aaq 4540

TESIS
IC 2004
G6

UNIVERSIDAD CATÓLICA ANDRÉS BELLO

FACULTAD DE INGENIERÍA

ESCUELA DE INGENIERÍA CIVIL

ELABORACION DE CATALOGO DE PLANTAS DE EDIFICIOS APORTICADOS CON LAS POSICIONES DE LOS CENTROS DE MASAS, LOS CENTROS DE RIGIDEZ Y LA DIRECCION DE LOS EJES PRINCIPALES

TRABAJO ESPECIAL DE GRADO

Presentado ante la

UNIVERSIDAD CATÓLICA ANDRÉS BELLO

Como parte de los requisitos para optar al título de

INGENIERO CIVIL

Universidad Católica Andrés Bello
BIBLIOTECA
Caracas

GONZALEZ LAMON, Adriana

Ing. MARIO PAPARONI

Julio de 2004

UNIVERSIDAD CATÓLICA ANDRÉS BELLO

FACULTAD DE INGENIERÍA

ESCUELA DE INGENIERÍA CIVIL

ELABORACION DE CATALOGO DE PLANTAS DE EDIFICIOS APORTICADOS CON LAS POSICIONES DE LOS CENTROS DE MASAS, LOS CENTROS DE RIGIDEZ Y LA DIRECCION DE LOS EJES PRINCIPALES

Este Jurado; una vez realizado el examen del presente trabajo ha evaluado su contenido con el resultado: .....

J U R A D O E X A M I N A D O R

Firma:
Nombre: .....

Firma:
Nombre: .....

Firma:
Nombre: .....

REALIZADO POR **GONZALEZ LAMON, Adriana**

PROFESOR GUIA **Ing. MARIO PAPARONI**

FECHA **Julio de 2004**

ELABORACIÓN DE CATÁLOGO DE PLANTAS DE EDIFICIOS APORTICADOS CON LAS POSICIONES DE LOS CENTROS DE RIGIDEZ, LOS CENTROS DE MASAS Y LA DIRECCIÓN DE LOS EJES PRINCIPALES

Elaborado por

Adriana del Valle González Lamon

Trabajo Especial de Grado presentado ante la Escuela de Ingeniería Civil de la Universidad Católica Andrés Bello, en cumplimiento con los requisitos exigidos para optar al título de Ingeniero Civil.

Tutor:

Ing. Mario Paparoni

Caracas, Julio de 2004

INDICE

GLOSARIO

Pórticos ortogonales: son pórticos perpendiculares entre sí.

Pórticos oblicuos: son pórticos que forman un ángulo diferente a 90° entre ellos, bien sea mayor a 90° o menor a 90°.

Centro de Rigidez: es el punto alrededor del cual gira una losa de una planta de un edificio, suponiendo el resto del edificio bloqueado contra desplazamiento, al aplicarle a dicho planta un momento torsional puro.

Centro de Masas: es el punto donde se concentran las fuerzas gravitatorias, y por consiguiente, las fuerzas inerciales (másicas) en los fenómenos dinámicos que ocurran en un edificio.

Dirección Principal: Si se aplica una fuerza que pase por el centro de rigidez de una planta, esa planta solo sufrirá traslaciones. Si además esa fuerza tiene la misma dirección de una dirección principal esa traslación tendrá la misma dirección que la fuerza.

Circulo de Mohr: es el circulo que relaciona las direcciones principales de los desplazamientos con las rigideces direccionales de una estructura.

INTRODUCCIÓN

Se puede simplificar el complicado arte del estudio sísmico de un edificio, trabajando la verticalidad de la estructura y su planta por separado, y luego analizando conjuntamente los resultados. El estudio de la verticalidad fue el tema tratado en el trabajo especial de grado elaborado por Gleem Miralles, y el análisis y comportamiento de la planta es el tema que nos ocupa ahora.

Al analizar la planta del edificio se trabaja con las trazas de los pórticos. Estas trazas desde el punto de vista de ingeniería no poseen ninguna rigidez o resistencia a las fuerzas que se encuentren fuera del plano de la planta, pero si las poseen según sus direcciones.

Para estudiar la planta es indispensable conocer la ubicación de su centro de rigidez, ya que en torno a este rota la estructura cuando se producen momentos, además cuando la resultante de las fuerzas externas pasa por dicho centro de rigidez la planta se traslada sin rotar.

Gracias al trabajo realizado en conjunto por los Profesores M. Paparoni y P.F. Hummelgens, hallar el centro de rigidez y las direcciones de los ejes principales de flexibilidad (o de rigidez) de cada planta del edificio, se ha convertido en una tarea muy sencilla, para la cual sólo es necesario definir la planta en un plano cartesiano (Describir las trazas de los pórticos con

ecuaciones de recta de la forma $a_i x+b_i y+c_i=0$, y conocer la rigidez de cada pórtico), atribuida ahora a las trazas.

A través de ejemplos empíricos demostraremos como deberían ser las plantas de los edificios confiables. En este catálogo encontraremos una variedad de plantas con configuraciones de pórticos ortogonales entre sí, oblicuos, y también pórticos en una sola dirección , para luego analizar cual es la distribución más conveniente para un diseño sismorresistente.

Además del centro de rigidez, centro de masas y los ejes principales de rigidez o resistencia a fuerza, encontraremos para cada planta el circulo de Mohr. Se definirá también un concepto llamado "radio torsional" cuya magnitud nos indica cuán sensible es una planta a momentos torsores.

CAPITULO I

CAPITULO I:

PROCEDIMIENTO DE TRABAJO

- Seleccionar formas de plantas comunes y no comunes, y graficar esas plantas en un sistema de ejes cartesianos.

- Graficar la distribución de los pórticos para cada planta en dichos ejes cartesianos.

- Numerar cada una de las trazas de los pórticos y asignar valores de rigidez (R_i) proporcionales a la longitud del pórtico.

- Plantear la ecuación de la recta ($a_ix+b_iy+c_i=0$), para cada uno de los pórticos.

- Calcular para cada planta la ubicación del Centro de Masas y ubicarlo en el gráfico.

- Calcular para cada planta con su distribución de pórticos la ubicación del Centro de Rigidez, a través de las ecuaciones halladas por el profesor P.F. Hummelgens, que se describen a continuación:

$$A_{11} = \sum_{i=1}^{N} \frac{R_i a_i^2}{a_i^2 + b_i^2} \qquad A_{22} = \sum_{i=1}^{N} \frac{R_i b_i^2}{a_i^2 + b_i^2}$$

$$A_{12} = \sum_{i=1}^{N} \frac{R_i a_i b_i}{a_i^2 + b_i^2} \qquad A_{21} = \sum_{i=1}^{N} \frac{R_i a_i b_i}{a_i^2 + b_i^2}$$

$$P_i = -\sum_{i=1}^{N} \frac{R_i a_i c_i}{a_i^2 + b_i^2} \qquad P_2 = -\sum_{i=1}^{N} \frac{R_i b_i c_i}{a_i^2 + b_i^2}$$

$$x_0 = \frac{P_1 \times A_{22} - P_2 \times A_{12}}{A_{11} \times A_{22} - A_{12}^2} \qquad y_0 = \frac{P_2 \times A_{11} - P_1 \times A_{12}}{A_{11} \times A_{22} - A_{12}^2}$$

- Determinar el ángulo de una de las direcciones principales de la elipse de rigidez con la ecuación:

$$\alpha = \frac{1}{2} \times \text{arctg}\left(\frac{2A_{12}}{A_{11} - A_{22}} \right)$$

- Si observamos con cuidado la ecuación anterior notamos que tiene la misma forma de una de las ecuaciones que describen el circulo de Mohr:

$\alpha = \frac{1}{2} \times \text{arctg}\left(\frac{2\tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y} \right)$, por lo tanto con esta expresión dibujamos un circulo de Mohr para cada una de las plantas, el cual relaciona entre sí las rigideces totales de la planta para cualquier dirección arbitraria.

- Una vez obtenido el ángulo de una de las direcciones principales podemos plantear las ecuaciones de los ejes principales de la elipse de Rigidez con las siguientes expresiones:

Senα(X-X0)-Cosα(Y-Y0)=X'

Cosα(X-X0)+Senα(Y-Y0)=Y'

- Ya definidos los parámetros básicos de la planta podemos pasar a dibujar la elipse de rigidez para cada una de las plantas que queda descrita por la ecuación:

$$A_{11}x^2 + A_{22}y^2 + 2A_{12}xy - 2P_1x - 2P_2y + z + \sum \frac{R_i c_i^2}{a_i^2 + b_i^2} = 0$$

- Buscamos los parámetros para el trazado del radio torsional con las ecuaciones que se describen a continuación:

$$I_P = \sum_i R_i c_i$$

$$r_{xx}^2 = \frac{I_P}{\sum R_x}$$

$$r_{yy}^2 = \frac{I_P}{\sum R_y}$$

Donde I_P es la inercia polar de la planta y c_i la distancia normal entre el centro de rigidez y la traza individual de ese pórtico.

Ecuaciones de los semiejes de la figura que define el área del radio torsional.

$$\frac{r_{xx}^2}{c_y} = \text{semi} - \text{eje xx}$$

$$\frac{r_{yy}^2}{c_x} = \text{semi} - \text{eje yy}$$

- Una vez que se ha concluido con estos gráficos se volvió a aplicar este procedimiento para las mismas plantas con igual distribución, pero variando esta vez las rigideces de los pórticos, es decir, ya no todas son proporcionales a la longitud del pórtico, sino que tienen concentraciones en los bordes, o en el centro.

- Luego se hace un breve análisis de la situación de la planta con una breve observación de la elipse de rigidez, el circulo de Mohr y la observación del radio torsional.

- Al final se hace una breve síntesis gráfica de los resultados obtenidos para la población de plantas analizadas.

CAPITULO II

CAPITULO II:

EJEMPLOS DE PLANTAS CON PORTICOS ORTOGONALES Y RIGIDEZ PROPORCIONAL A LA LONGITUD DE CADA PORTICO

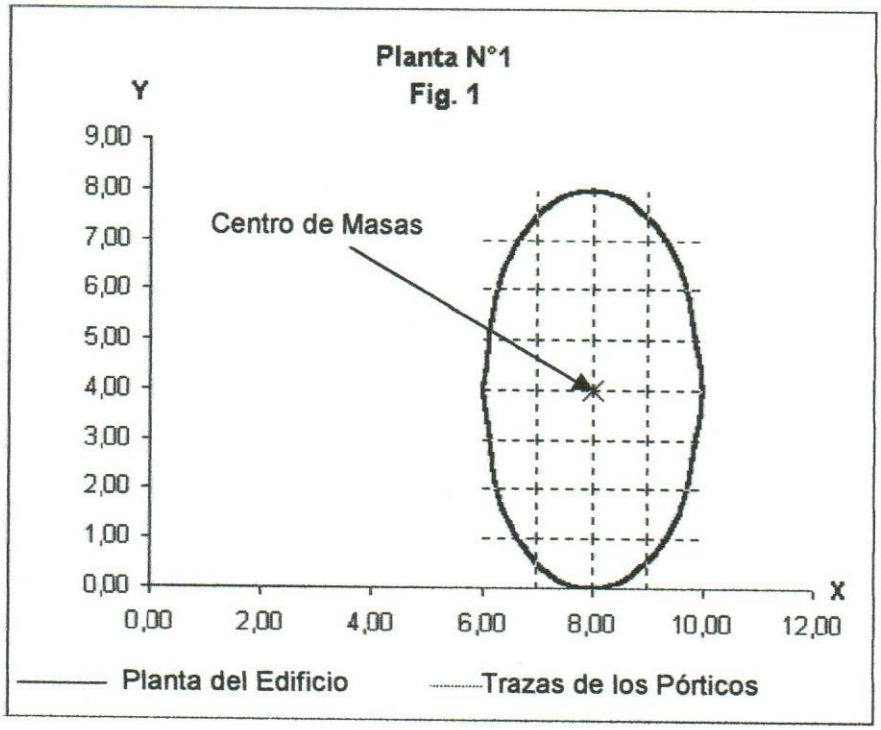
Se presenta una serie de plantas graficadas en un sistema cartesiano, para cada una de las plantas, también se muestran las trazas de los pórticos (Fig. 1), a continuación se muestras las ecuaciones de las trazas de los pórticos en el sistema cartesiano, y luego, se muestran los valores de rigidez asignados a cada pórtico, a estas rigideces se les dieron valores proporcionales a la longitud del pórtico que representen, luego se calcularon las rigideces (R=EI) en cada dirección ($R_{xx} = A_{11}$; $R_{yy} = A_{22}$; $R_{xy} = A_{12}$; $R_{yx} = A_{21}$).

A partir de estos valores se emplearon las ecuaciones desarrolladas por el Prof. Hummelgens para hallar la posición del centro de rigidez. Una vez obtenido el Centro de Rigidez, se buscó la dirección principal de los ejes de la elipse de rigidez.

Se planteó la ecuación del circulo de Mohr para cada planta y se presentó en un gráfico, en el cual se observa la planta en estudio y el circulo de Mohr (Fig.2).

Después encontraremos otro gráfico en donde veremos la planta, con Centro de Rigidez, la dirección de los ejes principales de la elipse y la elipse de rigidez(Fig. 3), y luego el radio torsional (Fig. 4).

Planta N°1:



$R_1=R_3=$ 7

$R_2=$ 8

$R_4=R_{10}=$ 2,5

$R_5=R_9=$ 3

$R_6=R_7=R_8=$ 4

l_i: $a_ix+b_iy+c_i=0$

l_1: x - 7 = 0

l_2: x - 8 = 0

l_3: x - 9 = 0

l_4: y - 1 = 0

l_5: y - 2 = 0

l_6: y - 3 = 0

l_7: y - 4 = 0

l_8: y - 5 = 0

l_9: y - 6 = 0

l_{10}: y - 7 = 0

$$A_{11}=\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{R_i a_i^2}{a_i^2+b_i^2}\right)\rightarrow \qquad A_{11}= \quad 22{,}0$$

$$A_{12} = \sum_{i=1}^{n}\left(\frac{R_i a_i b_i}{a_i^2 + b_i^2}\right) \rightarrow \qquad A_{12} = \quad 0{,}0$$

$$A_{22} = \sum_{i=1}^{n}\left(\frac{R_i b_i^2}{a_i^2 + b_i^2}\right) \rightarrow \qquad A_{22} = \quad 23{,}0$$

$$P_1 = -\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{R_i a_i c_i}{a_i^2 + b_i^2}\right) \rightarrow \qquad P_1 = \quad 176{,}0$$

$$P_2 = -\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{R_i b_i c_i}{a_i^2 + b_i^2}\right) \rightarrow \qquad P_2 = \quad 92{,}0$$

$$x_o = \frac{P_1 A_{22} - P_2 A_{12}}{A_{11}A_{22} - A_{12}^2} \rightarrow \qquad x_o = \ 8{,}0$$

$$y_o = \frac{P_2 A_{11} - P_1 A_{12}}{A_{11}A_{22} - A_{12}^2} \rightarrow \qquad y_o = \ 4{,}0$$

Dirección de los ejes principales:

$$\alpha = \frac{1}{2}\,\mathrm{arctg}\left(\frac{2A_{12}}{A_{11} - A_{22}}\right) \rightarrow \qquad \alpha = \ 0$$

Ecuaciones de los ejes principales de la elipse de rigidez

$\mathrm{Sen}\alpha(x-x_o)-\mathrm{Cos}\alpha(y-y_o)=0 \quad \rightarrow \quad y - 4 = x'$

$\mathrm{Cos}\alpha(x-x_o)+\mathrm{Sen}\alpha(y-y_o)=0 \quad \rightarrow \quad x - 8 = y'$

Ecuación de la elipse de rigidez

$22{,}0\ x^2 + 23{,}0\ y^2 - 352\ x - 184\ y = 1$

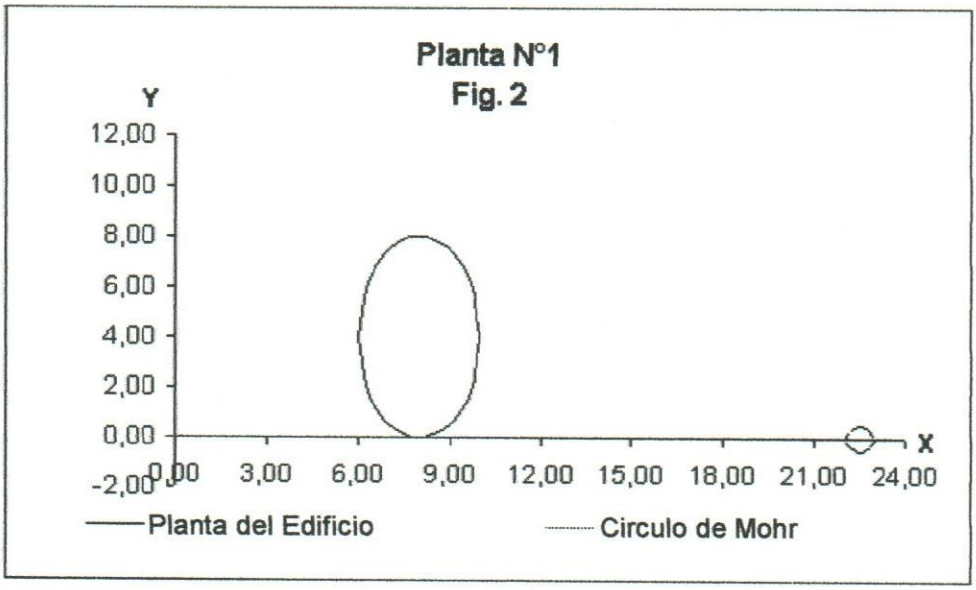
Ecuación del círculo de Mohr:

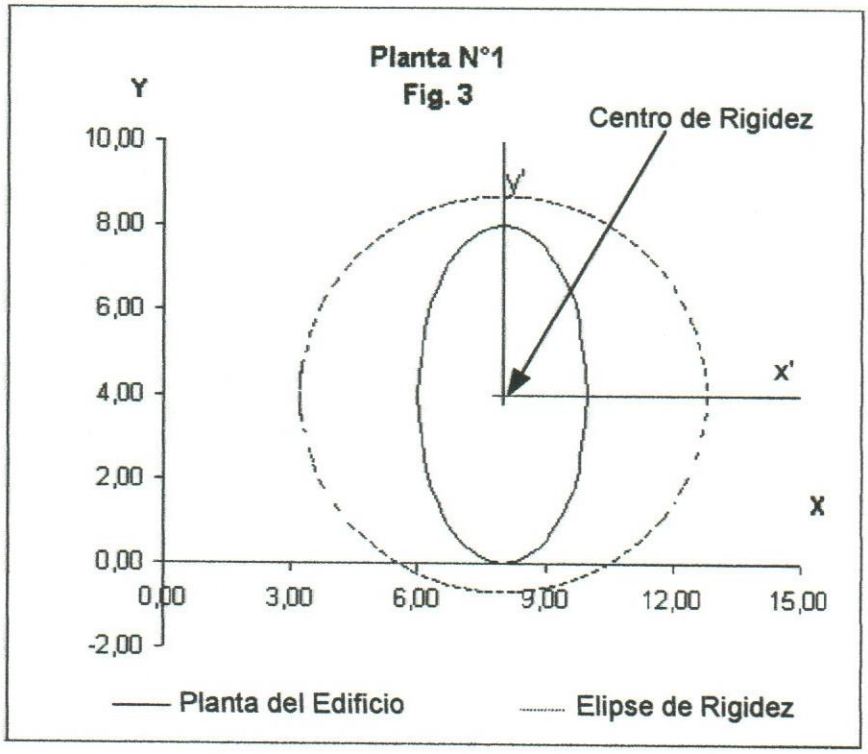
$(x-a)^2+y^2=b^2$

$a=(A_{11}+A_{22})/2 \quad \rightarrow \quad a=23$

$b^2= [(A_{11}-A_{22})/2]^2+A_{12}^2 \quad \rightarrow \quad b^2=0{,}25$

$(x-23)^2+y^2=0,25$


Planta N°1
Fig. 2
Y
12,00
10,00
8,00
6,00
4,00
2,00
0,00
-2,00
0,00
3,00
6,00
9,00
12,00
15,00
18,00
21,00
24,00
X
Planta del Edificio
Circulo de Mohr


Planta N°1
Fig. 3
Y
Centro de Rigidez
10,00
8,00
6,00
4,00
2,00
0,00
-2,00
y'
x'
X
0,00
3,00
6,00
9,00
12,00
15,00
Planta del Edificio
Elipse de Rigidez

Radio Torsional

$$I_P = \sum_i R_i r_i^2 \rightarrow$$

I_P= 91,0

$$r_{xx}^2 = \frac{I_P}{\sum Rx_i} \rightarrow$$

r_{xx}^2= 4,14

$$r_{yy}^2 = \frac{I_P}{\sum Ry_i} \rightarrow$$

r_{yy}^2= 3,96

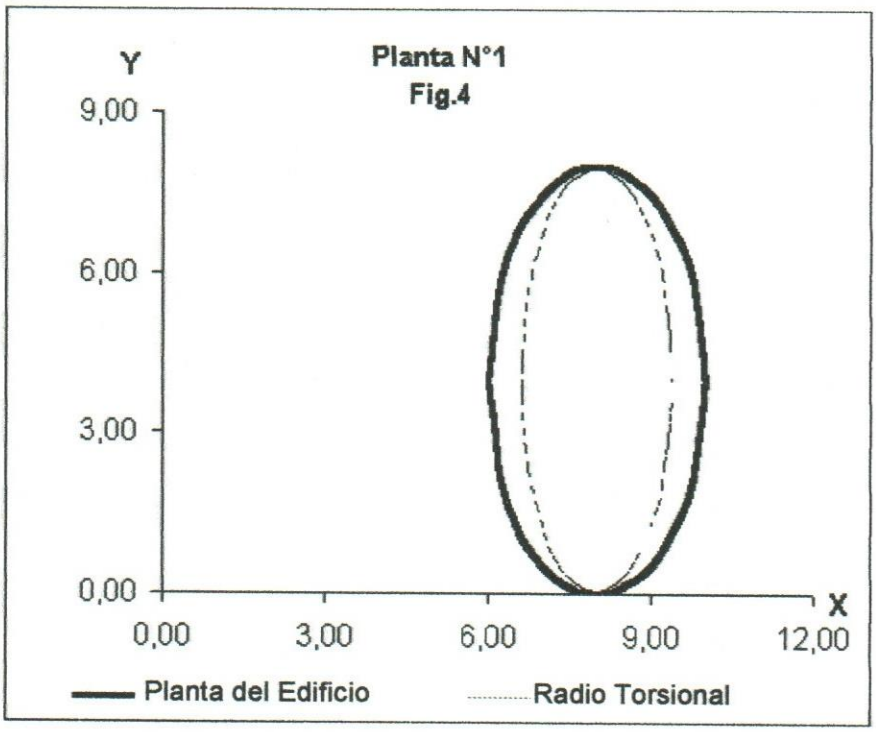
Dimensiones de los semi-ejes del núcleo central:

Semi-eje paralelo a x:

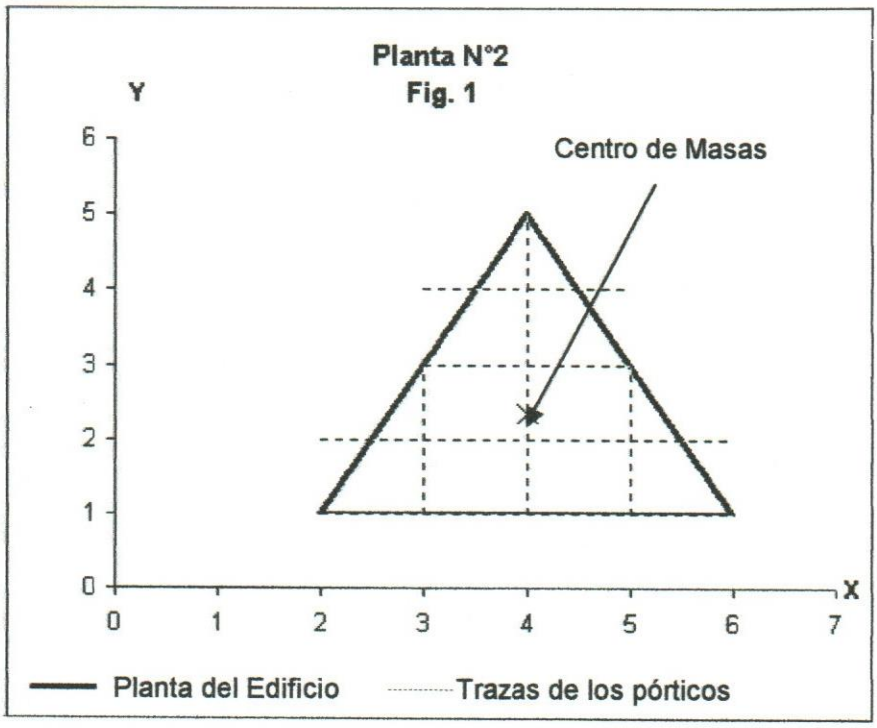
r_{xx}^2/c= 4,14/3=1,38

Semi-eje paralelo a y:

r_{yy}^2/c= 3,96/1=3,96



Planta N°2:



$R_1=R_3=R_5=$ 2

$R_2=R_7=$ 4

$R_4=$ 1

$R_6=$ 3

l_i: $a_ix+b_iy+c_i=0$

l_1: x - 3 = 0

l_2: x - 4 = 0

l_3: x - 5 = 0

l_4: y - 1 = 0

l_5: y - 2 = 0

l_6: y - 3 = 0

l_7: y - 4 = 0

$$A_{11}=\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{R_i a_i^2}{a_i^2+b_i^2}\right)\rightarrow \qquad A_{11}= \quad 8{,}0$$

$$A_{12} = \sum_{i=1}^{n}\left(\frac{R_i a_i b_i}{a_i^2 + b_i^2}\right) \rightarrow \qquad A_{12} = \quad 0{,}0$$

$$A_{22} = \sum_{i=1}^{n}\left(\frac{R_i b_i^2}{a_i^2 + b_i^2}\right) \rightarrow \qquad A_{22} = \quad 10{,}0$$

$$P_1 = \quad 32{,}0$$

$$P_2 = -\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{R_i b_i c_i}{a_i^2 + b_i^2}\right) \rightarrow \qquad P_2 = \quad 30{,}0$$

$$x_o = \frac{P_1 A_{22} - P_2 A_{12}}{A_{11}A_{22} - A_{12}^2} \rightarrow \quad x_o = \ 4{,}0 \qquad y_o = \frac{P_2 A_{11} - P_1 A_{12}}{A_{11}A_{22} - A_{12}^2} \rightarrow \quad y_o = \ 3{,}0$$

Dirección de los ejes principales:

$$\alpha = \frac{1}{2}\,\mathrm{arctg}\left(\frac{2A_{12}}{A_{11} - A_{22}}\right) \rightarrow \qquad \alpha = \ 0$$

Ecuaciones de los ejes principales de la elipse de rigidez

$\mathrm{Sen}\alpha(x-x_o)-\mathrm{Cos}\alpha(y-y_o)=0 \quad \rightarrow \quad y - 3 = x'$

$\mathrm{Cos}\alpha(x-x_o)+\mathrm{Sen}\alpha(y-y_o)=0 \quad \rightarrow \quad x - 4 = y'$

Ecuación de la elipse de rigidez

$8{,}0\ x^2 + 10{,}0\ y^2 - 64\ x - 60\ y = 1$

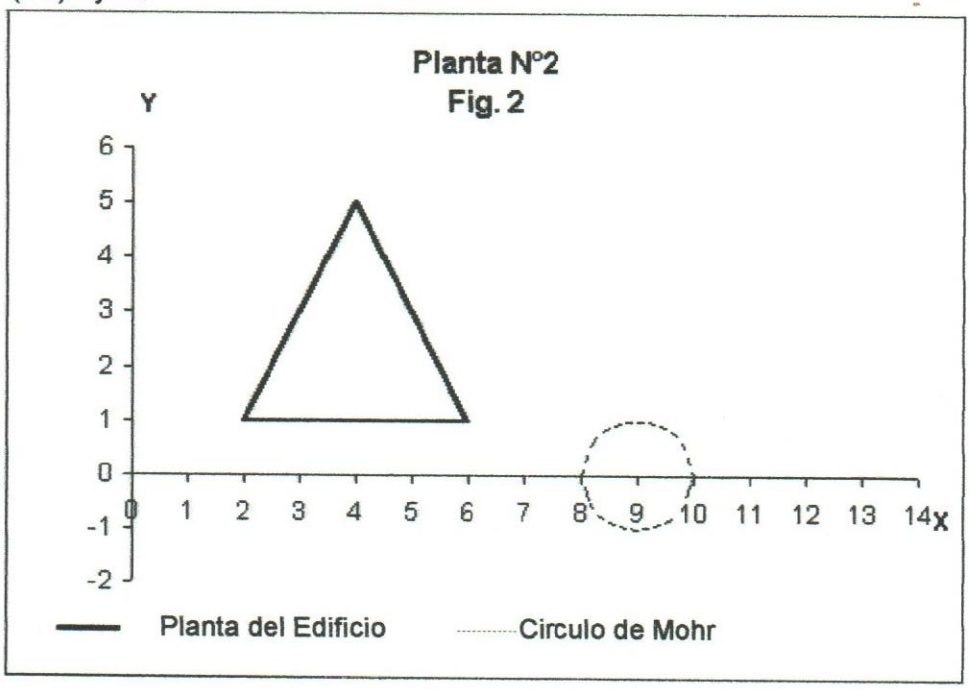
Ecuación del círculo de Mohr:

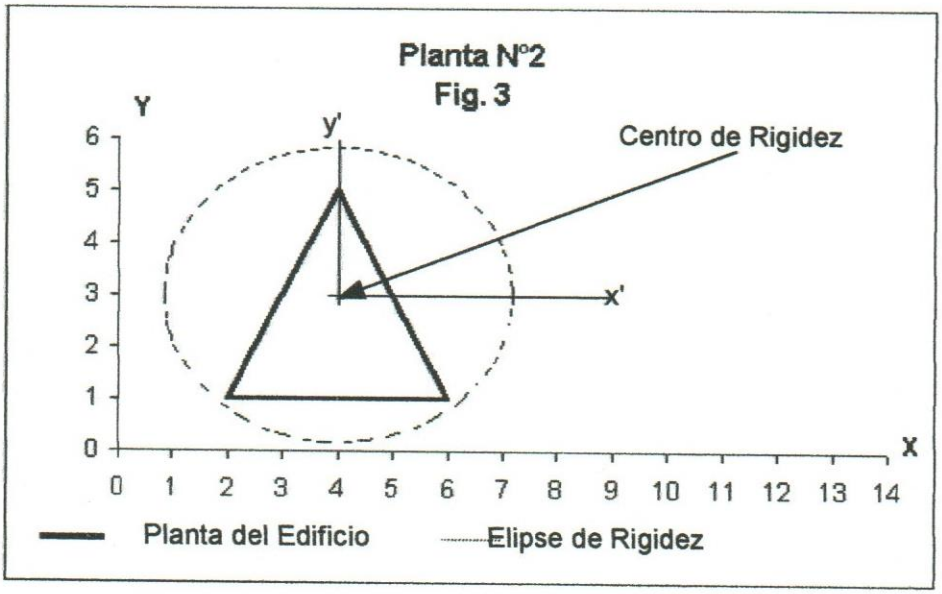
$(x-a)^2+y^2=b^2$

$a=(A_{11}+A_{22})/2 \quad \rightarrow \quad a=9{,}00$

$b^2= [(A_{11}-A_{22})/2]^2+A_{12}^2 \quad \rightarrow \quad b^2=1{,}00$

$(x-9)^2+y^2=1$


Planta N°2
Fig. 2
Y
6
5
4
3
2
1
0
-1
-2
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14
X
Planta del Edificio
Circulo de Mohr


Planta N°2
Fig. 3
Y
y'
Centro de Rigidez
x'
6
5
4
3
2
1
0
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14
X
Planta del Edificio
Elipse de Rigidez

Radio Torsional

$$I_P = \sum_i R_i r_i^2 \rightarrow$$

I_P= 14,0

$$r_{xx}^2 = \frac{I_P}{\sum Rx_i} \rightarrow$$

r_{xx}^2= 1,75

$$r_{yy}^2 = \frac{I_P}{\sum Ry_i} \rightarrow$$

r_{yy}^2= 1,40

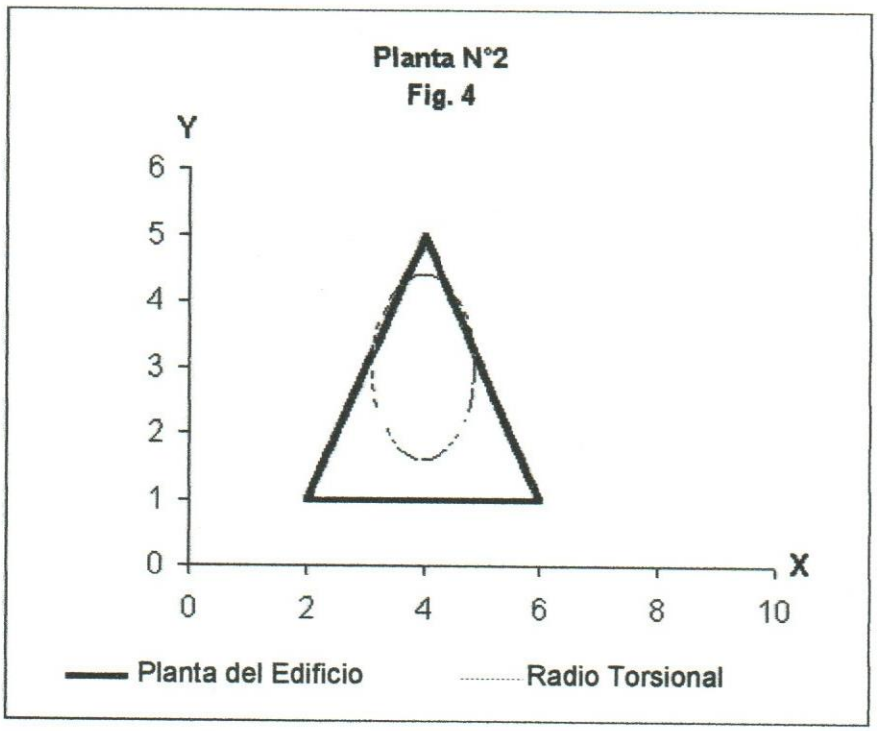
Dimensiones de los semi-ejes del núcleo central:

Semi-eje paralelo a x:

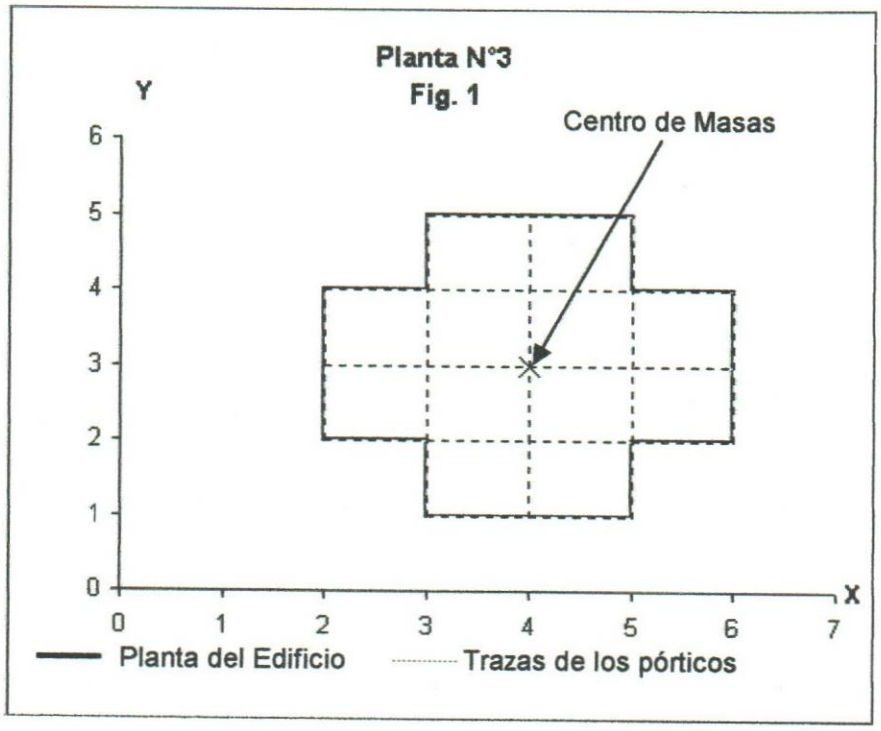
r_{xx}^2/c= 1,75/2=0,88

Semi-eje paralelo a y:

r_{yy}^2/c= 1,4/1= 1,40



Planta N°3:



$R_1=R_5=R_6=R_{10}=$ 2

$R_2=R_3=R_4=R_7=R_8=R_9=$ 4

l_i: $a_ix+b_iy+c_i=0$

l_1: x - 2 = 0

l_2: x - 3 = 0

l_3: x - 4 = 0

l_4: x - 5 = 0

l_5: x - 6 = 0

l_6: y - 5 = 0

l_7: y - 4 = 0

l_8: y - 3 = 0

l_9: y - 2 = 0

l_{10}: y - 1 = 0

$$A_{11}=\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{R_i a_i^2}{a_i^2+b_i^2}\right)\rightarrow \qquad A_{11}= \quad 16{,}0$$

$$A_{12} = \sum_{i=1}^{n}\left(\frac{R_i a_i b_i}{a_i^2 + b_i^2}\right) \rightarrow \qquad A_{12} = \quad 0{,}0$$

$$A_{22} = \sum_{i=1}^{n}\left(\frac{R_i b_i^2}{a_i^2 + b_i^2}\right) \rightarrow \qquad A_{22} = \quad 16{,}0$$

$$P_1 = -\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{R_i a_i c_i}{a_i^2 + b_i^2}\right) \rightarrow \qquad P_1 = \quad 64{,}0$$

$$P_2 = -\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{R_i b_i c_i}{a_i^2 + b_i^2}\right) \rightarrow \qquad P_2 = \quad 48{,}0$$

$$x_o = \frac{P_1 A_{22} - P_2 A_{12}}{A_{11} A_{22} - A_{12}^2} \rightarrow \qquad x_o = \ 4{,}0$$

$$y_o = \frac{P_2 A_{11} - P_1 A_{12}}{A_{11} A_{22} - A_{12}^2} \rightarrow \qquad y_o = \ 3{,}0$$

Dirección de los ejes principales:

$$\alpha = \frac{1}{2}\,\mathrm{arctg}\left(\frac{2A_{12}}{A_{11} - A_{22}}\right) \rightarrow$$

La dirección de los ejes principales de la elipse de rigidez es cualquiera, ya que por ser totalmente simétrica se forma una circunferencia de rigidez

Ecuación de la circunferencia de rigidez

$16{,}0\ x^2 + 16{,}0\ y^2 - 128\ x - 96\ y = 1$

Centro de la circunferencia:

$x_o = 4 \qquad y_o = 3$

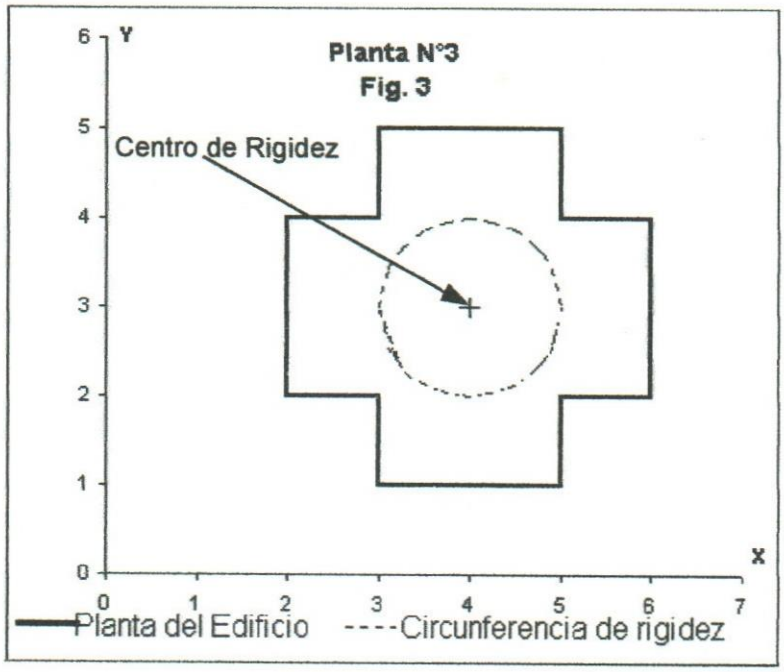
Ecuación del círculo de Mohr:

$(x-a)^2 + y^2 = b^2$

$a = (A_{11} + A_{22})/2 \quad \rightarrow \quad a = 16{,}00$

$b^2 = [(A_{11}-A_{22})/2]^2 + A_{12}^2 \rightarrow b^2 = 0{,}00$

$(x-16)^2 + y^2 = 0$



Radio Torsional

$$I_P = \sum_i R_i r_i^2 \rightarrow$$

$I_P =$ 48,0

$$r_{xx}^2 = \frac{I_P}{\sum Rx_i} \rightarrow$$

$r_{xx}^2 =$ 3,00

$$r_{yy}^2 = \frac{I_P}{\sum Ry_i} \rightarrow$$

$r_{yy}^2 =$ 3,00

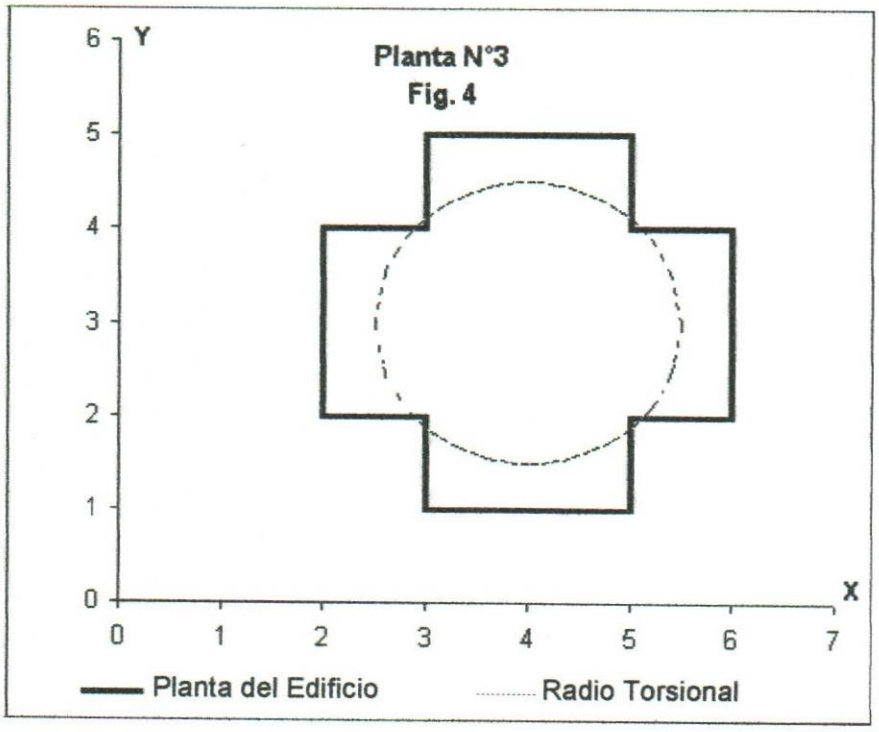
Dimensiones de los semi-ejes del núcleo central:

Semi-eje paralelo a x:

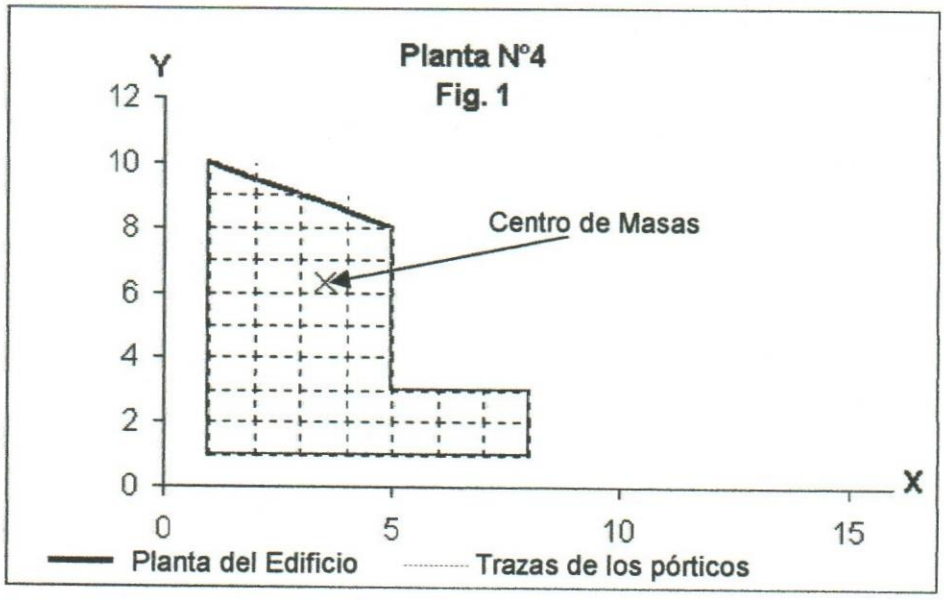
$r_{xx}^2/c =$ 3/2= 1,50

Semi-eje paralelo a y:

$r_{yy}^2/c =$ 3/2= 1,50


Planta N°3
Fig. 4
Y
X
0
1
2
3
4
5
6
7
Planta del Edificio
Radio Torsional

Planta N°4:



l_i: $a_i x + b_i y + c_i = 0$

Ri=RIGIDEZ DE CADA PORTICO

	l_i	R_i
l_1:	x - 1 = 0	9,00
l_2:	x - 2 = 0	8,50
l_3:	x - 3 = 0	8,00
l_4:	x - 4 = 0	7,50
l_5:	x - 5 = 0	7,00
l_6:	x - 6 = 0	2,00
l_7:	x - 7 = 0	2,00
l_8:	x - 8 = 0	2,00
l_9:	y - 9 = 0	1,50
l_{10}:	y - 8 = 0	4,00
l_{11}:	y - 7 = 0	4,00
l_{12}:	y - 6 = 0	4,00
l_{13}:	y - 5 = 0	4,00
l_{14}:	y - 4 = 0	4,00
l_{15}:	y - 3 = 0	7,00
l_{16}:	y - 2 = 0	7,00
l_{17}:	y - 1 = 0	7,00

$$A_{11} = \sum_{i=1}^{n}\left(\frac{R_i a_i^2}{a_i^2 + b_i^2}\right) \rightarrow$$ A_{11}= 46

$$A_{12} = \sum_{i=1}^{n}\left(\frac{R_i a_i b_i}{a_i^2 + b_i^2}\right) \rightarrow$$ A_{12}= 0

$$A_{22} = \sum_{i=1}^{n}\left(\frac{R_i b_i^2}{a_i^2 + b_i^2}\right) \rightarrow$$ A_{22}= 43

$$P_1 = -\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{R_i a_i c_i}{a_i^2 + b_i^2}\right) \rightarrow$$ P_1= 157

$$P_2 = -\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{R_i b_i c_i}{a_i^2 + b_i^2}\right) \rightarrow$$ P_2= 176

$$x_o = \frac{P_1 A_{22} - P_2 A_{12}}{A_{11}A_{22} - A_{12}^2} \rightarrow$$ X_0= 3,41

$$y_o = \frac{P_2 A_{11} - P_1 A_{12}}{A_{11}A_{22} - A_{12}^2} \rightarrow$$ Y_0= 4,13

Dirección de los ejes principales:

$$\alpha = \frac{1}{2}\operatorname{arctg}\left(\frac{2A_{12}}{A_{11} - A_{22}}\right) \rightarrow$$ α = 0

Ecuaciones de los ejes principales de la elipse de rigidez

$\text{Sen}\alpha(x-x_o)-\text{Cos}\alpha(y-y_o)=0$ → y - 4,13 = 0

$\text{Cos}\alpha(x-x_o)+\text{Sen}\alpha(y-y_o)=0$ → x - 3,41 = 0

Ecuación de la elipse de rigidez

$46x^2 + 43y^2 - 314x - 85y = 1$

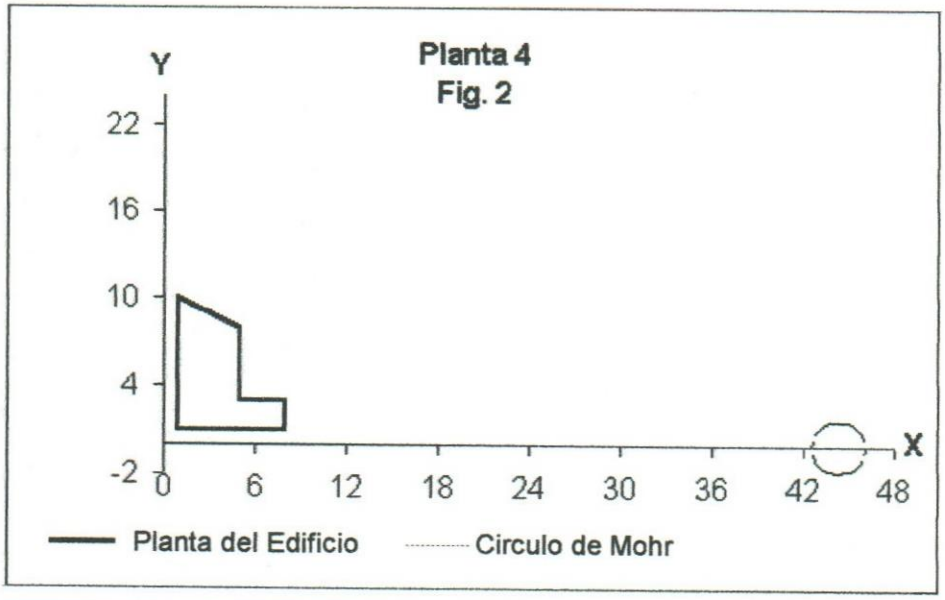
Ecuación del círculo de Mohr:

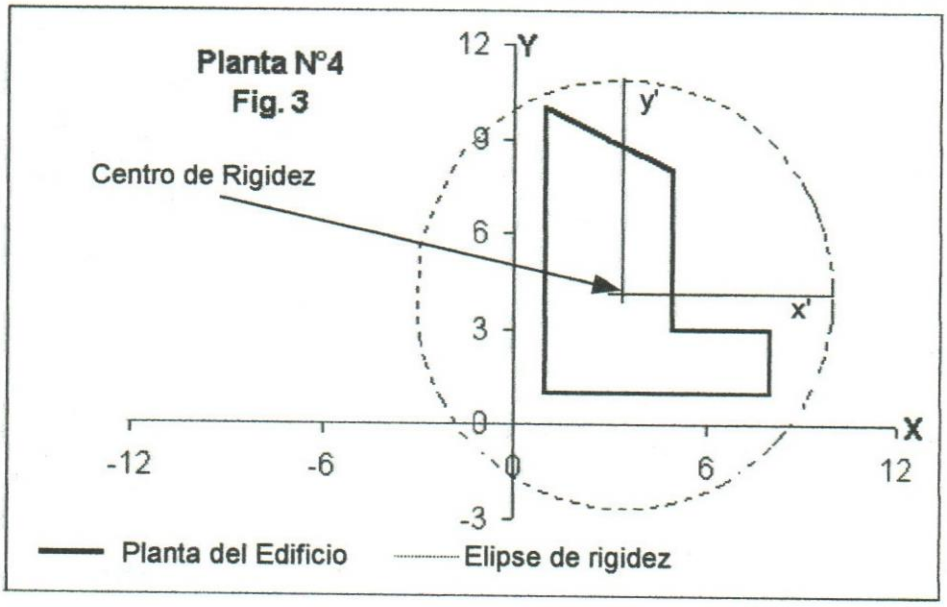
$(x-a)^2+y^2=b^2$

$a=(A_{11}+A_{22})/2 \rightarrow a=44,25$

$b^2= [(A_{11}-A_{22})/2]^2+A_{12}^2 \rightarrow b^2=3,06$

$(x-44,25)^2+y^2=3,06$





Radio Torsional

$$I_P = \sum_i R_i r_i^2 \rightarrow$$

I_P= 426,9

$$r_{xx}^2 = \frac{I_P}{\sum Rx_i} \rightarrow$$

r_{xx}^2= 9,28

$$r_{yy}^2 = \frac{I_P}{\sum Ry_i} \rightarrow$$

r_{yy}^2= 10,05

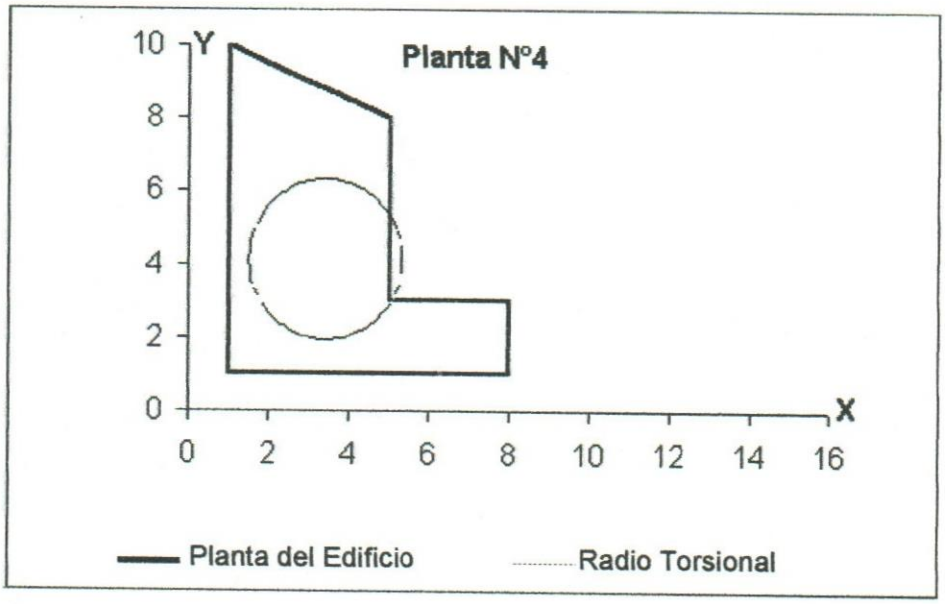
Dimensiones de los semi-ejes del núcleo central:

Semi-eje paralelo a x:

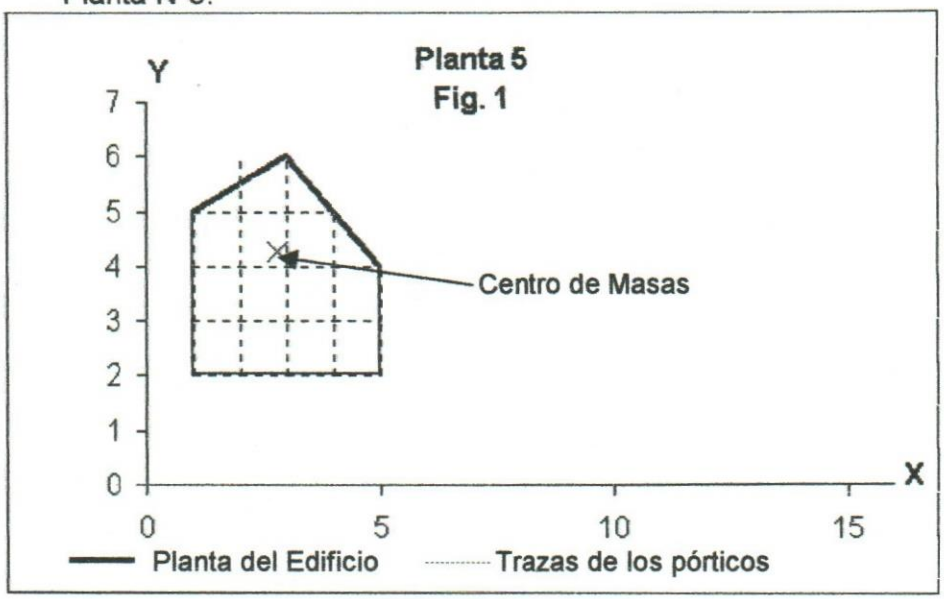
r_{xx}^2/c= 1,91

Semi-eje paralelo a y:

r_{yy}^2/c= 2,19



Planta N°5:



l_i: $a_i x + b_i y + c_i = 0$

Ri=RIGIDEZ DE CADA PORTICO

	l_i	R_i
l_1:	x - 1 = 0	3,00
l_2:	x - 2 = 0	3,50
l_3:	x - 3 = 0	4,00
l_4:	x - 4 = 0	3,00
l_5:	x - 5 = 0	2,00
l_6:	y - 5 = 0	3,00
l_7:	y - 4 = 0	4,00
l_8:	y - 3 = 0	4,00
l_9:	y - 2 = 0	4,00

$$A_{11} = \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{R_i a_i^2}{a_i^2 + b_i^2} \right) \rightarrow \qquad A_{11} = 16$$

$$A_{12} = \sum_{i=1}^{n}\left(\frac{R_i a_i b_i}{a_i^2 + b_i^2}\right) \rightarrow \qquad A_{12} = 0$$

$$A_{22} = \sum_{i=1}^{n}\left(\frac{R_i b_i^2}{a_i^2 + b_i^2}\right) \rightarrow \qquad A_{22} = 15$$

$$P_1 = -\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{R_i a_i c_i}{a_i^2 + b_i^2}\right) \rightarrow \qquad P_1 = 44$$

$$P_2 = -\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{R_i b_i c_i}{a_i^2 + b_i^2}\right) \rightarrow \qquad P_2 = 51$$

$$x_o = \frac{P_1 A_{22} - P_2 A_{12}}{A_{11}A_{22} - A_{12}^2} \rightarrow \qquad X_0 = 2{,}84 \qquad\qquad y_o = \frac{P_2 A_{11} - P_1 A_{12}}{A_{11}A_{22} - A_{12}^2} \rightarrow \qquad Y_0 = 3{,}4$$

Dirección de los ejes principales:

$$\alpha = \frac{1}{2}\operatorname{arctg}\left(\frac{2A_{12}}{A_{11} - A_{22}}\right) \rightarrow \qquad \alpha = 0$$

Ecuaciones de los ejes principales de la elipse de rigidez

$\text{Sen}\alpha(x-x_o)-\text{Cos}\alpha(y-y_o)=0 \quad \rightarrow \quad y - 3{,}4 = 0$

$\text{Cos}\alpha(x-x_o)+\text{Sen}\alpha(y-y_o)=0 \quad \rightarrow \quad x - 2{,}84 = 0$

Ecuación de la elipse de rigidez

$16x^2 + 15y^2 - 88x - 30y = 1$

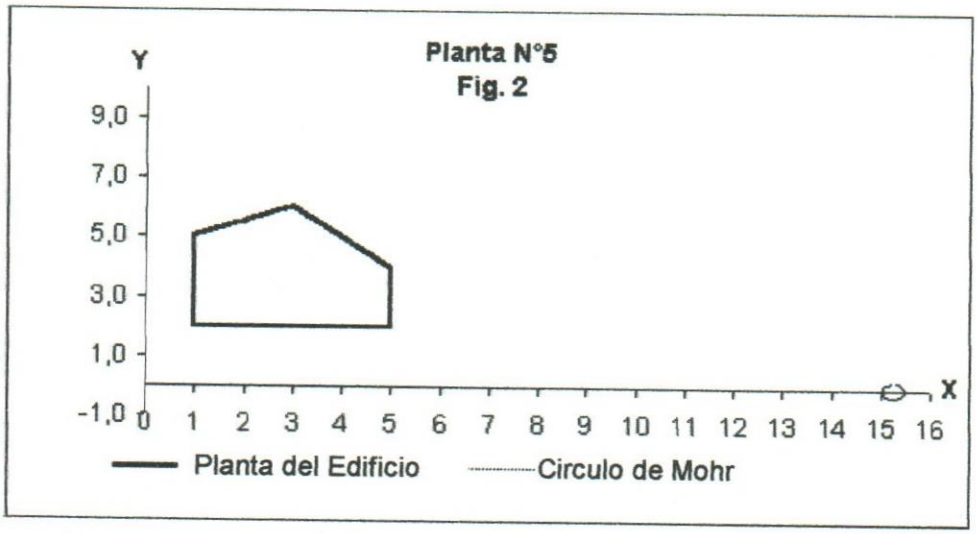
Ecuación del círculo de Mohr:

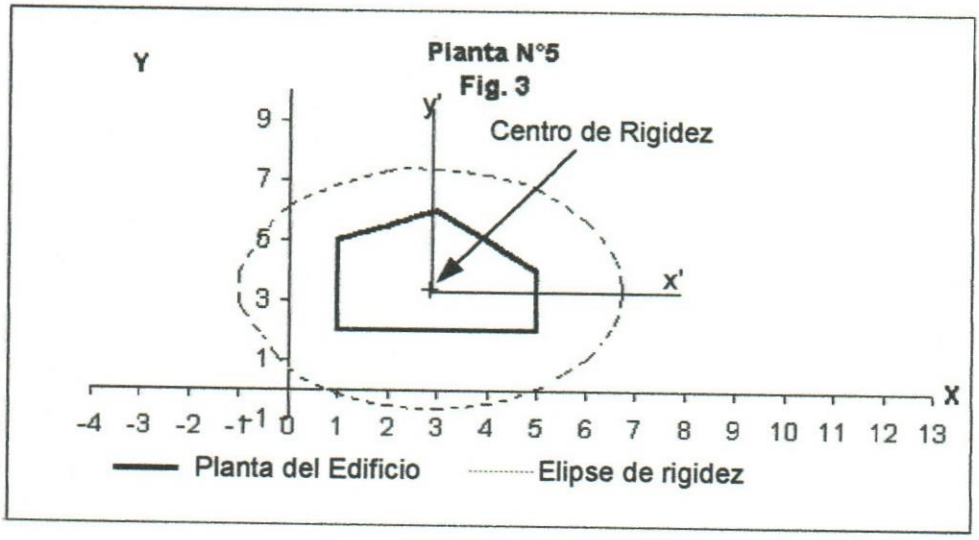
$(x-a)^2+y^2=b^2$

$a=(A_{11}+A_{22})/2 \quad \rightarrow \quad a=15{,}25$

$b^2= \quad [(A_{11}-A_{22})/2]^2+A_{12}^2 \quad \rightarrow \quad b^2=0{,}06$

$(x-15{,}25)^2+y^2=0{,}06$





Radio Torsional:

$$I_P = \sum_i R_i r_i^2 \rightarrow$$

I_P= 43,7

$$r_{xx}^2 = \frac{I_P}{\sum Rx_i} \rightarrow$$

r_{xx}^2= 2,82

$$r_{yy}^2 = \frac{I_P}{\sum Ry_i} \rightarrow$$

r_{yy}^2= 2,91

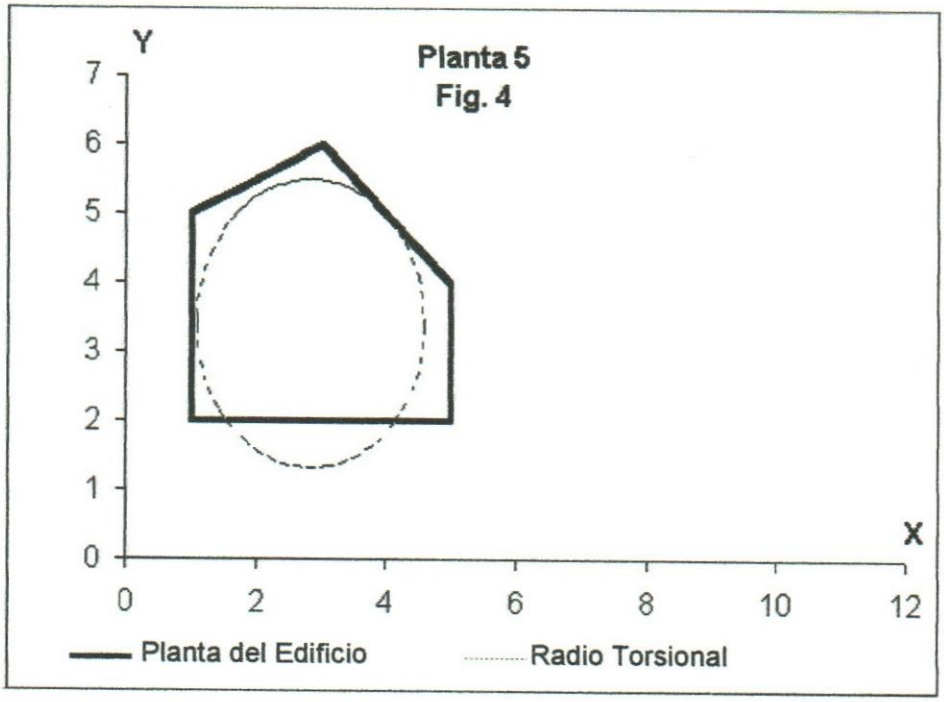
Dimensiones de los semi-ejes del núcleo central:

Semi-eje paralelo a x:

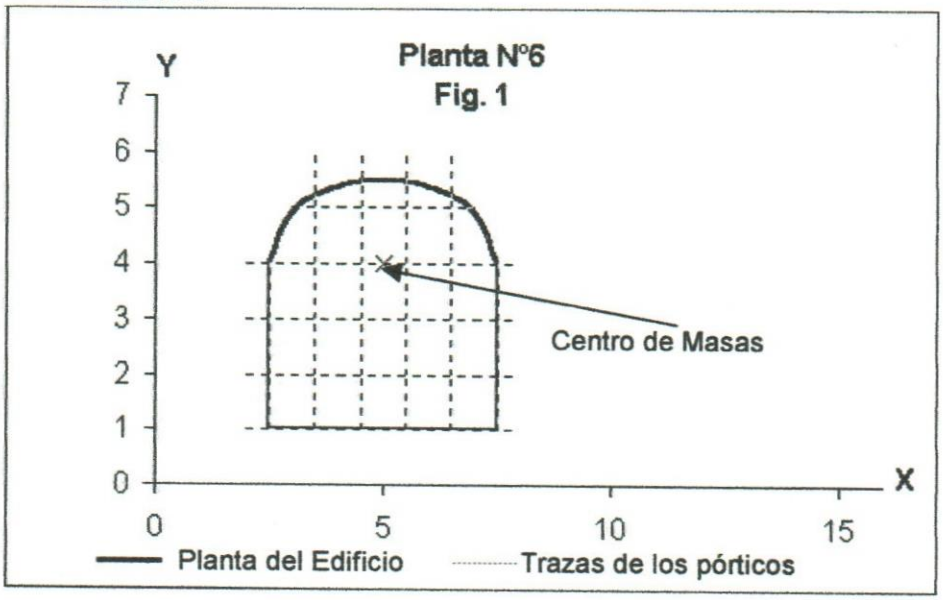
r_{xx}^2/c= 2,82/1,6=1,76

Semi-eje paralelo a y:

r_{yy}^2/c= 2,91/2,2=2,08



Planta N°6:



l_i: $a_i x + b_i y + c_i = 0$

Ri=RIGIDEZ DE CADA PORTICO

	l_i					R_i
l_1:	x	-	2,5	=	0	3,00
l_2:	x	-	3,5	=	0	4,00
l_3:	x	-	4,5	=	0	4,50
l_4:	x	-	5,5	=	0	4,50
l_5:	x	-	6,5	=	0	4,00
l_6:	x	-	7,5	=	0	3,00
l_7:	y	-	5,0	=	0	5,00
l_8:	y	-	4,0	=	0	5,00
l_9:	y	-	3,0	=	0	5,00
l_{10}:	y	-	2,0	=	0	5,00
l_{11}:	y	-	1,0	=	0	3,00

$$A_{11} = \sum_{i=1}^{n}\left(\frac{R_i a_i^2}{a_i^2 + b_i^2}\right) \rightarrow$$ A_{11}= 23

$$A_{12} = \sum_{i=1}^{n}\left(\frac{R_i a_i b_i}{a_i^2 + b_i^2}\right) \rightarrow$$ A_{12}= 0

$$A_{22} = \sum_{i=1}^{n}\left(\frac{R_i b_i^2}{a_i^2 + b_i^2}\right) \rightarrow$$ A_{22}= 23

$$P_1 = -\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{R_i a_i c_i}{a_i^2 + b_i^2}\right) \rightarrow$$ P_1= 115

$$P_2 = -\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{R_i b_i c_i}{a_i^2 + b_i^2}\right) \rightarrow$$ P_2= 73

$$x_o = \frac{P_1 A_{22} - P_2 A_{12}}{A_{11}A_{22} - A_{12}^2} \rightarrow$$ X_0= 5,00

$$y_o = \frac{P_2 A_{11} - P_1 A_{12}}{A_{11}A_{22} - A_{12}^2} \rightarrow$$ Y_0= 3,17

Dirección de los ejes principales:

$$\alpha = \frac{1}{2}\operatorname{arctg}\left(\frac{2A_{12}}{A_{11} - A_{22}}\right) \rightarrow$$

La dirección de los ejes principales de la elipse de rigidez es cualquiera, ya que se forma una circunferencia de rigidez

Ecuación de la circunferencia de rigidez

$23x^2 + 23y^2 - 230x - 46y = 1$

Centro de la circunferencia:

x_o= 5,00 y_o= 3,17

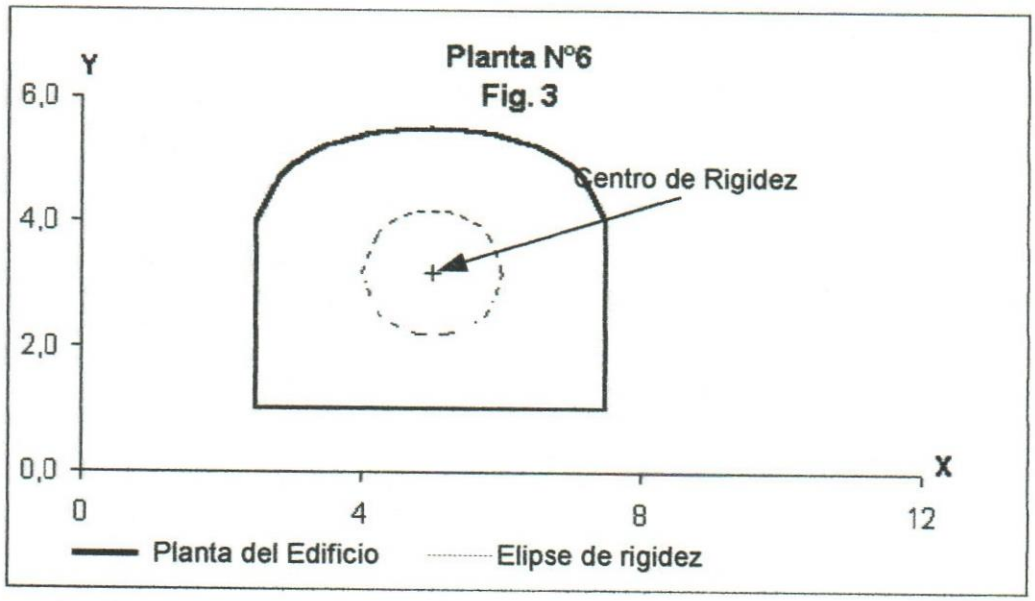
Ecuación del círculo de Mohr:

$(x-a)^2+y^2=b^2$

$a=(A_{11}+A_{22})/2 \rightarrow a=23{,}00$

$b^2= [(A_{11}-A_{22})/2]^2+A_{12}^2 \rightarrow b^2=0$

$(x-23)^2+y^2=0$



Radio Torsional:

$$I_P = \sum_i R_i r_i^2 \rightarrow$$

$I_P=$ 99,1

$$r_{xx}^2 = \frac{I_P}{\sum Rx_i} \rightarrow$$

$r_{xx}^2=$ 4,31

$$r_{yy}^2 = \frac{I_P}{\sum Ry_i} \rightarrow$$

$r_{yy}^2=$ 4,31

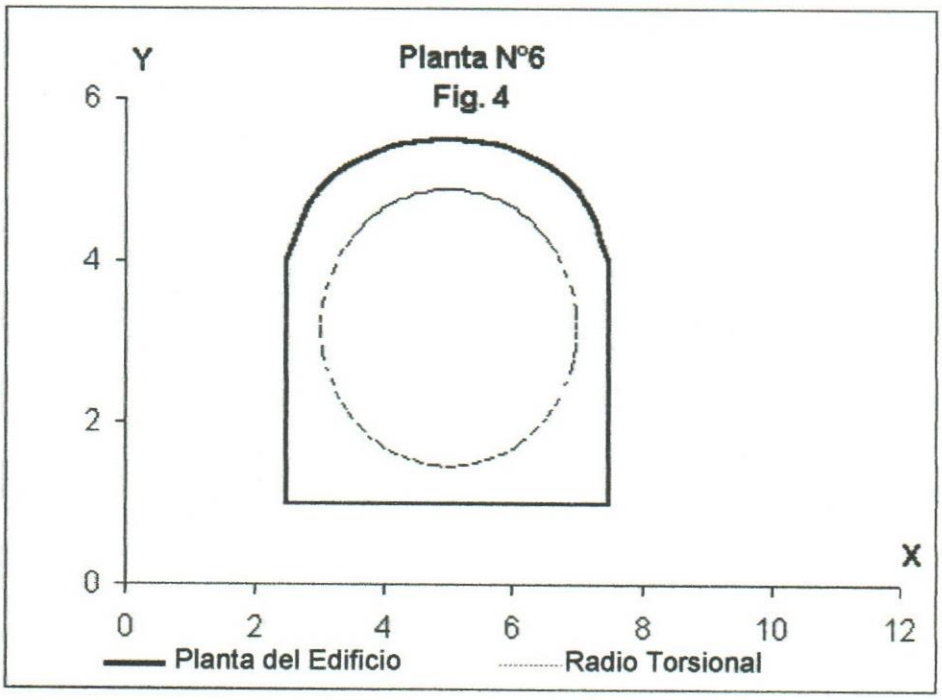
Dimensiones de los semi-ejes del núcleo central:

Semi-eje paralelo a x:

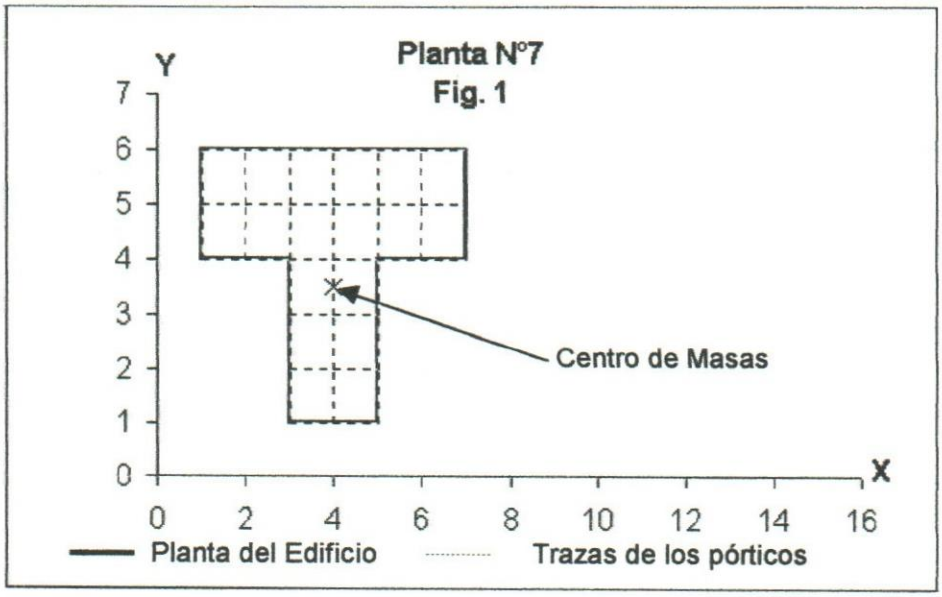
$r_{xx}^2/c=$ 1,98

Semi-eje paralelo a y:

$r_{yy}^2/c=$ 1,72



Planta N°7:



l_i: $a_i x + b_i y + c_i = 0$

Ri=RIGIDEZ DE CADA PORTICO

l_i						R_i
l_1:	x	-	1	=	0	2,00
l_2:	x	-	2	=	0	2,00
l_3:	x	-	3	=	0	5,00
l_4:	x	-	4	=	0	5,00
l_5:	x	-	5	=	0	5,00
l_6:	x	-	6	=	0	2,00
l_7:	x	-	7	=	0	2,00
l_8:	y	-	6	=	0	6,00
l_9:	y	-	5	=	0	6,00
l_{10}:	y	-	4	=	0	6,00
l_{11}:	y	-	3	=	0	2,00
l_{12}:	y	-	2	=	0	2,00
l_{13}:	y	-	1	=	0	2,00

$$A_{11} = \sum_{i=1}^{n}\left(\frac{R_i a_i^2}{a_i^2 + b_i^2}\right) \rightarrow$$ A_{11}= 23,00

$$A_{12} = \sum_{i=1}^{n}\left(\frac{R_i a_i b_i}{a_i^2 + b_i^2}\right) \rightarrow$$ A_{12}= 0,00

$$A_{22} = \sum_{i=1}^{n}\left(\frac{R_i b_i^2}{a_i^2 + b_i^2}\right) \rightarrow$$ A_{22}= 24,00

$$P_1 = -\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{R_i a_i c_i}{a_i^2 + b_i^2}\right) \rightarrow$$ P_1= 92,0

$$P_2 = -\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{R_i b_i c_i}{a_i^2 + b_i^2}\right) \rightarrow$$ P_2= 102,0

$$x_o = \frac{P_1 A_{22} - P_2 A_{12}}{A_{11}A_{22} - A_{12}^2} \rightarrow$$ X_0= 4,00

$$y_o = \frac{P_2 A_{11} - P_1 A_{12}}{A_{11}A_{22} - A_{12}^2} \rightarrow$$ Y_0= 4,25

Dirección de los ejes principales:

$$\alpha = \frac{1}{2}\operatorname{arctg}\left(\frac{2A_{12}}{A_{11} - A_{22}}\right) \rightarrow$$ α = 0

Ecuaciones de los ejes principales de la elipse de rigidez

$\mathrm{Sen}\alpha(x-x_o)-\mathrm{Cos}\alpha(y-y_o)=0$	→	y - 4,25 = 0
$\mathrm{Cos}\alpha(x-x_o)+\mathrm{Sen}\alpha(y-y_o)=0$	→	x - 4,00 = 0

Ecuación de la elipse de rigidez

$23x^2 + 24y^2 - 184x - 204y = 1$

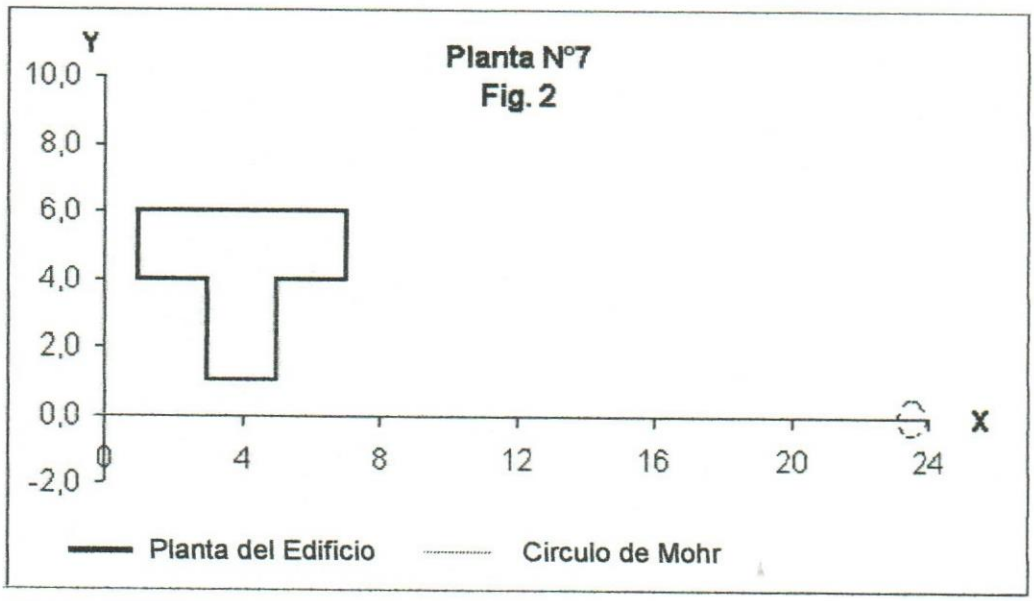
Ecuación del círculo de Mohr:

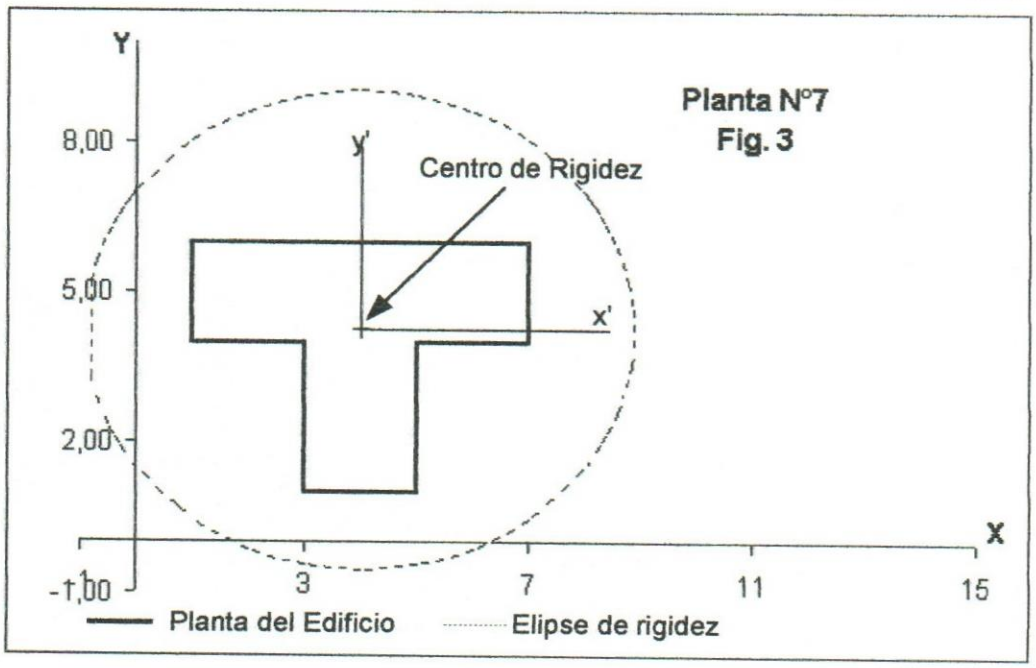
$(x-a)^2+y^2=b^2$

$a=(A_{11}+A_{22})/2 \rightarrow a=23,50$

$b^2= [(A_{11}-A_{22})/2]^2+A_{12}^2 \rightarrow b^2=0,25$

$(x-23,5)^2+y^2=0,25$





Radio Torsional:

$$I_P = \sum_i R_i r_i^2 \rightarrow$$

I_P= 118,5

$$r_{xx}^2 = \frac{I_P}{\sum Rx_i} \rightarrow$$

r_{xx}^2= 5,15

$$r_{yy}^2 = \frac{I_P}{\sum Ry_i} \rightarrow$$

r_{yy}^2= 4,94

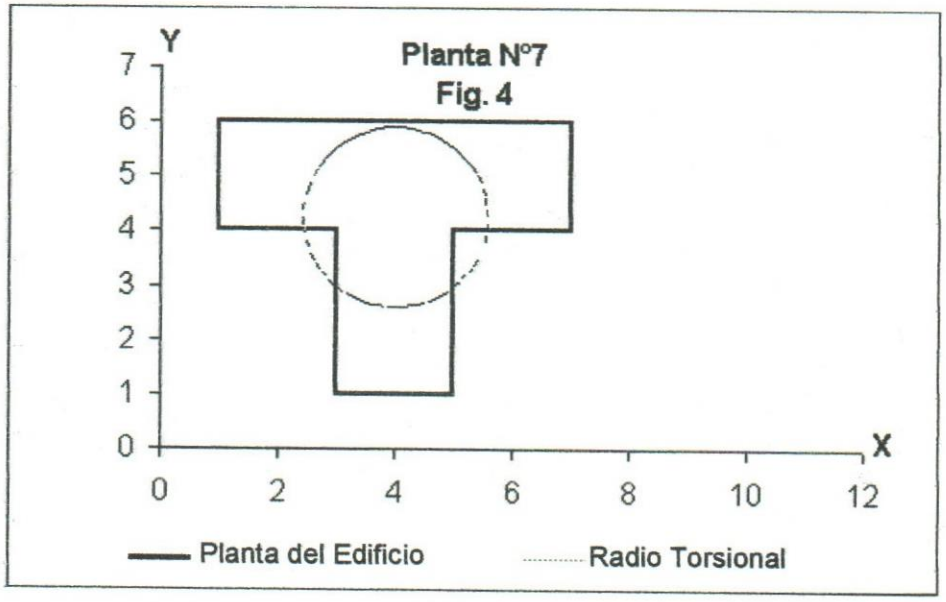
Dimensiones de los semi-ejes del núcleo central:

Semi-eje paralelo a x:

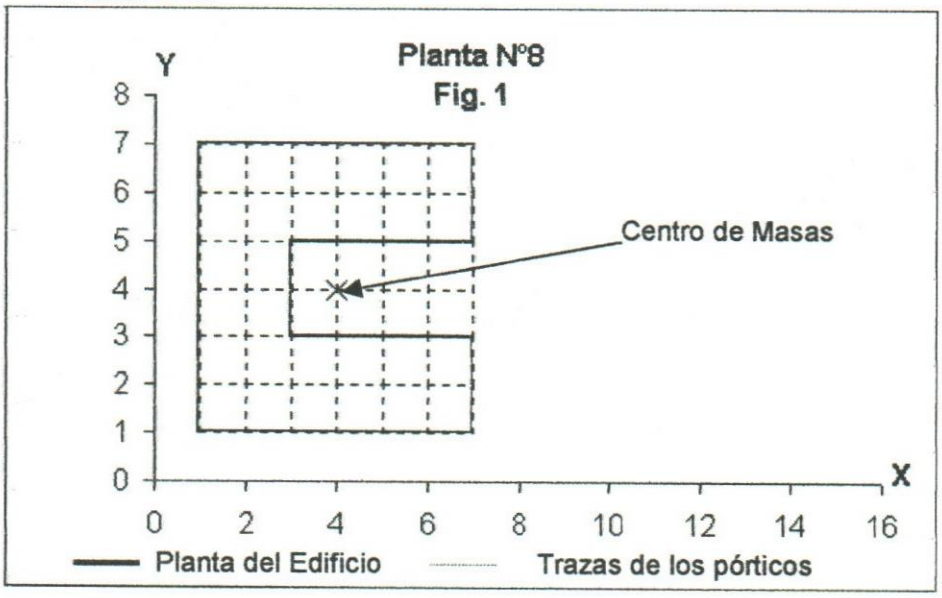
r_{xx}^2/c= 1,59

Semi-eje paralelo a y:

r_{yy}^2/c= 1,65



Planta N°8:



l_i: $a_i x + b_i y + c_i = 0$

Ri=RIGIDEZ DE CADA PORTICO

	l_i	R_i
l_1:	x - 1 = 0	6,00
l_2:	x - 2 = 0	6,00
l_3:	x - 3 = 0	6,00
l_4:	x - 4 = 0	4,00
l_5:	x - 5 = 0	4,00
l_6:	x - 6 = 0	4,00
l_7:	x - 7 = 0	4,00
l_8:	y - 7 = 0	6,00
l_9:	y - 6 = 0	6,00
l_{10}:	y - 5 = 0	6,00
l_{11}:	y - 4 = 0	2,00
l_{12}:	y - 3 = 0	6,00
l_{13}:	y - 2 = 0	6,00
l_{14}:	y - 1 = 0	6,00

$$A_{11} = \sum_{i=1}^{n}\left(\frac{R_i a_i^2}{a_i^2 + b_i^2}\right) \rightarrow$$ A_{11}= 34,00

$$A_{12} = \sum_{i=1}^{n}\left(\frac{R_i a_i b_i}{a_i^2 + b_i^2}\right) \rightarrow$$ A_{12}= 0,00

$$A_{22} = \sum_{i=1}^{n}\left(\frac{R_i b_i^2}{a_i^2 + b_i^2}\right) \rightarrow$$ A_{22}= 38,00

$$P_1 = -\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{R_i a_i c_i}{a_i^2 + b_i^2}\right) \rightarrow$$ P_1= 124

$$P_2 = -\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{R_i b_i c_i}{a_i^2 + b_i^2}\right) \rightarrow$$ P_2= 152,0

$$X_o = \frac{P_1 A_{22} - P_2 A_{12}}{A_{11}A_{22} - A_{12}^2} \rightarrow$$ X_0= 3,65

$$y_o = \frac{P_2 A_{11} - P_1 A_{12}}{A_{11}A_{22} - A_{12}^2} \rightarrow$$ Y_0= 4,00

Dirección de los ejes principales:

$$\alpha = \frac{1}{2}\operatorname{arctg}\left(\frac{2A_{12}}{A_{11} - A_{22}}\right) \rightarrow$$ α = 0

Ecuaciones de los ejes principales de la elipse de rigidez

$\mathrm{Sen}\alpha(x-x_o)-\mathrm{Cos}\alpha(y-y_o)=0$	→	y	-	4,00	=	0
$\mathrm{Cos}\alpha(x-x_o)+\mathrm{Sen}\alpha(y-y_o)=0$	→	x	-	3,65	=	0

Ecuación de la elipse de rigidez

$34x^2 + 38y^2 - 248x - 304y = 1$

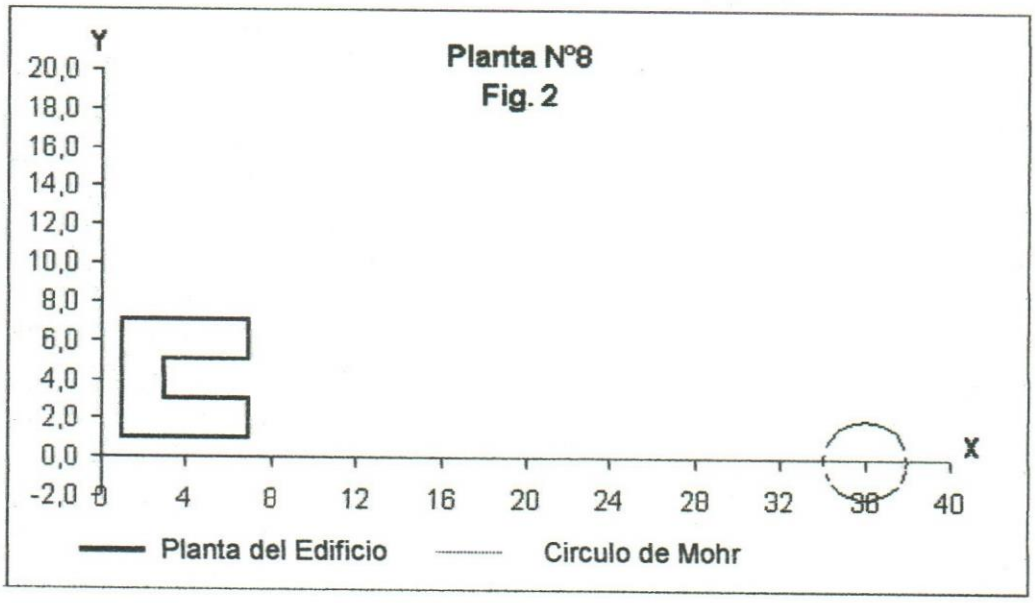
Ecuación del círculo de Mohr:

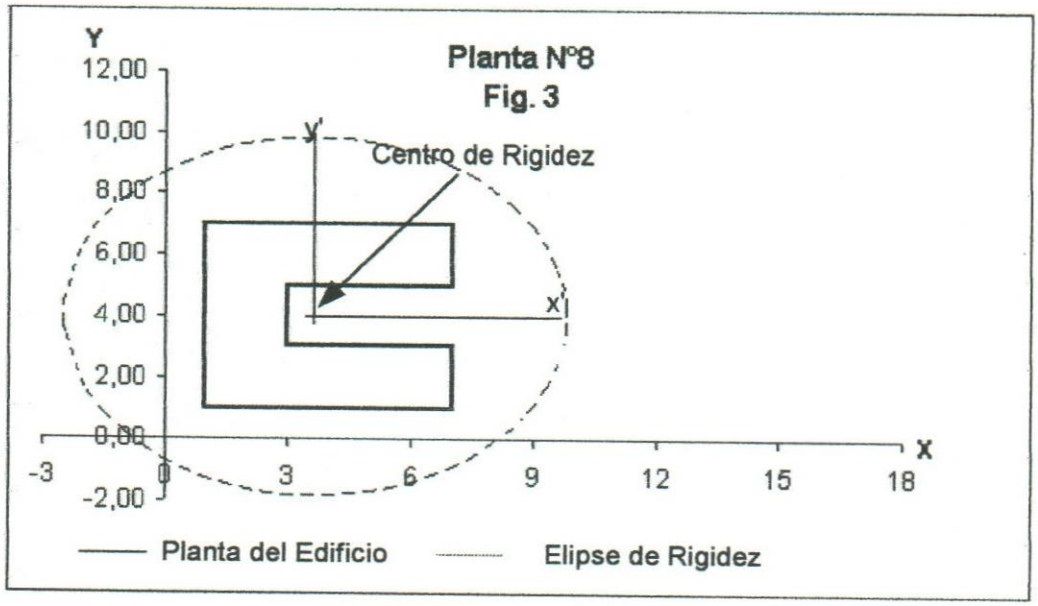
$(x-a)^2+y^2=b^2$

$a=(A_{11}+A_{22})/2 \rightarrow a=36{,}00$

$b^2= [(A_{11}-A_{22})/2]^2+A_{12}^2 \rightarrow b^2=4{,}00$

$(x-36)^2+y^2=4$





Radio Torsional:

$$I_P = \sum_i R_i r_i^2 \rightarrow$$

I_P= 303,8

$$r_{xx}^2 = \frac{I_P}{\sum Rx_i} \rightarrow$$

r_{xx}^2= 8,93

$$r_{yy}^2 = \frac{I_P}{\sum Ry_i} \rightarrow$$

r_{yy}^2= 7,99

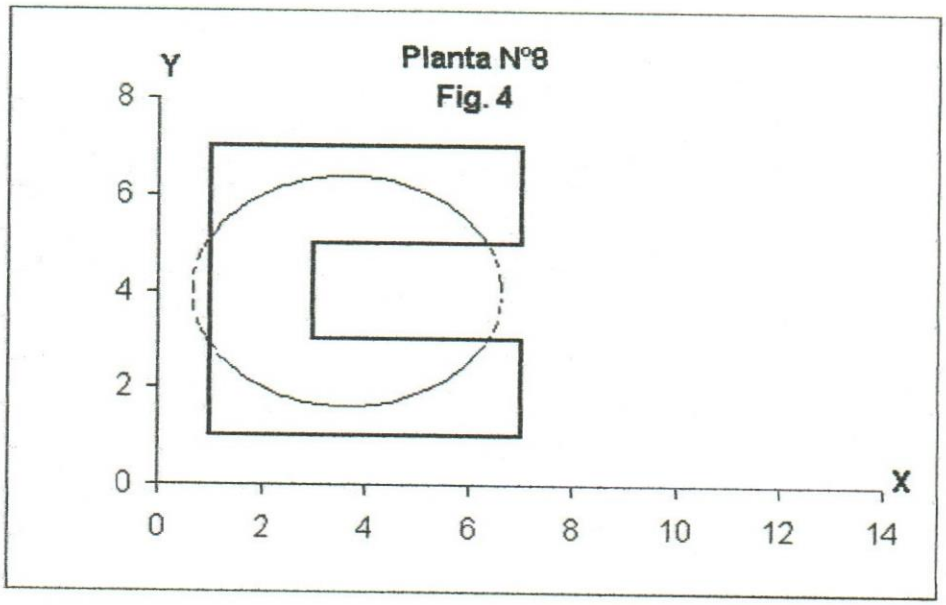
Dimensiones de los semi-ejes del núcleo central:

Semi-eje paralelo a x:

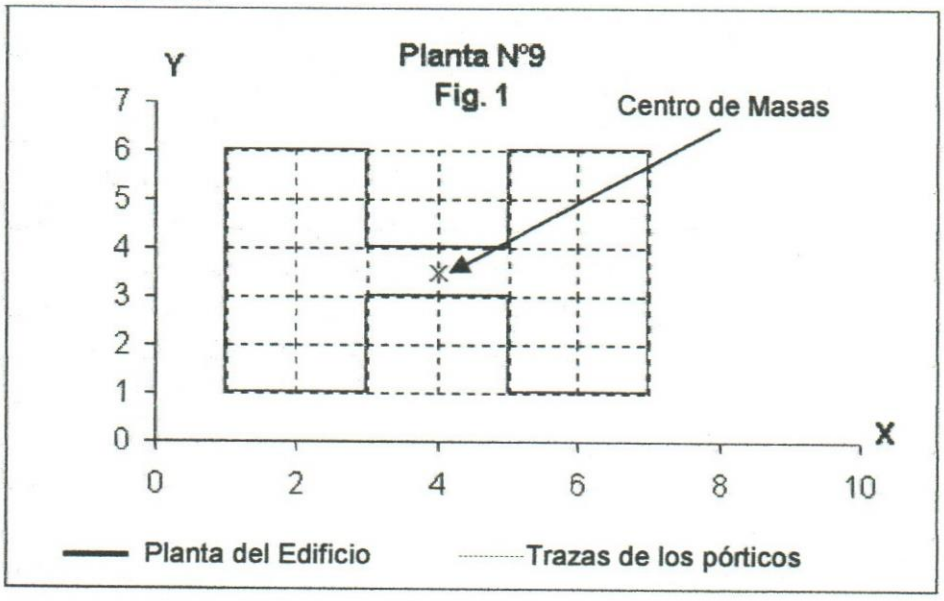
r_{xx}^2/c= 2,98

Semi-eje paralelo a y:

r_{yy}^2/c= 2,38



Planta N°9:



l_i: $a_i x + b_i y + c_i = 0$

Ri=RIGIDEZ DE CADA PORTICO

	l_i	R_i
l_1:	x - 1 = 0	5,00
l_2:	x - 2 = 0	5,00
l_3:	x - 3 = 0	5,00
l_4:	x - 4 = 0	1,00
l_5:	x - 5 = 0	5,00
l_6:	x - 6 = 0	5,00
l_7:	x - 7 = 0	5,00
l_8:	y - 6 = 0	4,00
l_9:	y - 5 = 0	4,00
l_{10}:	y - 4 = 0	6,00
l_{11}:	y - 3 = 0	6,00
l_{12}:	y - 2 = 0	4,00
l_{13}:	y - 1 = 0	4,00

$$A_{11} = \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{R_i a_i^2}{a_i^2 + b_i^2} \right) \rightarrow$$

A_{11}=31,00

$$A_{12} = \sum_{i=1}^{n}\left(\frac{R_i a_i b_i}{a_i^2 + b_i^2}\right) \rightarrow \qquad A_{12} = 0{,}00$$

$$A_{22} = \sum_{i=1}^{n}\left(\frac{R_i b_i^2}{a_i^2 + b_i^2}\right) \rightarrow \qquad A_{22} = 28{,}00$$

$$P_1 = -\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{R_i a_i c_i}{a_i^2 + b_i^2}\right) \rightarrow \qquad P_1 = 124$$

$$P_2 = -\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{R_i b_i c_i}{a_i^2 + b_i^2}\right) \rightarrow \qquad P_2 = 98{,}0$$

$$x_o = \frac{P_1 A_{22} - P_2 A_{12}}{A_{11} A_{22} - A_{12}^2} \rightarrow \qquad X_0 = 4{,}00$$

$$y_o = \frac{P_2 A_{11} - P_1 A_{12}}{A_{11} A_{22} - A_{12}^2} \rightarrow \qquad Y_0 = 3{,}50$$

Dirección de los ejes principales:

$$\alpha = \frac{1}{2}\operatorname{arctg}\left(\frac{2A_{12}}{A_{11} - A_{22}}\right) \rightarrow \qquad \alpha = 0$$

Ecuaciones de los ejes principales de la elipse de rigidez

$\text{Sen}\alpha(x-x_o)-\text{Cos}\alpha(y-y_o)=0 \quad \rightarrow \quad y - 3{,}50 = 0$

$\text{Cos}\alpha(x-x_o)+\text{Sen}\alpha(y-y_o)=0 \quad \rightarrow \quad x - 4{,}00 = 0$

Ecuación de la elipse de rigidez

$31x^2 + 28y^2 - 248x - 196y = 1$

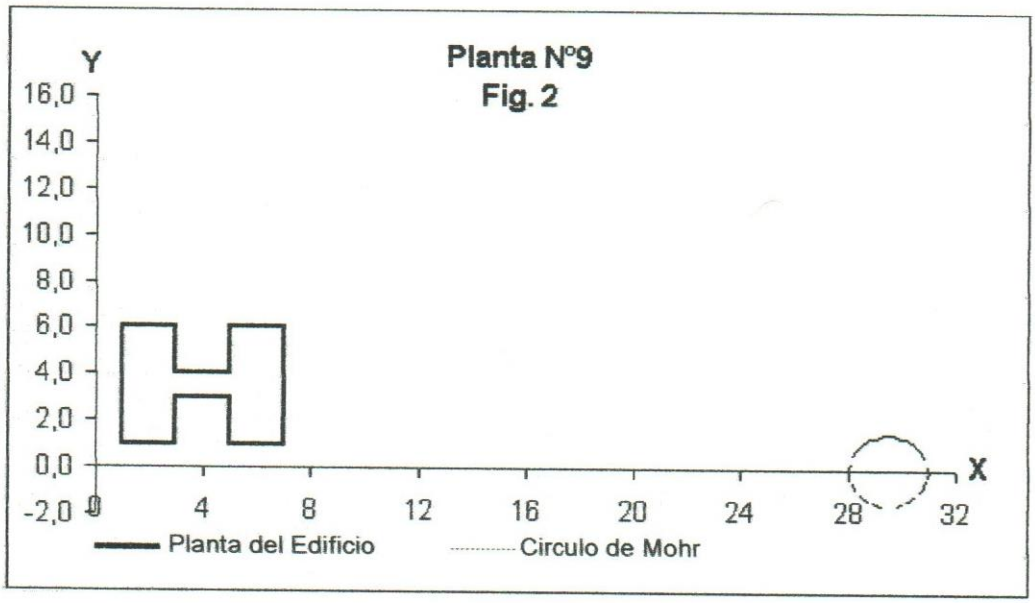
Ecuación del círculo de Mohr:

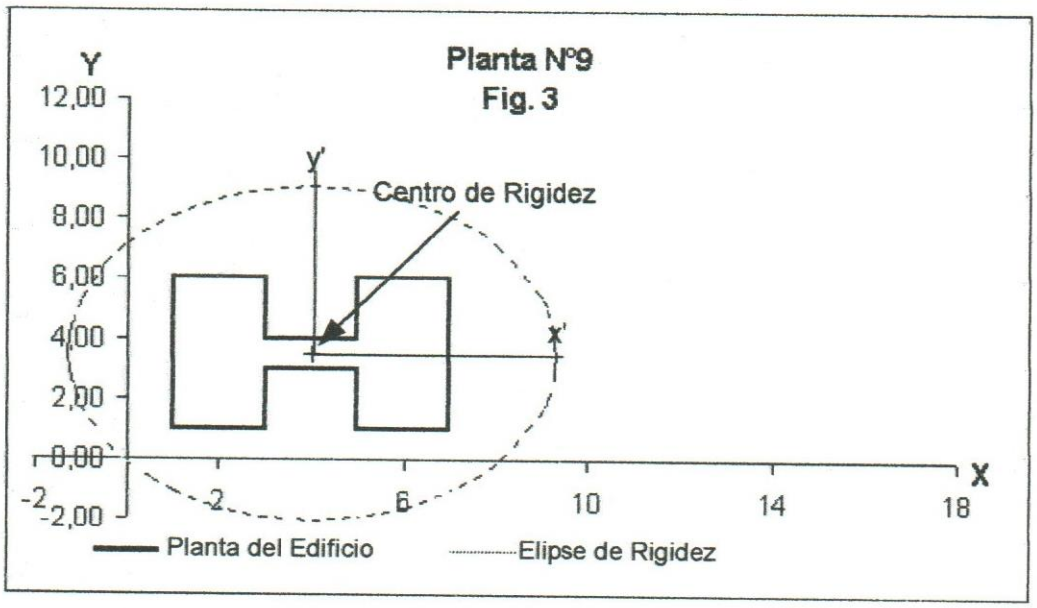
$(x-a)^2+y^2=b^2$

$a=(A_{11}+A_{22})/2 \rightarrow a=29,50$

$b^2= [(A_{11}-A_{22})/2]^2+A_{12}^2 \rightarrow b^2=2,25$

$(x-29,5)^2+y^2=2,25$





Radio Torsional:

$$I_P = \sum_i R_i r_i^2 \rightarrow$$

I_P= 211,0

$$r_{xx}^2 = \frac{I_P}{\sum Rx_i} \rightarrow$$

r_{xx}^2= 6,81

$$r_{yy}^2 = \frac{I_P}{\sum Ry_i} \rightarrow$$

r_{yy}^2= 7,54

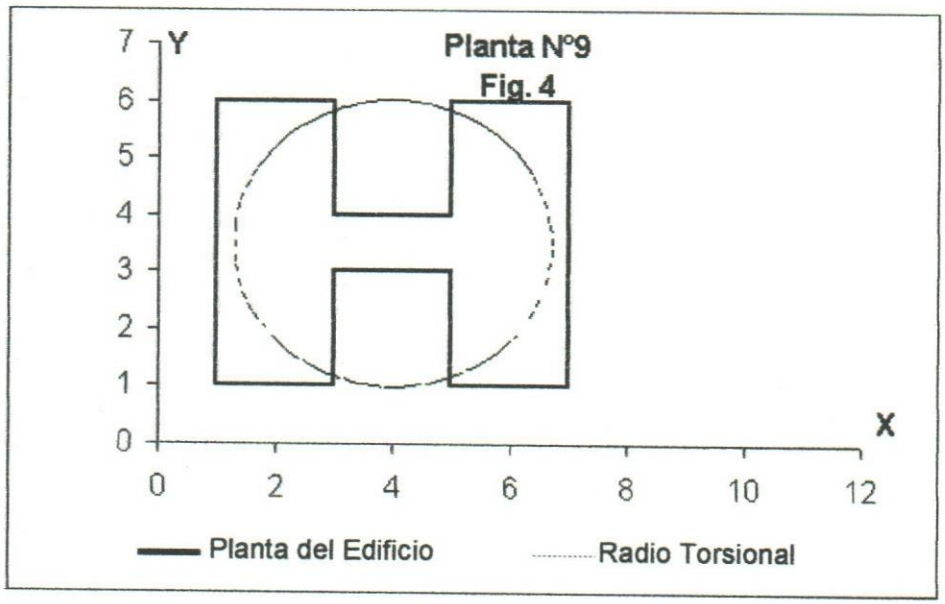
Dimensiones de los semi-ejes del núcleo central:

Semi-eje paralelo a x:

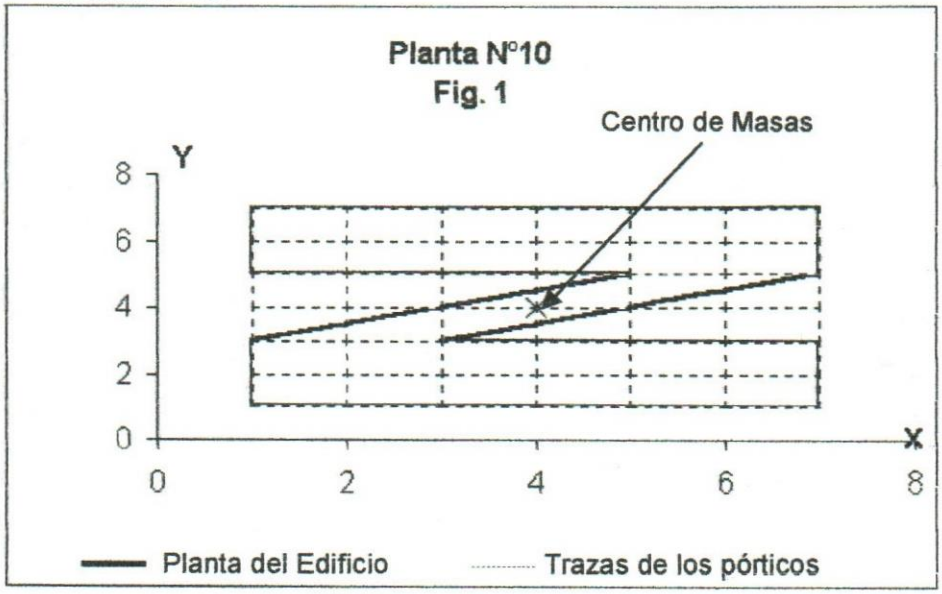
r_{xx}^2/c= 2,72

Semi-eje paralelo a y:

r_{yy}^2/c= 2,51



Planta N°10:



l_i: $a_i x + b_i y + c_i = 0$

Ri=RIGIDEZ DE CADA PORTICO

	l_i	R_i
l_1:	x - 1 = 0	4,00
l_2:	x - 2 = 0	4,50
l_3:	x - 3 = 0	5,00
l_4:	x - 4 = 0	5,00
l_5:	x - 5 = 0	5,00
l_6:	x - 6 = 0	4,50
l_7:	x - 7 = 0	4,00
l_8:	y - 7 = 0	6,00
l_9:	y - 6 = 0	6,00
l_{10}:	y - 5 = 0	6,00
l_{11}:	y - 4 = 0	2,00
l_{12}:	y - 3 = 0	6,00
l_{13}:	y - 2 = 0	6,00
l_{14}:	y - 1 = 0	6,00

$$A_{11} = \sum_{i=1}^{n}\left(\frac{R_i a_i^2}{a_i^2 + b_i^2}\right) \rightarrow$$

A_{11}= 32,00

$$A_{12} = \sum_{i=1}^{n}\left(\frac{R_i a_i b_i}{a_i^2 + b_i^2}\right) \rightarrow$$

A_{12}= 0,00

$$A_{22} = \sum_{i=1}^{n}\left(\frac{R_i b_i^2}{a_i^2 + b_i^2}\right) \rightarrow$$

A_{22}= 38,00

$$P_1 = -\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{R_i a_i c_i}{a_i^2 + b_i^2}\right) \rightarrow$$

P_1= 128,0

$$P_2 = -\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{R_i b_i c_i}{a_i^2 + b_i^2}\right) \rightarrow$$

P_2= 152,0

$$x_o = \frac{P_1 A_{22} - P_2 A_{12}}{A_{11} A_{22} - A_{12}^2} \rightarrow$$

X_0= 4,00

$$y_o = \frac{P_2 A_{11} - P_1 A_{12}}{A_{11} A_{22} - A_{12}^2} \rightarrow$$

Y_0= 4,00

Dirección de los ejes principales:

$$\alpha = \frac{1}{2}\,\mathrm{arctg}\left(\frac{2A_{12}}{A_{11} - A_{22}}\right) \rightarrow$$

α = 0

Ecuaciones de los ejes principales de la elipse de rigidez

$\mathrm{Sen}\alpha(x-x_o)-\mathrm{Cos}\alpha(y-y_o)=0$ → y - 4,00 = 0

$\mathrm{Cos}\alpha(x-x_o)+\mathrm{Sen}\alpha(y-y_o)=0$ → x - 4,00 = 0

Ecuación de la elipse de rigidez

$32x^2 + 38y^2 - 256x - 304y = 1$

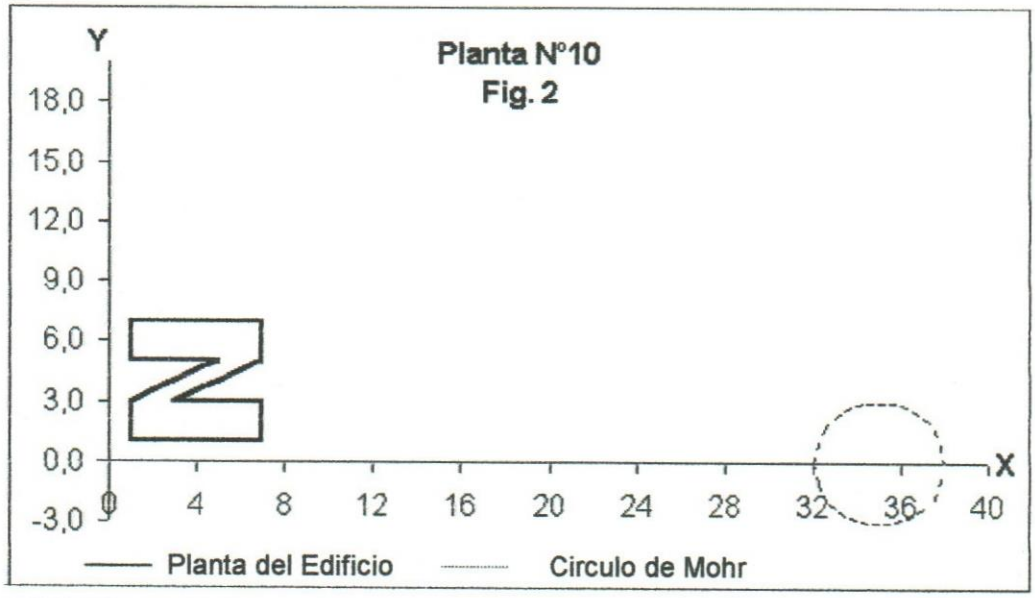
Ecuación del círculo de Mohr:

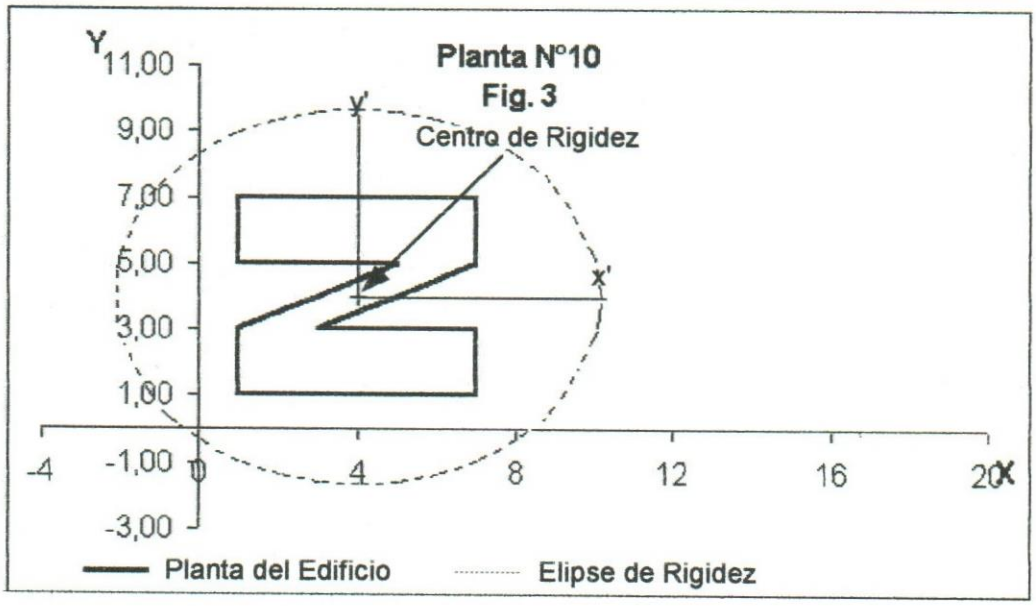
$(x-a)^2+y^2=b^2$

$a=(A_{11}+A_{22})/2 \rightarrow a=35{,}00$

$b^2= [(A_{11}-A_{22})/2]^2+A_{12}^2 \rightarrow b^2=9{,}00$

$(x-35)^2+y^2=9$





Radio Torsional:

$$I_P = \sum_i R_i r_i^2 \rightarrow$$

I_P= 286,0

$$r_{xx}^2 = \frac{I_P}{\sum Rx_i} \rightarrow$$

r_{xx}^2= 8,94

$$r_{yy}^2 = \frac{I_P}{\sum Ry_i} \rightarrow$$

r_{yy}^2= 7,53

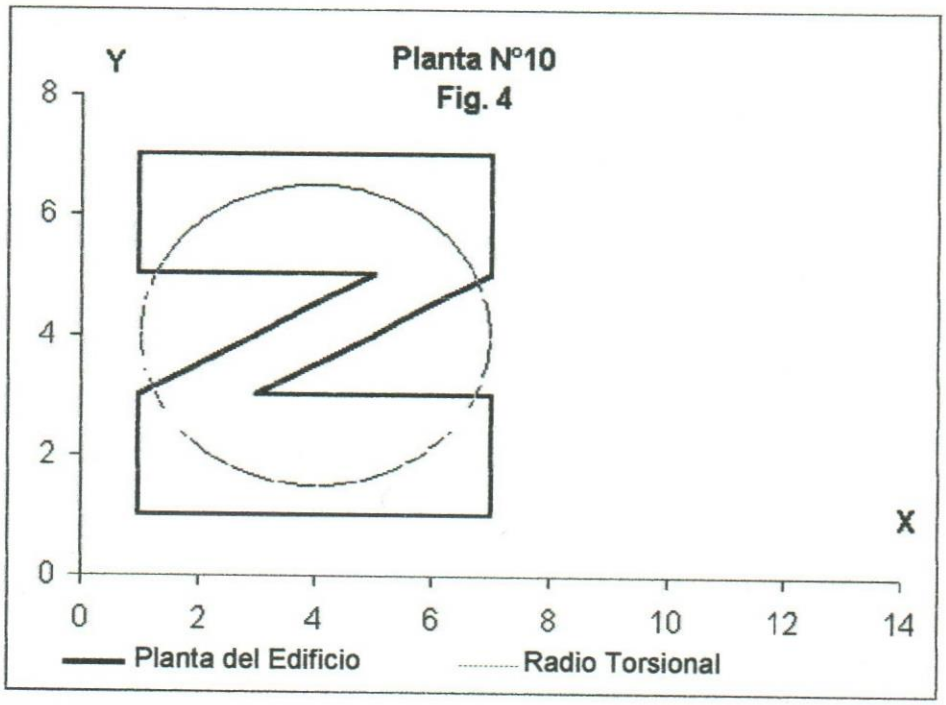
Dimensiones de los semi-ejes del núcleo central:

Semi-eje paralelo a x:

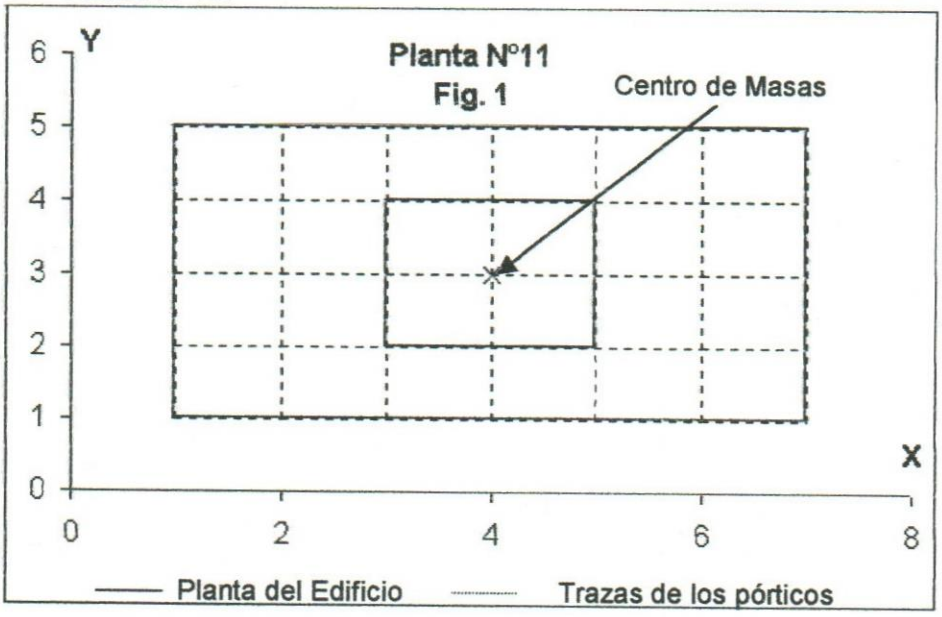
r_{xx}^2/c= 2,98

Semi-eje paralelo a y:

r_{yy}^2/c= 2,51



Planta N°11:



l_i: $a_i x + b_i y + c_i = 0$

Ri=RIGIDEZ DE CADA PORTICO

	l_i	R_i
l_1:	x - 1 = 0	4,00
l_2:	x - 2 = 0	4,00
l_3:	x - 3 = 0	4,00
l_4:	x - 4 = 0	2,00
l_5:	x - 5 = 0	4,00
l_6:	x - 6 = 0	4,00
l_7:	x - 7 = 0	4,00
l_8:	y - 5 = 0	6,00
l_9:	y - 4 = 0	6,00
l_{10}:	y - 3 = 0	4,00
l_{11}:	y - 2 = 0	6,00
l_{12}:	y - 1 = 0	6,00

$$A_{11} = \sum_{i=1}^{n}\left(\frac{R_i a_i^2}{a_i^2 + b_i^2}\right) \rightarrow$$ A_{11}= 26,00

$$A_{12} = \sum_{i=1}^{n}\left(\frac{R_i a_i b_i}{a_i^2 + b_i^2}\right) \rightarrow$$ A_{12}= 0,00

$$A_{22} = \sum_{i=1}^{n}\left(\frac{R_i b_i^2}{a_i^2 + b_i^2}\right) \rightarrow$$ A_{22}= 28,00

$$P_1 = -\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{R_i a_i c_i}{a_i^2 + b_i^2}\right) \rightarrow$$ P_1= 104,0

$$P_2 = -\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{R_i b_i c_i}{a_i^2 + b_i^2}\right) \rightarrow$$ P_2= 84,0

$$x_o = \frac{P_1 A_{22} - P_2 A_{12}}{A_{11} A_{22} - A_{12}^2} \rightarrow$$ X_0= 4,00

$$y_o = \frac{P_2 A_{11} - P_1 A_{12}}{A_{11} A_{22} - A_{12}^2} \rightarrow$$ Y_0= 3,00

Dirección de los ejes principales:

$$\alpha = \frac{1}{2}\operatorname{arctg}\left(\frac{2A_{12}}{A_{11} - A_{22}}\right) \rightarrow$$ α = 0

Ecuaciones de los ejes principales de la elipse de rigidez

$\text{Sen}\alpha(x-x_o)-\text{Cos}\alpha(y-y_o)=0$ → y - 3,00 = 0

$\text{Cos}\alpha(x-x_o)+\text{Sen}\alpha(y-y_o)=0$ → x - 4,00 = 0

Ecuación de la elipse de rigidez

$26x^2 + 28y^2 - 208x - 168y = 1$

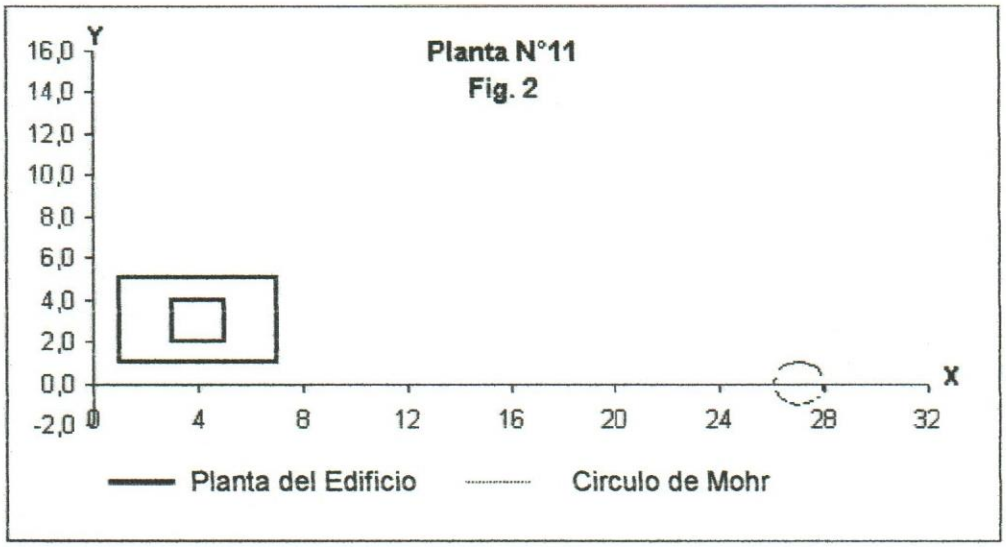
Ecuación del círculo de Mohr:

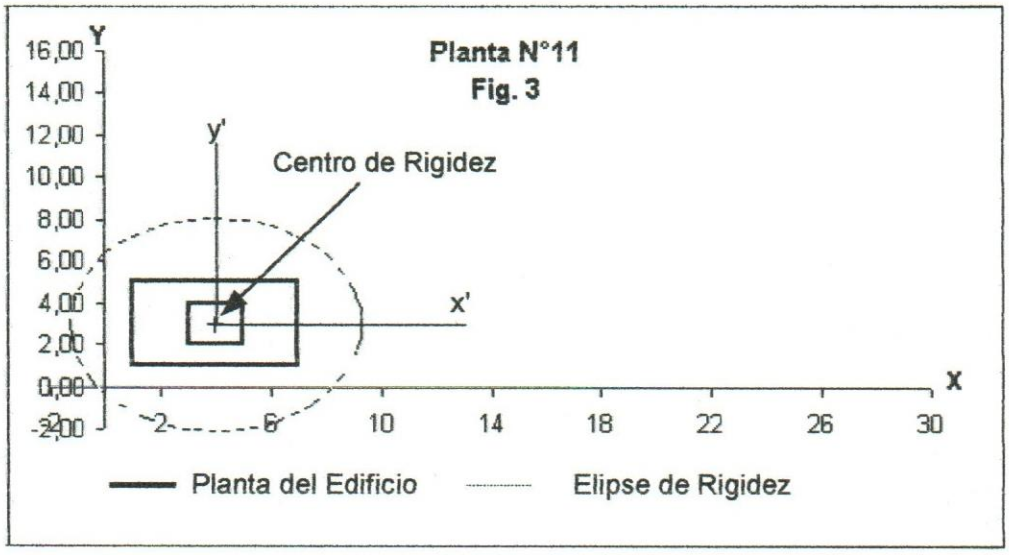
$(x-a)^2+y^2=b^2$

$a=(A_{11}+A_{22})/2 \rightarrow a=27{,}00$

$b^2= [(A_{11}-A_{22})/2]^2+A_{12}^2 \rightarrow b^2=1{,}00$

$(x-27)^2+y^2=1$





Radio Torsional:

$$I_P = \sum_i R_i r_i^2 \rightarrow$$

I_P= 172,0

$$r_{xx}^2 = \frac{I_P}{\sum Rx_i} \rightarrow$$

r_{xx}^2= 6,62

$$r_{yy}^2 = \frac{I_P}{\sum Ry_i} \rightarrow$$

r_{yy}^2= 6,14

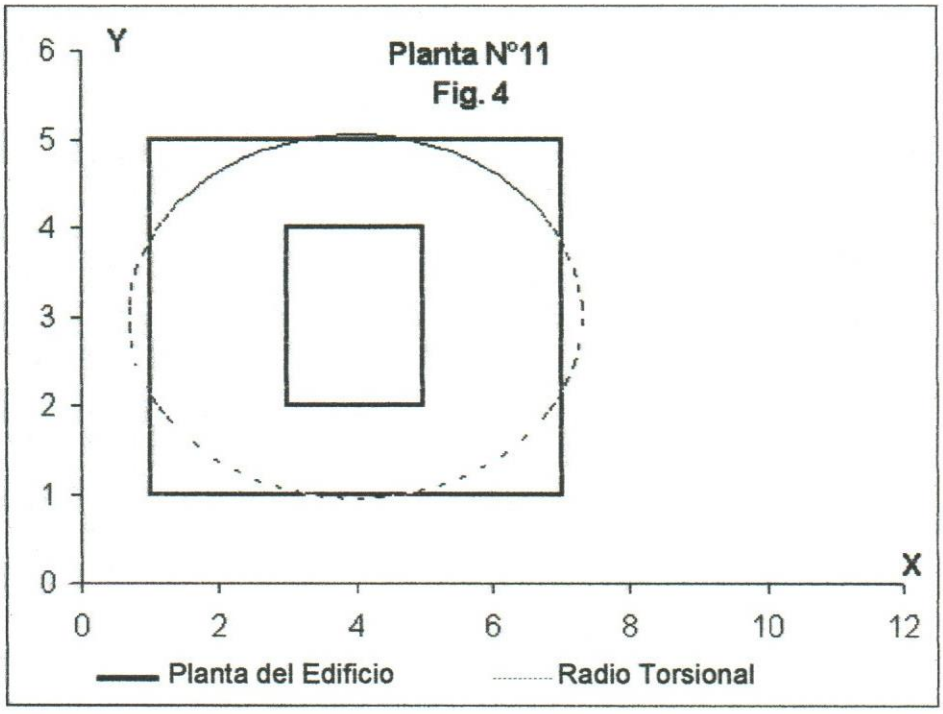
Dimensiones de los semi-ejes del núcleo central:

Semi-eje paralelo a x:

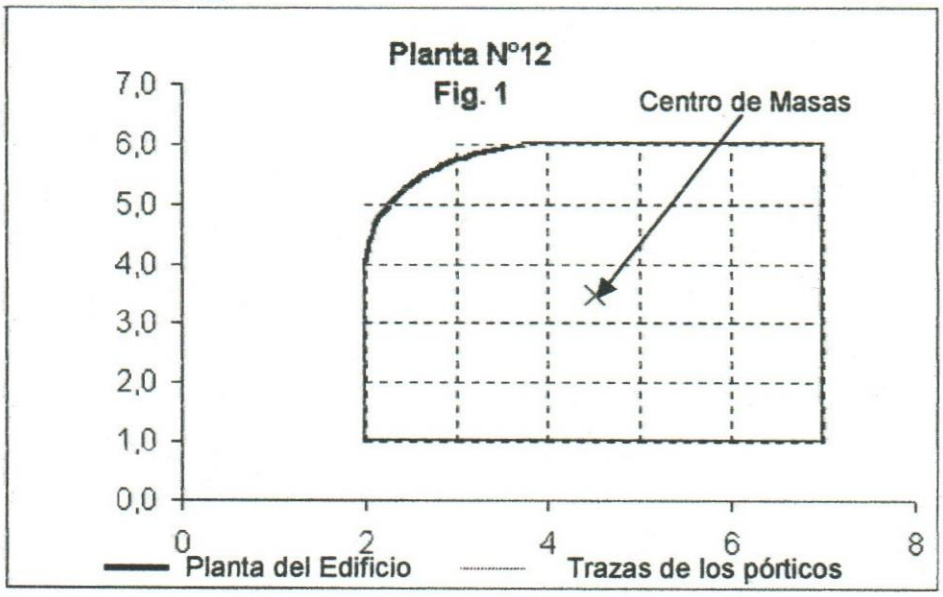
r_{xx}^2/c= 3,31

Semi-eje paralelo a y:

r_{yy}^2/c= 2,05



Planta N°12:



l_i: $a_i x + b_i y + c_i = 0$

Ri=RIGIDEZ DE CADA PORTICO

	l_i	R_i
l_1:	x - 2 = 0	3,50
l_2:	x - 3 = 0	4,50
l_3:	x - 4 = 0	5,00
l_4:	x - 5 = 0	5,00
l_5:	x - 6 = 0	5,00
l_6:	x - 7 = 0	5,00
l_7:	y - 6 = 0	3,50
l_8:	y - 5 = 0	4,50
l_9:	y - 4 = 0	5,00
l_{10}:	y - 3 = 0	5,00
l_{11}:	y - 2 = 0	5,00
l_{12}:	y - 1 = 0	5,00

$$A_{11} = \sum_{i=1}^{n}\left(\frac{R_i a_i^2}{a_i^2 + b_i^2}\right) \rightarrow$$

A_{11}= 28,00

$$A_{12} = \sum_{i=1}^{n}\left(\frac{R_i a_i b_i}{a_i^2 + b_i^2}\right) \rightarrow$$

A_{12}= 0,00

$$A_{22} = \sum_{i=1}^{n}\left(\frac{R_i b_i^2}{a_i^2 + b_i^2}\right) \rightarrow$$

A_{22}= 28,00

$$P_1 = -\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{R_i a_i c_i}{a_i^2 + b_i^2}\right) \rightarrow$$

P_1= 130,5

$$P_2 = -\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{R_i b_i c_i}{a_i^2 + b_i^2}\right) \rightarrow$$

P_2= 93,5

$$x_o = \frac{P_1 A_{22} - P_2 A_{12}}{A_{11} A_{22} - A_{12}^2} \rightarrow$$

X_0= 4,66

$$y_o = \frac{P_2 A_{11} - P_1 A_{12}}{A_{11} A_{22} - A_{12}^2} \rightarrow$$

Y_0= 3,34

Dirección de los ejes principales:

$$\alpha = \frac{1}{2}\,\mathrm{arctg}\left(\frac{2A_{12}}{A_{11} - A_{22}}\right) \rightarrow$$

La dirección de los ejes principales de la elipse de rigidez es cualquiera, ya que se forma una circunferencia de rigidez

Ecuación de la circunferencia de rigidez

$28x^2 + 28y^2 - 261\,x - 187\,y = 1$

Centro de la circunferencia:

x_o= 4,66 y_o= 3,34

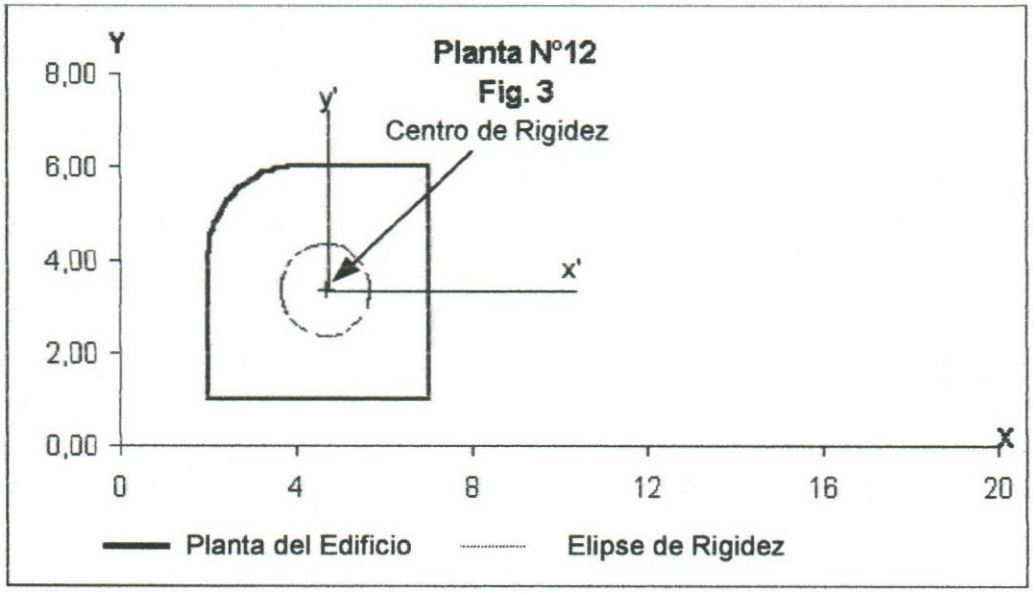
Ecuación del círculo de Mohr:

$(x-a)^2+y^2=b^2$

$a=(A_{11}+A_{22})/2 \rightarrow a=28{,}00$

$b^2= [(A_{11}-A_{22})/2]^2+A_{12}^2 \rightarrow b^2=0{,}00$

$(x-28)^2+y^2=0$



Radio Torsional:

$$I_P = \sum_i R_i r_i^2 \rightarrow$$

$I_P=$ 152,6

$$r_{xx}^2 = \frac{I_P}{\sum Rx_i} \rightarrow$$

$r_{xx}^2=$ 5,45

$$r_{yy}^2 = \frac{I_P}{\sum Ry_i} \rightarrow$$

$r_{yy}^2=$ 5,45

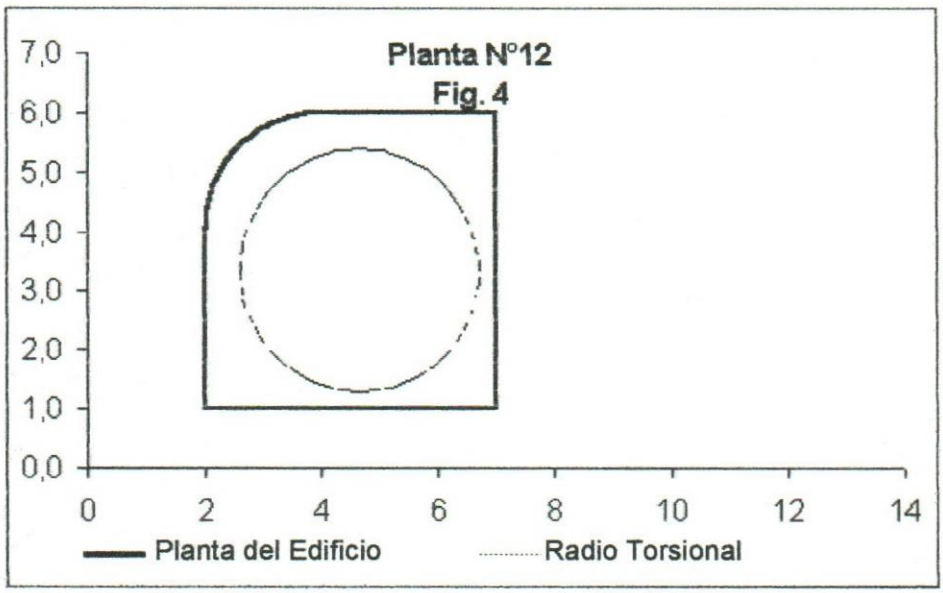
Dimensiones de los semi-ejes del núcleo central:

Semi-eje paralelo a x:

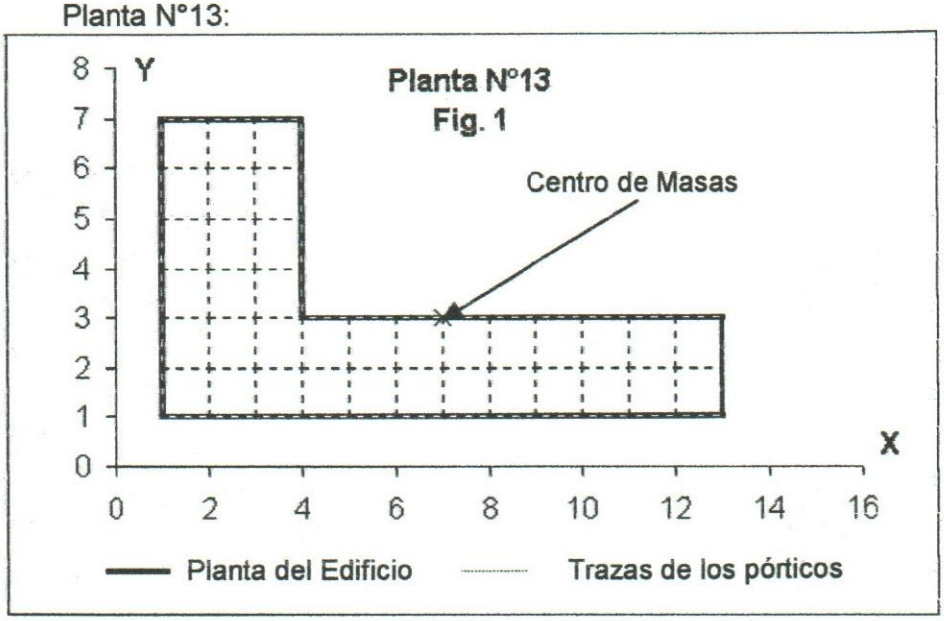
$r_{xx}^2/c=$ 2,05

Semi-eje paralelo a y:

$r_{yy}^2/c=$ 2,05



Planta N°13:



l_i: $a_i x + b_i y + c_i = 0$ Ri=RIGIDEZ DE CADA PORTICO

l_i	R_i
l_1: x - 1 = 0	6,00
l_2: x - 2 = 0	6,00
l_3: x - 3 = 0	6,00
l_4: x - 4 = 0	6,00
l_5: x - 5 = 0	2,00
l_6: x - 6 = 0	2,00
l_7: x - 7 = 0	2,00
l_8: x - 8 = 0	2,00
l_9: x - 9 = 0	2,00
l_{10}: x - 10 = 0	2,00
l_{11}: x - 11 = 0	2,00
l_{12}: x - 12 = 0	2,00
l_{13}: x - 13 = 0	2,00
l_{14}: y - 7 = 0	3,00
l_{15}: y - 6 = 0	3,00
l_{16}: y - 5 = 0	3,00
l_{17}: y - 4 = 0	3,00
l_{18}: y - 3 = 0	12,00
l_{19}: y - 2 = 0	12,00
l_{20}: y - 1 = 0	12,00

$$A_{11} = \sum_{i=1}^{n}\left(\frac{R_i a_i^2}{a_i^2 + b_i^2}\right) \rightarrow$$ A_{11}= 42,0

$$A_{12} = \sum_{i=1}^{n}\left(\frac{R_i a_i b_i}{a_i^2 + b_i^2}\right) \rightarrow$$ A_{12}= 0,00

$$A_{22} = \sum_{i=1}^{n}\left(\frac{R_i b_i^2}{a_i^2 + b_i^2}\right) \rightarrow$$ A_{22}= 48,00

$$P_1 = -\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{R_i a_i c_i}{a_i^2 + b_i^2}\right) \rightarrow$$ P_1= 222,0

$$P_2 = -\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{R_i b_i c_i}{a_i^2 + b_i^2}\right) \rightarrow$$ P_2= 138,0

$$x_o = \frac{P_1 A_{22} - P_2 A_{12}}{A_{11} A_{22} - A_{12}^2} \rightarrow$$ X_0= 5,29

$$y_o = \frac{P_2 A_{11} - P_1 A_{12}}{A_{11} A_{22} - A_{12}^2} \rightarrow$$ Y_0= 2,88

Dirección de los ejes principales:

$$\alpha = \frac{1}{2}\,\mathrm{arctg}\left(\frac{2A_{12}}{A_{11} - A_{22}}\right) \rightarrow$$ α = 0

Ecuaciones de los ejes principales de la elipse de rigidez

Senα(x-x_o)-Cosα(y-y_o)=0 → **y - 2,88 = 0**

$\cos\alpha(x-x_o)+\operatorname{Sen}\alpha(y-y_o)=0 \quad \rightarrow \quad x - 5{,}29 = 0$

Ecuación de la elipse de rigidez

$42x^2 + 48y^2 - 444\,x - 276\,y = 1$

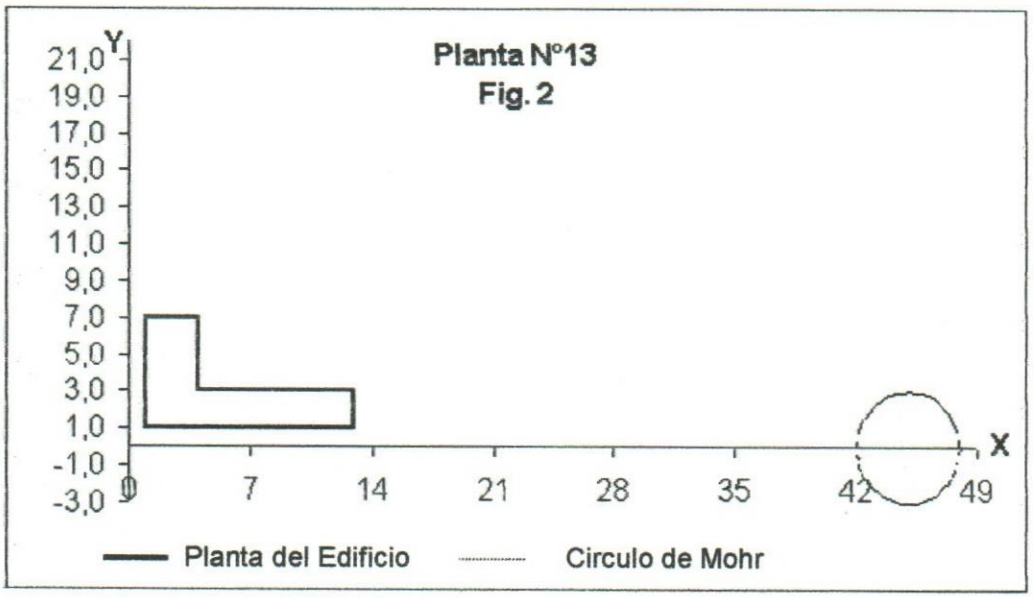
Ecuación del círculo de Mohr:

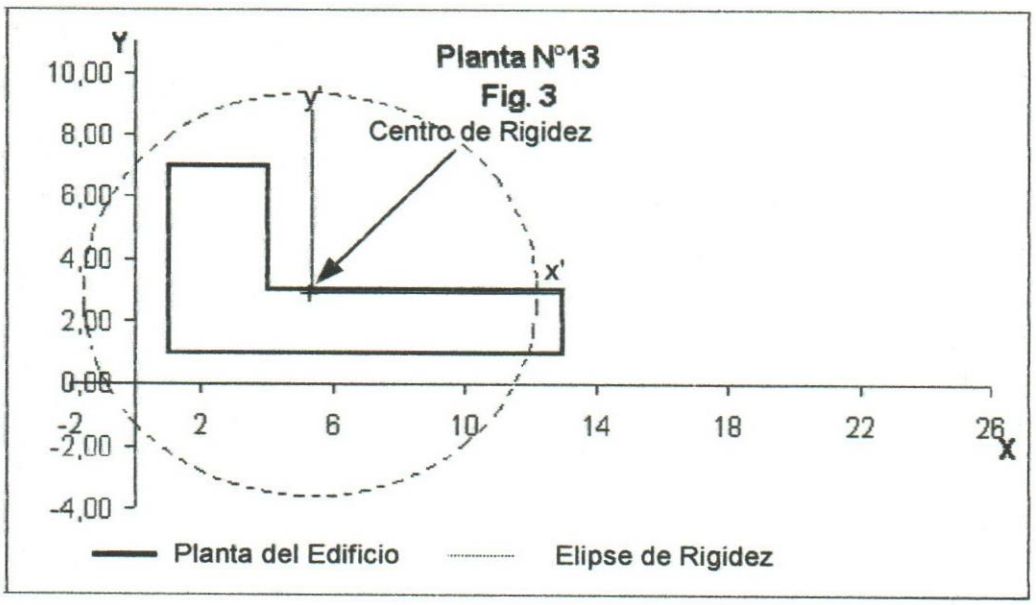
$(x-a)^2+y^2=b^2$

$a=(A_{11}+A_{22})/2 \quad \rightarrow \quad a=45{,}00$

$b^2= [(A_{11}-A_{22})/2]^2+A_{12}^2 \quad \rightarrow \quad b^2=9{,}00$

$(x-45)^2+y^2=9$





Radio Torsional:

$$I_P = \sum_i R_i r_i^2 \rightarrow$$

I_P= 733,8

$$r_{xx}^2 = \frac{I_P}{\sum Rx_i} \rightarrow$$

r_{xx}^2= 17,47

$$r_{yy}^2 = \frac{I_P}{\sum Ry_i} \rightarrow$$

r_{yy}^2= 15,29

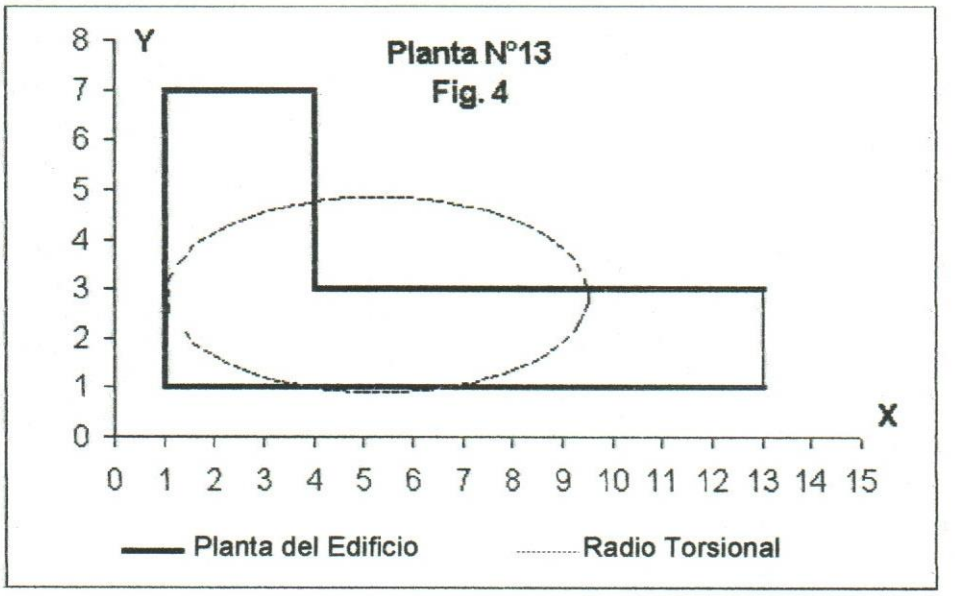
Dimensiones de los semi-ejes del núcleo central:

Semi-eje paralelo a x:

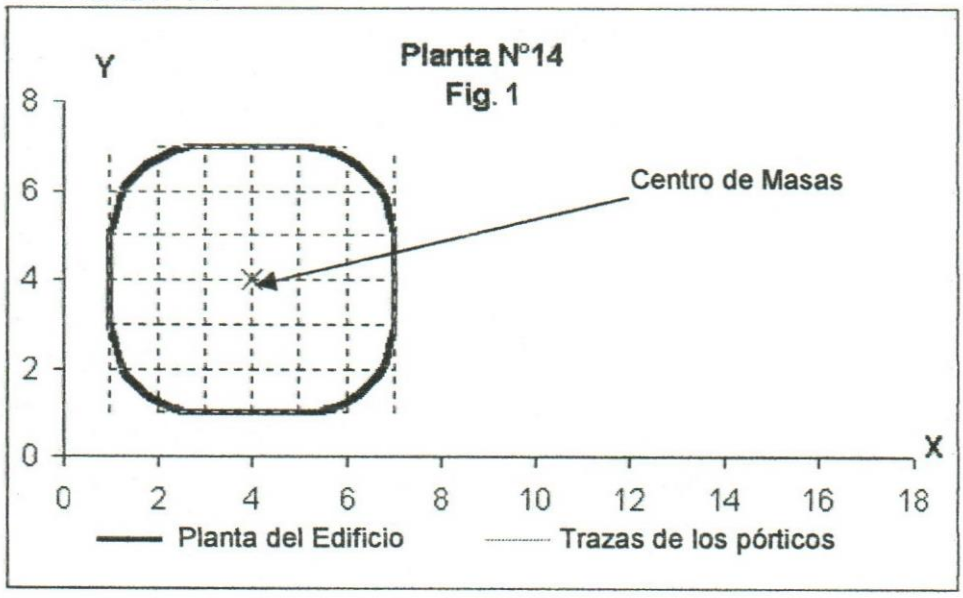
r_{xx}^2/c= 4,24

Semi-eje paralelo a y:

r_{yy}^2/c= 1,98



Planta N°14:



l_i: $a_i x + b_i y + c_i = 0$ Ri=RIGIDEZ DE CADA PORTICO

	l_i	R_i
l_1:	x - 1 = 0	2,00
l_2:	x - 2 = 0	5,00
l_3:	x - 3 = 0	6,00
l_4:	x - 4 = 0	6,00
l_5:	x - 5 = 0	6,00
l_6:	x - 6 = 0	5,00
l_7:	x - 7 = 0	2,00
l_8:	y - 7 = 0	2,00
l_9:	y - 6 = 0	5,00
l_{10}:	y - 5 = 0	6,00
l_{11}:	y - 4 = 0	6,00
l_{12}:	y - 3 = 0	6,00
l_{13}:	y - 2 = 0	5,00
l_{14}:	y - 1 = 0	2,00

$$A_{11} = \sum_{i=1}^{n}\left(\frac{R_i a_i^2}{a_i^2 + b_i^2}\right) \rightarrow$$

A_{11}= 32,0

$$A_{12} = \sum_{i=1}^{n}\left(\frac{R_i a_i b_i}{a_i^2 + b_i^2}\right) \rightarrow$$

A_{12}= 0,00

$$A_{22} = \sum_{i=1}^{n}\left(\frac{R_i b_i^2}{a_i^2 + b_i^2}\right) \rightarrow$$

A_{22}= 32,00

$$P_1 = -\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{R_i a_i c_i}{a_i^2 + b_i^2}\right) \rightarrow$$

P_1= 128,0

$$P_2 = -\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{R_i b_i c_i}{a_i^2 + b_i^2}\right) \rightarrow$$

P_2= 128,0

$$X_o = \frac{P_1 A_{22} - P_2 A_{12}}{A_{11} A_{22} - A_{12}^2} \rightarrow$$

X_0= 4,00

$$y_o = \frac{P_2 A_{11} - P_1 A_{12}}{A_{11} A_{22} - A_{12}^2} \rightarrow$$

Y_0= 4,00

Dirección de los ejes principales:

$$\alpha = \frac{1}{2} \operatorname{arctg}\left(\frac{2A_{12}}{A_{11} - A_{22}}\right) \rightarrow$$

La dirección de los ejes principales es cualquiera, ya que como la planta es simétrica lo que se forma es una circunferencia de rigidez

Ecuación de la circunferencia de rigidez

$32x^2 + 32y^2 - 256x - 256y = 1$

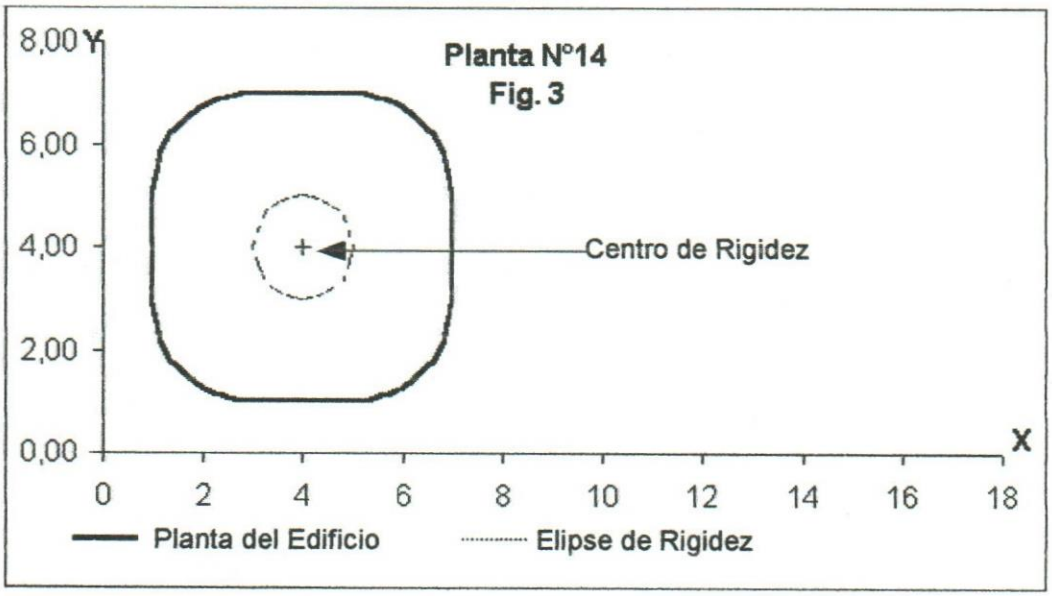
Ecuación del círculo de Mohr:

$(x-a)^2+y^2=b^2$

$a=(A_{11}+A_{22})/2 \quad \rightarrow \quad a=32{,}00$

$b^2= \quad [(A_{11}-A_{22})/2]^2+A_{12}^2 \quad \rightarrow \quad b^2=0{,}00$

$(x-32)^2+y^2=0$



Radio Torsional:

$$I_P = \sum_i R_i r_i^2 \rightarrow$$

I_P= 176,0

$$r_{xx}^2 = \frac{I_P}{\sum Rx_i} \rightarrow$$

r_{xx}^2= 5,50

$$r_{yy}^2 = \frac{I_P}{\sum Ry_i} \rightarrow$$

r_{yy}^2= 5,50

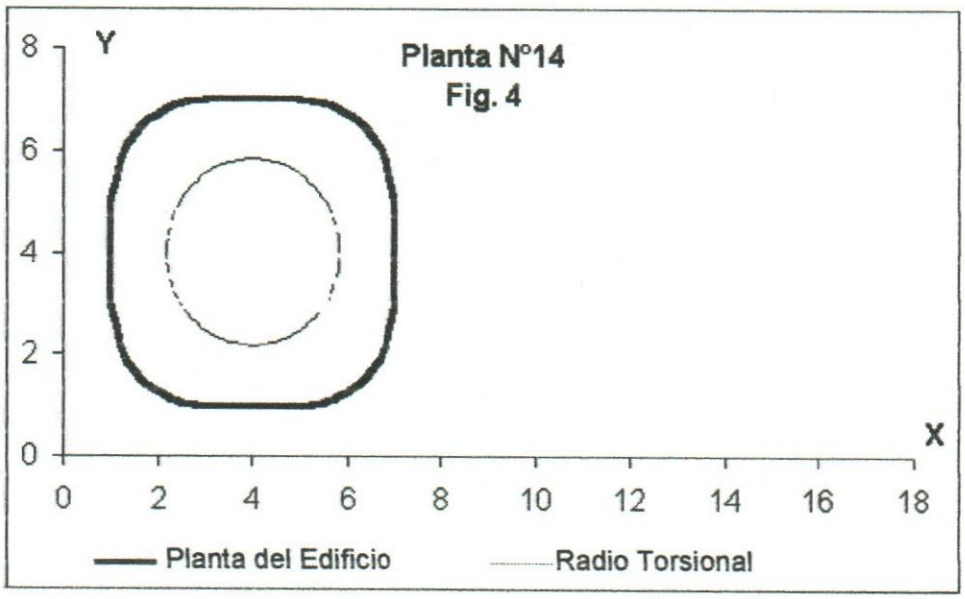
Dimensiones de los semi-ejes del núcleo central:

Semi-eje paralelo a x:

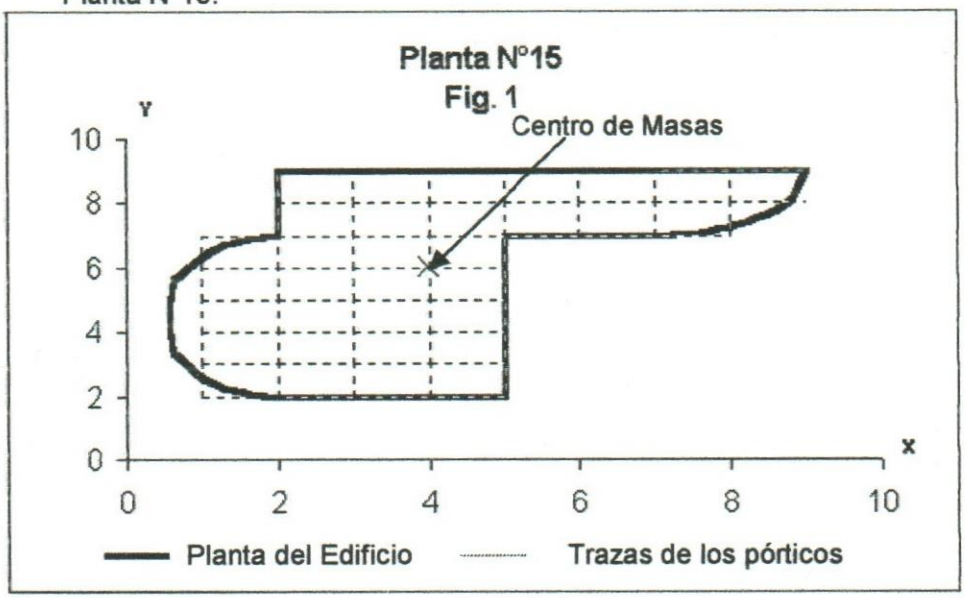
r_{xx}^2/c= 1,83

Semi-eje paralelo a y:

r_{yy}^2/c= 1,83



Planta N°15:



l_i: $a_i x + b_i y + c_i = 0$ Ri=RIGIDEZ DE CADA PORTICO

	l_i	R_i
l_1:	x - 1 = 0	4,00
l_2:	x - 2 = 0	7,00
l_3:	x - 3 = 0	7,00
l_4:	x - 4 = 0	7,00
l_5:	x - 5 = 0	7,00
l_6:	x - 6 = 0	2,00
l_7:	x - 7 = 0	2,00
l_8:	x - 8 = 0	2,00
l_9:	x - 9 = 0	1,50
l_{10}:	y - 9 = 0	7,00
l_{11}:	y - 8 = 0	6,50
l_{12}:	y - 7 = 0	5,00
l_{13}:	y - 6 = 0	4,00
l_{14}:	y - 5 = 0	4,50
l_{15}:	y - 4 = 0	4,50
l_{16}:	y - 3 = 0	4,00
l_{17}:	y - 2 = 0	3,00

$$A_{11} = \sum_{i=1}^{n}\left(\frac{R_i a_i^2}{a_i^2 + b_i^2}\right) \rightarrow$$ A_{11}= 39,5

$$A_{12} = \sum_{i=1}^{n}\left(\frac{R_i a_i b_i}{a_i^2 + b_i^2}\right) \rightarrow$$ A_{12}= 0,00

$$A_{22} = \sum_{i=1}^{n}\left(\frac{R_i b_i^2}{a_i^2 + b_i^2}\right) \rightarrow$$ A_{22}= 38,50

$$P_1 = -\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{R_i a_i c_i}{a_i^2 + b_i^2}\right) \rightarrow$$ P_1= 157,5

$$P_2 = -\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{R_i b_i c_i}{a_i^2 + b_i^2}\right) \rightarrow$$ P_2= 232,5

$$x_o = \frac{P_1 A_{22} - P_2 A_{12}}{A_{11} A_{22} - A_{12}^2} \rightarrow$$ X_0= 3,99

$$y_o = \frac{P_2 A_{11} - P_1 A_{12}}{A_{11} A_{22} - A_{12}^2} \rightarrow$$ Y_0= 6,04

Dirección de los ejes principales:

$$\alpha = \frac{1}{2}\,\mathrm{arctg}\left(\frac{2A_{12}}{A_{11} - A_{22}}\right) \rightarrow$$ α = 0

Ecuación de la circunferencia de rigidez

$40x^2 + 39y^2 - 315\,x - 465\,y = 1$

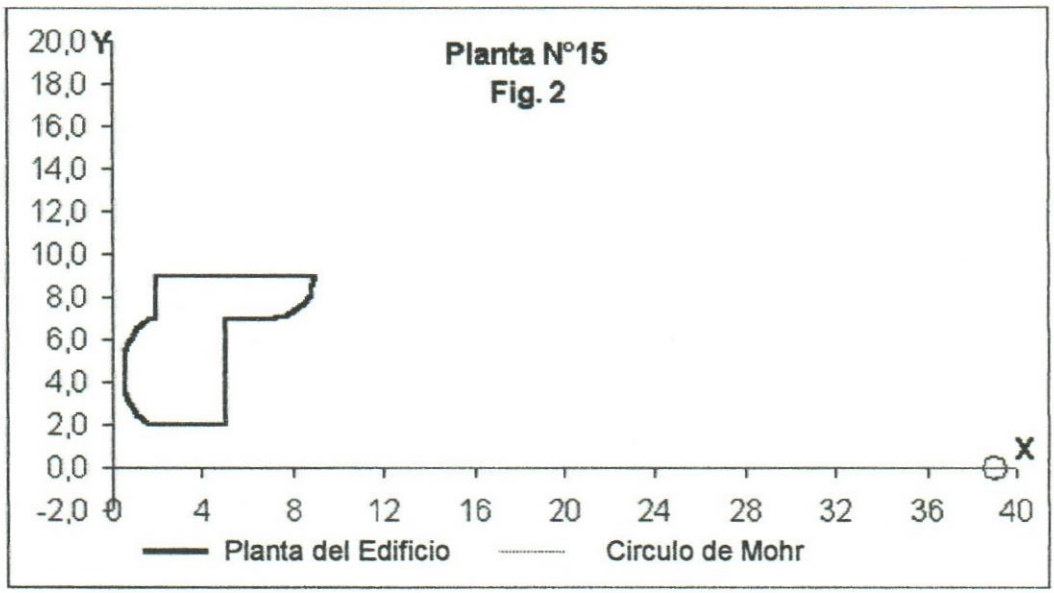
Ecuación del círculo de Mohr:

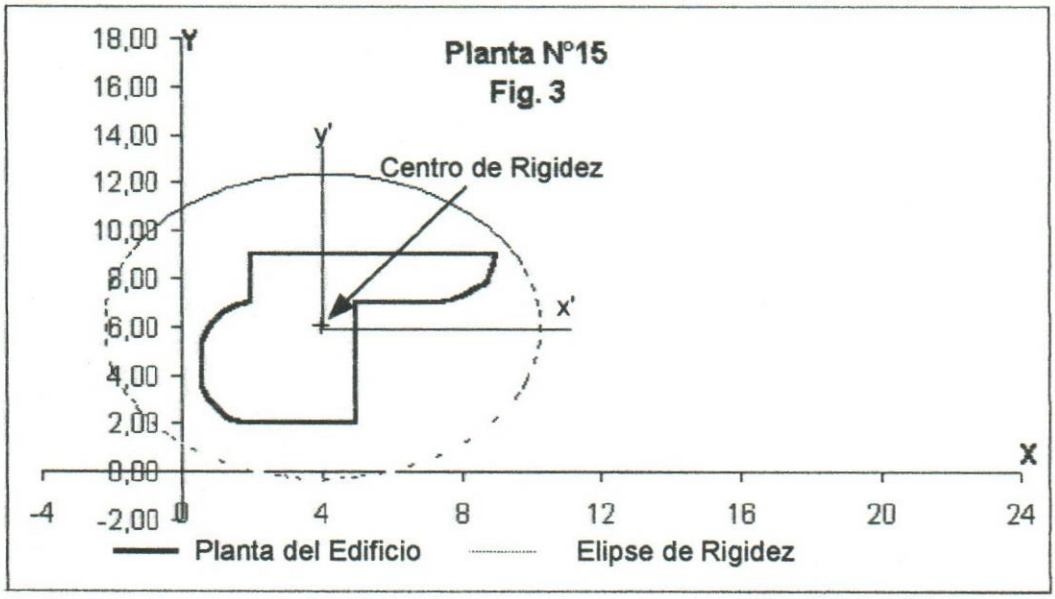
$(x-a)^2+y^2=b^2$

$a=(A_{11}+A_{22})/2 \quad \rightarrow \quad a=39{,}00$

$b^2= \quad [(A_{11}-A_{22})/2]^2+A_{12}^2 \quad \rightarrow \quad b^2=0{,}25$

$(x-39{,}00)^2+y^2=0{,}25$





Radio Torsional:

$$I_P = \sum_i R_i r_i^2 \rightarrow$$

I_P= 373,9

$$r_{xx}^2 = \frac{I_P}{\sum Rx_i} \rightarrow$$

r_{xx}^2= 9,47

$$r_{yy}^2 = \frac{I_P}{\sum Ry_i} \rightarrow$$

r_{yy}^2= 9,71

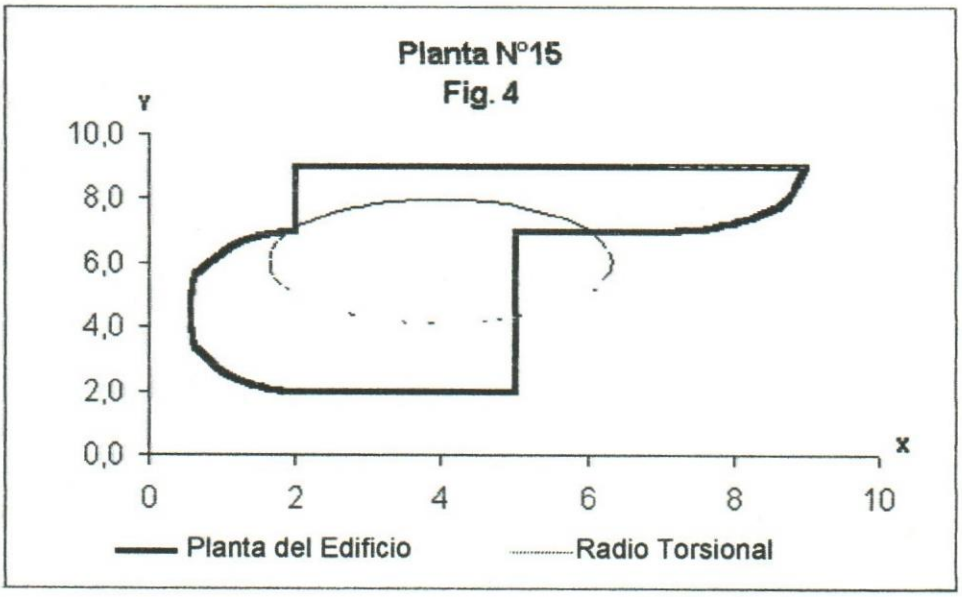
Dimensiones de los semi-ejes del núcleo central:

Semi-eje paralelo a x:

r_{xx}^2/c= 2,34

Semi-eje paralelo a y:

r_{yy}^2/c= 1,94



CAPITULO III

CAPITULO III:
EJEMPLOS DE PLANTAS CON PORTICOS OBLICUOS Y RIGIDEZ PROPORCIONAL A LA LONGITUD DE CADA PORTICO

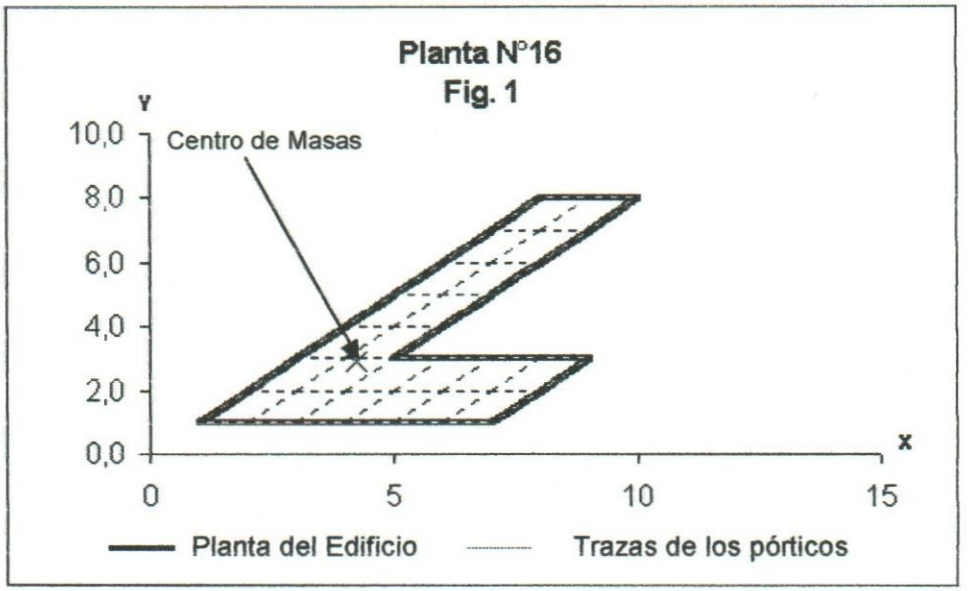
Al igual que en el Capítulo II veremos una serie de plantas representadas en un sistema cartesiano, las trazas de los pórticos ya no son ortogonales entre sí, ahora los pórticos son oblicuos, y se muestran los valores de rigidez asignados a cada pórtico, estas rigideces se le dieron valores proporcionales a la longitud del pórtico que representan.

Una vez graficada la planta y sus trazas se buscaron las ecuaciones de las rectas que describían las trazas de los pórticos y se calcularon las rigideces (R=EI) en cada dirección ($R_{xx} = A_{11}$; $R_{yy} = A_{22}$; $R_{xy} = A_{12}$; $R_{yx} = A_{21}$) y el centro de rigidez.

Se planteó la ecuación del círculo de Mohr para cada planta y se presentó en un gráfico, en el cual se observa la planta en estudio y el círculo de Mohr.

Para cada planta tendremos una gráfica que nos muestra la planta con las trazas de los pórticos (Fig. 1), otra gráfica con la planta y el círculo de Mohr (Fig. 2) además la gráfica con el Centro de Rigidez, los ejes de la elipse (x' y y'), y la elipse de rigidez (Fig. 3), y por último tendremos una gráfica de la planta con su radio torsional (Fig. 4).

Planta N°16:



l_i: $a_i x + b_i y + c_i = 0$ Ri=RIGIDEZ DE CADA PORTICO

	l_i	R_i
l_1:	x - y = 0	9,90
l_2:	x - y - 1 = 0	9,90
l_3:	x - y - 2 = 0	9,90
l_4:	x - y - 3 = 0	2,80
l_5:	x - y - 4 = 0	2,80
l_6:	x - y - 5 = 0	2,80
l_7:	x - y - 6 = 0	2,80
l_8:	y - 8 = 0	2,00
l_9:	y - 7 = 0	2,00
l_{10}:	y - 6 = 0	2,00
l_{11}:	y - 5 = 0	2,00
l_{12}:	y - 4 = 0	2,00
l_{13}:	y - 3 = 0	6,00
l_{14}:	y - 2 = 0	6,00
l_{15}:	y - 1 = 0	6,00

$$A_{11} = \sum_{i=1}^{n}\left(\frac{R_i a_i^2}{a_i^2 + b_i^2}\right) \rightarrow$$ A_{11}= 20,5

$$A_{12} = \sum_{i=1}^{n}\left(\frac{R_i a_i b_i}{a_i^2 + b_i^2}\right) \rightarrow$$ A_{12}= -20,5

$$A_{22} = \sum_{i=1}^{n}\left(\frac{R_i b_i^2}{a_i^2 + b_i^2}\right) \rightarrow$$ A_{22}= 48,45

$$P_1 = -\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{R_i a_i c_i}{a_i^2 + b_i^2}\right) \rightarrow$$ P_1= 26,1

$$P_2 = -\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{R_i b_i c_i}{a_i^2 + b_i^2}\right) \rightarrow$$ P_2= 56,0

$$x_o = \frac{P_1 A_{22} - P_2 A_{12}}{A_{11} A_{22} - A_{12}^2} \rightarrow$$ X_0= 4,20

$$y_o = \frac{P_2 A_{11} - P_1 A_{12}}{A_{11} A_{22} - A_{12}^2} \rightarrow$$ Y_0= 2,93

Dirección de los ejes principales:

$$\alpha = \frac{1}{2}\operatorname{arctg}\left(\frac{2A_{12}}{A_{11} - A_{22}}\right) \rightarrow$$ α = 27,80

Ecuaciones de los ejes principales de la elipse de rigidez

$\text{Sen}\alpha(x-x_o)-\text{Cos}\alpha(y-y_o)=0$ → x-1,88y+1,23=x'

$\text{Cos}\alpha(x-x_o)+\text{Sen}\alpha(y-y_o)=0$ → 1,88x+y-10,826=y'

Ecuación de la elipse de rigidez

$$20x^2 + 48y^2 - 52{,}1\,x - 112\,y - 41\,x\,y + 250 = 0$$

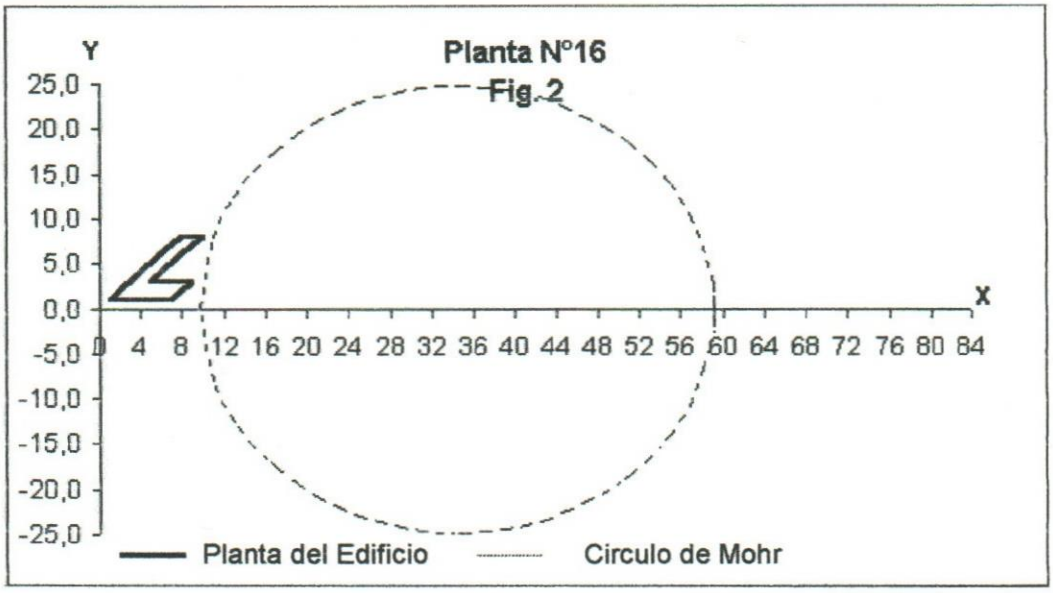
Ecuación del círculo de Mohr:

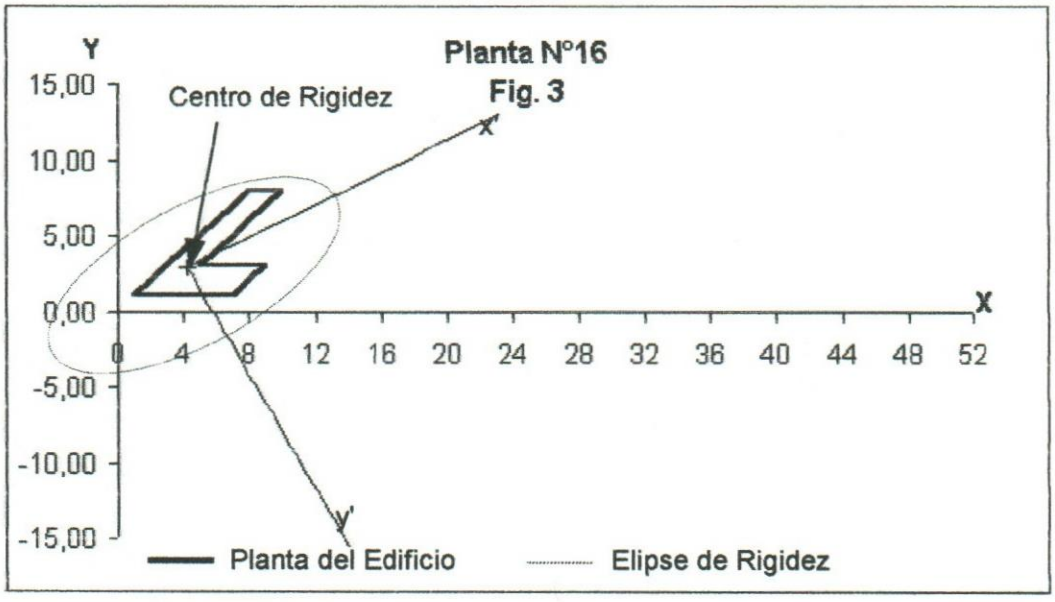
$(x-a)^2+y^2=b^2$

$a=(A_{11}+A_{22})/2 \rightarrow a=34{,}45$

$b^2= [(A_{11}-A_{22})/2]^2+A_{12}^2 \rightarrow b^2=614{,}20$

$(x-34{,}45)^2+y^2=614{,}20$





Radio Torsional:

$$I_P = \sum_i R_i r_i^2 \rightarrow$$

$I_P =$ 218,2

$$r_{xx}^2 = \frac{I_P}{\sum Rx_i} \rightarrow$$

$r_{xx}^2 =$ 10,67

$$r_{yy}^2 = \frac{I_P}{\sum Ry_i} \rightarrow$$

$r_{yy}^2 =$ 4,50

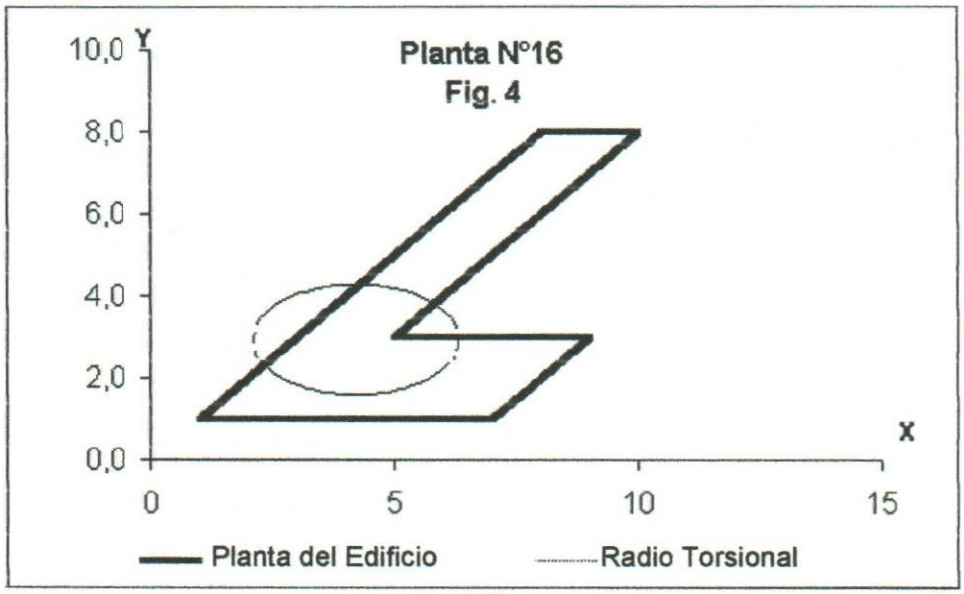
Dimensiones de los semi-ejes del núcleo central:

Semi-eje paralelo a x:

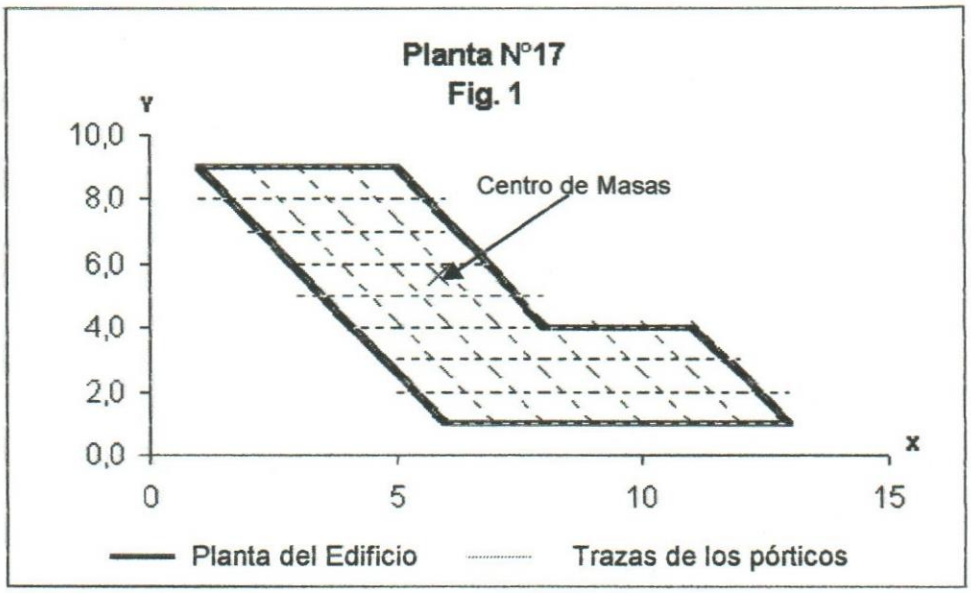
$r_{xx}^2/c =$ 2,10

Semi-eje paralelo a y:

$r_{yy}^2/c =$ 1,35



Planta N°17:



l_i: $a_i x + b_i y + c_i = 0$ Ri=RIGIDEZ DE CADA PORTICO

	l_i	R_i
l_1:	8 x + 5 y - 53 = 0	9,5
l_2:	8 x + 5 y - 61 = 0	9,5
l_3:	8 x + 5 y - 69 = 0	9,5
l_4:	8 x + 5 y - 77 = 0	9,5
l_5:	8 x + 5 y - 85 = 0	9,5
l_6:	8 x + 5 y - 93 = 0	3,7
l_7:	8 x + 5 y - 101 = 0	3,7
l_8:	8 x + 5 y - 109 = 0	3,7
l_9:	y - 9 = 0	7
l_{10}:	y - 8 = 0	7
l_{11}:	y - 7 = 0	7
l_{12}:	y - 6 = 0	7
l_{13}:	y - 5 = 0	4
l_{14}:	y - 4 = 0	4
l_{15}:	y - 3 = 0	4
l_{16}:	y - 2 = 0	4
l_{17}:	y - 1 = 0	4

$$A_{11} = \sum_{i=1}^{n}\left(\frac{R_i a_i^2}{a_i^2 + b_i^2}\right) \rightarrow$$ A_{11}= 42,1

$$A_{12} = \sum_{i=1}^{n}\left(\frac{R_i a_i b_i}{a_i^2 + b_i^2}\right) \rightarrow$$ A_{12}= 26,3

$$A_{22} = \sum_{i=1}^{n}\left(\frac{R_i b_i^2}{a_i^2 + b_i^2}\right) \rightarrow$$ A_{22}= 64,46

$$P_1 = -\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{R_i a_i c_i}{a_i^2 + b_i^2}\right) \rightarrow$$ P_1= 395,4

$$P_2 = -\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{R_i b_i c_i}{a_i^2 + b_i^2}\right) \rightarrow$$ P_2= 517,1

$$x_o = \frac{P_1 A_{22} - P_2 A_{12}}{A_{11} A_{22} - A_{12}^2} \rightarrow$$ X_0= 5,87

$$y_o = \frac{P_2 A_{11} - P_1 A_{12}}{A_{11} A_{22} - A_{12}^2} \rightarrow$$ Y_0= 5,63

Dirección de los ejes principales:

$$\alpha = \frac{1}{2}\,\mathrm{arctg}\left(\frac{2A_{12}}{A_{11} - A_{22}}\right) \rightarrow$$ α = -33,51

Ecuaciones de los ejes principales de la elipse de rigidez

$\mathrm{Sen}\alpha(x-x_o)-\mathrm{Cos}\alpha(y-y_o)=0$ →

$\mathrm{Cos}\alpha(x-x_o)+\mathrm{Sen}\alpha(y-y_o)=0$ →

Ecuación de la elipse de rigidez

$$42x^2 + 64y^2 - 790{,}8\,x - 1034\,y + 53\,x\,y + 13000 = 0$$

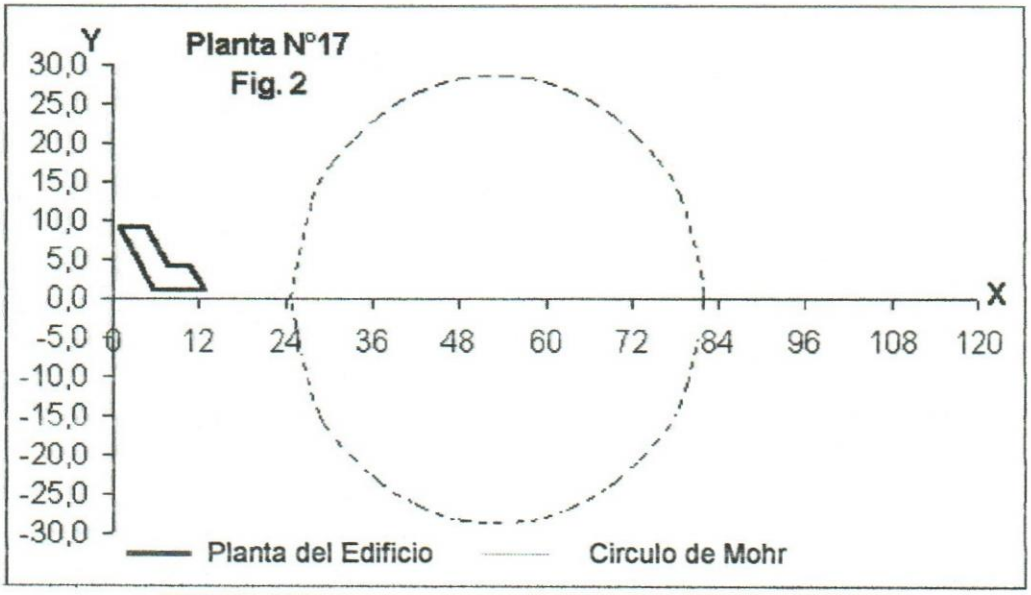
Ecuación del círculo de Mohr:

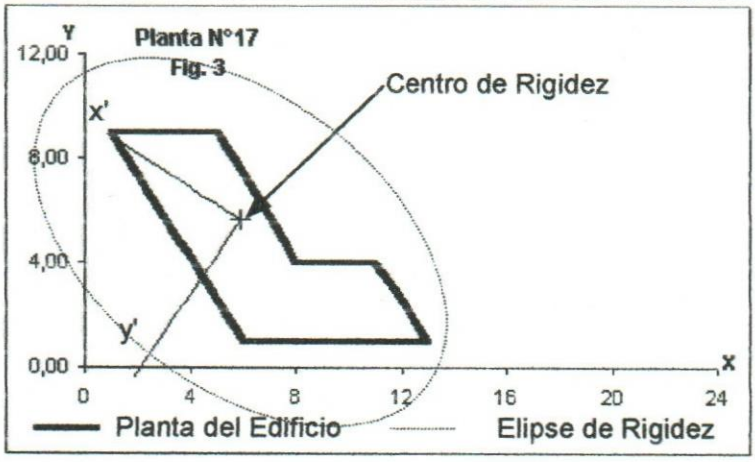
$(x-a)^2+y^2=b^2$

$a=(A_{11}+A_{22})/2 \rightarrow a=53{,}30$

$b^2= [(A_{11}-A_{22})/2]^2+A_{12}^2 \rightarrow b^2=818{,}20$

$(x-53{,}30)^2+y^2=818{,}20$





Radio Torsional:

$$I_P = \sum_i R_i r_i^2 \rightarrow$$

I_P= 488,4

$$r_{xx}^2 = \frac{I_P}{\sum Rx_i} \rightarrow$$

r_{xx}^2= 11,59

$$r_{yy}^2 = \frac{I_P}{\sum Ry_i} \rightarrow$$

r_{yy}^2= 7,58

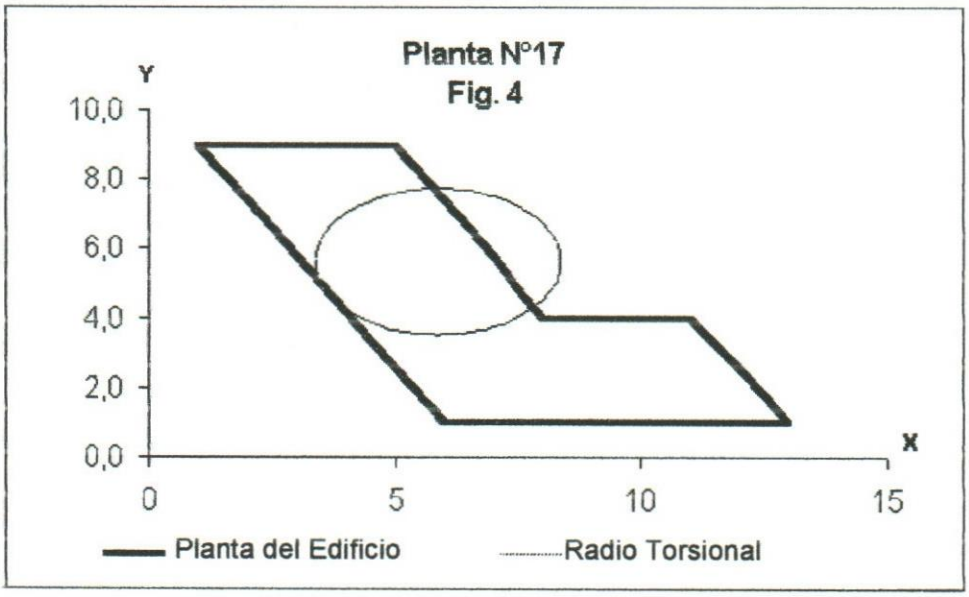
Dimensiones de los semi-ejes del núcleo central:

Semi-eje paralelo a x:

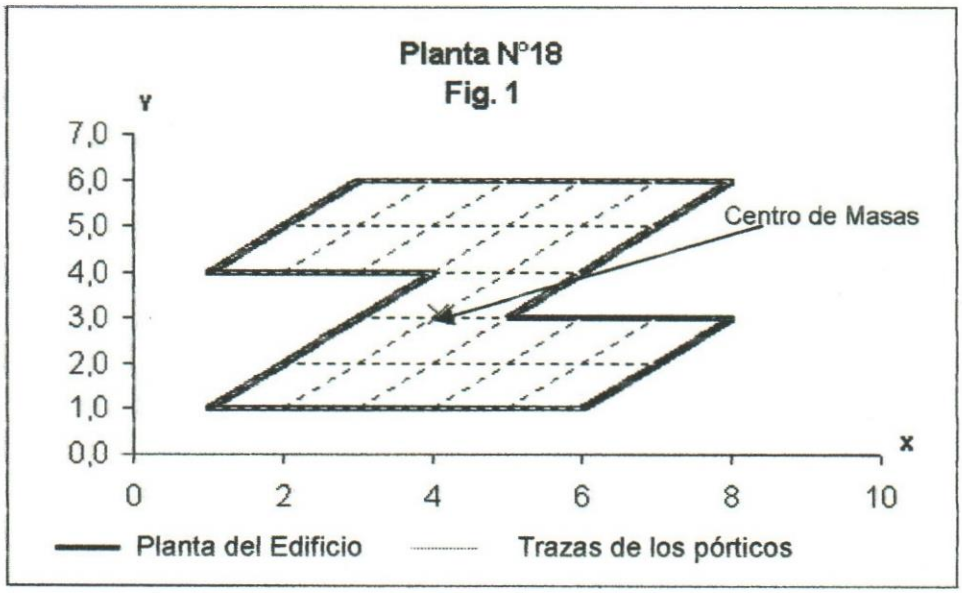
r_{xx}^2/c= 2,51

Semi-eje paralelo a y:

r_{yy}^2/c= 2,11



Planta N°18:



l_i: $a_ix+b_iy+c_i=0$ Ri=RIGIDEZ DE CADA PORTICO

	l_i	R_i
l_1:	x - y + 3 = 0	2,80
l_2:	x - y + 2 = 0	2,80
l_3:	x - y + 1 = 0	2,80
l_4:	x - y + 0 = 0	7,00
l_5:	x - y - 1 = 0	7,00
l_6:	x - y - 2 = 0	7,00
l_7:	x - y - 3 = 0	2,80
l_8:	x - y - 4 = 0	2,80
l_9:	x - y - 5 = 0	2,80
l_{10}:	y - 6 = 0	5,00
l_{11}:	y - 5 = 0	5,00
l_{12}:	y - 4 = 0	5,00
l_{13}:	y - 3 = 0	5,00
l_{14}:	y - 2 = 0	5,00
l_{15}:	y - 1 = 0	5,00

$$A_{11} = \sum_{i=1}^{n}\left(\frac{R_i a_i^2}{a_i^2 + b_i^2}\right) \rightarrow$$ A_{11}= 18,9

$$A_{12} = \sum_{i=1}^{n}\left(\frac{R_i a_i b_i}{a_i^2 + b_i^2}\right) \rightarrow$$ A_{12}= -18,9

$$A_{22} = \sum_{i=1}^{n}\left(\frac{R_i b_i^2}{a_i^2 + b_i^2}\right) \rightarrow$$ A_{22}= 48,90

$$P_1 = -\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{R_i a_i c_i}{a_i^2 + b_i^2}\right) \rightarrow$$ P_1= 18,9

$$P_2 = -\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{R_i b_i c_i}{a_i^2 + b_i^2}\right) \rightarrow$$ P_2= 73,5

$$X_o = \frac{P_1 A_{22} - P_2 A_{12}}{A_{11} A_{22} - A_{12}^2} \rightarrow$$ X_0= 4,08

$$y_o = \frac{P_2 A_{11} - P_1 A_{12}}{A_{11} A_{22} - A_{12}^2} \rightarrow$$ Y_0= 3,08

Dirección de los ejes principales:

$$\alpha = \frac{1}{2}\,\mathrm{arctg}\left(\frac{2A_{12}}{A_{11} - A_{22}}\right) \rightarrow$$ α = 25,78

Ecuaciones de los ejes principales de la elipse de rigidez

$\mathrm{Sen}\alpha(x-x_o)-\mathrm{Cos}\alpha(y-y_o)=0$ → x-2,07y+2,3=x'

$\mathrm{Cos}\alpha(x-x_o)+\mathrm{Sen}\alpha(y-y_o)=0$ → 2,07x+y-11,53=y'

Ecuación de la elipse de rigidez

$$19x^2 + 49y^2 - 37{,}8\,x - 147\,y - 38\,x\,y + 303{,}3 = 0$$

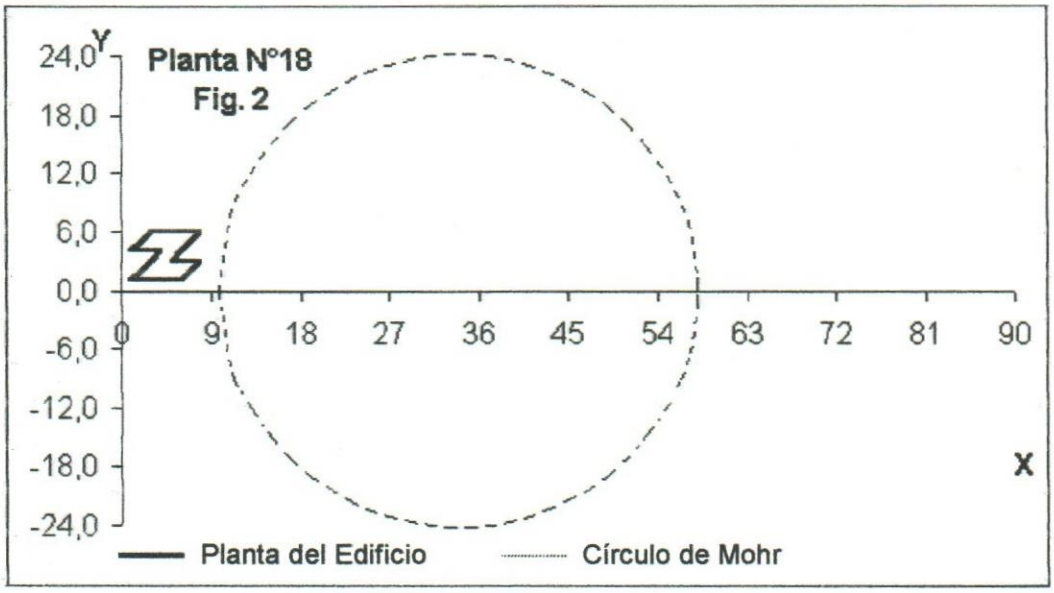
Ecuación del círculo de Mohr:

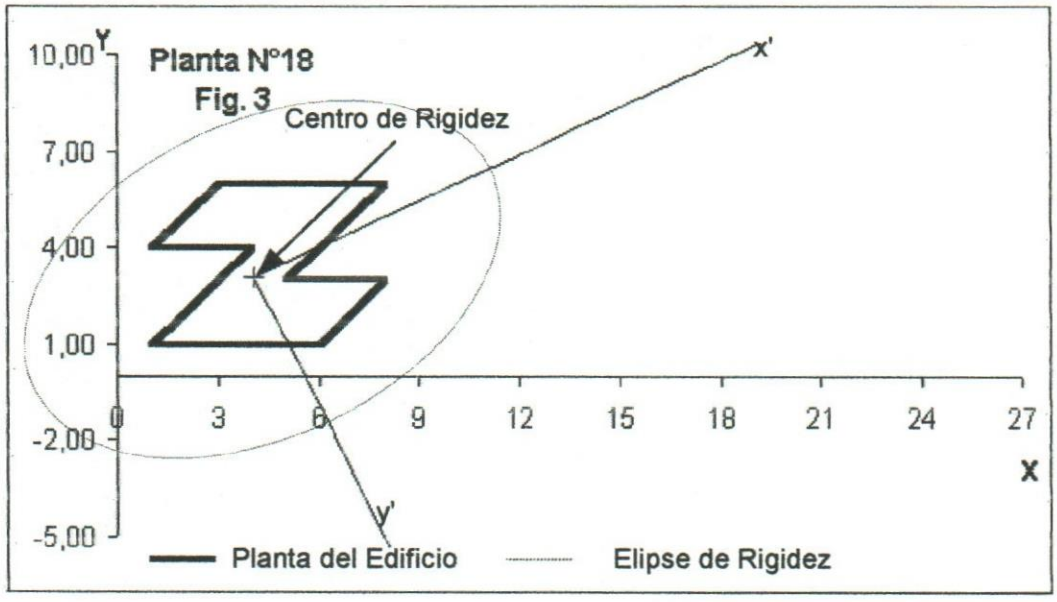
$(x-a)^2+y^2=b^2$

$a=(A_{11}+A_{22})/2 \rightarrow a=33{,}90$

$b^2= [(A_{11}-A_{22})/2]^2+A_{12}^2 \rightarrow b^2=582{,}21$

$(x-33{,}90)^2+y^2=582{,}21$





Radio Torsional:

$$I_P = \sum_i R_i r_i^2 \rightarrow$$

I_P= 181,0

$$r_{xx}^2 = \frac{I_P}{\sum Rx_i} \rightarrow$$

r_{xx}^2= 9,58

$$r_{yy}^2 = \frac{I_P}{\sum Ry_i} \rightarrow$$

r_{yy}^2= 3,70

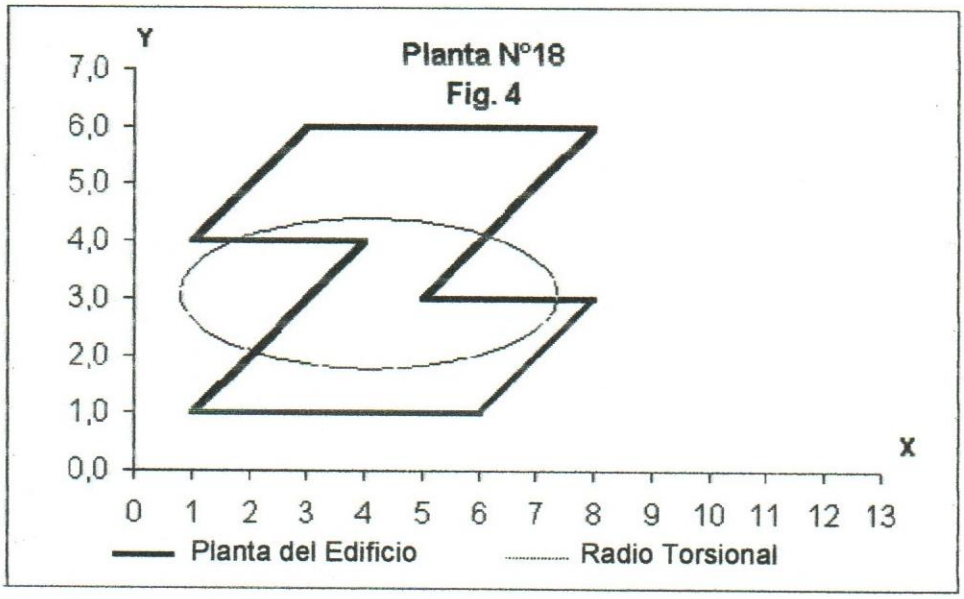
Dimensiones de los semi-ejes del núcleo central:

Semi-eje paralelo a x:

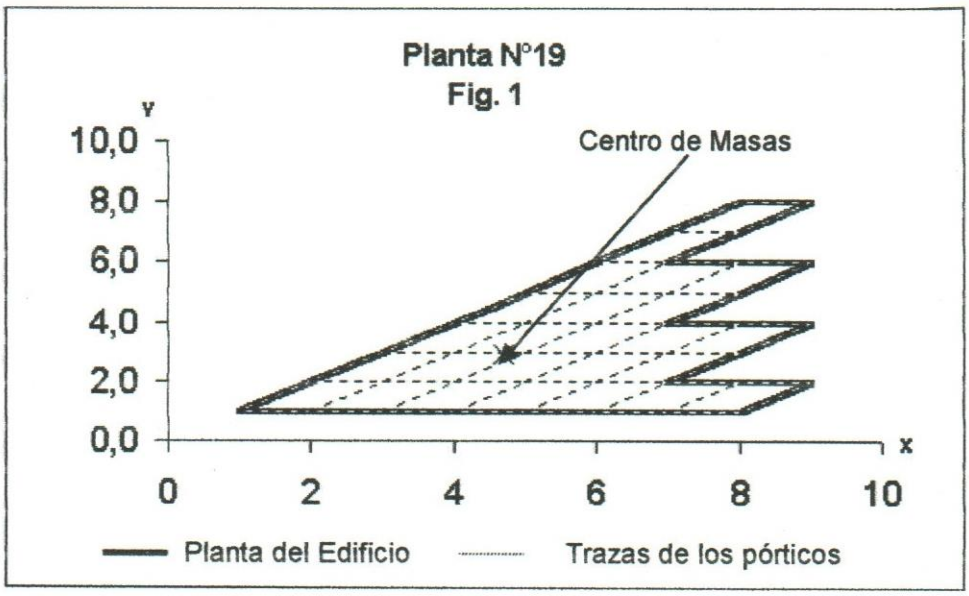
r_{xx}^2/c= 3,28

Semi-eje paralelo a y:

r_{yy}^2/c= 1,31



Planta N°19:



l_i: $a_ix+b_iy+c_i=0$ Ri=RIGIDEZ DE CADA PORTICO

	l_i	R_i
l_1:	x - y + 0 = 0	2,80
l_2:	x - y - 1 = 0	2,80
l_3:	x - y - 2 = 0	2,80
l_4:	x - y - 3 = 0	7,00
l_5:	x - y - 4 = 0	7,00
l_6:	x - y - 5 = 0	7,00
l_7:	x - y - 6 = 0	2,80
l_8:	x - y - 7 = 0	1,40
l_9:	y - 8 = 0	2,80
l_{10}:	y - 7 = 0	2,80
l_{11}:	y - 6 = 0	5,00
l_{12}:	y - 5 = 0	5,00
l_{13}:	y - 4 = 0	5,00
l_{14}:	y - 3 = 0	5,00
l_{15}:	y - 2 = 0	5,00
l_{16}:	y - 1 = 0	5,00

$$A_{11} = \sum_{i=1}^{n}\left(\frac{R_i a_i^2}{a_i^2 + b_i^2}\right) \rightarrow$$ A_{11}= 16,8

$$A_{12} = \sum_{i=1}^{n}\left(\frac{R_i a_i b_i}{a_i^2 + b_i^2}\right) \rightarrow$$ A_{12}= -16,8

$$A_{22} = \sum_{i=1}^{n}\left(\frac{R_i b_i^2}{a_i^2 + b_i^2}\right) \rightarrow$$ A_{22}= 49,60

$$P_1 = -\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{R_i a_i c_i}{a_i^2 + b_i^2}\right) \rightarrow$$ P_1= 30,1

$$P_2 = -\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{R_i b_i c_i}{a_i^2 + b_i^2}\right) \rightarrow$$ P_2= 65,1

$$x_o = \frac{P_1 A_{22} - P_2 A_{12}}{A_{11} A_{22} - A_{12}^2} \rightarrow$$ X_0= 4,69

$$y_o = \frac{P_2 A_{11} - P_1 A_{12}}{A_{11} A_{22} - A_{12}^2} \rightarrow$$ Y_0= 2,90

Dirección de los ejes principales:

$$\alpha = \frac{1}{2}\operatorname{arctg}\left(\frac{2A_{12}}{A_{11} - A_{22}}\right) \rightarrow$$ α = 22,84

Ecuaciones de los ejes principales de la elipse de rigidez

$\text{Sen}\alpha(x-x_o)-\text{Cos}\alpha(y-y_o)=0$ → **x-2,37y+2,19=x'**

$\text{Cos}\alpha(x-x_o)+\text{Sen}\alpha(y-y_o)=0$ → **2,37x+y-14,03=y'**

Ecuación de la elipse de rigidez

$$17x^2 + 50y^2 - 60{,}2\,x - 130\,y - 34\,x\,y + 424 = 0$$

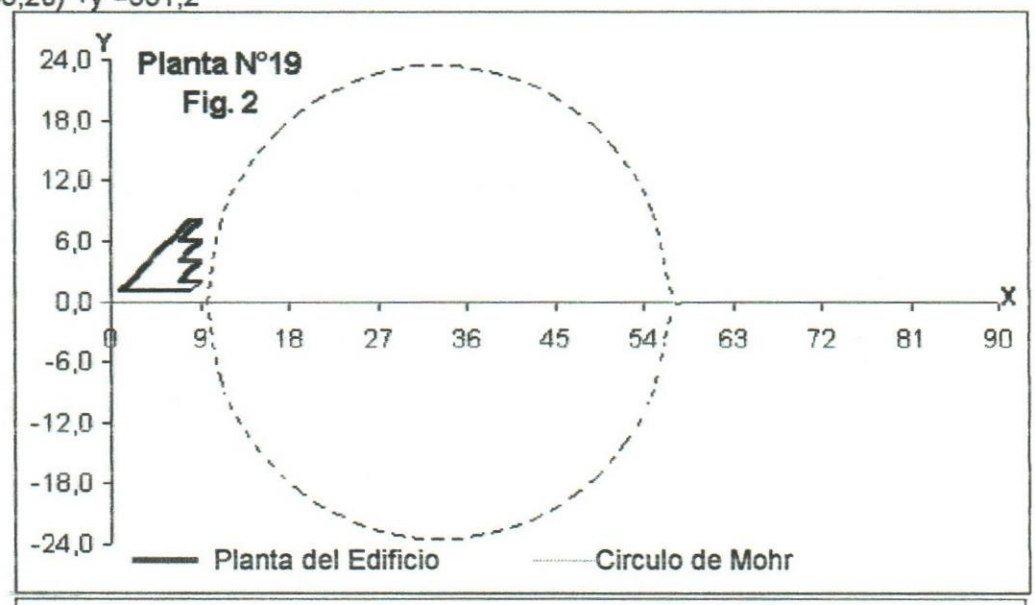
Ecuación del círculo de Mohr:

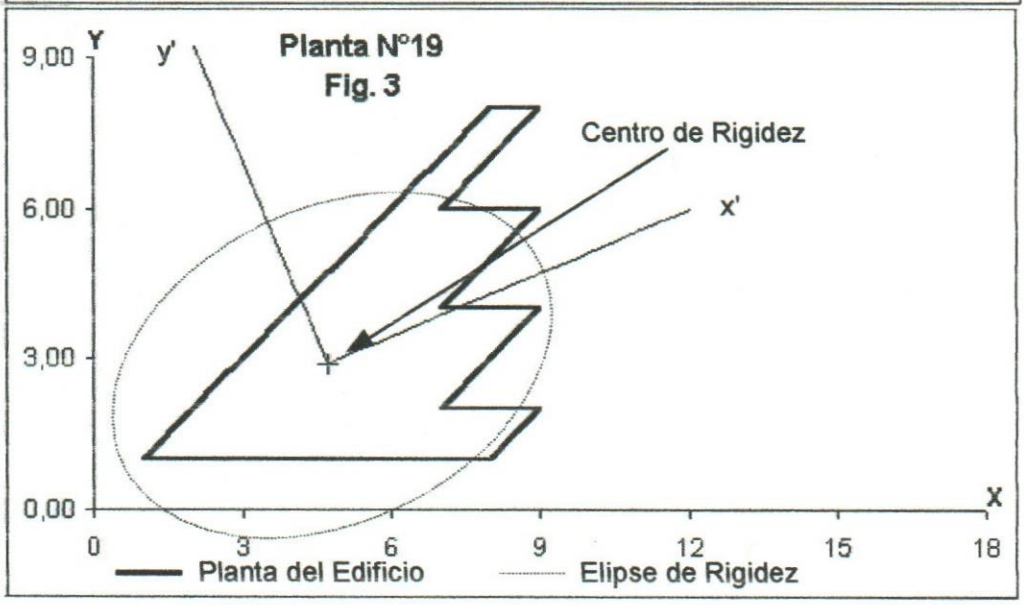
$(x-a)^2+y^2=b^2$

$a=(A_{11}+A_{22})/2 \rightarrow a=33{,}20$

$b^2= [(A_{11}-A_{22})/2]^2+A_{12}^2 \rightarrow b^2=551{,}2$

$(x-33{,}20)^2+y^2=551{,}2$





Radio Torsional:

$$I_P = \sum_i R_i r_i^2 \rightarrow$$

I_P= 325,4

$$r_{xx}^2 = \frac{I_P}{\sum Rx_i} \rightarrow$$

r_{xx}^2= 19,37

$$r_{yy}^2 = \frac{I_P}{\sum Ry_i} \rightarrow$$

r_{yy}^2= 6,56

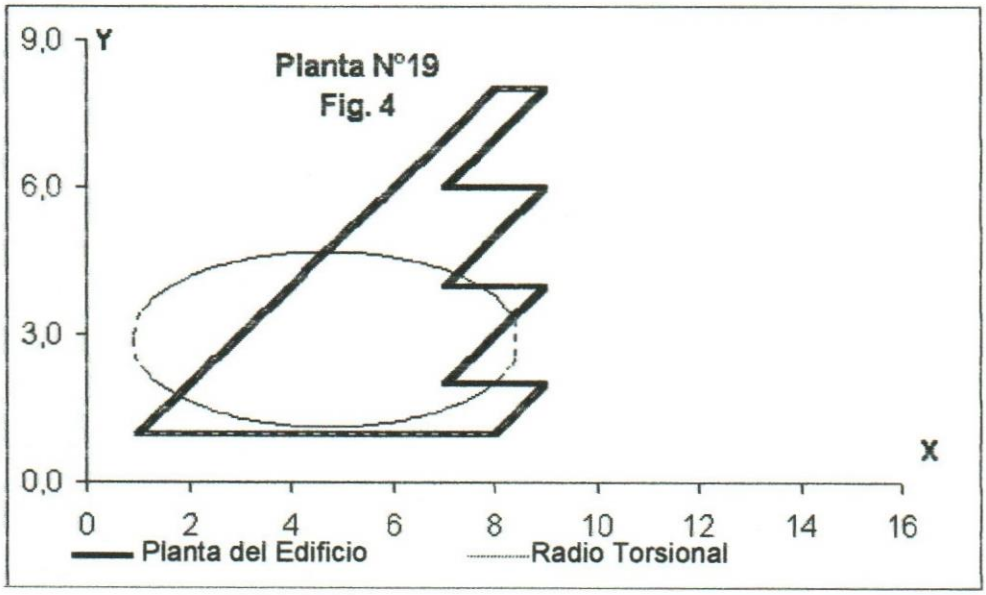
Dimensiones de los semi-ejes del núcleo central:

Semi-eje paralelo a x:

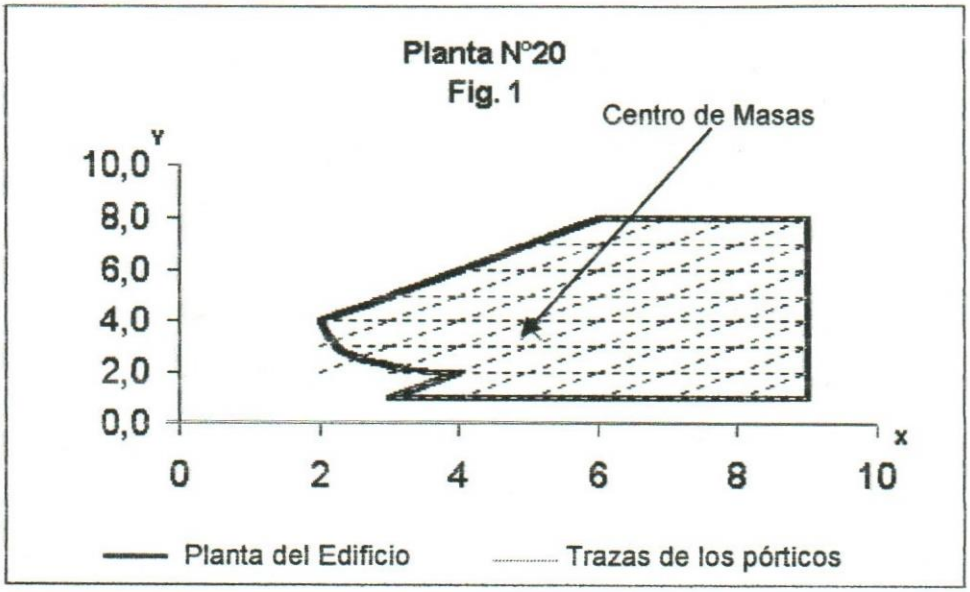
r_{xx}^2/c= 3,80

Semi-eje paralelo a y:

r_{yy}^2/c= 1,78



Planta N°20:



l_i: $a_i x + b_i y + c_i = 0$ Ri=RIGIDEZ DE CADA PORTICO

	l_i	R_i
l_1:	x - y + 2 = 0	5,70
l_2:	x - y + 1 = 0	6,80
l_3:	x - y + 0 = 0	7,70
l_4:	x - y - 1 = 0	8,20
l_5:	x - y - 2 = 0	8,50
l_6:	x - y - 3 = 0	6,90
l_7:	x - y - 4 = 0	5,50
l_8:	x - y - 5 = 0	4,20
l_9:	x - y - 6 = 0	2,80
l_{10}:	x - y - 7 = 0	1,40
l_{11}:	y - 8 = 0	3,00
l_{12}:	y - 7 = 0	4,00
l_{13}:	y - 6 = 0	5,00
l_{14}:	y - 5 = 0	6,00
l_{15}:	y - 4 = 0	7,00
l_{16}:	y - 3 = 0	6,80
l_{17}:	y - 2 = 0	5,00
l_{18}:	y - 1 = 0	6,00

$$A_{11} = \sum_{i=1}^{n}\left(\frac{R_i a_i^2}{a_i^2 + b_i^2}\right) \rightarrow$$ A_{11}= 28,9

$$A_{12} = \sum_{i=1}^{n}\left(\frac{R_i a_i b_i}{a_i^2 + b_i^2}\right) \rightarrow$$ A_{12}= -28,9

$$A_{22} = \sum_{i=1}^{n}\left(\frac{R_i b_i^2}{a_i^2 + b_i^2}\right) \rightarrow$$ A_{22}= 71,65

$$P_1 = -\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{R_i a_i c_i}{a_i^2 + b_i^2}\right) \rightarrow$$ P_1= 40,5

$$P_2 = -\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{R_i b_i c_i}{a_i^2 + b_i^2}\right) \rightarrow$$ P_2= 115,3

$$X_o = \frac{P_1 A_{22} - P_2 A_{12}}{A_{11} A_{22} - A_{12}^2} \rightarrow$$ X_0= 5,04

$$y_o = \frac{P_2 A_{11} - P_1 A_{12}}{A_{11} A_{22} - A_{12}^2} \rightarrow$$ Y_0= 3,64

Dirección de los ejes principales:

$$\alpha = \frac{1}{2}\operatorname{arctg}\left(\frac{2A_{12}}{A_{11} - A_{22}}\right) \rightarrow$$ α = 26,71

Ecuaciones de los ejes principales de la elipse de rigidez

$\text{Sen}\alpha(x-x_o)-\text{Cos}\alpha(y-y_o)=0$ → x-1,99y+2,20=x'

$\text{Cos}\alpha(x-x_o)+\text{Sen}\alpha(y-y_o)=0$ → 1,99x+y-13,67=y'

Ecuación de la elipse de rigidez

$29x^2 + 72y^2 - 80{,}9\,x - 231\,y - 58\,x\,y + z + 1165 = 0$

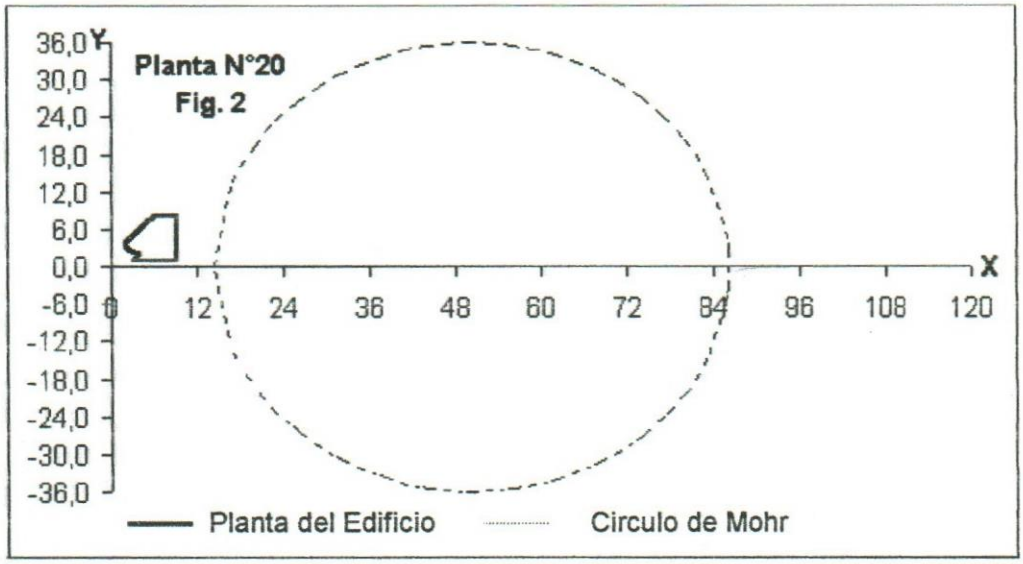
Ecuación del círculo de Mohr:

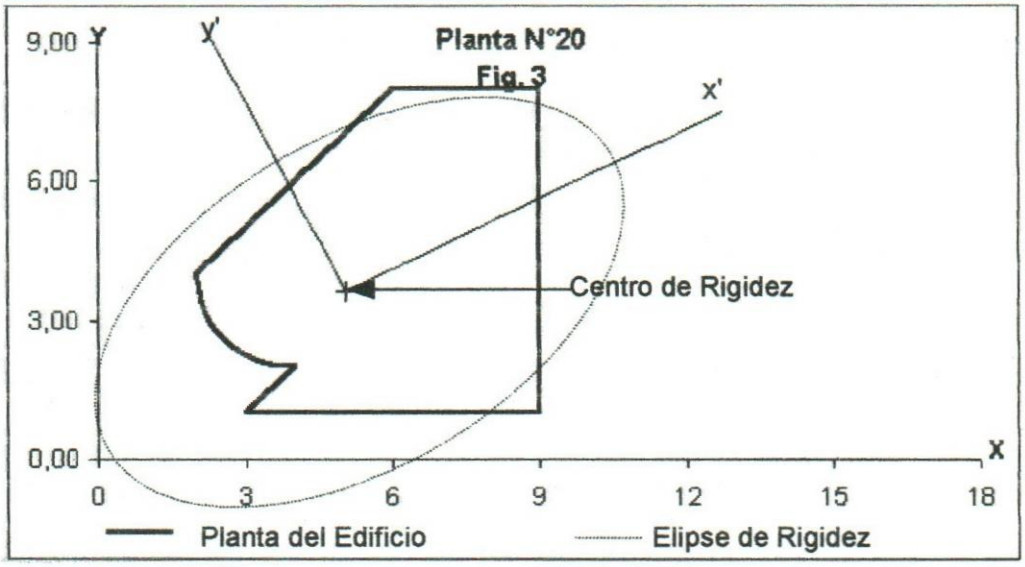
$(x-a)^2+y^2=b^2$

$a=(A_{11}+A_{22})/2 \rightarrow a=50{,}25$

$b^2= [(A_{11}-A_{22})/2]^2+A_{12}^2 \rightarrow b^2=1290{,}3$

$(x-50{,}25)^2+y^2=1290{,}3$





Radio Torsional:

$$I_P = \sum_i R_i r_i^2 \rightarrow$$

I_P= 692,5

$$r_{xx}^2 = \frac{I_P}{\sum Rx_i} \rightarrow$$

r_{xx}^2= 24,00

$$r_{yy}^2 = \frac{I_P}{\sum Ry_i} \rightarrow$$

r_{yy}^2= 9,67

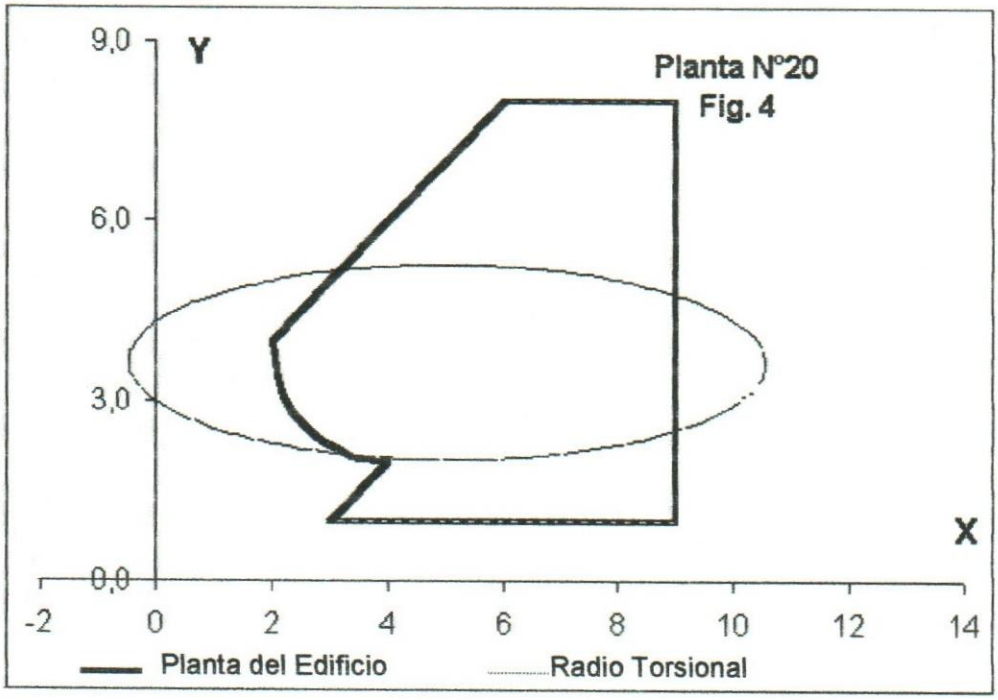
Dimensiones de los semi-ejes del núcleo central:

Semi-eje paralelo a x:

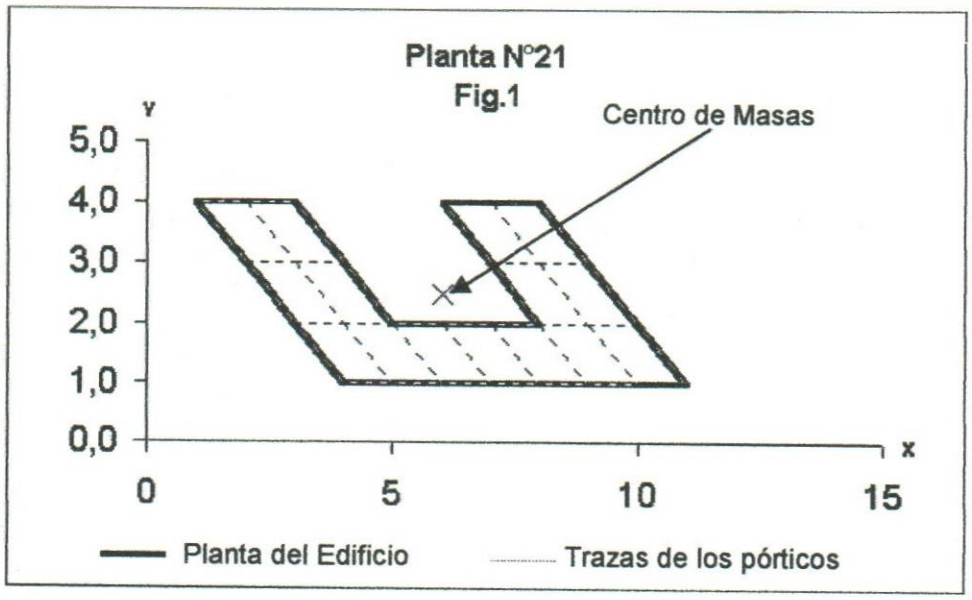
r_{xx}^2/c= 5,50

Semi-eje paralelo a y:

r_{yy}^2/c= 1,63



Planta N°21:



l_i: $a_i x + b_i y + c_i = 0$ Ri=RIGIDEZ DE CADA PORTICO

	l_i	R_i
l_1:	x + y - 5 = 0	4,20
l_2:	x + y - 6 = 0	4,20
l_3:	x + y - 7 = 0	4,20
l_4:	x + y - 8 = 0	1,20
l_5:	x + y - 9 = 0	1,20
l_6:	x + y - 10 = 0	4,20
l_7:	x + y - 11 = 0	4,20
l_8:	x + y - 12 = 0	4,20
l_9:	y - 4 = 0	4,00
l_{10}:	y - 3 = 0	4,00
l_{11}:	y - 2 = 0	7,00
l_{12}:	y - 1 = 0	7,00

$$A_{11} = \sum_{i=1}^{n}\left(\frac{R_i a_i^2}{a_i^2 + b_i^2}\right) \rightarrow$$ A_{11}= 13,8

$$A_{12} = \sum_{i=1}^{n}\left(\frac{R_i a_i b_i}{a_i^2 + b_i^2}\right) \rightarrow$$ A_{12}= -13,8

$$A_{22} = \sum_{i=1}^{n}\left(\frac{R_i b_i^2}{a_i^2 + b_i^2}\right) \rightarrow$$ A_{22}= 35,80

$$P_1 = -\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{R_i a_i c_i}{a_i^2 + b_i^2}\right) \rightarrow$$ P_1= 32,1

$$P_2 = -\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{R_i b_i c_i}{a_i^2 + b_i^2}\right) \rightarrow$$ P_2= -57,8

$$x_o = \frac{P_1 A_{22} - P_2 A_{12}}{A_{11} A_{22} - A_{12}^2} \rightarrow$$ X_0= 1,16

$$y_o = \frac{P_2 A_{11} - P_1 A_{12}}{A_{11} A_{22} - A_{12}^2} \rightarrow$$ Y_0= -1,17

Dirección de los ejes principales:

$$\alpha = \frac{1}{2}\operatorname{arctg}\left(\frac{2A_{12}}{A_{11} - A_{22}}\right) \rightarrow$$ α = 25,72

Ecuaciones de los ejes principales de la elipse de rigidez

$\text{Sen}\alpha(x-x_o)-\text{Cos}\alpha(y-y_o)=0$ → x-2,08y-3,6=x'

$\text{Cos}\alpha(x-x_o)+\text{Sen}\alpha(y-y_o)=0$ → 2,08x+y-1,24=y'

Ecuación de la elipse de rigidez

$14x^2 + 36y^2 - 64{,}2\,x - -116\,y - 28\,x\,y - 167 = 0$

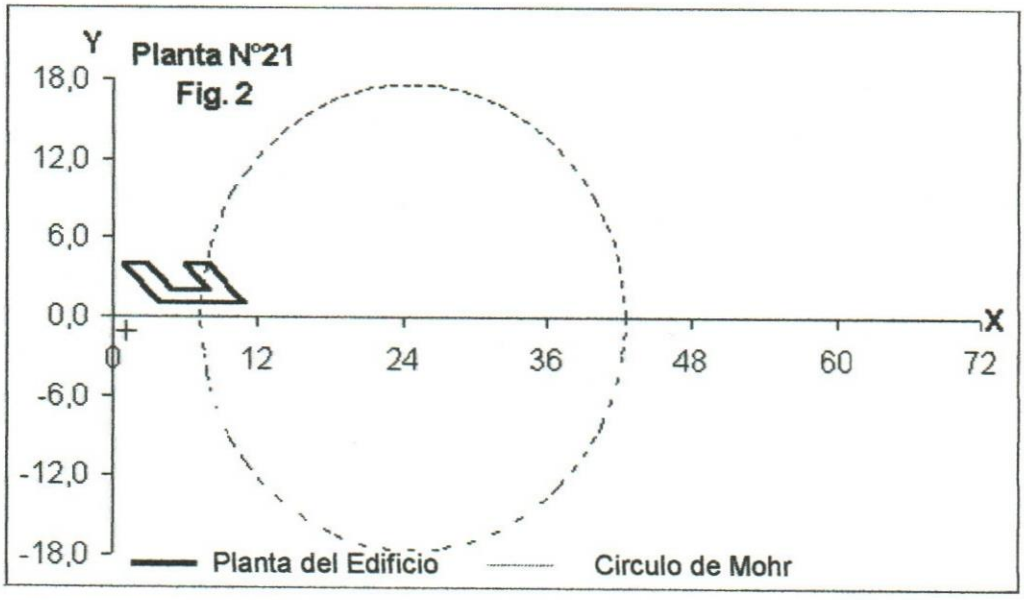
Ecuación del círculo de Mohr:

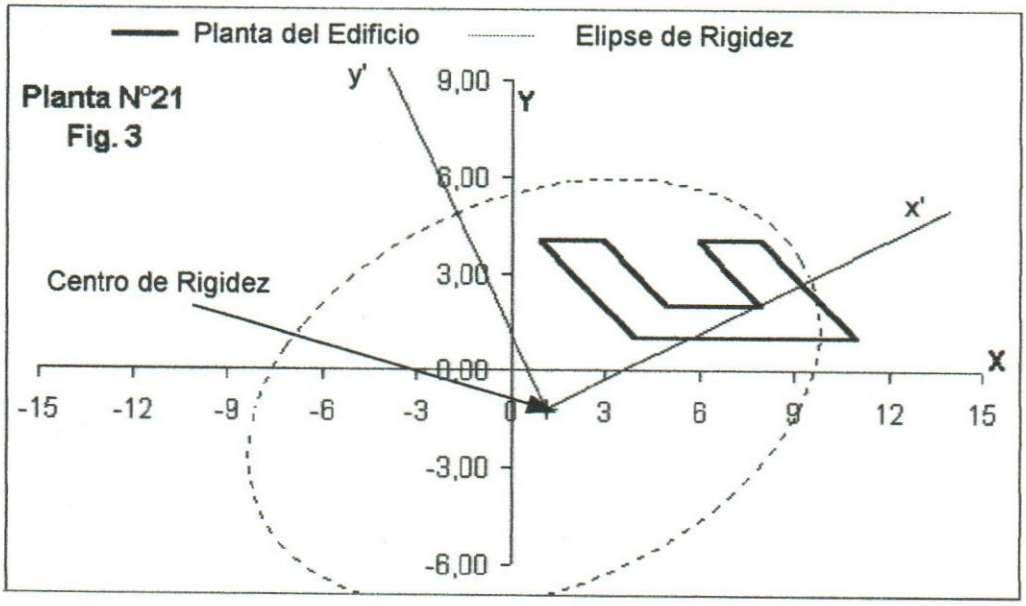
$(x-a)^2+y^2=b^2$

$a=(A_{11}+A_{22})/2 \rightarrow a=24{,}80$

$b^2= [(A_{11}-A_{22})/2]^2+A_{12}^2 \rightarrow b^2=311{,}4$

$(x-24{,}80)^2+y^2=311{,}4$





Radio Torsional:

$$I_P = \sum_i R_i r_i^2 \rightarrow$$

I_P= 1984,4

$$r_{xx}^2 = \frac{I_P}{\sum Rx_i} \rightarrow$$

r_{xx}^2= 143,80

$$r_{yy}^2 = \frac{I_P}{\sum Ry_i} \rightarrow$$

r_{yy}^2= 55,43

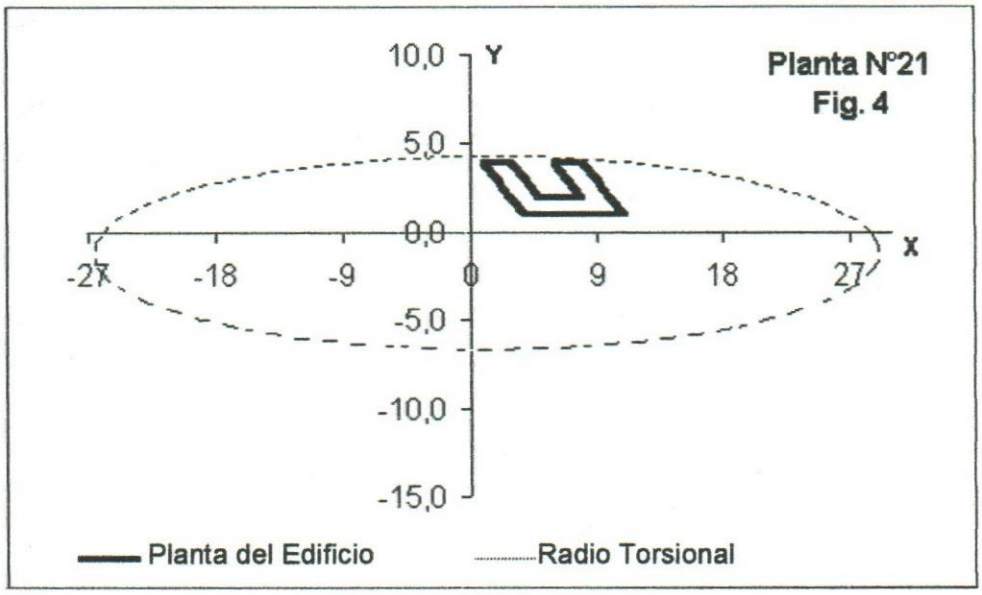
Dimensiones de los semi-ejes del núcleo central:

Semi-eje paralelo a x:

r_{xx}^2/c= 27,82

Semi-eje paralelo a y:

r_{yy}^2/c= 5,47



CAPITULO IV

CAPITULO IV:
EJEMPLOS DE PLANTAS CON PORTICOS ORTOGONALES, CON RIGIDECES INTERNAS PROPORCIONALES A SU LONGITUD Y RIGIDECES EXTERNAS CUATRO VECES MAYOR A SU LONGITUD

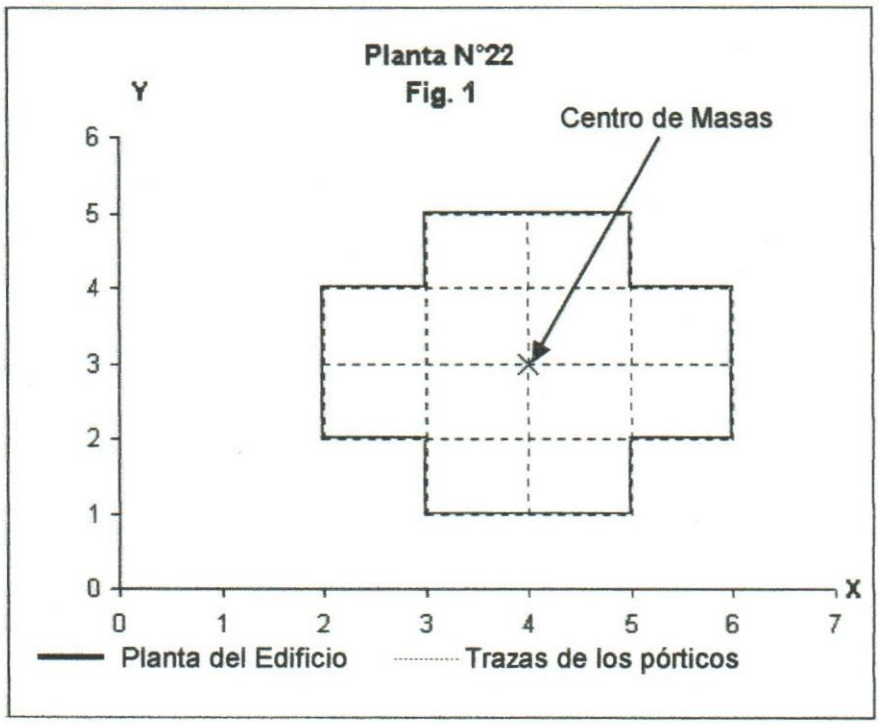
Seleccionamos al azar algunas plantas del Capítulo II, y trabajamos con la misma configuración de pórticos, solo que esta vez las rigideces de los pórticos externos las cuadruplicamos y mantuvimos igual las rigideces internas para poder observar como se afecta el comportamiento de la planta con esta variación.

Una vez graficada la planta y sus trazas (Fig. 1), se buscaron las ecuaciones de las rectas que describían las trazas de los pórticos y se calcularon las rigideces (R=EI) en cada dirección ($R_{xx} = A_{11}$; $R_{yy} = A_{22}$; $R_{xy} = A_{12}$; $R_{yx} = A_{21}$).

Se planteó la ecuación del círculo de Mohr para cada planta y se presentó en un gráfico (Fig. 2), en el cual se observa la planta en estudio y el círculo de Mohr.

Luego se buscó el Centro de Rigidez, los ejes de la elipse (x' y y'), y la elipse de rigidez (Fig. 3), y por último tendremos una gráfica de la planta con su radio torsional (Fig. 4).

Planta N°22:



Ri=RIGIDEZ DE CADA PORTICO

l_i: $a_ix+b_iy+c_i=0$	R_i
l_1: x - 2 = 0	8
l_2: x - 3 = 0	4
l_3: x - 4 = 0	4
l_4: x - 5 = 0	4
l_5: x - 6 = 0	8
l_6: y - 5 = 0	8
l_7: y - 4 = 0	4
l_8: y - 3 = 0	4
l_9: y - 2 = 0	4
l_{10}: y - 1 = 0	8

$$A_{11}=\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{R_i a_i^2}{a_i^2+b_i^2}\right)\rightarrow \qquad A_{11}= \quad 28{,}0$$

$$A_{12} = \sum_{i=1}^{n}\left(\frac{R_i a_i b_i}{a_i^2 + b_i^2}\right) \rightarrow \qquad A_{12} = \quad 0{,}0$$

$$A_{22} = \sum_{i=1}^{n}\left(\frac{R_i b_i^2}{a_i^2 + b_i^2}\right) \rightarrow \qquad A_{22} = \quad 28{,}0$$

$$P_1 = -\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{R_i a_i c_i}{a_i^2 + b_i^2}\right) \rightarrow \qquad P_1 = \quad 112{,}0$$

$$P_2 = -\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{R_i b_i c_i}{a_i^2 + b_i^2}\right) \rightarrow \qquad P_2 = \quad 84{,}0$$

$$x_o = \frac{P_1 A_{22} - P_2 A_{12}}{A_{11} A_{22} - A_{12}^2} \rightarrow \qquad x_o = \quad 4{,}0$$

$$y_o = \frac{P_2 A_{11} - P_1 A_{12}}{A_{11} A_{22} - A_{12}^2} \rightarrow \qquad y_o = \quad 3{,}0$$

Dirección de los ejes principales:

$$\alpha = \frac{1}{2}\operatorname{arctg}\left(\frac{2A_{12}}{A_{11} - A_{22}}\right) \rightarrow$$

La dirección de los ejes principales de la elipse de rigidez es cualquiera, ya que por ser totalmente simétrica se forma una circunferencia de rigidez

Ecuación de la circunferencia de rigidez

$28{,}0\ x^2 + 28{,}0\ y^2 - 224\ x - 168\ y = 1$

Centro de la circunferencia:

$x_o = 4 \qquad y_o = 3$

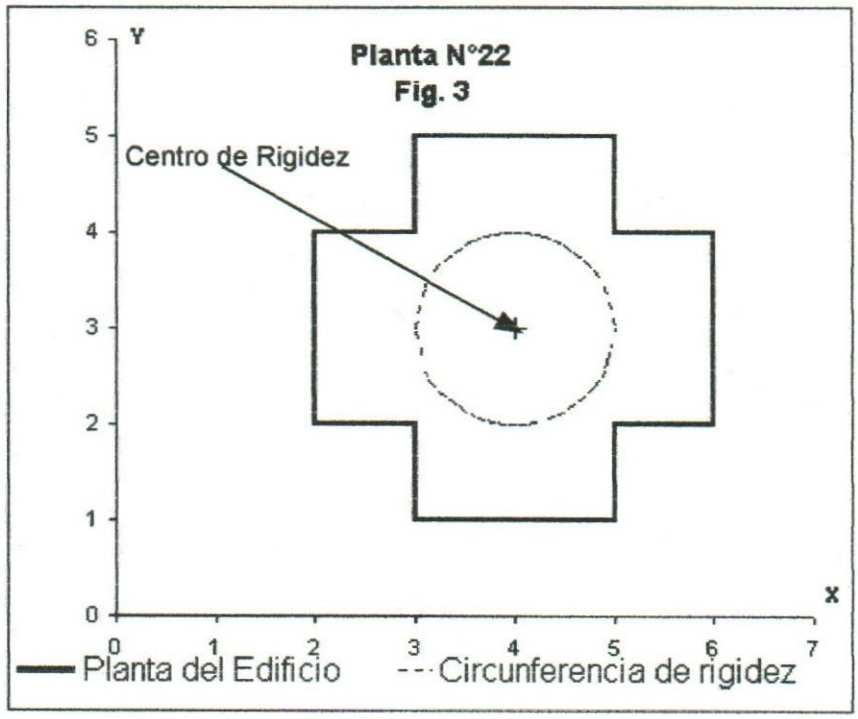
Ecuación del círculo de Mohr:

$(x-a)^2+y^2=b^2$

$a=(A_{11}+A_{22})/2 \quad \rightarrow \quad a=28{,}00$

$b^2= \quad [(A_{11}-A_{22})/2]^2+A_{12}^2 \quad \rightarrow \quad b^2=0{,}00$

$(x-28)^2+y^2=0$



Radio Torsional

$$I_P = \sum_i R_i r_i^2 \rightarrow \qquad I_P = 144{,}0$$

$$r_{xx}^2 = \frac{I_P}{\sum Rx_i} \rightarrow \qquad r_{xx}^2 = 5{,}14$$

$$r_{yy}^2 = \frac{I_P}{\sum Ry_i} \rightarrow \qquad r_{yy}^2 = 5{,}14$$

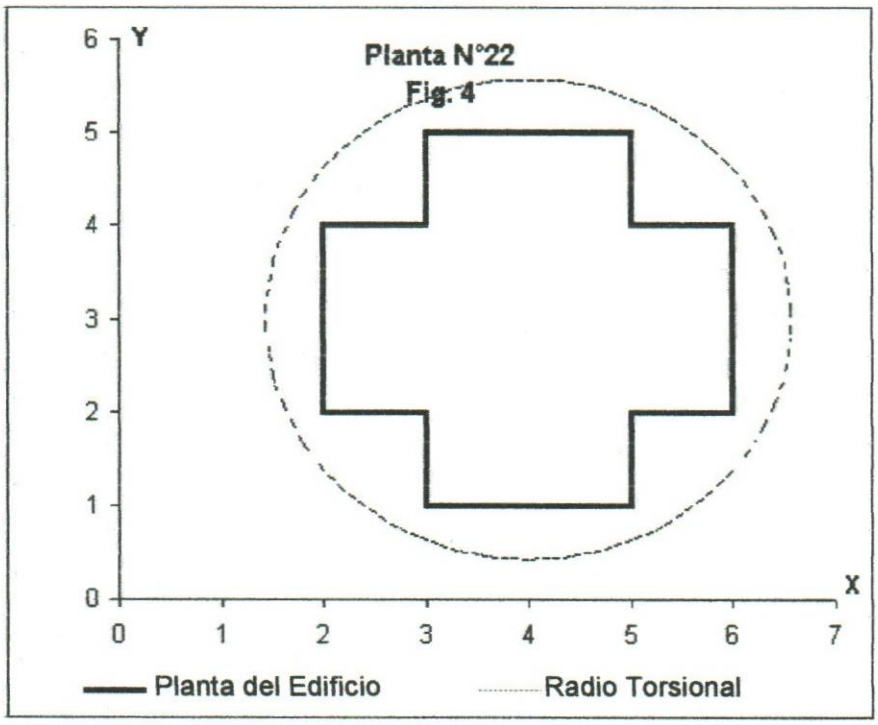
Dimensiones de los semi-ejes del núcleo central:

Semi-eje paralelo a x:

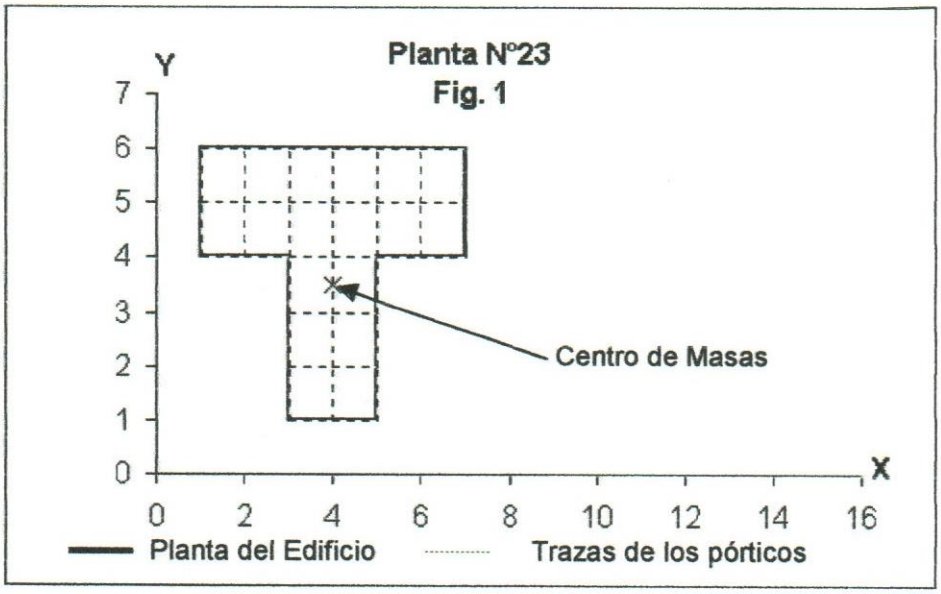
$r_{xx}^2/c=$ 2,57

Semi-eje paralelo a y:

$r_{yy}^2/c=$ 2,57



Planta N°23:



l_i: $a_ix+b_iy+c_i=0$

Ri=RIGIDEZ DE CADA PORTICO

	l_i	R_i
l_1:	x - 1 = 0	8,00
l_2:	x - 2 = 0	2,00
l_3:	x - 3 = 0	14,00
l_4:	x - 4 = 0	5,00
l_5:	x - 5 = 0	14,00
l_6:	x - 6 = 0	2,00
l_7:	x - 7 = 0	8,00
l_8:	y - 6 = 0	24,00
l_9:	y - 5 = 0	6,00
l_{10}:	y - 4 = 0	18,00
l_{11}:	y - 3 = 0	2,00
l_{12}:	y - 2 = 0	2,00
l_{13}:	y - 1 = 0	8,00

$$A_{11} = \sum_{i=1}^{n}\left(\frac{R_i a_i^2}{a_i^2 + b_i^2}\right) \rightarrow$$ A_{11}= 53,00

$$A_{12} = \sum_{i=1}^{n}\left(\frac{R_i a_i b_i}{a_i^2 + b_i^2}\right) \rightarrow$$ A_{12}= 0,00

$$A_{22} = \sum_{i=1}^{n}\left(\frac{R_i b_i^2}{a_i^2 + b_i^2}\right) \rightarrow$$ A_{22}= 60,00

$$P_1 = -\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{R_i a_i c_i}{a_i^2 + b_i^2}\right) \rightarrow$$ P_1= 212,0

$$P_2 = -\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{R_i b_i c_i}{a_i^2 + b_i^2}\right) \rightarrow$$ P_2= 264,0

$$x_o = \frac{P_1 A_{22} - P_2 A_{12}}{A_{11} A_{22} - A_{12}^2} \rightarrow$$ X_0= 4,00

$$y_o = \frac{P_2 A_{11} - P_1 A_{12}}{A_{11} A_{22} - A_{12}^2} \rightarrow$$ Y_0= 4,4

Dirección de los ejes principales:

$$\alpha = \frac{1}{2}\operatorname{arctg}\left(\frac{2A_{12}}{A_{11} - A_{22}}\right) \rightarrow$$ α = 0

Ecuaciones de los ejes principales de la elipse de rigidez

$\text{Sen}\alpha(x-x_o)-\text{Cos}\alpha(y-y_o)=0$ → y - 4,40 = 0

$\text{Cos}\alpha(x-x_o)+\text{Sen}\alpha(y-y_o)=0$ → x - 4,00 = 0

Ecuación de la elipse de rigidez

$53x^2 + 60y^2 - 424\,x - 528\,y = 1$

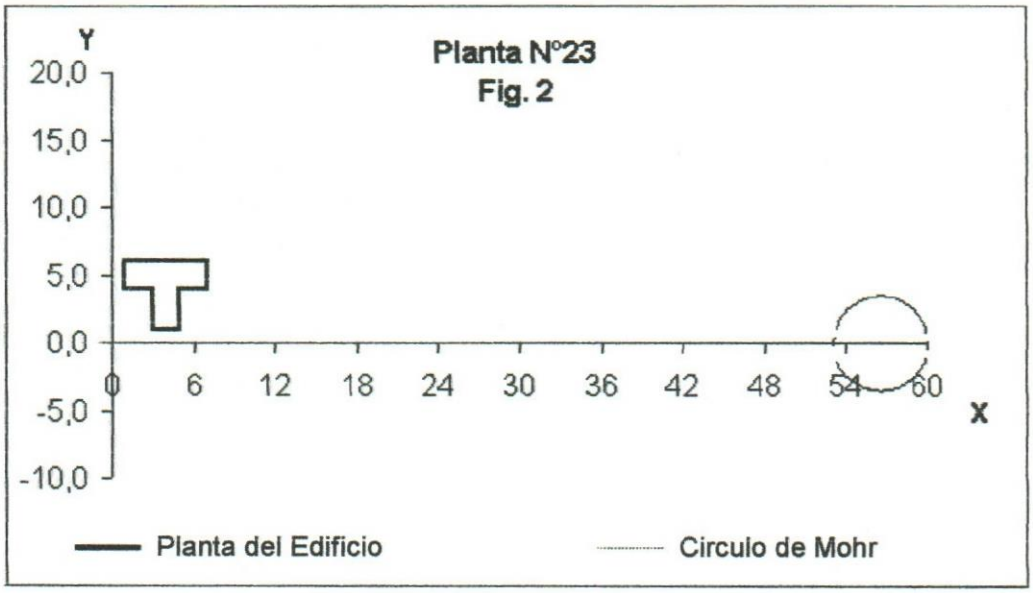
Ecuación del círculo de Mohr:

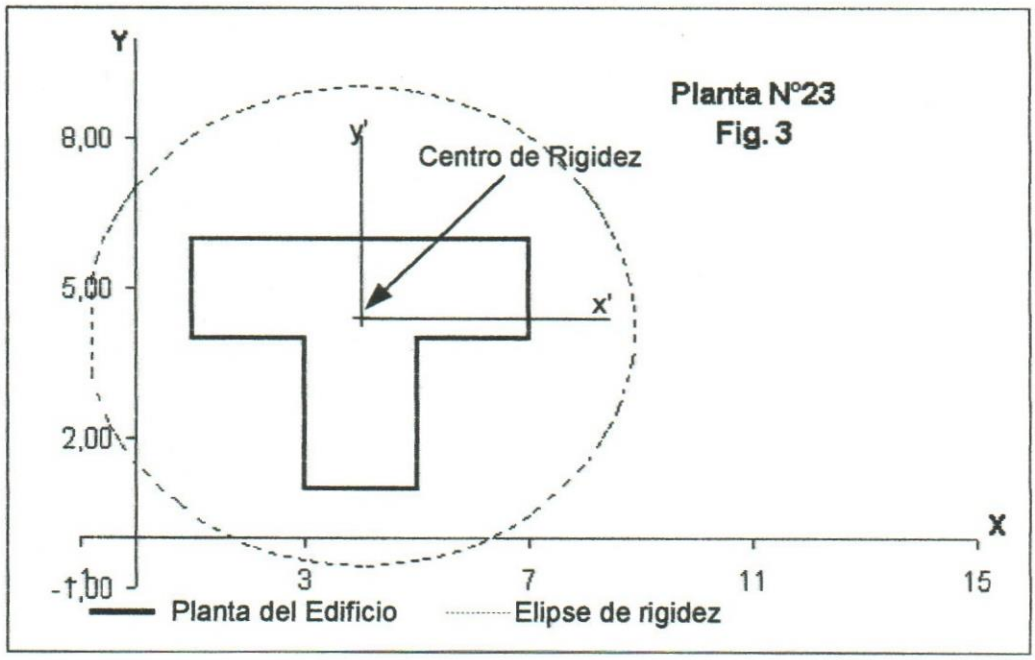
$(x-a)^2+y^2=b^2$

$a=(A_{11}+A_{22})/2 \quad \rightarrow \quad a=56{,}50$

$b^2= [(A_{11}-A_{22})/2]^2+A_{12}^2 \quad \rightarrow \quad b^2=12{,}25$

$(x-56{,}50)^2+y^2=12{,}25$





Radio Torsional:

$$I_P = \sum_i R_i r_i^2 \rightarrow$$

I_P= 362,4

$$r_{xx}^2 = \frac{I_P}{\sum Rx_i} \rightarrow$$

r_{xx}^2= 6,84

$$r_{yy}^2 = \frac{I_P}{\sum Ry_i} \rightarrow$$

r_{yy}^2= 6,04

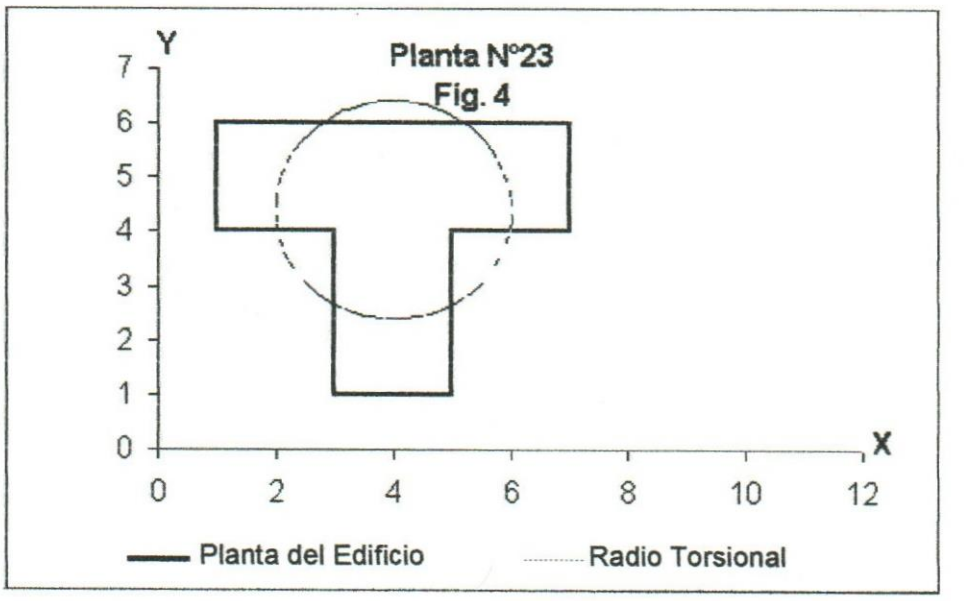
Dimensiones de los semi-ejes del núcleo central:

Semi-eje paralelo a x:

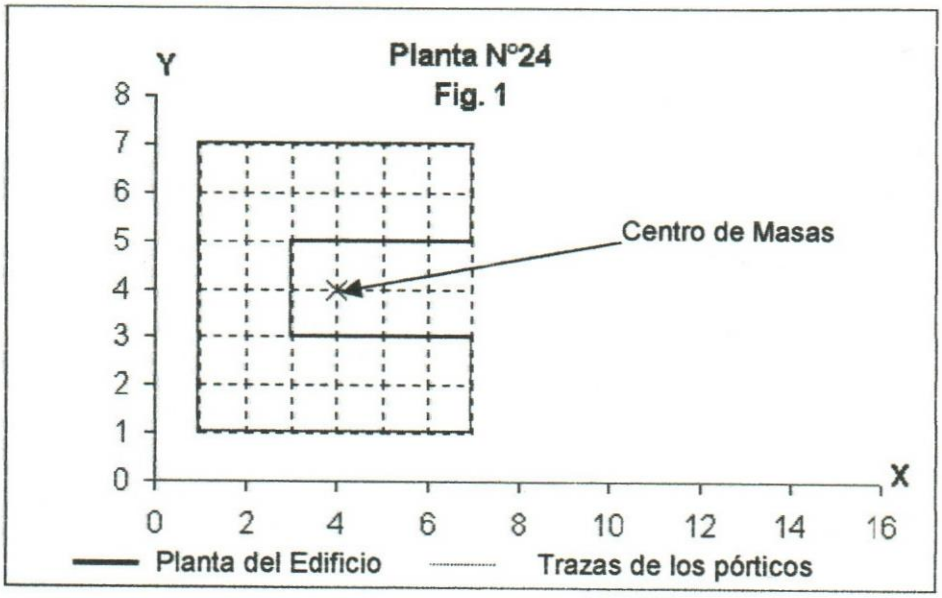
r_{xx}^2/c= 2,01

Semi-eje paralelo a y:

r_{yy}^2/c= 2,01



Planta N°24:



l_i: $a_i x + b_i y + c_i = 0$

Ri=RIGIDEZ DE CADA PORTICO

l_i						R_i
l_1:	x	-	1	=	0	24,00
l_2:	x	-	2	=	0	6,00
l_3:	x	-	3	=	0	12,00
l_4:	x	-	4	=	0	4,00
l_5:	x	-	5	=	0	4,00
l_6:	x	-	6	=	0	4,00
l_7:	x	-	7	=	0	16,00
l_8:	y	-	7	=	0	24,00
l_9:	y	-	6	=	0	6,00
l_{10}:	y	-	5	=	0	18,00
l_{11}:	y	-	4	=	0	2,00
l_{12}:	y	-	3	=	0	18,00
l_{13}:	y	-	2	=	0	6,00
l_{14}:	y	-	1	=	0	24,00

$$A_{11} = \sum_{i=1}^{n}\left(\frac{R_i a_i^2}{a_i^2 + b_i^2}\right) \rightarrow$$ A_{11}= 70,00

$$A_{12} = \sum_{i=1}^{n}\left(\frac{R_i a_i b_i}{a_i^2 + b_i^2}\right) \rightarrow$$ A_{12}= 0,00

$$A_{22} = \sum_{i=1}^{n}\left(\frac{R_i b_i^2}{a_i^2 + b_i^2}\right) \rightarrow$$ A_{22}= 98,00

$$P_1 = -\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{R_i a_i c_i}{a_i^2 + b_i^2}\right) \rightarrow$$ P_1= 244

$$P_2 = -\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{R_i b_i c_i}{a_i^2 + b_i^2}\right) \rightarrow$$ P_2= 392,0

$$x_o = \frac{P_1 A_{22} - P_2 A_{12}}{A_{11} A_{22} - A_{12}^2} \rightarrow$$ X_0= 3,49

$$y_o = \frac{P_2 A_{11} - P_1 A_{12}}{A_{11} A_{22} - A_{12}^2} \rightarrow$$ Y_0= 4,00

Dirección de los ejes principales:

$$\alpha = \frac{1}{2}\,\mathrm{arctg}\left(\frac{2A_{12}}{A_{11} - A_{22}}\right) \rightarrow$$ α = 0

Ecuaciones de los ejes principales de la elipse de rigidez

$\mathrm{Sen}\alpha(x-x_o)-\mathrm{Cos}\alpha(y-y_o)=0$ → y - 4,00 = 0

$\mathrm{Cos}\alpha(x-x_o)+\mathrm{Sen}\alpha(y-y_o)=0$ → x - 3,49 = 0

Ecuación de la elipse de rigidez

$70x^2 + 98y^2 - 488\,x - 784\,y = 1$

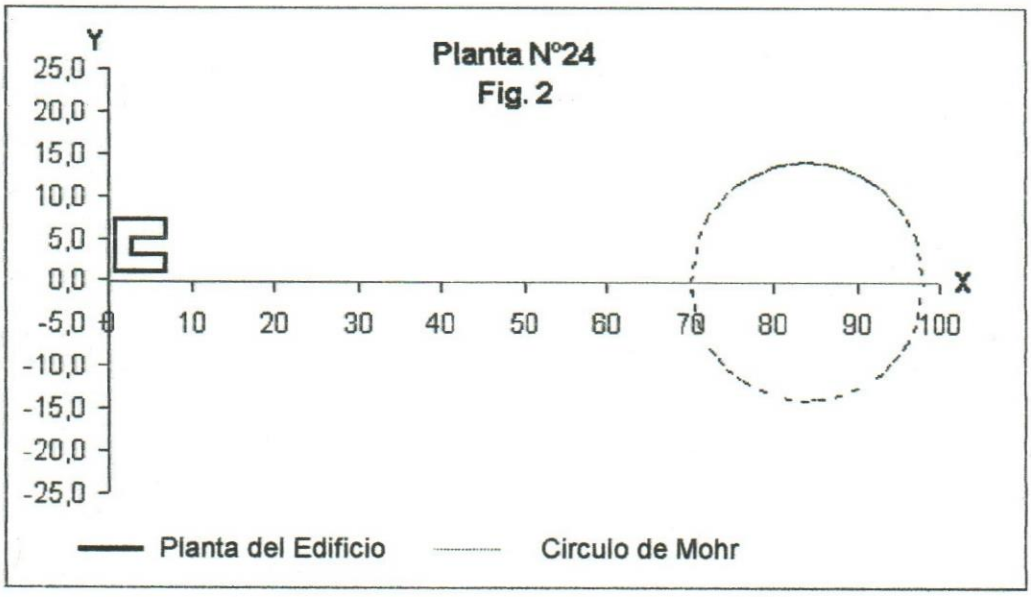
Ecuación del círculo de Mohr:

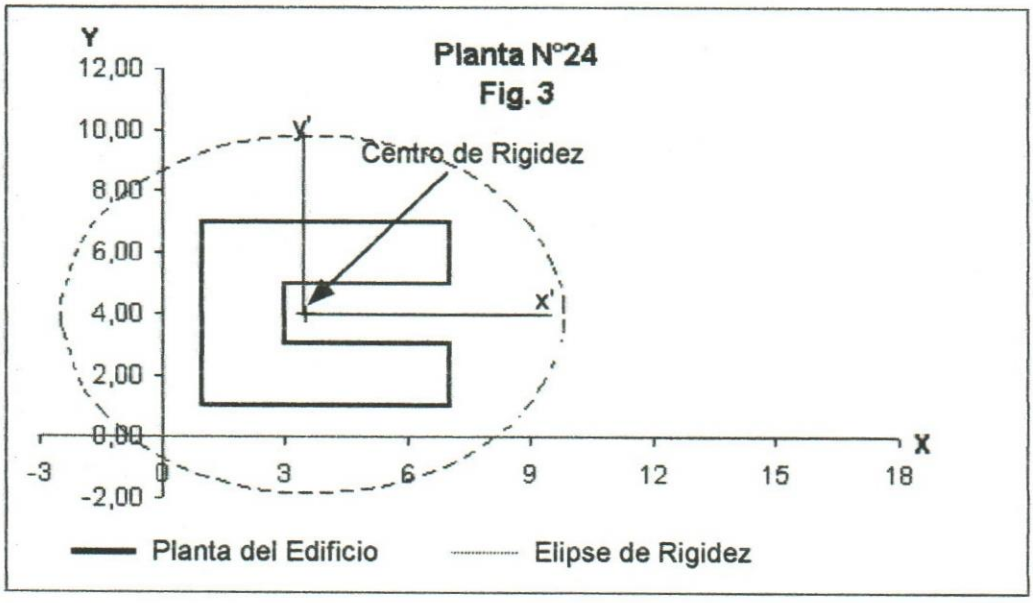
$(x-a)^2+y^2=b^2$

$a=(A_{11}+A_{22})/2 \rightarrow a=84{,}00$

$b^2= [(A_{11}-A_{22})/2]^2+A_{12}^2 \rightarrow b^2=196{,}00$

$(x-84)^2+y^2=196$





Radio Torsional:

$$I_P = \sum_i R_i r_i^2 \rightarrow$$

I_P= 913,5

$$r_{xx}^2 = \frac{I_P}{\sum Rx_i} \rightarrow$$

r_{xx}^2= 13,05

$$r_{yy}^2 = \frac{I_P}{\sum Ry_i} \rightarrow$$

r_{yy}^2= 9,32

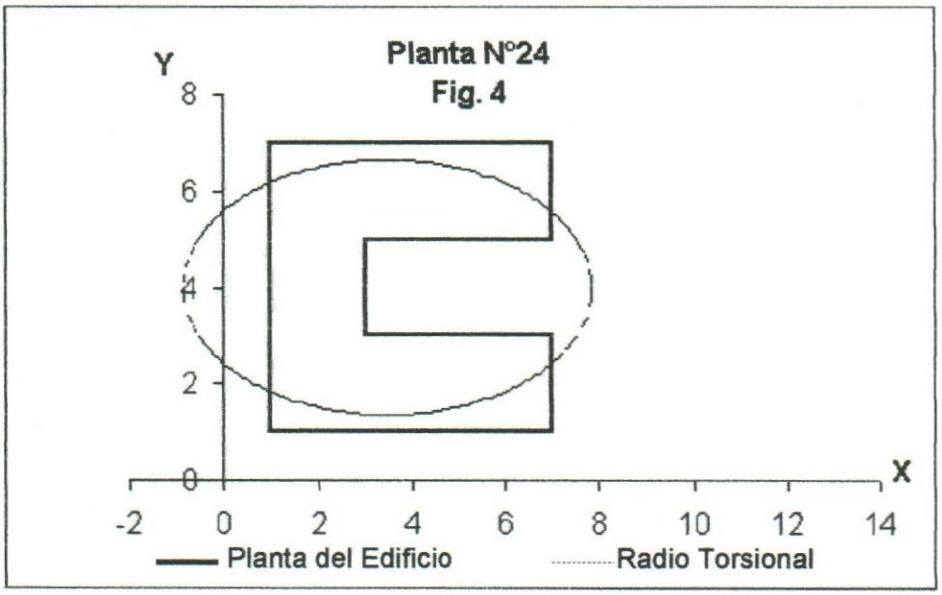
Dimensiones de los semi-ejes del núcleo central:

Semi-eje paralelo a x:

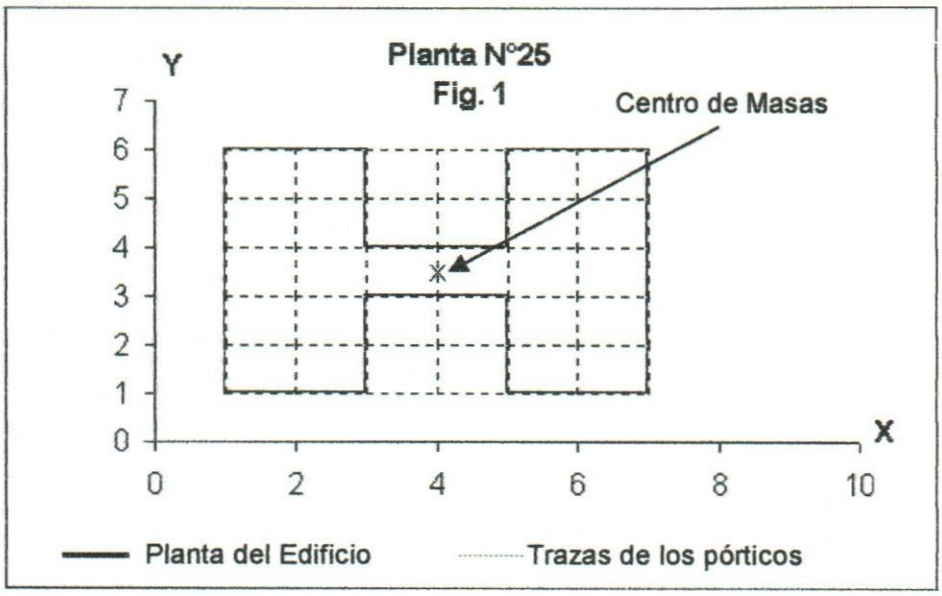
r_{xx}^2/c= 4,35

Semi-eje paralelo a y:

r_{yy}^2/c= 2,65



Planta N°25:



l_i: $a_i x + b_i y + c_i = 0$

Ri=RIGIDEZ DE CADA PORTICO

	l_i	R_i
l_1:	x - 1 = 0	20,00
l_2:	x - 2 = 0	5,00
l_3:	x - 3 = 0	17,00
l_4:	x - 4 = 0	1,00
l_5:	x - 5 = 0	17,00
l_6:	x - 6 = 0	5,00
l_7:	x - 7 = 0	20,00
l_8:	y - 6 = 0	16,00
l_9:	y - 5 = 0	4,00
l_{10}:	y - 4 = 0	12,00
l_{11}:	y - 3 = 0	12,00
l_{12}:	y - 2 = 0	4,00
l_{13}:	y - 1 = 0	16,00

$$A_{11} = \sum_{i=1}^{n}\left(\frac{R_i a_i^2}{a_i^2 + b_i^2}\right) \rightarrow$$ A_{11}= 85,00

$$A_{12} = \sum_{i=1}^{n}\left(\frac{R_i a_i b_i}{a_i^2 + b_i^2}\right) \rightarrow$$ A_{12}= 0,00

$$A_{22} = \sum_{i=1}^{n}\left(\frac{R_i b_i^2}{a_i^2 + b_i^2}\right) \rightarrow$$ A_{22}= 64,00

$$P_1 = -\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{R_i a_i c_i}{a_i^2 + b_i^2}\right) \rightarrow$$ P_1= 340

$$P_2 = -\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{R_i b_i c_i}{a_i^2 + b_i^2}\right) \rightarrow$$ P_2= 224,0

$$x_o = \frac{P_1 A_{22} - P_2 A_{12}}{A_{11}A_{22} - A_{12}^2} \rightarrow$$ X_0= 4,00

$$y_o = \frac{P_2 A_{11} - P_1 A_{12}}{A_{11}A_{22} - A_{12}^2} \rightarrow$$ Y_0= 3,50

Dirección de los ejes principales:

$$\alpha = \frac{1}{2}\operatorname{arctg}\left(\frac{2A_{12}}{A_{11} - A_{22}}\right) \rightarrow$$ α = 0

Ecuaciones de los ejes principales de la elipse de rigidez

$\text{Sen}\alpha(x-x_o)-\text{Cos}\alpha(y-y_o)=0$ → y - 3,50 = 0

$\text{Cos}\alpha(x-x_o)+\text{Sen}\alpha(y-y_o)=0$ → x - 4,00 = 0

Ecuación de la elipse de rigidez

$85x^2 + 64y^2 - 680x - 448y = 1$

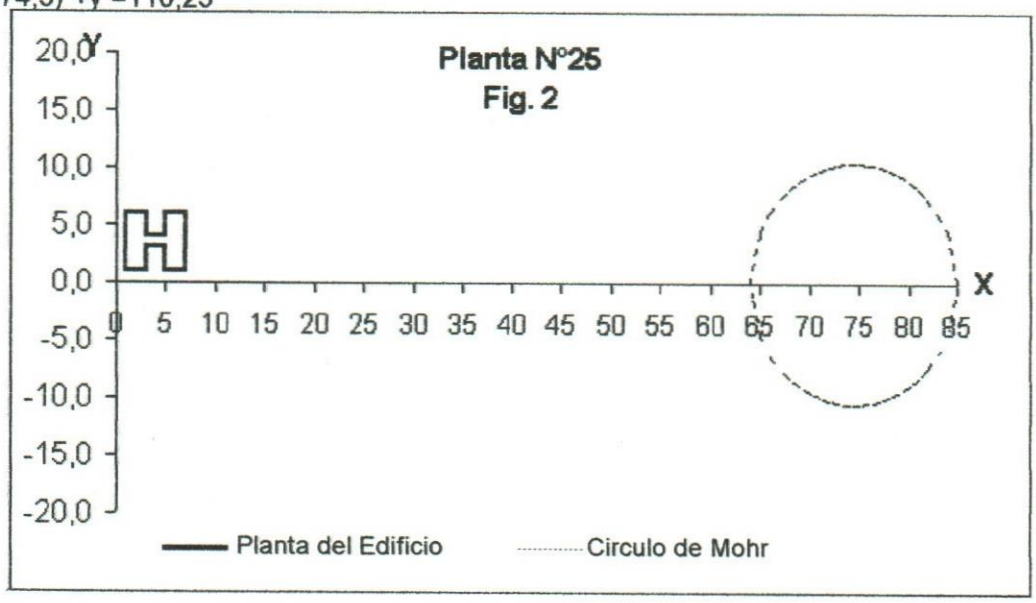
Ecuación del círculo de Mohr:

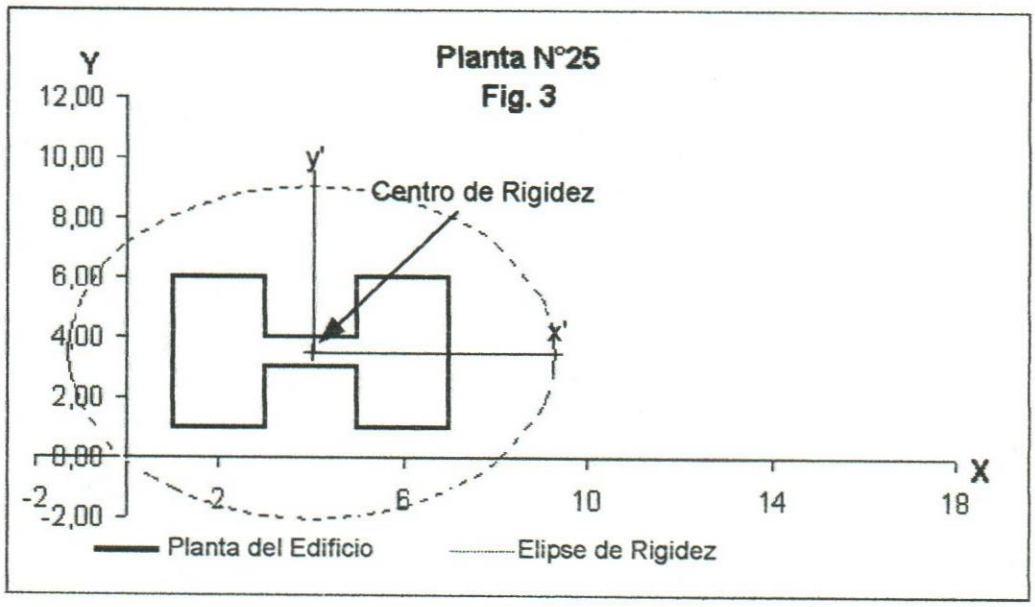
$(x-a)^2+y^2=b^2$

$a=(A_{11}+A_{22})/2 \rightarrow a=74{,}50$

$b^2= [(A_{11}-A_{22})/2]^2+A_{12}^2 \rightarrow b^2=110{,}25$

$(x-74{,}5)^2+y^2=110{,}25$





Radio Torsional:

$$I_P = \sum_i R_i r_i^2 \rightarrow$$

I_P= 658,0

$$r_{xx}^2 = \frac{I_P}{\sum Rx_i} \rightarrow$$

r_{xx}^2= 7,74

$$r_{yy}^2 = \frac{I_P}{\sum Ry_i} \rightarrow$$

r_{yy}^2= 10,28

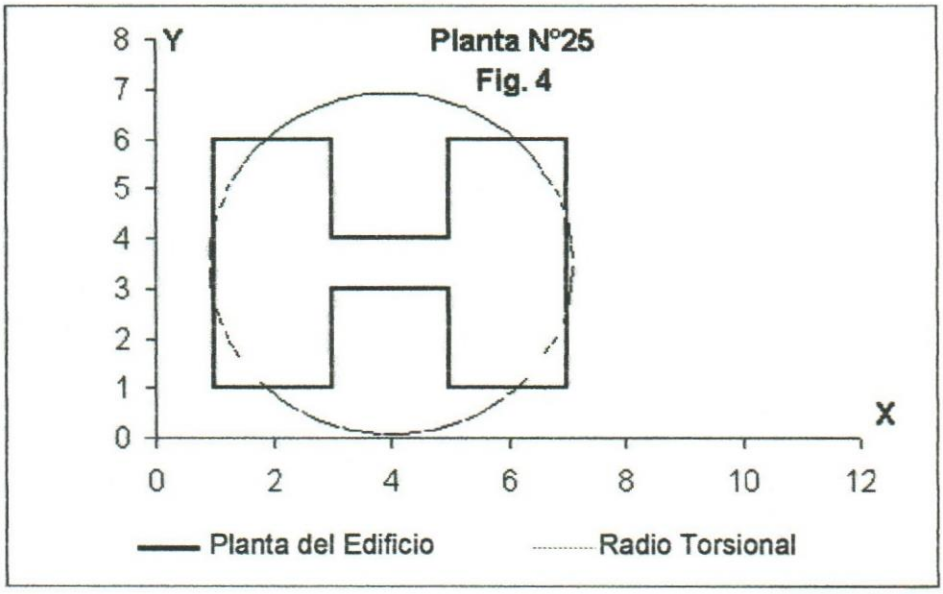
Dimensiones de los semi-ejes del núcleo central:

Semi-eje paralelo a x:

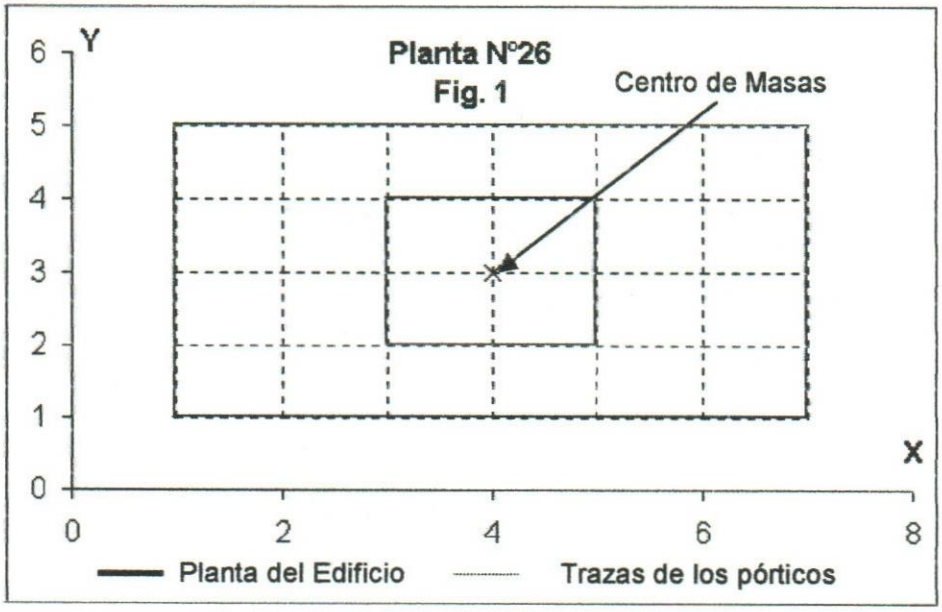
r_{xx}^2/c= 3,10

Semi-eje paralelo a y:

r_{yy}^2/c= 3,43



Planta N°26:



l_i: $a_i x + b_i y + c_i = 0$

Ri=RIGIDEZ DE CADA PORTICO

	l_i	R_i
l_1:	x - 1 = 0	16,00
l_2:	x - 2 = 0	4,00
l_3:	x - 3 = 0	10,00
l_4:	x - 4 = 0	2,00
l_5:	x - 5 = 0	10,00
l_6:	x - 6 = 0	4,00
l_7:	x - 7 = 0	16,00
l_8:	y - 5 = 0	24,00
l_9:	y - 4 = 0	12,00
l_{10}:	y - 3 = 0	4,00
l_{11}:	y - 2 = 0	12,00
l_{12}:	y - 1 = 0	24,00

$$A_{11} = \sum_{i=1}^{n}\left(\frac{R_i a_i^2}{a_i^2 + b_i^2}\right) \rightarrow$$ A_{11}= 62,00

$$A_{12} = \sum_{i=1}^{n}\left(\frac{R_i a_i b_i}{a_i^2 + b_i^2}\right) \rightarrow$$ A_{12}= 0,00

$$A_{22} = \sum_{i=1}^{n}\left(\frac{R_i b_i^2}{a_i^2 + b_i^2}\right) \rightarrow$$ A_{22}= 76,00

$$P_1 = -\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{R_i a_i c_i}{a_i^2 + b_i^2}\right) \rightarrow$$ P_1= 248,0

$$P_2 = -\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{R_i b_i c_i}{a_i^2 + b_i^2}\right) \rightarrow$$ P_2= 228,0

$$x_o = \frac{P_1 A_{22} - P_2 A_{12}}{A_{11} A_{22} - A_{12}^2} \rightarrow$$ X_0= 4,00

$$y_o = \frac{P_2 A_{11} - P_1 A_{12}}{A_{11} A_{22} - A_{12}^2} \rightarrow$$ Y_0= 3,00

Dirección de los ejes principales:

$$\alpha = \frac{1}{2}\operatorname{arctg}\left(\frac{2A_{12}}{A_{11} - A_{22}}\right) \rightarrow$$ α = 0

Ecuaciones de los ejes principales de la elipse de rigidez

$\text{Sen}\alpha(x-x_o)-\text{Cos}\alpha(y-y_o)=0$ → y - 3,00 = X'

$\text{Cos}\alpha(x-x_o)+\text{Sen}\alpha(y-y_o)=0$ → x - 4,00 = Y'

Ecuación de la elipse de rigidez

$62x^2 + 76y^2 - 496\,x - 456\,y = 1$

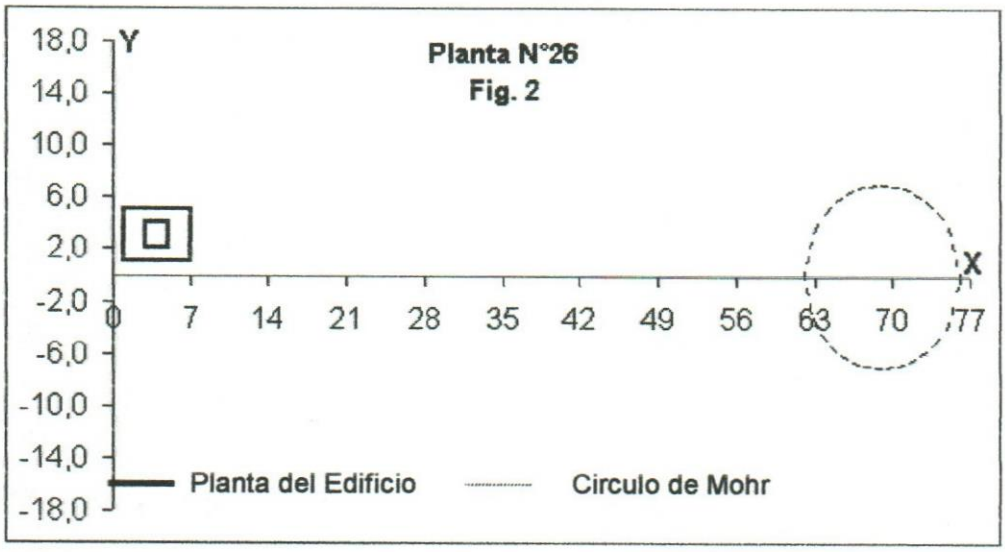
Ecuación del círculo de Mohr:

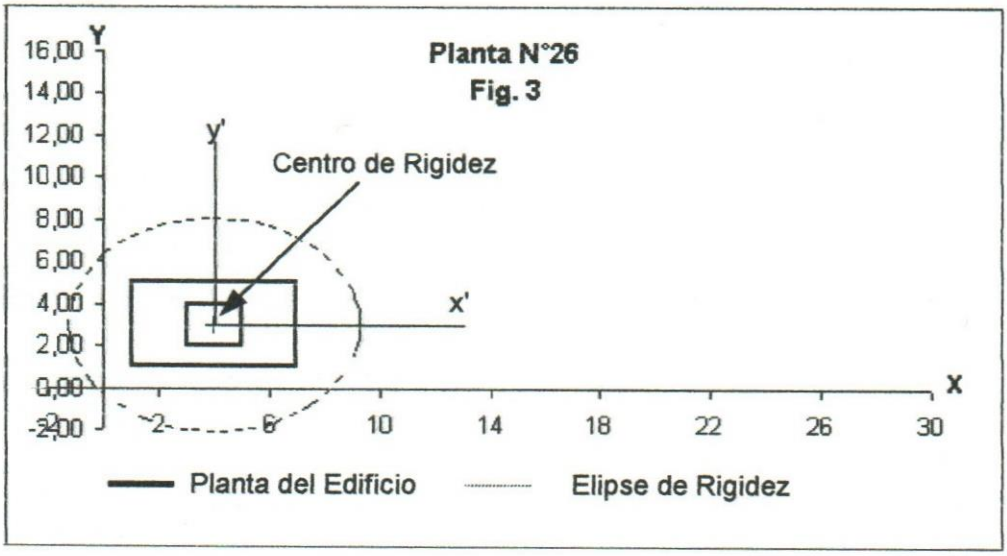
$(x-a)^2+y^2=b^2$

$a=(A_{11}+A_{22})/2 \quad \rightarrow \quad a=69{,}00$

$b^2= [(A_{11}-A_{22})/2]^2+A_{12}^2 \quad \rightarrow \quad b^2=49{,}00$

$(x-69)^2+y^2=49$





Radio Torsional:

$$I_P = \sum_i R_i r_i^2 \rightarrow$$

I_P= 556,0

$$r_{xx}^2 = \frac{I_P}{\sum Rx_i} \rightarrow$$

r_{xx}^2= 8,97

$$r_{yy}^2 = \frac{I_P}{\sum Ry_i} \rightarrow$$

r_{yy}^2= 7,32

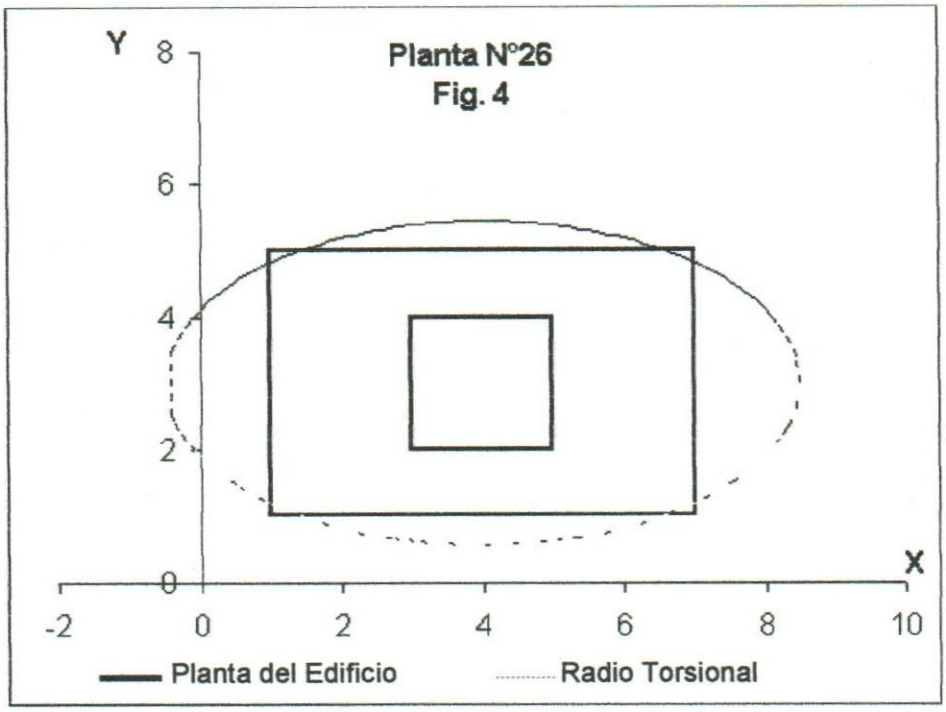
Dimensiones de los semi-ejes del núcleo central:

Semi-eje paralelo a x:

r_{xx}^2/c= 4,48

Semi-eje paralelo a y:

r_{yy}^2/c= 2,44



CAPITULO V

CAPITULO V:
EJEMPLOS DE PLANTAS CON PORTICOS ORTOGONALES, RIGIDECES EXTERNAS PROPORCIONALES A SU LONGITUD Y RIGIDECES INTERNAS CUATRO VECES MAYORES A SU LONGITUD

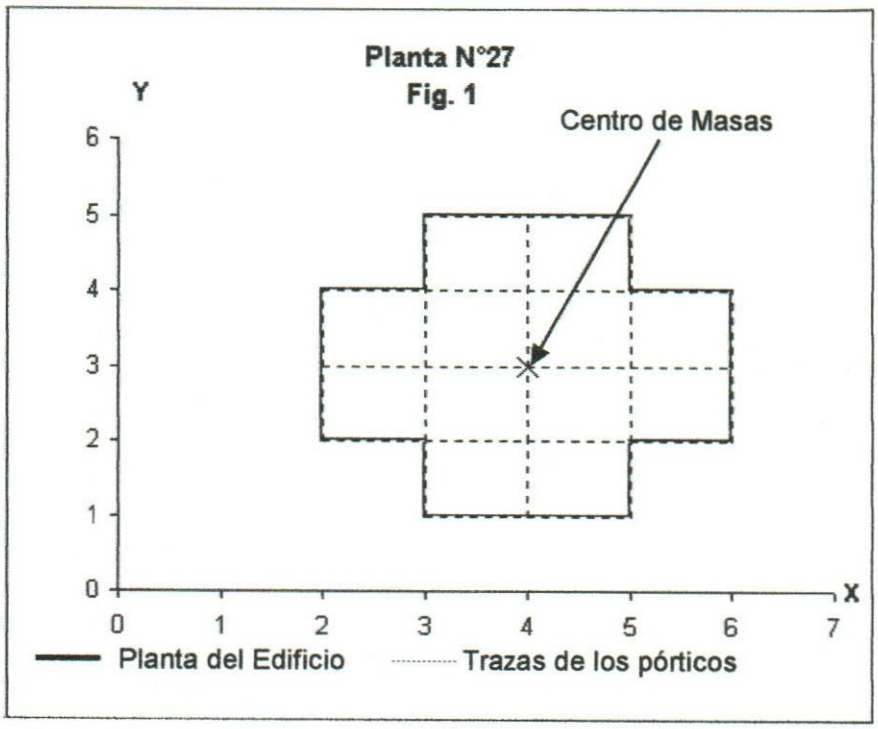
Para las mismas plantas del Capítulo IV, se redefinieron las rigideces de cada pórtico con el siguiente criterio: los pórticos externos se les asignó rigideces iguales a su longitud, mientras que para los pórticos internos la rigidez es igual a cuatro veces su longitud.

En la Figura 1 se observa el gráfico de la planta en un sistema cartesiano junto con las rectas que describen las trazas de los pórticos, a partir de este gráfico se calcularon las rigideces (R=EI) en cada dirección ($R_{xx} = A_{11}$; $R_{yy} = A_{22}$; $R_{xy} = A_{12}$; $R_{yx} = A_{21}$).

Luego tenemos la Figura 2 en donde se muestra la planta con un Círculo de Mohr.

Luego se buscó el Centro de Rigidez, los ejes de la elipse (x' y y'), y la elipse de rigidez (Fig. 3), y por último tendremos una gráfica de la planta con su radio torsional (Fig. 4).

Planta N°27:



Ri=RIGIDEZ DE CADA PORTICO

l_i: $a_ix+b_iy+c_i=0$	R_i
l_1: x - 2 = 0	2
l_2: x - 3 = 0	10
l_3: x - 4 = 0	16
l_4: x - 5 = 0	10
l_5: x - 6 = 0	2
l_6: y - 5 = 0	2
l_7: y - 4 = 0	10
l_8: y - 3 = 0	16
l_9: y - 2 = 0	10
l_{10}: y - 1 = 0	2

$$A_{11} = \sum_{i=1}^{n}\left(\frac{R_i a_i^2}{a_i^2+b_i^2}\right) \rightarrow \qquad A_{11}= \quad 40{,}0$$

$$A_{12} = \sum_{i=1}^{n}\left(\frac{R_i a_i b_i}{a_i^2 + b_i^2}\right) \rightarrow \qquad A_{12} = \quad 0{,}0$$

$$A_{22} = \sum_{i=1}^{n}\left(\frac{R_i b_i^2}{a_i^2 + b_i^2}\right) \rightarrow \qquad A_{22} = \quad 40{,}0$$

$$P_1 = -\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{R_i a_i c_i}{a_i^2 + b_i^2}\right) \rightarrow \qquad P_1 = \quad 160{,}0$$

$$P_2 = -\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{R_i b_i c_i}{a_i^2 + b_i^2}\right) \rightarrow \qquad P_2 = \quad 120{,}0$$

$$X_o = \frac{P_1 A_{22} - P_2 A_{12}}{A_{11}A_{22} - A_{12}^2} \rightarrow \qquad x_o = \ 4{,}0$$

$$y_o = \frac{P_2 A_{11} - P_1 A_{12}}{A_{11}A_{22} - A_{12}^2} \rightarrow \qquad y_o = \ 3{,}0$$

Dirección de los ejes principales:

$$\alpha = \frac{1}{2}\,\mathrm{arctg}\left(\frac{2A_{12}}{A_{11} - A_{22}}\right) \rightarrow$$

La dirección de los ejes principales de la elipse de rigidez es cualquiera, ya que por ser totalmente simétrica se forma una circunferencia de rigidez

Ecuación de la circunferencia de rigidez

$40{,}0\ x^2 + 40{,}0\ y^2 - 320\ x - 240\ y = 1$

Centro de la circunferencia:

$x_o =$ 4 $y_o =$ 3

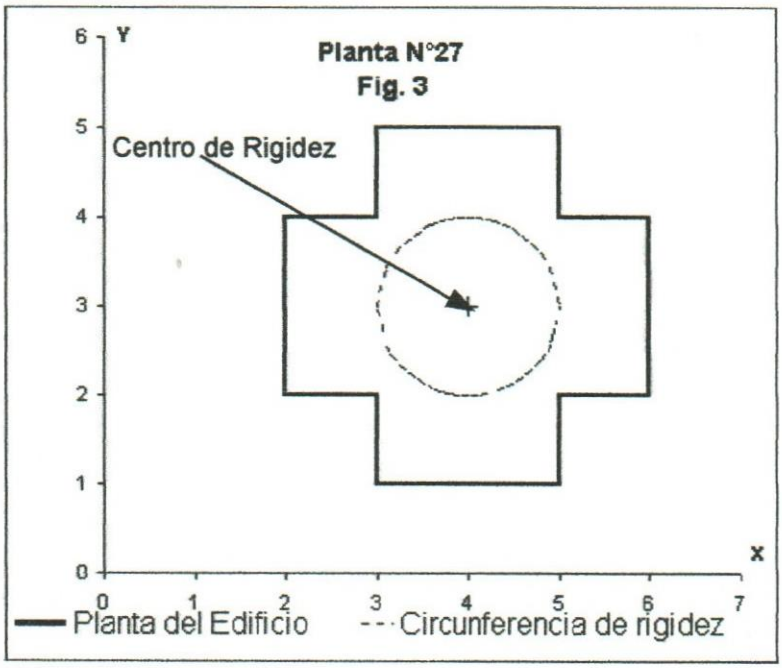
Ecuación del círculo de Mohr:

$(x-a)^2+y^2=b^2$

$a=(A_{11}+A_{22})/2 \quad \rightarrow \quad a=40{,}00$

$b^2= \quad [(A_{11}-A_{22})/2]^2+A_{12}^2 \quad \rightarrow \quad b^2=0{,}00$

$(x-40)^2+y^2=0$



Radio Torsional

$$I_P = \sum_i R_i r_i^2 \rightarrow$$

I_P= 72,0

$$r_{xx}^2 = \frac{I_P}{\sum Rx_i} \rightarrow$$

r_{xx}^2= 1,80

$$r_{yy}^2 = \frac{I_P}{\sum Ry_i} \rightarrow$$

r_{yy}^2= 1,80

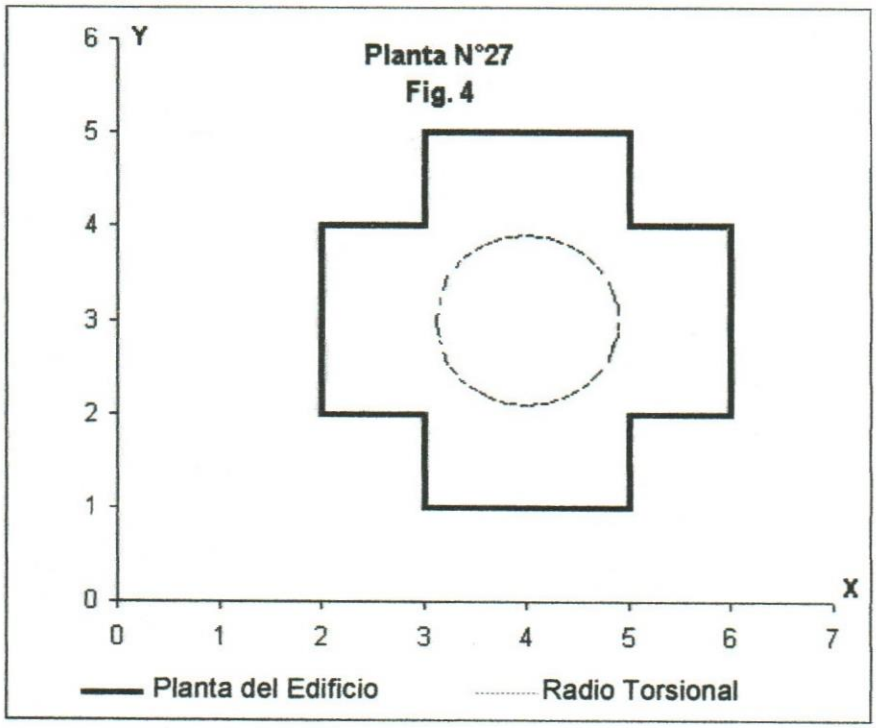
Dimensiones de los semi-ejes del núcleo central:

Semi-eje paralelo a x:

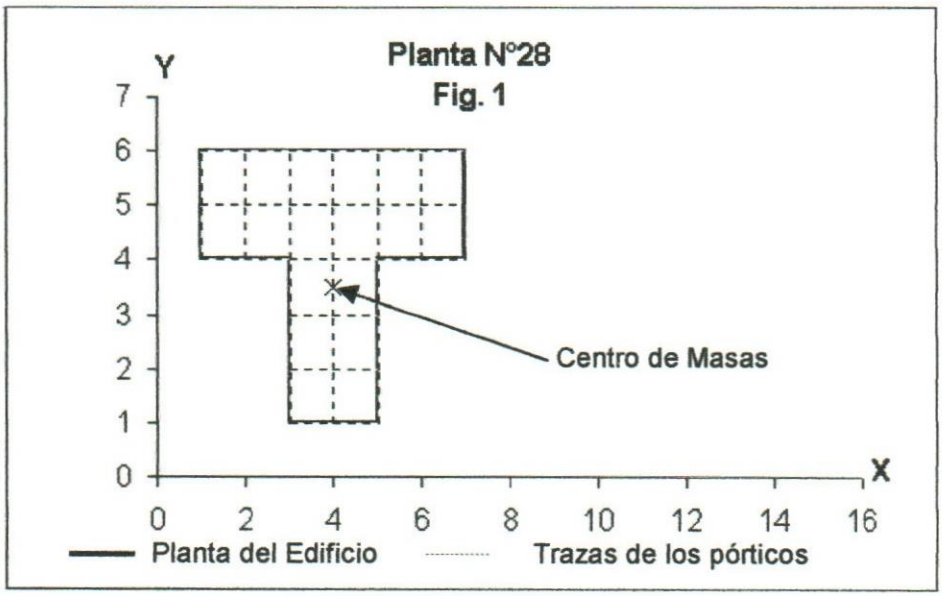
r_{xx}^2/c= 0,90

Semi-eje paralelo a y:

r_{yy}^2/c= 0,90



Planta N°28:



l_i: $a_i x + b_i y + c_i = 0$

Ri=RIGIDEZ DE CADA PORTICO

	l_i	R_i
l_1:	x - 1 = 0	2,00
l_2:	x - 2 = 0	8,00
l_3:	x - 3 = 0	11,00
l_4:	x - 4 = 0	20,00
l_5:	x - 5 = 0	11,00
l_6:	x - 6 = 0	8,00
l_7:	x - 7 = 0	2,00
l_8:	y - 6 = 0	6,00
l_9:	y - 5 = 0	24,00
l_{10}:	y - 4 = 0	12,00
l_{11}:	y - 3 = 0	8,00
l_{12}:	y - 2 = 0	8,00
l_{13}:	y - 1 = 0	2,00

$$A_{11} = \sum_{i=1}^{n}\left(\frac{R_i a_i^2}{a_i^2 + b_i^2}\right) \rightarrow$$ A_{11}= 62,00

$$A_{12} = \sum_{i=1}^{n}\left(\frac{R_i a_i b_i}{a_i^2 + b_i^2}\right) \rightarrow$$ A_{12}= 0,00

$$A_{22} = \sum_{i=1}^{n}\left(\frac{R_i b_i^2}{a_i^2 + b_i^2}\right) \rightarrow$$ A_{22}= 60,00

$$P_1 = -\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{R_i a_i c_i}{a_i^2 + b_i^2}\right) \rightarrow$$ P_1= 248,0

$$P_2 = -\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{R_i b_i c_i}{a_i^2 + b_i^2}\right) \rightarrow$$ P_2= 246,0

$$X_o = \frac{P_1 A_{22} - P_2 A_{12}}{A_{11} A_{22} - A_{12}^2} \rightarrow$$ X_0= 4,00

$$y_o = \frac{P_2 A_{11} - P_1 A_{12}}{A_{11} A_{22} - A_{12}^2} \rightarrow$$ Y_0= 4,1

Dirección de los ejes principales:

$$\alpha = \frac{1}{2}\,\mathrm{arctg}\left(\frac{2A_{12}}{A_{11} - A_{22}}\right) \rightarrow$$ α = 0

Ecuaciones de los ejes principales de la elipse de rigidez

$\mathrm{Sen}\alpha(x-x_o)-\mathrm{Cos}\alpha(y-y_o)=0$ → y - 4,10 = 0

$\mathrm{Cos}\alpha(x-x_o)+\mathrm{Sen}\alpha(y-y_o)=0$ → x - 4,00 = 0

Ecuación de la elipse de rigidez

$62x^2 + 60y^2 - 496\,x - 492\,y = 1$

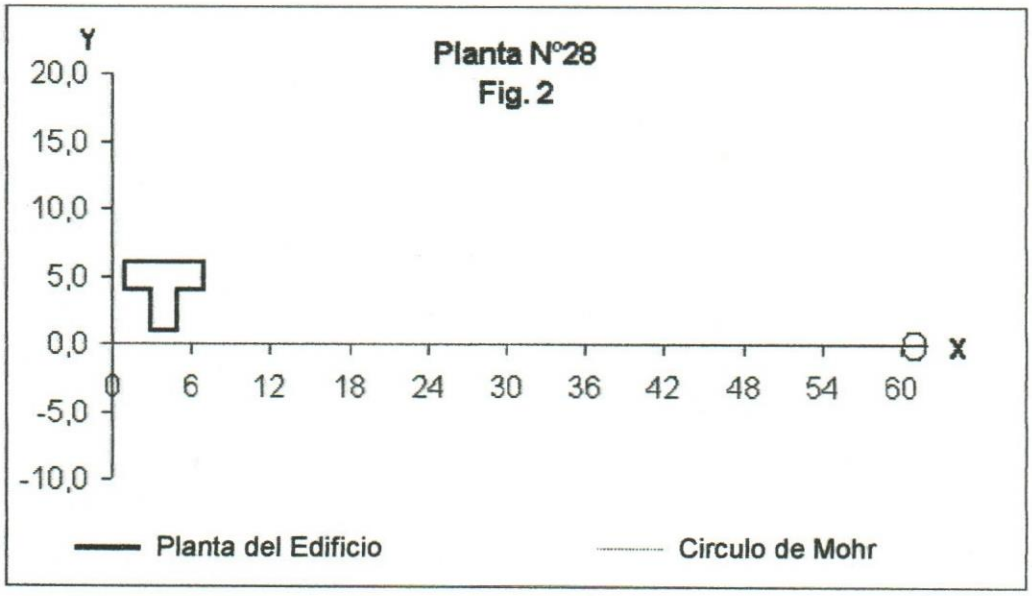
Ecuación del círculo de Mohr:

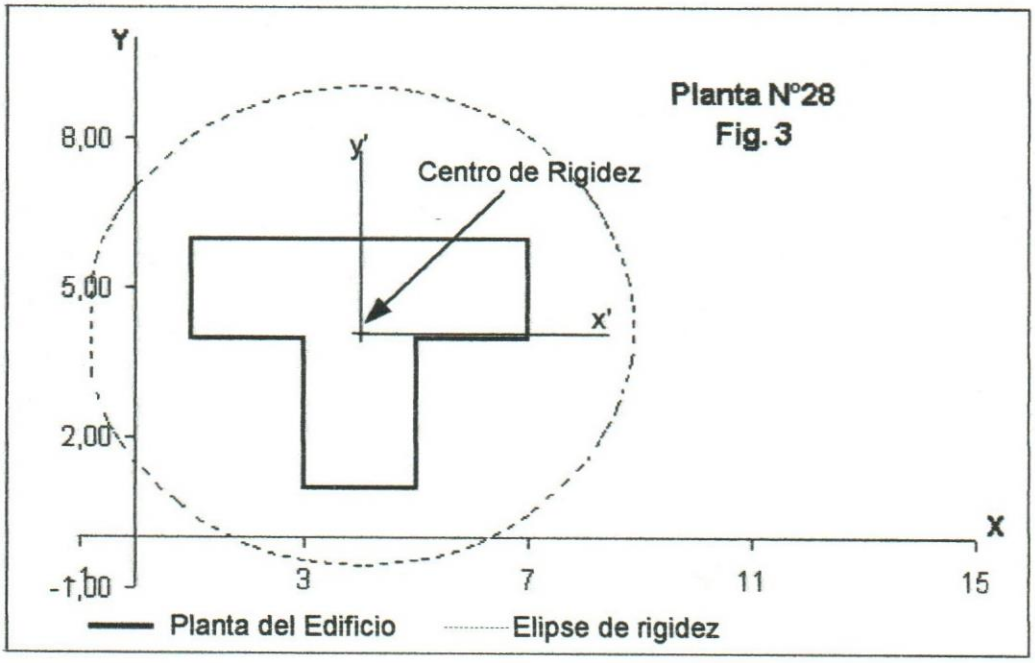
$(x-a)^2+y^2=b^2$

$a=(A_{11}+A_{22})/2 \quad \rightarrow \quad a=61{,}00$

$b^2= \quad [(A_{11}-A_{22})/2]^2+A_{12}^2 \quad \rightarrow \quad b^2=1{,}00$

$(x-61{,}00)^2+y^2=1{,}00$





Radio Torsional:

$$I_P = \sum_i R_i r_i^2 \rightarrow$$

I_P= 227,4

$$r_{xx}^2 = \frac{I_P}{\sum Rx_i} \rightarrow$$

r_{xx}^2= 3,67

$$r_{yy}^2 = \frac{I_P}{\sum Ry_i} \rightarrow$$

r_{yy}^2= 3,79

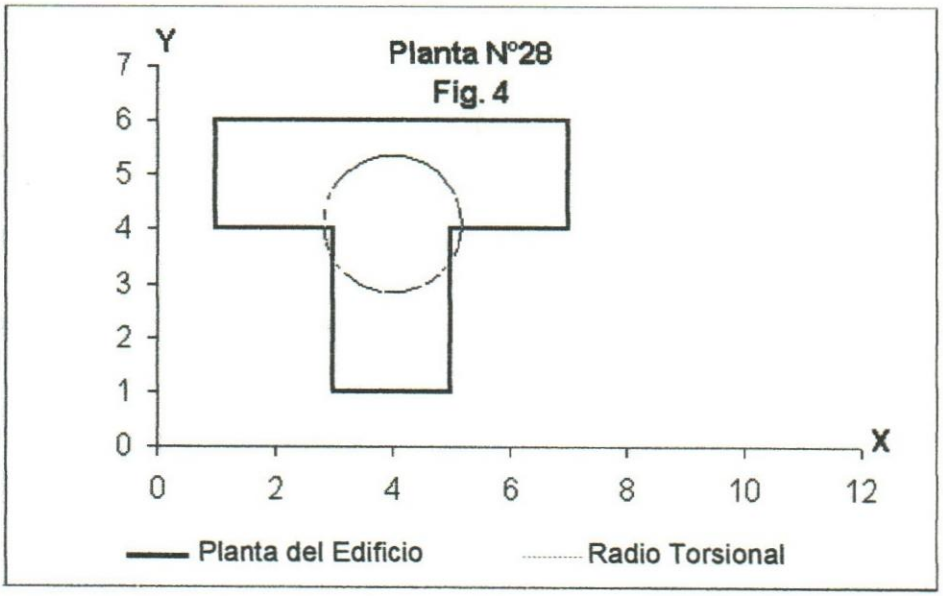
Dimensiones de los semi-ejes del núcleo central:

Semi-eje paralelo a x:

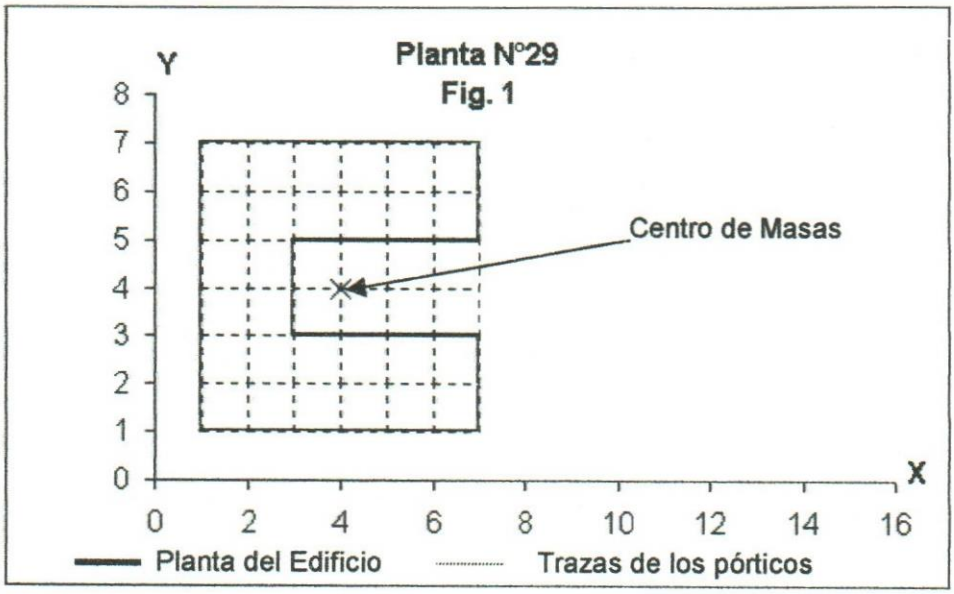
r_{xx}^2/c= 1,18

Semi-eje paralelo a y:

r_{yy}^2/c= 1,26



Planta N°29:



l_i: $a_i x + b_i y + c_i = 0$

Ri=RIGIDEZ DE CADA PORTICO

	l_i	R_i
l_1:	x - 1 = 0	6,00
l_2:	x - 2 = 0	24,00
l_3:	x - 3 = 0	18,00
l_4:	x - 4 = 0	16,00
l_5:	x - 5 = 0	16,00
l_6:	x - 6 = 0	16,00
l_7:	x - 7 = 0	4,00
l_8:	y - 7 = 0	6,00
l_9:	y - 6 = 0	24,00
l_{10}:	y - 5 = 0	12,00
l_{11}:	y - 4 = 0	8,00
l_{12}:	y - 3 = 0	12,00
l_{13}:	y - 2 = 0	24,00
l_{14}:	y - 1 = 0	6,00

$$A_{11} = \sum_{i=1}^{n}\left(\frac{R_i a_i^2}{a_i^2 + b_i^2}\right) \rightarrow$$ A_{11}= 100,0

$$A_{12} = \sum_{i=1}^{n}\left(\frac{R_i a_i b_i}{a_i^2 + b_i^2}\right) \rightarrow$$ A_{12}= 0,00

$$A_{22} = \sum_{i=1}^{n}\left(\frac{R_i b_i^2}{a_i^2 + b_i^2}\right) \rightarrow$$ A_{22}= 92,00

$$P_1 = -\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{R_i a_i c_i}{a_i^2 + b_i^2}\right) \rightarrow$$ P_1= 376

$$P_2 = -\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{R_i b_i c_i}{a_i^2 + b_i^2}\right) \rightarrow$$ P_2= 368,0

$$X_o = \frac{P_1 A_{22} - P_2 A_{12}}{A_{11} A_{22} - A_{12}^2} \rightarrow$$ X_0= 3,76

$$y_o = \frac{P_2 A_{11} - P_1 A_{12}}{A_{11} A_{22} - A_{12}^2} \rightarrow$$ Y_0= 4,00

Dirección de los ejes principales:

$$\alpha = \frac{1}{2}\operatorname{arctg}\left(\frac{2A_{12}}{A_{11} - A_{22}}\right) \rightarrow$$ α = 0

Ecuaciones de los ejes principales de la elipse de rigidez

$\text{Sen}\alpha(x-x_o)-\text{Cos}\alpha(y-y_o)=0$ → y - 4,00 = 0

$\text{Cos}\alpha(x-x_o)+\text{Sen}\alpha(y-y_o)=0$ → x - 3,76 = 0

Ecuación de la elipse de rigidez

$100x^2 + 92y^2 - 752\,x - 736\,y = 1$

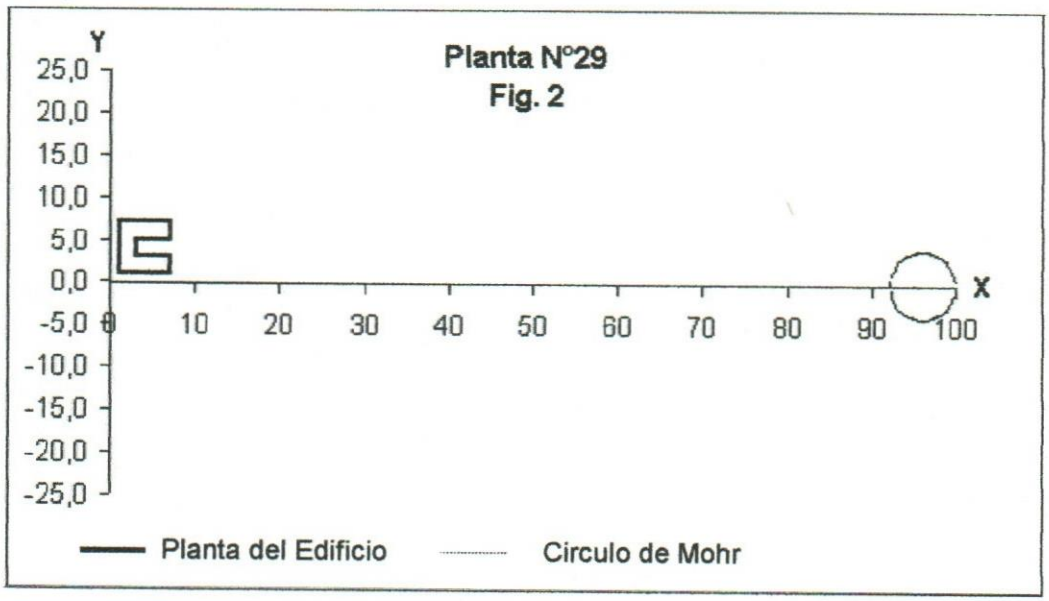
Ecuación del circulo de Mohr:

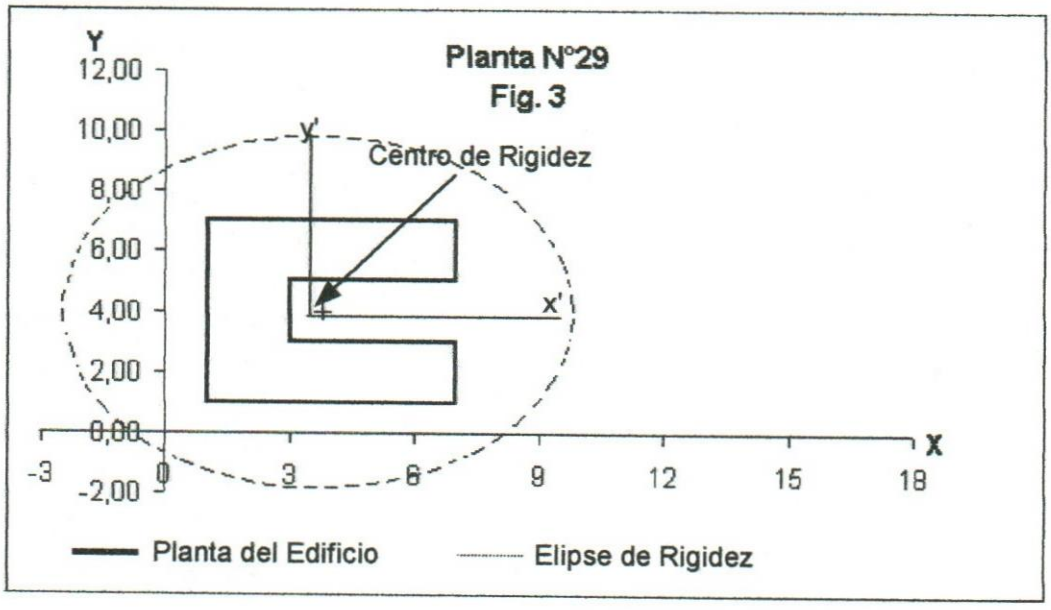
$(x-a)^2+y^2=b^2$

$a=(A_{11}+A_{22})/2 \rightarrow a=96{,}00$

$b^2= [(A_{11}-A_{22})/2]^2+A_{12}^2 \rightarrow b^2=16{,}00$

$(x-96)^2+y^2=16$





Radio Torsional:

$$I_P = \sum_i R_i r_i^2 \rightarrow$$

I_P= 602,2

$$r_{xx}^2 = \frac{I_P}{\sum Rx_i} \rightarrow$$

r_{xx}^2= 6,02

$$r_{yy}^2 = \frac{I_P}{\sum Ry_i} \rightarrow$$

r_{yy}^2= 6,55

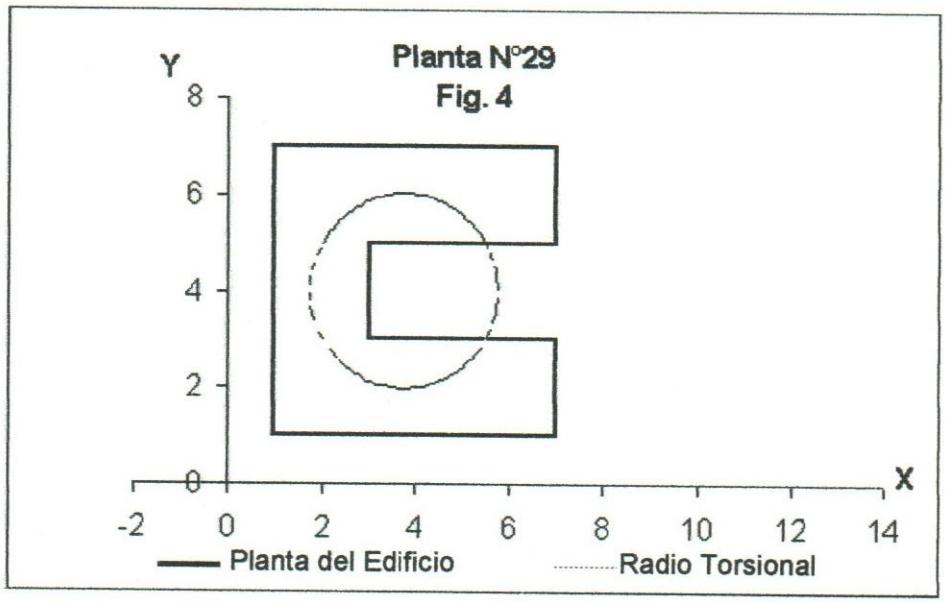
Dimensiones de los semi-ejes del núcleo central:

Semi-eje paralelo a x:

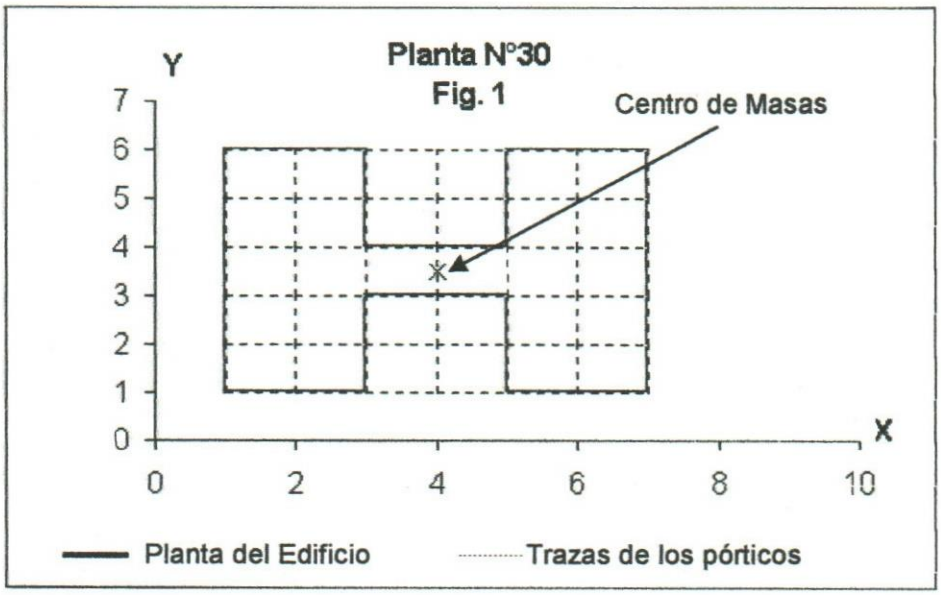
r_{xx}^2/c= 2,01

Semi-eje paralelo a y:

r_{yy}^2/c= 2,02



Planta N°30:



l_i: $a_i x + b_i y + c_i = 0$

Ri=RIGIDEZ DE CADA PORTICO

	l_i	R_i
l_1:	x - 1 = 0	5,00
l_2:	x - 2 = 0	20,00
l_3:	x - 3 = 0	8,00
l_4:	x - 4 = 0	4,00
l_5:	x - 5 = 0	8,00
l_6:	x - 6 = 0	20,00
l_7:	x - 7 = 0	5,00
l_8:	y - 6 = 0	4,00
l_9:	y - 5 = 0	16,00
l_{10}:	y - 4 = 0	18,00
l_{11}:	y - 3 = 0	18,00
l_{12}:	y - 2 = 0	16,00
l_{13}:	y - 1 = 0	4,00

$$A_{11} = \sum_{i=1}^{n}\left(\frac{R_i a_i^2}{a_i^2 + b_i^2}\right) \rightarrow$$ A_{11}= 70,00

$$A_{12} = \sum_{i=1}^{n}\left(\frac{R_i a_i b_i}{a_i^2 + b_i^2}\right) \rightarrow$$ A_{12}= 0,00

$$A_{22} = \sum_{i=1}^{n}\left(\frac{R_i b_i^2}{a_i^2 + b_i^2}\right) \rightarrow$$ A_{22}= 76,00

$$P_1 = -\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{R_i a_i c_i}{a_i^2 + b_i^2}\right) \rightarrow$$ P_1= 280

$$P_2 = -\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{R_i b_i c_i}{a_i^2 + b_i^2}\right) \rightarrow$$ P_2= 266,0

$$x_o = \frac{P_1 A_{22} - P_2 A_{12}}{A_{11} A_{22} - A_{12}^2} \rightarrow$$ X_0= 4,00

$$y_o = \frac{P_2 A_{11} - P_1 A_{12}}{A_{11} A_{22} - A_{12}^2} \rightarrow$$ Y_0= 3,50

Dirección de los ejes principales:

$$\alpha = \frac{1}{2}\,\mathrm{arctg}\left(\frac{2A_{12}}{A_{11} - A_{22}}\right) \rightarrow$$ α = 0

Ecuaciones de los ejes principales de la elipse de rigidez

$\mathrm{Sen}\alpha(x-x_o)-\mathrm{Cos}\alpha(y-y_o)=0$ → y - 3,50 = X'

$\mathrm{Cos}\alpha(x-x_o)+\mathrm{Sen}\alpha(y-y_o)=0$ → x - 4,00 = Y'

Ecuación de la elipse de rigidez

$70x^2 + 76y^2 - 560x - 532y = 1$

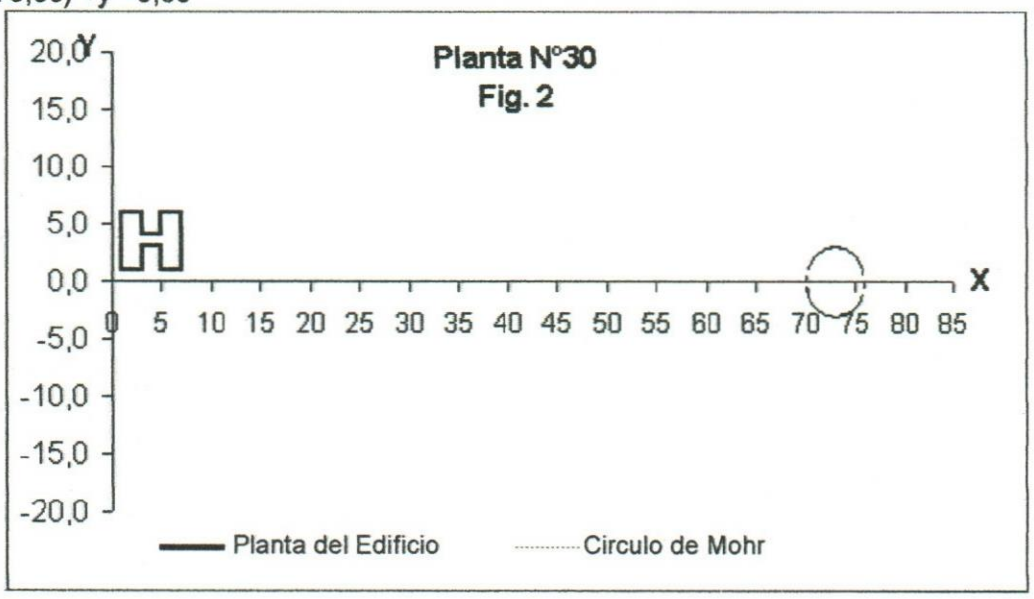
Ecuación del círculo de Mohr:

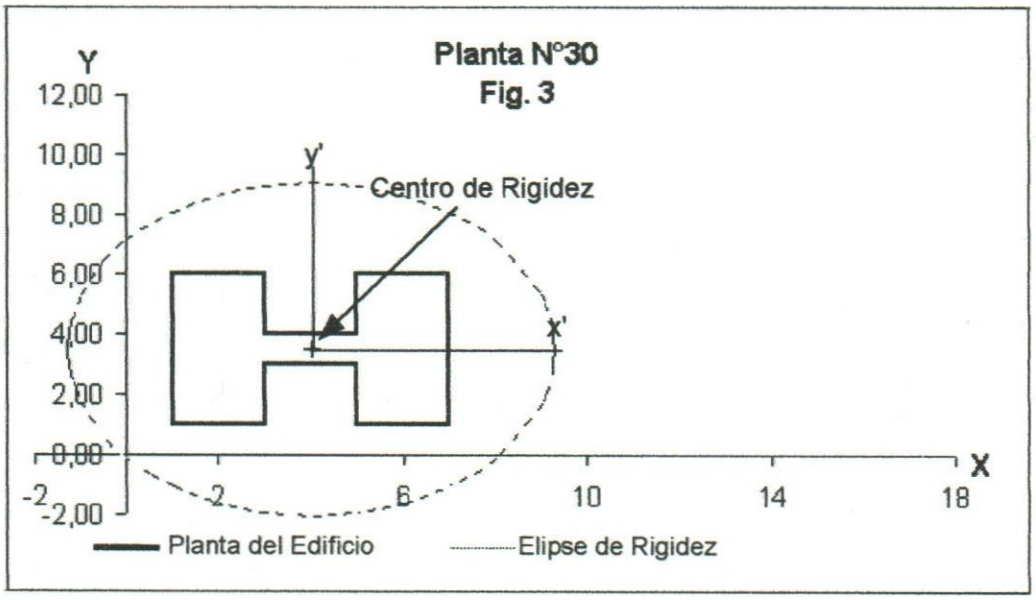
$(x-a)^2+y^2=b^2$

$a=(A_{11}+A_{22})/2 \rightarrow a=73{,}00$

$b^2= [(A_{11}-A_{22})/2]^2+A_{12}^2 \rightarrow b^2=9{,}00$

$(x-73{,}00)^2+y^2=9{,}00$





Radio Torsional:

$$I_P = \sum_i R_i r_i^2 \rightarrow$$

I_P= 397,0

$$r_{xx}^2 = \frac{I_P}{\sum Rx_i} \rightarrow$$

r_{xx}^2= 5,67

$$r_{yy}^2 = \frac{I_P}{\sum Ry_i} \rightarrow$$

r_{yy}^2= 5,22

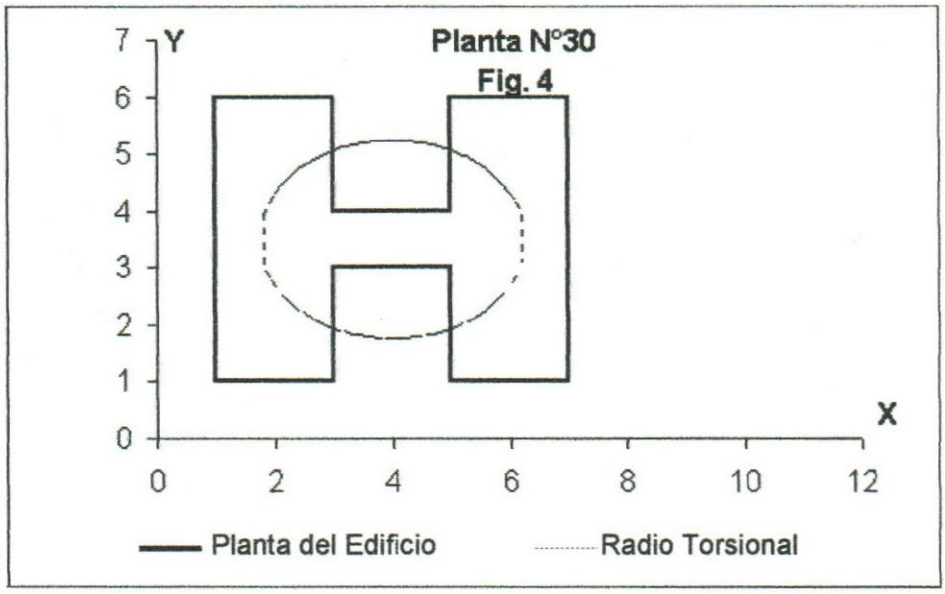
Dimensiones de los semi-ejes del núcleo central:

Semi-eje paralelo a x:

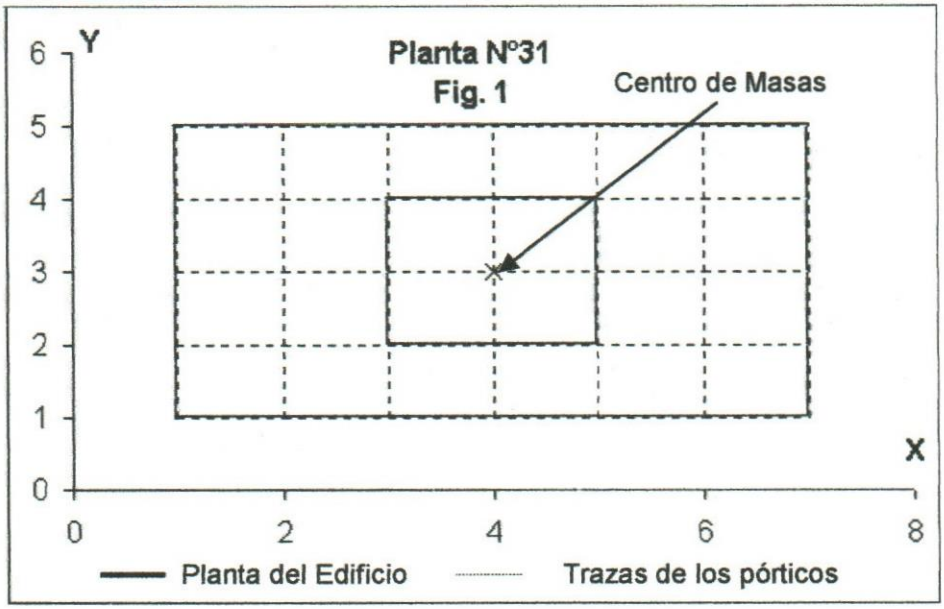
r_{xx}^2/c= 2,27

Semi-eje paralelo a y:

r_{yy}^2/c= 1,74



Planta N°31:



l_i: $a_i x + b_i y + c_i = 0$

Ri=RIGIDEZ DE CADA PORTICO

	l_i	R_i
l_1:	x - 1 = 0	4,00
l_2:	x - 2 = 0	16,00
l_3:	x - 3 = 0	10,00
l_4:	x - 4 = 0	8,00
l_5:	x - 5 = 0	10,00
l_6:	x - 6 = 0	16,00
l_7:	x - 7 = 0	4,00
l_8:	y - 5 = 0	6,00
l_9:	y - 4 = 0	18,00
l_{10}:	y - 3 = 0	16,00
l_{11}:	y - 2 = 0	18,00
l_{12}:	y - 1 = 0	6,00

$$A_{11} = \sum_{i=1}^{n}\left(\frac{R_i a_i^2}{a_i^2 + b_i^2}\right) \rightarrow$$ A_{11}= 68,00

$$A_{12} = \sum_{i=1}^{n}\left(\frac{R_i a_i b_i}{a_i^2 + b_i^2}\right) \rightarrow$$ A_{12}= 0,00

$$A_{22} = \sum_{i=1}^{n}\left(\frac{R_i b_i^2}{a_i^2 + b_i^2}\right) \rightarrow$$ A_{22}= 64,00

$$P_1 = -\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{R_i a_i c_i}{a_i^2 + b_i^2}\right) \rightarrow$$ P_1= 272,0

$$P_2 = -\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{R_i b_i c_i}{a_i^2 + b_i^2}\right) \rightarrow$$ P_2= 192,0

$$x_o = \frac{P_1 A_{22} - P_2 A_{12}}{A_{11}A_{22} - A_{12}^2} \rightarrow$$ X_0= 4,00

$$y_o = \frac{P_2 A_{11} - P_1 A_{12}}{A_{11}A_{22} - A_{12}^2} \rightarrow$$ Y_0= 3,00

Dirección de los ejes principales:

$$\alpha = \frac{1}{2}\,\mathrm{arctg}\left(\frac{2A_{12}}{A_{11} - A_{22}}\right) \rightarrow$$ α = 0

Ecuaciones de los ejes principales de la elipse de rigidez

$\mathrm{Sen}\alpha(x-x_o)-\mathrm{Cos}\alpha(y-y_o)=0$ → y - 3,00 = 0

$\mathrm{Cos}\alpha(x-x_o)+\mathrm{Sen}\alpha(y-y_o)=0$ → x - 4,00 = 0

Ecuación de la elipse de rigidez

$68x^2 + 64y^2 - 544\,x - 384\,y = 1$

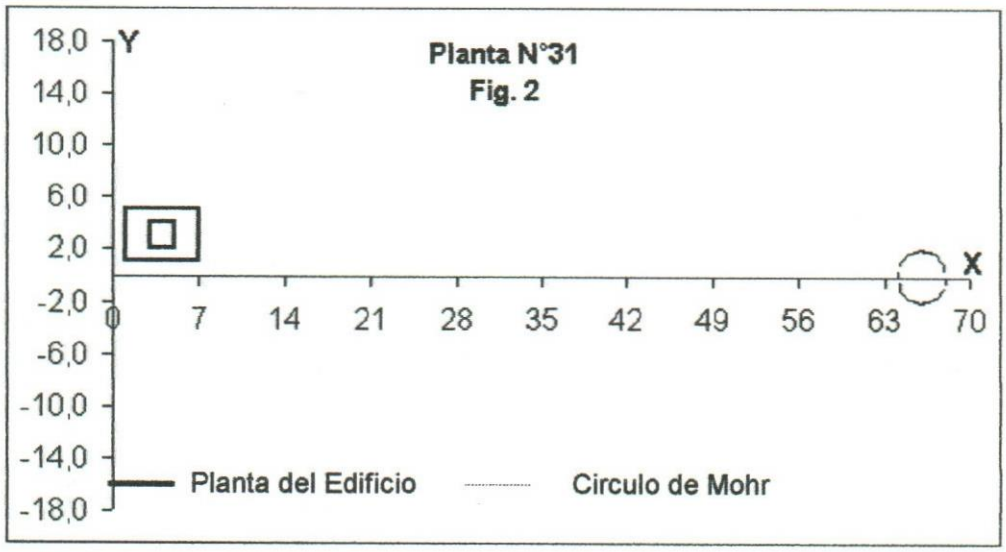
Ecuación del círculo de Mohr:

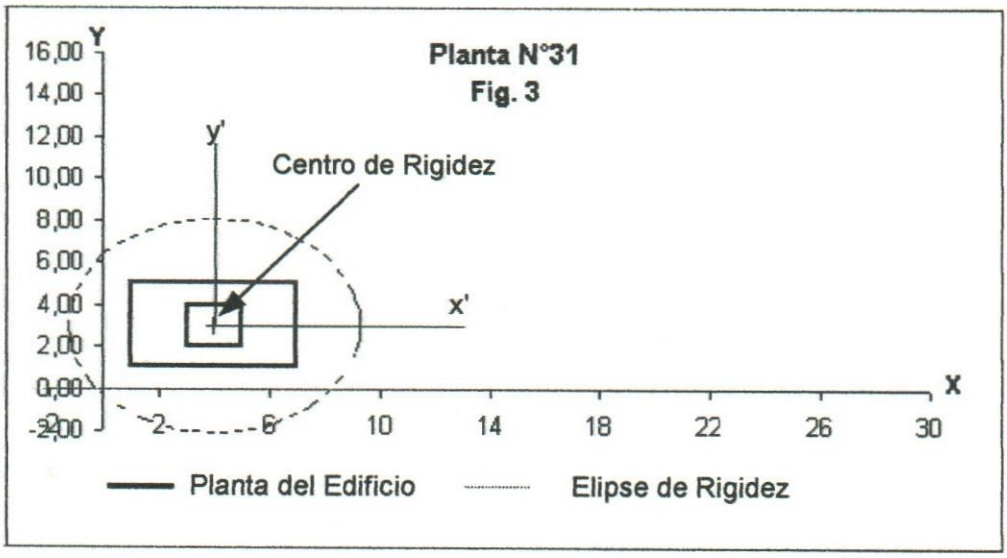
$(x-a)^2+y^2=b^2$

$a=(A_{11}+A_{22})/2 \rightarrow a=66{,}00$

$b^2= [(A_{11}-A_{22})/2]^2+A_{12}^2 \rightarrow b^2=4{,}00$

$(x-66{,}00)^2+y^2=4{,}00$





Radio Torsional:

$$I_P = \sum_i R_i r_i^2 \rightarrow$$

I_P= 304,0

$$r_{xx}^2 = \frac{I_P}{\sum Rx_i} \rightarrow$$

r_{xx}^2= 4,47

$$r_{yy}^2 = \frac{I_P}{\sum Ry_i} \rightarrow$$

r_{yy}^2= 4,75

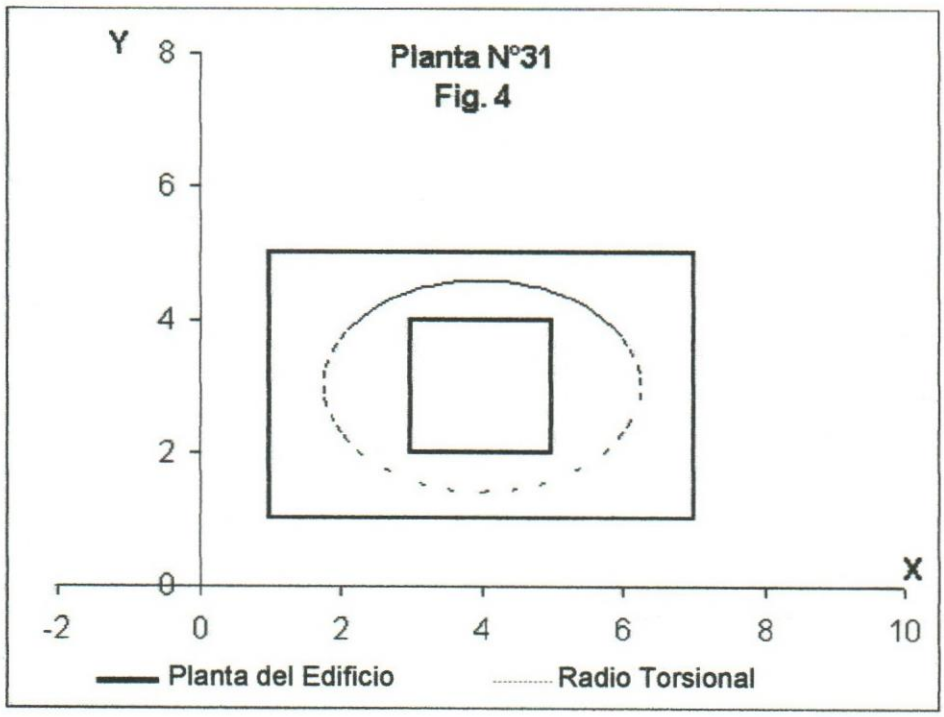
Dimensiones de los semi-ejes del núcleo central:

Semi-eje paralelo a x:

r_{xx}^2/c= 2,24

Semi-eje paralelo a y:

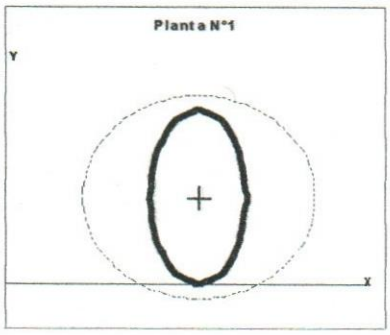
r_{yy}^2/c= 1,58

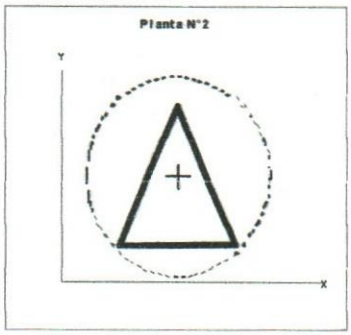


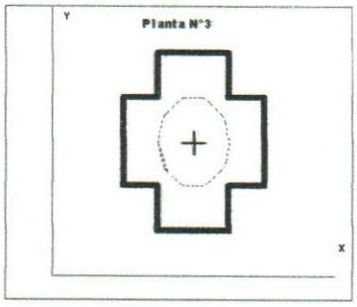
CAPITULO VI

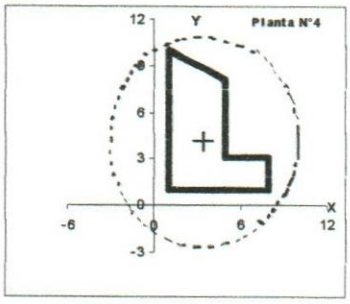
CAPITULO VI:
RESUMEN GRAFICO DE LA POBLACIÓN DE PLANTAS Y SUS ELIPSES DE RIGIDEZ

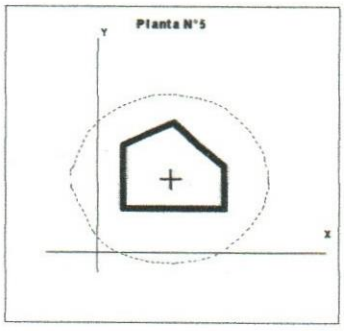
1. Plantas con pórticos ortogonales y rigidez proporcional a la longitud de cada pórtico:

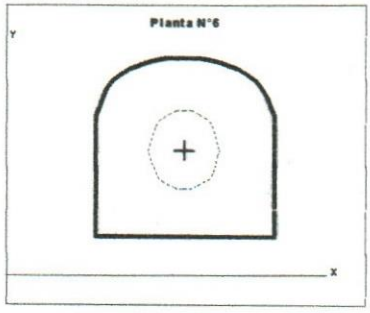


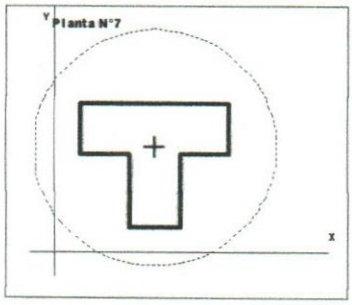


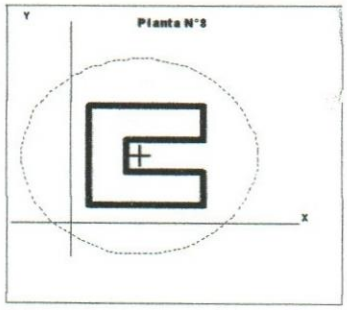


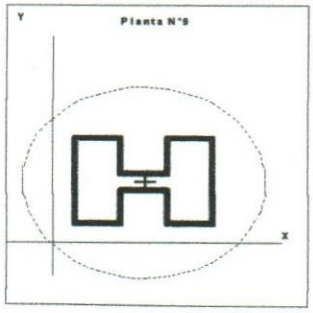


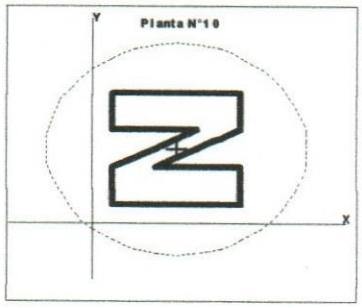


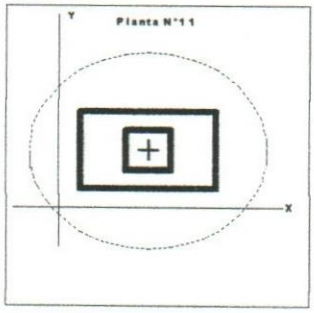


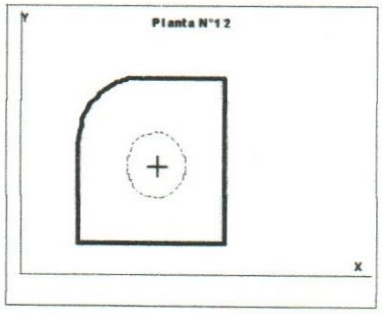

Y
Planta N°7
X

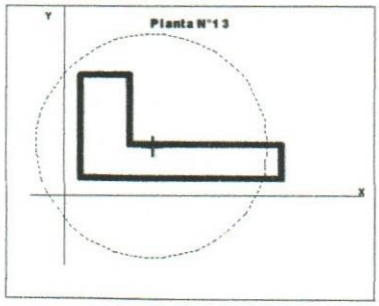

Y
Planta N°8
X

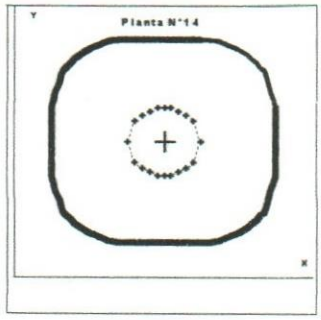

Y
Planta N°9
X

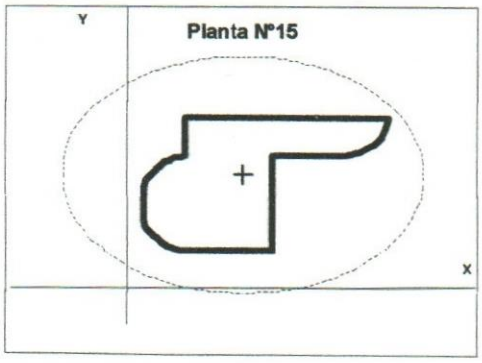

Y
Planta N°10
X


Y
Planta N°11
X


Y
Planta N°12
X

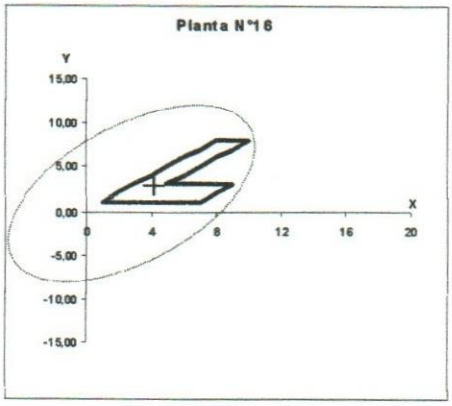


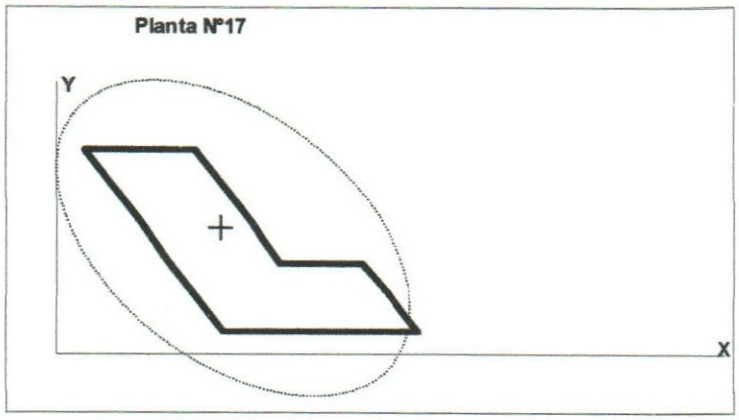


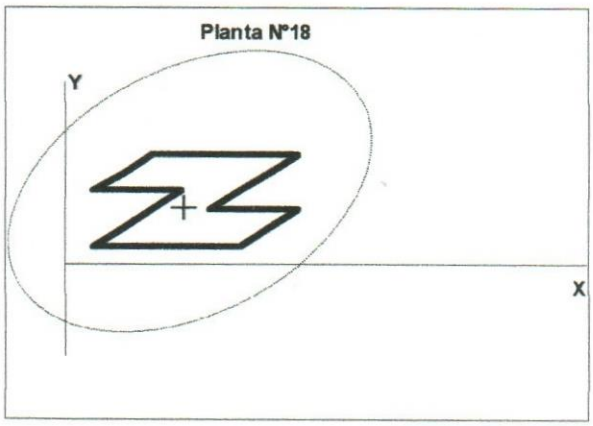


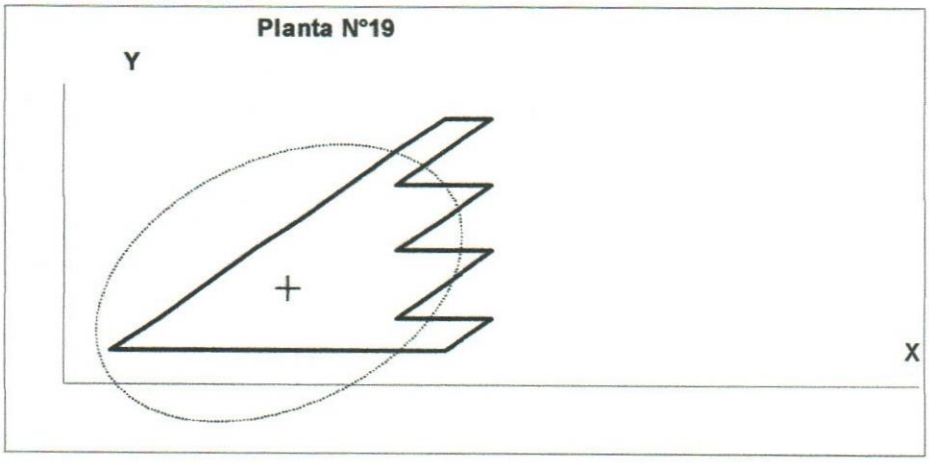
Planta del Edificio Elipse de Rigidez

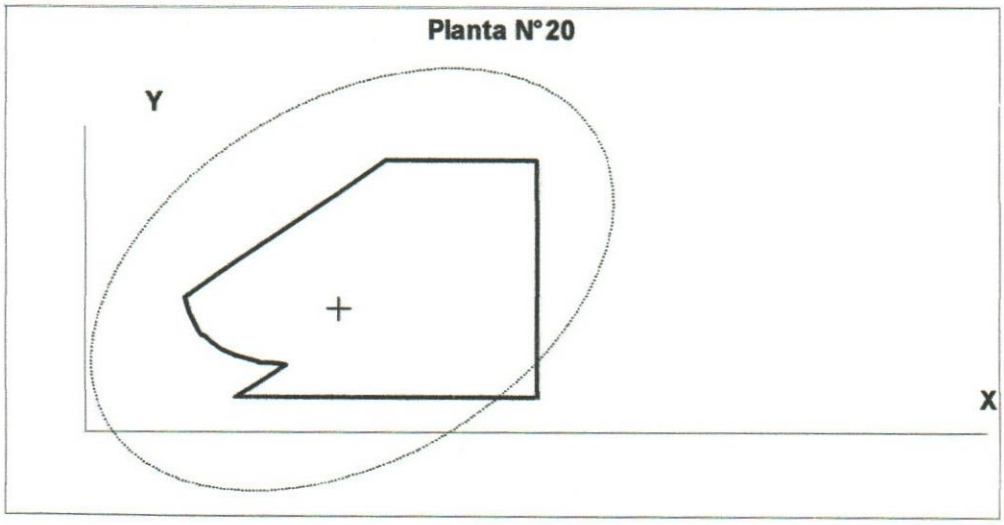
2. Plantas con pórticos oblicuos y rigidez proporcional a su longitud:

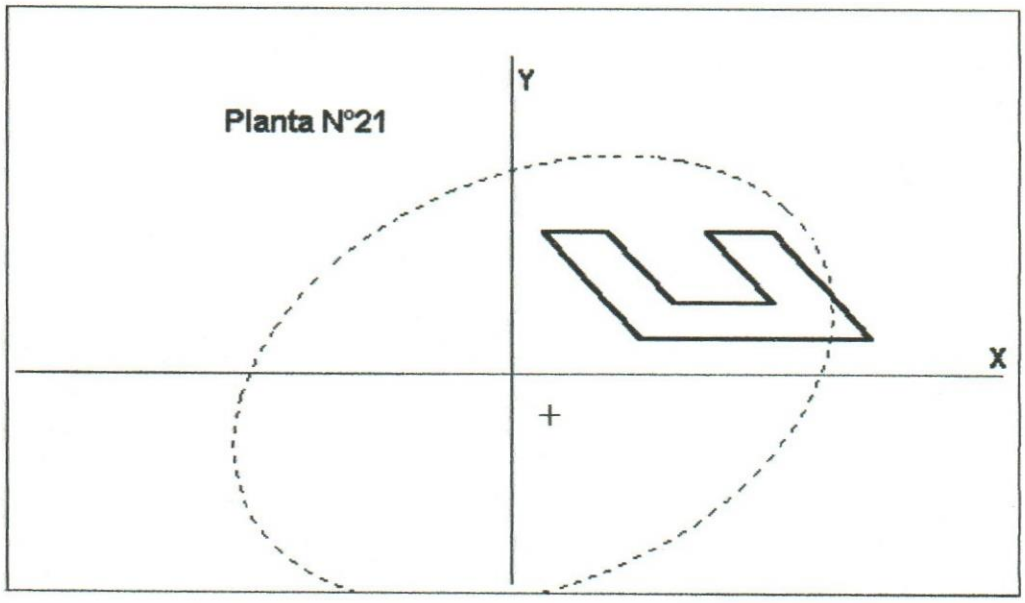



Planta N°17
Y
X


Planta N°18
Y
X


Planta N°19
Y
X





Planta del Edificio Elipse de Rigidez

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

Después del estudio de las distintas distribuciones de pórticos, en función de cada uno de los factores que definen la planta(Elipse de rigidez, Círculo de Mohr y Radio Torsional), se pudo demostrar que la distribución de pórticos que mejor funciona es la ortogonal con rigideces externas mayores que las internas.

Podemos afirmar esto con propiedad, ya que se evaluaron múltiples casos, es de hacer notar que cuando hablamos de pórticos oblicuos se produjeron elipses de rigidez notoriamente alargadas, lo cual significa que son muy sensibles a los cambios de orientación de las fuerzas sísmicas, esto nos invita a evitar distribuciones de pórticos oblicuos para los diseños sismorresistentes.

Con la observación de estas gráficas, cualquier ingeniero o arquitecto puede decidir rápidamente la distribución de pórticos que mejor se ajuste a el diseño deseado, ya que estas resumen los factores mas importantes a tomar en cuenta para edificaciones ubicadas en zonas sísmicas.

Esto complementa el estudio del edificio, ya que hemos definido el comportamiento de la planta a través de sencillos gráficos, empleando las ecuaciones planteadas por el prof. Hummelgens.

Cuando observamos las elipses de rigidez de las plantas con distribuciones de pórticos ortogonales se obtuvieron elipses con ejes bastante similares, e incluso totalmente circulares para casos de plantas isotrópicas, en las plantas en que el círculo de Mohr se reducía a un punto (Condición de edificio ideal) notamos que la elipse de rigidez era una circunferencia, lo cual significa que la orientación de la fuerza sísmica no afecta el comportamiento de la estructura.

Observando los gráficos de Radio Torsional pudimos apreciar que cuando se refuerzas las rigideces externas se obtiene un gran beneficio, ya que cuando el radio torsional sale de la planta quiere decir que esta planta es poco sensible a Momentos torsores, mientras que cuando el radio torsional queda por dentro de la planta los Momentos torsores causan un gran impacto en la planta provocando rotaciones indeseables.

Para facilitar el análisis que asumieron valores de rigidez (R=EI), proporcionales a la longitud de que representaba cada pórtico lo cual no difiere mucho de la realidad, ya que ajustando la altura de cada miembro esto se puede lograr.

REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

- POPOV, EGOR

Introducción a la mecánica de sólidos

Editorial Limusa 1999

- TEKHNE

Revista de la Facultad de Ingeniería N°4

Publicaciones UCAB 2000

- PAPARONI, MARIO

Apuntes Manuscritos