AAQ4555.

TESIS
IC 2003
P4

UNIVERSIDAD CATÓLICA ANDRÉS BELLO

FACULTAD DE INGENIERÍA

ESCUELA DE INGENIERÍA CIVIL

IMPLEMENTACIÓN DE LAS DEFORMACIONES A CORTANTE EN EL MÉTODO MATRICIAL SIMPLIFICADO

Universidad Católica Andrés Bello
BIBLIOTECA
Caracas

REALIZADO POR **Peña Peña, Antonio**
Porras Castro, Francisco

PROFESOR GUIA **Paparoni, Mario**

FECHA **Julio 2003**

UNIVERSIDAD CATÓLICA ANDRÉS BELLO

FACULTAD DE INGENIERÍA

ESCUELA DE INGENIERÍA CIVIL

IMPLEMENTACIÓN DE LAS DEFORMACIONES A CORTANTE EN EL MÉTODO MATRICIAL SIMPLIFICADO

REALIZADO POR

Peña Peña, Antonio
Porras Castro, Francisco

PROFESOR GUIA

Paparoni, Mario

FECHA

Julio 2003

UNIVERSIDAD CATÓLICA ANDRÉS BELLO

FACULTAD DE INGENIERÍA

ESCUELA DE INGENIERÍA CIVIL

IMPLEMENTACIÓN DE LAS DEFORMACIONES A CORTANTE EN EL MÉTODO MATRICIAL SIMPLIFICADO

Este Jurado; una vez realizado el examen del presente trabajo ha evaluado su contenido con el resultado: .....

J U R A D O E X A M I N A D O R

Firma:
Nombre: .....

Firma:
Nombre: .....

Firma:
Nombre: .....

REALIZADO POR **Peña Peña, Antonio**
Porras Castro, Francisco

PROFESOR GUIA **Paparoni, Mario**

FECHA **Julio 2003**

AGRADECIMIENTO

Después de un largo camino recorrido, nos encontramos en este momento presentando nuestro trabajo especial de grado, parece que fue ayer cuando empezamos esta carrera, llenos de ilusión y con ganas de salir como ingenieros. Este gran deseo que nos ha acompañado a lo largo de todo este tiempo y nos llenó de esperanza en cada momento difícil, nos dio la fuerza para seguir adelante cuando las cosas no nos salían como queríamos y así afrontar nuestros errores para corregirlos y nunca detenernos. No es solo mérito nuestro sino también de personas que siempre han confiado en nosotros, que con gran sacrificio de una u otra manera nos apoyaron desde el comienzo sin ni siquiera titubear un minuto. No los podemos obviar en este momento y por ello queremos agradecerles todo su esfuerzo y fe en nosotros, estas personas son nuestros padres: Blanca y Antonio Peña, y Carmen Elena y Julio Porras. De verdad que muchas gracias por todo y sobre todo por darnos la oportunidad para crear nuestro futuro.

También queremos agradecerles al resto de nuestra familia y amigos cercanos que siempre estuvieron pendientes y nos prestaron su colaboración cada vez que estuvo a su alcance. Además hay personas que durante este tiempo han sido nuestro apoyo, en cada materia, en cada semestre, en cada examen o en cada trabajo, como lo son nuestros compañeros de estudios con los cuales estuvimos hombro a hombro para ayudarnos, para levantarnos, para celebrar cada crédito aprobado o para consolarnos cuando las cosas no nos salieron bien, para ellos muchas gracias y ojalá siempre sigamos unidos.

No queremos dejar de un lado a una institución que durante un largo tiempo nos sirvió de algo más que de salones de clases, de laboratorios o de bibliotecas, sino que llego a ser como nuestro hogar, donde pasamos la mayor cantidad de nuestro tiempo durante este período, donde no solo crecimos como profesionales sino que también como personas, donde nos brindaron líneas y márgenes de desarrollo que nunca olvidaremos y de la cual siempre guardaremos recuerdos imborrables de nuestra juventud, con ello muchas gracias a nuestra casa de estudio la

"UNIVERSIDAD CATÓLICA ANDRES BELLO" y con ella incluimos a todos los profesores, personal administrativo y a cada una de las personas que forman parte importante de esta institución.

Para terminar queremos agradecerles también a nuestras novias que han estado ahí siempre con nosotros ayudándonos y dándonos ánimos para seguir adelante gracias Daniela y Rebeca, por su paciencia y saber llevarnos en todo momento. Y por último a una persona que se convirtió en nuestro guía de algo muy especial y muy importante para nosotros, como es la realización de este trabajo especial de grado. Muchas gracias al Ing. Mario Paparoni, de verdad que en el corto tiempo en que lo hemos conocido no ha enseñado mucho y ha sido de gran ejemplo de lo que es ser una persona íntegra, muchas gracias por su tiempo y sus amplios conocimientos transmitidos, nunca lo olvidaremos.

SINOPSIS

El método matricial simplificado es un método propuesto por el Ingeniero Mario Paparoni, el cual se usa para resolver los desplazamientos obtenidos en una estructura, con miembros que se les conozca sus propiedades. Una vez conocidos los pasos del método, resulta sencilla la resolución de cualquier estructura plana, además este procedimiento es muy fácil programar, como por ejemplo en Excel lo cual es un punto a favor ya que disminuye el tiempo empleado para la resolución de problemas.

Para poder entender el método matricial simplificado es importante tener el conocimiento de algunos conceptos y formulaciones fundamentales que aparecen en los libros de resistencia de materiales, estructuras y álgebra matricial, como por ejemplo: Modulo de elasticidad, Matriz Cayleana, nodo, etc.

La motivación que tuvo el Ingeniero Mario Paparoni para la realización del método matricial simplificado fue el tratar de conectar la enseñanza tradicional de estructuras para la ingeniería civil, con los métodos tradicionales modernos con la finalidad de simplificar la enseñanza de esta materia, tratando en lo posible de conducir la enseñanza a un solo método de solución capaz de resolver estructuras planas malladas de todo tipo, simplificando los procedimientos que normalmente se siguen en la aplicación del método matricial de las deformaciones que a veces es llamado de ensamblaje directo de la matriz de rigidez.

El procedimiento para la resolución de estructuras por el método matricial simplificado se presenta enumerado en 12 pasos sencillos a seguir, donde se tiene que conocer para cada miembro: Modulo de elasticidad, sección transversal, ángulo de inclinación con respecto a la horizontal (medido antihorario), longitud y tipo de apoyo (rígido-rígido, rígido-articulado, etc.)

Se resolvieron 5 ejercicios por el método matricial simplificado aplicando la herramienta de Excel de manera rápida y sencilla, los resultados de estos análisis

fueron comparados por el programa para resolución de estructuras SAP2000 y se observan resultados muy semejantes donde el error cometido es pequeño.

Las deformaciones por esfuerzo cortantes se tienen que tomar en cuenta cuando tenemos miembros que sean cortos y/o áreas que sean grandes, como por ejemplo: Dinteles

Las limitaciones que tienen los métodos clásicos para resolver estructura y por lo tanto también lo tiene el método matricial simplificado es que cuando incluyen las deformaciones por esfuerzo cortante se obtienen resultados pocos precisos para vigas cortas (luz/área ≤ 2) ya que a las formulas le falta un término exponencial u homogéneo. Este problema fue resuelto por el programa SAP2000 pero no muestra sus formulaciones y no se puede saber como es el término para la solución del problema, esto puede ser tema de un estudio posterior.

En conclusión podemos decir que el método matricial simplificado es una herramienta que puede servir tanto a estudiante como a profesionales de la rama, ya que es de fácil manejo, donde arroja resultados precisos con el solo hecho que se tiene que tener cuidado cuando la relación luz/área sea $\leq$ a 2.

INDICE DE CONTENIDOS

INTRODUCCION 1

CAPITULO 1: Marco Teórico

1.1. Fundamentos del Método Matricial Simplificado 3

1.2. Conceptos Básicos 4

CAPITULO 2: DESCRIPCION DEL METODO MATRICIAL SIMPLIFICADO

2.1. Antecedentes. 13

2.2. Objetivos. 15

2.3. Ecuaciones. 16

2.4 Procedimientos. 21

2.5. Ejemplos. 28

2.5.1. Análisis de los Resultados Obtenidos. 50

2.6. Beneficios y Conclusiones. 51

CAPITULO 3: DEFORMACIÓN POR CORTE

3.1. Cuando se Utiliza La Deformación por Corte 52

3.2. Limitaciones de los Métodos Matriciales Clásicos 72

CONCLUSIONES 77

BIBLIOGRAFIA 80

INTRODUCCIÓN

El presente trabajo especial de grado tiene como objetivos fundamentales dos cosas, la primera se trata de la Implantación del Método Matricial Simplificado y la segunda se trata del cuando y el porqué es importante tomar en cuenta el corte para resolver estructuras en general, siempre y cuando en estas se presenten un estado de planeidad.

Este trabajo especial de grado se encuentra dividido en tres capítulos. El primero de ellos se trata de una serie de conceptos que consideramos básicos para facilitar la compresión de lo que queremos transmitir, el segundo capítulo explica los antecedentes, los objetivos específicos, las ecuaciones a implementar, el procedimiento que se debe seguir para su ejecución y una serie de ejemplos del método con corte y sin corte ambos resueltos por medio del programa estructural del sap2000, para de esta manera comparar sus resultados, conclusiones y beneficios de la implementación del Método Matricial Simplificado, el cual tiene como función resolver los desplazamientos obtenidos en una estructura plana con miembros de sección constante , al ser expuestos a la acción de cargas externas ; por último el tercer capítulo consiste en la explicación del cuando y porque de la implementación del factor del corte en la resolución de problemas de estructura y también ver que tipos de resultados obtenemos cuando las propiedades de una viga cambian y obtener graficas comparativas para tener una mejor visualización de los resultados obtenidos.

Los objetivos que se pretenden alcanzar con el siguiente trabajo, son:

1. Enseñar al estudiante un conjunto de reglas fáciles de entender, reducidas en número y que no presenten ambigüedades de interpretación.
2. Permitir la conexión del método propuesto con los métodos ya conocidos en la resolución de problemas de estructura.
3. Aprovechar los principios fundamentales de las estructuras y otras leyes aplicadas en la resolución de las estructuras.

4. Realizar una comparación de los resultados obtenidos con la Implementación del Método Simplificado con corte y sin corte, y con programas presentes en el mercado.
5. Analizar vigas básicas (viga empotrada-empotrada, articulada-articulada, etc) con el programa de estructura Sap2000 y con las formulas de la ecuación de la elástica, cambiando las propiedades de las vigas (longitud y área) obteniendo las deformaciones de los puntos de las vigas y comparar sus resultados.
6. Realizar graficas comparativa de los resultados obtenidos por el programa estructural Sap2000 con la ecuación de la elástica para tener una mejor visualización de los resultados.

Los fundamentos de la Implementación de este método se deben a la capacidad, rapidez y facilidad que presentan las hojas de cálculo de las computadoras (por ejemplo: Excel), donde el investigador puede programar todas las operaciones consecutivas que quiera realizar y de esta manera poderlas resolver de una manera simple con el uso de operaciones matemáticas tales como matrices y ecuaciones.

CAPITULO 1

MARCO TEORICO

1.1. FUNDAMENTOS DEL METODO MATRICIAL SIMPLIFICADO

El método matricial simplificado es un procedimiento de fácil aprendizaje el cual resuelve estructuras planas de cualquier tipo, su basamento son los procedimiento de Rotaciones, Cross y Takabeya.

Los resultados de una experiencia docente llevada a cabo en la Universidad Metropolitana por el ingeniero Mario Paparoni durante un lapso de cuatro años, durante el cual se pudo demostrar que las metodologías matriciales podían simplificarse y relacionarse con las metodologías clásicas de resolución de estructuras aporticadas (Cross, Rotaciones, Takabeya), cambiando los puntos de partida de las metodologías matriciales clásicas y, a través de la introducción de la Teoría Elemental de Grafos, y de la programación con programas tipo Excel, o con Calculadoras Manuales Avanzadas, se ha podido lograr que los alumnos de Estructuras de Pregrado de Ingeniería Civil puedan resolver problemas estructurales complicados, llegando hasta el análisis de edificios completos, en un lapso no mayor de dos semestres

1.2. CONCEPTOS BÁSICOS

Para poder entender el análisis de estructuras por el método matricial simplificado, se tienen que manejar algunos conceptos básicos, los cuales en su mayoría se encuentran en los libros de estructuras, por lo tanto estos conceptos deben ser familiares para los ingenieros y los estudiantes de esta carrera, pero es bueno explicarlos ya que pocas personas los toman en cuenta y son muy necesarios.

- **Estructura:** Es una cadena elástica estable compuesta por un número finito de

nodos o juntas, cuya función es resistir y trasmitir las acciones al suelo a través de las fundaciones. Nótese que esta definición coincide con la definición de Grafo, el cual es un conjunto de nodos unidos entre si por líneas (aristas).

Las estructuras se pueden clasificar en dos grandes ramas:

1 **Estructuras determinas:** Son aquellas estructuras en donde es posible resolver sus reacciones internas, externas o ambas, mediante las ecuaciones básicas de la estática. Las reacciones que son incógnitas tienen que ser un número igual o menor a las ecuaciones disponibles para que se origine un sistema de ecuaciones el cual tenga solución.

2 **Estructuras indeterminadas:** Son aquellas estructuras en donde el número de reacciones incógnitas es mayor que el número de ecuaciones disponibles por la estática (incluyendo ecuaciones de condición), por lo tanto no es posible obtener la reacciones internas, externas o ambas utilizando las ecuaciones de la estática. Estas estructuras se pueden dividir a su vez en:

a. **Estructuras internamente indeterminadas:** Son aquellas estructuras que conocidas todas las reacciones externas, no es posible conocer las reacciones o esfuerzos internas por medio de las ecuaciones de la estática.

b. **Estructuras externamente indeterminadas:** Son aquellas estructuras en las cuales el número de reacciones externas supera al número de ecuaciones de la estática disponible.

- **Miembro estructural:** Son las partes principales de una estructura o edificio (vigas, columnas, y también las placas y los muros).
- **Miembro rígido:** son todos aquellos miembros de la estructura que cumplan con la hipótesis de que su deformación longitudinal es cero (no se alarga ni se encoge). Esta definición es extensible a otras deformabilidades, por ejemplo: cuando de "brazos Rígidos" o "diafragmas rígidos" .
- **Nodo:** Es el elemento que conecta dos o mas miembros entre sí, o viceversa, un miembro también conecta dos nodos entre sí y además, un nodo también puede conectar un elemento a tierra. Los nodos pueden clasificarse de la siguiente manera:

1. **Nodo activo:** Es aquel nodo que no tiene restricciones para desplazarse en cualquier dirección o girar en cualquier sentido.
2. **Nodo pasivo:** Es aquel nodo al cual se le restringe cualquier desplazamiento o giro, el nodo pasivo está vinculado a una base (también llamada tierra).

3. **Nodo central:** Es aquel nodo, activo o parcialmente pasivo, sometido a solicitaciones, las cuales se distribuyen a los nodos periféricos.
4. **Nodo periférico:** es aquel nodo activo o pasivo, que recibe las solicitaciones transportadas desde el nodo central.

- **Vínculo:** Es toda condición geométrica que limita o restringe la movilidad de una estructura o algún elemento de la misma.

  Los vínculos se pueden clasificar de la siguiente manera:

  1. **Externos:** Son aquellos que vinculan la estructura con la tierra.
  2. **Internos:** Son aquellos que vinculan los miembros de la estructura entre si.

Los vínculos también se pueden clasificar de acuerdo a las limitaciones de movilidad impuestas a los miembros al que están unidos y es de la siguiente manera:

1. **De primera clase:** Son aquellos que permiten rotación y traslación en una dirección (restringe un solo movimiento), tales como los rodillos y los vínculos móviles
2. **De segunda clase:** Son aquellos que permiten solo la rotación, como la articulación fija, o solo la traslación en una dirección, como el empotramiento móvil.
3. **De tercera clase:** Son aquellos que no permiten ningún tipo de movimiento, ni traslación ni rotación, este es el caso del empotramiento fijo.

- **Desplazamiento:** Es la traslación o rotación en algún punto de la estructura.

- **Acción:** Fenómenos que producen cambios en el estado de tensiones y deformaciones en los elementos de una edificación.

Las acciones se pueden clasifican en:

1. **Externas:** son todos aquellos tipos de fuerzas, pares de fuerzas o combinación de ambos que actúan sobre la estructura.
2. **Internas:** son las resultantes de la distribución de esfuerzos internos, e incluyen a los momentos flexionantes, fuerzas cortantes, fuerzas axiales y pares torsionantes.

Las acciones también se pueden clasificar en:

1. **Permanentes:** Son aquellas acciones que actúan continuamente sobre la edificación y cuya magnitud puede considerarse invariable en el tiempo, como las cargas debidas al peso propio de los componentes estructurales y no estructurales, las deformaciones y los desplazamientos impuestos por el efecto de una pretensión, los debidos a movimientos diferenciales permanentes de los apoyos o de temperaturas permanentes, etc.
2. **Variables:** Acciones que actúan sobre la edificación con una magnitud variable en el tiempo y que se deben a su ocupación y uso habitual, así como a las acciones variables de temperatura, etc.
3. **Accidentales:** Acciones que en la vida útil de la edificación tienen una pequeña probabilidad de ocurrencia y sólo durante lapsos breves, como las acciones debidas al sismo, al viento, etc.
4. **Extraordinarias:** Acciones que normalmente no se consideran entre las que actúan en la vida útil de una edificación y que, sin embargo, pueden presentarse en casos excepcionales y causar catástrofes, como las acciones debidas a explosiones, incendios, etc.

- **Deformaciones por esfuerzo cortante:** La deformación a cortante sólo aparece con cargas transversales, es decir perpendiculares al eje del miembro. Por lo tanto aparecen términos adicionales en ese caso.

- No hay deformaciones a corte ni con fuerzas axiales, ni directamente con momentos (sólo en el caso de voladizo).
- **Análisis:** Determinación, gracias a los modelos matemáticos, de las respuestas correspondientes a las acciones.
- **Análisis estructural:** Determinación de las solicitaciones en los elementos de una estructura o edificio debidas a las acciones que actúan sobre ellos.
- **Módulo de elasticidad:** Se define como la relación entre la tensión y la deformación. Es una medida de la rigidez que posee un material de conducta lineal (Hookeano).
- **Ley de Hooke:** Esta ley establece la relación de proporcionalidad entre el esfuerzo y la deformación y su ecuación es la siguiente $\sigma = E\varepsilon$ en la que E es el módulo de elasticidad del material.
- **Ley de Betti**: enunciado "en una estructura cualquiera cuyo material sea elástico y sigua la ley de Hooke y en la que los apoyos no puedan ceder y la temperatura sea constante, el trabajo virtual externo realizado por un sistema de fuerzas 1 durante la deformación producida por un sistema de fuerzas 2, es igual al trabajo virtual realizado por el sistema de fuerzas 2 durante la deformación producida por el sistema de fuerzas 1".

  La ley de Betti justifica el principio de superposición, pero además tiene otras implicaciones. En realidad es una ley de la termodinámica (principio de Gibas) cuando se aplica a sistemas conservativos.
- **Ley de las deflexiones recíprocas de Maxwell**: enunciado "En una estructura cualquiera cuyo material sea elástico y sigua la ley de Hooke y en la que los apoyos no puedan ceder y la temperatura sea constante, cualquier componente de deflexión, sea lineal o rotacional y en cualquier punto A, resultante de la aplicación de una solicitación unitaria sea fuerza o par aplicado en cualquier otro punto B, es igual en magnitud a la

componente de deflexión, sea lineal o rotacional en B, (en la dirección de la solicitación aplicada primeramente en B) resultante de una solicitación unitaria en A aplicada en la dirección de la componente de deflexión original en A."

La ley de Maxwell explica la simetría de las matrices de rigidez y flexibilidad y la transposición que aparece en matrices que describan transporte de acciones.

- **Teorema recíproco de Maxwell-Betti**: dada una estructura estable cualquiera, con una relación lineal de carga deformación, sobre la cual se hayan elegido puntos arbitrarios, si en cualquier punto o grupo de puntos y en cualquiera de los dos sistemas de cargas diferentes, se consideran cargas aplicadas, fuerzas y/o pares, el trabajo virtual efectuado por las fuerzas y/o pares del primer sistema que actúan a lo largo de los desplazamientos correspondientes causados por el segundo sistema, serán iguales al trabajo virtual efectuado por las fuerzas y/o pares del segundo sistema que actúan a través de los desplazamientos correspondientes causados por el primer sistema. Explica la simetría de las matrices de flexibilidad y rigidez.
- **Métodos que se utilizan para resolver estructuras:** Aquí vamos a nombrar y dar una breve explicación de los métodos más utilizados y tradicionales para resolver estructuras.

    1. **Métodos de las Fuerzas:** Se basan en la indeterminación estática que tenga la estructura que se desee resolver, siendo las incógnitas las fuerzas redundantes, tanto las externas como las internas. Las ecuaciones de compatibilidad de desplazamientos o ecuaciones de

superposición son aquellas ecuaciones lineales que conforman el sistema cuya resolución proporcionan los valores de las incógnitas que se desean conocer.

2. **Método general (m. De las deformaciones consistentes, de la fuerza deformación o de flexibilidad):**

Finalidad: es la de determinar las tensiones en una estructura indeterminada de cualquier orden, a través de la utilización de los conceptos de Trabajos Virtuales, aceptando plenamente el principio de la superposición de efectos y linealidad de las respuestas.

Concepto: compatibilidad de deformaciones a través de quienes las producen (solicitaciones o cargas aplicadas). Convierte una estructura indeterminada en una estructura equivalente determinada, isostática y estable, al suprimirle las restricciones adicionales (llamadas redundantes, hiperestáticas o sobrantes) es decir las que exceden al mínimo número necesario para tener la estructura en equilibrio estático, por acciones equivalentes llamadas incógnitas, llamándose a este nueva estructura, estructura primaria.

Ventajas y desventajas: la estructura puede presentar un ilimitado número de grados de desplazabilidad, sin que estos compliquen y alarguen el procedimiento, sin embargo presenta serias dificultades en cuanto a la ejecución, por razones de tiempo si la estructura presenta un gran número de grados de indeterminación.

Enfoque matricial: $\Delta = \Delta o + \delta * X$

Δ: desplazamientos de la estructura original en la dirección de las redundantes

Δ o: desplazamientos de la estructura 0 en la dirección de las redundantes

δ : matriz de flexibilidad

X: vector de redundantes

Buscándose las redundantes.

3. Método de las rotaciones, desarrollado originalmente sólo para estructuras compuestas de miembro lineales.

Finalidad: determinación de las deformaciones rotacionales en cada junta existente, originadas éstas por cargas actuantes sobre la estructura y debidas solo por efectos de las solicitaciones a flexión, despreciando los efectos del corte, carga axial, cambios de temperatura, etc, y los resultados son aceptables para una gama amplia de casos.

Ventajas y desventajas: 1- se puede usar para estructuras de cualquier número de grados de indeterminación y de desplazabilidad. 2 – facilidad y rapidez de operaciones comparado con los métodos llamados exactos. Solo puede ser usado para estructuras compuestas de miembros rectos y prismáticos o de inercia constante, no acepta sistemas de cargas que no estén en el mismo plano de la estructura, los resultados no son exactos, debido a las hipótesis en las cuales se basa, aunque están bastante cercanos a la realidad y satisfactorios para el cálculo de edificios de plantas regulares y convencionales.

Ecuación fundamental de la deformación angular: $Mij = E.I.Kij.\ (2.\theta i + \theta j - 3.\alpha ij) + Meij$

Siendo: Kij : I/L, factor de rigidez del miembro o simplemente rigidez el miembro

αij: rotación de la cuerda que une a los extremos de la elástica del miembro ij

θi: rotación en el extremo i (ángulo nodal, cuando hay conexión rígida entre miembro y el nodo).

MEij: Momentos de empotramiento en el extremo i del miembro ij

4. **Método de distribución de momentos (m. De Cross)**

Presentado por el profesor Hardy Cross, en la Universidad de Illinois en Chicago , en la década de los años veinte, sin embargo no fue presentado oficialmente para uso de la profesión, hasta el año de 1932 cuando publicó un artículo titulado "Análisis de Pórticos Continuos por Distribución de los Momentos de Empotramientos"

Finalidad: determinar los momentos finales que se generan en cada junta existente de la estructura, originados éstos por las cargas actuantes sobre la estructura y sólo a causa de las solicitaciones a flexión, despreciando los efectos producidos por las demás solicitaciones, suponiendo que éstos son despreciables y los resultados así obtenidos sean aceptables.

Ventajas y desventajas: se puede usar para estructuras de cualquier número de grado de indeterminación y de desplazabilidad y su facilidad y rapidez de operaciones comparado con los métodos llamados exactos. Puede ser usado para estructuras compuestas de miembros rectos y prismáticos de inercia constante y adaptado a miembros con inercias variables (miembros no prismáticos), no acepta sistemas de cargas que no estén en el mismo plano de la estructura, los resultados no son exactos, debido a las hipótesis en las cuales se basa, aunque están bastante cercanos a la realidad y satisfactorios para el cálculo de edificios de plantas regulares y convencionales.

Su empleo actual sólo se justifica para estructuras sencillas y como excelente instrumento docente para adquirir "sensibilidad" sobre el "flujo" de solicitaciones

entre los nodos de una estructura. Resulta ser muy laborioso para estructuras con nodos desplazables.

5. Método de Takabeya (m. Iterativo para el Análisis de Pórticos Orto-Reticulares)

Solo sirve en pórticos formados por vigas horizontales y columnas verticales, para que en todo el piso exista un momento unitario igual para todo tipo de columna, no se consideran las cargas transversales sobre las columnas, los nodos en la base de las columnas son considerados como empotrados. Se basa en la Ecuación fundamental de la deformación angular. Es un método aproximado que busca simplificar las operaciones y reducir el tiempo de procesamiento de información en las computadoras. Creador Ing. Fukuhei Takabeya.

Para poder utilizar los métodos tradicionales de estructuras y el método matricial simplificado es necesario tener el conocimiento de algunos conceptos y de las operaciones básicas del álgebra matricial.

- **Matriz:** Expresión matemática de una serie de coeficientes provenientes de un sistema de n ecuaciones con m incógnitas, generando una matiz de n filas por m columnas, la cual admite una serie de operaciones matriciales previamente definidas. Pueden considerarse como la extensión a un campo multidimensional del concepto de número unidimensional (la recta numérica).
- **Matriz Cayleana:** aquella matriz que presenta las operaciones matriciales definidas por Cayley. Estas operaciones son:

  - Suma de matrices: dadas dos o mas matrices, de igual numero de filas y columnas, se conoce como matriz suma a la matriz generada por la

suma de dos o más matrices, tendrá como elementos los resultados de la suma de los respectivos elementos de las matrices sumadas.

- Multiplicación de una matriz por un escalar: Dado un escalar y una matriz, se conoce como producto de la matriz por un escalar, a la matriz cuyos términos son los resultados de la multiplicación del escalar por los respectivos elementos de la matriz.
- Multiplicación de matrices: dada la matriz de n filas y m columnas, y la matriz de m filas y n columnas, se define como matriz producto de las anteriores a la matriz cuyos elementos estarán formados por la suma de los productos de los elementos de una fila de la primera matriz por los elementos de una columna de la otra matriz.

Además estas matrices presentan una serie de propiedades o formas distintas, nombradas a continuación:

- Propiedad Asociativa
- Propiedad Distributiva
- Matriz Transpuesta
- Matriz Inversa
- Matriz Identidad

➢ **Matrices no Cayleanas:** son todas aquellas matrices que no cumplen con, por lo menos, alguna de las operaciones o propiedades antes definidas; aunque también entran dentro de esta categoría aquellas matrices que poseen, por lo menos, una propiedad u operación adicional que no esté definida para las matrices cayleanas.

➢ **Matrices Isomorfas:** las matrices isomorfas son aquellas que presentan la misma arquitectura, lo cual significa que las posiciones de las casillas pertinentes llenas es siempre la misma para todas ellas.

CAPITULO 2

DESCRIPCION DEL METODO MATRICIAL SIMPLIFICADO

2.1. ANTECEDENTES

El ingeniero Mario Paparoni luego de haber consultado una extensa bibliografía, desde sus orígenes hasta las más recientes obras sobre análisis matricial de estructuras y álgebra lineal, ha llegado a las siguientes conclusiones sobre la enseñanza de análisis matricial de estructuras.

1) Se aparta totalmente del conocimiento clásico, donde se crea una apariencia de un estudio totalmente nuevo que no tiene relación con el pasado, lo cual es un hecho completamente falso.

2) Los problemas de estructuras que se resuelven con matrices se realizan como si se tratase del manejo de números puros, sin dimensiones físicas, lo que indica que no se toma en cuenta el análisis dimensional.

3) Los principios fundamentales de las estructuras como lo son las leyes de Betti y de Maxwell no se aprovechan en todo su poder de deducción de demostración, en cambio se utilizan otras leyes las cuales no son fundamentales pero producen procedimientos de resolución prácticos, tales como: Castigliano, trabajos virtuales, equilibrio, compatibilidad, etc.

4) No se define bien cual es el problema que se quiere resolver ni a donde se puede llegar, ya que rara vez se muestran explícitamente las matrices que quedan al final del proceso mostrado.

5) En los procedimientos sólo se muestran operaciones algebraicas (álgebra de matrices) y casi nunca se analiza el sentido físico de esos procedimientos

(Cambio de coordenadas, giros de ejes, operaciones que tienen que ver con calculo de trabajos, etc.). Todos los procedimientos de álgebra matricial tienen sentidos físicos, aunque ellos sean difíciles de percibir.

6) Cuando empiezan aparecer los computadores, los cuales se caracterizaban por su poca capacidad de almacenamiento, los programas se realizaban tratando de utilizar la menor cantidad de memoria posible, con las siguientes consecuencias: A) pensar en instrucciones y no en los objetivos perseguidos; B) preferir procedimientos con múltiples operaciones repetitivas que consumieran poca memoria.

7) En los análisis se utiliza una notación puramente matricial, con pequeños subíndices y cambios permanentes de los valores simbólicos, lo que indica que se aparta el valor numérico de los viejos símbolos (F, M, Q, V, x , y, z, θ, α, etc.)

8) Las matrices finales no se muestran nunca como objetos que tienen una forma, un orden, unos patrones y unas secuencias repetitivas que podamos perfectamente memorizar como figuras geométricas. Al aparecer espacios multidimensionales no se toman en cuenta las representaciones geométricas bidimensionales, que son las que el ingeniero aprendió a usar con la geometría. Las matrices son la imagen bidimensional de un espacio multidimensional.

9) Al eliminarse toda mención de dimensiones físicas y todo ordenamiento basado en ellas, desaparecen también los grandes patrones de regularidad que nos ayudan a comprender las cosas.

10) Se puede concluir que no se ha tomado la estrategia y la vía correcta para llegar a soluciones, con los principios básicos que no son necesariamente únicos.

2.2. OBJETIVOS

Los objetivos que se alcanzaran en este capitulo son los siguientes:

1.- Facilitar a los investigadores un conjunto de reglas sencillas, reducidas en número y que no presenten ambigüedades para el manejo del método.

2.- Presentar a los estudiantes patrones visuales bidimensionales donde estos tengan una forma geométrica y no un lenguaje por medio de símbolos complicados para su entendimiento.

3.- Permitir un enlace entre lo que el estudiante ha venido aprendiendo en cursos anteriores (M. de Cross y M. de Rotaciones) con los nuevos conocimientos que estamos implementado.

4.- Enseñar un procedimiento global y no muchos particularizados.

5.- Olvidarse por un momento de metodologías clásicas (por ejemplo el método de las fuerzas) que resuelven el mismo problema, pero de una manera menos automática y rápida, por ello ya no tiene sentido su utilización.

6.- Los cursos de estructuras se pueden comenzar con una afirmación la cual es perfectamente valida, que diga que las estructuras se pueden conocer a partir de sus deformaciones en lugar de sus fuerzas.

7.- Trasmitir a los cursantes de cálculo estructural que un programa como Excel, al alcance de todos y que mantiene un lenguaje único para todo el mundo, puede servirnos como una herramienta fundamental para el desarrollo y ejecución de nuestros conocimientos adquiridos para facilitar nuestro trabajo, darle rapidez y precisión a sus resultados.

2.3. ECUACIONES

A continuación se presentan las matrices nodales por flexión y corte, y de transporte de los diferentes tipos de conexiones que se estudian en los cursos de estructuras:

Primero se van a presentar las matrices que toman en cuenta la parte de flexión con su respectiva matriz de transporte y después las matrices que toma en cuenta la parte de corte.

Tipo de conexión: rígida – rígida

Matriz Nodal:

	Δθ	**Δx**	**Δy**
M	$\frac{4 \cdot E \cdot I}{l}$	$\frac{6 \cdot E \cdot I}{l^2} \cdot Sen(\alpha)$	$-\frac{6 \cdot E \cdot I}{l^2} \cdot Cos(\alpha)$
X	$\frac{6 \cdot E \cdot I}{l^2} \cdot Sen(\alpha)$	$\frac{E \cdot A}{l} \cdot Cos^2(\alpha) + \frac{12 \cdot E \cdot I}{l^3} \cdot Sen^2(\alpha)$	$\frac{E \cdot A}{l} \cdot Sen(\alpha) \cdot Cos(\alpha) - \frac{12 \cdot E \cdot I}{l^3} \cdot Sen(\alpha) \cdot Cos(\alpha)$
Y	$-\frac{6 \cdot E \cdot I}{l^2} \cdot Cos(\alpha)$	$\frac{E \cdot A}{l} \cdot Sen(\alpha) \cdot Cos(\alpha) - \frac{12 \cdot E \cdot I}{l^3} \cdot Sen(\alpha) \cdot Cos(\alpha)$	$\frac{E \cdot A}{l} \cdot Sen^2(\alpha) + \frac{12 \cdot E \cdot I}{l^3} \cdot Cos^2(\alpha)$

Matriz de Transporte:

	Δθ	**Δx**	**Δy**
M	0.5	-1	-1
X	1	-1	-1
Y	1	-1	-1

Tipo de conexión: Rígida – Articulada

Matriz Nodal:

	Δθ	Δx	Δy
M	$\frac{3\cdot E\cdot I}{l}$	$\frac{3\cdot E\cdot I}{l^2}\cdot Sen(\alpha)$	$-\frac{3\cdot E\cdot I}{l^2}\cdot Cos(\alpha)$
X	$\frac{3\cdot E\cdot I}{l^2}\cdot Sen(\alpha)$	$\frac{E\cdot A}{l}\cdot Cos^2(\alpha)$ $+\frac{3\cdot E\cdot I}{l^3}\cdot Sen^2(\alpha)$	$\frac{E\cdot A}{l}\cdot Sen(\alpha)\cdot Cos(\alpha)$ $-\frac{3\cdot E\cdot I}{l^3}\cdot Sen(\alpha)\cdot Cos(\alpha)$
Y	$-\frac{3\cdot E\cdot I}{l^2}\cdot Cos(\alpha)$	$\frac{E\cdot A}{l}\cdot Sen(\alpha)\cdot Cos(\alpha)$ $-\frac{3\cdot E\cdot I}{l^3}\cdot Sen(\alpha)\cdot Cos(\alpha)$	$\frac{E\cdot A}{l}\cdot Sen^2(\alpha)$ $+\frac{3\cdot E\cdot I}{l^3}\cdot Cos^2(\alpha)$

Matriz de Transporte:

	Δθ	Δx	Δy
M	0	0	0
X	0	-1	-1
Y	0	-1	-1

Tipo de conexión: Articulada – Rígida

Matriz Nodal:

	Δθ	Δx	Δy
M	0	0	0
X	0	$\frac{E\cdot A}{l}\cdot Cos^2(\alpha)$ $+\frac{3\cdot E\cdot I}{l^3}\cdot Sen^2(\alpha)$	$\frac{E\cdot A}{l}\cdot Sen(\alpha)\cdot Cos(\alpha)$ $-\frac{3\cdot E\cdot I}{l^3}\cdot Sen(\alpha)\cdot Cos(\alpha)$
Y	0	$\frac{E\cdot A}{l}\cdot Sen(\alpha)\cdot Cos(\alpha)$ $-\frac{3\cdot E\cdot I}{l^3}\cdot Sen(\alpha)\cdot Cos(\alpha)$	$\frac{E\cdot A}{l}\cdot Sen^2(\alpha)$ $+\frac{3\cdot E\cdot I}{l^3}\cdot Cos^2(\alpha)$

Matriz de Transporte:

	Δθ	Δx	Δy
M	0	0	0
X	0	-1	-1
Y	0	-1	-1

Tipo de conexión: Rígida – Rodillo

Matriz Nodal:

	Δθ	Δx	Δy
M	$\frac{3 \cdot E \cdot I}{l}$	$\frac{3 \cdot E \cdot I}{l^2} \cdot Sen(\alpha)$	$-\frac{3 \cdot E \cdot I}{l^2} \cdot Cos(\alpha)$
X	$\frac{3 \cdot E \cdot I}{l^2} \cdot Sen(\alpha)$	$\frac{3 \cdot E \cdot I}{l^3} \cdot Sen^2(\alpha)$	$-\frac{3 \cdot E \cdot I}{l^3} \cdot Sen(\alpha) \cdot Cos(\alpha)$
Y	$-\frac{3 \cdot E \cdot I}{l^2} \cdot Cos(\alpha)$	$-\frac{3 \cdot E \cdot I}{l^3} \cdot Sen(\alpha) \cdot Cos(\alpha)$	$\frac{3 \cdot E \cdot I}{l^3} \cdot Cos^2(\alpha)$

Matriz de Transporte:

	Δθ	Δx	Δy
M	0	0	0
X	0	-1	-1
Y	0	-1	-1

Tipo de conexión: Rodillo – Rígida

Matriz Nodal:

	Δθ	Δx	Δy
M	0	0	0
X	0	$\frac{3 \cdot E \cdot I}{l^3} \cdot Sen^2(\alpha)$	$-\frac{3 \cdot E \cdot I}{l^3} \cdot Sen(\alpha) \cdot Cos(\alpha)$
Y	0	$-\frac{3 \cdot E \cdot I}{l^3} \cdot Sen(\alpha) \cdot Cos(\alpha)$	$\frac{3 \cdot E \cdot I}{l^3} \cdot Cos^2(\alpha)$

Matriz de Transporte:

	Δθ	Δx	Δy
M	0	0	0
X	0	-1	-1
Y	0	-1	-1

Tipo de conexión: Rígida – Rígida con Empotramiento Deslizante Verticalmente

Matriz Nodal:

	Δθ	Δx	Δy
M	$\frac{3 \cdot E \cdot I}{l}$	0	0
X	0	$\frac{E \cdot A}{l} \cdot Cos^2(\alpha)$	$\frac{E \cdot A}{l} \cdot Sen(\alpha) \cdot Cos(\alpha)$
Y	0	$\frac{E \cdot A}{l} \cdot Sen(\alpha) \cdot Cos(\alpha)$	$\frac{E \cdot A}{l} \cdot Sen^2(\alpha)$

Matriz de Transporte:

	Δθ	Δx	Δy
M	1	-1	-1
X	1	-1	-1
Y	1	-1	-1

Tipo de conexión: Rígida – Rígida con Empotramiento Deslizante Horizontalmente

Matriz Nodal:

	Δθ	Δx	Δy
M	$\frac{4 \cdot E \cdot I}{l}$	$\frac{6 \cdot E \cdot I}{l^2} \cdot Sen(\alpha)$	$-\frac{6 \cdot E \cdot I}{l^2} \cdot Cos(\alpha)$
X	$\frac{6 \cdot E \cdot I}{l^2} \cdot Sen(\alpha)$	$\frac{12 \cdot E \cdot I}{l^3} \cdot Sen^2(\alpha)$	$\frac{12 \cdot E \cdot I}{l^3} \cdot Sen(\alpha) \cdot Cos(\alpha)$
Y	$-\frac{6 \cdot E \cdot I}{l^2} \cdot Cos(\alpha)$	$\frac{12 \cdot E \cdot I}{l^3} \cdot Sen(\alpha) \cdot Cos(\alpha)$	$\frac{12 \cdot E \cdot I}{l^3} \cdot Cos^2(\alpha)$

Matriz de Transporte:

	Δθ	Δx	Δy
M	0.5	-1	-1
X	1	-1	-1
Y	1	-1	-1

Tipo de conexión: Articulado - Articulado

Matriz Nodal:

	Δθ	Δx	Δy
M	0	0	0
X	0	$\frac{E \cdot A}{l} \cdot Cos^2(\alpha)$	$\frac{E \cdot A}{l} \cdot Sen(\alpha) \cdot Cos(\alpha)$
Y	0	$\frac{E \cdot A}{l} \cdot Sen(\alpha) \cdot Cos(\alpha)$	$\frac{E \cdot A}{l} \cdot Sen^2(\alpha)$

Matriz de Transporte:

	Δθ	Δx	Δy
M	0	0	0
X	0	-1	-1
Y	0	-1	-1

La matriz que toma en cuenta la deformación por corte es la siguiente:

	Δθ	Δx	Δy
M	(1+Φ/4)/(1+Φ)	1/(1+Φ)	1/(1+Φ)
X	1/(1+Φ)	1 1/(1+Φ)	1 1/(1+Φ)
Y	1/(1+Φ)	1 1/(1+Φ)	1 1/(1+Φ)

En donde:

$$\Phi = \frac{12 * E * I}{G * A * l^2} \qquad G = \frac{E}{2 * (1 + \mu)}$$

Se introduce en las matrices anteriores (rigideces) multiplicándola casilla a casilla por estas.

2.4. PROCEDIMIENTOS

Una vez conocidos los pasos de este método, resulta sencilla la resolución de cualquier estructura simple plana, tomada de la realidad y en los cursos de estructuras a nivel de pregrado. Siguiendo cada paso se llega a resultados de forma ordenada, sistemática, sencilla y en poco tiempo, tiempo que a su vez se irá reduciendo en la medida que el método se practique.

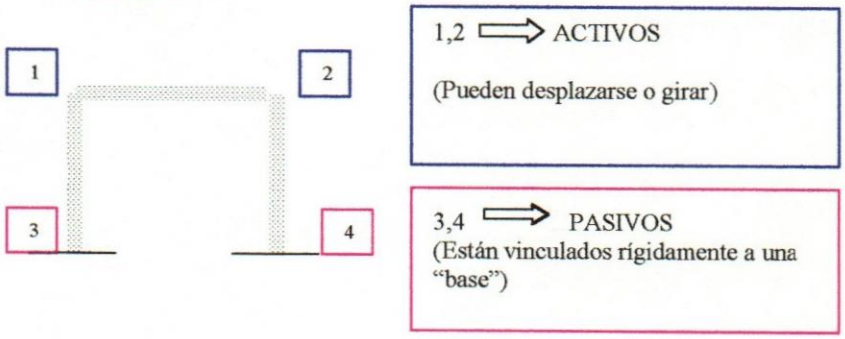
Para poder utilizar este método se deben conocer los siguientes parámetros de cada uno de sus miembros: Su longitud, el área transversal, el módulo de elasticidad y el ángulo de inclinación del miembro, medido de manera antihoraria con respecto a la horizontal (ángulo trigonométrico).

A continuación se muestra explicado cada paso en orden:

1. Identificar en la estructura los nodos pasivos y los nodos activos.

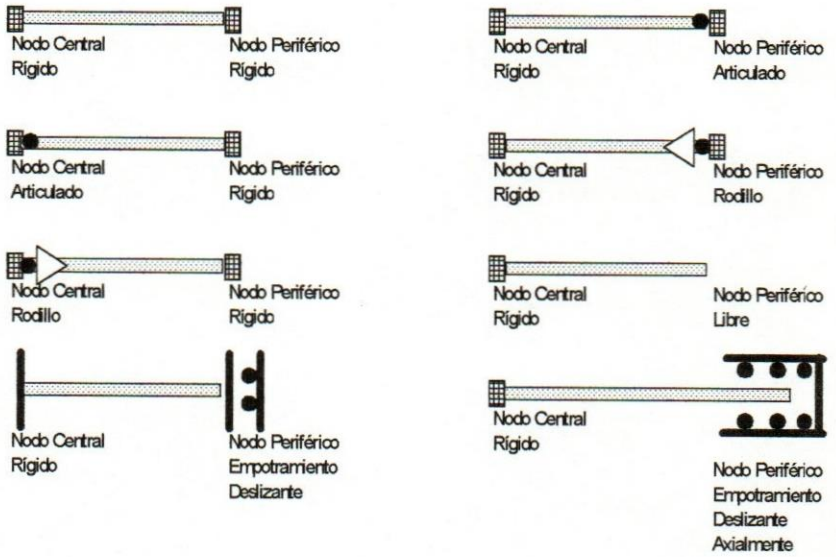
2. Numerar los nodos comenzando con los activos y finalizando con los pasivos.

Ejemplo:

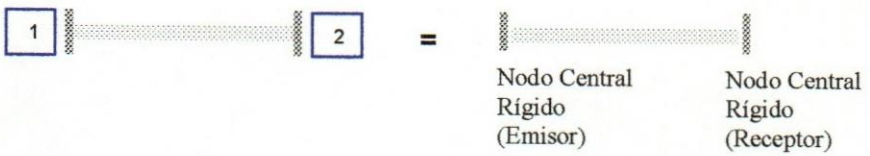


Todos los ejemplos a continuación estarán referidos al miembro 1-2, en cuyo caso el nodo "1" es el nodo central y el nodo "2" es el nodo periférico.

3. Identificar el tipo de conexión de cada miembro, con ayuda de las ilustraciones:

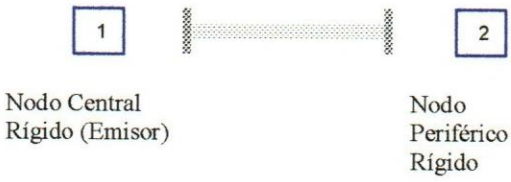


Para el caso que analizamos tanto el nodo central como el periférico están rígidamente unidos a los miembros, como se muestra en la figura.



4. Una vez identificadas las conexiones de los miembros, se procede a generar la matriz nodal de cada miembro. Además, teniendo en cuenta los tipos de conexiones se procede a definir para cada miembro su matriz de transporte.

Ejemplo:



Baremo de coeficientes nodales (campo dimensional) correspondientes a

	$\Delta\theta$	Δx	Δy
M	$4(EI)_{12}/L_{12}$	$(6(EI)_{12}/(L_{12})^2)*$ Senα	$(-6(EI)_{12}/(L_{12})^2)$ *cosα
X	$(6(EI)_{12}/(L_{12})^2)*$ Senα	$((EA)_{12}/L_{12})*\cos^2\alpha + (12(EI)_{12}/L_{12}^3)*\text{sen}^2\alpha$	$((EA)12/L12)*$ SenαCosα - $(12(EI)_{12}/L_{12}^3)*$ SenαCosα
Y	$(-6(EI)_{12}/L_{12}^2)*$ Cosα	$(EA_{12}/L_{12})*$ SenαCosα- $(12(EI)_{12}/L_{12}^3)*$ SenαCosα	$((EA)_{12}/L_{12})*\text{Sen}^2\alpha + (12(EI)_{12}/L_{12}^{3)}*\text{Cos}^2\alpha$

Características del Miembro 1-2	
EI	$(EI)_{12}$
L	L_{12}
EA	EA_{12}
A	0

5. Para poder incluir la deformación por corte, al baremo de rigidez hay que multiplicarlo por la siguiente matriz, con la cual se realiza una multiplicación superpuesta de ambas.

	$\Delta\theta$	Δx	Δy
M	$(1+\Phi/4)/(1+\Phi)$	$1/(1+\Phi)$	$1/(1+\Phi)$
X	$1/(1+\Phi)$	1 $1/(1+\Phi)$ *	1 $1/(1+\Phi)$ *
Y	$1/(1+\Phi)$	1 $1/(1+\Phi)$ *	1 $1/(1+\Phi)$ *

* El numero 1 se multiplica por el primer termino de la suma en la respectiva casilla y el termino $1/(1+\Phi)$ se multiplica por el segundo termino de la suma.

Para nuestro caso de estudio la matriz nodal queda de la siguiente manera:

	$\Delta\theta$	Δx	Δy
M	$(4(EI)_{12}/L_{12})*(1+\Phi/4)/(1+\Phi)$	$(6(EI)_{12}/(L_{12}^2)*(Sen\alpha)(1/(1+\Phi))$	$(-6(EI)_{12}/(L_{12})^2)*(Cos\alpha)(1/(1+\Phi))$
X	$(6(EI)_{12}/(L_{12})^2)*(Sen\alpha)(1/(1+\Phi))$	$((EA)_{12}/L_{12})*Cos^2\alpha + (12(EI)_{12}/L_{12}^3)*(Sen^2\alpha)(1/(1+\Phi))$	$((EA)12/L12)*Sen\alpha Cos\alpha - (12(EI)_{12}/L_{12}^3)*Sen\alpha Cos\alpha(1/(1+\Phi))$
Y	$(-6(EI)_{12}/L_{12}^2)*(Cos\alpha)(1/(1+\Phi))$	$(EA_{12}/L_{12})*Sen\alpha Cos\alpha - (12(EI)_{12}/L_{12}^3)*Sen\alpha Cos\alpha(1/(1+\Phi))$	$((EA)_{12}/L_{12})*Sen^2\alpha + (12(EI)_{12}/L_{12}^3)*Cos^2\alpha(1/(1+\Phi))$

6. Luego de resolver cada miembro, se procede a calcular la matriz periférica del miembro, siendo la multiplicación superpuesta de la matriz nodal con la matriz de transporte del mismo.

7. A partir de la obtención de las matrices periféricas de todos los miembros, se procede a generar la matriz de rigidez de la estructura, ésta matriz se divide en nueve campos o submatrices y se obtiene rellenando las casillas de la matriz de rigidez del miembro con los valores de las casillas correspondientes a cada campo de las matrices periféricas de cada miembro. La generación de la matriz de rigidez de la estructura se explica gráficamente a continuación:

Por ejemplo, la matriz periférica de un miembro 12 tiene la siguiente forma:

	Δθ	Δx	Δy
M	12	12	12
X	12	12	12
Y	12	12	12

A cada campo de la matriz periférica, se le asignó un color, igual para todos los miembros, para luego rellenar la matriz de rigidez de la estructura, con valores provenientes de las casillas de igual color de la matriz periférica de cada miembro:

	Δθ				Δx				Δy			
M	11	12	13	14	11	12	13	14	11	12	13	14
	21	22	23	24	21	22	23	24	21	22	23	24
	31	32	33	34	31	32	33	34	31	32	33	34
	41	42	43	44	41	42	43	44	41	42	43	44
X	11	12	13	14	11	12	13	14	11	12	13	14
	21	22	23	24	21	22	23	24	21	22	23	24
	31	32	33	34	31	32	33	34	31	32	33	34
	41	42	43	44	41	42	43	44	41	42	43	44
Y	11	12	13	14	11	12	13	14	11	12	13	14
	21	22	23	24	21	22	23	24	21	22	23	24
	31	32	33	34	31	32	33	34	31	32	33	34
	41	42	43	44	41	42	43	44	41	42	43	44

Posteriormente, se procede a rellenar las casillas ubicadas en las diagonales de cada campo con la sumatoria de los valores de las filas correspondientes a las matrices nodales de cada miembro.

8. Eliminar las filas y columnas correspondientes a los nodos pasivos. Se obtiene la matriz reducida.

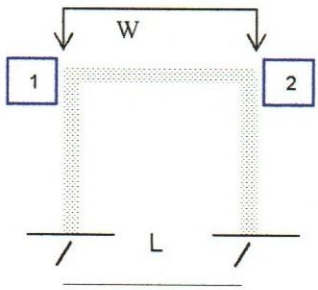
   Para nuestro ejemplo la matriz queda de la siguiente manera, ya que hay 2 nodos activos y 2 nodos pasivos.

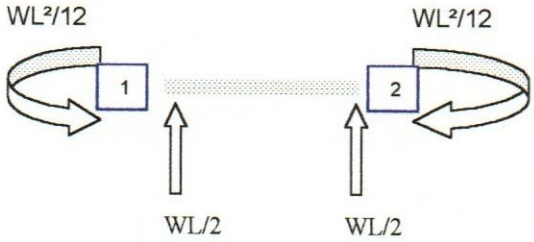
	Δθ		**Δx**		**Δy**	
M	11	12	11	12	11	12
	21	22	21	22	21	22
X	11	12	11	12	11	12
	21	22	21	22	21	22
Y	11	12	11	12	11	12
	21	22	21	22	21	22

9. Se calcula la inversa de la matriz hallada en el paso "8"consiguiendo la matriz $\boxed{A^{-1}}$. Esta matriz es general para cualquier caso de carga.

10. Se deben encontrar las solicitaciones relacionadas con los nodos activos dependiendo del caso de carga que se este estudiando. Estos valores se arreglan en forma de matriz, obteniendo el vector columna: $\boxed{B}$

Ejemplo:





Vector de Solicitaciones

M	M_1
	M_2
X	X_1
	X_2
Y	Y_1
	Y_2

=

M	$WL^2/12$
	$-WL^2/12$
X	0
	0
Y	-WL/2
	-WL/2

= ***B***

11. Aplicando la ecuación :

$$\boxed{A^{-1}} \times \boxed{B} = \boxed{C}$$

Donde el vector columna "**C**" representa la matriz de desplazamientos y rotaciones correspondientes a los nodos activos.

Ejemplo:

Δθ	Δ_1
	Δ_2
Δx	Δx_1
	Δx_2
Δy	Δy_1
	Δy_2

12. Con el método de las rotaciones (pendiente-desviación) debidamente programado, se resuelven las fuerzas y los momentos en la estructura estudiada en función de los desplazamientos hallados.

Ejemplo:

Utilizando las ecuaciones de rotación:

$$M_{12} = M_{E12} + \frac{(EI)_{12}}{L_{12}} * (2\theta_1 + \theta_2 - 3\Psi_{12})$$

donde $M_{E12} = WL^2/(12L_{12})$; θ_1 y θ_2 se calcularon en el paso anterior y Ψ se obtiene de la siguiente manera:

$$\Psi_{12} = (\Delta y_2 - \Delta y_1)/ L_{12}$$

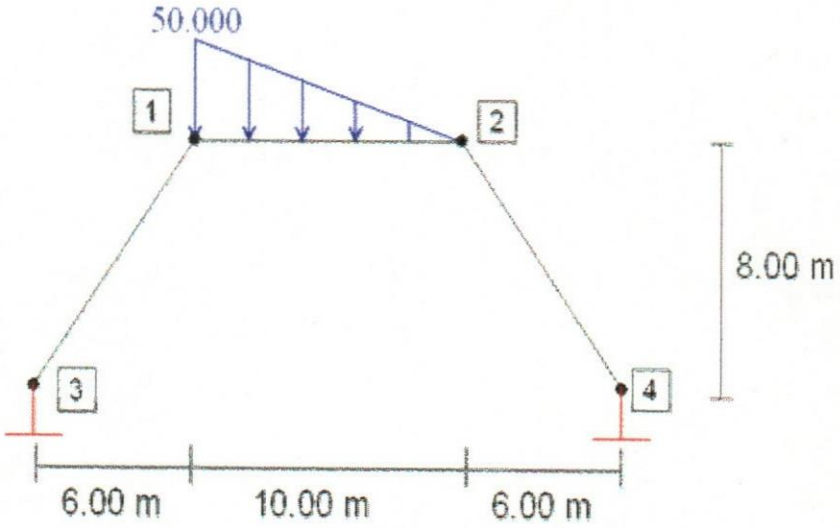
2.5. EJEMPLOS

Ejemplo 1: con la implementación del corte y sin corte.

Datos: (todos los miembros tienen las mismas propiedades)

E*I = 300 Kg*m^2

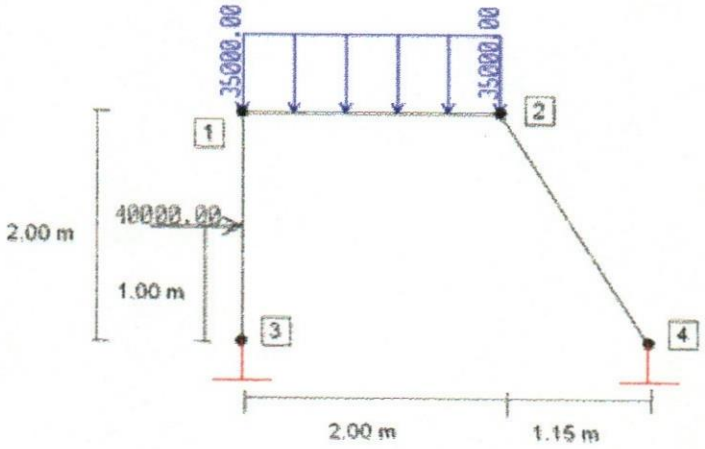
E*A = 12000 Kg



Ejemplo 2: con la implementación del corte y sin corte.
(VER ANEXO NÚMERO 1)

Datos: (todos los miembros tienen las mismas propiedades)
E*I = 266000 Kg*m^2

E*A = 80000000 Kg



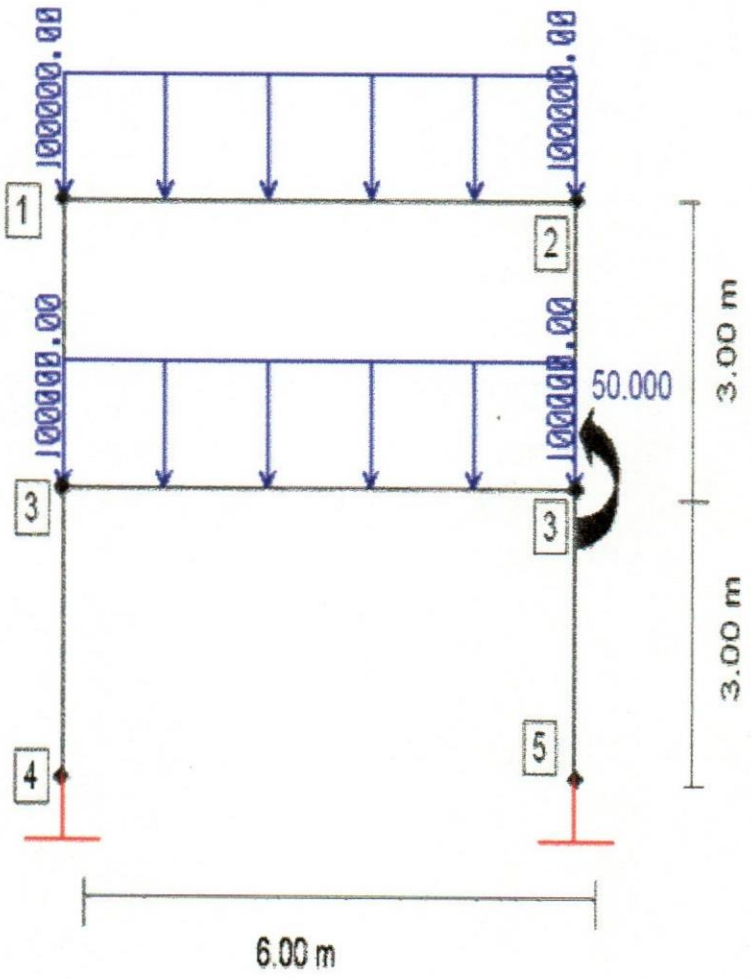
Ejemplo 3: con la implementación del corte y sin corte.

(VER ANEXO NÚMERO 2)

Datos: (todos los miembros tienen las mismas propiedades)

E*I = 300 Kg*m^2

E*A = 12000 Kg



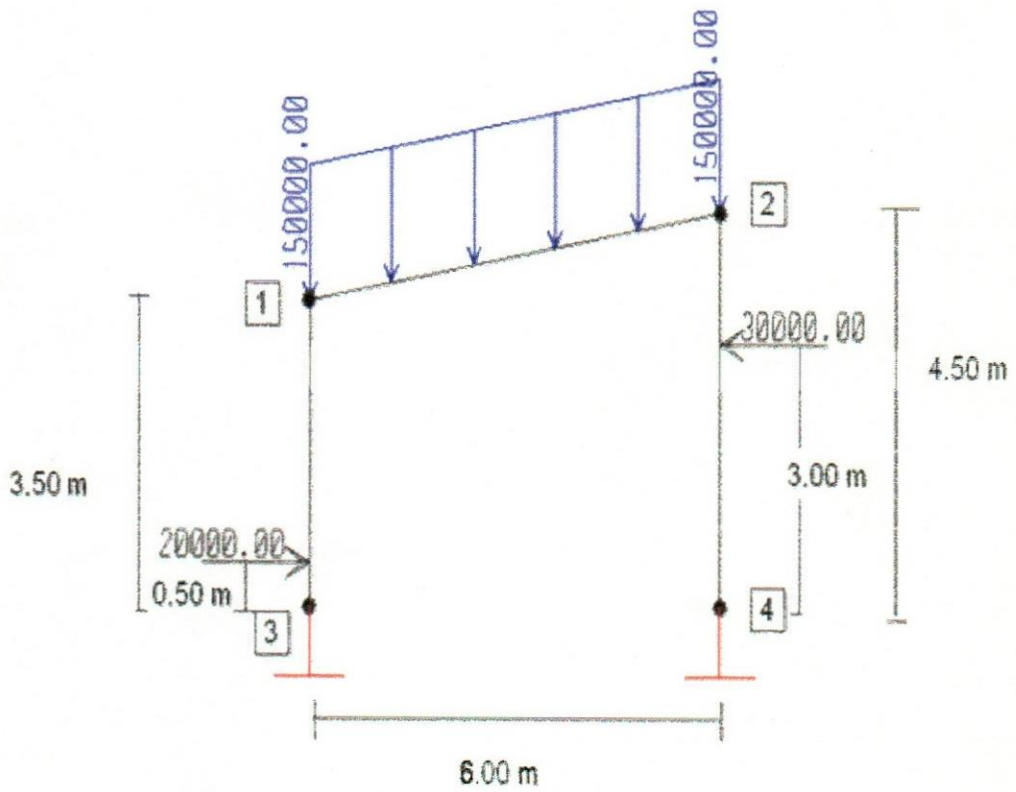
Ejemplo 4: con la implementación del corte.

(VER ANEXO NÚMERO 3)

Datos: (todos los miembros tienen las mismas propiedades)

E*I = 300 Kg*m^2

E*A = 12000 Kg



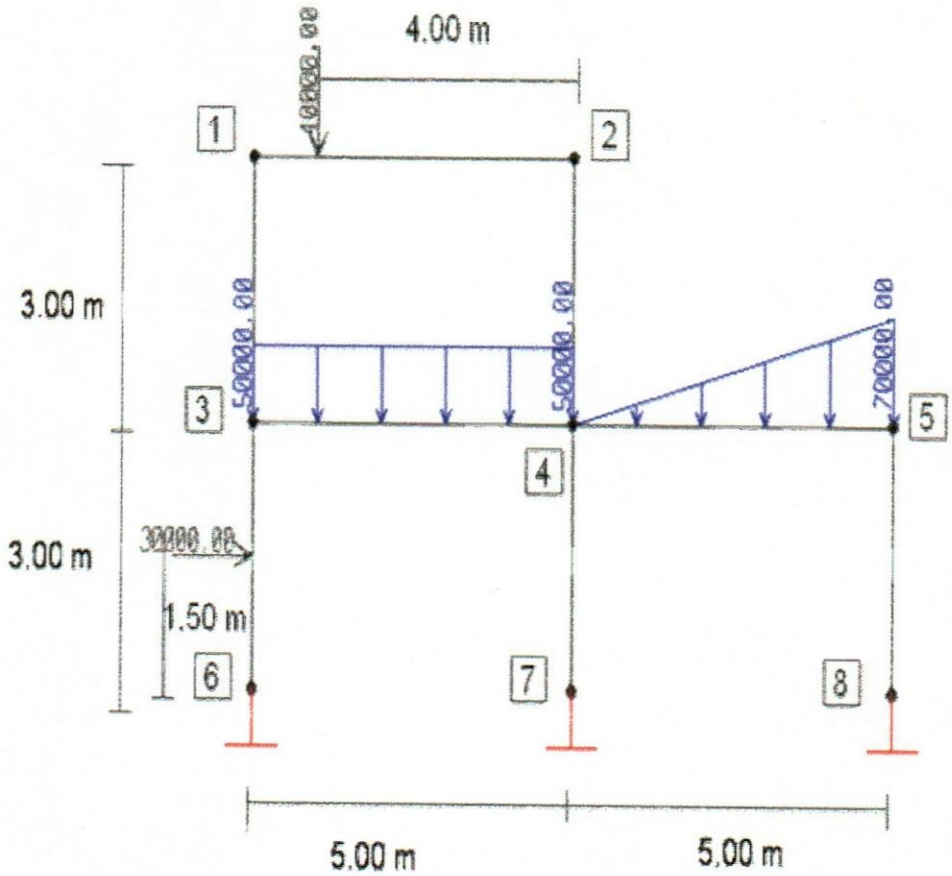
Ejemplo 4: con la implementación del corte.

(VER ANEXO NÚMERO 3)

Datos: (todos los miembros tienen las mismas propiedades)

E*I = 300 Kg*m^2

E*A = 12000 Kg



EJEMPLO NÚMERO 1 (CON CORTE)

MIEMBRO 1-2: EMP-EMP

Matriz Nodal

	θ	Δ x	Δ y
M	120,000	0,000	-18,000
X	0,000	1.200,000	0,000
Y	-18,000	0,000	3,600

E*I =	300,000
E*A =	12.000,000
L =	10,000
α (rad) =	0,000
α (grad) =	0,000
μ =	0,200

Matriz de Transporte

	θ	Δ x	Δ y
M	0,500	-1,000	-1,000
X	1,000	-1,000	-1,000
Y	1,000	-1,000	-1,000

Multipilación Matriz Nodal por Matriz de Transporte (sin corte)

	θ	Δ x	Δ y
M	60,000	0,000	18,000
X	0,000	-1.200,000	0,000
Y	-18,000	0,000	-3,600

Cálculo de ϕ :

ϕ =	0,0072

Matriz de Correciòn

	θ	Δ x	Δ y
M	0,995	0,993	0,993
X	0,993	1,000	1,000
		0,993	0,993
Y	0,993	1,000	1,000
		0,993	0,993

Matriz Definitiva (M. Nodal*M. de Corrección)

	θ	Δ x	Δ y
M	119,357	0,000	-17,871
X	0,000	1.200,000	0,000
Y	-17,871	0,000	3,574

Matriz Definitiva por Matriz Transporte

	θ	Δ x	Δ y
M	59,678	0,000	17,871
X	0,000	-1.200,000	0,000
Y	-17,871	0,000	-3,574

MIEMBRO 2-1: EMP-EMP

Matriz Nodal

	θ	Δ x	Δ y
M	120,000	0,000	18,000
X	0,000	1.200,000	0,000
Y	18,000	0,000	3,600

E*I =	300,000
E*A =	12.000,000
L =	10,000
α (rad) =	3,142
α (grad) =	180,000
μ =	0,200

Matriz de Transporte

	θ	Δ x	Δ y
M	0,500	-1,000	-1,000
X	1,000	-1,000	-1,000
Y	1,000	-1,000	-1,000

Multipilación Matriz Nodal por Matriz de Transporte (sin corte)

	θ	Δ x	Δ y
M	60,000	0,000	-18,000
X	0,000	-1.200,000	0,000
Y	18,000	0,000	-3,600

Cálculo de ϕ :

ϕ =	0,0072

Matriz de Correciòn

	θ	Δ x	Δ y
M	0,995	0,993	0,993
X	0,993	1,000	1,000
		0,993	0,993
Y	0,993	1,000	1,000
		0,993	0,993

Matriz Definitiva (M. Nodal*M. de Corrección)

	θ	Δ x	Δ y
M	119,357	0,000	17,871
X	0,000	1.200,000	0,000
Y	17,871	0,000	3,574

Matriz Definitiva por Matriz Transporte

	θ	Δ x	Δ y
M	59,678	0,000	-17,871
X	0,000	-1.200,000	0,000
Y	17,871	0,000	-3,574

MIEMBRO 1-3: EMP-EMP

Matriz Nodal

	θ	Δ x	Δ y
M	120,000	-14,400	10,800
X	-14,400	434,306	5.758,278
Y	10,800	5.758,278	769,294

E*I =	300,000
E*A =	12.000,000
L =	10,000
α (rad) =	4,069
α (grad) =	233,130
μ =	0,200

Matriz de Transporte

	θ	Δ x	Δ y
M	0,500	-1,000	-1,000
X	1,000	-1,000	-1,000
Y	1,000	-1,000	-1,000

Multipilación Matriz Nodal por Matriz de Transporte (sin corte)

	θ	Δ x	Δ y
M	60,000	14,400	-10,800
X	-14,400	-434,306	-5.758,278
Y	10,800	-5.758,278	-769,294

Cálculo de ϕ :

ϕ =	0,0072

Matriz de Correciòn

	θ	Δ x	Δ y
M	0,995	0,993	0,993
X	0,993	1,000	1,000
		0,993	0,993
Y	0,993	1,000	1,000
		0,993	0,993

Matriz Definitiva (M. Nodal*M. de Corrección)

	θ	Δ x	Δ y
M	119,357	-14,297	10,723
X	-14,297	434,290	574,285
Y	10,723	574,285	769,285

Matriz Definitiva por Matriz Transporte

	θ	Δ x	Δ y
M	59,678	14,297	-10,723
X	-14,297	-434,290	-574,285
Y	10,723	-574,285	-769,285

MIEMBRO 3-1: EMP-EMP

Matriz Nodal

	θ	Δ x	Δ y
M	120,000	14,400	-10,800
X	14,400	434,306	5.758,278
Y	-10,800	5.758,278	769,294

E*I =	300,000
E*A =	12.000,000
L =	10,000
α (rad) =	0,927
α (grad) =	53,130
μ =	0,200

Matriz de Transporte

	θ	Δ x	Δ y
M	0,500	-1,000	-1,000
X	1,000	-1,000	-1,000
Y	1,000	-1,000	-1,000

Multipilación Matriz Nodal por Matriz de Transporte (sin corte)

	θ	Δ x	Δ y
M	60,000	-14,400	10,800
X	14,400	-434,306	-5.758,278
Y	-10,800	-5.758,278	-769,294

Cálculo de ϕ :

ϕ =	0,0072

Matriz de Correciòn

	θ	Δ x	Δ y
M	0,995	0,993	0,993
X	0,993	1,000	1,000
		0,993	0,993
Y	0,993	1,000	1,000
		0,993	0,993

Matriz Definitiva (M. Nodal*M. de Corrección)

	θ	Δ x	Δ y
M	119,357	14,297	-10,723
X	14,297	434,290	574,285
Y	-10,723	574,285	769,285

Matriz Definitiva por Matriz Transporte

	θ	Δ x	Δ y
M	59,678	-14,297	10,723
X	14,297	-434,290	-574,285
Y	-10,723	-574,285	-769,285

MIEMBRO 2-4: EMP-EMP

Matriz Nodal

	θ	Δ x	Δ y
M	120,000	-14,400	-10,800
X	-14,400	434,306	-5.758,278
Y	-10,800	-5.758,278	769,294

E*I =	300,000
E*A =	12.000,000
L =	10,000
α (rad) =	5,356
α (grad) =	306,870
μ =	0,200

Matriz de Transporte

	θ	Δ x	Δ y
M	0,500	-1,000	-1,000
X	1,000	-1,000	-1,000
Y	1,000	-1,000	-1,000

Multipilación Matriz Nodal por Matriz de Transporte (sin corte)

	θ	Δ x	Δ y
M	60,000	14,400	10,800
X	-14,400	-434,306	5.758,278
Y	-10,800	5.758,278	-769,294

Cálculo de ϕ :

ϕ =	0,0072

Matriz de Correciòn

	θ	Δ x	Δ y
M	0,995	0,993	0,993
X	0,993	1,000	1,000
		0,993	0,993
Y	0,993	1,000	1,000
		0,993	0,993

Matriz Definitiva (M. Nodal*M. de Corrección)

	θ	Δ x	Δ y
M	119,357	-14,297	-10,723
X	-14,297	434,290	-574,285
Y	-10,723	-574,285	769,285

Matriz Definitiva por Matriz Transporte

	θ	Δ x	Δ y
M	59,678	14,297	10,723
X	-14,297	-434,290	574,285
Y	-10,723	574,285	-769,285

MIEMBRO 4-2: EMP-EMP

Matriz Nodal

	θ	Δ x	Δ y
M	120,000	14,400	10,800
X	14,400	434,306	-5.758,278
Y	10,800	-5.758,278	769,294

E*I =	300,000
E*A =	12.000,000
L =	10,000
α (rad) =	2,214
α (grad) =	126,870
μ =	0,200

Matriz de Transporte

	θ	Δ x	Δ y
M	0,500	-1,000	-1,000
X	1,000	-1,000	-1,000
Y	1,000	-1,000	-1,000

Multipilación Matriz Nodal por Matriz de Transporte (sin corte)

	θ	Δ x	Δ y
M	60,000	-14,400	-10,800
X	14,400	-434,306	5.758,278
Y	10,800	5.758,278	-769,294

Cálculo de ϕ :

ϕ =	0,0072

Matriz de Correciòn

	θ	Δ x	Δ y
M	0,995	0,993	0,993
X	0,993	1,000	1,000
		0,993	0,993
Y	0,993	1,000	1,000
		0,993	0,993

Matriz Definitiva (M. Nodal*M. de Corrección)

	θ	Δ x	Δ y
M	119,357	14,297	10,723
X	14,297	434,290	-574,285
Y	10,723	-574,285	769,285

Matriz Definitiva por Matriz Transporte

	θ	Δ x	Δ y
M	59,678	-14,297	-10,723
X	14,297	-434,290	574,285
Y	10,723	574,285	-769,285

MATRIZ GENERAL (SIN TRANSPORTE):

		θ				Δ x				Δ y			
		1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4
	1	238,713	119,357	119,357	0,000	-14,297	0,000	-14,297	0,000	-7,149	-17,871	10,723	0,000
	2	119,357	238,713	0,000	119,357	0,000	-14,297	0,000	-14,297	17,871	7,149	0,000	-10,723
	3	119,357	0,000	119,357	0,000	14,297	0,000	14,297	0,000	-10,723	0,000	-10,723	0,000
M	4	0,000	119,357	0,000	119,357	0,000	14,297	0,000	14,297	0,000	10,723	0,000	10,723
	1	-14,297	0,000	-14,297	0,000	1.634,290	1,200,000	434,290	0,000	574,285	0,000	574,285	0,000
	2	0,000	-14,297	0,000	-14,297	1,200,000	1,634,290	0,000	434,290	0,000	-574,285	0,000	-574,285
	3	14,297	0,000	14,297	0,000	434,290	0,000	434,290	0,000	574,285	0,000	574,285	0,000
X	4	0,000	14,297	0,000	14,297	0,000	434,290	0,000	434,290	0,000	-574,285	0,000	-574,285
	1	-7,149	-17,871	10,723	0,000	574,285	0,000	574,285	0,000	772,859	3,574	769,285	0,000
	2	17,871	7,149	0,000	-10,723	0,000	-574,285	0,000	-574,285	3,574	772,859	0,000	769,285
	3	-10,723	0,000	-10,723	0,000	574,285	0,000	574,285	0,000	769,285	0,000	769,285	0,000
Y	4	0,000	10,723	0,000	10,723	0,000	-574,285	0,000	-574,285	0,000	769,285	0,000	769,285

REAL MATRIZ GENERAL

		θ				Δ x				Δ y			
		1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4
	1	238,713	59,678	59,678	0,000	-14,297	0,000	14,297	0,000	-7,149	17,871	-10,723	0,000
	2	59,678	238,713	0,000	59,678	0,000	-14,297	0,000	14,297	-17,871	7,149	0,000	10,723
	3	59,678	0,000	119,357	0,000	-14,297	0,000	14,297	0,000	10,723	0,000	-10,723	0,000
M	4	0,000	59,678	0,000	119,357	0,000	-14,297	0,000	14,297	0,000	-10,723	0,000	10,723
	1	-14,297	0,000	-14,297	0,000	1.634,290	-1,200,000	-434,290	0,000	574,285	0,000	-574,285	0,000
	2	0,000	-14,297	0,000	-14,297	-1,200,000	1,634,290	0,000	-434,290	0,000	-574,285	0,000	574,285
	3	14,297	0,000	14,297	0,000	-434,290	0,000	434,290	0,000	-574,285	0,000	574,285	0,000
X	4	0,000	14,297	0,000	14,297	0,000	-434,290	0,000	434,290	0,000	574,285	0,000	-574,285
	1	-7,149	-17,871	10,723	0,000	574,285	0,000	-574,285	0,000	772,859	-3,574	-769,285	0,000
	2	17,871	7,149	0,000	-10,723	0,000	-574,285	0,000	574,285	-3,574	772,859	0,000	-769,285
	3	-10,723	0,000	-10,723	0,000	-574,285	0,000	574,285	0,000	-769,285	0,000	769,285	0,000
Y	4	0,000	10,723	0,000	10,723	0,000	574,285	0,000	-574,285	0,000	-769,285	0,000	769,285

MATRIZ REDUCIDA

		θ		X		Y	
		1	2	1	2	1	2
M	1	238,713	59,678	-14,297	0,000	-7,149	17,871
	2	59,678	238,713	0,000	-14,297	-17,871	7,149
X	1	-14,297	0,000	1.634,290	-1.200,000	574,285	0,000
	2	0,000	-14,297	-1.200,000	1.634,290	0,000	-574,285
Y	1	-7,149	-17,871	574,285	0,000	772,859	-3,574
	2	17,871	7,149	0,000	-574,285	-3,574	772,859

MATRIZ INVERSA

		θ		X		Y	
		1	2	1	2	1	2
M	1	0,0044891	-0,0011076	-0,0007213	-0,0007732	0,0005488	-0,0006656
	2	-0,0011076	0,0044891	-0,0007732	-0,0007213	0,0006656	-0,0005488
X	1	-0,0007213	-0,0007732	0,0530451	0,0526289	-0,0392604	0,0389490
	2	-0,0007732	-0,0007213	0,0526289	0,0530451	-0,0389490	0,0392604
Y	1	0,0005488	0,0006656	-0,0392604	-0,0389490	0,0303542	-0,0288201
	2	-0,0006656	-0,0005488	0,0389490	0,0392604	-0,0288201	0,0303542

MATRIZ FUERZA:

θ1	250000,00
θ2	-166666,67
Δ x1	0,00
Δ x2	0,00
Δ y 1	-175000,00
Δ y2	-75000,00

MATRIZ INVERSA

		θ		X		Y	
		1	2	1	2	1	2
M	1	0,0044891	-0,0011076	-0,0007213	-0,0007732	0,0005488	-0,0006656
	2	-0,0011076	0,0044891	-0,0007732	-0,0007213	0,0006656	-0,0005488
X	1	-0,0007213	-0,0007732	0,0530451	0,0526289	-0,0392604	0,0389490
	2	-0,0007732	-0,0007213	0,0526289	0,0530451	-0,0389490	0,0392604
Y	1	0,0005488	0,0006656	-0,0392604	-0,0389490	0,0303542	-0,0288201
	2	-0,0006656	-0,0005488	0,0389490	0,0392604	-0,0288201	0,0303542

*

MATRIZ FUERZA:

θ1	250.000,000
θ2	-166.666,666
Δ x1	0,000
Δ x2	0,000
Δ y1	-175.000,000
Δ y2	-75.000,000

=

θ1	1260,735
θ2	-1100,383
Δ x1	3897,936
Δ x2	3798,464
Δ y1	-3124,188
Δ y2	2692,042

EJEMPLO NÚMERO 1 (SIN CORTE)

MIEMBRO 1-2: EMP-EMP

Matriz Nodal

	θ	Δ x	Δ y
M	120,000	0,000	-18,000
X	0,000	1.200,000	0,000
Y	-18,000	0,000	3,600

E*I =	300,000
E*A =	12.000,000
L =	10,000
α (rad) =	0,000
α (grad) =	0,000
μ =	0,200

Matriz de Transporte

	θ	Δ x	Δ y
M	0,500	-1,000	-1,000
X	1,000	-1,000	-1,000
Y	1,000	-1,000	-1,000

Multipilación Matriz Nodal por Matriz de Transporte

	θ	Δ x	Δ y
M	60,000	0,000	18,000
X	0,000	-1.200,000	0,000
Y	-18,000	0,000	-3,600

Matriz Definitiva

	θ	Δ x	Δ y
M	120,000	0,000	-18,000
X	0,000	1.200,000	0,000
Y	-18,000	0,000	3,600

Matriz Definitiva por Matriz Transporte

	θ	Δ x	Δ y
M	60,000	0,000	18,000
X	0,000	-1.200,000	0,000
Y	-18,000	0,000	-3,600

MIEMBRO 2-1: EMP-EMP

Matriz Nodal

	θ	Δ x	Δ y
M	120,000	0,000	18,000
X	0,000	1.200,000	0,000
Y	18,000	0,000	3,600

E*I =	300,000
E*A =	12.000,000
L =	10,000
α (rad) =	3,142
α (grad) =	180,000
μ =	0,200

Matriz de Transporte

	θ	Δ x	Δ y
M	0,500	-1,000	-1,000
X	1,000	-1,000	-1,000
Y	1,000	-1,000	-1,000

Multipilación Matriz Nodal por Matriz de Transporte

	θ	Δ x	Δ y
M	60,000	0,000	-18,000
X	0,000	-1.200,000	0,000
Y	18,000	0,000	-3,600

Matriz Definitiva

	θ	Δ x	Δ y
M	120,000	0,000	18,000
X	0,000	1.200,000	0,000
Y	18,000	0,000	3,600

Matriz Definitiva por Matriz Transporte

	θ	Δ x	Δ y
M	60,000	0,000	-18,000
X	0,000	-1.200,000	0,000
Y	18,000	0,000	-3,600

MIEMBRO 1-3: EMP-EMP

Matriz Nodal

	θ	Δ x	Δ y
M	120,000	-14,400	10,800
X	-14,400	434,306	574,273
Y	10,800	574,273	769,294

E*I =	300,000
E*A =	12.000,000
L =	10,000
α (rad) =	4,069
α (grad) =	233,130
μ =	0,200

Matriz de Transporte

	θ	Δ x	Δ y
M	0,500	-1,000	-1,000
X	1,000	-1,000	-1,000
Y	1,000	-1,000	-1,000

Multipilación Matriz Nodal por Matriz de Transporte

	θ	Δ x	Δ y
M	60,000	14,400	-10,800
X	-14,400	-434,306	-574,273
Y	10,800	-574,273	-769,294

Matriz Definitiva

	θ	Δ x	Δ y
M	120,000	-14,400	10,800
X	-14,400	434,306	574,273
Y	10,800	574,273	769,294

Matriz Definitiva por Matriz Transporte

	θ	Δ x	Δ y
M	60,000	14,400	-10,800
X	-14,400	-434,306	-574,273
Y	10,800	-574,273	-769,294

MIEMBRO 3-1: EMP-EMP

Matriz Nodal

	θ	Δ x	Δ y
M	120,000	14,400	-10,800
X	14,400	434,306	574,273
Y	-10,800	574,273	769,294

E*I =	300,000
E*A =	12.000,000
L =	10,000
α (rad) =	0,927
α (grad) =	53,130
μ =	0,200

Matriz de Transporte

	θ	Δ x	Δ y
M	0,500	-1,000	-1,000
X	1,000	-1,000	-1,000
Y	1,000	-1,000	-1,000

Multipilación Matriz Nodal por Matriz de Transporte

	θ	Δ x	Δ y
M	60,000	-14,400	10,800
X	14,400	-434,306	-574,273
Y	-10,800	-574,273	-769,294

Matriz Definitiva

	θ	Δ x	Δ y
M	120,000	14,400	-10,800
X	14,400	434,306	574,273
Y	-10,800	574,273	769,294

Matriz Definitiva por Matriz Transporte

	θ	Δ x	Δ y
M	60,000	-14,400	10,800
X	14,400	-434,306	-574,273
Y	-10,800	-574,273	-769,294

MIEMBRO 2-4: EMP-EMP

Matriz Nodal

	θ	Δ x	Δ y
M	120,000	-14,400	-10,800
X	-14,400	434,306	-574,273
Y	-10,800	-574,273	769,294

E*I =	300,000
E*A =	12.000,000
L =	10,000
α (rad) =	5,356
α (grad) =	306,870
μ =	0,200

Matriz de Transporte

	θ	Δ x	Δ y
M	0,500	-1,000	-1,000
X	1,000	-1,000	-1,000
Y	1,000	-1,000	-1,000

Multipilación Matriz Nodal por Matriz de Transporte

	θ	Δ x	Δ y
M	60,000	14,400	10,800
X	-14,400	-434,306	574,273
Y	-10,800	574,273	-769,294

Matriz Definitiva

	θ	Δ x	Δ y
M	120,000	-14,400	-10,800
X	-14,400	434,306	-574,273
Y	-10,800	-574,273	769,294

Matriz Definitiva por Matriz Transporte

	θ	Δ x	Δ y
M	60,000	14,400	10,800
X	-14,400	-434,306	574,273
Y	-10,800	574,273	-769,294

MIEMBRO 4-2: EMP-EMP

Matriz Nodal

	θ	Δ x	Δ y
M	120,000	14,400	10,800
X	14,400	434,306	-574,273
Y	10,800	-574,273	769,294

E*I =	300,000
E*A =	12.000,000
L =	10,000
α (rad) =	2,214
α (grad) =	126,870
μ =	0,200

Matriz de Transporte

	θ	Δ x	Δ y
M	0,500	-1,000	-1,000
X	1,000	-1,000	-1,000
Y	1,000	-1,000	-1,000

Multipilación Matriz Nodal por Matriz de Transporte

	θ	Δ x	Δ y
M	60,000	-14,400	-10,800
X	14,400	-434,306	574,273
Y	10,800	574,273	-769,294

Matriz Definitiva

	θ	Δ x	Δ y
M	120,000	14,400	10,800
X	14,400	434,306	-574,273
Y	10,800	-574,273	769,294

Matriz Definitiva por Matriz Transporte

	θ	Δ x	Δ y
M	60,000	-14,400	-10,800
X	14,400	-434,306	574,273
Y	10,800	574,273	-769,294

MATRIZ GENERAL (SIN TRANSPORTE):

		θ				Δ x				Δ y			
		1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4
	1	240,000	120,000	120,000	0,000	-14,400	0,000	-14,400	0,000	-7,200	-18,000	10,800	0,000
	2	120,000	240,000	0,000	120,000	0,000	-14,400	0,000	-14,400	18,000	7,200	0,000	-10,800
	3	120,000	0,000	120,000	0,000	14,400	0,000	14,400	0,000	-10,800	0,000	-10,800	0,000
M	4	0,000	120,000	0,000	120,000	0,000	14,400	0,000	14,400	0,000	10,800	0,000	10,800
	1	-14,400	0,000	-14,400	0,000	1.634,306	1.200,000	434,306	0,000	574,273	0,000	574,273	0,000
	2	0,000	-14,400	0,000	-14,400	1.200,000	1.634,306	0,000	434,306	0,000	-574,273	0,000	-574,273
	3	14,400	0,000	14,400	0,000	434,306	0,000	434,306	0,000	574,273	0,000	574,273	0,000
X	4	0,000	14,400	0,000	14,400	0,000	434,306	0,000	434,306	0,000	-574,273	0,000	-574,273
	1	-7,200	-18,000	10,800	0,000	574,273	0,000	574,273	0,000	772,894	3,600	769,294	0,000
	2	18,000	7,200	0,000	-10,800	0,000	-574,273	0,000	-574,273	3,600	772,894	0,000	769,294
	3	-10,800	0,000	-10,800	0,000	574,273	0,000	574,273	0,000	769,294	0,000	769,294	0,000
Y	4	0,000	10,800	0,000	10,800	0,000	-574,273	0,000	-574,273	0,000	769,294	0,000	769,294

REAL MATRIZ GENERAL

		θ				Δ x				Δ y			
		1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4
	1	240,000	60,000	60,000	0,000	-14,400	0,000	14,400	0,000	-7,200	18,000	-10,800	0,000
	2	60,000	240,000	0,000	60,000	0,000	-14,400	0,000	14,400	-18,000	7,200	0,000	10,800
	3	60,000	0,000	120,000	0,000	-14,400	0,000	14,400	0,000	10,800	0,000	-10,800	0,000
M	4	0,000	60,000	0,000	120,000	0,000	-14,400	0,000	14,400	0,000	-10,800	0,000	10,800
	1	-14,400	0,000	-14,400	0,000	1.634,306	-1.200,000	-434,306	0,000	574,273	0,000	-574,273	0,000
	2	0,000	-14,400	0,000	-14,400	-1.200,000	1.634,306	0,000	-434,306	0,000	-574,273	0,000	574,273
	3	14,400	0,000	14,400	0,000	-434,306	0,000	434,306	0,000	-574,273	0,000	574,273	0,000
X	4	0,000	14,400	0,000	14,400	0,000	-434,306	0,000	434,306	0,000	574,273	0,000	-574,273
	1	-7,200	-18,000	10,800	0,000	574,273	0,000	-574,273	0,000	772,894	-3,600	-769,294	0,000
	2	18,000	7,200	0,000	-10,800	0,000	-574,273	0,000	574,273	-3,600	772,894	0,000	-769,294
	3	-10,800	0,000	-10,800	0,000	-574,273	0,000	574,273	0,000	-769,294	0,000	769,294	0,000
Y	4	0,000	10,800	0,000	10,800	0,000	574,273	0,000	-574,273	0,000	-769,294	0,000	769,294

MATRIZ REDUCIDA

		θ		X		Y	
		1	2	1	2	1	2
M	1	240,000	60,000	-14,400	0,000	-7,200	18,000
	2	60,000	240,000	0,000	-14,400	-18,000	7,200
X	1	-14,400	0,000	1.634,306	-1.200,000	574,273	0,000
	2	0,000	-14,400	-1.200,000	1.634,306	0,000	-574,273
Y	1	-7,200	-18,000	574,273	0,000	772,894	-3,600
	2	18,000	7,200	0,000	-574,273	-3,600	772,894

MATRIZ INVERSA

		θ		X		Y	
		1	2	1	2	1	2
M	1	0,004	-0,001	-0,001	-0,001	0,001	-0,001
	2	-0,001	0,004	-0,001	-0,001	0,001	-0,001
X	1	-0,001	-0,001	0,053	0,052	-0,039	0,039
	2	-0,001	-0,001	0,052	0,053	-0,039	0,039
Y	1	0,001	0,001	-0,039	-0,039	0,030	-0,029
	2	-0,001	-0,001	0,039	0,039	-0,029	0,030

MATRIZ FUERZA:

θ1	250.000,000
θ2	-166.666,667
Δ x1	0,000
Δ x2	0,000
Δ y 1	-175.000,000
Δ y2	-75.000,000

MATRIZ INVERSA

		θ		X		Y	
		1	2	1	2	1	2
M	1	0,00446511	-0,00110162	-0,00071702	-0,00076900	0,00054561	-0,00066256
	2	-0,00110162	0,00446511	-0,00076900	-0,00071702	0,00066256	-0,00054561
X	1	-0,00071702	-0,00076900	0,05267102	0,05225484	-0,03897989	0,03866848
	2	-0,00076900	-0,00071702	0,05225484	0,05267102	-0,03866848	0,03897989
Y	1	0,00054561	0,00066256	-0,03897989	-0,03866848	0,03014377	-0,02860978
	2	-0,00066256	-0,00054561	0,03866848	0,03897989	-0,02860978	0,03014377

*

MATRIZ FUERZA:

θ1	250.000,000
θ2	-166.666,667
Δ x1	0,000
Δ x2	0,000
Δ y1	-175.000,000
Δ y2	-75.000,000

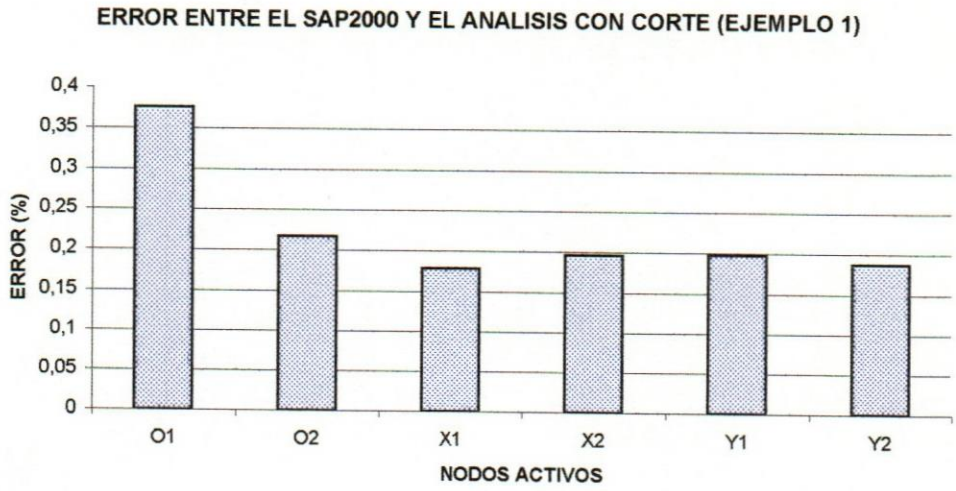
=

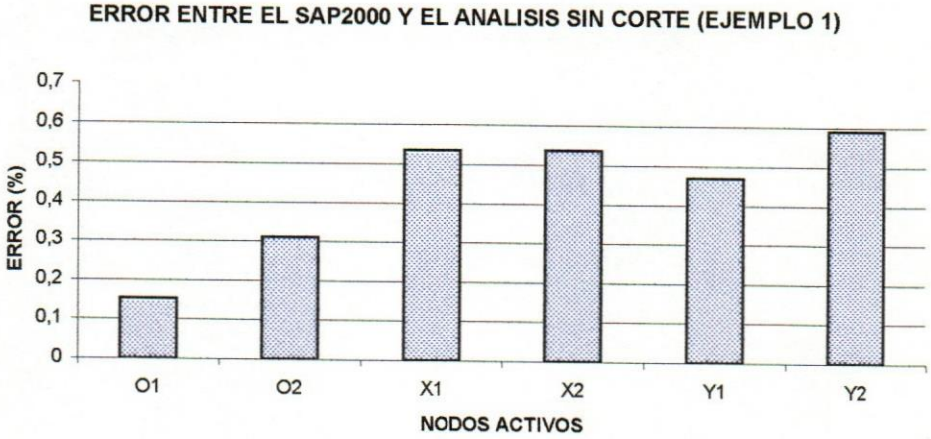
θ1	**1254,0913**
θ2	**-1094,6180**
Δ x1	**3870,2554**
Δ x2	**3770,7464**
Δ y1	**-3103,4515**
Δ y2	**2671,2222**

TABLA COMPARATIVA ENTRE LOS DIFERENTES RESULTADOS OBTENIDOS

NÚMERO DE EJE		MÉTODO MATRICIAL SIMPLIFICADO CON CORTE	MÉTODO MATRICIAL SIMPLIFICADO SIN CORTE	MÉTODO ESTRUCTURAL DEL SAP2000	% DE ERROR ENTRE SAP2000 Y EL ANALISIS CON CORTE	% DE ERROR ENTRE SAP2000 Y EL ANALISIS SIN CORTE
1	θ1	1260,7354815	1254,0913057	1256,0000000	0,3756126	0,1521974
	θ2	-1100,3825078	-1094,6180357	-1098,0000000	0,2165163	0,3089630
	X1	3897,9357374	3870,2553783	3891,0000000	0,1779336	0,5360014
	X2	3798,4640034	3770,7464311	3791,0000000	0,1965006	0,5371236
	Y1	-3124,1880354	-3103,4515377	-3118,0000000	0,1980686	0,4687833
	Y2	2692,0424677	2671,2222400	2687,0000000	0,1873101	0,5906570
2	θ1	0,0005140	0,0005068	0,0005068	1,4035498	0,0033660
	θ2	-0,0013484	-0,0013275	-0,0013500	0,1217699	1,6947322
	X1	-0,0000372	-0,0000328	-0,0000340	8,6456011	3,7729085
	X2	-0,0000926	-0,0000881	-0,0000924	0,2351031	4,7922526
	Y1	-0,0000964	-0,0000965	-0,0000965	0,0336306	0,0200584
	Y2	-0,0001806	-0,0001780	-0,0001815	0,5111546	1,9829007
3	θ1	534,2415421	509,1523089	538,9049100	0,8728950	5,8435562
	θ2	-558,9706856	-536,4822546	-567,0000000	1,4364464	5,6884911
	θ3	214,4416973	200,1057978	210,3463000	1,9097952	5,1175440
	θ4	-320,3898365	-306,1048233	-322,0000000	0,5025638	5,1927234
	X1	-141,5935831	-142,7048184	-147,0000000	3,8182640	3,0098364
	X2	-213,3445499	-216,2871767	-219,0000000	2,6508529	1,2542692
	X3	-102,2527814	-102,8566049	-103,0000000	0,7307563	0,1394127
	X4	-56,6694275	-56,1419334	-57,9500000	2,2597238	3,2205279
	Y1	-226,8612240	-226,3512989	-227,0000000	0,0611722	0,2865904
	Y2	-223,1387760	-223,0305414	-223,0000000	0,0621927	0,0136938
	Y3	-151,5733768	-151,0235110	-151,0000000	0,3782833	0,0155678
	Y4	-148,4266232	-148,3583293	-148,0000000	0,2874304	0,2415296
4	θ1	1177,0291827	0,0000000	1192,0000000	1,2719156	0,0000000
	θ2	-1133,0662263	0,0000000	-1148,0000000	1,3179965	0,0000000
	X1	403,9859221	0,0000000	407,3914800	0,8429892	0,0000000
	X2	339,1721253	0,0000000	342,3194300	0,9279373	0,0000000
	Y1	-137,1258850	0,0000000	-139,0000000	1,3667114	0,0000000
	Y2	-161,1952908	0,0000000	-163,0000000	1,1195794	0,0000000
5	θ1	3,8194865	0,0000000	4,0363400	5,6775565	0,0000000
	θ2	2,6285494	0,0000000	2,5350600	3,5566918	0,0000000
	θ3	11,8181189	0,0000000	11,9487100	1,1050073	0,0000000
	θ4	-1,7776678	0,0000000	-1,6735200	5,8586745	0,0000000
	θ5	-13,8595414	0,0000000	-13,8439400	0,1125679	0,0000000
	X1	15,3046056	0,0000000	15,8241800	3,3948895	0,0000000
	X2	14,7282849	0,0000000	15,2397700	3,4728083	0,0000000
	X3	3,0518709	0,0000000	3,2151130	5,3489175	0,0000000
	X4	2,2482889	0,0000000	2,3289400	3,5872191	0,0000000
	X5	1,1212047	0,0000000	1,1689500	4,2583882	0,0000000
	Y1	-4,5354685	0,0000000	-4,5145700	0,4607787	0,0000000
	Y2	-5,2847467	0,0000000	-5,2974900	0,2411338	0,0000000
	Y3	-3,7470402	0,0000000	-3,7339200	0,3501496	0,0000000
	Y4	-5,0731749	0,0000000	-5,0796500	0,1276338	0,0000000
	Y5	-2,8047848	0,0000000	-2,8001600	0,1648911	0,0000000

Nota: Los ejercicios 4 y 5 solo se resolvió con la implementación del corte.





2.5.1. ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS OBTENIDOS

En base a los resultados obtenidos en la tabla comparativa, hemos podido observar que la diferencia entre el Programa SAP2000 y los métodos propuestos ha sido bastante pequeña, lo que confirma la exactitud y eficiencia del Método Matricial Simplificado. Además esto se puede ver mas fácilmente en la grafica presentada, que ilustra los resultados obtenidos (en los anexos se encuentran las tablas comparativas de cada ejemplo presentado).

2.6. BENEFICIOS Y CONCLUSIONES

Lo que se ha buscado con la "Implementación del Método Matricial Simplificado", es que una simple y sencilla programación en Excel por parte del investigador, sirva como una herramienta rápida, cómoda y con alta exactitud en sus resultados; Este procedimiento se podrá utilizar para solucionar problemas planos, bien generales y sujetos a un conjunto de reglas que no se prestan a interpretación, así que no provocará ambigüedad en los pasos a seguir y arrojará resultados muy parecidos entre los diferentes estudiantes.

Esto implica que la costumbre establecida de resolver problemas en clases sin medios de computación, seguida de evaluaciones con exámenes, también sin métodos de computación, quedará atrás y pasaremos a una etapa de una educación más global en donde el estudiante dejará de preocuparse por la exactitud de los resultados y de las operaciones mecánicas que debía realizar para resolver algún ejercicio, estas ya no serán sus inquietudes principales y podrá centrarse más en profundizar en la materia y los conceptos con ella relacionados, y además de esto adquirirá, practicará y desarrollará mayor habilidad en herramientas de computación que le permitirán el desarrollo de la parte de programación y manejo de las facilidades que nos ofrece la tecnología de hoy en día.

Es importante entender que tenemos que avanzar en nuestra formación profesional, para abrirnos campo en una nueva era donde las herramientas y facilidades que obtengamos del avance de la computación, que cada vez es más acelerada, tiene que ser parte de nuestro aprendizaje para ser aprovechado en el crecimiento profesional, tuteándonos con la nueva era a la cuál pertenecemos.

Ya no es posible considerar una cátedra como estructuras como congelada en el tiempo y en cambio hay que salir al paso del desarrollo tecnológico que se esta produciendo.

CAPITULO 3

DEFORMACION POR CORTE

3.1. CUANDO SE UTILIZA LAS DEFORMACIONES POR CORTE

Los cursos básicos de estructuras que se estudian en las universidades utilizan varios métodos, los cuales no toman en cuenta la deformación por el esfuerzo cortante, debido a que la mayoría infiere que esta es despreciable, lo cual es cierto para la mayoría de las veces, pero hay algunas situaciones particulares en las cuales esta deformación adquiere un valor importante lo que indica que no puede ser despreciada.

El calculista de estructura puede adquirir cierta destreza y tener la habilidad de saber cuando utilizar la deformación por corte y así obtener resultados más precisos. Con el método matricial simplificado este análisis resulta muy fácil ya que el cálculo de estructura solo toma en cuenta una matriz adicional.

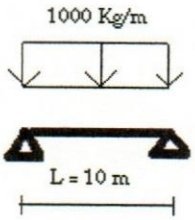
Para poder analizar los elementos y la necesidad de utilizar la deformación por corte o no, fue necesario trabajar con el programa de computación para estructuras SAP2000 (este programa toma en cuenta la deformación por corte) y las formulas básicas de la ecuación de la elástica que se utilizan en los cursos de resistencia de materiales y hacer una comparación entre ambos resultados.

Se estudiaron tres casos, los cuales son los básicos que se estudian en los cursos de estructuras, viga doblemente empotrada con carga puntual y con carga distribuida, viga simplemente apoyada con carga puntual y distribuida y viga en voladizo también con carga puntual y distribuida.

Para poder obtener una información más detallada de todos los puntos de la viga se tuvo que dividir la misma en pequeñas partes y así obtener la información en cada punto y poder ilustrar gráficamente y visualizar mejor el problema, además

tanto el área como las longitudes de las vigas se fueron reduciendo para así saber cuando implementar la deformación por el esfuerzo cortante.

Deformación vs longitud



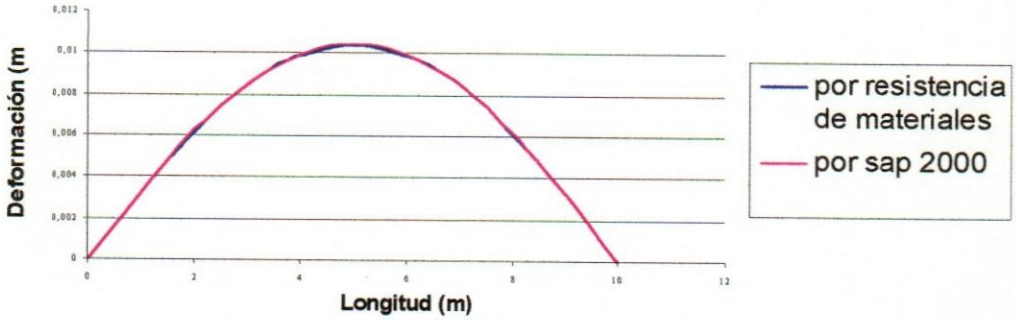
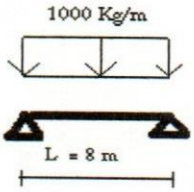


GRAFICO NUMERO 3.1

Deformación vs longitud



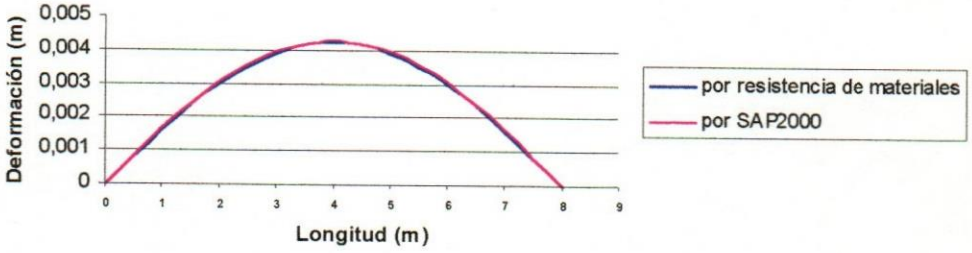
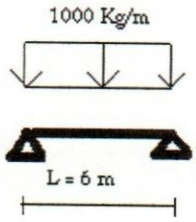
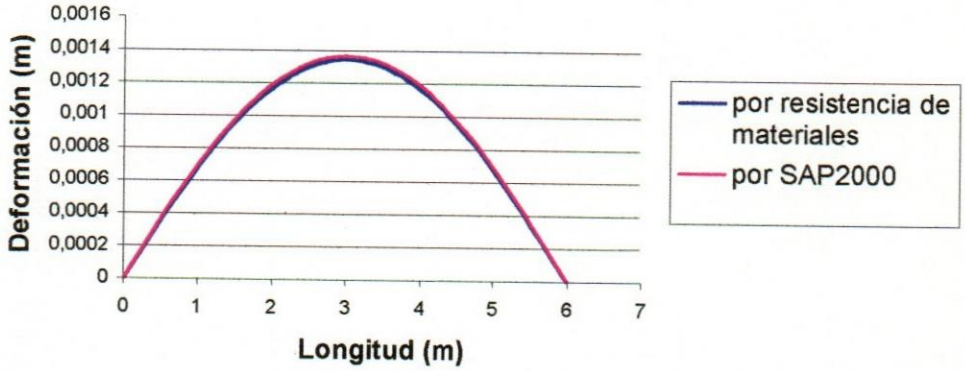


GRAFICO NÚMERO 3.2

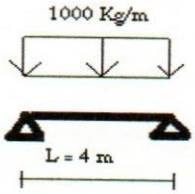
Deformación vs longitud

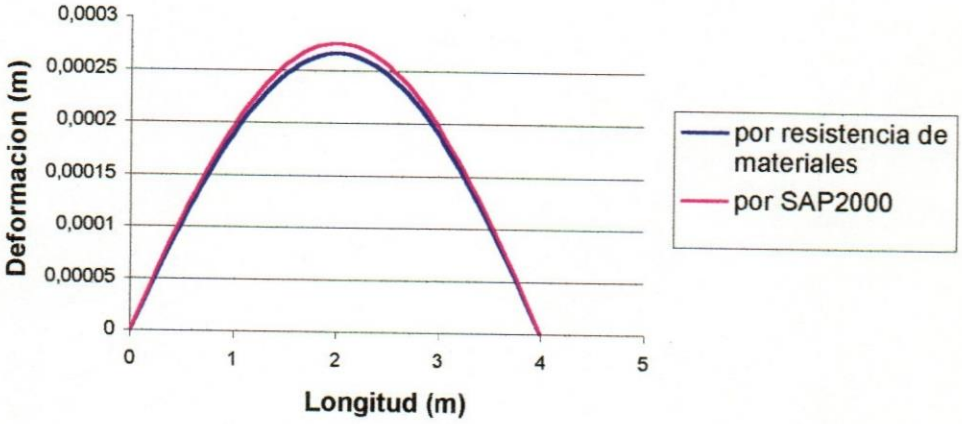




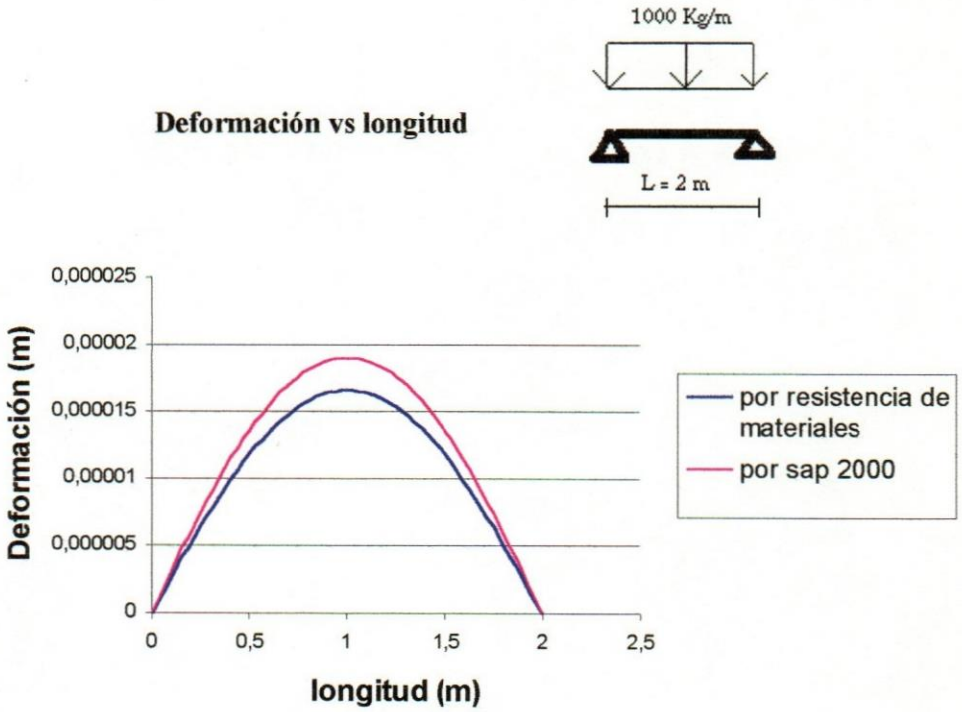
GRAFICA NUMERO 3.3

Deformación vs longitud





GRAFICA NUMERO 3.4



GRAFICA NUMERO 3.5

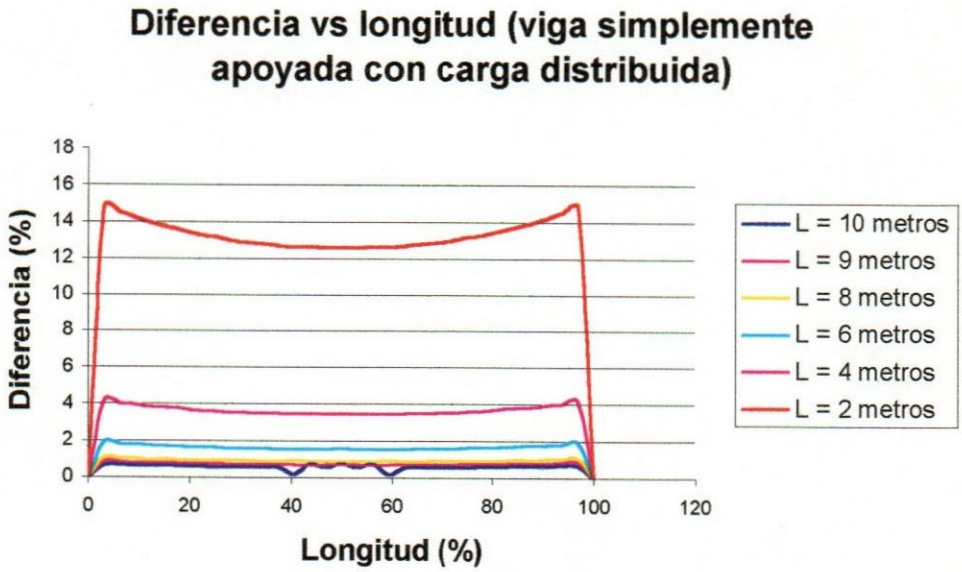


GRAFICO NÚMERO 3.6

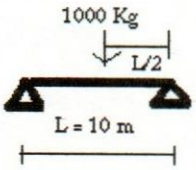
En las gráficas del número 1 al 5 se puede apreciar que mientras la longitud de la viga disminuye la diferencia entre la deformación obtenida por el programa SAP2000 y las formulas de resistencia de materiales diminuye pero los datos presentados de manera porcentual son mayores lo que indica que la diferencia relativa es mayor cuando la viga disminuye su longitud.

Con la finalidad de apreciar con mayor facilidad los resultados obtenidos en las graficas del numero 1 al 5, elaboramos un grafico comparativo tomando como variables la diferencia originada por la utilización del SAP2000 y las formulas de resistencia de materiales versus la longitud; ambos en términos porcentuales (gráfico número 6)

En este gráfico se puede observar que mientras la longitud de la viga disminuye la diferencia relativa entre la utilización de ambos métodos (deformación por esfuerzo cortante) aumenta, y cercano a los apoyos se nota mucho más esta diferencia, llegando a ser la misma cercana a un 15 %, pero no sabemos en los puntos cerca de los apoyos (lo discutiremos más adelante)

En los gráficos del número 7 al 11 se puede observar que mientras la longitud disminuye la diferencia entre la deformación por el programa SAP2000 y las formulas de resistencia de materiales disminuye pero la diferencia obtenida de manera porcentual aumenta. Se obtienen resultado similar a la viga con carga distribuida, donde cercano al apoyo se observa mas la diferencia llegando a ser para una luz de 2 metros cercana al 11% , pero con la diferencia que la desviación entre las gráficas varia en el centro, gracias a la carga que hay. Esto se puede observar mejor en la gráfica número 12

Para una viga simplemente apoyada se puede concluir que mientras disminuye su luz la diferencia relativa entre el programa SAP2000 y las formulas de resistencia de materiales aumenta, por lo tanto la deformación por esfuerzo cortante se hace más apreciable mientras la longitud disminuye.



Deformación vs longitud

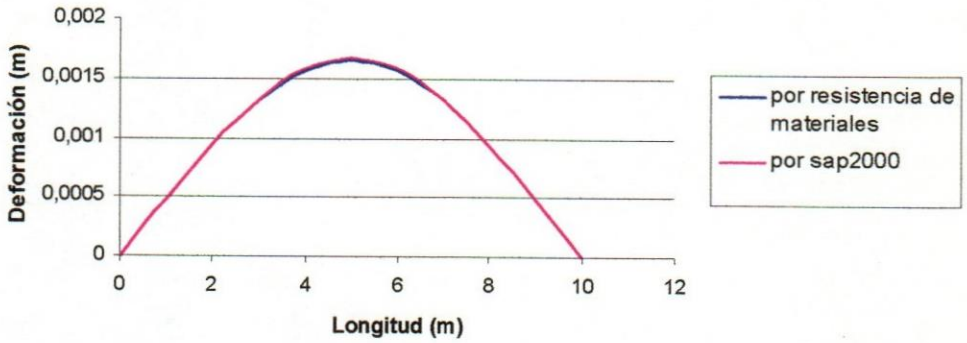
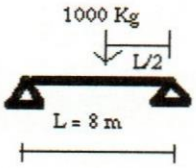


GRAFICO NÚMERO 3.7

Deformación vs longitud



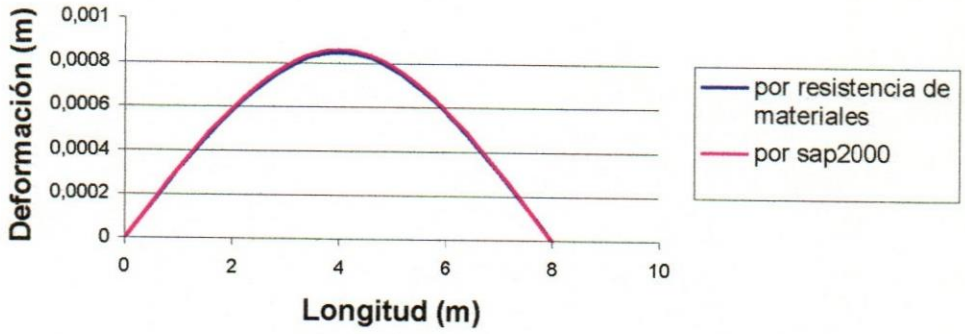
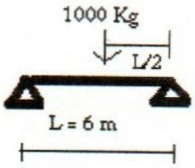
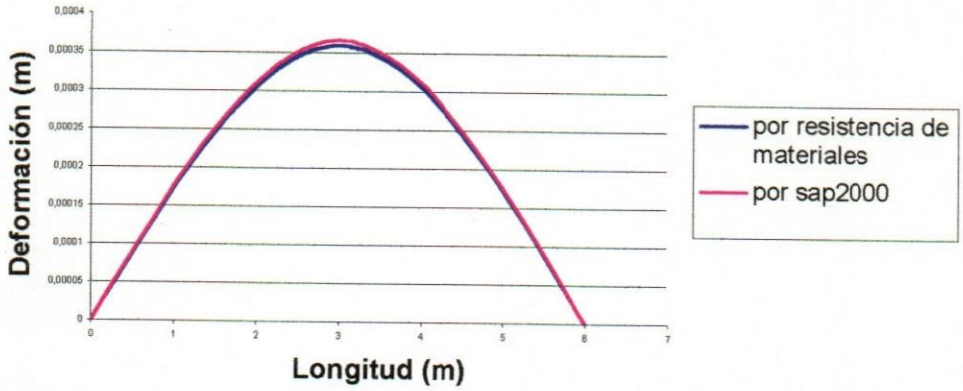


GRAFICO NÚMERO 3.8

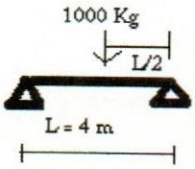
Deformación vs longitud

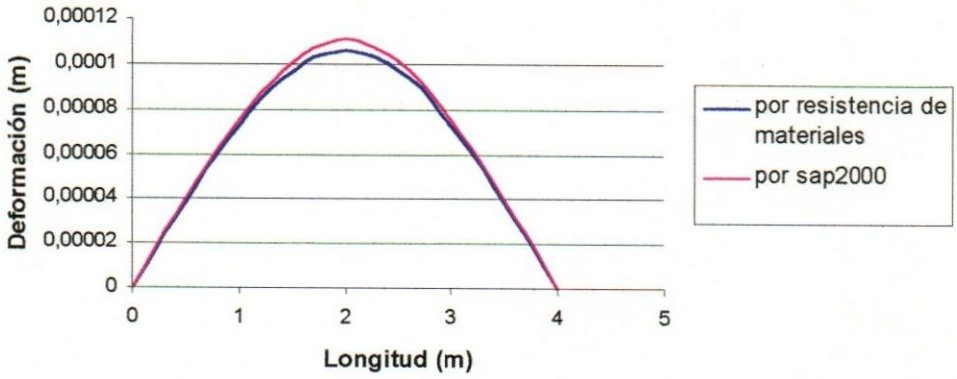




GRAFICA NUMERO 3.9

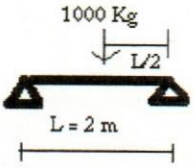
Deformación vs longitud

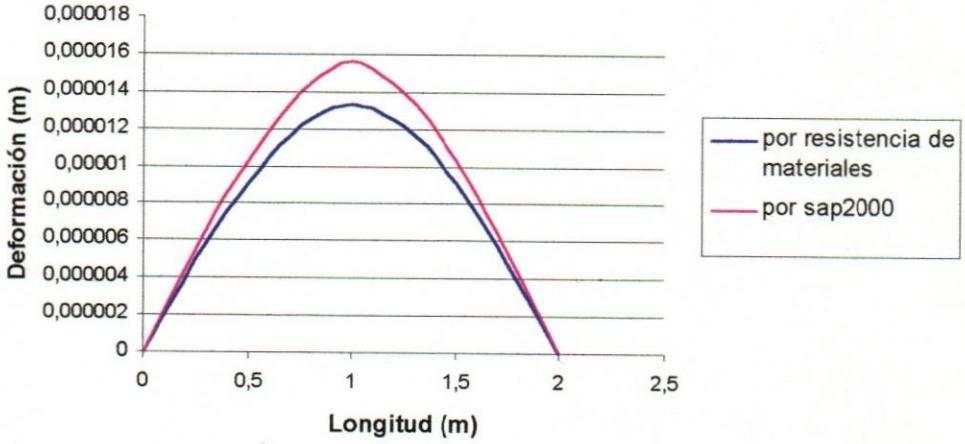




GRAFICA NUMERO 3.10

Deformación vs longitud





GRAFICA NUMERO 3.11

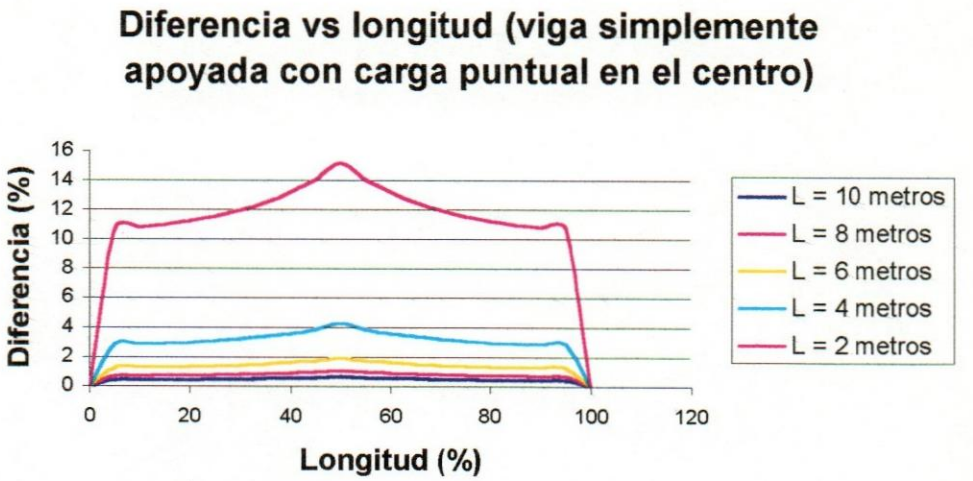


GRAFICO NÚMERO 3.12

En la viga en voladizo tanto para carga puntual como para carga distribuida no cambian los resultados que se obtuvieron en la viga simplemente apoyada ya que en las gráficas 13, 14, 16 y 17 se puede observar que mientras es menor la longitud es menor la diferencia absoluta, pero la diferencia en porcentaje o relativa aumenta, con el detalle que cuando la carga es distribuida esta diferencia se acentúa más. En las gráficas número 15 y 18 se puede visualizar esta diferencia mejor y además se aprecia que cercano al apoyo empotrado es mayor la desviación, para la luz de 2 metros es cercana al 38% para carga puntual y cercana al 55% para carga distribuida (en puntos mas cerca al apoyo hay que tener cuidado porque no sabemos como se comporta)

Se puede concluir que la viga en voladizo se comporta igual que la viga simplemente apoyada, lo que nos indica que las deformaciones por esfuerzo cortante se hacen mas apreciable mientras la luz disminuye y donde es mayor es el punto cercano al apoyo.

En las gráficas número 19, 20, 21, 22, 23 y 24 se puede apreciar que la viga doblemente empotrada se comporta de la misma manera que las vigas estudiadas con anterioridad.

En la viga doblemente empotrada la diferencia relativa entre el programa SAP2000 y las formulas de resistencia de materiales aumenta mientras la luz es más corta, lo que nos lleva a concluir que la deformación por esfuerzo cortante empieza a ser apreciable mientras se va disminuyendo la luz.

Podemos observar que la deformación por esfuerzo cortante se hace más importante con vigas de poca longitud, ahora vamos a estudiar que pasa cuando el área de las vigas cambia.

Para realizar este análisis se fijo la longitud de la viga (4 metros) y se fue determinando la deformación para diferentes áreas y se obtuvieron los mismos gráficos que para cambio de longitud.

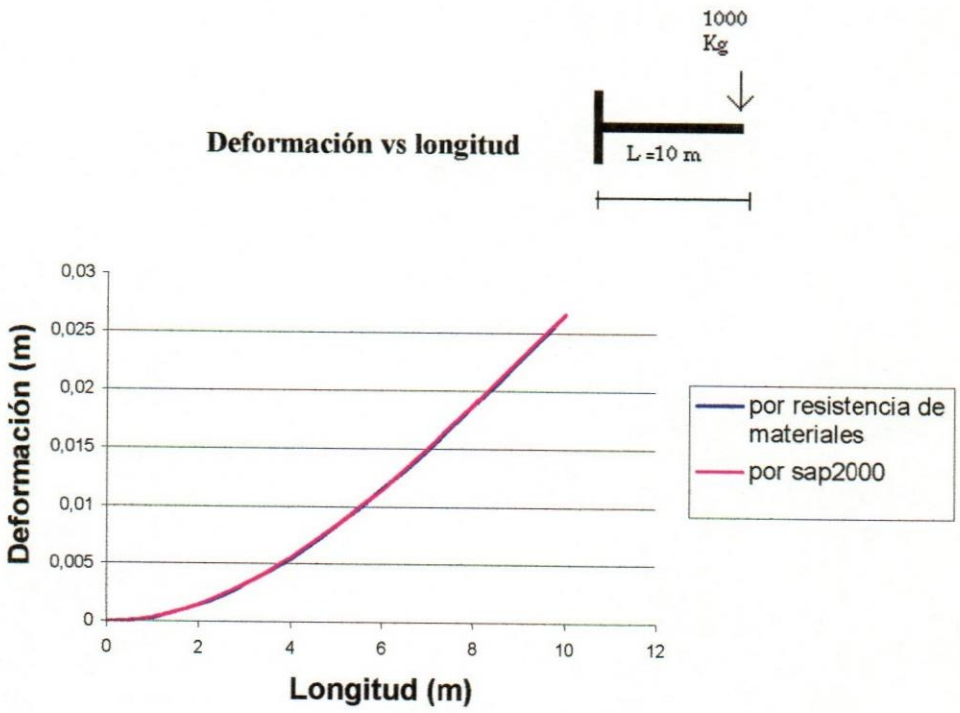


GRAFICO NÚMERO 3.13

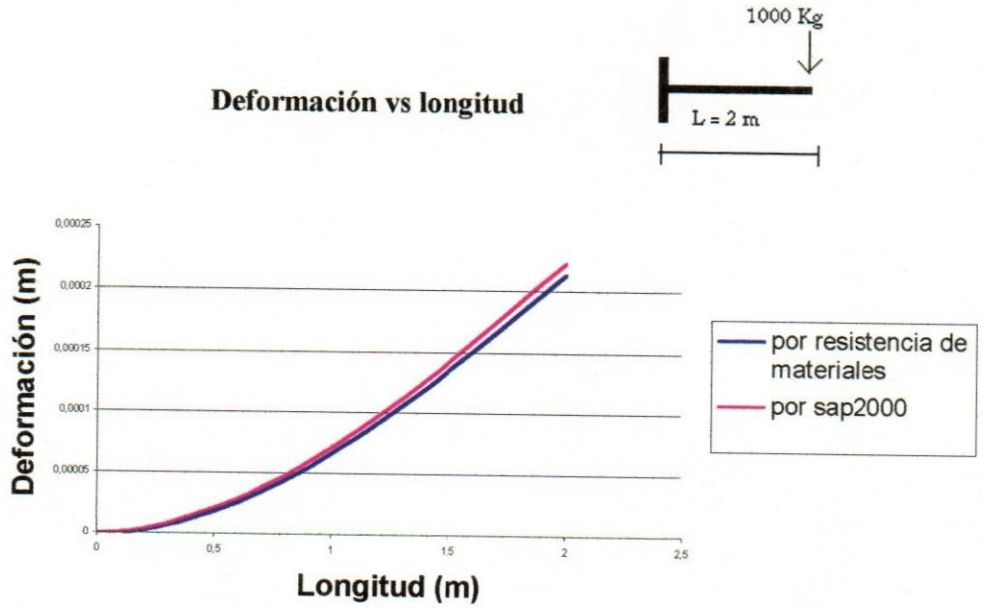


GRAFICO NÚMERO 3.14

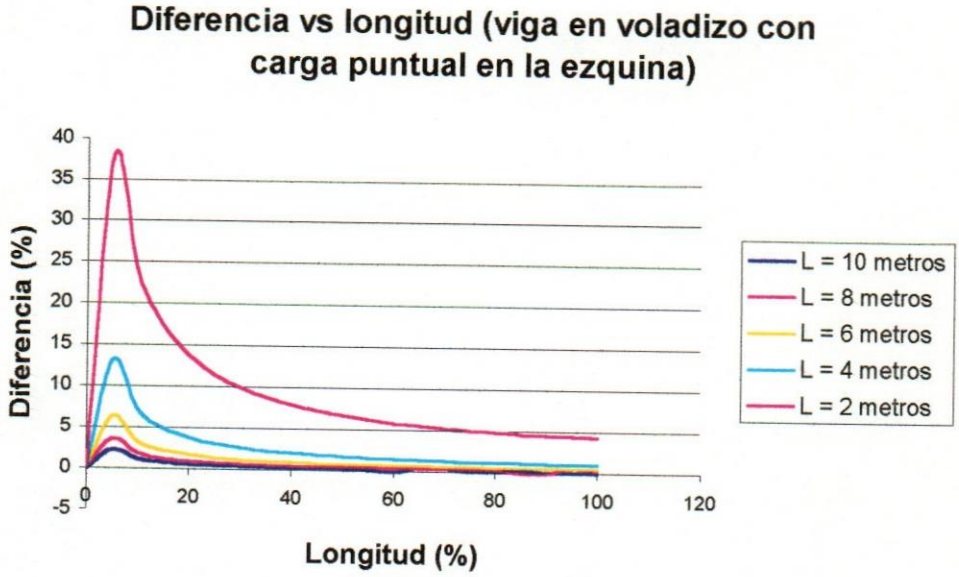
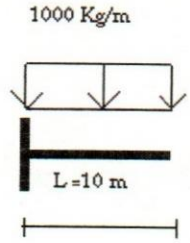
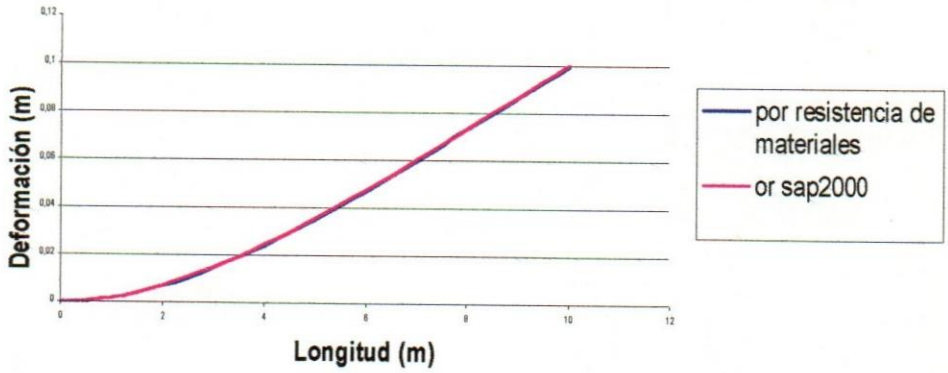


GRAFICO NÚMERO 3.15

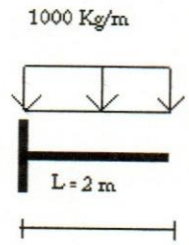
Deformación vs longitud

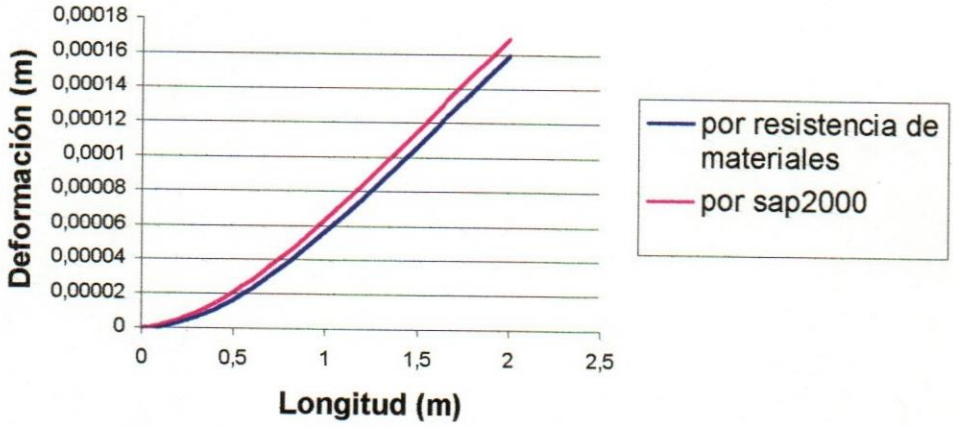




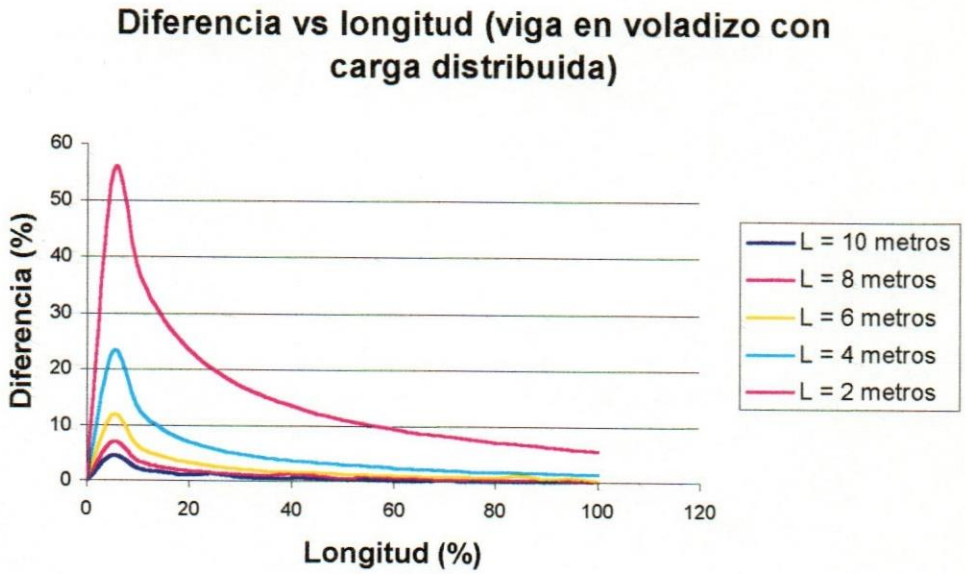
GRAFICA NUMERO 3.16

Deformación vs longitud



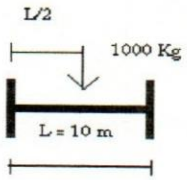


GRAFICA NUMERO 3.17



GRAFICA NUMERO 3.18

Deformación vs longitud



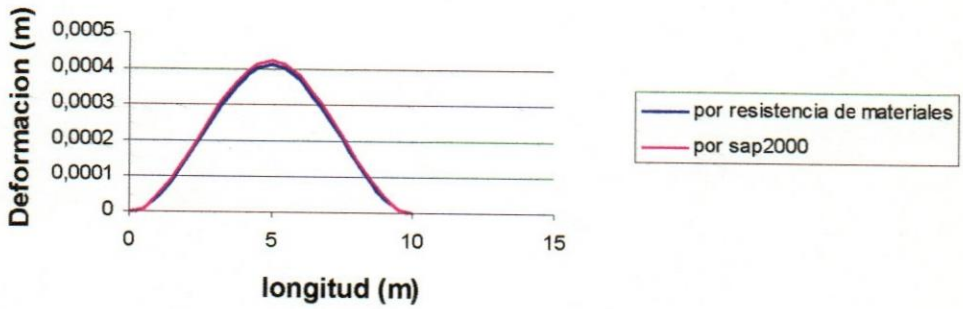
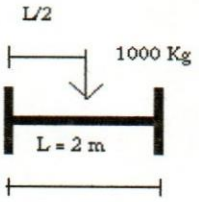


GRAFICO NÚMERO 3.19

Deformación vs longitud



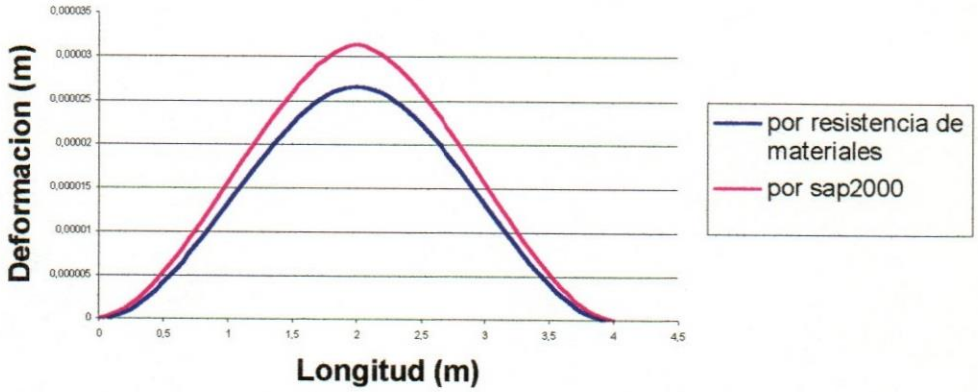
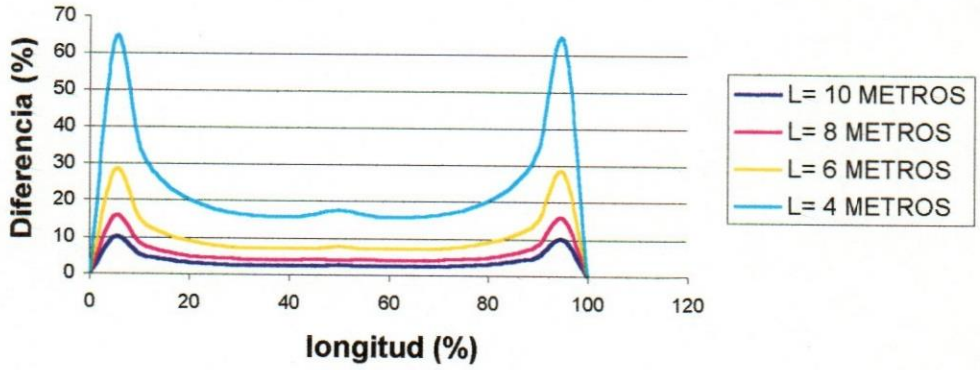


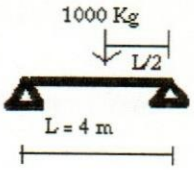
GRAFICO NÚMERO 3.20

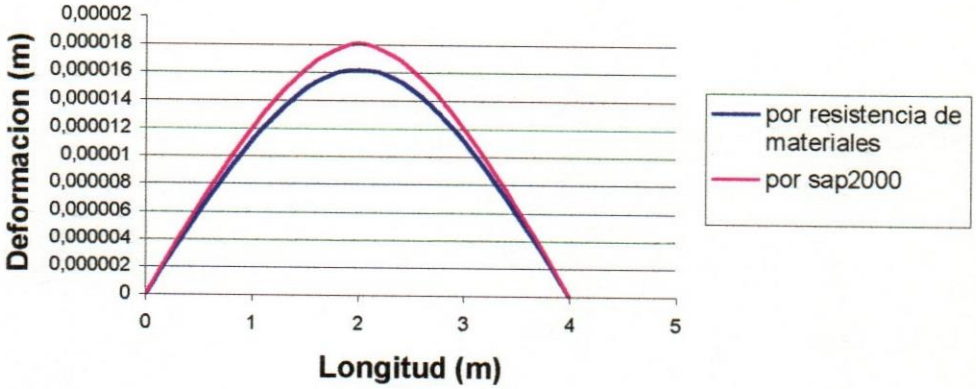
Diferencia vs longitud (viga doblemente empotrada con carga puntual en el centro)



GRAFICA NUMERO 3.21

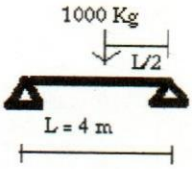
Deformación vs longitud (área = 1 m^2)

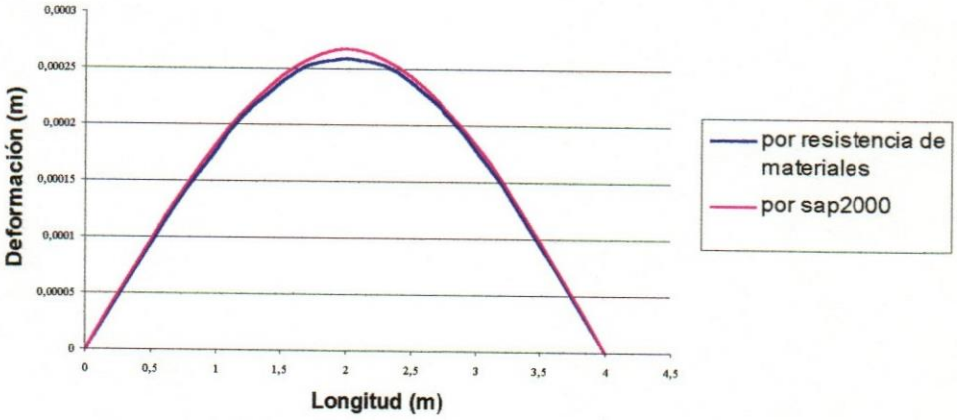




GRAFICA NUMERO 3.22

Deformación vs longitud (área = 0,16 m^2)





GRAFICA NUMERO 3.23

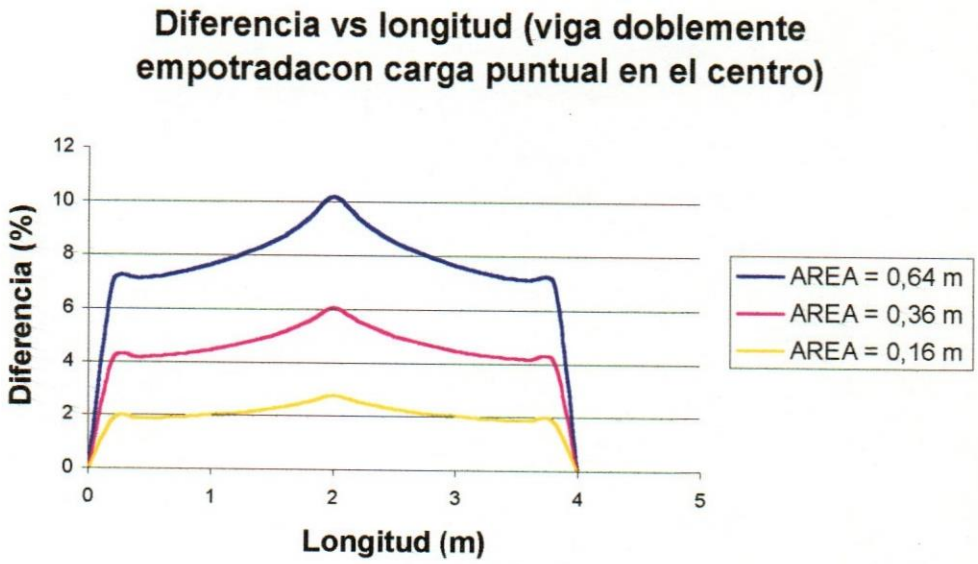


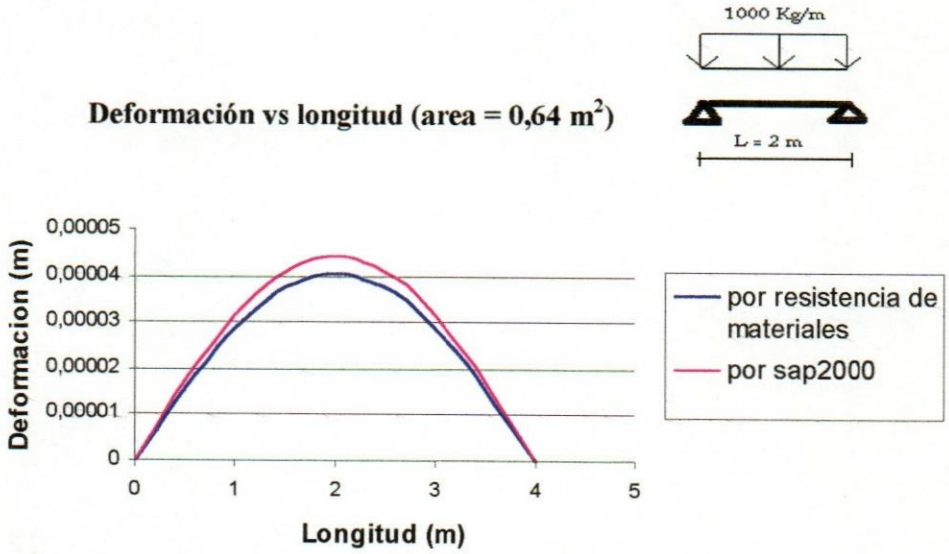
GRAFICO NÚMERO 3.24

En las gráficas número 3.22 y 3.23 se puede apreciar que mientras es mas pequeña el área la diferencia entre las misma es mayor pero los datos de manera porcentual es menor, por lo tanto la deformación por esfuerzo cortante se hace mas apreciable para áreas grandes, esto se puede apreciar mejor en la gráfica número 3.24, además se puede observar que tanto en el centro (debido a la carga puntual) como en los puntos cercanos a los apoyos es mayor la deformación por esfuerzo cortante, llegando a ser cercano al apoyo aproximadamente 8% (hay que tener cuidado en estos puntos)

Las gráficas número 3.25, 3.26 y 3.27 se observa el mismo resultado que la viga simplemente apoyada con carga puntual con la diferencia que la deformación por esfuerzo cortante se acentúa más en esta viga ya que tiene carga distribuida y la deformación por esfuerzo cortante cercano al apoyo es aproximadamente 15%

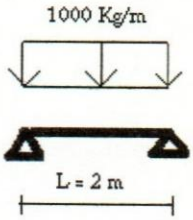
Igual que para las demás vigas, la viga en voladizo presenta grandes diferencias entre las deformaciones obtenidas por corte y sin corte para grandes áreas notándose la mayor diferencia en los puntos cercanos a los apoyos y además cuando hay carga distribuida la diferencia se nota mas, esto se puede apreciar en las graficas 3.28, 3.29, 3.30, 3.31, 3.32, y 3.33

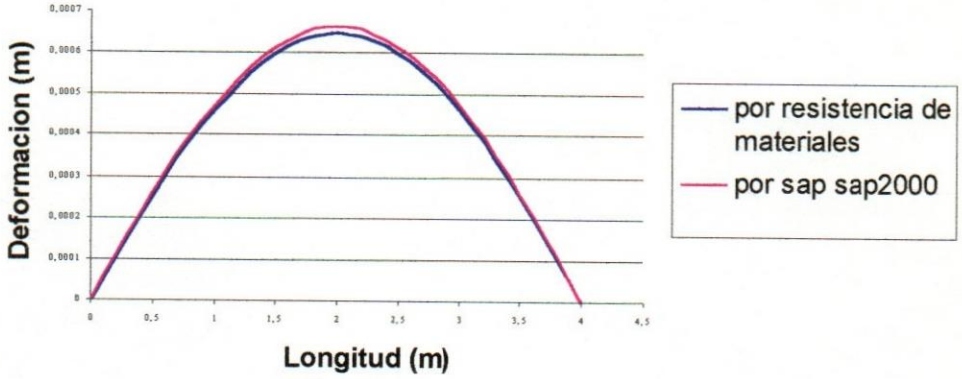
Se puede concluir que las deformaciones debido a los esfuerzos cortantes son significativos para luces pequeñas y/o grandes secciones transversales por lo tanto éstas deben ser tomadas en cuenta



GRAFICA NUMERO 3.25

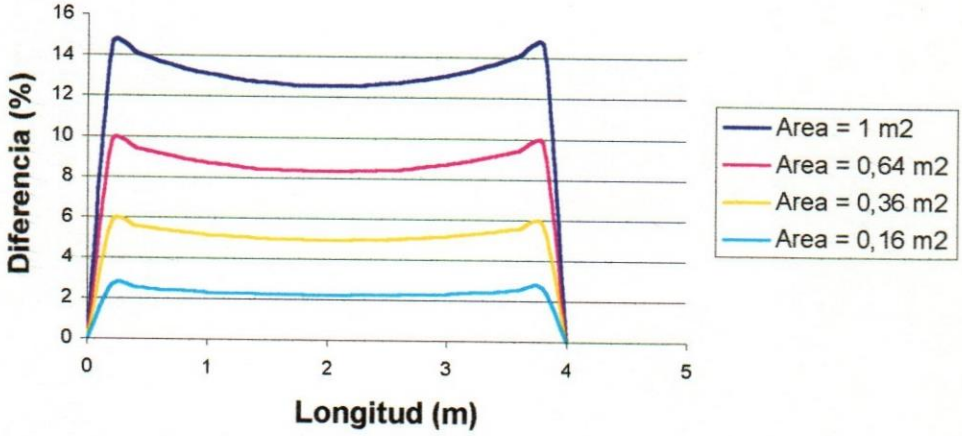
Deformación vs longitud (área = 0,16 m^2)





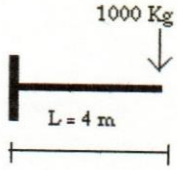
GRAFICA NUMERO 3.26

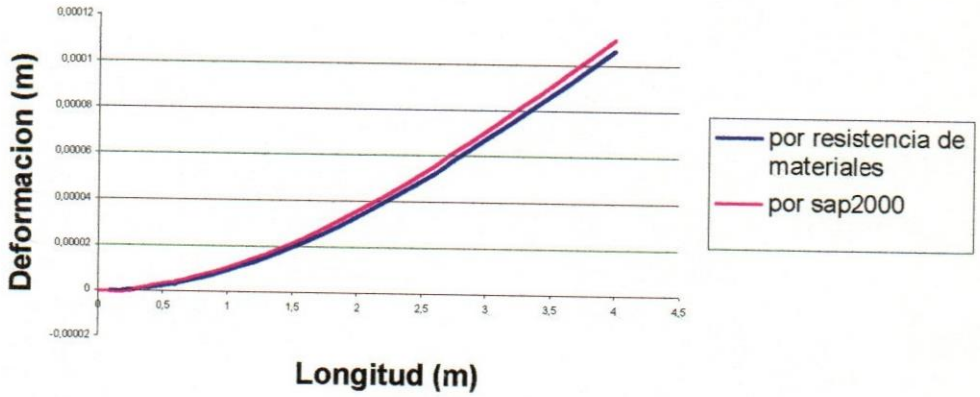
Diferencia vs longitud (viga simplemente apoyada con carga distribuida)



GRAFICA NUMERO 3.27

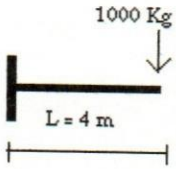
Deformación vs longitud (area = 1 m^2)

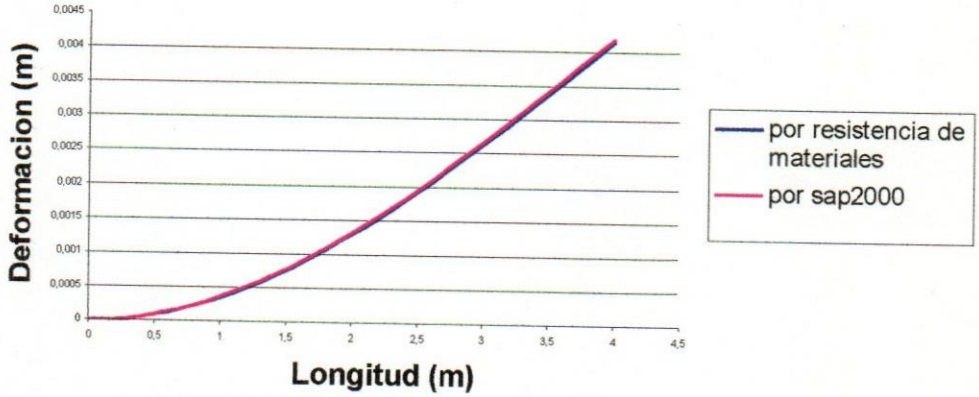




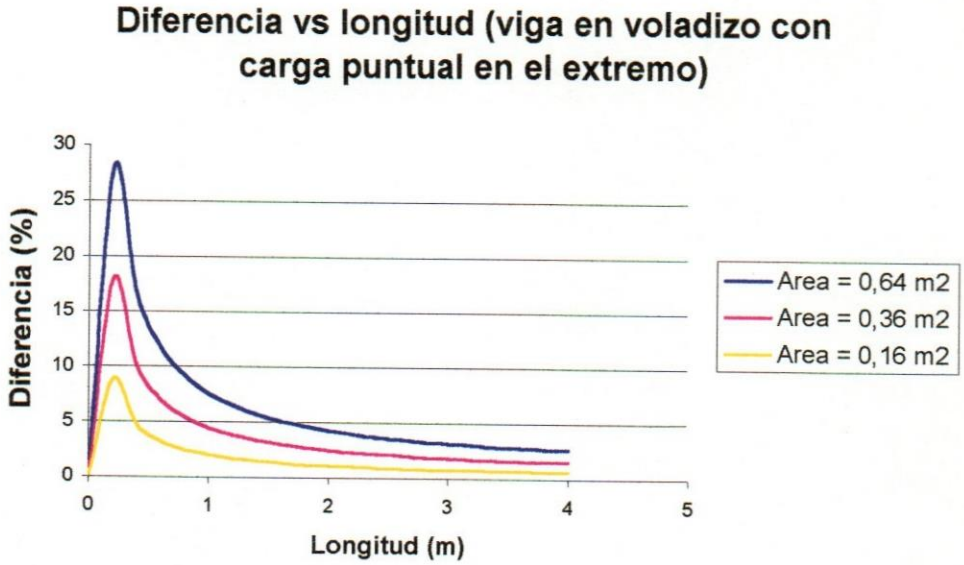
GRAFICA NUMERO 3.28

Deformación vs longitud (area = 0,16 m^2)

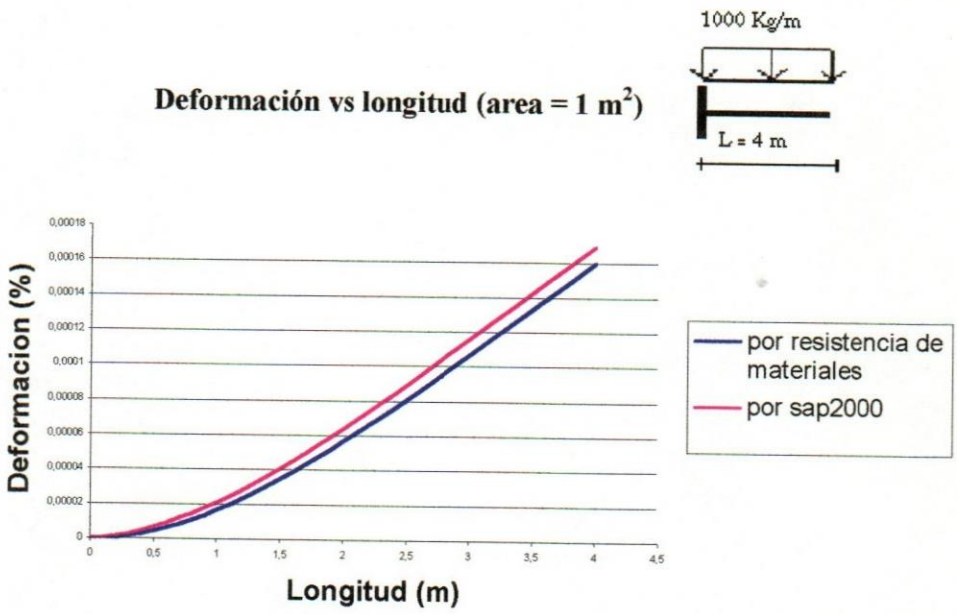




GRAFICA NUMERO 3.29



GRAFICA NUMERO 3.30



GRAFICA NUMERO 3.31

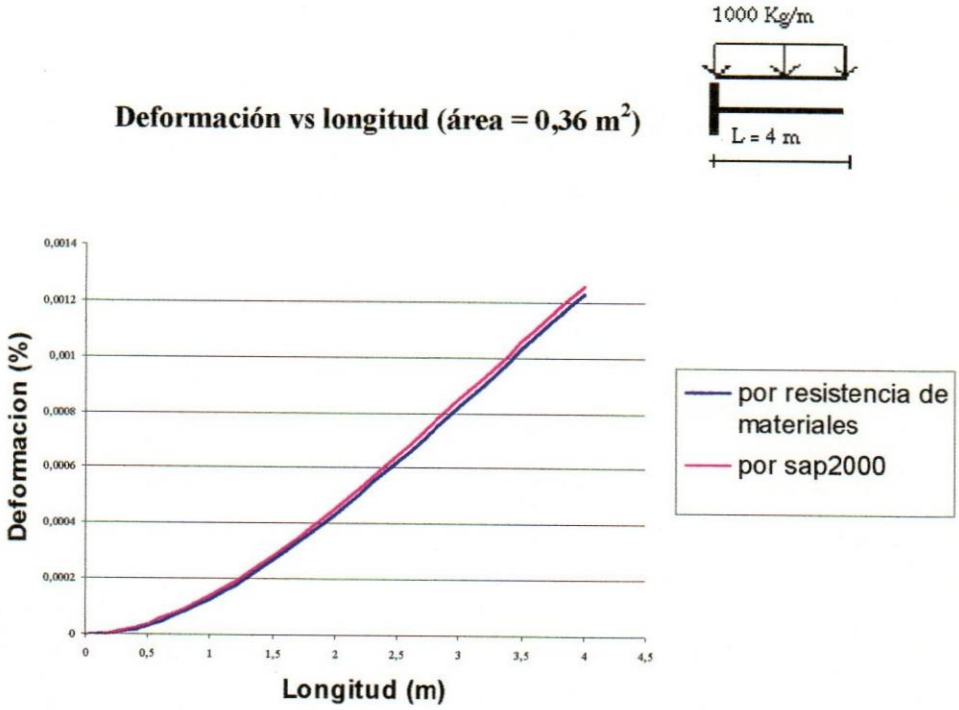
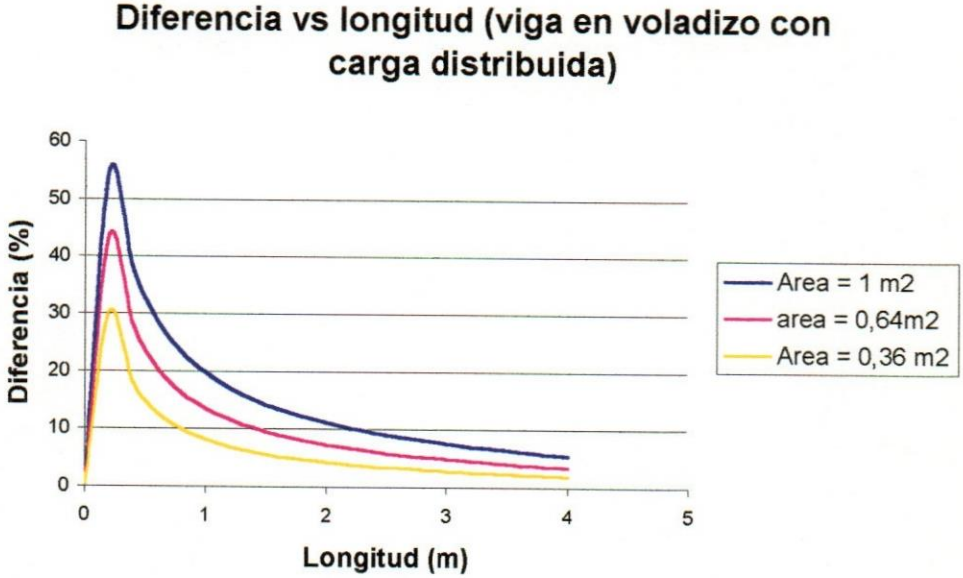


GRAFICO NUEMRO 3.32

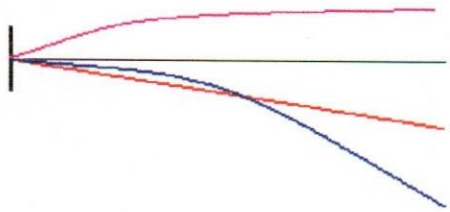


GRAFICA NUMERO 3.33

3.2. Limitaciones de los métodos matriciales clásicos

Para poder observar las limitaciones que tienen los métodos matriciales clásicos se trabajo con una viga en voladizo con una carga concentrada en el extremo.

La ecuación de la elástica para una viga en voladizo con carga concentrada en el extremo según la teoría clásica, es de la siguiente manera: $y = (P/E*I)*(L*X^2/2 - X^3/6) + (P*X)/(A*G)$, se puede observar que cuando X es igual a la longitud, la flecha queda de la siguiente manera: $y = (P*L^3)/(3*E*I) + (P*L)/(A*G)$. Esta teoría esta incompleta ya que para que se obtengan valores lógicos para vigas cortas (luz/altura ≤ 2) debe aparecer un término que anule la tangente en el apoyo debido al término de corte. Vamos a ilustrar para poder entender mejor el problema.



Grafica roja toma en cuenta la deflexión por corte (P*L/A*G)

Grafica azul toma en cuenta la deflexión por flexión ($P*L^3/3*E*I$)

Grafica morada es el término faltante, el cual es un término homogéneo que debe ser hiperbólico o exponencial

Como se puede observar la derivada del término de flexión queda de la siguiente manera $P*L^2/3*E*I$ y al evaluarla para $L = 0$ se obtiene $y' = 0$ por lo tanto la tangente en el apoyo debido al término por flexión es igual a cero. En cambio para el término por corte como es una línea recta la derivada es una constante cuyo valor es el siguiente $P/A*G$ lo cual significa que la tangente es constante y tiene el mismo valor, lo que nos indica que el apoyo tiene una rotación debido al corte, lo cual es

falso por lo tanto es importante tener en cuenta el término homogéneo para que anule la rotación en el apoyo rígido.

Vamos a elaborar una grafica de deformación por corte en % vs λ ($\lambda = \sqrt{1/\Phi}$) para observar que en el apoyo la deformación por corte es 100%

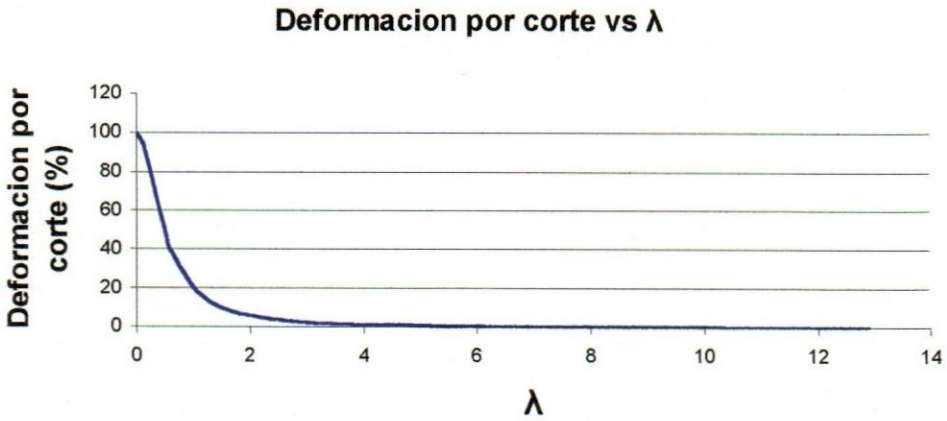


GRAFICO NUMERO 3.33

Vamos a ver a que valor tiende la grafica cuando λ es pequeño, para eso construimos la ecuación.

$$\text{Def. por corte (\%)} = y = \frac{\left[\left(\frac{P*l^3}{3*E*I} + \frac{P*l}{A*G}\right) - \frac{P*l^3}{3*E*I}\right]}{\frac{P*l^3}{3*E*I} + \frac{P*l}{A*G}} *100$$

Al evaluar la ecuación para l = 0 hay una indeterminación 0/0 la cual la resolvemos utilizando análisis matemático.

$\lim_{l \to 0}$ y Para poder resolver esto se tiene que aplicar el teorema de L`Hospital

La derivada del numerador es = $\frac{p}{A*G}$

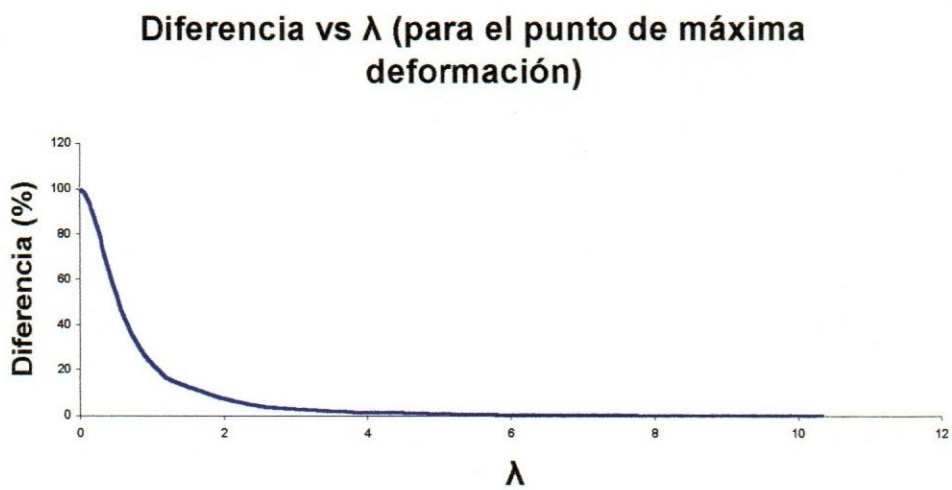
La derivada del denominador es $= \frac{p}{A*G}$

Por lo tanto

$\lim_{l \to 0}$ y = 1 Lo que indica que cuando estamos en el apoyo el % de la deformación por corte es 100.

Esto no puede ser ya que la deformación en el apoyo rígido tiene que ser cero, esto es debido a que a la ecuación de la elástica falta el término homogéneo.

Cuando elaboramos la grafica entre la diferencia de la deformación obtenida por el programa SAP2000 (utiliza el termino por corte) y las ecuaciones de resistencia de materiales (no utiliza el termino por corte) nos damos cuenta que el programa SAP2000 no toma en cuenta el termino homogéneo. Grafica numero 3.34



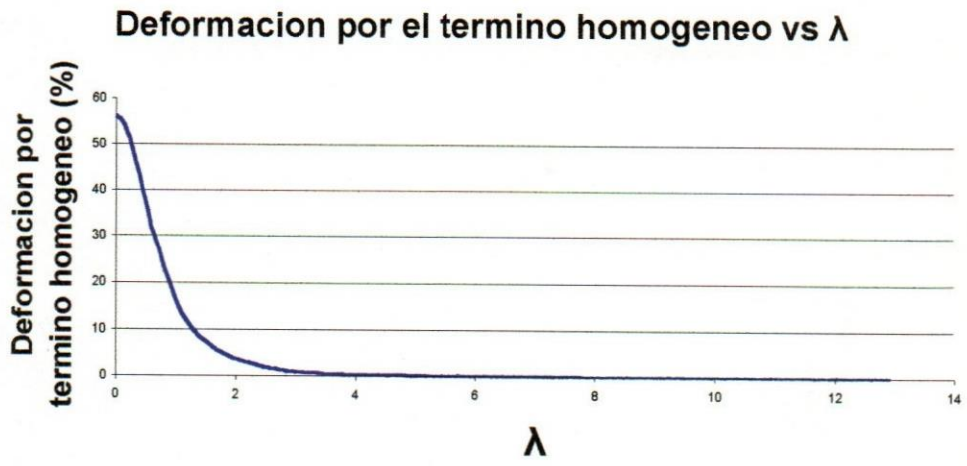
GRAFICA NUMERO 3.34

Podemos concluir que el programa SAP2000 es excelente pero falla a la hora de analizar vigas cortas luz/altura ≤ 2, por lo que se hace muy importante para estos casos el término homogéneo.

El Ingeniero Mario Paparoni actualmente esta trabajando en la resolución de este problema y ha llegado a la conclusión que el termino homogéneo debe ser hiperbólico donde la tangente evaluada en cero anule la rotación generada por el corte y se haga asintota rápidamente a una horizontal para que ni influya en vigas que no sean cortas.

El termino debe ser parecido al siguiente: $\frac{P}{A*G}$ * Tangente hiperbólica

Ahora vamos a ser una grafica con el porcentaje del término homogéneo.



GARFICA 3.35

La gráfica numero 3.35 es muy similar a la gráfica números 3.34 los que nos indica que el termino homogéneo elimina parte del corte pero no todo, por lo tanto el termino tiene que ser parecido al mostrado.

En conclusión se puede decir que el termino homogéneo es importante para casos muy particulares y puede ser tema de estudios para trabajos de grados futuros.

CONCLUSIONES

En este trabajo especial de grado se analizaron diferentes tipos de estructuras planas por medio de la Implementación del Método Matricial Simplificado, los ejercicios se solucionaron de dos maneras distintas, sin utilizar deformación por corte y utilizando la deformación por corte. La diferencia principal entre ambos casos se concreta en la introducción de una matriz adicional para la realización del cálculo de estructuras en los casos del método con corte. Esta matriz adicional que se introduce tiene un parámetro fi (Φ), el cual toma en cuenta la deformación por esfuerzo cortante.

Los resultados obtenidos entre ambos enfoques fueron comparados entre si y a su vez fueron comparados con el programa SAP2000 de estructuras, el cual es un programa avalado internacionalmente y es el que más se utiliza en el mercado, sea a nivel de estudiantes de ingeniería, sea a nivel profesional para la resolución de estructuras. Los resultados alcanzados en este estudio muestra una altísima similitud , lo cual nos indica que nuestro método implementado es de bastante confianza para nuestros propósitos, los cuales se traducen en la presentación de una herramienta más sencilla para solucionar los diferentes problemas de estructuras que se presenten tanto a estudiantes como a profesionales, por medio de un programa usual para ellos como lo puede ser el Excel, empleando una serie de formulas matemáticas guiadas por un conjunto de reglas, que no se prestan a interpretación así que no se provocará ambigüedad en los pasos a seguir, logrando a mayor velocidad y exactitud en los cálculos. A nivel estudiantil tendrá una ventaja adicional, les servirá para enfocarse más en los conceptos que se le están transmitiendo, para ellos poderlos profundizar mas y dejar un poco de lado el tiempo que ellos deben tomar para la mecanización y en la velocidad en la resolución de los diferentes problemas por los métodos clásicos que se les presenten, los cuales no son el objetivo fundamental del estudio de una materia como estructuras, para finalmente lograr un mejor entendimiento de los conceptos principales de la materia.

Además de esto tenemos que valorar la oportunidad que se le brinda a los estudiantes de adquirir destrezas en la programación computarizada, lo cual es vital hoy en día para formarse como profesionales, debido a la alta competencia existente en nuestro mercado de trabajo, ya que hay que evitar quedarnos atrás en cuanto al avance de la tecnología y la computación, que en todas las áreas de trabajo son prioridad para el ejercicio de cada profesión porque en los tiempos actuales la rapidez en la ejecución de las tareas que nos toquen realizar es de sumo valor.

Por otra parte, podemos darnos cuenta cómo los métodos clásicos (por ejemplo el Método de Cross) no toman en cuenta las deformaciones por esfuerzo cortante, ya que estos consideran que las deformaciones por este factor son prácticamente despreciables. Esta teoría es cierta para aquellos casos donde el parámetro $\Phi = (12*E*I)/(A*G*l^2)$ (definido en el texto de la tesis) tome valores cercanos a cero, o sea para luces que no sean pequeñas y/o áreas transversales que no sean grandes. Por el contrario cuando las luces sean pequeñas y las áreas transversales grandes el parámetro Φ toma valores significativos, por lo cual las deformaciones por corte deben ser tomadas en cuenta.

Otro hecho el cual es importante mencionar es que el valor de la deformación generada por los esfuerzos cortantes son más resaltantes cerca de los apoyos y cuando hay carga distribuida a todo lo largo de la viga, en vez de carga en un solo punto.

En general podemos recomendar el cálculo del parámetro Φ y dependiendo si da un valor significativo, incluir el análisis de los esfuerzos por corte al cálculo estructural.

Para las vigas cortas (luz/altura ≤ 2) como por ejemplo: dinteles, la teoría clásica para buscar las deformaciones no es confiable debido a que a la ecuación de la elástica le falta un término homogéneo para que no ocurran rotaciones en esos casos. La búsqueda del termino homogéneo esta siendo realizada por el

ingeniero Mario Paparoni y puede ser tema de estudio para un trabajo de grado en un futuro.

Para concluir se puede decir que el método matricial simplificado es de mucho valor para los estudiantes, por los factores antes nombrados, y consideramos que se debe implementar en los cursos próximos de estructuras, paran innovar y no dejar esta materia como congelada en el tiempo, así en cambio salir al paso del desarrollo tecnológico que se esta viviendo actualmente.

BIBLIOGRAFÍA

- HIBBELER, Russell C. "Análisis Estructural". Prentice Hall Hispanoamérica, S.A, Tercera Edición, 1.997.

- GROSSMAN, Stanley. "Álgebra Lineal". Ediciones McGraw Hill, Quinta Edición, 1.994. México.

- PAPARONI, Mario. "Apuntes de Estructuras IV y V". Escuela de Ingeniería Civil de la Universidad Metropolitana, 2.002. Caracas.

- TIMOSHENKO, Stephen P. y GERE, James M. "Mecánica de Materiales". Centro Regional de Ayuda Técnica, 1.974. México.

INDICE DE ANEXOS

ANEXO 1: EJEMPLO 2 (Con la implementación del corte y sin corte) 1

ANEXO 2: EJEMPLO 3 (Con la implementación del corte y sin corte) **15**

ANEXO 3: EJEMPLO 4 (Con la implementación del corte) **44**

ANEXO 4: EJEMPLO 5 (Con la implementación del corte) **52**

EJEMPLO NÚMERO 2 (CON CORTE)

MIEMBRO 1-2: EMP-EMP

Matriz Nodal

	θ	Δ x	Δ y
M	532.000,000	0,000	-399.000,000
X	0,000	40.000.000,000	0,000
Y	-399.000,000	0,000	399.000,000

E*I =	266.000,000
E*A =	80.000.000,000
L =	2,000
α (rad) =	0,000
α (grad) =	0,000
μ =	0,200

Matriz de Transporte

	θ	Δ x	Δ y
M	0,500	-1,000	-1,000
X	1,000	-1,000	-1,000
Y	1,000	-1,000	-1,000

Multipilación Matriz Nodal por Matriz de Transporte (sin corte)

	θ	Δ x	Δ y
M	266.000,000	0,000	399.000,000
X	0,000	-40.000.000,000	0,000
Y	-399.000,000	0,000	-399.000,000

Cálculo de ϕ :

ϕ =	0,02394

Matriz de Corrección

	θ	Δ x	Δ y
M	0,982	0,977	0,977
X	0,977	1,000	1,000
		0,977	0,977
Y	0,977	1,000	1,000
		0,977	0,977

Matriz Definitiva (M. Nodal*M. de Corrección)

	θ	Δ x	Δ y
M	522.671,270	0,000	-389.671,270
X	0,000	40.000.000,000	0,000
Y	-389.671,270	0,000	389.671,270

Matriz Definitiva por Matriz Transporte

	θ	Δ x	Δ y
M	261.335,635	0,000	389.671,270
X	0,000	-40.000.000,000	0,000
Y	-389.671,270	0,000	-389.671,270

MIEMBRO 2-1: EMP-EMP

Matriz Nodal

	θ	Δ x	Δ y
M	532.000,000	0,000	399.000,000
X	0,000	40.000.000,000	0,000
Y	399.000,000	0,000	399.000,000

E*I =	266.000,000
E*A =	80.000.000,000
L =	2,000
α (rad) =	3,142
α (grad) =	180,000
μ =	0,200

Matriz de Transporte

	θ	Δ x	Δ y
M	0,500	-1,000	-1,000
X	1,000	-1,000	-1,000
Y	1,000	-1,000	-1,000

Multipilación Matriz Nodal por Matriz de Transporte (sin corte)

	θ	Δ x	Δ y
M	266.000,000	0,000	-399.000,000
X	0,000	-40.000.000,000	0,000
Y	399.000,000	0,000	-399.000,000

Cálculo de ϕ :

ϕ =	0,02394

Matriz de Corrección

	θ	Δ x	Δ y
M	0,982	0,977	0,977
X	0,977	1,000	1,000
		0,977	0,977
Y	0,977	1,000	1,000
		0,977	0,977

Matriz Definitiva (M. Nodal*M. de Corrección)

	θ	Δ x	Δ y
M	522.671,270	0,000	389.671,270
X	0,000	40.000.000,000	0,000
Y	389.671,270	0,000	389.671,270

Matriz Definitiva por Matriz Transporte

	θ	Δ x	Δ y
M	261.335,635	0,000	-389.671,270
X	0,000	-40.000.000,000	0,000
Y	389.671,270	0,000	-389.671,270

MIEMBRO 1-3: EMP-EMP

Matriz Nodal

	θ	Δ x	Δ y
M	532.000,000	-399.000,000	0,000
X	-399.000,000	399.000,000	0,000
Y	0,000	0,000	40.000.000,000

E*I =	266.000,000
E*A =	80.000.000,000
L =	2,000
α (rad) =	4,712
α (grad) =	270,000
μ =	0,200

Matriz de Transporte

	θ	Δ x	Δ y
M	0,500	-1,000	-1,000
X	1,000	-1,000	-1,000
Y	1,000	-1,000	-1,000

Multipilación Matriz Nodal por Matriz de Transporte (sin corte)

	θ	Δ x	Δ y
M	266.000,000	399.000,000	0,000
X	-399.000,000	-399.000,000	0,000
Y	0,000	0,000	-40.000.000,000

Cálculo de ϕ :

ϕ =	0,02394

Matriz de Corrección

	θ	Δ x	Δ y
M	0,982	0,977	0,977
X	0,977	1,000	1,000
		0,977	0,977
Y	0,977	1,000	1,000
		0,977	0,977

Matriz Definitiva (M. Nodal*M. de Corrección)

	θ	Δ x	Δ y
M	522.671,270	-389.671,270	0,000
X	-389.671,270	389.671,270	0,000
Y	0,000	0,000	40.000.000,000

Matriz Definitiva por Matriz Transporte

	θ	Δ x	Δ y
M	261.335,635	389.671,270	0,000
X	-389.671,270	-389.671,270	0,000
Y	0,000	0,000	-40.000.000,000

MIEMBRO 3-1: EMP-EMP

Matriz Nodal

	θ	Δ x	Δ y
M	532.000,000	399.000,000	0,000
X	399.000,000	399.000,000	0,000
Y	0,000	0,000	40.000.000,000

E*I =	266.000,000
E*A =	80.000.000,000
L =	2,000
α (rad) =	1,571
α (grad) =	90,000
μ =	0,200

Matriz de Transporte

	θ	Δ x	Δ y
M	0,500	-1,000	-1,000
X	1,000	-1,000	-1,000
Y	1,000	-1,000	-1,000

Multipilación Matriz Nodal por Matriz de Transporte (sin corte)

	θ	Δ x	Δ y
M	266.000,000	-399.000,000	0,000
X	399.000,000	-399.000,000	0,000
Y	0,000	0,000	-40.000.000,000

Cálculo de ϕ :

ϕ =	0,02394

Matriz de Corrección

	θ	Δ x	Δ y
M	0,982	0,977	0,977
X	0,977	1,000	1,000
		0,977	0,977
Y	0,977	1,000	1,000
		0,977	0,977

Matriz Definitiva (M. Nodal*M. de Corrección)

	θ	Δ x	Δ y
M	522.671,270	389.671,270	0,000
X	389.671,270	389.671,270	0,000
Y	0,000	0,000	40.000.000,000

Matriz Definitiva por Matriz Transporte

	θ	Δ x	Δ y
M	261.335,635	-389.671,270	0,000
X	389.671,270	-389.671,270	0,000
Y	0,000	0,000	-40.000.000,000

MIEMBRO 2-4: EMP-EMP

Matriz Nodal

	θ	Δ x	Δ y
M	461.205,028	-259.959,128	-149.483,129
X	-259.959,128	8.812.274,634	-34.458.650,129
Y	-149.483,129	-34.458.650,129	26.124.763,277

E*I =	266.000,000
E*A =	80.000.000,000
L =	2,307
α (rad) =	5,234
α (grad) =	299,900
μ =	0,200

Matriz de Transporte

	θ	Δ x	Δ y
M	0,500	-1,000	-1,000
X	1,000	-1,000	-1,000
Y	1,000	-1,000	-1,000

Multipilación Matriz Nodal por Matriz de Transporte (sin corte)

	θ	Δ x	Δ y
M	230.602,514	259.959,128	149.483,129
X	-259.959,128	-8.812.274,634	34.458.650,129
Y	-149.483,129	34.458.650,129	-26.124.763,277

Cálculo de ϕ :

ϕ =	0,017992394

Matriz de Corrección

	θ	Δ x	Δ y
M	0,987	0,982	0,982
X	0,982	1,000	1,000
		0,982	0,982
Y	0,982	1,000	1,000
		0,982	0,982

Matriz Definitiva (M. Nodal*M. de Corrección)

	θ	Δ x	Δ y
M	455.091,390	-255.364,510	-146.841,106
X	-255.364,510	8.808.821,613	-14.874.902,438
Y	-146.841,106	-14.874.902,438	26.123.621,520

Matriz Definitiva por Matriz Transporte

	θ	Δ x	Δ y
M	227.545,695	255.364,510	146.841,106
X	-255.364,510	-8.808.821,613	14.874.902,438
Y	-146.841,106	14.874.902,438	-26.123.621,520

MIEMBRO 4-2: EMP-EMP

Matriz Nodal

	θ	Δ x	Δ y
M	461.205,028	259.959,128	149.483,129
X	259.959,128	8.812.274,634	-34.458.650,129
Y	149.483,129	-34.458.650,129	26.124.763,277

E*I =	266.000,000
E*A =	80.000.000,000
L =	2,307
α (rad) =	2,093
α (grad) =	119,900
μ =	0,200

Matriz de Transporte

	θ	Δ x	Δ y
M	0,500	-1,000	-1,000
X	1,000	-1,000	-1,000
Y	1,000	-1,000	-1,000

Multipilación Matriz Nodal por Matriz de Transporte (sin corte)

	θ	Δ x	Δ y
M	230.602,514	-259.959,128	-149.483,129
X	259.959,128	-8.812.274,634	34.458.650,129
Y	149.483,129	34.458.650,129	-26.124.763,277

Cálculo de ϕ :

ϕ =	0,017992394

Matriz de Corrección

	θ	Δ x	Δ y
M	0,987	0,982	0,982
X	0,982	1,000	1,000
		0,982	0,982
Y	0,982	1,000	1,000
		0,982	0,982

Matriz Definitiva (M. Nodal*M. de Corrección)

	θ	Δ x	Δ y
M	455.091,390	255.364,510	146.841,106
X	255.364,510	8.808.821,613	-14.874.902,438
Y	146.841,106	-14.874.902,438	26.123.621,520

Matriz Definitiva por Matriz Transporte

	θ	Δ x	Δ y
M	227.545,695	-255.364,510	-146.841,106
X	255.364,510	-8.808.821,613	14.874.902,438
Y	146.841,106	14.874.902,438	-26.123.621,520

MATRIZ GENERAL (SIN TRANSPORTE):

		θ				Δ x				Δ y			
		1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4
M	1	1.045.342,540	522.671,270	522.671,270	0,000	-389.671,270	0,000	-389.671,270	0,000	-389.671,270	-389.671,270	0,000	0,000
	2	522.671,270	977.762,660	0,000	455.091,390	0,000	-255.364,510	0,000	-255.364,510	389.671,270	242.830,164	0,000	-146.841,106
	3	522.671,270	0,000	522.671,270	0,000	389.671,270	0,000	389.671,270	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
	4	0,000	455.091,390	0,000	455.091,390	0,000	255.364,510	0,000	255.364,510	0,000	146.841,106	0,000	146.841,106
X	1	-389.671,270	0,000	-389.671,270	0,000	40.389.671,270	40.000.000,000	389.671,270	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
	2	0,000	-255.364,510	0,000	-255.364,510	40.000.000,000	48.808.821,613	0,000	8.808.821,613	0,000	-14.874.902,438	0,000	-14.874.902,438
	3	389.671,270	0,000	389.671,270	0,000	389.671,270	0,000	389.671,270	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
	4	0,000	255.364,510	0,000	255.364,510	0,000	8.808.821,613	0,000	8.808.821,613	0,000	-14.874.902,438	0,000	-14.874.902,438
Y	1	-389.671,270	-389.671,270	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	40.389.671,270	389.671,270	40.000.000,000	0,000
	2	389.671,270	242.830,164	0,000	-146.841,106	0,000	-14.874.902,438	0,000	-14.874.902,438	389.671,270	26.513.292,790	0,000	26.123.621,520
	3	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	40.000.000,000	0,000	40.000.000,000	0,000
	4	0,000	146.841,106	0,000	146.841,106	0,000	-14.874.902,438	0,000	-14.874.902,438	0,000	26.123.621,520	0,000	26.123.621,520

REAL MATRIZ GENERAL

		θ				Δ x				Δ y			
		1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4
M	1	1.045.342,540	261.335,635	261.335,635	0,000	-389.671,270	0,000	389.671,270	0,000	-389.671,270	389.671,270	0,000	0,000
	2	261.335,635	977.762,660	0,000	227.545,695	0,000	-255.364,510	0,000	255.364,510	-389.671,270	242.830,164	0,000	146.841,106
	3	261.335,635	0,000	522.671,270	0,000	-389.671,270	0,000	389.671,270	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
	4	0,000	227.545,695	0,000	455.091,390	0,000	-255.364,510	0,000	255.364,510	0,000	-146.841,106	0,000	146.841,106
X	1	-389.671,270	0,000	-389.671,270	0,000	40.389.671,270	-40.000.000,000	-389.671,270	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
	2	0,000	-255.364,510	0,000	-255.364,510	-40.000.000,000	48.808.821,613	0,000	-8.808.821,613	0,000	-14.874.902,438	0,000	14.874.902,438
	3	389.671,270	0,000	389.671,270	0,000	-389.671,270	0,000	389.671,270	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
	4	0,000	255.364,510	0,000	255.364,510	0,000	-8.808.821,613	0,000	8.808.821,613	0,000	14.874.902,438	0,000	-14.874.902,438
Y	1	-389.671,270	-389.671,270	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	40.389.671,270	-389.671,270	-40.000.000,000	0,000
	2	389.671,270	242.830,164	0,000	-146.841,106	0,000	-14.874.902,438	0,000	14.874.902,438	-389.671,270	26.513.292,790	0,000	-26.123.621,520
	3	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	-40.000.000,000	0,000	40.000.000,000	0,000
	4	0,000	146.841,106	0,000	146.841,106	0,000	14.874.902,438	0,000	-14.874.902,438	0,000	-26.123.621,520	0,000	26.123.621,520

U.C.A.B.

MATRIZ REDUCIDA

		θ		Δ x		Δ y	
		1	2	1	2	1	2
M	1	1.045.342,540	261.335,635	-389.671,270	0,000	-389.671,270	389.671,270
	2	261.335,635	977.762,660	0,000	-255.364,510	-389.671,270	242.830,164
X	1	-389.671,270	0,000	40.389.671,270	-40.000.000,000	0,000	0,000
	2	0,000	-255.364,510	-40.000.000,000	48.808.821,613	0,000	-14.874.902,438
Y	1	-389.671,270	-389.671,270	0,000	0,000	40.389.671,270	-389.671,270
	2	389.671,270	242.830,164	0,000	-14.874.902,438	-389.671,270	26.513.292,790

MATRIZ INVERSA

		θ		Δ x		Δ y	
		1	2	1	2	1	2
M	1	0,0000010604	-0,0000002554	0,0000001838	0,0000001752	0,0000000086	0,0000000852
	2	-0,0000002554	0,0000011092	0,0000001040	0,0000001075	0,0000000088	0,0000000540
X	1	0,0000001838	0,0000001040	0,0000012339	0,0000012192	0,0000000093	0,0000006805
	2	0,0000001752	0,0000001075	0,0000012192	0,0000012293	0,0000000093	0,0000006863
Y	1	0,0000000086	0,0000000088	0,0000000093	0,0000000093	0,0000000250	0,0000000054
	2	0,0000000852	0,0000000540	0,0000006805	0,0000006863	0,0000000054	0,0000004211

*

Vector Fuerza

θ1	166,667
θ2	-1.166,667
Δ x1	2.000,000
Δ x2	0,000
Δ y1	-3.500,000
Δ y2	-3.500,000

=

θ1	0,000514
θ2	-0,001348
Δ x1	-0,000037
Δ x2	-0,000093
Δ y1	-0,000096
Δ y2	-0,000181

EJEMPLO NÚMERO 2 (SIN CORTE)

MIEMBRO 1-2: EMP-EMP

Matriz Nodal

	θ	Δ x	Δ y
M	532.000,000	0,000	-399.000,000
X	0,000	40.000.000,000	0,000
Y	-399.000,000	0,000	399.000,000

E*I =	266.000,000
E*A =	80.000.000,000
L =	2,000
α (rad) =	0,000
α (grad) =	0,000
μ =	0,200

Matriz de Transporte

	θ	Δ x	Δ y
M	0,500	-1,000	-1,000
X	1,000	-1,000	-1,000
Y	1,000	-1,000	-1,000

Multipilación Matriz Nodal por Matriz de Transporte

	θ	Δ x	Δ y
M	266.000,000	0,000	399.000,000
X	0,000	-40.000.000,000	0,000
Y	-399.000,000	0,000	-399.000,000

Matriz Definitiva

	θ	Δ x	Δ y
M	532.000,000	0,000	-399.000,000
X	0,000	40.000.000,000	0,000
Y	-399.000,000	0,000	399.000,000

Matriz Definitiva por Matriz Transporte

	θ	Δ x	Δ y
M	266.000,000	0,000	399.000,000
X	0,000	-40.000.000,000	0,000
Y	-399.000,000	0,000	-399.000,000

MIEMBRO 2-1: EMP-EMP

Matriz Nodal

	θ	Δ x	Δ y
M	532.000,000	0,000	399.000,000
X	0,000	40.000.000,000	0,000
Y	399.000,000	0,000	399.000,000

E*I =	266.000,000
E*A =	80.000.000,000
L =	2,000
α (rad) =	3,142
α (grad) =	180,000
μ =	0,200

Matriz de Transporte

	θ	Δ x	Δ y
M	0,500	-1,000	-1,000
X	1,000	-1,000	-1,000
Y	1,000	-1,000	-1,000

Multipilación Matriz Nodal por Matriz de Transporte

	θ	Δ x	Δ y
M	266.000,000	0,000	-399.000,000
X	0,000	-40.000.000,000	0,000
Y	399.000,000	0,000	-399.000,000

Matriz Definitiva

	θ	Δ x	Δ y
M	532.000,000	0,000	399.000,000
X	0,000	40.000.000,000	0,000
Y	399.000,000	0,000	399.000,000

Matriz Definitiva por Matriz Transporte

	θ	Δ x	Δ y
M	266.000,000	0,000	-399.000,000
X	0,000	-40.000.000,000	0,000
Y	399.000,000	0,000	-399.000,000

MIEMBRO 1-3: EMP-EMP

Matriz Nodal

	θ	Δ x	Δ y
M	532.000,000	-399.000,000	0,000
X	-399.000,000	399.000,000	0,000
Y	0,000	0,000	40.000.000,000

E*I =	266.000,000
E*A =	80.000.000,000
L =	2,000
α (rad) =	4,712
α (grad) =	270,000
μ =	0,200

Matriz de Transporte

	θ	Δ x	Δ y
M	0,500	-1,000	-1,000
X	1,000	-1,000	-1,000
Y	1,000	-1,000	-1,000

Multipilación Matriz Nodal por Matriz de Transporte

	θ	Δ x	Δ y
M	266.000,000	399.000,000	0,000
X	-399.000,000	-399.000,000	0,000
Y	0,000	0,000	-40.000.000,000

Matriz Definitiva

	θ	Δ x	Δ y
M	532.000,000	-399.000,000	0,000
X	-399.000,000	399.000,000	0,000
Y	0,000	0,000	40.000.000,000

Matriz Definitiva por Matriz Transporte

	θ	Δ x	Δ y
M	266.000,000	399.000,000	0,000
X	-399.000,000	-399.000,000	0,000
Y	0,000	0,000	-40.000.000,000

MIEMBRO 3-1: EMP-EMP

E*I =	266.000,000
E*A =	80.000.000,000
L =	2,000
α (rad) =	1,571
α (grad) =	90,000
μ =	0,200

Matriz Nodal

	θ	Δ x	Δ y
M	532.000,000	399.000,000	0,000
X	399.000,000	399.000,000	0,000
Y	0,000	0,000	40.000.000,000

Matriz de Transporte

	θ	Δ x	Δ y
M	0,500	-1,000	-1,000
X	1,000	-1,000	-1,000
Y	1,000	-1,000	-1,000

Multipilación Matriz Nodal por Matriz de Transporte

	θ	Δ x	Δ y
M	266.000,000	-399.000,000	0,000
X	399.000,000	-399.000,000	0,000
Y	0,000	0,000	-40.000.000,000

Matriz Definitiva

	θ	Δ x	Δ y
M	532.000,000	399.000,000	0,000
X	399.000,000	399.000,000	0,000
Y	0,000	0,000	40.000.000,000

Matriz Definitiva por Matriz Transporte

	θ	Δ x	Δ y
M	266.000,000	-399.000,000	0,000
X	399.000,000	-399.000,000	0,000
Y	0,000	0,000	-40.000.000,000

MIEMBRO 2-4: EMP-EMP

Matriz Nodal

	θ	Δ x	Δ y
M	461.205,028	-259.959,128	-149.483,129
X	-259.959,128	8.812.274,634	-14.872.916,862
Y	-149.483,129	-14.872.916,862	26.124.763,277

E*I =	266.000,000
E*A =	80.000.000,000
L =	2,307
α (rad) =	5,234
α (grad) =	299,900
μ =	0,200

Matriz de Transporte

	θ	Δ x	Δ y
M	0,500	-1,000	-1,000
X	1,000	-1,000	-1,000
Y	1,000	-1,000	-1,000

Multipilación Matriz Nodal por Matriz de Transporte

	θ	Δ x	Δ y
M	230.602,514	259.959,128	149.483,129
X	-259.959,128	-8.812.274,634	14.872.916,862
Y	-149.483,129	14.872.916,862	-26.124.763,277

Matriz Definitiva

	θ	Δ x	Δ y
M	461.205,028	-259.959,128	-149.483,129
X	-259.959,128	8.812.274,634	-14.872.916,862
Y	-149.483,129	-14.872.916,862	26.124.763,277

Matriz Definitiva por Matriz Transporte

	θ	Δ x	Δ y
M	230.602,514	259.959,128	149.483,129
X	-259.959,128	-8.812.274,634	14.872.916,862
Y	-149.483,129	14.872.916,862	-26.124.763,277

MIEMBRO 4-2: EMP-EMP

Matriz Nodal

	θ	Δ x	Δ y
M	461.205,028	259.959,128	149.483,129
X	259.959,128	8.812.274,634	-14.872.916,862
Y	149.483,129	-14.872.916,862	26.124.763,277

E*I =	266.000,000
E*A =	80.000.000,000
L =	2,307
α (rad) =	2,093
α (grad) =	119,900
μ =	0,200

Matriz de Transporte

	θ	Δ x	Δ y
M	0,500	-1,000	-1,000
X	1,000	-1,000	-1,000
Y	1,000	-1,000	-1,000

Multipilación Matriz Nodal por Matriz de Transporte

	θ	Δ x	Δ y
M	230.602,514	-259.959,128	-149.483,129
X	259.959,128	-8.812.274,634	14.872.916,862
Y	149.483,129	14.872.916,862	-26.124.763,277

Matriz Definitiva

	θ	Δ x	Δ y
M	461.205,028	259.959,128	149.483,129
X	259.959,128	8.812.274,634	-14.872.916,862
Y	149.483,129	-14.872.916,862	26.124.763,277

Matriz Definitiva por Matriz Transporte

	θ	Δ x	Δ y
M	230.602,514	-259.959,128	-149.483,129
X	259.959,128	-8.812.274,634	14.872.916,862
Y	149.483,129	14.872.916,862	-26.124.763,277

MATRIZ GENERAL (SIN TRANSPORTE):

		θ				Δ x				Δ y			
		1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4
M	1	1.064.000,000	532.000,000	532.000,000	0,000	-399.000,000	0,000	-399.000,000	0,000	-399.000,000	-399.000,000	0,000	0,000
	2	532.000,000	993.205,028	0,000	461.205,028	0,000	-259.959,128	0,000	-259.959,128	399.000,000	249.516,871	0,000	-149.483,129
	3	532.000,000	0,000	532.000,000	0,000	399.000,000	0,000	399.000,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
	4	0,000	461.205,028	0,000	461.205,028	0,000	259.959,128	0,000	259.959,128	0,000	149.483,129	0,000	149.483,129
X	1	-399.000,000	0,000	-399.000,000	0,000	40.399.000,000	40.000.000,000	399.000,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
	2	0,000	-259.959,128	0,000	-259.959,128	40.000.000,000	48.812.274,634	0,000	8.812.274,634	0,000	-14.872.916,862	0,000	-14.872.916,862
	3	399.000,000	0,000	399.000,000	0,000	399.000,000	0,000	399.000,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
	4	0,000	259.959,128	0,000	259.959,128	0,000	8.812.274,634	0,000	8.812.274,634	0,000	-14.872.916,862	0,000	-14.872.916,862
Y	1	-399.000,000	-399.000,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	40.399.000,000	399.000,000	40.000.000,000	0,000
	2	399.000,000	249.516,871	0,000	-149.483,129	0,000	-14.872.916,862	0,000	-14.872.916,862	399.000,000	26.523.763,277	0,000	26.124.763,277
	3	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	40.000.000,000	0,000	40.000.000,000	0,000
	4	0,000	149.483,129	0,000	149.483,129	0,000	-14.872.916,862	0,000	-14.872.916,862	0,000	26.124.763,277	0,000	26.124.763,277

REAL MATRIZ GENERAL

		θ				Δ x				Δ y			
		1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4
M	1	1.064.000,000	266.000,000	266.000,000	0,000	-399.000,000	0,000	399.000,000	0,000	-399.000,000	399.000,000	0,000	0,000
	2	266.000,000	993.205,028	0,000	230.602,514	0,000	-259.959,128	0,000	259.959,128	-399.000,000	249.516,871	0,000	149.483,129
	3	266.000,000	0,000	532.000,000	0,000	-399.000,000	0,000	399.000,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
	4	0,000	230.602,514	0,000	461.205,028	0,000	-259.959,128	0,000	259.959,128	0,000	-149.483,129	0,000	149.483,129
X	1	-399.000,000	0,000	-399.000,000	0,000	40.399.000,000	-40.000.000,000	-399.000,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
	2	0,000	-259.959,128	0,000	-259.959,128	-40.000.000,000	48.812.274,634	0,000	-8.812.274,634	0,000	-14.872.916,862	0,000	14.872.916,862
	3	399.000,000	0,000	399.000,000	0,000	-399.000,000	0,000	399.000,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
	4	0,000	259.959,128	0,000	259.959,128	0,000	-8.812.274,634	0,000	8.812.274,634	0,000	14.872.916,862	0,000	-14.872.916,862
Y	1	-399.000,000	-399.000,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	40.399.000,000	-399.000,000	-40.000.000,000	0,000
	2	399.000,000	249.516,871	0,000	-149.483,129	0,000	-14.872.916,862	0,000	14.872.916,862	-399.000,000	26.523.763,277	0,000	-26.124.763,277
	3	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	-40.000.000,000	0,000	40.000.000,000	0,000
	4	0,000	149.483,129	0,000	149.483,129	0,000	14.872.916,862	0,000	-14.872.916,862	0,000	-26.124.763,277	0,000	26.124.763,277

MATRIZ REDUCIDA

		θ		X		Y	
		1	2	1	2	1	2
M	1	1.064.000,000	266.000,000	-399.000,000	0,000	-399.000,000	399.000,000
	2	266.000,000	993.205,028	0,000	-259.959,128	-399.000,000	249.516,871
X	1	-399.000,000	0,000	40.399.000,000	-40.000.000,000	0,000	0,000
	2	0,000	-259.959,128	-40.000.000,000	48.812.274,634	0,000	-14.872.916,862
Y	1	-399.000,000	-399.000,000	0,000	0,000	40.399.000,000	-399.000,000
	2	399.000,000	249.516,871	0,000	-14.872.916,862	-399.000,000	26.523.763,277

MATRIZ INVERSA

		θ		X		Y	
		1	2	1	2	1	2
M	1	0,0000010427	-0,0000002615	0,0000001819	0,0000001733	0,0000000086	0,0000000840
	2	-0,0000002515	0,0000010919	0,0000001002	0,0000001037	0,0000000088	0,0000000518
X	1	0,0000001819	0,0000001002	0,0000012083	0,0000011936	0,0000000094	0,0000006657
	2	0,0000001733	0,0000001037	0,0000011936	0,0000012037	0,0000000094	0,0000006715
Y	1	0,0000000086	0,0000000088	0,0000000094	0,0000000094	0,0000000250	0,0000000054
	2	0,0000000840	0,0000000518	0,0000006657	0,0000006715	0,0000000054	0,0000004126

*

Vector Fuerza

θ1	166,667
θ2	-1.166,667
Δ x1	2.000,000
Δ x2	0,000
Δ y1	-3.500,000
Δ y2	-3.500,000

=

θ1	0,00050678
θ2	-0,00132750
Δ x1	-0,00003276
Δ x2	-0,00008815
Δ y1	-0,00009650
Δ y2	-0,00017797

EJEMPLO NÚMERO 3 (CON CORTE)

MIEMBRO 1-2: EMP-EMP

Matriz Nodal

	θ	Δ x	Δ y
M	200,000	0,000	-50,000
X	0,000	2.000,000	0,000
Y	-50,000	0,000	16,667

E*I =	300,000
E*A =	12.000,000
L =	6,000
α (rad) =	0,000
α (grad) =	0,000
μ =	0,200

Matriz de Transporte

	θ	Δ x	Δ y
M	0,500	-1,000	-1,000
X	1,000	-1,000	-1,000
Y	1,000	-1,000	-1,000

Multipilación Matriz Nodal por Matriz de Transporte (sin corte)

	θ	Δ x	Δ y
M	100,000	0,000	50,000
X	0,000	-2.000,000	0,000
Y	-50,000	0,000	-16,667

Cálculo de ϕ :

ϕ =	0,02

Matriz de Corrección

	θ	Δ x	Δ y
M	0,985	0,980	0,980
X	0,980	1,000	1,000
		0,980	0,980
Y	0,980	1,000	1,000
		0,980	0,980

Matriz Definitiva (M. Nodal*M. de Corrección)

	θ	Δ x	Δ y
M	197,059	0,000	-49,020
X	0,000	2.000,000	0,000
Y	-49,020	0,000	16,340

Matriz Definitiva por Matriz Transporte

	θ	Δ x	Δ y
M	98,529	0,000	49,020
X	0,000	-2.000,000	0,000
Y	-49,020	0,000	-16,340

MIEMBRO 2-1: EMP-EMP

Matriz Nodal

	θ	Δ x	Δ y
M	200,000	0,000	50,000
X	0,000	2.000,000	0,000
Y	50,000	0,000	16,667

E*I =	300,000
E*A =	12.000,000
L =	6,000
α (rad) =	3,142
α (grad) =	180,000
μ =	0,200

Matriz de Transporte

	θ	Δ x	Δ y
M	0,500	-1,000	-1,000
X	1,000	-1,000	-1,000
Y	1,000	-1,000	-1,000

Multipilación Matriz Nodal por Matriz de Transporte (sin corte)

	θ	Δ x	Δ y
M	100,000	0,000	-50,000
X	0,000	-2.000,000	0,000
Y	50,000	0,000	-16,667

Cálculo de ϕ :

ϕ =	0,02

Matriz de Corrección

	θ	Δ x	Δ y
M	0,985	0,980	0,980
X	0,980	1,000	1,000
		0,980	0,980
Y	0,980	1,000	1,000
		0,980	0,980

Matriz Definitiva (M. Nodal*M. de Corrección)

	θ	Δ x	Δ y
M	197,059	0,000	49,020
X	0,000	2.000,000	0,000
Y	49,020	0,000	16,340

Matriz Definitiva por Matriz Transporte

	θ	Δ x	Δ y
M	98,529	0,000	-49,020
X	0,000	-2.000,000	0,000
Y	49,020	0,000	-16,340

MIEMBRO 1-3: EMP-EMP

Matriz Nodal

	θ	Δ x	Δ y
M	400,000	-200,000	0,000
X	-200,000	133,333	0,000
Y	0,000	0,000	4.000,000

E*I =	300,000
E*A =	12.000,000
L =	3,000
α (rad) =	4,712
α (grad) =	270,000
μ =	0,200

Matriz de Transporte

	θ	Δ x	Δ y
M	0,500	-1,000	-1,000
X	1,000	-1,000	-1,000
Y	1,000	-1,000	-1,000

Multipilación Matriz Nodal por Matriz de Transporte (sin corte)

	θ	Δ x	Δ y
M	200,000	200,000	0,000
X	-200,000	-133,333	0,000
Y	0,000	0,000	-4.000,000

Cálculo de ϕ :

ϕ =	0,08

Matriz de Corrección

	θ	Δ x	Δ y
M	0,944	0,926	0,926
X	0,926	1,000	1,000
		0,926	0,926
Y	0,926	1,000	1,000
		0,926	0,926

Matriz Definitiva (M. Nodal*M. de Corrección)

	θ	Δ x	Δ y
M	377,778	-185,185	0,000
X	-185,185	123,457	0,000
Y	0,000	0,000	4.000,000

Matriz Definitiva por Matriz Transporte

	θ	Δ x	Δ y
M	188,889	185,185	0,000
X	-185,185	-123,457	0,000
Y	0,000	0,000	-4.000,000

MIEMBRO 3-1: EMP-EMP

Matriz Nodal

	θ	Δ x	Δ y
M	400,000	200,000	0,000
X	200,000	133,333	0,000
Y	0,000	0,000	4.000,000

E*I =	300,000
E*A =	12.000,000
L =	3,000
α (rad) =	1,571
α (grad) =	90,000
μ =	0,200

Matriz de Transporte

	θ	Δ x	Δ y
M	0,500	-1,000	-1,000
X	1,000	-1,000	-1,000
Y	1,000	-1,000	-1,000

Multipilación Matriz Nodal por Matriz de Transporte (sin corte)

	θ	Δ x	Δ y
M	200,000	-200,000	0,000
X	200,000	-133,333	0,000
Y	0,000	0,000	-4.000,000

Cálculo de ϕ :

ϕ =	0,08

Matriz de Corrección

	θ	Δ x	Δ y
M	0,944	0,926	0,926
X	0,926	1,000	1,000
		0,926	0,926
Y	0,926	1,000	1,000
		0,926	0,926

Matriz Definitiva (M. Nodal*M. de Corrección)

	θ	Δ x	Δ y
M	377,778	185,185	0,000
X	185,185	123,457	0,000
Y	0,000	0,000	4.000,000

Matriz Definitiva por Matriz Transporte

	θ	Δ x	Δ y
M	188,889	-185,185	0,000
X	185,185	-123,457	0,000
Y	0,000	0,000	-4.000,000

MIEMBRO 2-4: EMP-EMP

Matriz Nodal

	θ	Δ x	Δ y
M	400,000	-200,000	0,000
X	-200,000	133,333	0,000
Y	0,000	0,000	4.000,000

E*I =	300,000
E*A =	12.000,000
L =	3,000
α (rad) =	4,712
α (grad) =	270,000
μ =	0,200

Matriz de Transporte

	θ	Δ x	Δ y
M	0,500	-1,000	-1,000
X	1,000	-1,000	-1,000
Y	1,000	-1,000	-1,000

Multipilación Matriz Nodal por Matriz de Transporte (sin corte)

	θ	Δ x	Δ y
M	200,000	200,000	0,000
X	-200,000	-133,333	0,000
Y	0,000	0,000	-4.000,000

Cálculo de ϕ :

ϕ =	0,08

Matriz de Corrección

	θ	Δ x	Δ y
M	0,944	0,926	0,926
X	0,926	1,000	1,000
		0,926	0,926
Y	0,926	1,000	1,000
		0,926	0,926

Matriz Definitiva (M. Nodal*M. de Corrección)

	θ	Δ x	Δ y
M	377,776	-185,185	0,000
X	-185,185	123,457	0,000
Y	0,000	0,000	4.000,000

Matriz Definitiva por Matriz Transporte

	θ	Δ x	Δ y
M	188,889	185,185	0,000
X	-185,185	-123,457	0,000
Y	0,000	0,000	-4.000,000

MIEMBRO 4-2: EMP-EMP

Matriz Nodal

	θ	Δ x	Δ y
M	400,000	200,000	0,000
X	200,000	133,333	0,000
Y	0,000	0,000	4.000,000

E*I =	300,000
E*A =	12.000,000
L =	3,000
α (rad) =	1,571
α (grad) =	90,000
μ =	0,200

Matriz de Transporte

	θ	Δ x	Δ y
M	0,500	-1,000	-1,000
X	1,000	-1,000	-1,000
Y	1,000	-1,000	-1,000

Multipilación Matriz Nodal por Matriz de Transporte (sin corte)

	θ	Δ x	Δ y
M	200,000	-200,000	0,000
X	200,000	-133,333	0,000
Y	0,000	0,000	-4.000,000

Cálculo de ϕ :

ϕ =	0,08

Matriz de Corrección

	θ	Δ x	Δ y
M	0,944	0,926	0,926
X	0,926	1,000	1,000
		0,926	0,926
Y	0,926	1,000	1,000
		0,926	0,926

Matriz Definitiva (M. Nodal*M. de Corrección)

	θ	Δ x	Δ y
M	377,778	185,185	0,000
X	185,185	123,457	0,000
Y	0,000	0,000	4.000,000

Matriz Definitiva por Matriz Transporte

	θ	Δ x	Δ y
M	188,889	-185,185	0,000
X	185,185	-123,457	0,000
Y	0,000	0,000	-4.000,000

MIEMBRO 3-4: EMP-EMP

Matriz Nodal

	θ	Δ x	Δ y
M	200,000	0,000	-50,000
X	0,000	2.000,000	0,000
Y	-50,000	0,000	16,667

E*I =	300,000
E*A =	12.000,000
L =	6,000
α (rad) =	0,000
α (grad) =	0,000
μ =	0,200

Matriz de Transporte

	θ	Δ x	Δ y
M	0,500	-1,000	-1,000
X	1,000	-1,000	-1,000
Y	1,000	-1,000	-1,000

Multipilación Matriz Nodal por Matriz de Transporte (sin corte)

	θ	Δ x	Δ y
M	100,000	0,000	50,000
X	0,000	-2.000,000	0,000
Y	-50,000	0,000	-16,667

Cálculo de ϕ :

ϕ =	0,02

Matriz de Corrección

	θ	Δ x	Δ y
M	0,985	0,980	0,980
X	0,980	1,000	1,000
		0,980	0,980
Y	0,980	1,000	1,000
		0,980	0,980

Matriz Definitiva (M. Nodal*M. de Corrección)

	θ	Δ x	Δ y
M	197,059	0,000	-49,020
X	0,000	2.000,000	0,000
Y	-49,020	0,000	16,340

Matriz Definitiva por Matriz Transporte

	θ	Δ x	Δ y
M	98,529	0,000	49,020
X	0,000	-2.000,000	0,000
Y	-49,020	0,000	-16,340

MIEMBRO 4-3: EMP-EMP

Matriz Nodal

	θ	Δ x	Δ y
M	200,000	0,000	50,000
X	0,000	2.000,000	0,000
Y	50,000	0,000	16,667

E*I =	300,000
E*A =	12.000,000
L =	6,000
α (rad) =	3,142
α (grad) =	180,000
μ =	0,200

Matriz de Transporte

	θ	Δ x	Δ y
M	0,500	-1,000	-1,000
X	1,000	-1,000	-1,000
Y	1,000	-1,000	-1,000

Multipilación Matriz Nodal por Matriz de Transporte (sin corte)

	θ	Δ x	Δ y
M	100,000	0,000	-50,000
X	0,000	-2.000,000	0,000
Y	50,000	0,000	-16,667

Cálculo de ϕ :

ϕ =	0,02

Matriz de Corrección

	θ	Δ x	Δ y
M	0,985	0,980	0,980
X	0,980	1,000	1,000
		0,980	0,980
Y	0,980	1,000	1,000
		0,980	0,980

Matriz Definitiva (M. Nodal*M. de Corrección)

	θ	Δ x	Δ y
M	197,059	0,000	49,020
X	0,000	2.000,000	0,000
Y	49,020	0,000	16,340

Matriz Definitiva por Matriz Transporte

	θ	Δ x	Δ y
M	98,529	0,000	-49,020
X	0,000	-2.000,000	0,000
Y	49,020	0,000	-16,340

MIEMBRO 3-5: EMP-EMP

Matriz Nodal

	θ	Δ x	Δ y
M	400,000	-200,000	0,000
X	-200,000	133,333	0,000
Y	0,000	0,000	4.000,000

E*I =	300,000
E*A =	12.000,000
L =	3,000
α (rad) =	4,712
α (grad) =	270,000
μ =	0,200

Matriz de Transporte

	θ	Δ x	Δ y
M	0,500	-1,000	-1,000
X	1,000	-1,000	-1,000
Y	1,000	-1,000	-1,000

Multipilación Matriz Nodal por Matriz de Transporte (sin corte)

	θ	Δ x	Δ y
M	200,000	200,000	0,000
X	-200,000	-133,333	0,000
Y	0,000	0,000	-4.000,000

Cálculo de ϕ :

ϕ =	0,08

Matriz de Corrección

	θ	Δ x	Δ y
M	0,944	0,926	0,926
X	0,926	1,000	1,000
		0,926	0,926
Y	0,926	1,000	1,000
		0,926	0,926

Matriz Definitiva (M. Nodal*M. de Corrección)

	θ	Δ x	Δ y
M	377,778	-185,185	0,000
X	-185,185	123,457	0,000
Y	0,000	0,000	4.000,000

Matriz Definitiva por Matriz Transporte

	θ	Δ x	Δ y
M	188,889	185,185	0,000
X	-185,185	-123,457	0,000
Y	0,000	0,000	-4.000,000

MIEMBRO 5-3: EMP-EMP

Matriz Nodal

	θ	Δ x	Δ y
M	400,000	200,000	0,000
X	200,000	133,333	0,000
Y	0,000	0,000	4.000,000

E*I =	300,000
E*A =	12.000,000
L =	3,000
α (rad) =	1,571
α (grad) =	90,000
μ =	0,200

Matriz de Transporte

	θ	Δ x	Δ y
M	0,500	-1,000	-1,000
X	1,000	-1,000	-1,000
Y	1,000	-1,000	-1,000

Multipilación Matriz Nodal por Matriz de Transporte (sin corte)

	θ	Δ x	Δ y
M	200,000	-200,000	0,000
X	200,000	-133,333	0,000
Y	0,000	0,000	-4.000,000

Cálculo de ϕ :

ϕ =	0,08

Matriz de Corrección

	θ	Δ x	Δ y
M	0,944	0,926	0,926
X	0,926	1,000	1,000
		0,926	0,926
Y	0,926	1,000	1,000
		0,926	0,926

Matriz Definitiva (M. Nodal*M. de Corrección)

	θ	Δ x	Δ y
M	377,778	185,185	0,000
X	185,185	123,457	0,000
Y	0,000	0,000	4.000,000

Matriz Definitiva por Matriz Transporte

	θ	Δ x	Δ y
M	188,889	-185,185	0,000
X	185,185	-123,457	0,000
Y	0,000	0,000	-4.000,000

MIEMBRO 4-6: EMP-EMP

Matriz Nodal

	θ	Δ x	Δ y
M	400,000	-200,000	0,000
X	-200,000	133,333	0,000
Y	0,000	0,000	4.000,000

E*I =	300,000
E*A =	12.000,000
L =	3,000
α (rad) =	4,712
α (grad) =	270,000
μ =	0,200

Matriz de Transporte

	θ	Δ x	Δ y
M	0,500	-1,000	-1,000
X	1,000	-1,000	-1,000
Y	1,000	-1,000	-1,000

Multipilación Matriz Nodal por Matriz de Transporte (sin corte)

	θ	Δ x	Δ y
M	200,000	200,000	0,000
X	-200,000	-133,333	0,000
Y	0,000	0,000	-4.000,000

Cálculo de ϕ :

ϕ =	0,08

Matriz de Corrección

	θ	Δ x	Δ y
M	0,944	0,926	0,926
X	0,926	1,000	1,000
		0,926	0,926
Y	0,926	1,000	1,000
		0,926	0,926

Matriz Definitiva (M. Nodal*M. de Corrección)

	θ	Δ x	Δ y
M	377,778	-185,185	0,000
X	-185,185	123,457	0,000
Y	0,000	0,000	4.000,000

Matriz Definitiva por Matriz Transporte

	θ	Δ x	Δ y
M	188,889	185,185	0,000
X	-185,185	-123,457	0,000
Y	0,000	0,000	-4.000,000

MIEMBRO 6-4: EMP-EMP

Matriz Nodal

	θ	Δ x	Δ y
M	400,000	200,000	0,000
X	200,000	133,333	0,000
Y	0,000	0,000	4.000,000

E*I =	300,000
E*A =	12.000,000
L =	3,000
α (rad) =	1,571
α (grad) =	90,000
μ =	0,200

Matriz de Transporte

	θ	Δ x	Δ y
M	0,500	-1,000	-1,000
X	1,000	-1,000	-1,000
Y	1,000	-1,000	-1,000

Multipilación Matriz Nodal por Matriz de Transporte (sin corte)

	θ	Δ x	Δ y
M	200,000	-200,000	0,000
X	200,000	-133,333	0,000
Y	0,000	0,000	-4.000,000

Cálculo de ϕ :

ϕ =	0,08

Matriz de Corrección

	θ	Δ x	Δ y
M	0,944	0,926	0,926
X	0,926	1,000	1,000
		0,926	0,926
Y	0,926	1,000	1,000
		0,926	0,926

Matriz Definitiva (M. Nodal*M. de Corrección)

	θ	Δ x	Δ y
M	377,778	185,185	0,000
X	185,185	123,457	0,000
Y	0,000	0,000	4.000,000

Matriz Definitiva por Matriz Transporte

	θ	Δ x	Δ y
M	188,889	-185,185	0,000
X	185,185	-123,457	0,000
Y	0,000	0,000	-4.000,000

MATRIZ GENERAL (SIN TRANSPORTE):

		θ						Δξ						Δy					
		1	2	3	4	5	6	1	2	3	4	5	6	1	2	3	4	5	6
M	1	574.837	197.059	377.778	0.000	0.000	0.000	-185.185	0.000	-185.185	0.000	0.000	0.000	-49.020	-49.020	0.000	0.000	0.000	0.000
	2	197.059	574.837	0.000	377.778	0.000	0.000	0.000	-185.185	0.000	-185.185	0.000	0.000	49.020	49.020	0.000	0.000	0.000	0.000
	3	377.778	0.000	952.614	197.059	377.778	0.000	185.185	0.000	0.000	0.000	-185.185	0.000	0.000	0.000	-49.020	-49.020	0.000	0.000
	4	0.000	377.778	197.059	952.614	0.000	377.778	0.000	185.185	0.000	0.000	0.000	-185.185	0.000	0.000	49.020	49.020	0.000	0.000
	5	0.000	0.000	377.778	0.000	377.778	0.000	0.000	0.000	185.185	0.000	185.185	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
	6	0.000	0.000	0.000	377.778	0.000	377.778	0.000	0.000	0.000	185.185	0.000	185.185	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
X	1	-185.185	0.000	-185.185	0.000	0.000	0.000	2.123.457	2.000.000	123.457	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
	2	0.000	-185.185	0.000	-185.185	0.000	0.000	2.000.000	2.123.457	0.000	123.457	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
	3	185.185	0.000	0.000	0.000	-185.185	0.000	123.457	0.000	2.246.914	2.000.000	123.457	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
	4	0.000	185.185	0.000	0.000	0.000	-185.185	0.000	123.457	2.000.000	2.246.914	0.000	123.457	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
	5	0.000	0.000	185.185	0.000	185.185	0.000	0.000	0.000	123.457	0.000	123.457	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
	6	0.000	0.000	0.000	185.185	0.000	185.185	0.000	0.000	0.000	123.457	0.000	123.457	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
Y	1	-49.020	-49.020	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	4.016.340	16.340	4.000.000	0.000	0.000	0.000
	2	49.020	49.020	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	16.340	4.016.340	0.000	4.000.000	0.000	0.000
	3	0.000	0.000	-49.020	-49.020	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	4.000.000	0.000	8.016.340	16.340	4.000.000	0.000
	4	0.000	0.000	49.020	49.020	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	4.000.000	16.340	8.016.340	0.000	4.000.000
	5	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	4.000.000	0.000	4.000.000	0.000
	6	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	4.000.000	0.000	4.000.000

MATRIZ GENERAL (CON TRANSPORTE)

		θ						Δy						Δy					
		1	2	3	4	5	6	1	2	3	4	5	6	1	2	3	4	5	6
M	1	574.837	98.529	188.889	0.000	0.000	0.000	-185.185	0.000	185.185	0.000	0.000	0.000	-49.020	49.020	0.000	0.000	0.000	0.000
	2	98.529	574.837	0.000	188.889	0.000	0.000	0.000	-185.185	0.000	185.185	0.000	0.000	-49.020	49.020	0.000	0.000	0.000	0.000
	3	188.889	0.000	952.614	98.529	188.889	0.000	-185.185	0.000	0.000	0.000	185.185	0.000	0.000	0.000	-49.020	49.020	0.000	0.000
	4	0.000	188.889	98.529	952.614	0.000	188.889	0.000	-185.185	0.000	0.000	0.000	185.185	0.000	0.000	-49.020	49.020	0.000	0.000
	5	0.000	0.000	188.889	0.000	377.778	0.000	0.000	0.000	-185.185	0.000	185.185	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
	6	0.000	0.000	0.000	188.889	0.000	377.778	0.000	0.000	0.000	-185.185	0.000	185.185	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
X	1	-185.185	0.000	-185.185	0.000	0.000	0.000	2.123.457	-2.000.000	-123.457	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
	2	0.000	-185.185	0.000	-185.185	0.000	0.000	-2.000.000	2.123.457	0.000	-123.457	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
	3	185.185	0.000	0.000	0.000	-185.185	0.000	-123.457	0.000	2.246.914	-2.000.000	-123.457	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
	4	0.000	185.185	0.000	0.000	0.000	-185.185	0.000	-123.457	-2.000.000	2.246.914	0.000	-123.457	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
	5	0.000	0.000	185.185	0.000	185.185	0.000	0.000	0.000	-123.457	0.000	123.457	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
	6	0.000	0.000	0.000	185.185	0.000	185.185	0.000	0.000	0.000	-123.457	0.000	123.457	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
Y	1	-49.020	-49.020	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	4.016.340	-16.340	-4.000.000	0.000	0.000	0.000
	2	49.020	49.020	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	-16.340	4.016.340	0.000	-4.000.000	0.000	0.000
	3	0.000	0.000	-49.020	-49.020	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	-4.000.000	0.000	8.016.340	-16.340	-4.000.000	0.000
	4	0.000	0.000	49.020	49.020	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	-4.000.000	-16.340	8.016.340	0.000	-4.000.000
	5	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	-4.000.000	0.000	4.000.000	0.000
	6	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	-4.000.000	0.000	4.000.000

MATRIZ REDUCIDA:

		θ				Dy				Dy			
		1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4
M	1	574,837	98,529	188,889	0,000	-185,185	0,000	185,185	0,000	-49,020	49,020	0,000	0,000
	2	98,529	574,837	0,000	188,889	0,000	-185,185	0,000	185,185	-49,020	49,020	0,000	0,000
	3	188,889	0,000	952,614	98,529	-185,185	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	-49,020	49,020
	4	0,000	188,889	98,529	952,614	0,000	-185,185	0,000	0,000	0,000	0,000	-49,020	49,020
X	1	-185,185	0,000	-185,185	0,000	2.123,457	-2.000,000	-123,457	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
	2	0,000	-185,185	0,000	-185,185	-2.000,000	2.123,457	0,000	-123,457	0,000	0,000	0,000	0,000
	3	185,185	0,000	0,000	0,000	-123,457	0,000	2.246,914	-2.000,000	0,000	0,000	0,000	0,000
	4	0,000	185,185	0,000	0,000	0,000	-123,457	-2.000,000	2.246,914	0,000	0,000	0,000	0,000
Y	1	-49,020	-49,020	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	4.016,340	-16,340	-4.000,000	0,000
	2	49,020	49,020	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	-16,340	4.016,340	0,000	-4.000,000
	3	0,000	0,000	-49,020	-49,020	0,000	0,000	0,000	0,000	-4.000,000	0,000	8.016,340	-16,340
	4	0,000	0,000	49,020	49,020	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	-4.000,000	-16,340	8.016,340

MATRIZ INVERSA

		θ				Dy				Dy			
		1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4
M	1	0,0025225	0,0001513	-0,0000062	0,0005007	0,0027876	0,0027069	0,0003204	0,0004215	0,0000701	-0,0000701	0,0000379	-0,0000379
	2	0,0001513	0,0025225	0,0005007	-0,0000062	0,0027069	0,0027876	0,0004215	0,0003204	0,0000701	-0,0000701	0,0000379	-0,0000379
	3	-0,0000062	0,0005007	0,0017048	0,0004141	0,0035673	0,0035314	0,0016008	0,0015776	0,0000372	-0,0000372	0,0000315	-0,0000315
	4	0,0005007	-0,0000062	0,0004141	0,0017048	0,0035314	0,0035673	0,0015776	0,0016008	0,0000372	-0,0000372	0,0000315	-0,0000315
X	1	0,0027876	0,0027069	0,0035673	0,0035314	0,0229929	0,0227450	0,0093759	0,0093722	0,0002169	-0,0002169	0,0001513	-0,0001513
	2	0,0027069	0,0027876	0,0035314	0,0035673	0,0227450	0,0229929	0,0093722	0,0093759	0,0002169	-0,0002169	0,0001513	-0,0001513
	3	0,0003204	0,0004215	0,0016008	0,0015776	0,0093759	0,0093722	0,0065538	0,0063138	0,0000558	-0,0000558	0,0000472	-0,0000472
	4	0,0004215	0,0003204	0,0015776	0,0016008	0,0093722	0,0093759	0,0063138	0,0065538	0,0000558	-0,0000558	0,0000472	-0,0000472
Y	1	0,0000701	0,0000701	0,0000372	0,0000372	0,0002169	0,0002169	0,0000558	0,0000558	0,0004993	0,0000007	0,0002496	0,0000004
	2	-0,0000701	-0,0000701	-0,0000372	-0,0000372	-0,0002169	-0,0002169	-0,0000558	-0,0000558	0,0000007	0,0004993	0,0000004	0,0002496
	3	0,0000379	0,0000379	0,0000315	0,0000315	0,0001513	0,0001513	0,0000472	0,0000472	0,0002496	0,0000004	0,0002497	0,0000003
	4	-0,0000379	-0,0000379	-0,0000315	-0,0000315	-0,0001513	-0,0001513	-0,0000472	-0,0000472	0,0000004	0,0002496	0,0000003	0,0002497

MATRIZ FUERZA:

θ1	300000
θ2	-300000
θ3	300000
θ4	-350000
Δ x1	0
Δ x2	0
Δ x3	0
Δ x4	0
Δ y 1	-300000
Δ y 2	-300000
Δ y 3	-300000
Δ y 4	-300000

MATRIZ INVERSA * VECTOR FUEZA =

θ1	**534,2415**
θ2	**-558,9707**
θ3	**214,4417**
θ4	**-320,3898**
Δ x1	**-141,5936**
Δ x2	**-213,3445**
Δ x3	**-102,2528**
Δ x4	**-56,6694**
Δ y 1	**-226,8612**
Δ y 2	**-223,1388**
Δ y 3	**-151,5734**
Δ y 4	**-148,4266**

EJEMPLO NÚMERO 3 (SIN CORTE)

MIEMBRO 1-2: EMP-EMP

Matriz Nodal

	θ	Δ x	Δ y
M	200,000	0,000	-50,000
X	0,000	2.000,000	0,000
Y	-50,000	0,000	16,667

E*I =	300,000
E*A =	12.000,000
L =	6,000
α (rad) =	0,000
α (grad) =	0,000
μ =	0,200

Matriz de Transporte

	θ	Δ x	Δ y
M	0,500	-1,000	-1,000
X	1,000	-1,000	-1,000
Y	1,000	-1,000	-1,000

Multipilación Matriz Nodal por Matriz de Transporte

	θ	Δ x	Δ y
M	100,000	0,000	50,000
X	0,000	-2.000,000	0,000
Y	-50,000	0,000	-16,667

Matriz Definitiva

	θ	Δ x	Δ y
M	200,000	0,000	-50,000
X	0,000	2.000,000	0,000
Y	-50,000	0,000	16,667

Matriz Definitiva por Matriz Transporte

	θ	Δ x	Δ y
M	100,000	0,000	50,000
X	0,000	-2.000,000	0,000
Y	-50,000	0,000	-16,667

MIEMBRO 2-1: EMP-EMP

Matriz Nodal

	θ	Δ x	Δ y
M	200,000	0,000	50,000
X	0,000	2.000,000	0,000
Y	50,000	0,000	16,667

E*I =	300,000
E*A =	12.000,000
L =	6,000
α (rad) =	3,142
α (grad) =	180,000
μ =	0,200

Matriz de Transporte

	θ	Δ x	Δ y
M	0,500	-1,000	-1,000
X	1,000	-1,000	-1,000
Y	1,000	-1,000	-1,000

Multipilación Matriz Nodal por Matriz de Transporte

	θ	Δ x	Δ y
M	100,000	0,000	-50,000
X	0,000	-2.000,000	0,000
Y	50,000	0,000	-16,667

Matriz Definitiva

	θ	Δ x	Δ y
M	200,000	0,000	50,000
X	0,000	2.000,000	0,000
Y	50,000	0,000	16,667

Matriz Definitiva por Matriz Transporte

	θ	Δ x	Δ y
M	100,000	0,000	-50,000
X	0,000	-2.000,000	0,000
Y	50,000	0,000	-16,667

MIEMBRO 1-3: EMP-EMP

Matriz Nodal

	θ	Δ x	Δ y
M	400,000	-200,000	0,000
X	-200,000	133,333	0,000
Y	0,000	0,000	4.000,000

E*I =	300,000
E*A =	12.000,000
L =	3,000
α (rad) =	4,712
α (grad) =	270,000
μ =	0,200

Matriz de Transporte

	θ	Δ x	Δ y
M	0,500	-1,000	-1,000
X	1,000	-1,000	-1,000
Y	1,000	-1,000	-1,000

Multipilación Matriz Nodal por Matriz de Transporte

	θ	Δ x	Δ y
M	200,000	200,000	0,000
X	-200,000	-133,333	0,000
Y	0,000	0,000	-4.000,000

Matriz Definitiva

	θ	Δ x	Δ y
M	400,000	-200,000	0,000
X	-200,000	133,333	0,000
Y	0,000	0,000	4.000,000

Matriz Definitiva por Matriz Transporte

	θ	Δ x	Δ y
M	200,000	200,000	0,000
X	-200,000	-133,333	0,000
Y	0,000	0,000	-4.000,000

MIEMBRO 3-1: EMP-EMP

Matriz Nodal

	θ	Δ x	Δ y
M	400,000	200,000	0,000
X	200,000	133,333	0,000
Y	0,000	0,000	4.000,000

E*I =	300,000
E*A =	12.000,000
L =	3,000
α (rad) =	1,571
α (grad) =	90,000
μ =	0,200

Matriz de Transporte

	θ	Δ x	Δ y
M	0,500	-1,000	-1,000
X	1,000	-1,000	-1,000
Y	1,000	-1,000	-1,000

Multipilación Matriz Nodal por Matriz de Transporte

	θ	Δ x	Δ y
M	200,000	-200,000	0,000
X	200,000	-133,333	0,000
Y	0,000	0,000	-4.000,000

Matriz Definitiva

	θ	Δ x	Δ y
M	400,000	200,000	0,000
X	200,000	133,333	0,000
Y	0,000	0,000	4.000,000

Matriz Definitiva por Matriz Transporte

	θ	Δ x	Δ y
M	200,000	-200,000	0,000
X	200,000	-133,333	0,000
Y	0,000	0,000	-4.000,000

MIEMBRO 2-4: EMP-EMP

Matriz Nodal

	θ	Δ x	Δ y
M	400,000	-200,000	0,000
X	-200,000	133,333	0,000
Y	0,000	0,000	4.000,000

E*I =	300,000
E*A =	12.000,000
L =	3,000
α (rad) =	4,712
α (grad) =	270,000
μ =	0,200

Matriz de Transporte

	θ	Δ x	Δ y
M	0,500	-1,000	-1,000
X	1,000	-1,000	-1,000
Y	1,000	-1,000	-1,000

Multipilación Matriz Nodal por Matriz de Transporte

	θ	Δ x	Δ y
M	200,000	200,000	0,000
X	-200,000	-133,333	0,000
Y	0,000	0,000	-4.000,000

Matriz Definitiva

	θ	Δ x	Δ y
M	400,000	-200,000	0,000
X	-200,000	133,333	0,000
Y	0,000	0,000	4.000,000

Matriz Definitiva por Matriz Transporte

	θ	Δ x	Δ y
M	200,000	200,000	0,000
X	-200,000	-133,333	0,000
Y	0,000	0,000	-4.000,000

MIEMBRO 4-2: EMP-EMP

Matriz Nodal

	θ	Δ x	Δ y
M	400,000	200,000	0,000
X	200,000	133,333	0,000
Y	0,000	0,000	4.000,000

E*I =	300,000
E*A =	12.000,000
L =	3,000
α (rad) =	1,571
α (grad) =	90,000
μ =	0,200

Matriz de Transporte

	θ	Δ x	Δ y
M	0,500	-1,000	-1,000
X	1,000	-1,000	-1,000
Y	1,000	-1,000	-1,000

Multipilación Matriz Nodal por Matriz de Transporte

	θ	Δ x	Δ y
M	200,000	-200,000	0,000
X	200,000	-133,333	0,000
Y	0,000	0,000	-4.000,000

Matriz Definitiva

	θ	Δ x	Δ y
M	400,000	200,000	0,000
X	200,000	133,333	0,000
Y	0,000	0,000	4.000,000

Matriz Definitiva por Matriz Transporte

	θ	Δ x	Δ y
M	200,000	-200,000	0,000
X	200,000	-133,333	0,000
Y	0,000	0,000	-4.000,000

MIEMBRO 3-4: EMP-EMP

Matriz Nodal

	θ	Δ x	Δ y
M	200,000	0,000	-50,000
X	0,000	2.000,000	0,000
Y	-50,000	0,000	16,667

E*I =	300,000
E*A =	12.000,000
L =	6,000
α (rad) =	0,000
α (grad) =	0,000
μ =	0,200

Matriz de Transporte

	θ	Δ x	Δ y
M	0,500	-1,000	-1,000
X	1,000	-1,000	-1,000
Y	1,000	-1,000	-1,000

Multipilación Matriz Nodal por Matriz de Transporte

	θ	Δ x	Δ y
M	100,000	0,000	50,000
X	0,000	-2.000,000	0,000
Y	-50,000	0,000	-16,667

Matriz Definitiva

	θ	Δ x	Δ y
M	200,000	0,000	-50,000
X	0,000	2.000,000	0,000
Y	-50,000	0,000	16,667

Matriz Definitiva por Matriz Transporte

	θ	Δ x	Δ y
M	100,000	0,000	50,000
X	0,000	-2.000,000	0,000
Y	-50,000	0,000	-16,667

MIEMBRO 4-3: EMP-EMP

Matriz Nodal

	θ	Δ x	Δ y
M	200,000	0,000	50,000
X	0,000	2.000,000	0,000
Y	50,000	0,000	16,667

E*I =	300,000
E*A =	12.000,000
L =	6,000
α (rad) =	3,142
α (grad) =	180,000
μ =	0,200

Matriz de Transporte

	θ	Δ x	Δ y
M	0,500	-1,000	-1,000
X	1,000	-1,000	-1,000
Y	1,000	-1,000	-1,000

Multipilación Matriz Nodal por Matriz de Transporte

	θ	Δ x	Δ y
M	100,000	0,000	-50,000
X	0,000	-2.000,000	0,000
Y	50,000	0,000	-16,667

Matriz Definitiva

	θ	Δ x	Δ y
M	200,000	0,000	50,000
X	0,000	2.000,000	0,000
Y	50,000	0,000	16,667

Matriz Definitiva por Matriz Transporte

	θ	Δ x	Δ y
M	100,000	0,000	-50,000
X	0,000	-2.000,000	0,000
Y	50,000	0,000	-16,667

MIEMBRO 3-5: EMP-EMP

Matriz Nodal

	θ	Δ x	Δ y
M	400,000	-200,000	0,000
X	-200,000	133,333	0,000
Y	0,000	0,000	4.000,000

E*I =	300,000
E*A =	12.000,000
L =	3,000
α (rad) =	4,712
α (grad) =	270,000
μ =	0,200

Matriz de Transporte

	θ	Δ x	Δ y
M	0,500	-1,000	-1,000
X	1,000	-1,000	-1,000
Y	1,000	-1,000	-1,000

Multipilación Matriz Nodal por Matriz de Transporte

	θ	Δ x	Δ y
M	200,000	200,000	0,000
X	-200,000	-133,333	0,000
Y	0,000	0,000	-4.000,000

Matriz Definitiva

	θ	Δ x	Δ y
M	400,000	-200,000	0,000
X	-200,000	133,333	0,000
Y	0,000	0,000	4.000,000

Matriz Definitiva por Matriz Transporte

	θ	Δ x	Δ y
M	200,000	200,000	0,000
X	-200,000	-133,333	0,000
Y	0,000	0,000	-4.000,000

MIEMBRO 5-3: EMP-EMP

Matriz Nodal

	θ	Δ x	Δ y
M	400,000	200,000	0,000
X	200,000	133,333	0,000
Y	0,000	0,000	4.000,000

E*I =	300,000
E*A =	12.000,000
L =	3,000
α (rad) =	1,571
α (grad) =	90,000
μ =	0,200

Matriz de Transporte

	θ	Δ x	Δ y
M	0,500	-1,000	-1,000
X	1,000	-1,000	-1,000
Y	1,000	-1,000	-1,000

Multipilación Matriz Nodal por Matriz de Transporte

	θ	Δ x	Δ y
M	200,000	-200,000	0,000
X	200,000	-133,333	0,000
Y	0,000	0,000	-4.000,000

Matriz Definitiva

	θ	Δ x	Δ y
M	400,000	200,000	0,000
X	200,000	133,333	0,000
Y	0,000	0,000	4.000,000

Matriz Definitiva por Matriz Transporte

	θ	Δ x	Δ y
M	200,000	-200,000	0,000
X	200,000	-133,333	0,000
Y	0,000	0,000	-4.000,000

MIEMBRO 4-6: EMP-EMP

Matriz Nodal

	θ	Δ x	Δ y
M	400,000	-200,000	0,000
X	-200,000	133,333	0,000
Y	0,000	0,000	4.000,000

E*I =	300,000
E*A =	12.000,000
L =	3,000
α (rad) =	4,712
α (grad) =	270,000
μ =	0,200

Matriz de Transporte

	θ	Δ x	Δ y
M	0,500	-1,000	-1,000
X	1,000	-1,000	-1,000
Y	1,000	-1,000	-1,000

Multipilación Matriz Nodal por Matriz de Transporte

	θ	Δ x	Δ y
M	200,000	200,000	0,000
X	-200,000	-133,333	0,000
Y	0,000	0,000	-4.000,000

Matriz Definitiva

	θ	Δ x	Δ y
M	400,000	-200,000	0,000
X	-200,000	133,333	0,000
Y	0,000	0,000	4.000,000

Matriz Definitiva por Matriz Transporte

	θ	Δ x	Δ y
M	200,000	200,000	0,000
X	-200,000	-133,333	0,000
Y	0,000	0,000	-4.000,000

MIEMBRO 6-4: EMP-EMP

Matriz Nodal

	θ	Δ x	Δ y
M	400,000	200,000	0,000
X	200,000	133,333	0,000
Y	0,000	0,000	4.000,000

E*I =	300,000
E*A =	12.000,000
L =	3,000
α (rad) =	1,571
α (grad) =	90,000
μ =	0,200

Matriz de Transporte

	θ	Δ x	Δ y
M	0,500	-1,000	-1,000
X	1,000	-1,000	-1,000
Y	1,000	-1,000	-1,000

Multipilación Matriz Nodal por Matriz de Transporte

	θ	Δ x	Δ y
M	200,000	-200,000	0,000
X	200,000	-133,333	0,000
Y	0,000	0,000	-4.000,000

Matriz Definitiva

	θ	Δ x	Δ y
M	400,000	200,000	0,000
X	200,000	133,333	0,000
Y	0,000	0,000	4.000,000

Matriz Definitiva por Matriz Transporte

	θ	Δ x	Δ y
M	200,000	-200,000	0,000
X	200,000	-133,333	0,000
Y	0,000	0,000	-4.000,000

MATRIZ GENERAL (SIN TRANSPORTE):

		θ						Δ X						Δ y					
		1	2	3	4	5	6	1	2	3	4	5	6	1	2	3	4	5	6
M	1	800,000	200,000	400,000	0,000	0,000	0,000	-200,000	0,000	-200,000	0,000	0,000	0,000	-50,000	-50,000	0,000	0,000	0,000	0,000
	2	200,000	800,000	0,000	400,000	0,000	0,000	0,000	-200,000	0,000	-200,000	0,000	0,000	50,000	50,000	0,000	0,000	0,000	0,000
	3	400,000	0,000	1,000,000	200,000	400,000	0,000	200,000	0,000	0,000	0,000	-200,000	0,000	0,000	0,000	-50,000	-50,000	0,000	0,000
	4	0,000	400,000	200,000	1,000,000	0,000	400,000	0,000	200,000	0,000	0,000	0,000	-200,000	0,000	0,000	50,000	50,000	0,000	0,000
	5	0,000	0,000	400,000	0,000	400,000	0,000	0,000	0,000	200,000	0,000	200,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
	6	0,000	0,000	0,000	400,000	0,000	400,000	0,000	0,000	0,000	200,000	0,000	200,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
X	1	-200,000	0,000	-200,000	0,000	0,000	0,000	2,133,333	-2,000,000	133,333	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
	2	0,000	-200,000	0,000	-200,000	0,000	0,000	-2,000,000	2,133,333	0,000	133,333	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
	3	200,000	0,000	0,000	0,000	-200,000	0,000	133,333	0,000	2,266,667	-2,000,000	133,333	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
	4	0,000	200,000	0,000	0,000	0,000	-200,000	0,000	133,333	-2,000,000	2,266,667	0,000	133,333	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
	5	0,000	0,000	200,000	0,000	200,000	0,000	0,000	0,000	133,333	0,000	133,333	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
	6	0,000	0,000	0,000	200,000	0,000	200,000	0,000	0,000	0,000	-133,333	0,000	-133,333	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
Y	1	-50,000	-50,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	4,016,667	16,667	4,000,000	0,000	0,000	0,000
	2	50,000	50,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	16,667	4,016,667	0,000	4,000,000	0,000	0,000
	3	0,000	0,000	-50,000	-50,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	4,000,000	0,000	8,016,667	16,667	4,000,000	0,000
	4	0,000	0,000	50,000	50,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	4,000,000	16,667	8,016,667	0,000	4,000,000
	5	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	4,000,000	0,000	4,000,000	0,000
	6	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	4,000,000	0,000	4,000,000

MATRIZ GENERAL (CON TRANSPORTE)

		θ						Δ X						Δ y					
		1	2	3	4	5	6	1	2	3	4	5	6	1	2	3	4	5	6
M	1	800,000	100,000	300,000	0,000	0,000	0,000	-200,000	0,000	200,000	0,000	0,000	0,000	-50,000	50,000	0,000	0,000	0,000	0,000
	2	100,000	800,000	0,000	200,000	0,000	0,000	0,000	-200,000	0,000	200,000	0,000	0,000	-50,000	50,000	0,000	0,000	0,000	0,000
	3	200,000	0,000	1,000,000	100,000	200,000	0,000	-200,000	0,000	0,000	0,000	200,000	0,000	0,000	0,000	-50,000	50,000	0,000	0,000
	4	0,000	200,000	100,000	1,000,000	0,000	200,000	0,000	-200,000	0,000	0,000	0,000	-200,000	0,000	0,000	-50,000	50,000	0,000	0,000
	5	0,000	0,000	200,000	0,000	400,000	0,000	0,000	0,000	-200,000	0,000	200,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
	6	0,000	0,000	0,000	200,000	0,000	400,000	0,000	0,000	0,000	-200,000	0,000	200,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
X	1	-200,000	0,000	-200,000	0,000	0,000	0,000	2,133,333	-2,000,000	-133,333	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
	2	0,000	-200,000	0,000	-200,000	0,000	0,000	-2,000,000	2,133,333	0,000	-133,333	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
	3	200,000	0,000	0,000	0,000	-200,000	0,000	-133,333	0,000	2,266,667	-2,000,000	-133,333	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
	4	0,000	200,000	0,000	0,000	0,000	-200,000	0,000	-133,333	-2,000,000	2,266,667	0,000	-133,333	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
	5	0,000	0,000	200,000	0,000	200,000	0,000	0,000	0,000	-133,333	0,000	133,333	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
	6	0,000	0,000	0,000	200,000	0,000	200,000	0,000	0,000	0,000	-133,333	0,000	133,333	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
Y	1	-50,000	-50,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	4,016,667	-16,667	-4,000,000	0,000	0,000	0,000
	2	50,000	50,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	-16,667	4,016,667	0,000	-4,000,000	0,000	0,000
	3	0,000	0,000	-50,000	-50,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	-4,000,000	0,000	8,016,667	0,000	-4,000,000	0,000
	4	0,000	0,000	50,000	50,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	-4,000,000	-16,667	8,016,667	0,000	-4,000,000
	5	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	-4,000,000	0,000	4,000,000	0,000
	6	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	-4,000,000	0,000	4,000,000

MATRIZ REDUCIDA:

		θ				DX				Dy			
		1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4
M	1	600,000	100,000	200,000	0,000	-200,000	0,000	200,000	0,000	-50,000	50,000	0,000	0,000
	2	100,000	600,000	0,000	200,000	0,000	-200,000	0,000	200,000	-50,000	50,000	0,000	0,000
	3	200,000	0,000	1.000,000	100,000	-200,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	-50,000	50,000
	4	0,000	200,000	100,000	1.000,000	0,000	-200,000	0,000	0,000	0,000	0,000	-50,000	50,000
X	1	-200,000	0,000	-200,000	0,000	2.133,333	-2.000,000	-133,333	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
	2	0,000	-200,000	0,000	-200,000	-2.000,000	2.133,333	0,000	-133,333	0,000	0,000	0,000	0,000
	3	200,000	0,000	0,000	0,000	-133,333	0,000	2.266,667	-2.000,000	0,000	0,000	0,000	0,000
	4	0,000	200,000	0,000	0,000	0,000	-133,333	-2.000,000	2.266,667	0,000	0,000	0,000	0,000
Y	1	-50,000	-50,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	4.016,667	-16,667	-4.000,000	0,000
	2	50,000	50,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	-16,667	4.016,667	0,000	-4.000,000
	3	0,000	0,000	-50,000	-50,000	0,000	0,000	0,000	0,000	-4.000,000	0,000	8.016,667	0,000
	4	0,000	0,000	50,000	50,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	-4.000,000	-16,667	8.016,667

MATRIZ INVERSA

		θ				DX				Dy			
		1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4
M	1	0,00247138	0,00020239	0,00003237	0,00051816	0,00287260	0,00278966	0,00036102	0,00046479	0,00007219	-0,00007236	0,00003937	-0,00003954
	2	0,00020239	0,00247138	0,00051816	0,00003237	0,00278966	0,00287260	0,00046479	0,00036102	0,00007219	-0,00007236	0,00003937	-0,00003954
	3	0,00003237	0,00051816	0,00167524	0,00044803	0,00361612	0,00357947	0,00160441	0,00158049	0,00003937	-0,00003951	0,00003282	-0,00003296
	4	0,00051816	0,00003237	0,00044803	0,00167524	0,00357947	0,00361612	0,00158049	0,00160441	0,00003937	-0,00003951	0,00003282	-0,00003296
X	1	0,00287260	0,00278966	0,00361612	0,00357947	0,02266401	0,02241616	0,00914862	0,00914477	0,00022641	-0,00022706	0,00015752	-0,00015817
	2	0,00278966	0,00287260	0,00357947	0,00361612	0,02241616	0,02266401	0,00914477	0,00914862	0,00022641	-0,00022706	0,00015752	-0,00015817
	3	0,00036102	0,00046479	0,00160441	0,00158049	0,00914862	0,00914477	0,00625835	0,00601899	0,00005906	-0,00005926	0,00004923	-0,00004943
	4	0,00046479	0,00036102	0,00158049	0,00160441	0,00914477	0,00914862	0,00601899	0,00625835	0,00005906	-0,00005926	0,00004923	-0,00004943
Y	1	0,00007236	0,00007236	0,00003951	0,00003951	0,00022706	0,00022706	0,00005926	0,00005926	0,00049940	-0,00000044	0,00024967	-0,00000071
	2	-0,00007219	-0,00007219	-0,00003937	-0,00003937	-0,00022641	-0,00022641	-0,00005906	-0,00005906	0,00000060	0,00049940	0,00000033	0,00024967
	3	0,00003954	0,00003954	0,00003296	0,00003296	0,00015817	0,00015817	0,00004943	0,00004943	0,00024967	-0,00000071	0,00024973	-0,00000077
	4	-0,00003937	-0,00003937	-0,00003282	-0,00003282	-0,00015752	-0,00015752	-0,00004923	-0,00004923	0,00000033	0,00024967	0,00000027	0,00024973

MATRIZ FUERZA:

θ1	300000
θ2	-300000
θ3	300000
θ4	-350000
Δ x1	0
Δ x2	0
Δ x3	0
Δ x4	0
Δ y 1	-300000
Δ y 2	-300000
Δ y 3	-300000
Δ y 4	-300000

MATRIZ INVERSA * VECTOR FUEZA =

θ1	**509,1523**
θ2	**-536,4823**
θ3	**200,1058**
θ4	**-306,1048**
Δ x1	**-142,7048**
Δ x2	**-216,2872**
Δ x3	**-102,8566**
Δ x4	**-56,1419**
Δ y 1	**-226,3513**
Δ y 2	**-223,0305**
Δ y 3	**-151,0235**
Δ y 4	**-148,3583**

EJEMPLO NÚMERO 4 (CON CORTE)

MIEMBRO 1-2: EMP-EMP

Matriz Nodal

	θ	Δ x	Δ y
M	197,281	7,996	-47,988
X	7,996	1.919,947	317,246
Y	-47,988	317,246	68,857

E*I =	300,000
E*A =	12.000,000
L =	6,083
α (rad) =	0,165
α (grad) =	9,460
μ =	0,200

Matriz de Transporte

	θ	Δ x	Δ y
M	0,500	-1,000	-1,000
X	1,000	-1,000	-1,000
Y	1,000	-1,000	-1,000

Multipilación Matriz Nodal por Matriz de Transporte (sin corte)

	θ	Δ x	Δ y
M	98,640	-7,996	47,988
X	7,996	-1.919,947	-317,246
Y	-47,988	-317,246	-68,857

Cálculo de ϕ :

ϕ =	0,01945986

Matriz de Corrección

	θ	Δ x	Δ y
M	0,986	0,981	0,981
X	0,981	1,000	1,000
		0,981	0,981
Y	0,981	1,000	1,000
		0,981	0,981

Matriz Definitiva (M. Nodal*M. de Corrección)

	θ	Δ x	Δ y
M	194,456	7,843	-47,072
X	7,843	1.919,939	317,295
Y	-47,072	317,295	68,560

Matriz Definitiva por Matriz Transporte

	θ	Δ x	Δ y
M	97,228	-7,843	47,072
X	7,843	-1.919,939	-317,295
Y	-47,072	-317,295	-68,560

MIEMBRO 2-1: EMP-EMP

Matriz Nodal

	θ	Δ x	Δ y
M	197,281	-7,996	47,988
X	-7,996	1.919,947	317,246
Y	47,988	317,246	68,857

E*I =	300,000
E*A =	12.000,000
L =	6,083
α (rad) =	3,307
α (grad) =	189,460
μ =	0,200

Matriz de Transporte

	θ	Δ x	Δ y
M	0,500	-1,000	-1,000
X	1,000	-1,000	-1,000
Y	1,000	-1,000	-1,000

Multipilación Matriz Nodal por Matriz de Transporte (sin corte)

	θ	Δ x	Δ y
M	98,640	7,996	-47,988
X	-7,996	-1.919,947	-317,246
Y	47,988	-317,246	-68,857

Cálculo de ϕ :

ϕ =	0,01945986

Matriz de Corrección

	θ	Δ x	Δ y
M	0,986	0,981	0,981
X	0,981	1,000	1,000
		0,981	0,981
Y	0,981	1,000	1,000
		0,981	0,981

Matriz Definitiva (M. Nodal*M. de Corrección)

	θ	Δ x	Δ y
M	194,456	-7,843	47,072
X	-7,843	1.919,939	317,295
Y	47,072	317,295	68,560

Matriz Definitiva por Matriz Transporte

	θ	Δ x	Δ y
M	97,228	7,843	-47,072
X	-7,843	-1.919,939	-317,295
Y	47,072	-317,295	-68,560

MIEMBRO 1-3: EMP-EMP

Matriz Nodal

	θ	Δ x	Δ y
M	342,857	-146,939	0,000
X	-146,939	83,965	0,000
Y	0,000	0,000	3.428,571

E*I =	300,000
E*A =	12.000,000
L =	3,500
α (rad) =	4,712
α (grad) =	270,000
μ =	0,200

Matriz de Transporte

	θ	Δ x	Δ y
M	0,500	-1,000	-1,000
X	1,000	-1,000	-1,000
Y	1,000	-1,000	-1,000

Multipilación Matriz Nodal por Matriz de Transporte (sin corte)

	θ	Δ x	Δ y
M	171,429	146,939	0,000
X	-146,939	-83,965	0,000
Y	0,000	0,000	-3.428,571

Cálculo de ϕ :

ϕ =	0,05877551

Matriz de Corrección

	θ	Δ x	Δ y
M	0,958	0,944	0,944
X	0,944	1,000	1,000
		0,944	0,944
Y	0,944	1,000	1,000
		0,944	0,944

Matriz Definitiva (M. Nodal*M. de Corrección)

	θ	Δ x	Δ y
M	328,582	-138,782	0,000
X	-138,782	79,304	0,000
Y	0,000	0,000	3.428,571

Matriz Definitiva por Matriz Transporte

	θ	Δ x	Δ y
M	164,291	138,782	0,000
X	-138,782	-79,304	0,000
Y	0,000	0,000	-3.428,571

MIEMBRO 3-1: EMP-EMP

Matriz Nodal

	θ	Δ x	Δ y
M	342,857	146,939	0,000
X	146,939	83,965	0,000
Y	0,000	0,000	3.428,571

E*I =	300,000
E*A =	12.000,000
L =	3,500
α (rad) =	1,571
α (grad) =	90,000
μ =	0,200

Matriz de Transporte

	θ	Δ x	Δ y
M	0,500	-1,000	-1,000
X	1,000	-1,000	-1,000
Y	1,000	-1,000	-1,000

Multipilación Matriz Nodal por Matriz de Transporte (sin corte)

	θ	Δ x	Δ y
M	171,429	-146,939	0,000
X	146,939	-83,965	0,000
Y	0,000	0,000	-3.428,571

Cálculo de ϕ :

ϕ =	0,05877551

Matriz de Corrección

	θ	Δ x	Δ y
M	0,958	0,944	0,944
X	0,944	1,000	1,000
		0,944	0,944
Y	0,944	1,000	1,000
		0,944	0,944

Matriz Definitiva (M. Nodal*M. de Corrección)

	θ	Δ x	Δ y
M	328,582	138,782	0,000
X	138,782	79,304	0,000
Y	0,000	0,000	3.428,571

Matriz Definitiva por Matriz Transporte

	θ	Δ x	Δ y
M	164,291	-138,782	0,000
X	138,782	-79,304	0,000
Y	0,000	0,000	-3.428,571

MIEMBRO 2-4: EMP-EMP

Matriz Nodal

	θ	Δ x	Δ y
M	266,667	-88,889	0,000
X	-88,889	39,506	0,000
Y	0,000	0,000	2.666,667

E*I =	300,000
E*A =	12.000,000
L =	4,500
α (rad) =	4,712
α (grad) =	270,000
μ =	0,200

Matriz de Transporte

	θ	Δ x	Δ y
M	0,500	-1,000	-1,000
X	1,000	-1,000	-1,000
Y	1,000	-1,000	-1,000

Multipilación Matriz Nodal por Matriz de Transporte (sin corte)

	θ	Δ x	Δ y
M	133,333	88,889	0,000
X	-88,889	-39,506	0,000
Y	0,000	0,000	-2.666,667

Cálculo de ϕ :

ϕ =	0,035555556

Matriz de Corrección

	θ	Δ x	Δ y
M	0,974	0,966	0,966
X	0,966	1,000	1,000
		0,966	0,966
Y	0,966	1,000	1,000
		0,966	0,966

Matriz Definitiva (M. Nodal*M. de Corrección)

	θ	Δ x	Δ y
M	259,800	-85,837	0,000
X	-85,837	38,150	0,000
Y	0,000	0,000	2.666,667

Matriz Definitiva por Matriz Transporte

	θ	Δ x	Δ y
M	129,900	85,837	0,000
X	-85,837	-38,150	0,000
Y	0,000	0,000	-2.666,667

MIEMBRO 4-2: EMP-EMP

Matriz Nodal

	θ	Δ x	Δ y
M	266,667	88,889	0,000
X	88,889	39,506	0,000
Y	0,000	0,000	2.666,667

E*I =	300,000
E*A =	12.000,000
L =	4,500
α (rad) =	1,571
α (grad) =	90,000
μ =	0,200

Matriz de Transporte

	θ	Δ x	Δ y
M	0,500	-1,000	-1,000
X	1,000	-1,000	-1,000
Y	1,000	-1,000	-1,000

Multipilación Matriz Nodal por Matriz de Transporte (sin corte)

	θ	Δ x	Δ y
M	133,333	-88,889	0,000
X	88,889	-39,506	0,000
Y	0,000	0,000	-2.666,667

Cálculo de ϕ :

ϕ =	0,035555556

Matriz de Corrección

	θ	Δ x	Δ y
M	0,974	0,966	0,966
X	0,966	1,000	1,000
		0,966	0,966
Y	0,966	1,000	1,000
		0,966	0,966

Matriz Definitiva (M. Nodal*M. de Corrección)

	θ	Δ x	Δ y
M	259,800	85,837	0,000
X	85,837	38,150	0,000
Y	0,000	0,000	2.666,667

Matriz Definitiva por Matriz Transporte

	θ	Δ x	Δ y
M	129,900	-85,837	0,000
X	85,837	-38,150	0,000
Y	0,000	0,000	-2.666,667

MATRIZ GENERAL (SIN TRANSPORTE):

		θ				Δ x				Δ y			
		1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4
M	1	523,039	194,456	328,582	0,000	-130,938	7,843	-138,782	0,000	-47,072	-47,072	0,000	0,000
	2	194,456	454,256	0,000	259,800	-7,843	-93,680	0,000	-85,837	47,072	47,072	0,000	0,000
	3	328,582	0,000	328,582	0,000	138,782	0,000	138,782	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
	4	0,000	259,800	0,000	259,800	0,000	85,837	0,000	85,837	0,000	0,000	0,000	0,000
X	1	-130,938	7,843	-138,782	0,000	1.999,243	1.919,939	79,304	0,000	317,295	317,295	0,000	0,000
	2	-7,843	-93,680	0,000	-85,837	1.919,939	1.958,089	0,000	38,150	317,295	317,295	0,000	0,000
	3	138,782	0,000	138,782	0,000	79,304	0,000	79,304	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
	4	0,000	85,837	0,000	85,837	0,000	38,150	0,000	38,150	0,000	0,000	0,000	0,000
Y	1	-47,072	-47,072	0,000	0,000	317,295	317,295	0,000	0,000	3.497,132	68,560	3.428,571	0,000
	2	47,072	47,072	0,000	0,000	317,295	317,295	0,000	0,000	68,560	2.735,227	0,000	2.666,667
	3	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	3.428,571	0,000	3.428,571	0,000
	4	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	2.666,667	0,000	2.666,667

REAL MATRIZ GENERAL

		θ				Δ x				Δ y			
		1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4
M	1	523,039	97,228	164,291	0,000	-130,938	-7,843	138,782	0,000	-47,072	47,072	0,000	0,000
	2	97,228	454,256	0,000	129,900	7,843	-93,680	0,000	85,837	-47,072	47,072	0,000	0,000
	3	164,291	0,000	328,582	0,000	-138,782	0,000	138,782	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
	4	0,000	129,900	0,000	259,800	0,000	-85,837	0,000	85,837	0,000	0,000	0,000	0,000
X	1	-130,938	7,843	-138,782	0,000	1.999,243	-1.919,939	-79,304	0,000	317,295	-317,295	0,000	0,000
	2	-7,843	-93,680	0,000	-85,837	-1.919,939	1.958,089	0,000	-38,150	-317,295	317,295	0,000	0,000
	3	138,782	0,000	138,782	0,000	-79,304	0,000	79,304	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
	4	0,000	85,837	0,000	85,837	0,000	-38,150	0,000	38,150	0,000	0,000	0,000	0,000
Y	1	-47,072	-47,072	0,000	0,000	317,295	-317,295	0,000	0,000	3.497,132	-68,560	-3.428,571	0,000
	2	47,072	47,072	0,000	0,000	-317,295	317,295	0,000	0,000	-68,560	2.735,227	0,000	-2.666,667
	3	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	-3.428,571	0,000	3.428,571	0,000
	4	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	-2.666,667	0,000	2.666,667

MATRIZ REDUCIDA

		θ		X		Y	
		1	2	1	2	1	2
M	1	523,039	97,228	-130,938	-7,843	-47,072	47,072
	2	97,228	454,256	7,843	-93,680	-47,072	47,072
X	1	-130,938	7,843	1.999,243	-1.919,939	317,295	-317,295
	2	-7,843	-93,680	-1.919,939	1.958,089	-317,295	317,295
Y	1	-47,072	-47,072	317,295	-317,295	3.497,132	-68,560
	2	47,072	47,072	-317,295	317,295	-68,560	2.735,227

MATRIZ INVERSA

		θ		X		Y	
		1	2	1	2	1	2
M	1	0,0027997	0,0000325	0,0033448	0,0033049	0,0000337	-0,0000433
	2	0,0000325	0,0025837	0,0018932	0,0019962	0,0000435	-0,0000559
X	1	0,0033448	0,0018932	0,0138973	0,0137511	0,0000558	-0,0000718
	2	0,0033049	0,0019962	0,0137511	0,0141412	0,0001041	-0,0001339
Y	1	0,0000337	0,0000435	0,0000558	0,0001041	0,0002914	0,0000004
	2	-0,0000433	-0,0000559	-0,0000718	-0,0001339	0,0000004	0,0003745

MATRIZ FUERZA:

θ1	448775,51
θ2	-430000
Δ x1	1107,872
Δ x2	-22222,22
Δ y 1	-450000
Δ y2	-450000

MATRIZ INVERSA

		θ		X		Y	
		1	2	1	2	1	2
M	1	0,0027997	0,0000325	0,0033448	0,0033049	0,0000337	-0,0000433
	2	0,0000325	0,0025837	0,0018932	0,0019962	0,0000435	-0,0000559
X	1	0,0033448	0,0018932	0,0138973	0,0137511	0,0000558	-0,0000718
	2	0,0033049	0,0019962	0,0137511	0,0141412	0,0001041	-0,0001339
Y	1	0,0000337	0,0000435	0,0000558	0,0001041	0,0002914	0,0000004
	2	-0,0000433	-0,0000559	-0,0000718	-0,0001339	0,0000004	0,0003745

*

MATRIZ FUERZA:

θ1	448.775,510
θ2	-430.000,000
Δ x1	1.107,872
Δ x2	-22.222,220
Δ y1	-450.000,000
Δ y2	-450.000,000

=

θ1	**1.177,029**
θ2	**-1.133,066**
Δ x1	**403,986**
Δ x2	**339,172**
Δ y1	**-137,126**
Δ y2	**-161,195**

EJEMPLO NÚMERO 5 (CON CORTE)

MIEMBRO 1-2: EMP-EMP

Matriz Nodal

	θ	Δ x	Δ y
M	240,000	0,000	-72,000
X	0,000	2.400,000	0,000
Y	-72,000	0,000	28,800

E*I =	300,000
E*A =	12.000,000
L =	5,000
α (rad) =	0,000
α (grad) =	0,000
μ =	0,200

Matriz de Transporte

	θ	Δ x	Δ y
M	0,500	-1,000	-1,000
X	1,000	-1,000	-1,000
Y	1,000	-1,000	-1,000

Multipilación Matriz Nodal por Matriz de Transporte (sin corte)

	θ	Δ x	Δ y
M	120,000	0,000	72,000
X	0,000	-2.400,000	0,000
Y	-72,000	0,000	-28,800

Cálculo de ϕ :

ϕ =	0,0288

Matriz de Corrección

	θ	Δ x	Δ y
M	0,979	0,972	0,972
X	0,972	1,000	1,000
		0,972	0,972
Y	0,972	1,000	1,000
		0,972	0,972

Matriz Definitiva (M. Nodal*M. de Corrección)

	θ	Δ x	Δ y
M	234,961	0,000	-69,984
X	0,000	2.400,000	0,000
Y	-69,984	0,000	27,994

Matriz Definitiva por Matriz Transporte

	θ	Δ x	Δ y
M	117,481	0,000	69,984
X	0,000	-2.400,000	0,000
Y	-69,984	0,000	-27,994

MIEMBRO 2-1: EMP-EMP

Matriz Nodal

	θ	Δ x	Δ y
M	240,000	0,000	72,000
X	0,000	2.400,000	0,000
Y	72,000	0,000	28,800

E*I =	300,000
E*A =	12.000,000
L =	5,000
α (rad) =	3,142
α (grad) =	180,000
μ =	0,200

Matriz de Transporte

	θ	Δ x	Δ y
M	0,500	-1,000	-1,000
X	1,000	-1,000	-1,000
Y	1,000	-1,000	-1,000

Multipilación Matriz Nodal por Matriz de Transporte (sin corte)

	θ	Δ x	Δ y
M	120,000	0,000	-72,000
X	0,000	-2.400,000	0,000
Y	72,000	0,000	-28,800

Cálculo de ϕ :

ϕ =	0,0288

Matriz de Corrección

	θ	Δ x	Δ y
M	0,979	0,972	0,972
X	0,972	1,000	1,000
		0,972	0,972
Y	0,972	1,000	1,000
		0,972	0,972

Matriz Definitiva (M. Nodal*M. de Corrección)

	θ	Δ x	Δ y
M	234,961	0,000	69,984
X	0,000	2.400,000	0,000
Y	69,984	0,000	27,994

Matriz Definitiva por Matriz Transporte

	θ	Δ x	Δ y
M	117,481	0,000	-69,984
X	0,000	-2.400,000	0,000
Y	69,984	0,000	-27,994

MIEMBRO 1-3: EMP-EMP

Matriz Nodal

	θ	Δ x	Δ y
M	400,000	-200,000	0,000
X	-200,000	133,333	0,000
Y	0,000	0,000	4.000,000

E*I =	300,000
E*A =	12.000,000
L =	3,000
α (rad) =	4,712
α (grad) =	270,000
μ =	0,200

Matriz de Transporte

	θ	Δ x	Δ y
M	0,500	-1,000	-1,000
X	1,000	-1,000	-1,000
Y	1,000	-1,000	-1,000

Multipilación Matriz Nodal por Matriz de Transporte (sin corte)

	θ	Δ x	Δ y
M	200,000	200,000	0,000
X	-200,000	-133,333	0,000
Y	0,000	0,000	-4.000,000

Cálculo de ϕ :

ϕ =	0,08

Matriz de Corrección

	θ	Δ x	Δ y
M	0,944	0,926	0,926
X	0,926	1,000	1,000
		0,926	0,926
Y	0,926	1,000	1,000
		0,926	0,926

Matriz Definitiva (M. Nodal*M. de Corrección)

	θ	Δ x	Δ y
M	377,778	-185,185	0,000
X	-185,185	123,457	0,000
Y	0,000	0,000	4.000,000

Matriz Definitiva por Matriz Transporte

	θ	Δ x	Δ y
M	188,889	185,185	0,000
X	-185,185	-123,457	0,000
Y	0,000	0,000	-4.000,000

MIEMBRO 3-1: EMP-EMP

Matriz Nodal

	θ	Δ x	Δ y
M	400,000	200,000	0,000
X	200,000	133,333	0,000
Y	0,000	0,000	4.000,000

E*I =	300,000
E*A =	12.000,000
L =	3,000
α (rad) =	1,571
α (grad) =	90,000
μ =	0,200

Matriz de Transporte

	θ	Δ x	Δ y
M	0,500	-1,000	-1,000
X	1,000	-1,000	-1,000
Y	1,000	-1,000	-1,000

Multipilación Matriz Nodal por Matriz de Transporte (sin corte)

	θ	Δ x	Δ y
M	200,000	-200,000	0,000
X	200,000	-133,333	0,000
Y	0,000	0,000	-4.000,000

Cálculo de ϕ :

ϕ =	0,08

Matriz de Corrección

	θ	Δ x	Δ y
M	0,944	0,926	0,926
X	0,926	1,000	1,000
		0,926	0,926
Y	0,926	1,000	1,000
		0,926	0,926

Matriz Definitiva (M. Nodal*M. de Corrección)

	θ	Δ x	Δ y
M	377,778	185,185	0,000
X	185,185	123,457	0,000
Y	0,000	0,000	4.000,000

Matriz Definitiva por Matriz Transporte

	θ	Δ x	Δ y
M	188,889	-185,185	0,000
X	185,185	-123,457	0,000
Y	0,000	0,000	-4.000,000

MIEMBRO 2-4: EMP-EMP

Matriz Nodal

	θ	Δ x	Δ y
M	400,000	-200,000	0,000
X	-200,000	133,333	0,000
Y	0,000	0,000	4.000,000

E*I =	300,000
E*A =	12.000,000
L =	3,000
α (rad) =	4,712
α (grad) =	270,000
μ =	0,200

Matriz de Transporte

	θ	Δ x	Δ y
M	0,500	-1,000	-1,000
X	1,000	-1,000	-1,000
Y	1,000	-1,000	-1,000

Multipilación Matriz Nodal por Matriz de Transporte (sin corte)

	θ	Δ x	Δ y
M	200,000	200,000	0,000
X	-200,000	-133,333	0,000
Y	0,000	0,000	-4.000,000

Cálculo de ϕ :

ϕ =	0,08

Matriz de Corrección

	θ	Δ x	Δ y
M	0,944	0,926	0,926
X	0,926	1,000	1,000
		0,926	0,926
Y	0,926	1,000	1,000
		0,926	0,926

Matriz Definitiva (M. Nodal*M. de Corrección)

	θ	Δ x	Δ y
M	377,778	-185,185	0,000
X	-185,185	123,457	0,000
Y	0,000	0,000	4.000,000

Matriz Definitiva por Matriz Transporte

	θ	Δ x	Δ y
M	188,889	185,185	0,000
X	-185,185	-123,457	0,000
Y	0,000	0,000	-4.000,000

MIEMBRO 4-2: EMP-EMP

Matriz Nodal

	θ	Δ x	Δ y
M	400,000	200,000	0,000
X	200,000	133,333	0,000
Y	0,000	0,000	4.000,000

E*I =	300,000
E*A =	12.000,000
L =	3,000
α (rad) =	1,571
α (grad) =	90,000
μ =	0,200

Matriz de Transporte

	θ	Δ x	Δ y
M	0,500	-1,000	-1,000
X	1,000	-1,000	-1,000
Y	1,000	-1,000	-1,000

Multipilación Matriz Nodal por Matriz de Transporte (sin corte)

	θ	Δ x	Δ y
M	200,000	-200,000	0,000
X	200,000	-133,333	0,000
Y	0,000	0,000	-4.000,000

Cálculo de ϕ :

ϕ =	0,08

Matriz de Corrección

	θ	Δ x	Δ y
M	0,944	0,926	0,926
X	0,926	1,000	1,000
		0,926	0,926
Y	0,926	1,000	1,000
		0,926	0,926

Matriz Definitiva (M. Nodal*M. de Corrección)

	θ	Δ x	Δ y
M	377,778	185,185	0,000
X	185,185	123,457	0,000
Y	0,000	0,000	4.000,000

Matriz Definitiva por Matriz Transporte

	θ	Δ x	Δ y
M	188,889	-185,185	0,000
X	185,185	-123,457	0,000
Y	0,000	0,000	-4.000,000

MIEMBRO 3-4: EMP-EMP

Matriz Nodal

	θ	Δ x	Δ y
M	240,000	0,000	-72,000
X	0,000	2.400,000	0,000
Y	-72,000	0,000	28,800

E*I =	300,000
E*A =	12.000,000
L =	5,000
α (rad) =	0,000
α (grad) =	0,000
μ =	0,200

Matriz de Transporte

	θ	Δ x	Δ y
M	0,500	-1,000	-1,000
X	1,000	-1,000	-1,000
Y	1,000	-1,000	-1,000

Multipilación Matriz Nodal por Matriz de Transporte (sin corte)

	θ	Δ x	Δ y
M	120,000	0,000	72,000
X	0,000	-2.400,000	0,000
Y	-72,000	0,000	-28,800

Cálculo de ϕ :

ϕ =	0,0288

Matriz de Corrección

	θ	Δ x	Δ y
M	0,979	0,972	0,972
X	0,972	1,000	1,000
		0,972	0,972
Y	0,972	1,000	1,000
		0,972	0,972

Matriz Definitiva (M. Nodal*M. de Corrección)

	θ	Δ x	Δ y
M	234,961	0,000	-69,984
X	0,000	2.400,000	0,000
Y	-69,984	0,000	27,994

Matriz Definitiva por Matriz Transporte

	θ	Δ x	Δ y
M	117,481	0,000	69,984
X	0,000	-2.400,000	0,000
Y	-69,984	0,000	-27,994

MIEMBRO 4-3: EMP-EMP

Matriz Nodal

	θ	Δ x	Δ y
M	240,000	0,000	72,000
X	0,000	2.400,000	0,000
Y	72,000	0,000	28,800

E*I =	300,000
E*A =	12.000,000
L =	5,000
α (rad) =	3,142
α (grad) =	180,000
μ =	0,200

Matriz de Transporte

	θ	Δ x	Δ y
M	0,500	-1,000	-1,000
X	1,000	-1,000	-1,000
Y	1,000	-1,000	-1,000

Multipilación Matriz Nodal por Matriz de Transporte (sin corte)

	θ	Δ x	Δ y
M	120,000	0,000	-72,000
X	0,000	-2.400,000	0,000
Y	72,000	0,000	-28,800

Cálculo de ϕ :

ϕ =	0,0288

Matriz de Corrección

	θ	Δ x	Δ y
M	0,979	0,972	0,972
X	0,972	1,000	1,000
		0,972	0,972
Y	0,972	1,000	1,000
		0,972	0,972

Matriz Definitiva (M. Nodal*M. de Corrección)

	θ	Δ x	Δ y
M	234,961	0,000	69,984
X	0,000	2.400,000	0,000
Y	69,984	0,000	27,994

Matriz Definitiva por Matriz Transporte

	θ	Δ x	Δ y
M	117,481	0,000	-69,984
X	0,000	-2.400,000	0,000
Y	69,984	0,000	-27,994

MIEMBRO 4-5: EMP-EMP

Matriz Nodal

	θ	Δ x	Δ y
M	240,000	0,000	-72,000
X	0,000	2.400,000	0,000
Y	-72,000	0,000	28,800

E*I =	300,000
E*A =	12.000,000
L =	5,000
α (rad) =	0,000
α (grad) =	0,000
μ =	0,200

Matriz de Transporte

	θ	Δ x	Δ y
M	0,500	-1,000	-1,000
X	1,000	-1,000	-1,000
Y	1,000	-1,000	-1,000

Multipilación Matriz Nodal por Matriz de Transporte (sin corte)

	θ	Δ x	Δ y
M	120,000	0,000	72,000
X	0,000	-2.400,000	0,000
Y	-72,000	0,000	-28,800

Cálculo de ϕ :

ϕ =	0,0288

Matriz de Corrección

	θ	Δ x	Δ y
M	0,979	0,972	0,972
X	0,972	1,000	1,000
		0,972	0,972
Y	0,972	1,000	1,000
		0,972	0,972

Matriz Definitiva (M. Nodal*M. de Corrección)

	θ	Δ x	Δ y
M	234,961	0,000	-69,984
X	0,000	2.400,000	0,000
Y	-69,984	0,000	27,994

Matriz Definitiva por Matriz Transporte

	θ	Δ x	Δ y
M	117,481	0,000	69,984
X	0,000	-2.400,000	0,000
Y	-69,984	0,000	-27,994

MIEMBRO5-4: EMP-EMP

Matriz Nodal

	θ	Δ x	Δ y
M	240,000	0,000	72,000
X	0,000	2.400,000	0,000
Y	72,000	0,000	28,800

E*I =	300,000
E*A =	12.000,000
L =	5,000
α (rad) =	3,142
α (grad) =	180,000
μ =	0,200

Matriz de Transporte

	θ	Δ x	Δ y
M	0,500	-1,000	-1,000
X	1,000	-1,000	-1,000
Y	1,000	-1,000	-1,000

Multipilación Matriz Nodal por Matriz de Transporte (sin corte)

	θ	Δ x	Δ y
M	120,000	0,000	-72,000
X	0,000	-2.400,000	0,000
Y	72,000	0,000	-28,800

Cálculo de ϕ :

ϕ =	0,0288

Matriz de Corrección

	θ	Δ x	Δ y
M	0,979	0,972	0,972
X	0,972	1,000	1,000
		0,972	0,972
Y	0,972	1,000	1,000
		0,972	0,972

Matriz Definitiva (M. Nodal*M. de Corrección)

	θ	Δ x	Δ y
M	234,961	0,000	69,984
X	0,000	2.400,000	0,000
Y	69,984	0,000	27,994

Matriz Definitiva por Matriz Transporte

	θ	Δ x	Δ y
M	117,481	0,000	-69,984
X	0,000	-2.400,000	0,000
Y	69,984	0,000	-27,994

MIEMBRO 3-6: EMP-EMP

Matriz Nodal

	θ	Δ x	Δ y
M	400,000	-200,000	0,000
X	-200,000	133,333	0,000
Y	0,000	0,000	4.000,000

E*I =	300,000
E*A =	12.000,000
L =	3,000
α (rad) =	4,712
α (grad) =	270,000
μ =	0,200

Matriz de Transporte

	θ	Δ x	Δ y
M	0,500	-1,000	-1,000
X	1,000	-1,000	-1,000
Y	1,000	-1,000	-1,000

Multipilación Matriz Nodal por Matriz de Transporte (sin corte)

	θ	Δ x	Δ y
M	200,000	200,000	0,000
X	-200,000	-133,333	0,000
Y	0,000	0,000	-4.000,000

Cálculo de ϕ :

ϕ =	0,08

Matriz de Corrección

	θ	Δ x	Δ y
M	0,944	0,926	0,926
X	0,926	1,000	1,000
		0,926	0,926
Y	0,926	1,000	1,000
		0,926	0,926

Matriz Definitiva (M. Nodal*M. de Corrección)

	θ	Δ x	Δ y
M	377,778	-185,185	0,000
X	-185,185	123,457	0,000
Y	0,000	0,000	4.000,000

Matriz Definitiva por Matriz Transporte

	θ	Δ x	Δ y
M	188,889	185,185	0,000
X	-185,185	-123,457	0,000
Y	0,000	0,000	-4.000,000

MIEMBRO 6-3: EMP-EMP

Matriz Nodal

	θ	Δ x	Δ y
M	400,000	200,000	0,000
X	200,000	133,333	0,000
Y	0,000	0,000	4.000,000

E*I =	300,000
E*A =	12.000,000
L =	3,000
α (rad) =	1,571
α (grad) =	90,000
μ =	0,200

Matriz de Transporte

	θ	Δ x	Δ y
M	0,500	-1,000	-1,000
X	1,000	-1,000	-1,000
Y	1,000	-1,000	-1,000

Multipilación Matriz Nodal por Matriz de Transporte (sin corte)

	θ	Δ x	Δ y
M	200,000	-200,000	0,000
X	200,000	-133,333	0,000
Y	0,000	0,000	-4.000,000

Cálculo de ϕ :

ϕ =	0,08

Matriz de Corrección

	θ	Δ x	Δ y
M	0,944	0,926	0,926
X	0,926	1,000	1,000
		0,926	0,926
Y	0,926	1,000	1,000
		0,926	0,926

Matriz Definitiva (M. Nodal*M. de Corrección)

	θ	Δ x	Δ y
M	377,778	185,185	0,000
X	185,185	123,457	0,000
Y	0,000	0,000	4.000,000

Matriz Definitiva por Matriz Transporte

	θ	Δ x	Δ y
M	188,889	-185,185	0,000
X	185,185	-123,457	0,000
Y	0,000	0,000	-4.000,000

MIEMBRO 4-7: EMP-EMP

Matriz Nodal

	θ	Δ x	Δ y
M	400,000	-200,000	0,000
X	-200,000	133,333	0,000
Y	0,000	0,000	4.000,000

E*I =	300,000
E*A =	12.000,000
L =	3,000
α (rad) =	4,712
α (grad) =	270,000
μ =	0,200

Matriz de Transporte

	θ	Δ x	Δ y
M	0,500	-1,000	-1,000
X	1,000	-1,000	-1,000
Y	1,000	-1,000	-1,000

Multipilación Matriz Nodal por Matriz de Transporte (sin corte)

	θ	Δ x	Δ y
M	200,000	200,000	0,000
X	-200,000	-133,333	0,000
Y	0,000	0,000	-4.000,000

Cálculo de ϕ :

ϕ =	0,08

Matriz de Corrección

	θ	Δ x	Δ y
M	0,944	0,926	0,926
X	0,926	1,000	1,000
		0,926	0,926
Y	0,926	1,000	1,000
		0,926	0,926

Matriz Definitiva (M. Nodal*M. de Corrección)

	θ	Δ x	Δ y
M	377,778	-185,185	0,000
X	-185,185	123,457	0,000
Y	0,000	0,000	4.000,000

Matriz Definitiva por Matriz Transporte

	θ	Δ x	Δ y
M	188,889	185,185	0,000
X	-185,185	-123,457	0,000
Y	0,000	0,000	-4.000,000

MIEMBRO 7-4: EMP-EMP

Matriz Nodal

	θ	Δ x	Δ y
M	400,000	200,000	0,000
X	200,000	133,333	0,000
Y	0,000	0,000	4.000,000

E*I =	300,000
E*A =	12.000,000
L =	3,000
α (rad) =	1,571
α (grad) =	90,000
μ =	0,200

Matriz de Transporte

	θ	Δ x	Δ y
M	0,500	-1,000	-1,000
X	1,000	-1,000	-1,000
Y	1,000	-1,000	-1,000

Multipilación Matriz Nodal por Matriz de Transporte (sin corte)

	θ	Δ x	Δ y
M	200,000	-200,000	0,000
X	200,000	-133,333	0,000
Y	0,000	0,000	-4.000,000

Cálculo de ϕ :

ϕ =	0,08

Matriz de Corrección

	θ	Δ x	Δ y
M	0,944	0,926	0,926
X	0,926	1,000	1,000
		0,926	0,926
Y	0,926	1,000	1,000
		0,926	0,926

Matriz Definitiva (M. Nodal*M. de Corrección)

	θ	Δ x	Δ y
M	377,778	185,185	0,000
X	185,185	123,457	0,000
Y	0,000	0,000	4.000,000

Matriz Definitiva por Matriz Transporte

	θ	Δ x	Δ y
M	188,889	-185,185	0,000
X	185,185	-123,457	0,000
Y	0,000	0,000	-4.000,000

MIEMBRO 5-8: EMP-EMP

Matriz Nodal

	θ	Δ x	Δ y
M	400,000	-200,000	0,000
X	-200,000	133,333	0,000
Y	0,000	0,000	4.000,000

E*I =	300,000
E*A =	12.000,000
L =	3,000
α (rad) =	4,712
α (grad) =	270,000
μ =	0,200

Matriz de Transporte

	θ	Δ x	Δ y
M	0,500	-1,000	-1,000
X	1,000	-1,000	-1,000
Y	1,000	-1,000	-1,000

Multipilación Matriz Nodal por Matriz de Transporte (sin corte)

	θ	Δ x	Δ y
M	200,000	200,000	0,000
X	-200,000	-133,333	0,000
Y	0,000	0,000	-4.000,000

Cálculo de ϕ :

ϕ =	0,08

Matriz de Corrección

	θ	Δ x	Δ y
M	0,944	0,926	0,926
X	0,926	1,000	1,000
		0,926	0,926
Y	0,926	1,000	1,000
		0,926	0,926

Matriz Definitiva (M. Nodal*M. de Corrección)

	θ	Δ x	Δ y
M	377,778	-185,185	0,000
X	-185,185	123,457	0,000
Y	0,000	0,000	4.000,000

Matriz Definitiva por Matriz Transporte

	θ	Δ x	Δ y
M	188,889	185,185	0,000
X	-185,185	-123,457	0,000
Y	0,000	0,000	-4.000,000

MIEMBRO 8-5: EMP-EMP

Matriz Nodal

	θ	Δ x	Δ y
M	400,000	200,000	0,000
X	200,000	133,333	0,000
Y	0,000	0,000	4.000,000

E*I =	300,000
E*A =	12.000,000
L =	3,000
α (rad) =	1,571
α (grad) =	90,000
μ =	0,200

Matriz de Transporte

	θ	Δ x	Δ y
M	0,500	-1,000	-1,000
X	1,000	-1,000	-1,000
Y	1,000	-1,000	-1,000

Multipilación Matriz Nodal por Matriz de Transporte (sin corte)

	θ	Δ x	Δ y
M	200,000	-200,000	0,000
X	200,000	-133,333	0,000
Y	0,000	0,000	-4.000,000

Cálculo de ϕ :

ϕ =	0,08

Matriz de Corrección

	θ	Δ x	Δ y
M	0,944	0,926	0,926
X	0,926	1,000	1,000
		0,926	0,926
Y	0,926	1,000	1,000
		0,926	0,926

Matriz Definitiva (M. Nodal*M. de Corrección)

	θ	Δ x	Δ y
M	377,778	185,185	0,000
X	185,185	123,457	0,000
Y	0,000	0,000	4.000,000

Matriz Definitiva por Matriz Transporte

	θ	Δ x	Δ y
M	188,889	-185,185	0,000
X	185,185	-123,457	0,000
Y	0,000	0,000	-4.000,000

MATRIZ GENERAL (SIN TRANSPORTE):

		θ								Ax								Ay							
		1	2	3	4	5	6	7	8	1	2	3	4	5	6	7	8	1	2	3	4	5	6	7	8
M	1	812.736	117.481	186.899	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	-185.195	0.000	185.195	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	-89.994	89.994	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
	2	117.481	812.736	0.000	186.899	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	-185.195	0.000	186.195	0.000	0.000	0.000	0.000	89.994	89.994	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
	3	185.899	0.000	990.517	117.481	0.000	0.000	0.000	0.000	185.195	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	89.994	0.000	0.000	0.000	0.000
	4	0.000	186.899	117.481	1.225.479	117.481	0.000	186.899	0.000	0.000	186.195	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	89.994	0.000	0.000	0.000
	5	0.000	0.000	0.000	117.481	812.736	0.000	0.000	186.899	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	89.994	0.000	0.000	0.000
	6	0.000	0.000	186.899	0.000	0.000	377.778	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	185.195	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	89.994	0.000	0.000
	7	0.000	0.000	0.000	186.899	0.000	0.000	377.778	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	185.195	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	89.994	0.000
	8	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	377.778	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	185.195	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	89.994
Y	1	-185.195	0.000	-185.195	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
	2	0.000	-185.195	0.000	-185.195	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
	3	-185.195	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
	4	0.000	-185.195	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
	5	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
	6	0.000	0.000	0.000	0.000	-185.195	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
	7	0.000	0.000	185.195	0.000	0.000	185.195	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
	8	0.000	0.000	0.000	185.195	0.000	0.000	185.195	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
X	1	-89.994	89.994	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	-2.523.457	2.400.000	-123.457	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
	2	89.994	89.994	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	2.400.000	2.523.457	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
	3	0.000	0.000	89.994	89.994	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	2.523.457	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
	4	0.000	0.000	0.000	89.994	89.994	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	2.848.914	123.457	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
	5	0.000	0.000	0.000	0.000	89.994	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	123.457	2.400.000	2.400.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
	6	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	89.994	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	2.400.000	5.046.914	2.400.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
	7	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	89.994	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	2.400.000	2.523.457	123.457	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
	8	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	89.994	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	123.457	2.523.457	123.457	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
X	1	89.994	89.994	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	123.457	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
	2	89.994	89.994	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	123.457	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
	3	0.000	0.000	89.994	89.994	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	123.457	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
	4	0.000	0.000	0.000	89.994	89.994	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	123.457	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
	5	0.000	0.000	0.000	0.000	89.994	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	4.927.994	27.994	4.000.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
	6	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	89.994	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	27.994	4.027.994	0.000	4.000.000	0.000	0.000	0.000	0.000
	7	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	89.994	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	4.000.000	0.000	8.027.994	27.994	0.000	0.000	0.000	0.000
	8	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	89.994	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	4.000.000	27.994	8.055.988	27.994	0.000	4.000.000	0.000
																				0.000	27.994	4.027.994	0.000	0.000	4.000.000
																				0.000	0.000	4.000.000	27.994	8.027.994	0.000
																				0.000	0.000	0.000	4.000.000	27.994	8.055.988
																				0.000	0.000	0.000	0.000	4.000.000	27.994
																				0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	4.000.000

MATRIZ GENERAL :

		θ								Ax								Ay							
		1	2	3	4	5	6	7	8	1	2	3	4	5	6	7	8	1	2	3	4	5	6	7	8
M	1	812.736	117.481	186.899	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	-185.195	0.000	185.195	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	-89.994	89.994	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
	2	117.481	812.736	0.000	186.899	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	-185.195	0.000	186.195	0.000	0.000	0.000	0.000	89.994	89.994	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
	3	185.899	0.000	990.517	117.481	0.000	0.000	0.000	0.000	185.195	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	89.994	0.000	0.000	0.000	0.000
	4	0.000	186.899	117.481	1.225.479	117.481	0.000	186.899	0.000	0.000	186.195	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	89.994	0.000	0.000	0.000
	5	0.000	0.000	0.000	117.481	812.736	0.000	0.000	186.899	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	89.994	0.000	0.000	0.000
	6	0.000	0.000	186.899	0.000	0.000	377.778	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	185.195	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	89.994	0.000	0.000
	7	0.000	0.000	0.000	186.899	0.000	0.000	377.778	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	185.195	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	89.994	0.000
	8	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	377.778	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	185.195	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	89.994
Y	1	-185.195	0.000	-185.195	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
	2	0.000	-185.195	0.000	-185.195	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
	3	-185.195	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
	4	0.000	-185.195	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
	5	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
	6	0.000	0.000	0.000	0.000	-185.195	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
	7	0.000	0.000	185.195	0.000	0.000	185.195	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
	8	0.000	0.000	0.000	185.195	0.000	0.000	185.195	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
X	1	-89.994	89.994	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	-2.523.457	2.400.000	-123.457	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
	2	89.994	89.994	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	-2.400.000	2.523.457	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
	3	0.000	0.000	89.994	89.994	0.000	0.000	0.000	0.000	-123.457	0.000	2.523.457	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
	4	0.000	0.000	0.000	89.994	89.994	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	2.848.914	123.457	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
	5	0.000	0.000	0.000	0.000	89.994	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	123.457	2.400.000	2.400.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
	6	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	89.994	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	2.400.000	5.046.914	2.400.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
	7	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	89.994	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	2.400.000	2.523.457	123.457	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
	8	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	89.994	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	123.457	2.523.457	123.457	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
																				0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
																				0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
																				0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
																				0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
																				0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
																				0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
																				0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
																				0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000

MATRIZ REDUCIDA

		θ					Δ x					Δ y				
		1	2	3	4	5	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5
M	1	612,739	117,481	188,889	0,000	0,000	-185,185	0,000	185,185	0,000	0,000	-69,984	69,984	0,000	0,000	0,000
	2	117,481	612,739	0,000	188,889	0,000	0,000	-185,185	0,000	185,185	0,000	-69,984	69,984	0,000	0,000	0,000
	3	188,889	0,000	990,517	117,481	0,000	-185,185	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	-69,984	69,984	0,000
	4	0,000	188,889	117,481	1,225,478	117,481	0,000	-185,185	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	-69,984	0,000	69,984
	5	0,000	0,000	0,000	117,481	612,739	0,000	0,000	0,000	0,000	-185,185	0,000	0,000	0,000	-69,984	69,984
X	1	-185,185	0,000	-185,185	0,000	0,000	2,523,457	-2,400,000	-123,457	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
	2	0,000	-185,185	0,000	-185,185	0,000	-2,400,000	2,523,457	0,000	-123,457	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
	3	185,185	0,000	0,000	0,000	0,000	-123,457	0,000	2,646,914	-2,400,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
	4	0,000	185,185	0,000	0,000	0,000	0,000	-123,457	-2,400,000	5,046,914	-2,400,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
	5	0,000	0,000	0,000	0,000	-185,185	0,000	0,000	0,000	-2,400,000	2,523,457	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
Y	1	-69,984	-69,984	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	4,027,994	-27,994	-4,000,000	0,000	0,000
	2	69,984	69,984	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	-27,994	4,027,994	0,000	-4,000,000	0,000
	3	0,000	0,000	-69,984	-69,984	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	-4,000,000	0,000	8,027,994	-27,994	0,000
	4	0,000	0,000	69,984	0,000	-69,984	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	-4,000,000	-27,994	8,055,988	-27,994
	5	0,000	0,000	0,000	69,984	69,984	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	-27,994	4,027,994

MATRIZ INVERSA

		θ					Δ x					Δ y				
		1	2	3	4	5	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5
M	1	0,0022605	0,0000404	-0,0000867	0,0002998	-0,0000270	0,0020020	0,0019350	0,0000450	0,0001210	0,0001131	0,0000815	-0,0000765	0,0000423	-0,0000373	-0,0000050
	2	0,0000404	0,0022951	0,0004212	-0,0000508	0,0000604	0,0022279	0,0022929	0,0002726	0,0001892	0,0001844	0,0000852	-0,0000847	0,0000455	-0,0000450	-0,0000005
	3	-0,0000867	0,0004212	0,0014622	0,0001309	0,0002411	0,0023930	0,0023613	0,0009476	0,0009153	0,0008882	0,0000382	-0,0000315	0,0000328	-0,0000262	-0,0000066
	4	0,0002998	-0,0000508	0,0001309	0,0010735	-0,0000343	0,0016747	0,0016969	0,0005967	0,0005950	0,0005634	0,0000290	-0,0000109	0,0000249	-0,0000068	-0,0000181
	5	-0,0000270	0,0000604	0,0002411	-0,0000343	0,0020028	0,0012499	0,0012439	0,0010461	0,0010873	0,0011811	0,0000063	0,0000287	0,0000045	0,0000295	-0,0000340
X	1	0,0020020	0,0022279	0,0023930	0,0016747	0,0012499	0,0158172	0,0155932	0,0054797	0,0053843	0,0052126	0,0002123	-0,0001609	0,0001410	-0,0000895	-0,0000514
	2	0,0019350	0,0022929	0,0023613	0,0016969	0,0012439	0,0155932	0,0157825	0,0054685	0,0053782	0,0052064	0,0002121	-0,0001604	0,0001408	-0,0000890	-0,0000517
	3	0,0000450	0,0002726	0,0009476	0,0005967	0,0010461	0,0054797	0,0054685	0,0042087	0,0039466	0,0038303	0,0000372	-0,0000087	0,0000320	-0,0000034	-0,0000286
	4	0,0001210	0,0001892	0,0009153	0,0005950	0,0010873	0,0053843	0,0053782	0,0039466	0,0040850	0,0039649	0,0000364	-0,0000072	0,0000313	-0,0000021	-0,0000292
	5	0,0001131	0,0001844	0,0008882	0,0005634	0,0011811	0,0052126	0,0052064	0,0038303	0,0039649	0,0042539	0,0000350	-0,0000047	0,0000301	0,0000002	-0,0000303
Y	1	0,0000815	0,0000852	0,0000382	0,0000290	0,0000063	0,0002123	0,0002121	0,0000372	0,0000364	0,0000350	0,0004983	0,0000022	0,0002489	0,0000017	-0,0000006
	2	-0,0000765	-0,0000847	-0,0000315	-0,0000109	0,0000287	-0,0001609	-0,0001604	-0,0000087	-0,0000072	-0,0000047	0,0000022	0,0004963	0,0000016	0,0002470	0,0000014
	3	0,0000423	0,0000455	0,0000328	0,0000249	0,0000045	0,0001410	0,0001408	0,0000320	0,0000313	0,0000301	0,0002489	0,0000016	0,0002491	0,0000014	-0,0000005
	4	-0,0000373	-0,0000450	-0,0000262	-0,0000068	0,0000295	-0,0000895	-0,0000890	-0,0000034	-0,0000021	0,0000002	0,0000017	0,0002470	0,0000014	0,0002473	0,0000013
	5	-0,0000050	-0,0000005	-0,0000066	-0,0000181	-0,0000340	-0,0000514	-0,0000517	-0,0000286	-0,0000292	-0,0000303	-0,0000006	0,0000014	-0,0000005	0,0000013	0,0002492

VECTOR FUERZA

θ1	2560,00
θ2	-640,00
θ3	9291,67
θ4	-4583,33
θ5	-8750,00
Δ x1	0,00
Δ x2	0,00
Δ x3	1500,00
Δ x4	0,00
Δ x5	0,00
Δ y 1	-3584,00
Δ y 2	-416,00
Δ y 3	-12500,00
Δ y 4	-17750,00
Δ y 5	-12250,00

VECTOR FUERZA * MATRIZ INVERSA =

θ1	3,819486
θ2	2,628549
θ3	11,818119
θ4	-1,777668
θ5	-13,859541
Δ x1	15,304606
Δ x2	14,728285
Δ x3	3,051871
Δ x4	2,248289
Δ x5	1,121205
Δ y 1	-4,535468
Δ y 2	-5,284747
Δ y 3	-3,747040
Δ y 4	-5,073175
Δ y 5	-2,804785