: $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ (9)

Por otra parte, si se toma en cuenta la masa m_r del resorte, esta interviene en el movimiento como una ***masa equivalente*** $m_{eq} = \frac{1}{3}m_r$, entonces el sistema real se puede representar por medio de un resorte ideal (sin masa) y una masa efectiva igual a $m + \frac{1}{3}m_r$. El cual oscila con un período:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m+\frac{1}{3}m_r}{k}} \qquad (10)$$

Si se eleva al cuadrado la ecuación (10) se obtiene que T^2 en función de *m*, es una recta de ecuación:

$$T^2 = \left(\frac{4\pi^2}{k}\right)m + \left(4\pi^2\frac{m_r}{3k}\right) \qquad (11) \qquad T^2 = M_1 m + B \qquad (12)$$

cuya pendiente y punto de intersección con el eje y, son respectivamente:

$$M_1 = \frac{4\pi^2}{k} \qquad (13) \qquad\qquad B = \frac{4\pi^2}{3k} m_r \qquad (14)$$

Si se mide el período de oscilación T para diferentes valores de m, de la pendiente M_1 correspondiente a la recta $T^2 = f(m)$, se puede obtener el valor de K y, una vez conocida K, la masa del resorte m_r, y la masa equivalente m_e, se pueden, encontrar por medio de la constante B.

La ecuación (2) muestra que el estiramiento ΔL, también está relacionado linealmente con la masa m

$$\Delta L = \frac{g}{k} m \qquad (15) \qquad\qquad \Delta L = M_2 m \qquad (16)$$

de modo que la pendiente M_2 permite calcular la aceleración de gravedad g, una vez conocida la constante elástica k.

2.- Objetivos del Laboratorio

- Estudiar el movimiento armónico simple mediante un sistema masa-resorte.
- Determinar la rigidez de un resorte, a través de la determinación de la constante de elasticidad K.
- Determinar la masa equivalente m_e de un resorte, que oscila armónicamente.
- Medir la aceleración debido a la gravedad g

3.- Diseño Experimental

Antes de desarrollar cualquier experimento, es necesario realizar algunas actividades de prueba o exploratorias que tienen como objeto conocer el funcionamiento y respuesta del equipo montado para la experimentación.

3.1 Equipos y Materiales

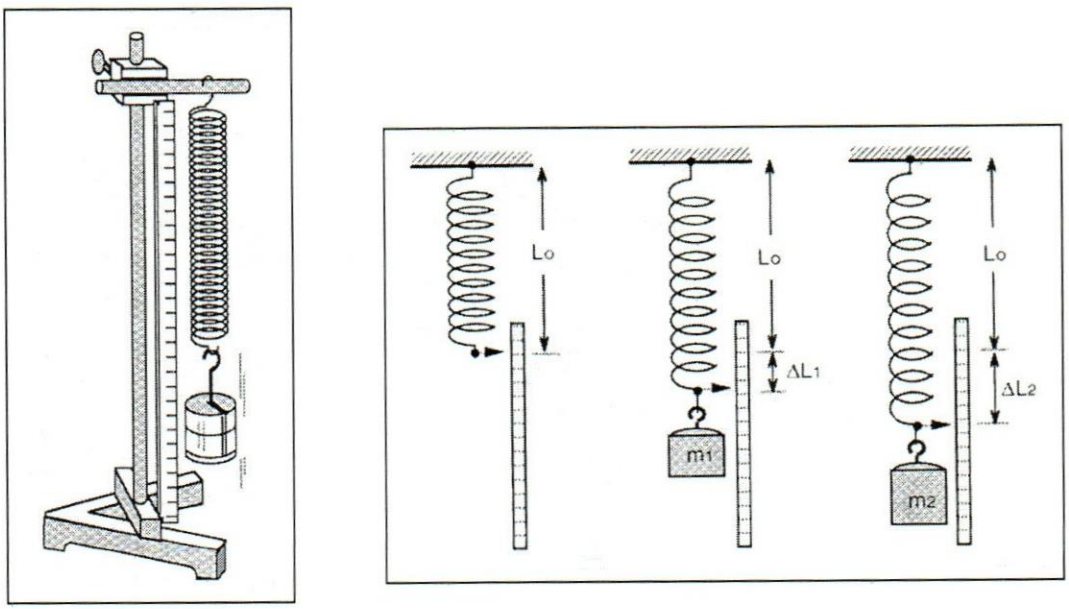
- Un juego de resortes helicoidales con soporte
- Regla graduada
- Cronómetro
- Juego de pesas
- Balanza
- Cinta métrica
- Cinta adhesiva
- Soportes
- Dinamómetros

3.2 Procedimiento Experimental

Como cuerpos experimentales se te entregará un juego de masas, lo cual permitirá ir aumentando gradualmente la fuerza sobre el resorte seleccionado. Adicionalmente, tendrás un juego de tres resortes con diferentes coeficientes de elasticidad, los cuales debes tratar de determinar según la metodología descrita en la sección anterior.

1. Disponga del montaje que se muestra en la figura #2

Fig. 2



Actividad 1: **Determinación de la constante elástica K de resorte (método estático)**

Para medir la constante de elasticidad K medirás el estiramiento ΔL de cada uno de los resortes que se suministran. Para ello, aplica el siguiente procedimiento:

1. Sin que cuelgue del resorte masa alguna, determina la posición de su extremo libre, este valor representa a L_o.
2. Coloca en el resorte una masa del primer valor que se te indica en la Tabla 1
3. Lentamente lleva la masa hasta su posición de equilibrio (evita que oscile)
4. Mide el estiramiento del resorte ΔL, a partir de la posición sin deformar.
5. Anota tu medida en el lugar correspondiente de la Tabla 1
6. Retira la masa.
7. Repite los pasos del 2 al 6, para la siguiente masa, según el orden y valor indicado en la tabla 1
8. Elabora una gráfica (gráfica 1) de ΔL en función de la masa (m) y estima el valor de la pendiente
9. Repite el procedimiento para los otros dos resortes.
10. **No te olvides** de determinar la **masa** de cada uno de los **resortes** utilizando la balanza del laboratorio

Actividad 2: **Determinación de g (Método estático)**

Para medir la aceleración debido a la gravedad g, medirás el estiramiento ΔL de uno de los resortes sometidos a evaluación en la actividad anterior, y del cual ya conoces su constante de elasticidad (K). Para ello, aplica el siguiente procedimiento:

1. Sin que cuelgue del resorte masa alguna, determina la posición de su extremo libre, este valor representa a L_o.
2. Coloca en el resorte una masa del primer valor que se te indica en la Tabla 2
3. Lentamente lleva la masa hasta su posición de equilibrio (evita que oscile)
4. Mide el estiramiento del resorte ΔL, a partir de la posición sin deformar.
5. Anota tu medida en el lugar correspondiente de la Tabla 2
6. Retira la masa.
7. Repite los pasos del 2 al 6, para la siguiente masa, según el orden y valor indicado en la tabla 2
8. Elabora una gráfica (gráfica 2) de ΔL en función de la masa (m) y estima el valor de la pendiente

Actividad 3: **Determinación de la masa equivalente m_e de un resorte que oscila armónicamente.**

Para medir la masa equivalente m_e de un resorte que oscila armónicamente, medirás el periodo de oscilación de uno de los resortes sometidos a evaluación en la actividad 1. Para ello, aplica el siguiente procedimiento:

1. En el dispositivo mostrado en la figura 2, coloca una a una las masas que se te indican en la Tabla 3.
2. Pon el resorte a oscilar con la masa. Estira el resorte una cantidad menor a dos centímetros y suéltalo con cuidado. Las oscilaciones deben ser puramente verticales.
3. Mide el tiempo de 30 oscilaciones
4. Anota el tiempo medido en el lugar correspondiente de la Tabla 3. Lo cual te permitirá determinar el periodo (T) de oscilación para la masa utilizada.
5. Repite el procedimiento para todas las masas indicadas en la tabla 3.

5.- Cálculos y análisis de datos

Actividad 1: **Determinación de la constante elástica K del resorte (método estático)**

A partir de los datos recogidos en la tabla 1, realiza un gráfico (gráfico 1, puedes usar la misma gráfica para los tres resortes) de ΔL en función de m Adicionalmente, implementa el análisis de correlación lineal para encontrar la pendiente M_2, de la recta que mejor se ajuste a tus medidas de ΔL en función de m, y con el valor de esta pendiente se determinará K.

TABLA 1

Resorte 1

Masa (gr)	0	30	50	80	100	120	150	200	250	300	350
L (cm)											
$\Delta L(cm)$											

Resorte 2

Masa (gr)	0	30	50	80	100	120	150	200	250	300	350
L (cm)											
$\Delta L(cm)$											

Resorte 3

Masa (gr)	0	30	50	80	100	120	150	200	250	300	350
L (cm)											
$\Delta L(cm)$											

El error de M_2 (ΔM_2) estará dado por el error estándar, y por medio de este último, se estimará el error de la constante de elasticidad (Δk)

$$g = M_2 k \qquad (19) \qquad\qquad \frac{\Delta k}{k} = \left|\frac{\Delta M_2}{M_2}\right| + \left|\frac{\Delta g}{g}\right| \qquad (20)$$

El valor de g que utilizarás será el valor aceptado de la **aceleración de gravedad**, para la ubicación geográfica de la universidad, el cual es: $\mathbf{g_a}$ = (9.782 ± 0.002) m/s^2

M_2 = [ ] (ΔM_2) = [ ]

k = [ ] (Δk) = [ ]

k = [+ / -]

Actividad 2: **Determinación de g (Método estático, para un solo resorte)**

Nuevamente, partir de los datos recogidos en la tabla 2, realiza un gráfico (gráfico 2) de ΔL en función de m, adicionalmente, implementa el análisis de correlación lineal para encontrar la pendiente M_2, de la recta que mejor se ajuste a tus medidas de ΔL en función de m, y con el valor de esta pendiente se determinará ***g***.

$\mathbf{g_a}$ = (9.782 ± 0.002) m/s^2 Diferencia porcentual = $\left|\frac{g_a - g}{g_a}\right| \times 100$ = [ ]

M_2 = [ ] (ΔM_2) = [ ]

g = [ ] (Δg) = [ ]

Actividad 3: **Determinación de la masa equivalente m_e de un resorte que oscila armónicamente.**

Finalmente, a partir de los datos recogidos en la tabla 3, realiza un gráfico (gráfico 3) de T^2 en función de m . Con estos datos, implementa un análisis de correlación lineal para encontrar la pendiente M_1 de la recta que mejor se ajuste a tus medidas de T^2 en función de m. La constante B de esa misma recta, permite calcular m_r.

La constante elástica K y la masa equivalente m_e, se medirán indirectamente, a partir del periodo de las oscilaciones armónicas del sistema masa - resorte.

TABLA 3

Masa (gr)	20	40	60	80	100	120	160	200	240	280	
t (s)											
T (s)											
T^2 (s^2)											

Teniendo que:

$$k = \frac{4\pi^2}{M_1} \qquad (15) \qquad\qquad m_r = \frac{3kB}{4\pi^2} \qquad (16)$$

Los errores, tanto de M_1, (ΔM_1) como de B, (ΔB), serán estimados por medio de sus respectivos errores estándar. Así; los errores relativos de k y de m_r estarán dados por:

$$\frac{\Delta k}{k} = \frac{\Delta M_1}{M_1} \quad (17) \qquad\qquad \frac{\Delta m_r}{m_r} = \left|\frac{\Delta k}{k}\right| + \left|\frac{\Delta B}{B}\right| \quad (18)$$

k = | + / - |

m_r = | + / - |

m_e = | + / - |

NOTA: Mientras no estés midiendo no dejes ninguna masa colgada en el resorte.

6.- Asignación y Conclusiones

I.- ACTIVIDADES PREELIMINARES

1. Define los objetivos específicos de la práctica
2. Describe brevemente el dispositivo experimental que usarás
3. Indica las magnitudes físicas que medirás directamente
4. Indica las magnitudes físicas que medirás indirectamente
5. Indica cual es la magnitud física de mayor interés en el experimento
6. Explica brevemente en que consiste el análisis de correlación lineal
7. Demuestra que la ecuación (5) es solución de la ecuación diferencial (4)
8. Deduce la relación (8) y (9)

II.- ACTIVIDADES EXPERIMENTALES

1. A partir de la grafica 1, ¿Qué opinas del tipo de función que se establece entre ΔL y m?. Escribe la relación funcional.

2. A partir de la grafica 2 y de los valores obtenidos, ¿Qué opinas de la diferencia porcentual entre los valores de g y g_a? ¿Crees que es grande o, más bien, pequeña? Responde en función de los errores de ambas cantidades

3. ¿Qué se puede concluir al comparar los dos valores de K obtenidos experimentalmente , de las actividades 1 y 3?

4. A partir del análisis de la gráfica 3, ¿ qué tipo de función se establece ? , ¿ Qué relación hay entre la masa del resorte y la masa equivalente obtenida experimentalmente?. ¿ Se comprueba la premisa considerada en la teoría?

6. ¿Por qué no puedes realizar el experimento con masas de cualquier valor?

7.- ¿Dependen los periodos de oscilación del valor de la aceleración de gravedad?. Explica

UNIVERSIDAD CATÓLICA ANDRÉS BELLO-GUAYANA

Facultad de Ingeniería
Física Experimental

Práctica N° 9

Péndulo Simple

Un péndulo es todo dispositivo formado por un objeto suspendido desde un punto fijo y que oscila de un lado a otro bajo la influencia de la gravedad. El péndulo más sencillo , es el llamado *péndulo simple*, en el cual puede considerarse que toda la masa del dispositivo está concentrada en un punto del objeto oscilante, y dicho punto se mueve confinado en un plano.

El principio del péndulo fue descubierto por Galileo, quien estableció que el periodo de la oscilación de un péndulo de una longitud dada, puede considerarse independiente de su amplitud, es decir, de la distancia máxima que se aleja el péndulo de la posición de equilibrio. Galileo indicó las posibles aplicaciones de este fenómeno llamado *isocronismo*, o medición del tiempo. Sin embargo, como el movimiento del péndulo depende de la gravedad, su período varía con la localización geográfica, puesto que la gravedad es más o menos intensa según la latitud y la altitud. Por ejemplo, el periodo de un péndulo dado será mayor en la cima de una montaña que a nivel del mar. Por eso un péndulo permite determinar con precisión la aceleración local de la gravedad

El propósito de este experimento es analizar el comportamiento de un péndulo simple ante la variación de la longitud de la cuerda que lo sostiene, el ángulo de deflexión respecto a su posición de equilibrio y su masa. Para ello, se medirá el período (***T***) en distintas ocasiones. Esto se realizará variando dichos parámetros por separado, es decir, se realizará una medición donde se varía el largo de la cuerda y otra en donde se varía la masa , manteniendo las demás variables constantes. Con los datos obtenidos, se realizará un análisis gráfico. El

mismo permitirá averiguar la expresión analítica que relaciona dichos parámetros y el período de oscilación.

1.- Fundamentos Físicos

En la figura 1 se muestra el sistema físico conocido como péndulo simple, éste no es más que otro sistema que presenta movimiento periódico. Consiste de una plomada de masa m suspendida por una cuerda ligera de longitud L, donde el extremo superior de la cuerda está fijo.

El movimiento ocurre en un plano vertical y se impulsa por la fuerza de gravedad. Se mostrará, que siempre y cuando el ángulo "α" sea pequeño (menor a aproximadamente 10°) el movimiento es el de un oscilador armónico simple.

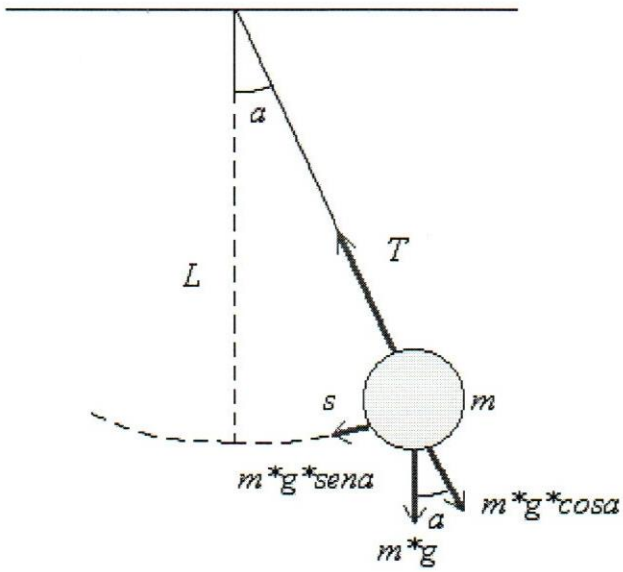


Figura 1. Péndulo simple

Las fuerzas que actúan sobre la plomada son: la fuerza "T" ejercida por la cuerda y la fuerza gravitacional m·g. La componente tangencial de la fuerza gravitacional, m·g·senα, actúa siempre opuesta al desplazamiento, por consiguiente, la fuerza tangencial es una fuerza restauradora a la cual se le puede aplicar la Segunda Ley de Newton para el movimiento, en la dirección tangencial:

$$\Sigma F_t = - m \cdot g \cdot sen\alpha = m \frac{d^2 s}{dt^2} \qquad (1)$$

donde, L es la longitud de la cuerda y s es el desplazamiento de la plomada medido a lo largo del arco. El signo menos indica que la fuerza tangencial actúa hacia la posición de equilibrio (vertical).

Puesto que $s = L \cdot \alpha$ y L es constante, la ecuación (1) se reduce a:

$$\frac{d^2\alpha}{dt^2} = -(\frac{g}{L}) sen\alpha \qquad (2)$$

El lado derecho es proporcional al senα en lugar de α; por tanto, con senα presente, no se esperaría un movimiento armónico simple, debido a que ésta expresión no es de la misma forma a la ecuación de la Onda ;

$$\frac{d^2 x}{dt^2} = -\omega^2 x \qquad (3).$$

Sin embargo, si se supone que α es pequeño, entonces, se puede utilizar la aproximación senα = α; en consecuencia, la ecuación de movimiento para el péndulo simple se vuelve:

$$\frac{d^2\alpha}{dt^2} = -(\frac{g}{L})\alpha \qquad (4)$$

Ahora si se tiene una expresión de la misma forma que la ecuación 1 y se concluye que el movimiento para pequeñas amplitudes de oscilaciones es armónico simple. Es por esta razón que el ángulo de deflexión no debe superar los 10°. Para una amplitud mayor , la aproximación implementada, no se cumple.

En consecuencia, la amplitud de la oscilación (A) , para cualquier momento de la oscilación puede escribirse como : (ver Práctica #7 por una justificación más rigurosa)

$$A = A_{max} \cos(\omega t+\varphi),$$

donde A_{max} es el desplazamiento angular máximo y ω es la velocidad angular de la oscilación, que puede obtenerse comparando directamente las ecuaciones (3) y (4)

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{L}}. \qquad (5)$$

Adicionalmente, el periodo del movimiento esta definido por:

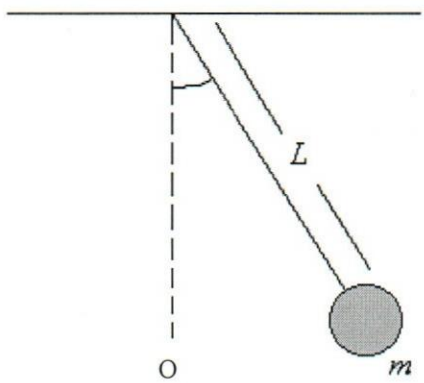
$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} \qquad (6)$$

En otras palabras, el periodo y la frecuencia de un péndulo simple dependen sólo de la longitud de la cuerda y de la aceleración debido a la gravedad.

Demostración experimental:

Se ha definido al péndulo simple como una masa puntual suspendida mediante una cuerda sin masa e inextensible (ver figura 2) que oscila alrededor de un punto de equilibrio "O".

Figura 2



Es obvio que estas condiciones no se cumplen en el caso real. Sin embargo, es posible acercarse a ellas utilizando materiales y geometrías adecuadas.

Es interesante ver de que factores depende el periodo de oscilación del péndulo simple. Por supuesto, la aceleración de gravedad debe influir en el movimiento. Otros factores serían la longitud de la cuerda, el arco descrito en las oscilaciones y la masa del péndulo.

En ésta práctica supondremos que no conocemos como se relaciona el periodo de oscilación con los parámetros señalados, y trataremos de hallar empíricamente la dependencia existente.

Para lograr nuestro propósito, se harán diversas mediciones del tiempo de oscilación en función de la variación de cada uno de los parámetros, manteniendo los otros constantes. Luego se graficarán los datos a fin de observar la forma de la relación. En particular, se debe obtener que la dependencia del periodo con la longitud de la cuerda es de la forma:

$$T = K \cdot L^n \qquad (2)$$

Donde K y n son constantes a determinar experimentalmente.

2.- Objetivos del Laboratorio

- Estudiar el movimiento armónico simple mediante la utilización de un péndulo simple

- Aplicar el método experimental para estudiar el periodo de oscilación de un péndulo y su dependencia con la masa del péndulo, la longitud de la cuerda y el ángulo de deflexión o amplitud

- Encontrar las relaciones empíricas entre el período de un péndulo simple y las variables mencionadas.

- Calcular el valor del módulo de la aceleración gravitatoria *g*.

3.- Diseño Experimental

Antes de desarrollar cualquier experimento, es necesario realizar algunas actividades de prueba o exploratorias que tienen como objeto conocer el funcionamiento y respuesta del equipo montado para la experimentación, esto permitirá optimizar su desempeño y decidir la forma en que se procederá. Lo primero es chequear el equipamiento requerido.

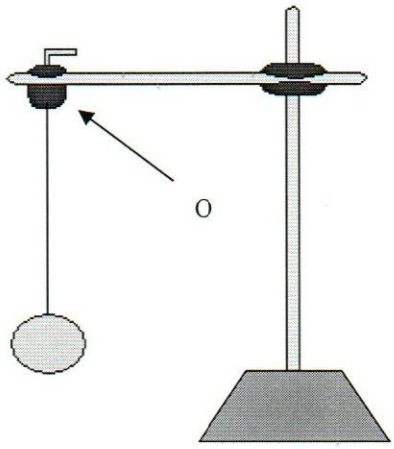
3.1 Equipos y Materiales

- Un juego de masas pendulares
- Regla graduada
- Cronómetro
- Hilo de Nylon.
- Papel y lápiz.
- Balanza
- Cinta métrica
- Transportador.
- Soportes

3.3 Procedimiento Experimental

La figura 3 muestra el péndulo a utilizar en nuestras experiencias. Para obtener los resultados adecuados, tenga presente lo siguiente:

Figura # 3



- La longitud del péndulo se mide desde el punto de apoyo "O" al centro de la masa.

- Es importante medir la longitud del péndulo cuando ya está instalado y cuelga verticalmente, para minimizar errores causados por un posible estiramiento de la cuerda.

- En lo posible, trate que las oscilaciones se produzcan en un mismo plano.

Actividad 1: **Dependencia con la masa**

Para estudiar la dependencia del periodo de un péndulo con respecto a la masa, se deja constante el largo del hilo y se varían las masas, se intenta obtener por medio de la observación directa alguna relación lógica entre ambas.

- Para evaluar si el periodo de un péndulo depende de la masa suspendida, se dispondrá por lo menos de tres esferas de diferentes masas. Determine el valor de cada masa mediante la balanza del laboratorio. Reporte en la Tabla 1

- Elija una esfera cualquiera. Usando una longitud de 80 cm. y un arco de 10°, mida el tiempo necesario para que el péndulo oscile 25 veces. Repita la operación tres veces. Reporte en la Tabla 1

- Repita la operación con las otras esferas cuidando que el arco de oscilación y la longitud sean iguales que para la primera masa.

- Calcule el periodo de oscilación para cada caso, tabule los datos obtenidos en la Tabla 1

m (gr)	t_1 (s)	t_2 (s)	t_3 (s)	$\bar{t}$ (s)	T(s)

Tabla #1

Actividad 2: **Dependencia del arco de oscilación**

Para estudiar la dependencia del periodo de un péndulo con respecto al ángulo de desviación, se deja constante la longitud del hilo, se utiliza una masa constante, y se varia el ángulo de desviación. Proceda de la siguiente manera:

- Con la masa intermedia y una longitud de 80 cm. mida el tiempo de oscilación para las amplitudes angulares que se indican en la tabla #2, considere 25 oscilaciones.

- Calcule el periodo de oscilación en cada caso y tabule resultados.

- Realice un gráfico de periodo en función de amplitud, en papel milimetrado.

θ (°)	t_1 (s)	t_2 (s)	t_3 (s)	$\bar{t}$ (s)	T(s)
5					
10					
15					
20					
25					
30					
40					
50					

Tabla #2

Actividad 3: **Dependencia de la longitud**

Para estudiar la dependencia del periodo de oscilación de un péndulo con respecto a la longitud del péndulo, se deja constante la masa del objeto y se utiliza un solo ángulo de desviación (10°). Con los datos obtenidos se realizan los gráficos de ***T*** en función de la longitud del péndulo, tanto en escalas logarítmicas como lineales. También se realiza el gráfico de T^2 en función de ***L***.

Proceda de la siguiente manera:

- Para cada una de las longitudes que se indican en la Tabla #3 , determine el tiempo necesario en completar 25 oscilaciones, utilice una amplitud de 10°

- Calcule el periodo en cada caso, así como el valor de T^2 y tabule los resultados.

- Realice un gráfico del periodo (**T**) en función de la longitud del péndulo (L), en **papel milimetrado, Gráfica #2**.

- Realice un gráfico del periodo (**T**) en función de la longitud del péndulo (L), en **papel semilogarítmico, Gráfica #3**.

- Realice un gráfico del periodo (**T**) en función de la longitud del péndulo (L), en **papel logarítmico, Gráfica #4**

- Realice un gráfico de T^2 en función de la longitud del péndulo (L), en **papel milimetrado, Gráfica #5**.

L (cm)	t_1 (s)	t_2 (s)	t_3 (s)	$\bar{t}$ (s)	T(s)	T^2(s)
10						
20						
30						
40						
50						
60						
70						
80						

Tabla #3

5.- Cálculos y análisis de datos

5.1 Experiencia I: Masa variable (m)

Para estudiar la dependencia del periodo de un péndulo con respecto a la masa, se dejó constante la longitud del hilo y se variaron las masas, se intentaba obtener, por medio de la observación directa, alguna relación lógica entre ambas. ¿ Qué conclusiones puedes realizar a partir del análisis hecho en la experiencia I, Tabla 1

_____

_____

5.2 Experiencia II : Ángulo de desviación variable (θ)

1.- Haciendo uso de una hoja de papel milimetrado realizaste un gráfico de ángulo de desviación Vs. Periodo , **θ vs. T. (gráfico #1)**

¿Qué tipo de gráfica se genera? _____

¿ Qué conclusiones puedes realizar a partir del análisis hecho en la experiencia 2, gráfica 1

_____

_____

5.3 Experiencia III : Dependencia de la longitud:

Mediante el análisis de los gráficos 2, 3, 4 y 5 se averigua si las curvas se ajustan a alguna función en particular. De la gráficas en cuestión, se debe escoger a cual se aplicará el método de correlación lineal , para luego determinar sus coeficientes y así proceder a determinar la expresión analítica que relaciona los parámetros en cuestión.

1.- Haciendo uso de una hoja de papel milimetrado realizaste un gráfico de T Vs. L , **(gráfico #2)**

¿Qué tipo de gráfica se genera? _____

2.- Haciendo uso de una hoja de papel semilogarítmico realizaste el gráfico de T Vs. L **(gráfico #3)**

¿Qué tipo de gráfica se genera? _____

3.- Haciendo uso de una hoja de papel logarítmico realizaste el gráfico de T Vs. L **(gráfico #4)**

¿Qué tipo de gráfica se genera? _____

4.- Haciendo uso de una hoja de papel milimetrado realizaste un gráfico de T^2 Vs. L , **(gráfico #5)**

¿Qué tipo de gráfica se genera? _____

5.- A fin de poder utilizar el **método de los mínimos cuadrados** (función lineal), se debe "rectificar", la función anterior, de la misma manera como hicimos en el Laboratorio #3 (Graficación de funciones). La ecuación "rectificada" sería de la forma:

$$y_i = nx_i + c$$

En donde,

$y_i =$

$x_i =$

$c =$

$n =$

6.- Construya la tabla # 4, a partir de los datos de la tabla #3 y la conversión logarítmica necesaria, a fin de aplicar el método de los mínimos cuadrados y determinar el valor de las constantes ***K*** y ***n***.

	x_i	y_i	$x_i * y_i$	x_i^2
Σ				

Tabla #4

7.- Los valores determinados por el método de los mínimos cuadrados son:

$n =$

$K =$

Se puede concluir que la función que relaciona al periodo de oscilación de un péndulo simple con la longitud del péndulo es:

$$T = (\quad)L^{(\quad)}$$

8.- Haga una comparación entre la K obtenida experimentalmente y la teórica, que se obtiene de la ecuación (5)

_____

_____

9.- Determine el valor de g experimental con su respectivo error. Apóyese en la ecuación (6) para encontrar la relación entre g y *K*

El valor de *g* que midas, será comparado, por medio de la diferencia porcentual, con el valor aceptado de la aceleración de gravedad, para la ubicación geográfica de la universidad, el cual es:

$\mathbf{g_a} = (9.782 \pm 0.002)\ \mathrm{m/s^2}$ Diferencia porcentual $= \left|\dfrac{g_a - g}{g_a}\right| \times 100 =$ [ ]

g = [ ] (Δg) = [ ]

g = [+ / -]

6.- Asignación y Conclusiones

I.- ACTIVIDADES PREELIMINARES

1. Define los objetivos específicos de la práctica
2. Describe brevemente el dispositivo experimental que usarás
3. Indica las magnitudes físicas que medirás directamente
4. Indica las magnitudes físicas que medirás indirectamente
5. Demuestra que la ecuación (5) es solución de la ecuación diferencial (4)

II.- ACTIVIDADES EXPERIMENTALES

1. A partir del análisis de la actividad 1, ¿Qué opinas del tipo de función que se establece entre T y m?..

2.-A partir de la grafica 1, ¿Qué opinas del tipo de función que se establece entre T y θ?. Escribe la relación funcional.

3.- A partir de las graficas 2, 3, 4 y 5 ¿Qué opinas del tipo de función que se establece entre T y *L* ?. Escribe la relación funcional.

4.- A partir del análisis realizado a las graficas 4 y 5, ¿ existe similitud entre los resultados obtenidos. Explique.

5.- A partir del análisis realizado, ¿Qué opinas de la diferencia porcentual entre los valores de g y g_a? ¿Crees que es grande o, más bien, pequeña?

6.- A partir del análisis sobre todas las actividades realizadas, ¿podrá concluirse que las siguientes leyes del péndulo se cumplen?, comente.

- El período de un péndulo es independiente de su amplitud
- El período de un péndulo es independiente de su masa
- El período de un péndulo es directamente proporcional a la raíz cuadrada de longitud.
- El período de un péndulo es inversamente proporcional a la raíz cuadrada de la aceleración de la gravedad

UNIVERSIDAD CATÓLICA ANDRÉS BELLO-GUAYANA

Facultad de Ingeniería
Física Experimental

Práctica N° 10

Péndulo Físico

Suponga usted que equilibra una camisa en un gancho de alambre de forma que esté suspendido por su dedo índice extendido. Cuando uno le da al gancho un pequeño desplazamiento (con su otra mano) y luego lo suelta, el gancho oscila. Si un objeto, ***cuerpo rígido***, colgante oscila alrededor de un eje fijo que no pasa por su *centro de masa*, y el objeto no puede aproximarse como una masa puntual, no se puede tratar el sistema como un péndulo simple. En este caso el sistema recibe el nombre de ***péndulo físico.*** Por ***cuerpo rígido*** se entiende un cuerpo con una forma definida, que no cambia, de modo que las partículas que lo componen permanecen en posiciones fijas entre sí. Naturalmente, cualquier cuerpo real es capaz de vibrar o deformarse cuando se ejerce una fuerza sobre el, pero estos efectos suelen ser muy pequeños, por lo cual el concepto del cuerpo rígido ideal es muy útil como aproximación.

En las prácticas anteriores nos hemos ocupado en diferentes experimentos de analizar el movimiento traslacional de un cuerpo, ahora en esta práctica concentraremos nuestra atención en el movimiento ***puramente rotacional*** de un cuerpo rígido. Específicamente, volcaremos nuestra atención en evaluar la influencia del tamaño y la forma del objeto en algunas variables rotacionales como el periodo de oscilación, lo cual nos permitirá evaluar el ***momento de inercia*** de algunos objetos respecto a un eje de rotación.

En este sentido, consideraremos al *movimiento puramente rotacional* como aquel mediante el cual todos los puntos de un cuerpo describen círculos, como

los que ocurren en un péndulo físico, de modo que los centros de cada uno de estos puntos forman una recta llamada ***eje de rotación.***

1.- Fundamentos Físicos

1.1 Péndulo físico

El péndulo físico lo conforma cualquier objeto colgante que oscila alrededor de un eje fijo que no pasa por su centro de masa, donde el objeto no puede aproximarse a una masa puntual, es decir, es un cuerpo rígido el cual oscila libremente bajo acción de la gravedad.

En el cuerpo de la figura 1, el eje horizontal que pasa por el punto O se denomina *centro de suspensión*. Adicionalmente, CM es el centro de masa del cuerpo. Cuando el cuerpo es apartado de su posición de equilibrio, la línea O-CM forma un ángulo θ con la vertical.

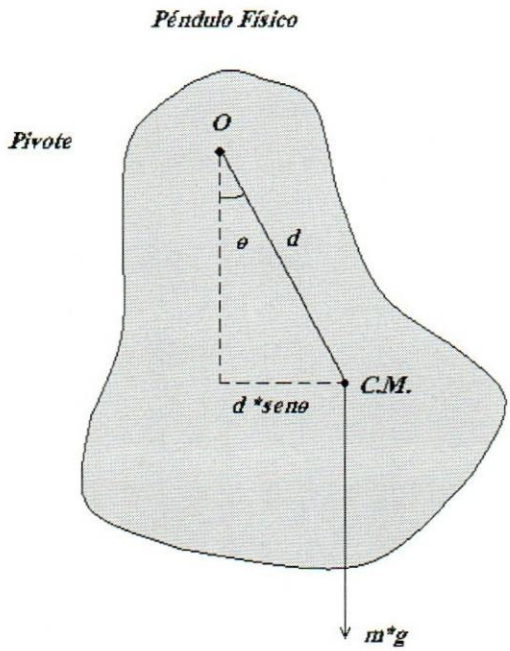


Figura 1

El momento actuante sobre el cuerpo en esa posición es:

$$M = -m.g.d.sen\theta \qquad (1)$$

donde,

- d es la distancia del centro de masa al centro de suspensión
- m la masa del péndulo
- g es la aceleración de la gravedad

El signo negativo en la ecuación (1) indica que el momento de torsión alrededor de O tiende a disminuir θ. Es decir, la fuerza de gravedad produce un momento de torsión *restaurador* .

Si I es el momento de inercia del cuerpo respecto al eje que pasa por el punto de suspensión O, por el Teorema de Steiner o de los Ejes Paralelos resulta:

$$I = I_{CM} + m.d^2 \qquad (2)$$

donde I_{CM} es el momento de inercia del centro de masa CM del cuerpo

Por otra parte, el momento de un cuerpo esta definido por:

$$M = I.\alpha = I\frac{d^2\theta}{dt^2} \qquad (3)$$

Puesto que esta ecuación genera la aceleración angular del cuerpo articulado (α), ésta puede considerarse como la ecuación del movimiento para el sistema. Si se supone de nuevo que θ es pequeño, entonces , la aproximación :

sen θ = θ

es valida y la ecuación del movimiento, a partir las ecuaciones (1) y (2), se reduce a :

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \left(\frac{m.g.d.}{I}\right).\theta = 0$$

Como puede observarse esta ecuación es de la misma forma que la ecuación:

$$\frac{d^2x}{dt^2} = \omega^2 x$$

que corresponde al ***movimiento armónico simple,*** en consecuencia por simple comparación se encuentra que:

$$\left(\frac{m.g.d.}{I}\right) = \left(\frac{m.g.d}{I_{cm} + m.d^2}\right) = \omega^2 \qquad (4)$$

Adicionalmente, ***el periodo*** del movimiento está definido por:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} \qquad (5)$$

De (4) y (5) resulta

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I_{CM} + md^2}{mgd}}^{1} \qquad (6)$$

Se puede utilizar este resultado para medir el momento de inercia de un cuerpo rígido plano. Si se encuentra la localización del centro de masa y, consecuentemente, el valor de d, el momento de inercia puede obtenerse midiendo el periodo. Por ejemplo en el caso de un péndulo formado por un hilo y una masa esférica (ver figura 2). Se debe tomar el momento de inercia respecto al centro de masa de una esfera, en donde :

$I_{CM} = \frac{2}{5}mr^2$, y la distancia d = l + r.

Donde "r" es el radio de la esfera, "m" la masa y "l" longitud del hilo.

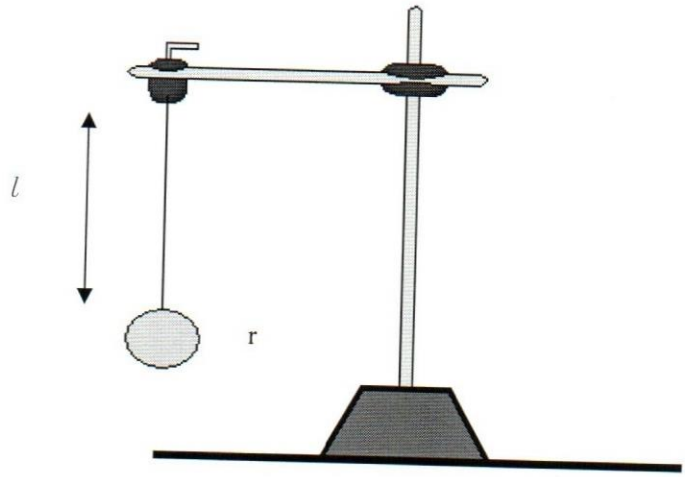


Figura 2

De esta forma , con la ecuación (6), se obtiene:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{\frac{2}{5}r^2 + d^2}{gd}} \qquad (7)$$

Obsérvese que si "r = 0", la ecuación se reduce a:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{d}{g}} \qquad (8)$$

Advierta también, que la ecuación 6 se reduce al periodo de un péndulo simple, cuando $I = md^2$, es decir, cuando toda la masa se concentra en el centro de masa.

Otro ejemplo interesante es el caso de un aro con una muesca o entalladura hecha en el diámetro int

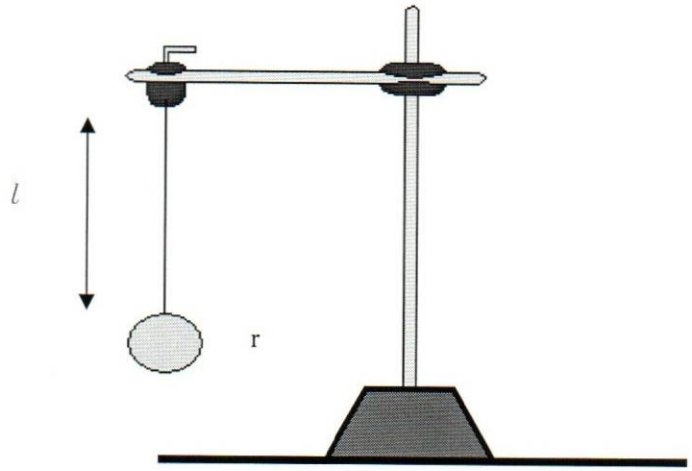


Figura 2

De esta forma , con la ecuación (6), se obtiene:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{\frac{2}{5}r^2 + d^2}{gd}}^{1} \qquad (7)$$

Obsérvese que si "r = 0", la ecuación se reduce a:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{d}{g}}^{1} \qquad (8)$$

Advierta también, que la ecuación 6 se reduce al periodo de un péndulo simple, cuando I = md^2, es decir, cuando toda la masa se concentra en el centro de masa.

Otro ejemplo interesante es el caso de un aro con una muesca o entalladura hecha en el diá

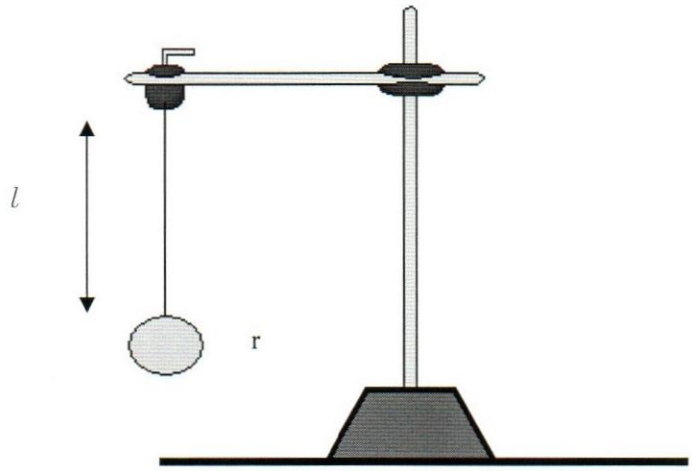


Figura 2

De esta forma , con la ecuación (6), se obtiene:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{\frac{2}{5}r^2 + d^2}{gd}} \qquad (7)$$

Obsérvese que si "r = 0", la ecuación se reduce a:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{d}{g}} \qquad (8)$$

Advierta también, que la ecuación 6 se reduce al periodo de un péndulo simple, cuando I = md^2, es decir, cuando toda la masa se concentra en el centro de masa.

Otro ejemplo interesante es el caso de un aro con una muesca o entalladura hecha en el diámetro interior , como se muestra en la figura 3, y hecha oscilar o pivotar con respecto a un soporte fijo.

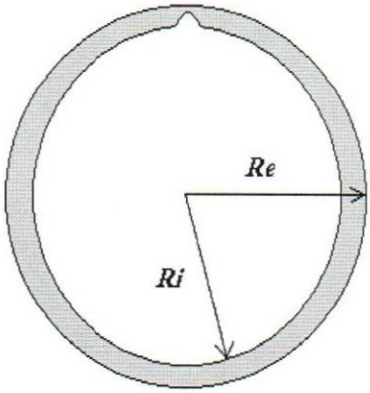


Figura 3

En este caso, el momento de inercia, con respecto a un eje perpendicular al aro y que pase por el centro de masa será:

$$I_{CM} = \frac{1}{2} m(\mathrm{Re}^2 + Ri^2) \qquad (9)$$

La distancia al centro de masa viene dada por:

$$d = \frac{1}{2}(\mathrm{Re} + Ri) \qquad (10)$$

donde R_e es el radio externo y R_i es el radio interno del aro .

2.- Objetivos del Laboratorio

- Estudiar la influencia del tamaño y la forma de un cuerpo rígido sobre el periodo de oscilación en un péndulo físico.

- Evaluar el momento de inercia de un aro, respecto a un eje de oscilación, a través de la medición de su periodo de oscilación

- Determinación de la aceleración gravitatoria.

3.- Diseño Experimental

Antes de desarrollar cualquier experimento, es necesario realizar algunas actividades de prueba o exploratorias que tienen como objeto conocer el funcionamiento y respuesta del equipo montado para la experimentación, esto permitirá optimizar su desempeño y decidir la forma en que se procederá. Lo primero es chequear el equipamiento requerido.

3.1 Equipos y Materiales

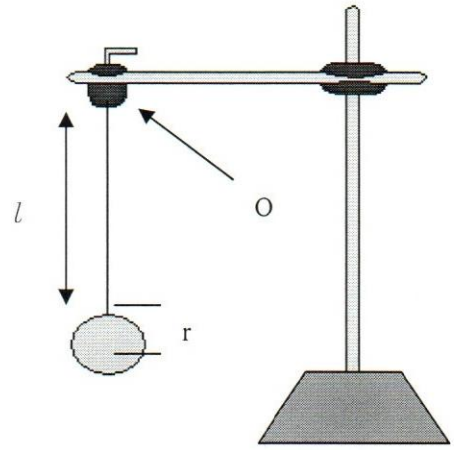
- Aros con diferentes dimensiones .
- Hilo de Nylon.
- Soportes.
- Cronómetro.
- Vernier.
- Transportador.
- Cinta métrica.
- Juego de masas pendulares
- Balanza de laboratorio
- Regla graduada

3.2 Procedimiento Experimental.

Actividad 1: **Determinación de la aceleración gravitatoria (g) mediante un péndulo simple**

Construya un arreglo experimental como el que se muestra en la figura 4, la cual consiste de una esfera de masa "m" y radio "r", unida a través de una cuerda inextensible al punto "O"

Figura # 4



Procedimiento:

- Determine, mediante un Vernier, el radio de la esfera midiendo directamente su diámetro (d_e) por lo menos doce veces. Tabla I
- Con la esfera, construya un péndulo de 40 cm. de longitud, y hágalo oscilar con una amplitud de 20°. Repita el procedimiento al menos tres veces.

Tabla I

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	Σ	$\overline{d}$
d_e(cm)														

d_e = +/- cm

r = +/- cm

d = +/- cm

Precauciones:

- La longitud del péndulo se mide desde el punto de apoyo "O" al centro de la masa.
- Es importante medir la longitud del péndulo cuando ya está instalado y cuelga verticalmente, para minimizar errores causados por un posible estiramiento de la cuerda.
- En lo posible, trate que las oscilaciones se produzcan en un mismo plano.

Actividad 2: **Determinación del momento de Inercia (I_{cm}) de un aro mediante un péndulo físico.**

Haciendo uso de un arreglo experimental como el que se muestra en la figura 5, realice las siguientes actividades:

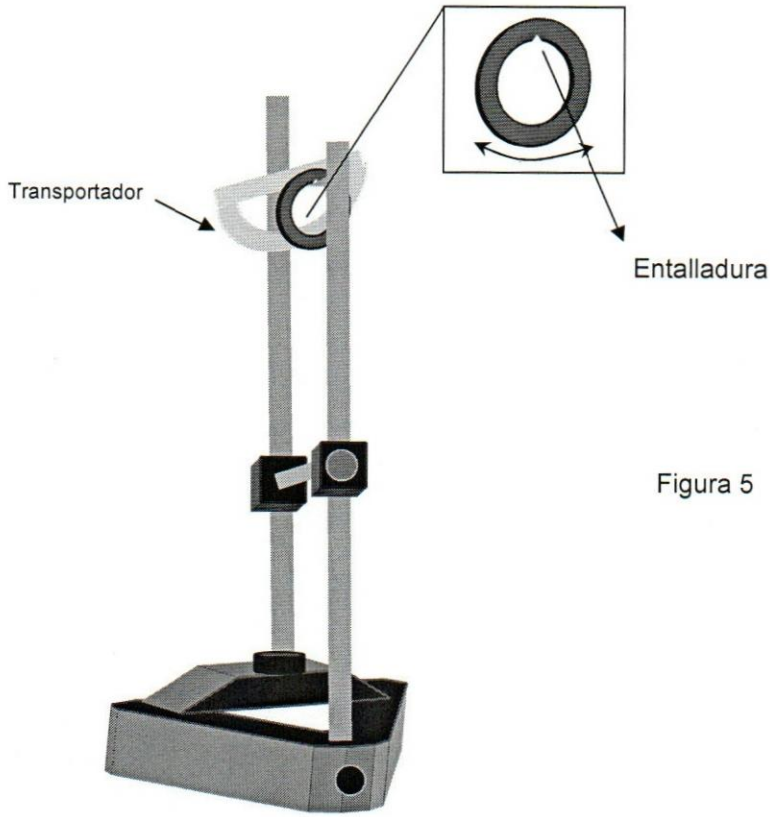


Figura 5

- Mida el diámetro interior y el espesor del aro 12 veces, con un vernier. Determine el radio interior y el radio exterior con estos datos. Tabla III
- Determine la masa del aro utilizando la balanza.

Tabla III

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	Σ	$\bar{d}$
d_i(cm)														
d_e(cm)														

d_i =	+/-	cm
d_e=	+/-	cm

r_i =	+/-
r_e =	+/-

m =	+/-	grs.

3.3.- Cálculos y análisis de datos

Actividad 1: **Determinación de la aceleración gravitatoria (g) mediante un péndulo simple**

- Determine el tiempo de 30 oscilaciones y calcule el periodo de éste péndulo.

Tabla IV

n	**t_1** (s)	**t_2** (s)	**t_3** (s)	$\bar{t}$ (s)	**T(s)**
t (s)					

T =	+/-

- Determinar la magnitud de la distancia al centro de la esfera "d"

d =	+/-

- Calcule el valor de g utilizando la ecuación 7 .

g =	+/-

Actividad 2: **Determinación del momento de Inercia de un aro mediante un péndulo físico.**

- Haga oscilar el aro con una amplitud aproximada de 20°. Utilice como punto de oscilación la entalladura que presenta el aro.

- Determine el tiempo de 20 oscilaciones y calcule el periodo del péndulo de aro. (repita 3 veces el procedimiento). Tabla III

Tabla III

n	**t_1 (s)**	**t_2 (s)**	**t_3 (s)**	**$\bar{t}$ (s)**	**T(s)**
t (s)					

T = +/-

- Proceda mediante la ecuación 9 a determinar el **momento de inercia teórico** del aro respecto al centro de masa (I_{cm}).

$\mathbf{I_{cm}}$ = +/-

- Utilizando la ecuación 10, determine el valor de d

d = +/-

- Con el periodo previamente determinado para el aro y la ecuación 6, calcule el **momento de inercia experimental del aro**, respecto a un eje perpendicular al aro y que pasa por su centro de masa.

$\mathbf{I_{cm}}$ = +/-

- Compare los resultados obtenidos entre el momento de inercia teórico y el experimental. Haga sus conclusiones.

_____

_____

NOTA: utilice en sus cálculos g = 9,78 m/s^2.

4.- Asignación y Conclusiones

I.- ACTIVIDADES PREELIMINARES

1. Define los objetivos específicos de la práctica
2. Describe brevemente los dispositivos experimentales que usarás
3.- Indica las magnitudes físicas que medirás directamente
4.-Indica las magnitudes físicas que medirás indirectamente
5.-Determine la expresión del periodo de oscilación de un cuerpo rígido respecto a la posición de equilibrio dinámico
6.-¿Cómo se relaciona el momento de inercia respecto a eje de rotación con el momento de inercia respecto al centro de masa?

II.- ACTIVIDADES EXPERIMENTALES

7. A partir del análisis de la actividad 1, ¿Qué valor de la gravedad logró determinarse?
8. ¿Qué opinas del tipo de función que se establece entre el periodo y el momento de inercia?. Escribe la relación funcional.
9. A partir del análisis de la actividad 2, compare los resultados obtenidos entre el momento de inercia teórico y el experimental.
10. A partir del análisis realizado, ¿Qué opinas de la diferencia porcentual entre los valores de g y g_a? ¿Crees que es grande o, más bien, pequeña? Responde en función de los errores de ambas cantidades

11.- A partir del análisis sobre todas las actividades realizadas, ¿podrá concluirse que el periodo de un pendulo físico depende de la forma del objeto?, comente.

Nota:

i) Para calcular el error de las **magnitudes directamente** determinadas en este laboratorio, se implementará la expresión para el error probable utilizada en la Práctica #1, es decir:

$$\Delta x = 3\sigma/\sqrt{n}$$

donde,

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{N-1}\sum_{i=1}^{N}\left(\bar{x} - x_i\right)^2}$$

ii) Para calcular el error de las **magnitudes indirectamente** determinadas en este laboratorio, se utilizarán la expresiones desarrolladas en la Práctica #1 y que se basan en el método de diferenciales parciales, es decir:

Relación	**Error**
$z = a.x$	$\Delta z = a.\ (\Delta x)$
$z = x / a$	$\Delta z = (\Delta x) / a$
$z = x + y$	$\Delta z = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2}$
$z = x - y$	$\Delta z = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2}$
$z = x \cdot y$	$\Delta z = z \cdot \sqrt{(\Delta x / x)^2 + (\Delta y / y)^2}$
$z = x / y$	$\Delta z = z \cdot \sqrt{(\Delta x / x)^2 + (\Delta y / y)^2}$

UNIVERSIDAD CATÓLICA ANDRÉS BELLO-GUAYANA

Facultad de Ingeniería
Física Experimental

Práctica N° 11

Conservación del momento lineal en colisiones

Imagínate que un chofer está a bordo de un automóvil fuera de control y tiene la alternativa de estrellarse ya sea contra un muro de concreto o contra un cerro de paja. El conductor no necesita saber mucho de física para tomar la mejor decisión, pero saber algo de física ayuda a entender porque chocar contra algo suave es enteramente diferente a chocar contra algo duro. Ya sea que el conductor y su carro se detengan al estrellarse contra el muro o el pajar, su masa en movimiento, ***momento,*** debe reducirse a cero y esto ocurre por el mismo impulso recibido por el obstáculo.

Por impulso queremos significar el producto de la fuerza y el tiempo de colisión. Al chocar contra un pajar en lugar de hacerlo contra el muro, extiende el tiempo de impacto; extiende el tiempo durante el cual su momento se hace cero. Si se extiende el tiempo de impacto 100 veces, se reduce la fuerza de impacto 100 veces. Así que, cada vez que se desee empequeñecer la fuerza de impacto, debe extenderse el tiempo de impacto.

Es por esto que una persona queda en mejores condiciones al caer sobre un piso de madera que sobre un piso de concreto. Un piso de madera con "flexibilidad" concede un tiempo más prolongado de impacto, por consiguiente, ejerce una menor fuerza de impacto que un piso de concreto, razón por la cual todos los acróbatas utilizan una red de seguridad, baja fuerza de impacto a través de un tiempo largo de interacción.

Las variables dinámicas que permiten describir cuantitativamente un proceso de colisión entre dos objetos son: el *momentum lineal* y la *energía mecánica*. En este laboratorio se estudiará la evolución de estas variables dinámicas en procesos de colisión unidimensional entre dos cuerpos. El experimento se hará sobre una superficie nivelada horizontalmente, por lo que en este caso el término de energía potencia gravitatoria es constante.

1.- Fundamentos Teóricos

Se denomina momento lineal o cantidad de movimiento lineal de una partícula a una magnitud vectorial que se define como el producto de su masa m por su velocidad $\boldsymbol{v}$:

$$\boldsymbol{p} = \mathrm{m}\, \boldsymbol{v}$$

De lo anterior se deduce que su dirección y sentido coinciden con el de la velocidad de la partícula, y que su unidad de medida es Kg .m/s

La cantidad de movimiento lineal $\boldsymbol{p}$ de un sistema de partículas se define como la suma algebraica del momento lineal $\boldsymbol{p}_i$ de cada una:

$$\boldsymbol{p} = \sum p_i = \sum \mathrm{m}_i\, \boldsymbol{v}_i$$

Podemos enunciar la Segunda Ley de Newton, para un sistema de partículas de la siguiente manera:

La fuerza resultante externa F_R^{ext} que actúa sobre el sistema es igual a la rapidez de cambio de la cantidad de movimiento del sistema respecto al tiempo, es decir:

$$F_R^{ext} = \frac{dp}{dt} \qquad (\mathrm{I})$$

De aquí se deriva una importante conclusión: las fuerzas internas no varían el momento lineal de un sistema. Es importante notar que (I) es una ecuación vectorial, por lo que para cada componente espacial de ***p*** se tiene:

$$F_{Rx}^{ext} = \frac{dp_x}{dt} \qquad F_{Ry}^{ext} = \frac{dp_y}{dt} \qquad F_{Rz}^{ext} = \frac{dp_z}{dt} \qquad \text{(II)}$$

De (I) se deduce que ***p*** se conservará, es decir, se mantendrá constante en el tiempo, siempre que la resultante de las fuerzas externas que actúa sobre el sistema resulte nula o despreciable frente a la magnitud de las fuerzas internas del sistema.

En ese caso:

$$\frac{dp}{dt} = \mathrm{O}$$

y por tanto, $\boldsymbol{p} = \boldsymbol{constante}$, o de modo equivalente:

$$\boldsymbol{p}_{\text{inicial}} = \boldsymbol{p}_{\text{final}}$$

Según (II), además, es posible que se conserve al menos una de las componentes espaciales p_x, p_y, p_z si la correspondiente componente de la fuerza resultante es nula.

Una aplicación interesante de la conservación del momento lineal , se presenta en los ***choques*** o colisiones entre partículas. La idea básica de una colisión es que el movimiento de las partículas que chocan (o por lo menos , el de una de ellas) cambia en forma muy brusca durante el contacto.

Cuando dos cuerpos chocan se producen deformaciones en las zonas que entran en contacto, que originan la aparición de fuerzas. Estas fuerzas se caracterizan por ser de gran magnitud y breve tiempo de acción y reciben el

nombre de ***fuerzas impulsivas***. Además, son fuerzas internas, y por lo tanto incluyen las de acción y las de reacción.

Las fuerzas impulsivas tienen una gran magnitud en comparación con las fuerzas externas que pudieran estar presentes actuando sobre el sistema, y como resultado el cambio del momento lineal de una partícula que sufre un choque , proveniente de una fuerza externa, es insignificante en comparación con el cambio producido por la fuerza impulsiva. En consecuencia, durante los choques podemos pasar por alto las fuerzas externas y plantear que en los mismos se conserva el momento lineal del sistema de partículas.

Los choques se clasifican, atendiendo a la conservación o no de la energía cinética del sistema, en **inelásticos y elásticos**. En los primeros no se conserva la energía cinética, y en los segundos ocurre lo contrario.

Claro está, en la realidad siempre ocurren pérdidas de energía (por ejemplo, por el calentamiento en algunos casos de los cuerpos que se impactan), por lo que los choques elásticos constituyen solo una idealización.

Si las partículas quedan unidas después del choque, decimos que este es perfectamente inelástico (o plástico). Es bueno destacar que el término plástico no significa la pérdida total de la energía cinética, sino que esta pérdida es la máxima posible que permite la ley de conservación del momento lineal.

En esta práctica se usará un sistema como el mostrado en la Fig.1, para evaluar los dos tipos de colisiones referidas.

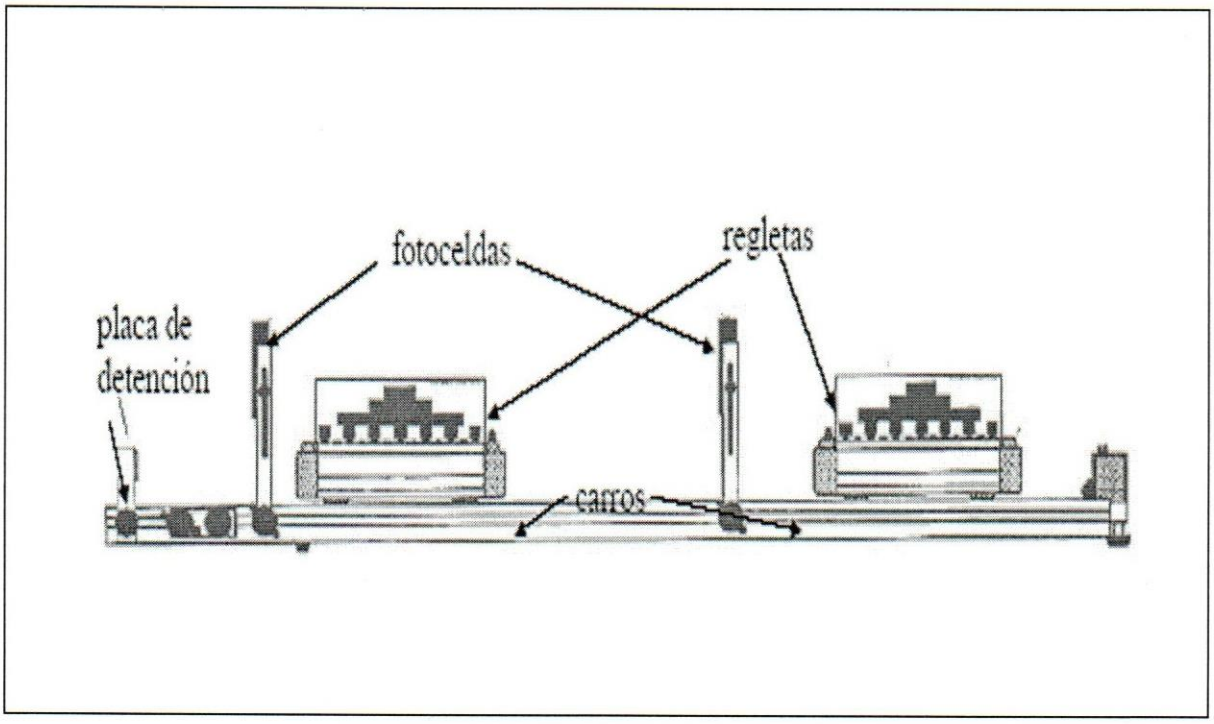


Fig. 1 . Montaje experimental

Los dos móviles ubicados en la pista rectilínea y de baja fricción, chocarán frontalmente al ser impulsados desde una determinada posición. Debe esperarse que se conserve el momento lineal del sistema formado por estos dos móviles, en el pequeño intervalo de tiempo durante el cual ocurre el choque, sin importar el tipo de colisión que se produzca, es decir :

$$m_1 v_{1,inicial} + m_2 v_{2,inicial} = m_1 v_{1,\,final} + m_2 v_{2\,,final} \qquad (1)$$

o de modo equivalente, teniendo en cuenta el sentido de las velocidades durante el choque:

$$m_1 v_{1,inicial} = m_1 v_{1,\,final} + m_2 v_{2\,,final} \qquad (2)$$

Aquí se considera inicial, el momento en que se *inicia* el choque, y como *final*, el instante en que se *separan*.

L***a colisión elástica*** se genera experimentalmente cuando los dos móviles rebotan uno respecto del otro sin pérdida de energía cinética, esto se logra por medio de los dispositivos magnéticos ubicados en un extremo de los móviles. La colisión inelástica a su vez se produce cuando los móviles se golpean mutuamente, quedando unidos luego de la colisión, por medio de los dispositivos de agarre tipo Velcro que los móviles poseen en uno de los extremos.

En este caso la velocidad final es común a los dos móviles, quedando la relación como sigue:

$$m_1 \boldsymbol{v}_{1,inicial} + m_2 \boldsymbol{v}_{2,inicial} = (m_1 + m_2) \boldsymbol{v}_{final}$$

Nota: En ambas experiencias es importante tener en cuenta que la cantidad de movimiento lineal es una magnitud vectorial, en este documento se utilizan letras en negrillas para indicar a las cantidades que son vectores

---

2.- Objetivos

- Verificar experimentalmente el Principio de Conservación de la cantidad de movimiento lineal, en choques elásticos e inelásticos.

- Estudiar la dinámica de colisiones en movimiento unidimensional.

3.- Diseño Experimental

Antes de desarrollar cualquier experimento, es necesario realizar algunas actividades de prueba o exploratorias que tienen como objeto conocer el funcionamiento y respuesta del equipo montado para la experimentación, esto

permitirá optimizar su desempeño y decidir la forma en que se procederá. Lo primero es chequear el equipamiento requerido.

3.1 Equipos y Materiales

- Carro y pista dinámica de baja fricción
- Fotocompuertas (2)
- Medidor electrónico de variables cinemáticas (smart timer)
- Regleta con marcas
- Balanza
- Barras adicionales de 500gr (2)
- Cinta métrica
- Nivel de gota

3.2 Procedimiento Experimental

Disponga de un arreglo experimental como el que se muestra en la figura #2.

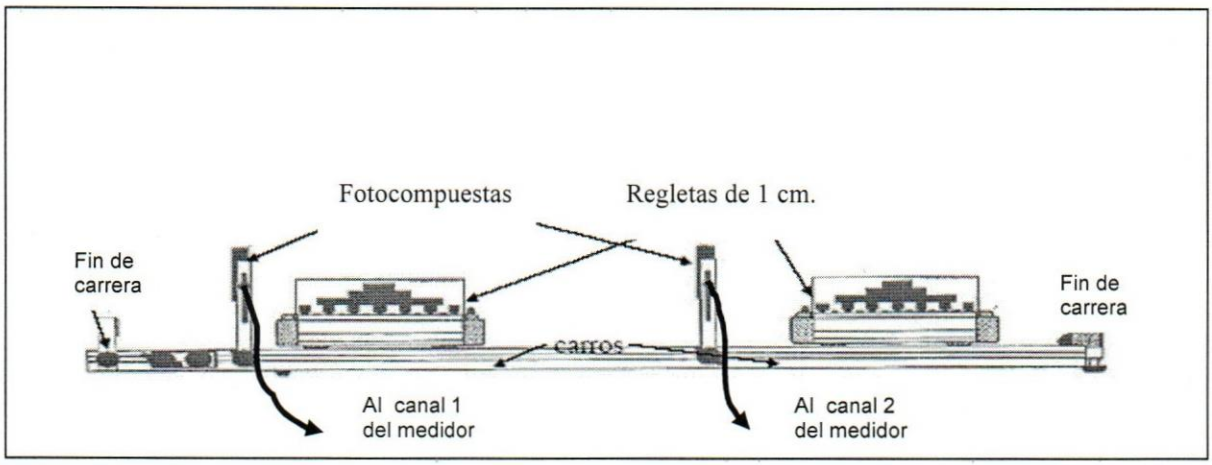


Fig. 2 . Montaje experimental

Actividad 1: **Colisiones Inelásticas**

1.- Nivele la pista horizontalmente, utilizando un nivel de gota u observando hacia adonde se desplaza el móvil. Esto se logra mediante un tornillo de nivelación en un extremo de la pista.

2.- Coloque una regleta encima de cada móvil, asegurándose de que ésta entre en las ranuras diseñadas para ese fin. Coloque los móviles de colisión uno enfrente del otro de tal manera que los agarres velcro se encuentren.

3.- Ubique las fotocompuertas lo suficientemente separadas a fin de que la colisión ocurra en algún lugar dentro de ellas. Ajuste la altura de las fotocompuertas de tal manera que las marcas de 1 cm en las regletas interrumpan la señal emitida por las fotocompuertas. Conecte las fotocompuertas al medidor cinético (Fig. 1)

4.- Seleccione en el medidor cinético el modo para que mida rapidez :colisión (cm/s) (**Speed:collision**) y presione **3** para activar el medidor.

Debe tenerse en consideración que si las regletas no logran atravesar la señal de la fotocompuerta dos veces, el medidor no completará el ciclo completo de tiempo y no mostrará los resultados automáticamente. Se necesitará presionar **3** para detener el ciclo. El resultado medido será mostrado pero la medición vendrá incompleta y mostrada con un 0.
Si se desea visualizar las magnitudes de velocidad en las fotocompuertas 1 o 2, solo se debe presionar **1** o **2** en el medidor, pudiéndose desplazar hacia atrás o hacia delante indistintamente con solo presionar esas teclas y así podrá ver las velocidades medidas en cada fotocompuerta . A fin de reactivar el modo (**Speed:collision**) o cambiar de modo, solo presione **3.**

Actividad 1.1: **Colisiones inelásticas con móviles de masas iguales, ($M_1 = M_2$)**

Cada una de las actividades que se realicen, deben ser repetidas al menos tres veces, de tal manera, que se pueda obtener el promedio de las velocidades registradas en los medidores, registrar en la tabla #1. Determine el valor de las masas haciendo uso de la balanza de laboratorio.

1. Coloque un móvil, en reposo, en mitad de la pista entre las dos fotocompuertas y el otro en un extremo de la pista, antes de la fotocompuerta. Aplique un impulso moderado sobre el móvil en el extremo a fin de que se produzca una colisión con el móvil en reposo. Tome nota (tabla #1)de las magnitudes de velocidad registradas en ambos medidores antes y después de la colisión

2. Ahora, ubique los dos móviles en el mismo extremo de la pista. Imprima una baja velocidad al primer móvil y luego impulse al segundo móvil con una velocidad mayor, esto a fin de que el segundo móvil alcance y colisione al primer móvil mientras éste se mueve, asegúrese que la colisión ocurra entre las dos fotocompuertas. Tome nota (tabla #1) de las magnitudes de velocidad registradas en ambos medidores antes y después de la colisión.

Actividad 1.2: **Colisiones inelásticas con móviles de masas diferentes, ($M_1 \neq M_2$)**

Coloque dos de las masas adicionales provistas (barras) sobre uno de los móviles, de tal manera, que la masa total de este móvil sea aproximadamente tres veces (3M) mayor que la masa del otro móvil (1M). Determine el valor de las masas haciendo uso de la balanza de laboratorio.

1. Coloque el móvil **con menos masa (1M)** en reposo en la mitad de la pista e impulse desde un extremo al móvil **más masivo (3M)** a fin de generar una colisión. Tome nota (tabla #1) de las velocidades registradas en ambos medidores antes y después de la colisión.

2. Coloque los móviles en ambos extremos de la pista e impúlselos uno contra el otro con aproximadamente la misma velocidad, asegúrese que la colisión ocurra entre las dos fotocompuertas. Tome nota (tabla #1) de las velocidades registradas en ambos medidores antes y después de la colisión.

3.-Ubique los dos móviles en el mismo extremo de la pista. Imprima una baja velocidad al móvil **menos masivo (1M)** y luego impulse con una velocidad mayor al móvil **más masivo (3M),** esto a fin de que el segundo móvil alcance y colisione al primer móvil mientras éste se mueve, asegúrese que la colisión ocurra entre las dos fotocompuertas. Tome nota (tabla #1) de las velocidades registradas en ambos medidores antes y después de la colisión.

Tabla #1

	m_1 (grs)	m_2 (grs)	$V_{\text{móvil 1}}$ (cm/s)				$V_{\text{móvil 2}}$ (cm/s)				V_{final} (cm/s)			
Prueba #1														
Prueba #2														

1. Coloque el móvil **con menos masa (1M)** en reposo en la mitad de la pista e impulse desde un extremo al móvil **más masivo (3M)** a fin de generar una colisión. Tome nota (tabla #1) de las velocidades registradas en ambos medidores antes y después de la colisión.

2. Coloque los móviles en ambos extremos de la pista e impúlselos uno contra el otro con aproximadamente la misma velocidad, asegúrese que la colisión ocurra entre las dos fotocompuertas. Tome nota (tabla #1) de las velocidades registradas en ambos medidores antes y después de la colisión.

3.-Ubique los dos móviles en el mismo extremo de la pista. Imprima una baja velocidad al móvil **menos masivo (1M)** y luego impulse con una velocidad mayor al móvil **más masivo (3M),** esto a fin de que el segundo móvil alcance y colisione al primer móvil mientras éste se mueve, asegúrese que la colisión ocurra entre las dos fotocompuertas. Tome nota (tabla #1) de las velocidades registradas en ambos medidores antes y después de la colisión.

Tabla #1

	m_1 (grs)	m_2 (grs)	$V_{\text{móvil 1}}$ (cm/s)				$V_{\text{móvil 2}}$ (cm/s)				V_{final} (cm/s)			
Prueba #1														
Prueba #2														
Prueba #3														
Prueba #4														
Prueba #5														

Análisis Experimental

1.- En cada uno de los casos, proceda a determinar el momento lineal de cada uno de los móviles **antes** de la colisión. Registre sus resultados en la tabla #2.

2.- En cada uno de los casos, proceda a determinar el momento lineal **total** de ambos móviles **antes** de la colisión. Registre sus resultados en la tabla #2.

3.- En cada uno de los casos, proceda a determinar el momento lineal **total** de ambos móviles **después** de la colisión. Registre sus resultados en la tabla #2.

4.- En cada uno de los casos, proceda a determinar el porcentaje de diferencia entre el momento lineal total **antes** de la colisión y **luego** de la colisión. Registre sus resultados en la tabla #2.

	p_1 antes (Kg.m/s)	**p_2 antes** (Kg.m/s)	**p_{total} antes** (Kg.m/s)	**p_{total} después** (Kg.m/s)	**% de diferencia** (Kg.m/s)
Prueba #1					
Prueba #2					
Prueba #3					
Prueba #4					
Prueba #5					

Tabla #2

Actividad 2: **Colisiones Elásticas**

Acomode los móviles sobre la pista de tal manera que sus extremos magnéticos estén ubicados uno enfrente del otro, con este arreglo los móviles se repelerán mutuamente, sin tocarse, durante la colisión, generándose así una colisión elástica.

Actividad 2.1 : **Colisiones elásticas con móviles de igual masa, ($M_1 = M_2$)**

Cada una de las actividades que se realicen, deben ser repetidas al menos tres veces, de tal manera, que se pueda obtener el promedio de las velocidades registradas en los medidores, registrar en la tabla #3 . Determine el valor de las masas haciendo uso de la balanza de laboratorio.

a. Coloque un móvil, en reposo, en mitad de la pista entre las dos fotocompuertas y el otro en un extremo de la pista, antes de la fotocompuerta. Aplique un impulso moderado sobre el móvil en el extremo a fin de que se produzca una colisión con el móvil en reposo. Tome nota (tabla #3) de las velocidades registradas en ambos medidores antes y después de la colisión

b. Coloque los móviles en ambos extremos de la pista e impúlselos uno contra el otro con aproximadamente la misma velocidad, asegúrese que la colisión ocurra entre las dos fotocompuertas. Tome nota (tabla #3) de las velocidades registradas en ambos medidores antes y después de la colisión.

Actividad 2.2 : **Colisiones elásticas con móviles de masas diferentes, ($M_1 \neq M_2$)**

Coloque dos de las masas adicionales provistas (barras) sobre uno de los móviles, de tal manera, que la masa total de este móvil sea aproximadamente tres veces (**3M**) mayor que la masa del otro móvil (**1M**). Determine el valor de las masas haciendo uso de la balanza de laboratorio.

a. Coloque el móvil **más masivo** (3M) en reposo en la mitad de la pista e impulse desde un extremo al móvil **menos masivo** (1M) a fin de generar

una colisión. Tome nota (tabla #3) de las velocidades registradas en ambos medidores antes y después de la colisión.

b. Coloque los móviles en ambos extremos de la pista e impúlselos uno contra el otro con aproximadamente la misma velocidad, asegúrese que la colisión ocurra entre las dos fotocompuertas. Tome nota (tabla #3) de las velocidades registradas en ambos medidores antes y después de la colisión.

c. Ubique los dos móviles en el mismo extremo de la pista. Imprima una baja velocidad al móvil **más masivo(3M)** y luego impulse con una velocidad mayor al móvil **menos masivo (1M),** esto a fin de que el segundo móvil alcance y colisione al primer móvil mientras éste se mueve, asegúrese que la colisión ocurra entre las dos fotocompuertas. Tome nota (tabla #3) de las velocidades registradas en ambos medidores antes y después de la colisión

	m_1 (grs)	m_2 (grs)	V **móvil 1** (cm/s)				V **móvil 2** (cm/s)				V_1 **final** (cm/s)				V **2 final** (cm/s)			
Prueba #1																		
Prueba #2																		
Prueba #3																		
Prueba #4																		
Prueba #5																		

Tabla #3

Análisis Experimental

1.- En cada uno de los casos, proceda a determinar el momento lineal de cada uno de los móviles **antes** de la colisión. Registre sus resultados en la tabla #4.

2.- En cada uno de los casos, proceda a determinar el momento lineal **total** de ambos móviles **antes** de la colisión. Registre sus resultados en la tabla #4.

3.- En cada uno de los casos, proceda a determinar el momento lineal **total** de ambos móviles **después** de la colisión. Registre sus resultados en la tabla #4.

4.- En cada uno de los casos, proceda a determinar el porcentaje de diferencia entre el momento lineal total **antes** de la colisión y **luego** de la colisión. Registre sus resultados en la tabla #4.

	p_1 antes (Kg.m/s)	**p_2 antes** (Kg.m/s)	**p_{total} antes** (Kg.m/s)	**p_{total} después** (Kg.m/s)	**% de diferencia** (Kg.m/s)
Prueba #1					
Prueba #2					
Prueba #3					
Prueba #4					
Prueba #5					

Tabla #4

5.- Asignación y Conclusiones

A partir de las actividades experimentales desarrolladas, analice y concluya

Colisiones Inelásticas

1.- En la situación cuando dos móviles, de igual masa e igual velocidad, se dirigen uno contra el otro, ¿ qué ocurre durante la colisión ?, ¿ qué ocurre con los momentos de cada móvil?, ¿ se conserva el momento lineal ?. Explique

2.- Durante el tipo de colisiones inelásticas, ¿ qué ocurre con la energía cinética de los móviles ?. Demuestre que pasa mediante el cálculo de la energía cinética de un móvil en una de las colisiones evaluadas. Si existe perdida, determine el porcentaje de energía perdida. ¿ A dónde va esa energía?

Colisiones Elásticas

1.- ¿ Qué puedes concluir respecto a la energía cinética de los móviles en las colisiones elásticas ?. Para una de las colisiones evaluadas, determina la energía cinética de cada partícula antes y luego de la colisión.

2.- ¿ Se conservó la energía cinética?. Explique los resultados

BIBLIOGRAFIA CONSULTADA

Alonso, M., Finn, E. J. (1970). *Física, Vol. I.* España. Fondo Educativo Interamericano.

Aguirre, M. , Meza, S. , Maciel, F (2004). *Física I - Mecánica y Termodinámica.* Recuperado en Junio 24, 2004, de la Universidad del Nordeste. Facultad de Ciencias Exactas y Naturales, Web site: http://www.unne.edu.ar/Web/index.html

Balseiro ,J. A. (1956). *Mediciones Físicas - Cálculo de errores, aproximaciones, métodos gráficos.* España. Librería Hachette

Bedford, A., Fowler, W. (1996). *Dinámica, Mecánica para Ingeniería.* U.S.A. Addison Wesley Iberoamericana .

Billington, D. S. (1960). *Relaxing reliance on empirical data*. Nucleonics, 18(64), 7

Bondi, H. Bonnor, W. B., Lyttleton, R. A., and Whitrow, G. J.. (1960). *Rival Theories of Cosmology*. London. London Oxford Press.

Bueche, F. (1981). *Introduction to Physics for Scientist and Engineers*. 2ª Edición. Japón. Mc Graw – Hill.

Cernuschi ,F., Greco, F. I. (1974). *Teoría de errores de mediciones.* México. Editorial Eudeba

Dias de Deus, J., Pimenta, M., Noronha, A., Peña, T., Brogueira, P. (2001) 2ª Edición. España. Mc Graw – Hill.

Galloni, H. A. (1972). *Las mediciones, sus errores y la estadística.* Buenos Aires. Editorial Troquel.

Gautreau, R., Savin, W. (2001). *Física Moderna*. México. Mc Graw – Hill.

French, A. P., Taylor, E. F.(1979). *An Introduction to Quantum Physics*. Reino Unido. Thomas Nelson and Sons.

Giancoli, D. (2002). *Física para Universitarios*. 3ª Edición. México. Pearson Education, Prentice Hall.

González Arias, A. (1983). *Errores y mediciones, Laboratorio de Física* . México. Editorial ENPES.

Greenberg, L. (1975). *Discoveries in Physics.* 2ª Edición. Philadelphia. W. B. Saunders Company

Guglielmo, R. (2001). *Manual Teórico - Práctico del Laboratorio de Física General II*, Guías no publicadas. Universidad Católica Andrés Bello. Venezuela

Halliday D., Resnick, R. (1978). *Fundamentos de Física*. México. Compañía Editorial Continental

Hecht, E. (1998). *Física 1, Álgebra y Trigonometría*. 2ª Edición . México. Thomson Editores

Hewitt, P. (1996). *Física Conceptual*. 6ª Edición . México. Editorial trillas

Kitaigorodski, A. I. (1975). *Introducción a la Física*. Moscú. Editorial Mir.

Mujica, A. (1991). *Prácticas de Mecánica para el Laboratorio I de Física.* Guías de Física Experimental, no publicadas. Universidad Católica Andrés Bello. Venezuela

Moore, T. (2004). *Física.* Vol. I. 2ª Edición . México. Mc Graw - Hill

Nehru, J. (1954). *The Discovery of India*. New York. Doubleday and Company

Péndulo Simple (2005). Recuperado en Enero 16, 2005, de http://www.fisicarecreativa.com

Pérez Montiel, H. (1995). *Física Experimental 1, 2 y 3.* 10ª Edición. México. Publicaciones Cultural.

Prácticas del Laboratorio I de Física. Guías de Física Experimental. Recuperado en Abril 2, 2004 de la Universidad Metropolitana , Web site: http://www.unimet.edu.ve/enlaces/enlaces.html

Santalla, Z. (2003). *Guía para la elaboración formal de reportes de investigación.* Caracas. Publicaciones UCAB.

Sears, F. W., Zemansky, M. W., Young, H. D., Freedman, R. A. (1998). *Física Universitaria, Volumen 1*. México. Addison Wesley Longman .

Sears, F. W. (1989). *Mecánica, Calor y Sonido*. México. Addison Wesley Longman

Serway, R., Beichner, R. (2002). *Física para Ciencias e Ingeniería, Vol I.* 5ª Edición. México. Mc Graw – Hill

Strauss, S. (1993). *Theories of learning and development for academics and educators. Educational Psychologist*, 28(3), 11-203

Tipler, P. (1978). *Física*. México. Editorial Reverté

Tippens, P.(2001). *Física. Conceptos y Aplicaciones*. 3ª Edición. México Mc Graw Hill

[Apéndice A]

Instrumentos de Medición

1.- Micrómetros

Uno de los instrumentos que se utiliza con mayor frecuencia en la industria metalmecánica es el micrómetro. El concepto de medir un objeto utilizando una rosca de tornillo se remonta a la era de James Watt. durante el siglo pasado se logró que el micrómetro diera lecturas de 0.001 pulgadas.

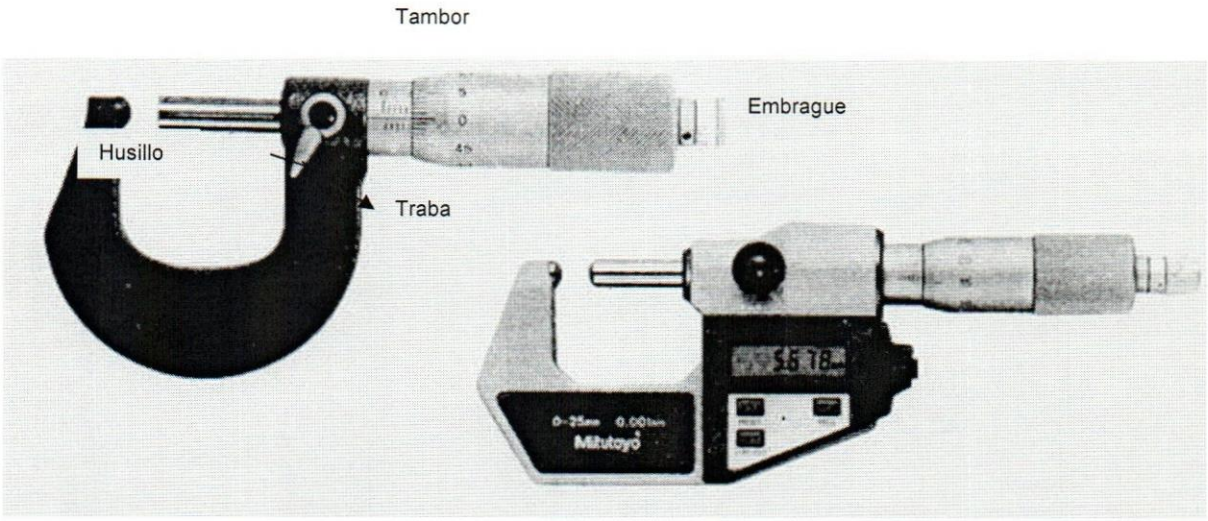


Figura 1. Ejemplos de micrómetros

El micrómetro es un dispositivo que mide el desplazamiento de un husillo cuando este es movido mediante el giro de un tornillo, lo que convierte el movimiento giratorio del tambor en el movimiento lineal del husillo. El desplazamiento de éste amplifica la rotación del tornillo y el diámetro del tambor. Las graduaciones alrededor de la circunferencia del tambor permiten leer un cambio pequeño en la posición del husillo.

Lectura del Micrómetro

Para el micrómetro estándar en milímetros nos referimos a la figura 2. Para lecturas en centésimas de milímetro primero tome la lectura del cilindro (obsérvese que cada graduación corresponde a 0.5 mm) y luego la del tambor, sume las dos para obtener la lectura total.

- Note que el tambor se ha detenido en un punto más allá de la línea correspondiente a 4 mm.
- Note también que una línea adicional (graduación de 0.5 mm) es visible entre la línea correspondiente a 4mm y el borde del tambor.
- La línea 49 sobre el tambor corresponde con la línea central del cilindro así:

a. Lectura sobre el cilindro	4.0
b. Lectura entre el 4 y el borde del tambor	0.5
c. Línea del tambor que coincide con el cilindro	0.49
Lectura total:	4.99 mm

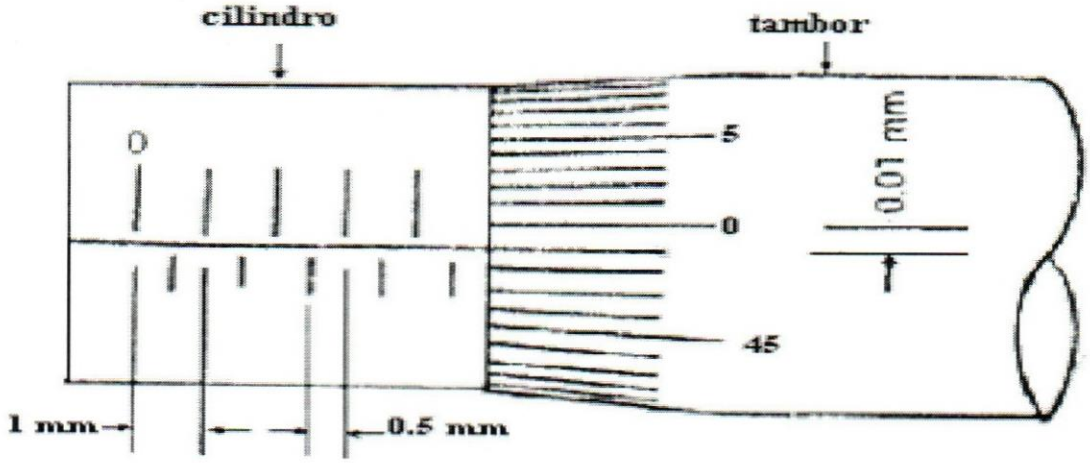


Figura 2. Ejemplo de una lectura de un micrómetro convencional

2.- Calibradores Vernier

La escala vernier la inventó Petrus Nonius (1492-1577), matemático portugués por lo que se denominó nonio. El diseño actual de la escala deslizante debe su nombre al francés Pierre Vernier (1580-1637), quien la perfeccionó.

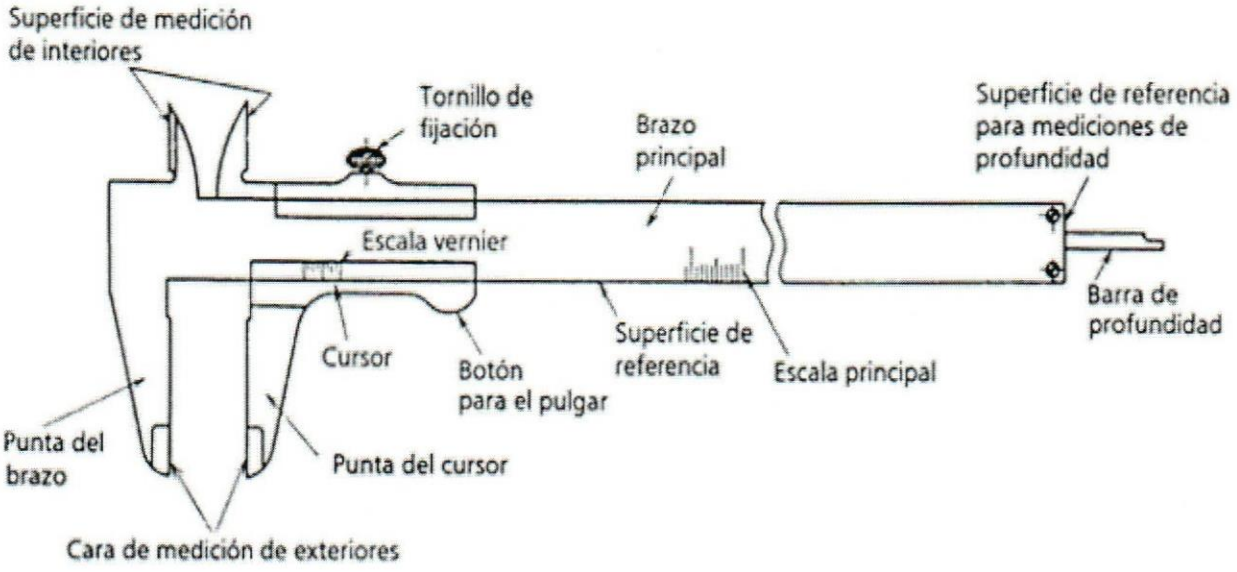
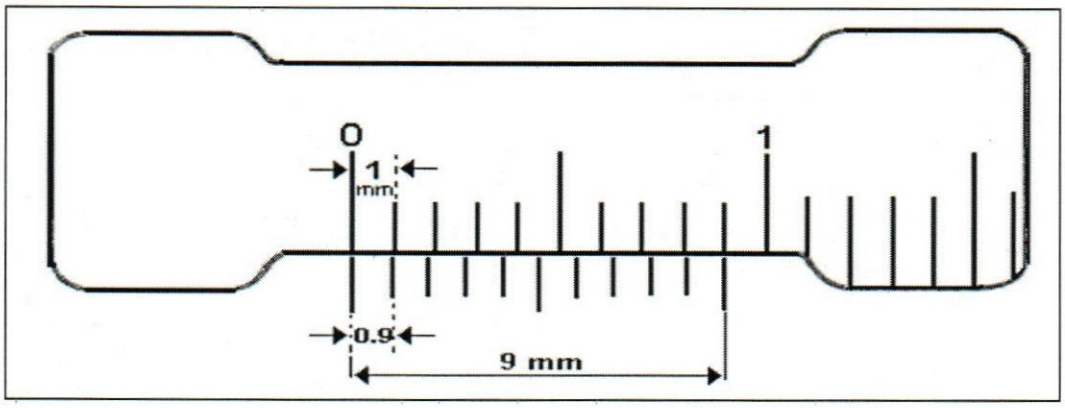


Figura 3. Partes de un calibrador vernier o nonio

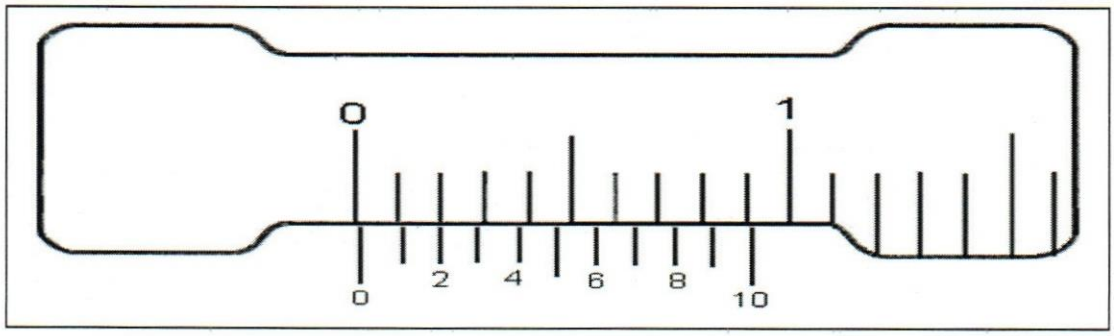
Este instrumento fue elaborado para satisfacer la necesidad de un instrumento de lectura directa que pudiera brindar una medida fácilmente, en una sola operación. el calibrador típico puede tomar tres tipos de mediciones: exteriores, interiores y profundidades. Consta de una regla provista de un nonius. El nonius es un aparato destinado a la medida precisa de longitudes o de ángulos. El empleado para la medida de longitudes consta de una regla dividida en partes iguales, sobre la que desliza una reglilla graduada (nonius) de tal forma que $n-1$ divisiones de la regla se dividen en n partes iguales del nonius.

Si D es la longitud de una de las divisiones de la regla, la longitud de una división de nonius es $d = D(n-1)/n$. Así, si cada división de la regla tiene por longitud un milímetro, y se han dividido nueve divisiones de ella en diez del nonius, la precisión es de 1/10 de mm (nonius decimal).

Para mayor claridad en la explicación, consideraremos el nonio de un vernier dispuesto para medir con aproximación de décimas de milímetro. La reglilla tiene una longitud de 9 mm y está dividida en 10 partes iguales, como puede verse en la figura 4. Por consiguiente, si la apreciación de la escala principal es de 1 mm, entonces las divisiones de la escala secundaria tendrán una longitud de 9/10 de milímetro. La apreciación del instrumento es la diferencia entre la apreciación de la regla principal y la apreciación del nonio: (1-9/10)mm = (1/10 = 0.1) mm.



En una medición, para determinar la fracción de la menor división de la escala principal, basta con determinar cual de las marcas del nonio coincide con alguna de las marcas de la escala principal. Por ejemplo, si la marca coincidente es la tercera (Fig. 5), entonces la fracción de milímetro es 0.2 (la primera corresponde al cero). La razón de esto es la siguiente: si la tercera marca es la que coincide, entonces la segunda marca estará desplazada 0.1 mm con respecto a la marca más cercana de la escala principal, y la primera (correspondiente al cero) estará desplazada 0.2 mm.



[Apéndice B]

Instrucciones para la Elaboración de un Informe de Laboratorio

A continuación se describe un método o formato para elaborar y presentar un informe escrito de laboratorio.

1.- El Informe

Al elaborar un informe de laboratorio debe tenerse presente que su propósito es transmitir información que, por lo general, va dirigida a personas que tienen poca familiaridad con el objetivo del documento. Por lo tanto, el informe debe ser escrito en forma sencilla, ordenada, clara y breve. Además, si el documento contiene términos técnicos o poco usuales, éstos deben ser apropiadamente definidos y explicados.

2.- Estructura Lógica del Informe de laboratorio

La estructura lógica de un informe de laboratorio está constituida por las siguientes secciones:

- Objetivos
- Marco Teórico
- Equipo
- Procedimiento experimental
- Resultados Experimentales
- Análisis de Resultados
- Conclusiones

En las tablas que se presentan a continuación, se muestran, de manera sintetizada, las relaciones entre la definición , contenidos y apartados que debería contener un informe de laboratorio.

Tabla 1. Estructura Lógica del Informe de laboratorio

SECCIONES BASICAS	RECOMENDACIONES DE CONTENIDO	EXPLICACIÓN
1.- OBJETIVOS 1.1 Objetivos generales 1.2 Objetivos específicos	Objetivos propuestos	• El objetivo da al lector la naturaleza y propósito del experimento. • Brinda al escritor una guía para el desarrollo del informe • Sirve como guía para el análisis de los resultados • Es una guía para la elaboración de las conclusiones
2.- MARCO TEÓRICO	Fundamentos teóricos y prácticos que apoyan los objetivos • Leyes o principios que se desean comprobar • Implicaciones derivadas de estas leyes. • Deducción de las principales ecuaciones físicas que se usarán en el experimento. • Gráficos esperados o teóricos que relacionan las variables a estudiar en el experimento	• Es la presentación de los antecedentes teóricos y prácticos que apoyan el tema de investigación • El marco teórico debe escribirse en impersonal y en forma de ensayo • No se deben incluir apreciaciones personales • El marco teórico fundamenta y "define " la investigación
3.- EQUIPO	Lista del equipo empleado en el experimento, indicando la cantidad y su nombre	Son los materiales e instrumentos indispensables y empleados en la toma de medidas

Tabla 2. Estructura Lógica del Informe de laboratorio (Cont.)

SECCIONES BASICAS	RECOMENDACIONES DE CONTENIDO	EXPLICACIÓN
4.- PROCEDIMIENTO	• Lista secuencial de los pasos a seguir para realizar el experimento • Exposición de las limitaciones del equipo, así como los principales cuidados que deben considerarse para realizar exitosamente el experimento • Si es necesario se deben construir esquemas aclaratorios que complementen la explicación	• Brinda una explicación clara, concisa y secuencial de los pasos seguidos para realizar el experimento sin dificultad. • Es una guía para la construcción de tablas o cuadros que permiten resumir y ordenar las medidas experimentales
5.- RESULTADOS EXPERIMENTALES	• Descripción de los resultados experimentales cuando estos no son cuantitativos. • Tablas que resuman los datos experimentales obtenidos de medidas directas e indirectas • Cálculos obtenidos mediante ecuaciones • Gráficos que resumen la información numérica y facilitan el análisis e interpretación de los datos experimentales	• Es la información numérica y cualitativa recopilada durante el experimento • En el caso de un informe de laboratorio, esta sección contiene las tablas de dato, gráficas y muestra de cálculos

Tabla 3. Estructura Lógica del Informe de Laboratorio (Cont.)

SECCIONES BÁSICAS	RECOMENDACIONES DE CONTENIDO	EXPLICACIÓN
6.- ANALISIS DE RESULTADOS	Discusión de : • El fenómeno a observar, si no es cuantitativo, y su correspondiente referencia hecha en el marco teórico. • El dato experimental, ya sea éste medido o calculado, y su respectiva referencia (tabla, gráfico, etc.) en la sección Resultados Experimentales • La comparación del resultado experimental a través del porcentaje de error, desviación estándar, coeficiente de dispersión, etc. • Las posibles causas de los errores experimentales	• Es la contrastación de las observaciones propias obtenidas en el experimento con las presentadas en el marco teórico. • Sección fundamental del informe, porque será donde se justificarán las conclusiones y se le da confiabilidad a lo hecho experimentalmente • Una discusión bien planteada debe buscar la vinculación de los resultados experimentales con la teoría desarrollada y los objetivos propuestos
7.- CONCLUSIONES	Resumen de los resultados experimentales, numéricos y cualitativos más importantes, en relación con los objetivos	• Las conclusiones son un resumen de resultados. • Se fundamentan en los resultados experimentales, en la sección Análisis de resultados y los Objetivos. • Se presentan en forma de listado numerado consecutivamente • En el caso de un informe de laboratorio, esta sección contiene las tablas de dato, gráficas y muestra de cálculos

3.- Aspectos complementarios del Informe de Laboratorio

El informe escrito de laboratorio, al ser producto de una investigación y dada su estructura lógica, posee ciertos aspectos complementarios que contribuyen a identificarlo, facilitar su uso, etc.

Los aspectos complementarios son:

- Portada
- Bibliografía

3.1 Portada

Debe contener el nombre de la Institución, el departamento, el curso, el título del experimento o nombre de los integrantes, el semestre y el año. Cada línea de la portada debe ir centrada.

UNIVERSIDAD CATÓLICA ANDRÉS BELLO-GUAYANA

Escuela de Educación
Laboratorio de Física I

Práctica N° 7

Resorte Helicoidal

Francisco Briceño
Guillermo Borges
Claudia Bejarano

II Semestre 2005

3.2 Bibliografía

La Bibliografía incluirá la lista de obras consultadas. Se coloca después de la sección de conclusiones y no lleva numeración.

En esta sección se incluye la bibliografía citada o consultada provechosamente. Para facilitar su consulta, se ordena alfabéticamente por apellidos. La Bibliografía se escribe en el idioma en que está escrito el documento consultado. Los elementos de cada fuente a registrar en el apartado Referencias son, los siguientes y en el siguiente orden:

- Autor
- Año de la publicación
- Título
- Lugar
- Datos de la agencia o editorial que hace la publicación

a) Libros, manuales, etc.

Por regla general: si el libro tiene subtítulos se pondrá seguido al título, separado por una coma. Si se trata de la primera edición , no se indicará. Si el libro fuera de más de un tomo, se debe indicar inmediatamente después del punto que cierra el título, así *Título* (en cursiva), Vol. I. En el caso de 2 o 3 autores se deben mencionar todos separándolos por una coma. (Santalla, 2003. p.91)

Ejemplo:

Bueche, F. (1981). *Introduction to Physics for Scientist and Engineers.* 2ª Edición. Japón. Mc Graw – Hill.

b) Referencias de medios electrónicos (Internet)

La referencia debería presentarse en el siguiente orden:

Aguirre, M. , Meza, S. , Maciel, F (2004). *Física I - Mecánica y Termodinámica.* Recuperado en Junio 24, 2004, de la Universidad del Nordeste. Facultad de Ciencias Exactas y Naturales, Web site: http://www.unne.edu.ar/Web/index.html