

UNIVERSIDAD CATÓLICA ANDRÉS BELLO
FACULTAD DE CIENCIAS ECONÓMICAS Y SOCIALES
ESCUELA DE ECONOMÍA



**CONTRASTE DE LA TASA LIBRE DE RIESGO IMPLÍCITA
EN EL MODELO CAPM CON LOS INSTRUMENTOS
FINANCIEROS QUE SE ASUMEN CERO RIESGO
CASO VENEZUELA 1996-2000**

Realizado por:
César Carrasquero González
Miguel Darío Peñalver Gedler

Profesor Guía:
Tomás Eguren

*Memoria de Grado presentada a la Escuela de Economía en
cumplimiento parcial de los requisitos para optar al título de
Economista.*

Caracas, Octubre de 2001

INTRODUCCIÓN

Las tasas de interés de los valores del tesoro norteamericano son las tasas de interés de referencia en toda la economía de Estados Unidos, así como en todos los mercados internacionales de capital en el mundo. El rendimiento que reportan dichos títulos es conocido como la tasa libre de riesgo, ya que estos están respaldados por la fe ciega y el crédito del gobierno norteamericano. Por consecuencia, los participantes del mercado de todo el mundo los ven como sin no tuvieran riesgo de crédito o incumplimiento

Es importante destacar la importancia de la existencia de dicha tasa libre de riesgo en cualquier economía, ya que esta establecerá las bases para evaluar los proyectos y decisiones de inversión que se lleven a cabo en el país.

Pero, ¿Cuál es el instrumento que se utiliza en Venezuela como marcador de dicha tasa?. La amplia gama de respuestas que podría tener dicha pregunta se debe a que las investigaciones académicas son limitadas al respecto y porque no existe consenso académico y en el mundo financiero venezolano sobre cual es a ciencia cierta el instrumento financiero a ser utilizado o cual es el que determina dicha tasa, es decir, cual es la tasa “proxy” de la tasa libre de riesgo para Venezuela.

El objetivo de esta investigación es aplicar el concepto del Modelo de Valuación de Activos de Capital (CAPM: Capital Asset Pricing Model), determinar la tasa implícita libre de riesgo que equilibraba el modelo durante el período 1996-2000 y compararla mediante un análisis estadístico con los distintos instrumentos que asumen o consideran los analistas financieros son o tienen cero riesgo en Venezuela, a fin de determinar si las tasas contrastadas son significativamente iguales para poder afirmar cual de dichos instrumentos es el que se aproxima teóricamente a la tasa libre de riesgo; y establecer un método a utilizar para la determinación de dicha tasa.

La estructura de esta investigación se presenta de la siguiente forma: en el Capítulo I se explica la importancia de la tasa libre de riesgo y se realiza un resumen breve de la historia del desarrollo de la Teoría del Portafolio. La derivación, los supuestos, las críticas del modelo CAPM y la adaptabilidad de las variables para el caso venezolano se discuten en el Capítulo II. En el Capítulo III, se desarrollan los fundamentos analíticos que nos servirán como base para explicar las pruebas que permiten contrastar nuestra hipótesis. Mientras que en el último Capítulo, se analizan los resultados obtenidos en las pruebas, para llegar a la conclusión de que el Bono Global 27 es el mejor instrumento según el modelo como marcador de la tasa libre de riesgo para Venezuela.

CAPÍTULO I. ANTECEDENTES

En este Capítulo empezamos por definir y explicar la importancia de la tasa libre de riesgo. Después revisamos brevemente la historia del desarrollo de la Teoría Moderna del Portafolio, antes de la aparición del modelo CAPM desarrollado por William Sharpe.

I.1 PROBLEMAS Y LIMITACIONES DE LA AUSENCIA DE UNA TASA LIBRE DE RIESGO

Si los agentes económicos se encuentran en una situación de exceso de fondos y fuesen a posponer sus planes de consumo o inversión, ellos aún demandarían un rendimiento mínimo como incentivo para posponer el consumo actual.

Dicho rendimiento está implícitamente asociado a los valores emitidos por el Departamento del Tesoro de los Estados Unidos, conocidos popularmente como “Bonos del Tesoro”, los cuales están respaldados por la fe ciega y el crédito del gobierno norteamericano. Por consecuencia, los participantes del mercado de todo el mundo los ven como sin no tuvieran riesgo de crédito o incumplimiento. Las tasas de interés de los valores del tesoro son por tanto, las tasas de interés de referencia en toda la economía de Estados Unidos, así como en todos los mercados internacionales de capital. El hecho de que el tesoro sea el emisor mas grande de deuda en el mundo aunado al gran tamaño de

cada emisión en particular, ha contribuido a que el mercado del tesoro sea el mas activo y por consecuencia el mercado más líquido del mundo.

El rendimiento que reportan dichos títulos es conocido como la tasa libre de riesgo, la cual denotaremos por r_f . Entre todos lo valores emitidos por el tesoro los analistas empíricos del mercado de valores estadounidense y el mundo, normalmente emplean como medida de r_f la tasa de las letras a 90 días.¹

Pero existen numerosas economías como la venezolana en las cuales ya sea por razones políticas, económicas o del mercado en sí, donde el supuesto de cumplimiento certero de las obligaciones emitidas por la República no se cumple. En algunos de los mercados emergentes, donde los gobiernos en el pasado han fallado en cumplir con sus obligaciones, el gobierno es visto como un ente que tiene riesgo de crédito.

Cabe destacar la importancia de la existencia de dicha tasa libre de riesgo en cualquier economía, ya que esta establecerá las bases para evaluar los proyectos y decisiones de inversión que se lleven a cabo en el país.

De una forma más puntual, la tasa libre de riesgo será determinante para valorar activos a través de modelos financieros como el CAPM, al estimar el rendimiento

¹ La cual es libre de riesgo solo si se mantiene hasta su maduración. Más aun esta es solo libre de riesgo en un sentido nominal ya que si esta es mantenida hasta su maduración, la incertidumbre de la inflación hace a la tasa real de retorno incierta

esperado de una acción o portafolio. Información que además de ser utilizada para determinar la rentabilidad que se esperaría obtener al invertir en títulos de una compañía, también es utilizada a nivel corporativo para conocer el costo promedio del capital el cual se utiliza como tasa de descuento en la evaluación de proyectos.

El problema toma relevancia al momento de realizar estudios en Venezuela, cuando empiezan a surgir dudas como ¿Cuál es el instrumento en Venezuela que se utiliza como marcador de dicha tasa?, En ese momento unos dirían que son los bonos DPN, otros los TEM's, los bonos Globales, los bonos Cero Cupón etc. la gran diversidad de opiniones se dan porque las investigaciones académicas son limitadas al respecto y porque no existe consenso académico y en el mundo financiero venezolano sobre cual es a ciencia cierta el instrumento financiero a ser utilizado o cual es el que determina dicha tasa, es decir, cual es la tasa “proxy” de la tasa libre de riesgo para Venezuela.

El objetivo de esta investigación es aplicar el concepto del modelo de valuación de activos de capital (CAPM: Capital Asset Pricing Model), determinar la tasa implícita libre de riesgo que equilibraba el modelo durante el período 1996-2000 y compararla mediante un análisis estadístico con los distintos instrumentos que asumen o consideran los analistas financieros son o tienen cero riesgo en Venezuela, a fin de determinar si las tasas contrastadas son significativamente iguales para poder afirmar cual de dichos

instrumentos es el que se aproxima teóricamente a la tasa libre de riesgo; y establecer un método a utilizar para la determinación de dicha tasa.

I.2 LAS FINANZAS

Las finanzas es la rama de la economía que enfoca su estudio en los mercados de capitales. En sus orígenes, el énfasis fue puesto en describir el ambiente del mercado y la valoración de los instrumentos financieros. En años recientes, la atención ha cambiado hacia aspectos más amplios de la valoración. Las finanzas modernas han desarrollado la metodología para valorar una amplia variedad de activos cuyas características se extienden a lo largo del tiempo, y que imponen intrincados y complejos riesgos a los inversionistas.

Cabe destacar, que sólo un número pequeño de ideas dominantes han tenido un impacto penetrante en el desarrollo del tema. En particular, la teoría financiera moderna se fundamenta en tres supuestos centrales: los mercados son altamente eficientes, los inversionistas explotan las potenciales oportunidades de arbitraje y los inversionistas son racionales.

Los modelos teóricos de fijación de precio de los activos en particular han sido sujetos a pruebas empíricas. El acelerado crecimiento de la informática en la última parte del siglo veinte, aunado al acceso relativamente fácil a los datos del precio de los

bonos y las acciones, ha permitido que los investigadores examinen si los modelos soportan los rigurosos estudios estadísticos. Por otra parte, en un número de casos las paradojas reveladas en la data han influenciado el desarrollo de nuevos modelos teóricos.

Al mismo tiempo, la teoría de fijación de precio de los activos ha tenido un impacto directo en el mundo del negocio y de las finanzas. Por ejemplo, el crecimiento del mercado de derivados no habría sido posible si los académicos no hubiesen desarrollado los modelos de valoración. Las grandes cantidades de capital invertidas utilizando estos modelos han creado presiones adicionales para que los investigadores discutan, desarrollen y prueben estas teorías. La literatura de la fijación del precio de los activos ha sido por tanto crucial, para los avances en nuestra comprensión y en el desarrollo de los mercados financieros.

I.3 ORIGENES HISTÓRICOS

Muchos de los temas desarrollados en las finanzas modernas, se pueden relacionar al trabajo presentado en la Academia Imperial de Ciencias de San Petersburgo por Daniel Bernoulli (1738)². Este trabajo fue altamente referenciado en los campos de las matemáticas, lógica y subsecuentemente en economía; no obstante, este

² **Bernoulli, Daniel (1738)** trans. Louise Sommer (1954). Exposition of a New Theory on the Measurement of Risk. *Econometrica* 22: 23-36.

no estuvo disponible en inglés hasta los años cincuenta. Sin Embargo, Bernoulli desarrollo una serie de tópicos que forman parte del núcleo de las finanzas modernas.

Bernoulli examina la proposición de que *"los valores esperados son calculados al multiplicar cada ganancia posible por el número de formas en que pueda ocurrir, y luego dividir la suma de este producto entre el número total de casos posibles"*. Él rechaza esta proposición porque falla en considerar el intervalo de resultados posibles que pudiesen ocurrir. En su lugar, argumenta *"la determinación del valor de un artículo no debe de estar basado en su precio, sino en la utilidad que este reporta"*. Bernoulli sugiere, que incrementos en la riqueza resultarán en incrementos en la utilidad que a su vez está inversamente relacionada a la cantidad de bienes en la posesión de un individuo; esto le permite demostrar el intercambio entre, los cambios esperados en la riqueza y el riesgo asociado con tal oportunidad.

Durante los siglos XVIII y XIX, el concepto de utilidad de Bernoulli era considerado de la competencia de los matemáticos antes que de los economistas. Para ese entonces, economistas como Bentham habían desarrollado independientemente la teoría de la utilidad como un elemento central en las ciencias económicas. A partir de finales del siglo XIX en adelante, la idea de Bernoulli de la utilidad marginal decreciente se puso de relieve en la teoría económica.

Otro concepto introducido por Bernoulli fue la maximización de la utilidad esperada, sin embargo, la aproximación de Bernoulli tuvo poco impacto en las ciencias económicas en la toma de decisiones bajo riesgo, hasta el desarrollo de la teoría de la utilidad esperada por parte de Von Neumann y Morgenstern (1944,1947)³.

El concepto de riesgo es asociado principalmente con las ciencias económicas y especialmente en la economía financiera; sin embargo este no ha sido siempre el caso. Knight (1921)⁴ hace una distinción entre riesgo e incertidumbre. Cuando la aleatoriedad que enfrenta un individuo puede ser expresada en términos de probabilidades numéricas, aun si estas son objetivas o reflejan las creencias subjetivas de los individuos, la situación se dice que envuelve riesgo. Cuando las probabilidades no pueden ser destinadas a resultados alternativos, entonces la situación se dice que implica incertidumbre.

En un ambiente que envuelve tanto el riesgo como la incertidumbre, Arrow y Debreu (1954)⁵ desarrollaron un modelo de equilibrio general que ha sido fundamental para las ciencias económicas y las finanzas. Ellos asumen que los mercados son completos, lo que significa que existen tantos mercados como bienes; proveyendo una línea de trabajo para el análisis del equilibrio general. Al estar cada bien definido por sus atributos, así como sus características físicas, su ubicación, el momento y estado de

³ **von Neumann, J y Morgenstern, O. (1944).** *Theory of Games and Economic Behavior*, Princeton, NJ: Princeton University Press. (1947).

⁴ **Knight, Frank (1921).** *Risk, Uncertainty and Profit*.

la naturaleza en el que está disponible; el modelo Arrow-Debreu puede ser visto como uno en el cual el óptimo de Pareto puede llegar a ser el resultado, solo si hay un número casi infinito de mercados.

Sin embargo, Arrow no estaba satisfecho con una línea de trabajo la cual sólo pudiese ser aplicada cuando los mercados son perfectamente completos. Por esto, Arrow (1953)⁶ desarrolla su teoría de equilibrio general con mercados de activos incompleto. Él, muestra que, al usar la estructura temporal de la economía, se puede lograr el equilibrio con un número limitado de mercados y explica como se pueden lograr mercados que son casi completos al establecer una serie de afirmaciones contingentes que siguen la resolución de la incertidumbre. La importancia de este estudio es que ha dado una estructura conceptual para apuntalar la teoría de la valuación de activos.

El concepto de Arrow de un mercado completo es uno en el cual es posible asegurar contra cualquier pérdida que sea de importancia para cualquier individuo. En una economía en la cual es posible asegurarse contra todo tipo posible de resultado futuro, los individuos con una mayor seguridad estarán más dispuestos a soportar riesgos. Arrow fomenta a los inversionistas a mantener portafolios diversificados, en lugar de poner todos los huevos en una sola cesta. Dicho trabajo establece la escena

⁵ **Arrow, Kenneth J. and Gerard, Debreu (1954).** Existence of an Equilibrium for a Competitive Economy. *Econometrica* 22: 265-90.

⁶ **Arrow, Kenneth J. (1953).** Trans. (1964). The role of securities in the optimal allocation of risk bearing. *Review of Economic Studies* 31: 91-96.

para un análisis más estructurado de las decisiones de portafolio de los inversionistas y le valió para recibir el Premio Nobel de Economía de 1972.⁷

I.4 TEORÍA DE PORTAFOLIO

Las finanzas, fueron transformadas con la publicación del artículo de Markowitz (1952)⁸ acerca de la Selección de Portafolio. Aún desde los días de Bernoulli, era claro que los individuos preferirían incrementar su riqueza y también reducir al mínimo el riesgo asociado a cualquier aumento potencial de las ganancias, afirmación que es consistente con uno de los supuestos principales de la teoría financiera y es que el inversionista típico siente aversión por el riesgo⁹.

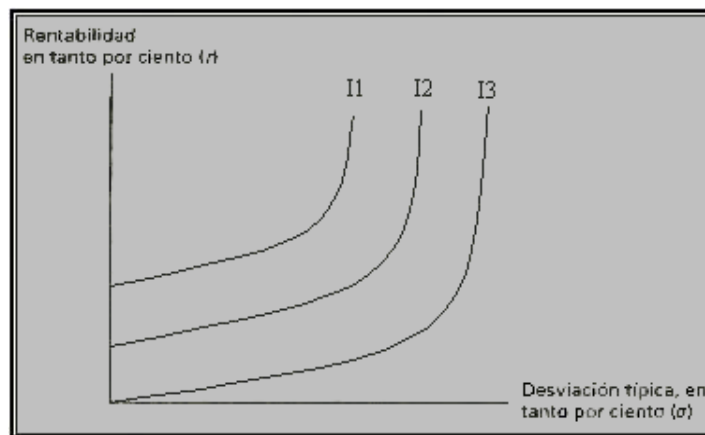


Gráfico #1: Curvas de Indiferencia del Inversionista Adverso al Riesgo.¹⁰

⁷ <http://www.almaz.com/nobel>.

⁸ Markowitz, Harry M. (1952). Portfolio Selection. *Journal of Finance* 7: 77-91.

⁹ Donde el riesgo es medido por la desviación típica de los retornos de los títulos.

¹⁰ Las curvas de indiferencia definidas en el espacio riesgo retorno, dan sustento a la teoría de la elección, al igual que el comportamiento del inversionista frente al riesgo. Las curvas de indiferencia varían su forma de acuerdo a la actitud que adopte cada individuo frente al riesgo.

Pero, ¿podían ser combinados estos dos criterios (riesgo y rendimiento)? Markowitz considera y rechaza la idea que existiera un portafolio, el cual ofreciera tanto el máximo retorno esperado como la mínima varianza. Él explica esto diciendo: *"el portafolio con el máximo retorno esperado no es necesariamente aquel de mínima varianza. Existe una razón a la cual el inversionista puede aumentar su retorno esperado sacrificando varianza, o reducir la varianza sacrificando el retorno esperado"*.

La contribución más importante hecha por Markowitz es su distinción entre la variabilidad de los rendimientos de un título individual y su contribución a la determinación del riesgo del portafolio. Él señala que: *"invertir en muchos títulos no es suficiente para obtener una varianza menor. Es necesario evitar invertir en títulos con altas covarianzas entre sí"*. En otras palabras, elegir aquellas carteras donde el riesgo de algunos valores compensen en parte el riesgo de los restantes. La alternativa de agrupar títulos con movimientos en su rentabilidad en distintas direcciones, de tal forma de alcanzar el menor coeficiente de correlación resalta la utilidad de la diversificación.

Markowitz muestra que obteniendo los datos necesarios y con la ayuda de una computadora, entonces se puede identificar un conjunto de portafolios que provean los más altos rendimientos esperados posible para un nivel dado de riesgo, y al mismo tiempo proporcionar el mínimo nivel de riesgo para cada nivel de retorno esperado, con lo que obtendremos un conjunto de portafolios con el mejor rendimiento esperado para

cada uno de los niveles de riesgo. Este conjunto de portafolios es denominado como la *frontera eficiente*.

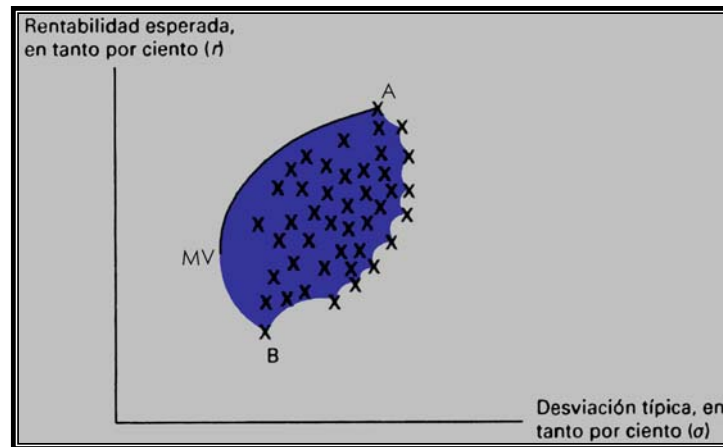


Gráfico #2: Frontera Eficiente de Markowitz.¹¹

Estos portafolios de la frontera eficiente de Markowitz muestran que para cualquier inversionista que cuide solamente de la relación entre riesgo y rendimiento esperado, es económicamente eficiente limitar su elección de portafolios a los que se encuentren o caigan sobre esta frontera que se forma desde el punto (MV) hasta el punto (A). El punto (MV) representa la cartera de varianza mínima posible o mínima varianza, el cual será seleccionado por el inversionista que desee el mínimo riesgo posible. Nótese que la curva se dobla hacia atrás entre el punto (B) y (MV), indicando que para un cierto porcentaje del conjunto viable, la desviación estándar en realidad decrece conforme se incrementa la rentabilidad esperada. Este sorprendente

¹¹ La cartera seleccionada por el inversionista entre las carteras eficientes dependerá de cuanta aversión sienta por el riesgo, al realizar este un *trade-off* entre riesgo y rendimiento.

descubrimiento se debe al efecto de la diversificación; al correlacionarse las rentabilidades de los títulos negativamente cuando un título tiende a subir, el otro a bajar y viceversa¹².

Otra aproximación, que comparte muchas similitudes con el trabajo de Markowitz, fue el modelo "safety fist" desarrollado por Roy (1952)¹³. Roy se enfoca en la pregunta de cómo los individuos podían asegurar una conveniente pequeña probabilidad de que su riqueza descendiera por debajo de un nivel desastroso; que es esencialmente el mismo problema abordado por Markowitz. La representación de Roy de su problema, tomando el nivel de riesgo como la variable independiente y el retorno esperado como la variable dependiente, fue adoptada como estándar por la profesión financiera. Tal vez por ser publicado primero el artículo de la Selección de Portafolio unos meses antes, de cualquier modo, es Markowitz el que es generalmente considerado como el "padre" de la teoría de portafolio.

Tobin, (1958)¹⁴ toma el análisis de Markowitz y lo lleva un paso más adelante al mostrar como identificar el portafolio eficiente, que denominaremos (O), que debería seleccionar un inversionista. Él considera, como un inversionista debería distribuir sus fondos entre un activo seguro y líquido como el dinero (o bonos del tesoro) y un activo

¹² **Goetzmann, William.** An Introduction to Investment Theory. *Yale School of Management* Chapter 2

¹³ **Roy, A D (1952).** Safety First and the Holding of Assets *Econometrica* 20: 431-439.

¹⁴ **Tobin, James (1958).** Liquidity Preference as a Behavior Toward Risk. *Review of Economic Studies* 25:65-86.

riesgoso (un portafolio de bonos o acciones). Tobin muestra que *"la composición proporcionada del activo no-dinero es independiente de su participación agregada en el balance de la inversión. Este hecho hace posible el describir la decisión del inversor como si existiese un único activo no-dinero; uno formado por la combinación de la actual multitud de activos no-dinero tomados en proporciones fijas"*.

Por tanto, Tobin propone un sistema para determinar la distribución de la inversión en activos que es interesante seguir. Él propone *"analizar el problema de la elección del portafolio en etapas; la distribución de la inversión primero que nada y luego las categorías de activos."*, Es decir, primero construir la frontera eficiente según Markowitz y luego combinarla con el activo libre de riesgo (letras del tesoro). La proporción de dinero invertida en estos activos libres de riesgo respecto a la inversión total, muestra el grado de aversión o tolerancia al riesgo del inversionista. Sin embargo, el portafolio de inversión óptimo (O), debe ser independiente de las preferencias de riesgo de este. Esta proposición se conoce con el nombre de Teorema de la Separación; provee un entendimiento básico para la identificación del portafolio de inversión óptimo y tiene un rol principal en la construcción de la *línea del mercado de capitales* (LMC).¹⁵

Asumiendo un mercado con información perfecta sobre el comportamiento de los activos los inversionistas manifestarán mayor homogeneidad en sus preferencias que

¹⁵ **Gastineau, Gary.** Glossary, *IFCI risk institute* 1996.

otorgarán las mismas oportunidades de inversión a cada sujeto de la economía y lo conducirán a escoger la cartera (O).

Los inversionistas que quieran alcanzar rendimientos mayores que el ofrecido por la cartera de mercado (O), tienen la oportunidad de intercambiar riquezas mediante la solicitud y concesión de prestamos a la tasa libre de riesgo (r_f).

A través de la LMC, es posible predecir la relación entre rendimiento esperado y el riesgo cuando se tienen valores libres de riesgo y la cartera de mercado, en ésta relación, intervienen dos aspectos: I) El precio del tiempo y II) El precio de riesgo del mercado. El primero se representa por la ordenada en el origen (r_f), y el segundo por la inclinación de la línea, que indica el rendimiento esperado adicional requerido para un incremento en la desviación estándar. La ecuación de la línea de mercado de capitales se expresa como:

$$E(r_i) = r_f + \left[\frac{E(r_m - r_f)}{\sigma_m^2} \right] \sigma_{im}$$

Siendo $E(r_i)$ la tasa esperada de rendimiento de las carteras a lo largo de la LMC, $E(r_m)$ la tasa esperada de rendimiento sobre la cartera de mercado, $\sigma(r_i)$ y $\sigma(r_m)$ la desviación estándar del rendimiento de las carteras y del mercado, respectivamente.

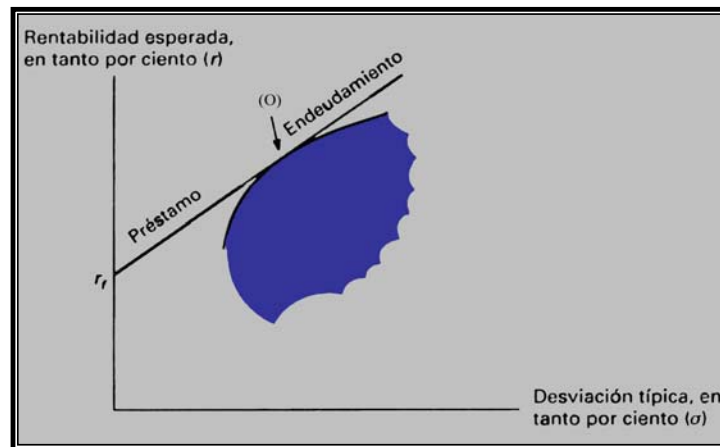


Gráfico #3: Línea de Mercado de Capitales (LMC).

La LMC es la tangente entre la tasa libre de riesgo y el conjunto eficiente de valores riesgosos que proporcionan al inversionista las mejores oportunidades posibles. La LMC puede visualizarse como el conjunto eficiente de todos los activos, tanto riesgosos como libres de riesgo.

Los puntos que se sitúan entre (r_f) y la cartera (O) son carteras en las cuales se ha invertido algún dinero en el activo libre de riesgo y el resto se coloca en (O) . Los puntos que están más allá de (O) se alcanzan solicitando fondos en préstamo a la tasa libre de riesgo para comprar una mayor cantidad de (O) , en términos de lo que se podría comprar sólo con fondos propios.

El gráfico #3 ilustra un aspecto de gran importancia. Bajo una solicitud y concesión de préstamos a una tasa libre de riesgo, la cartera de activos riesgosos de

cualquier inversionista siempre sería el punto (O). Independientemente de la tolerancia del inversionista por el riesgo, nunca elegiría ningún otro punto de la frontera eficiente ni mucho menos uno que se encuentre por debajo de esta. En lugar de ello, combinaría los valores de (O) con los activos libres de riesgo si tuviera una alta aversión al riesgo. Así, solicitaría en préstamo el activo libre de riesgo para invertir más fondos en (O) si tuviera un nivel bajo de aversión hacia el riesgo; demostrándose que (O) es la cartera óptima para cualquier inversionista sin importar su aversión al riesgo.¹⁶

Si todos los inversionistas eligen la misma cartera de activos riesgosos, es posible determinar cual es esa cartera. El sentido común nos indica que es una cartera ponderada por el valor de mercado y que incluye todos los títulos existentes. Es la cartera de mercado.

El teorema de separación de Tobin aclaró la tarea en la selección del portafolio óptimo y en recompensa a su valioso aporte en la teoría financiera recibió el Premio Nobel de Economía en 1981¹⁷. Pero aun con su contribución, todavía era necesario utilizar el modelo de las covarianzas de Markowitz. El problema es que existen demasiados títulos en el mercado, nada más en la Bolsa de Valores de Nueva York (NYSE) para el 2000 existían 3085 compañías listadas¹⁸ por lo que es necesario sacar millones de relaciones riesgo-rendimiento. Esto era claramente una misión casi

¹⁶ Todos los inversionistas seleccionarían la cartera (O), solo si hay expectativas homogéneas.

¹⁷ <http://www.almaz.com/nobel>.

¹⁸ <http://www.nyse.com/listed/listed.html>

imposible para la época, aún cuando el universo de títulos se limitara a un grupo pequeño de acciones, la tarea computacional estaba mucho más allá de las computadoras más poderosas disponibles en cualquier sitio para cuando se hicieron estas investigaciones, a finales de los años cincuenta y principio de los sesenta.

Estas dificultades fueron tomadas en cuenta cuando Sharpe (1963)¹⁹ ideó un modelo simplificado para el análisis de portafolios. Sharpe sostiene que las acciones tienden a moverse junto con el mercado. Su modelo asume que el rendimiento de un título está relacionado linealmente con las fluctuaciones de un índice de mercado amplio²⁰; con un conocido grado de sensibilidad, los rendimientos específicos de cada título son generados con una media y varianza conocida. Con solamente tres parámetros por título, la tarea de medir el riesgo y la optimización del portafolio se simplifican enormemente.

¹⁹ **Sharpe, William. (1963).** A Simplified Model of Portfolio Analysis. *Management Science* 9: 277-293.

²⁰ Entendiéndose por un índice de mercado amplio aquél compuesto por un número importante de acciones que son representativas del valor del mercado como el S&P 500. **Shook, Robert.** Wall Street Dictionary. Career Press 1999.

CAPÍTULO II. EL MODELO CAPM

El modelo CAPM provee actualmente la base intelectual para numerosas practicas en la industria de la inversión. La mayor implicación del modelo es que el retorno esperado de un activo esta relacionado a una medida riesgo para ese activo conocida como beta (β).

En este Capítulo revisamos el desarrollo del modelo CAPM, los supuestos en los que se fundamenta, su derivación, así como las críticas que se le hacen, y por último la respuesta del creador del modelo a estas críticas.

II.1 TEORÍA DE LA VALUACIÓN DE ACTIVOS DE CAPITAL

William Sharpe también determinó la relación entre los precios de los activos y sus atributos de riesgo. En el trabajo publicado por Sharpe (1964)²¹ *"a través de la diversificación, parte del riesgo inherente en un título puede ser evitado por lo que obviamente su riesgo total no es la parte relevante que influye en su precio; Desdichadamente poco se ha dicho respecto al componente particular del riesgo que es relevante."* Sharpe pretende usar la teoría de la selección de portafolios *"para construir*

una teoría de equilibrio del precio de los activos bajo condiciones de riesgo" y nota que su modelo "esclarece la relación entre el precio de un activo y los varios componentes de su riesgo total." El resultado es el modelo de valuación de activos de capital (CAPM).

$$E(r_i) = r_f + \beta [E(r_m) - r_f]$$

En donde:

$E(r_i)$: Valor Esperado del rendimiento del instrumento i.

r_f : Tasa libre de riesgo.

β : Es la medida del riesgo; representa el cambio promedio porcentual en el precio del título i con respecto al cambio porcentual del índice del mercado.

$E(r_m)$: Valor Esperado del rendimiento del mercado.

De esta forma, el modelo CAPM establece que el rendimiento esperado de una cartera debe exceder la tasa de retorno sin riesgo por una cantidad que es proporcional al beta de la cartera. De acuerdo a los economistas financieros esta fórmula algebraica es utilizada para describir la *línea del mercado de títulos* (LMT).

²¹ **Sharpe, William E. (1964).** Capital Asset Prices: A Theory of Market Equilibrium Under Conditions of Risk. *Journal of Finance* 19: 425-442.

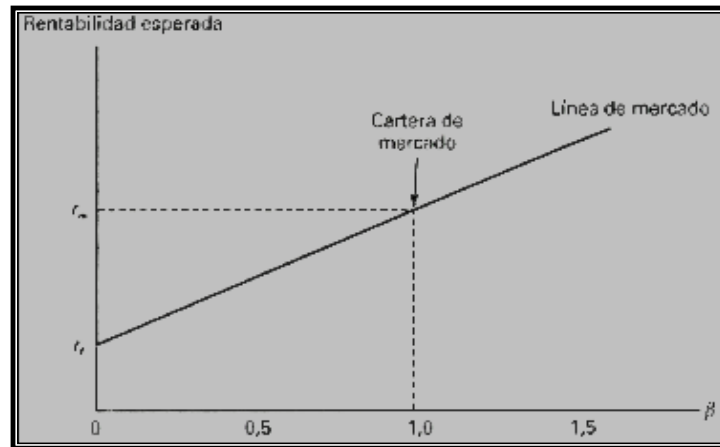


Gráfico #4: Línea del Mercado de Títulos (LMT).

De la ecuación de la línea del mercado de títulos (LMT), se deduce que el rendimiento futuro requerido sobre cualquier inversión $E(r_i)$, está condicionado a un rendimiento de mercado específico $E(r_m)$, al valor de la tasa libre de riesgo (r_f), así como el factor de ajuste por riesgo $\beta [E(r_m) - r_f]$. Siendo $[E(r_m) - r_f]$ la prima por riesgo esperado o la rentabilidad excedentaria del activo arriesgado, cuya magnitud compensará al inversionista por el riesgo que asume al adquirir la cartera de mercado. En un mercado competitivo la prima por riesgo esperado varía en proporción directa a β ²², por lo que el rendimiento esperado de un valor está linealmente relacionado con su β , y debido a que el rendimiento promedio del mercado ha sido más alto que el promedio de la tasa libre de riesgo durante largos períodos, podemos asumir que esta relación lineal es positiva.²³

²² Brealey, R. y Myers, S. (1998) Principios de Finanzas Corporativas. Madrid: McGraw-Hill. Quinta Edición. pp 124-125.

Si un valor individual tiene una combinación riesgo-retorno, que lo coloca por encima de la LMT, estará subvaluado ya que ofrece un rendimiento esperado en exceso al requerido por el mercado $E(r_i) > \beta [E(r_m) - r_f]$, en vista de esto, el valor resultará atractivo para los inversionistas, la mayor demanda provocará que el precio aumente, hasta que el rendimiento esperado decline lo suficiente para que el activo se encuentre sobre la LTM y por consiguiente para que $E(r_i) = \beta [E(r_m) - r_f]$.

Un activo sobrevalorado se ubica debajo de la LTM, su rendimiento es poco atractivo, el inversionista que lo posea lo venderá descendiendo su precio hasta que el rendimiento esperado logre ser consistente con el equilibrio de la LTM.

A través del CAPM es posible conocer tres características del mercado de activos, determinantes para cualquier inversionista: I) El comportamiento del precio de los activos de acuerdo a los movimientos del mercado, II) La clase de relación riesgo-retorno que se espera y III) La apropiada medición del riesgo de los activos.

²³ **Ross, S. Westerfield, R. y Jaffe, J. (2000)** Finanzas Corporativas. México: McGraw-Hill. Quinta Edición. pp 306.

II.2 SUPUESTOS DEL MODELO CAPM

Para poder ver como los activos son valorados, el modelo debe ser construido. Esto requiere de algunas simplificaciones, en la cual el constructor del modelo se deba abstraer de la gran cantidad de complejidades de la situación y enfocarse en los elementos más importantes. La forma en que esto puede ser logrado es haciendo ciertas suposiciones sobre el ambiente en estudio. Estos supuestos necesitan ser simplificadores, de forma de poder proveer un grado de abstracción que permita tener algo de éxito en la construcción del modelo. Lo "razonable" de los supuestos (o la carencia de los mismos) es de poca preocupación. En vez de esto, la gran prueba del modelo es su habilidad para ayudar a comprender y predecir el proceso que se está modelando. Como lo establece Milton Friedman en uno de sus famosos ensayos:

*" La pregunta relevante que debe ser hecha acerca de los supuestos de una teoría, no es si estas son descriptivamente realistas, ya que nunca lo son, sino más bien si estos son aproximaciones suficientemente buenas para el propósito en mente. Pudiendo darle una respuesta a esta pregunta solo observando si la teoría funciona, lo que quiere decir si es capaz de producir predicciones lo suficientemente precisas."*²⁴

²⁴ **Friedman, Milton (1953)** *Essays in the Theory of Positive Economics*. University of Chicago Press. P.15.

El modelo CAPM no escapa a lo antes establecido, ya que se basa en un número de suposiciones que son requeridas para su derivación si el modelo está establecido sobre una base rigurosa; los cuales son:²⁵

1. Los inversionistas evalúan a sus carteras al observar los retornos esperados y las desviaciones estándar de estas sobre un horizonte de un período.
2. Los inversionistas nunca se sacian, entonces cuando estos deben de elegir entre dos portafolios idénticos, escogerán aquel con el mayor retorno esperado.
3. Los inversionistas son adversos al riesgo, por lo cual al tener que elegir entre dos portafolios idénticos, ellos elegirán aquel que presente la menor desviación estándar.
4. Todos los activos son infinitamente divisibles, lo cual significa que el inversionista puede comprar una fracción de ese activo si este lo desea.
5. Existe una tasa libre de riesgo a la cual el inversionista puede prestar o pedir prestado dinero.
6. Los impuestos y los costos transaccionales son irrelevantes.
7. Todos los inversionistas tienen el mismo horizonte de inversión.
8. La tasa libre de riesgo es la misma para todos los inversionistas.
9. La información es libre e inmediatamente disponible para todos los inversionistas.

²⁵ Alexander, G. Bailey, J. y Sharpe, W. Fundamentals of Investment. Prentice Hall. p 218-219.

10. Los inversionistas tienen expectativas homogéneas, lo que quiere decir que tienen las mismas percepciones en lo referente a los retornos esperados, desviaciones estándar y covarianzas de los títulos.

Como se puede observar al examinar estos supuestos, el CAPM reduce la situación a un caso extremo. Todos los individuos poseen la misma información y están de acuerdo en cuanto a las perspectivas futuras de los títulos. Implícitamente, esto significa que los inversionistas analizan y procesan la información de la misma manera. Los mercados de capitales son perfectos, lo cual significa que no hay fricciones que impidan invertir; impedimentos potenciales tales como divisibilidad finita, impuestos, costos transaccionales y diferentes tasas libres de riesgo para la solicitud y concesión de préstamos han sido descartados. Esto nos permite cambiar el enfoque acerca de como los individuos deberían invertir, hacia otro en cual nos preguntemos que sucedería a los precios de los títulos si todos los individuos invierten en una forma similar. Al examinar el comportamiento colectivo de todos los inversionistas en el mercado, la naturaleza del equilibrio resultante de la relación entre riesgo y retorno entre todos los títulos puede ser desarrollada.

Sharpe presentó la versión inicial de su modelo de valuación de activos de capital al *Journal of Finance*. De acuerdo a Bernstein (1992)²⁶, el editor del diario lo rechazó bajo la base "*su supuesto de que todos los inversionistas hacían las mismas*

²⁶ **Bernstein, Peter L. (1992).** Capital Ideas: The Improbable Origins of Modern Wall Street, New York: The Free Press.

predicciones era tan 'absurdo' como para hacer sus conclusiones 'poco interesantes'."

El artículo fue publicado el año siguiente (después de revisión). El modelo de valuación de activos de capital resultante (CAPM) es el modelo de retorno esperado de los inversionistas que permaneció dominante como paradigma de investigación hasta los ochenta.

Los conceptos de la teoría del portafolio y del desarrollo de las medidas de riesgo, tomadas junto al modelo de valuación de activos de capital, han tenido un impacto importante en la teoría y la práctica del manejo de inversiones.

El modelo de covarianzas de Markowitz junto con el desarrollo de Sharpe del modelo de valuación de activos de capital (Capital Asset Pricing Model o CAPM), marcó el final del principio de las finanzas modernas. Sus contribuciones fundamentales fueron reconocidas y les valió para recibir por separado en 1990 el Premio Nóbel por sus estudios en economía financiera²⁷.

²⁷ <http://www.almaz.com/nobel>.

II.3 DERIVACIÓN DE LA LÍNEA DEL MERCADO DE TÍTULOS

El gráfico #5 muestra la ubicación del conjunto factible del modelo de Markowitz, junto con la tasa libre de riesgo y el conjunto eficiente asociado que representa la Línea del Mercado de Capitales. Dentro de los límites del conjunto eficiente de Markowitz se encuentran todos los títulos riesgosos de los cuales se ha seleccionado uno de ellos al azar, el cual denotaremos i para poder llevar a cabo el análisis.

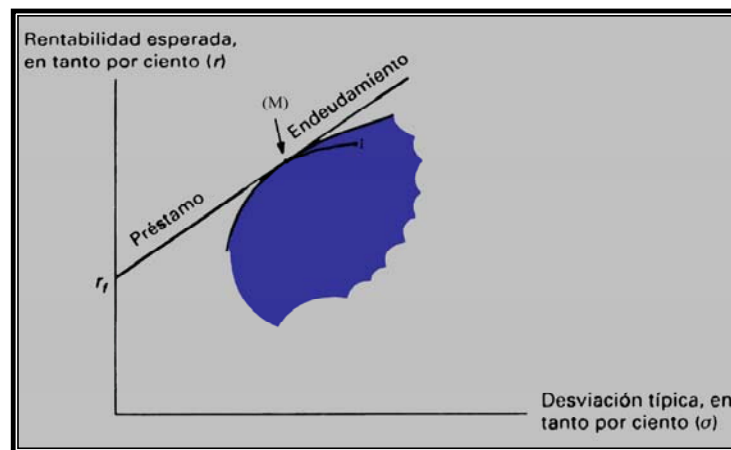


Grafico #5: Línea del Mercado de Títulos

Si se considera un portafolio el cual denominaremos p , que consista en la proporción X_i invertida en el título i y la proporción $(1 - X_i)$ invertida en el portafolio del mercado M ; tal portafolio tendría un retorno esperado igual a:

$$\bar{r}_p = X_i \bar{r}_i + (1 - X_i) \bar{r}_m \quad (1)$$

y la desviación estándar igual a:

$$\sigma_p = \left[X_i^2 \sigma_i^2 + (1 - X_i)^2 \sigma_m^2 + 2X_i(1 - X_i)\sigma_{im} \right]^{1/2} \quad (2)$$

Todos los portafolios de este estilo se encontrarán en la línea curva que conecta i con M tal como se muestra en el gráfico #5.

Algo que es de cuidado, es la pendiente de esta línea curva. Dado que es una línea curva, su pendiente no es constante; sin embargo, su pendiente puede ser determinada con la utilización del cálculo. Primero, utilizando la ecuación (1), se toma la derivada de $\bar{r}_p$ con respecto a X_i :

$$\frac{d\bar{r}_p}{dX_i} = \bar{r}_i - \bar{r}_m \quad (3)$$

Segundo, utilizando la ecuación (2), se toma la derivada de σ_p con respecto a X_i :

$$\frac{d\sigma_p}{dX_i} = \frac{X_i \sigma_i^2 - \sigma_m^2 + X_i \sigma_m^2 + \sigma_{im} - 2X_i \sigma_{im}}{\left[X_i^2 \sigma_i^2 + (1 - X_i)^2 \sigma_m^2 + 2X_i(1 - X_i)\sigma_{im} \right]^{1/2}} \quad (4)$$

Tercero, es notable que la pendiente de la línea curva iM , $\overline{dr_p}/d\sigma_p$, puede ser escrita como:

$$\frac{\overline{dr_p}}{d\sigma_p} = \frac{\overline{dr_p}/dX_i}{d\sigma_p/dX_i} \quad (5)$$

Lo cual significa que la pendiente de iM puede ser calculada al sustituir las ecuaciones (3) y (4) en el numerador y denominador de la ecuación (5) respectivamente:

$$\frac{\overline{dr_p}}{d\sigma_p} = \frac{[\overline{r_i} - \overline{r_m}] \left[X_i^2 \sigma_i^2 + (1 - X_i)^2 \sigma_m^2 + 2X_i(1 - X_i)\sigma_{im} \right]^{1/2}}{X_i \sigma_i^2 - \sigma_m^2 + X_i \sigma_m^2 + \sigma_{im} - 2X_i \sigma_{im}} \quad (6)$$

Es de nuestro interés la pendiente de la línea curva iM en su extremo M. Al ser la proporción X_i igual a cero en este punto, la pendiente de iM puede ser calculada al sustituir cero por X_i en la ecuación (6). Después de hacer esto, se eliminan muchos términos, quedando:

$$\frac{\overline{dr_p}}{d\sigma_p} = \frac{[\overline{r_i} - \overline{r_m}]\sigma_m}{\sigma_{im} - \sigma_m^2} \quad (7)$$

En M, la pendiente de la línea del mercado de capitales, $(\overline{r_m} - \overline{r_f})/\sigma_m$, debe ser igual a la pendiente de la línea curva iM . Esto es porque la pendiente de la línea curva

iM se incrementa cuando nos movemos desde el punto final i , convergiendo a la pendiente de la línea del mercado de capitales en punto final M . Por tanto, la pendiente de la curva iM en M , como es mostrado en el lado derecho de la ecuación (7), se iguala a la pendiente de la línea del mercado de capitales:

$$\frac{[\bar{r}_i - \bar{r}_m]\sigma_m}{\sigma_{im} - \sigma_m^2} = \frac{(\bar{r}_m - \bar{r}_f)}{\sigma_m} \quad (8)$$

Resolviendo la ecuación (8) para $\bar{r}_i$, se obtiene la versión de la covarianza de la línea del mercado de títulos:

$$\bar{r}_i = r_f + \left[\frac{\bar{r}_m - r_f}{\sigma_m^2} \right] \sigma_{im} \quad (9)$$

La versión β de la línea del mercado de títulos se deriva al sustituir β_i por σ_{im}/σ_m^2 en la ecuación (9), quedando:

$$\boxed{\bar{r}_i = r_f + (\bar{r}_m - r_f)\beta_i}$$

II.4 PRUEBAS DEL MODELO DE VALUACIÓN DE ACTIVOS DE CAPITAL

A pesar de veinte años de intentos para verificar o refutar el CAPM, no hay consenso en su legitimidad. Existen algunas sospechas que indican que el modelo es incorrecto. Para empezar, todos los individuos poseen portafolios diferentes. Por tanto, no puede ser totalmente cierto.

Los investigadores se han enfocado en los aspectos más importantes de los supuestos del modelo para apoyar o rechazar su veracidad. Entre las críticas que se le hacen al modelo podemos mencionar:

1. La teoría financiera subyacente en el CAPM explícitamente emplea rendimientos esperados o ex ante, mientras que en la práctica solo se pueden observar rendimientos realizados o ex post; esto hace más difícil realizar pruebas rigurosas al CAPM, sin embargo no imposible y técnicas econométricas más sofisticadas son utilizadas.²⁸

2. Uno de los instrumentos típicamente utilizados como medida de un activo libre de riesgo es la tasa a 30 días de las letras del tesoro americano, la cual es libre de riesgo solo si se mantiene hasta su maduración. Más aun esta es solo libre de riesgo en

un sentido nominal ya que si esta es mantenida hasta su maduración, la incertidumbre de la inflación hace a la tasa real de retorno incierta. Por lo tanto es difícil si no imposible, obtener una buena medición del retorno libre de riesgo. Esto hace aún más problemático el probar el modelo CAPM.²⁹

3. Existe una fuerte tradición entre las estadísticas que argumenta que no es posible probar un modelo específico a menos que exista un modelo alternativo viable contra el cual este pueda ser comparado. Ross (1976)³⁰ desarrolló la Teoría de la Valoración por Arbitraje (APT) un modelo alternativo que potencialmente pudiera resolver los problemas que presenta el CAPM manteniendo la misma idea de este último. El APT tiene varios beneficios. Primero, es menos restrictivo con respecto a la estructura de la información que permite. Además permite tomar en cuenta varios factores de riesgo que afectan a los rendimientos de los títulos.

4. Un método más informal para poner a prueba el CAPM consiste en ver si sus predicciones son consistentes con lo que es observado. En este contexto dos aspectos del modelo CAPM parecen ser inconsistentes con las observaciones.

²⁸ **Fama, Eugene F. And James D. McBeth (1973).** “Risk, Return and Equilibrium: Empirical Tests”. *Journal of Political Economy*. 81:3 May 607-636.

²⁹ **Berndt (1992)**, The Capital Asset Pricing Model. Chapter 2, pp. 37

³⁰ **Ross, Stephen A.** (1976). The Arbitrage Theory of Capital Asset Pricing. *Journal of Economic Theory* 13:341-360

- i) Una implicación importante de la línea de trabajo del CAPM es que la relación entre riesgo y rendimiento no solo es lineal sino que también es positiva, como ha sido notado por Black, Jensen y Scholes (1972)³¹, *"el corte transversal de los trazos de los excesos de retornos medios en los portafolios contra las betas estimadas, indican que la relación entre el retorno medio y beta era lineal"* sin embargo, han existido un número de casos en los cuales esta relación es negativa en vez de positiva, *"el intercepto y la pendiente de la relación en el corte transversal variaba para diferentes sub-períodos y no eran consistentes con la forma tradicional del modelo de valuación de activos de capital"*. Específicamente, Black, Jensen y Scholes encontraron que en el periodo de 9 años 1957-1965, los títulos con mayor beta producían menores rendimientos que aquellos con menor beta. Porque esto sucedía no está completamente claro pero constituye una contradicción con lo que dice la línea de trabajo del CAPM.
- ii) Otra implicación de la línea de trabajo del CAPM es que un título con beta cero debería dar un rendimiento exactamente igual al de la tasa libre de riesgo. Black, Jensen y Scholes estudiaron exhaustivamente los rendimientos de los títulos en la NYSE por un periodo de 35 años y encontraron que el rendimiento de la cartera con beta cero excedía el rendimiento de la tasa libre de riesgo, lo que implica que el riesgo no sistemático produce un

³¹ **Black, Fischer, Michael C. Jensen and Myron S. Scholes (1972).** "The Capital Asset Pricing Model: in M Jensen (1972).

rendimiento mayor en la cartera de mercado con beta cero que el que se predice por el CAPM. Entonces no está claro que otros factores además de la prima por riesgo de mercado ($R_m - R_f$) están siendo valorados por el mercado. De acuerdo con el CAPM, es solo el riesgo de mercado, el que importa, ya que el riesgo no sistemático puede ser eliminado a través de la diversificación.³²

5. De acuerdo con el CAPM, el portafolio del mercado debería incluir todas las inversiones riesgosas, aún cuando la mayoría de los índices de mercado y estimaciones de R_m contienen una muestra de acciones como por ejemplo aquellas que se transan en el NYSE. En este contexto vale la pena notar que estudios empíricos previos basados en el CAPM descubrieron que las estimaciones de beta dependían críticamente de la selección de R_m . Uno de estos estudios empíricos fue realizado por Richard Roll (1977)³³ quien estableció un punto crucial en las pruebas del CAPM. Pruebas previas del CAPM examinaron la relación entre los retornos de las acciones y beta, medido relativamente por un índice del mercado de capitales como el S&P500. Sin embargo, Roll demuestra que el mercado, como es definido en el CAPM teórico, no es solo un mercado accionario, sino un índice de toda la riqueza. El índice de mercado debería incluir bonos, propiedades, activos externos, capital humano y cualquier otra cosa, tangible o intangible, que agregara a la riqueza de la humanidad. Roll señala que "*el portafolio utilizado por Black, Jensen y Scholes no era ciertamente el verdadero*

³² Berndt (1992), The Capital Asset Pricing Model. Chapter 2, pp. 39

³³ Roll, Richard (1977). A Critique of the asset pricing theory's tests: Part I: On Past and Potential Testability of the Theory. *Journal of Financial Economics* 4: 129-176.

portafolio". Más aún, Roll muestra que a menos que se conociese con certeza este portafolio del mercado entonces el CAPM nunca podría ser probado, al ser la tarea de recolectar la data suficiente de activos riesgosos para estimar la confiabilidad de R_m formidable y prohibitivamente costosa. Finalmente Roll argumenta que las pruebas del CAPM son como máximo pruebas de la eficiencia de la varianza media del portafolio que es tomada como la proxy del mercado. Pero dentro de cualquier muestra, siempre existirá un portafolio que sea varianza media eficiente; por lo tanto el encontrar evidencia empírica en contra de la eficiencia de un portafolio dado, no nos dice nada acerca de si el CAPM es correcto o no.

6. Más recientemente dos documentos publicados por Fama y French³⁴ presentan una evidencia incongruente con este modelo. Su trabajo ha recibido una gran cantidad de atención, tanto de los círculos académicos como de la prensa popular, con artículos de periódicos que muestran titulares tales como: “!Beta ha muerto!”. Estos documentos presentan dos puntos interrelacionados. Primero, concluyen que la relación entre el rendimiento promedio y beta es débil a lo largo del periodo que va desde 1941 hasta 1990 y que virtualmente no existen desde el lapso transcurrido entre 1963 y 1990.

Segundo, sostienen que el rendimiento promedio de un título esta negativamente relacionado tanto con la relación precio-ganancias (P/E) como con la razón de valor de mercado a valor en libros (M/B) de la empresa. Estas disputas, si son confirmadas por

³⁴ **Fama, Eugene F. y French, Kenneth R. (1992)** “The Cross-Section of Expected Stock Returns”, *Journal of Finance*, 47, pp. 427-466 y **Fama, Eugene F. y French, Kenneth R. (1993)** Common Risk Factors in the Returns on Stocks and Bonds”, *Journal of Financial Economics*, 17, pp. 3-56.

otras investigaciones, serían muy perjudiciales para el CAPM. Después de todo el CAPM afirma que los rendimientos esperados de las acciones deberían relacionarse solo con beta, y no con otros factores como las razones P/E y M/B.

Sin embargo, diversos investigadores han criticado los documentos publicados por Fama-French. Primero, aunque Fama y French no pueden rechazar la hipótesis de que los rendimientos promedio no están relacionados con beta, tampoco se puede rechazar la hipótesis contraria, que es exactamente como la especifica el CAPM. En otras palabras, aunque 50 años de datos parecen bastante pueden simplemente no ser suficientes para probar la validez o no del CAPM. Segundo, el resultado de P/E y de M/B puede deberse a una falacia estadística denominada sesgo por percepción tardía.

Tercero, P/E y M/B solo son dos de un número infinito de factores posibles. De tal modo, la relación entre el rendimiento promedio y P/E y M/B puede ser apócrifa, ya que solo serían el resultado de una explotación de datos.

En algunos casos se han encontrado supuestas correlaciones estadísticas que se deben al azar y que vale la pena mencionar: “El indicador del Super Bowl pronostica como se va a desempeñar el mercado de valores con base en el equipo que gane en el Super Bowl. La victoria de un equipo de la NFL predice un mercado alcista de las acciones, mientras que la victoria de un equipo de la AFL es un mal augurio para los que invierten en la bolsa de valores.. En los veinticinco años transcurridos desde el primer Super Bowl, este indicador solo se ha equivocado una vez. Naturalmente, no

tiene ningún sentido que los resultados del Super Bowl se deban utilizar como pronosticadores de un mercado. No obstante, siempre surgirán correlaciones aleatorias. El éxito del indicador del Super Bowl, sencillamente, no ilustra nada más que el hecho de que, a veces, es posible correlacionar dos eventos totalmente inconexos”³⁵.

Cuarto, los rendimientos promedios están positivamente correlacionados con beta a lo largo del periodo que transcurrió entre 1927 y el presente.

Quinto, en realidad los rendimientos promedio se encuentran positivamente relacionados con beta cuando se usan datos anuales, en lugar de datos mensuales para estimar el valor de beta.

7. Otra prueba que pone en evidencia que los rendimientos de los títulos es afectado por otros factores es el de Banz (1981)³⁶ acerca del tamaño de la compañía, según el cual las empresas cuya capitalización bursátil es baja obtienen rendimientos superiores a los indicados por el CAPM. Banz mostró que el efecto tamaño tenía una gran significación estadística y una importante relevancia empírica llegando a ser, incluso, a la significación de la β . Debido a que Banz compuso las carteras objeto del estudio de tal manera que todas tuviesen la misma beta, estos resultados sugieren que el CAPM está mal especificado y que la ecuación de rendimiento debería contener un factor adicional que estuviera fuertemente correlacionado con la empresa.

³⁵ **Cantillo, Miguel (2000).** El MPAC: Una Alternativa para las Economías Latinoamericanas. *INCAE, Percepción Gerencial*, Vol. 3, #6.

Estudios han demostrado que el riesgo de las empresas de menor tamaño estaba subestimado dado que los títulos de dichas compañías se negocian con una menor frecuencia que de las grandes, es decir, se detectó la existencia de primas de liquidez.

8. El CAPM argumenta que el mercado solo retribuye el riesgo sistemático, dado que a medida que se incrementa el tamaño del portafolio, el efecto diversificación reduce fuertemente el riesgo no sistemático; esto ha sido contundentemente comprobado en el trabajo³⁷

Siendo el CAPM un modelo de equilibrio económico para un mercado donde se transan numerosos activos financieros, no está diseñado para capturar el riesgo asistemático de una acción única. En otras palabras, el CAPM no puede detectar las singularidades de una empresa en particular.

9. Los costos transaccionales afectan al equilibrio del mercado, mientras más altos sean, menores transacciones realizarán los inversionistas para hacer que sus carteras sean realmente eficientes, en consecuencia no todas las carteras se ubicarán sobre la línea de mercados de capitales, algunas pueden estar en algún lado u otro cuando los costos de las operaciones sobrepasan las ventajas de encontrarse en la línea. En otras palabras pueden existir zonas en cualquiera de los lados de la línea de mercados

³⁶ **Banz Rolf (1981)**, The Relationship Between Returns and Market Value of Common Stocks. *Journal of Financial Economics*, 9, pp. 3-18.

de capital dentro de las cuales se encuentran las carteras; mientras mayores sean los costos transaccionales más amplias serán estas zonas.

10. Un mercado de valores es eficiente cuando la competencia entre los distintos participantes que intervienen en el mismo, guiados por el principio del máximo beneficio, conduce a una situación de equilibrio en la que el precio de mercado de cualquier título constituye una buena estimación de su precio teórico o intrínseco. Dicho de otra forma, los precios de los títulos que se negocian en los mercados financieros eficientes reflejan toda la información disponible y ajustan total y rápidamente toda la información.³⁸

Eugene Fama (1965) definió los mercados eficientes como un “juego equitativo” en el que los precios de los títulos reflejan completamente toda la información disponible. Esto es, si los mercados son eficientes, los títulos están valorados para proporcionar un rendimiento acorde con su nivel de riesgo.

La idea subyacente es que los precios de los títulos se ajustan según la *teoría del recorrido aleatorio* (Random Walk), según la cual los cambios en los precios de los títulos son independientes entre si y tienen la misma distribución de probabilidad, es decir, que el mercado de valores en cuestión “no tiene memoria”, en el sentido de que no “recuerda” lo que ocurrió anteriormente y, por lo tanto, la variación que se pueda

³⁷ **Pereiro Luis E. y Galli María.** La Determinación del Costo del Capital en la Valuación de Empresas de Capital Cerrado: una Guía Práctica. *Universidad Torcuato Di Tella* pp. 10.

producir hoy en los precios no tiene nada que ver con la de ayer. Lo que no quiere decir que el mercado sea irracional sino por el contrario, es un reflejo de la intensa competencia entre los inversionistas que impide prever fluctuaciones a través de métodos de análisis, tal como lo es el CAPM.

II.4.1 WILLIAM SHARPE RESPONDE A LAS CRITICAS³⁹

Para poder soportar la implementación del modelo, se muestra a continuación una serie de respuestas que les da William Sharpe a las críticas más fuertes que ha recibido su modelo de parte de sus detractores más importantes.

¿Qué piensa usted sobre el debate acerca de la muerte del beta?

"El CAPM no ha muerto. Cualquiera que crea que los mercados están tan enredados que espera que los rendimientos no estén relacionados con el riesgo de que te vaya mal, que es lo que beta representa, debe tener una visión extraña de la realidad".

"Que beta este muerto, esta verdaderamente enfocado a si las acciones individuales que tienen betas mayores obtienen o no rendimientos esperados mayores a los del mercado. Seria irresponsable asumir que no es verdad. Esto no significa que

³⁸ **Aragóns, José y Mascareñas, Juan (1994)**. La Eficiencia y el Equilibrio en los Mercados de Capital. Universidad Complutense de Madrid pp 76-89.

³⁹ **Jonathan Burton (1998)**. Revisiting the Capital Asset Pricing Model, *Dow Jones Asset Manager* pp. 20-28

podemos confirmar la data. Nosotros no vemos rendimientos esperados; nosotros vemos rendimientos realizados. No observamos medidas ex ante de beta sino realizadas".

Gene Fama y Ken French realizaron el Modelo de Tres-Factores, el cual establece que el beta tiene menor importancia para la explicación de los rendimientos que la capitalización de mercado o la relación de valor libros-mercado. ¿Fama y French exageran?

"Todos los investigadores, donde me incluyo, cuando realizamos trabajo empírico, tendemos a exagerar la importancia del estudio. Hay diferentes mercados, períodos de tiempo y países. Uno no siempre obtiene los mismos resultados. Fama y French utilizaron rendimientos realizados promedio, que no es lo mismo que rendimientos esperados, y encontraron una mayor correlación empírica con el tamaño de las empresas y con la relación de valor libros-mercado que con la medida histórica que realizaron de beta".

"El efecto del tamaño de las empresas y la relación valor libros-mercado se había desarrollado antes, por lo que estos fenómenos no son nuevos. Lo que si era nuevo era que Fama y French encontraron evidencias muy fuertes por lo menos para el periodo que estudiaron".

"A lo mejor en un mercado eficiente, las acciones de empresas pequeñas podrían tener rendimientos superiores debido a que son poco líquidas y los inversionistas

demandan una prima por liquidez. Pero a medida que los mercados se dieron cuenta de esto, grandes fondos mutuales se enfocaron en ofrecer carteras de acciones de compañías pequeñas lo que hizo que estas acciones se volvieran más líquidas, es decir, desde la publicación del efecto del tamaño de las empresas, las acciones de las empresas pequeñas han tenido rendimientos similares a los obtenidos por empresas más grandes. Lo mismo sucedió para las empresas que su relación libros-mercados era alta los inversionistas empezaron a comprar esas acciones y los precios aumentaron con lo que los rendimientos se ajustaron a los rendimientos de las acciones de las demás empresas".

II.5 DEFINICIÓN DE LAS VARIABLES DEL CAPM PARA VENEZUELA

Una vez planteado el modelo, sus supuestos y críticas, es hora de formular o tropicalizar el modelo para el caso venezolano, para lo cual es necesario hacer una adaptación de sus variables a fin de poder llevar a cabo la investigación.

II.5.1 RENDIMIENTO DEL MERCADO, TÍTULOS Y COEFICIENTE β

El rendimiento del mercado expresado como R_m , que para los efectos de nuestra investigación lo tomaremos del Índice Bursátil Caracas (IBC), esta comprendido por una muestra de 15 títulos escogidos sin discriminar el tipo de actividad de las empresas a los cuales pertenecen.

El Índice Bursátil Caracas está conformado por los títulos: Electricidad de Caracas (EDC), Banco Provincial (BPV), Corimon Clase A (CRM.A), CANTV Clase D (TDV.D), Fondo de Valores Inmobiliarios Clase B (FVI.B), H.L. Boulton (HLB), Mantex (MTX), Mavesa (MAV), Mercantil Servicios Financieros Clase B (MVZ.B), Sudamtex Clase B (STX.B), Manpa (MPA), Sivensa Clase A (SVS.A), Vencemos Tipo I (VCM.I), Vencemos Tipo II (VCM.II) y BBO Servicios Financieros (BBO).⁴⁰

El rendimiento de cada título denotado por R_i , será el rendimiento semanal de cada título que compone el Índice Bursátil Caracas.

El coeficiente β inherente a cada acción, se obtendrá a partir de los procedimientos que se explican en el apartado III.3.

II.5.2 INSTRUMENTOS CONSIDERADOS CERO RIESGO

Los instrumentos venezolanos considerados libres de riesgo que contrastaremos con la tasa obtenida en el modelo CAPM son: Bonos Brady, Títulos de Estabilización Monetaria (TEM).

⁴⁰ Para mas información sobre su historia y calculo referirse a la dirección www.caracasstock.com

Los Bonos Brady, son títulos valores emitidos por el Estado venezolano, dentro de un programa multinacional, para la conversión de deuda comercial en bonos que son tranzados internacionalmente. Los Bonos Brady venezolanos que utilizaremos son:

Bonos Par A: La deuda con los bancos podía ser intercambiada por bonos con valor facial de 100% con una tasa de interés fija por debajo de la del mercado. Y el principal esta colateralizado por Bonos del Tesoro Norteamericano a 30 años por un monto que será igual en la fecha de vencimiento al pago de capital de la deuda.

La emisión venezolana fue por \$5,063 millones se realizó el 18 de Diciembre de 1990 y vence el 31 de Marzo de 2020⁴¹, con cupones semestrales a una tasa de 6,75% en los denominados en dólares.⁴²

Bonos de Conversión de Deuda (DCB): Bajo esta opción la deuda con los bancos era cambiada a descuento pero con cupones semestrales que pagan una tasa flotante alta de Libor a 6 meses + 0,875%. La emisión fue hecha el 18 de Diciembre de 1990 con vencimiento a 17 años por un monto de \$5,326 millones. Y al igual que los Par A estaban colateralizados con Bonos del Tesoro Norteamericano a 30 años.⁴³

Bonos Flirb: Esta opción permitía cambiar la deuda por estos bonos que pagan una tasa fija de 5% los primeros dos años, luego 6% por los dos años siguientes, 7% fijo

⁴¹ Fuente: <http://www.brady.net>

⁴² Los bonos también están denominados en marcos alemanes, liras italianas, francos suizos y francos franceses.

en el año 5 y del año 6 al 17 una tasa flotante de Libor a 6 meses + 0.875% con 21 amortizaciones iguales que comenzaron el 31 de Marzo de 1997. La emisión fue realizada el 18 de Diciembre de 1990, por \$938,17 millones, y vence el 31 de Marzo de 2007.⁴⁴

Bonos Globales 27: En 1997 Venezuela realizó un intercambio de deuda de Bonos Globales por Bonos Flirb, DCB, y New Money Bonds (NMB) para los inversionistas interesados. Estos Bonos Globales se emitieron el 11 de Septiembre de 1997 por \$4,000 millones y maduran el 15 de Septiembre de 2027, pagando cupones semestrales con una tasa fija de 9,25%.⁴⁵

Los Títulos de Estabilización Monetaria (TEM): Estos títulos emitidos por primera vez en 1995 vinieron a sustituir a los Bonos Cero Cupón como instrumento del Banco Central de Venezuela (BCV) para sus operaciones de mercado abierto, que a diferencia de los cero cupón tienen un cupón único al vencimiento.⁴⁶

⁴³ Fuente: <http://www.bradynet.com>

⁴⁴ Ídem.

⁴⁵ Ídem.

⁴⁶ Lahoud D. Renta Fija. *InvestAnalysis*. Vol. 5 No.12 Octubre de 1997

CAPÍTULO III. FUNDAMENTOS ANALÍTICOS

En este Capítulo, se desarrollan los fundamentos analíticos que nos servirán como base para comprender los cálculos y las pruebas que a su vez nos permitirán contrastar nuestra hipótesis. El Capítulo abarca el cálculo del rendimiento de las acciones que componen el IBC así como el de este último, el rendimiento al vencimiento (YTM) de los bonos, cálculo de las betas, determinación de la tasa libre de riesgo implícita en el modelo, pruebas de normalidad, y por último las pruebas t y de Mann-Whitney.

III.1 CÁLCULO DEL RENDIMIENTO DE LAS ACCIONES E ÍNDICE DE LA BOLSA DE VALORES DE CARACAS.

Para determinar el rendimiento semanal de cada título de los que componen el Índice Bursátil Caracas que fueron tomados en consideración para el estudio, se procedió a utilizar el precio corregido de cada uno, el cual incluye el pago de dividendos en acciones y derechos de suscripción en el momento en el cual son entregados por las empresas y se evidencia en bolsa.⁴⁷ Dicha data fue proporcionada por el economista Daniel Lahoud y con ella se procedió a calcular el rendimiento semanal de cada título⁴⁸ a ser utilizado durante la investigación de la siguiente forma:

⁴⁷ Los dividendos en efectivo no se tomaron en cuenta porque en Venezuela son insignificantes con respecto a los valores accionarios.

$$r_{ij} = \frac{P_j - P_{(j-1)}}{P_{(j-1)}}$$

En el cual:

i = Título o acción

j = Semana

r_{ij} = Rendimiento del título i en la semana j .

P_j = Precio del título en la semana j .

Por otro lado, el rendimiento del mercado medido por el rendimiento del Índice Bursátil Caracas fue determinado de una forma análoga:

$$r_{m_j} = \frac{IBC_j - IBC_{(j-1)}}{IBC_{(j-1)}}$$

En donde:

r_{m_j} = Rendimiento del mercado en la semana j .

IBC_j = Índice Bursátil Caracas en la semana j .

⁴⁸ Ninguno de los rendimientos es ajustado por los impuestos o por los costos transaccionales.

III.2 CÁLCULO DEL RENDIMIENTO DE LOS INSTRUMENTOS VENEZOLANOS UTILIZADOS EN EL CONTRASTE DE LA TASA LIBRE DE RIESGO IMPLÍCITA EN EL MODELO .

Para poder obtener los rendimientos libres de riesgo de los diferentes instrumentos utilizados para el contraste, se procedió a calcular el rendimiento al vencimiento o *Yield to Maturity* (YTM) de los títulos Global 27 y Par A con las cotizaciones semanales de dichos instrumentos obtenidos de los boletines de indicadores semanales del Banco Central de Venezuela⁴⁹. Calcular el YTM nos permite mantener la línea de trabajo del modelo CAPM, la cual indica que los rendimientos que se deben utilizar son los esperados y no los realizados.

La tasa interna de rendimiento o YTM arrojada por los instrumentos, fue una tasa denominada en dólares, la cual tuvo que ser trasformada a un rendimiento en bolívares a fin de poder llevar a cabo el contraste de dichos rendimientos con los que arrojará el modelo CAPM en estado de equilibrio. Dicha transformación se llevó a cabo de la siguiente manera:

Primero: La tasa interna de retorno arrojada por el título i anual y denominada en dólares, fue transformada a una tasa semanal en dólares.

$$\left[1 + \left(\frac{YTM}{2}\right)\right]^{2/52} - 1 = YTM_{SEM}$$

Segundo: La tasa semanal en dólares del título i obtenida junto con el factor que representa el capital (1), se llevó a bolívares multiplicándola por el factor de variación en el tipo de cambio durante la semana j con respecto a la semana anterior ($j-1$), para luego volver a eliminar el factor que representa al capital y de esta forma obtener la tasa interna de retorno semanal en bolívares del título i .

$$(1 + YTM_{SEM}) \frac{T/C_J}{T/C_{J-1}} - 1 = YTM_{SEMBs}$$

Para el caso de los Bonos Flirb y DCB se calculó el *Yield to Date* (YTD) como proxy al YTM esto se debió a la complejidad de los cálculos por tratarse de una tasa variable para un gran número de observaciones. El cálculo del YTD se realizó de la siguiente manera:

$$YTD = \frac{CPN}{PM}$$

Donde CPN representa el cupón del instrumento, y PM representa la cotización del instrumento para la fecha.

⁴⁹ Proviene la información primaria de Reuters, Chase Manhattan Bank, Paribas Capital Markets y Morgan Stanley.

Posteriormente dicho rendimiento fue transformado a una tasa semanal y en bolívares siguiendo un procedimiento análogo al realizado a los Bonos Par y Global 27.

Los rendimientos efectivos de los Títulos de Estabilización Monetaria también se obtuvieron de los boletines de indicadores semanales del Banco Central de Venezuela.

III.3 CÁLCULO DEL COEFICIENTE DE BETA (β) INHERENTE PARA CADA ACCIÓN.

Un procedimiento evidente para medir la beta de una acción es examinar como ha respondido su precio a los movimientos del mercado en el pasado. Se presenta mediante una función lineal:

$$r_{ij} = \beta r_{mj} + \varepsilon_j$$

que represente las tasas semanales de rentabilidad de la acción i en la semana j en función de la rentabilidad del mercado para las mismas semanas.

El modelo de rendimientos de valores dado por la ecuación anterior usualmente se escribe de tal manera que el valor promedio del término residual ε_j es cero. Esto se logra añadiendo un factor alfa (α) al modelo para representar el valor promedio de los

rendimientos no sistemáticos a través del tiempo. Entonces ponemos $\varepsilon' = \alpha + \varepsilon$ para que

$$r_{ij} = \alpha + \beta r_{mj} + \varepsilon$$

donde el promedio ε a lo largo del tiempo debe tender a cero. La razón por la cual el valor promedio del término es cero, es que el término representa el impacto eventual de sucesos inesperados que son particulares a la empresa. Si dichos sucesos son fortuitos e impredecibles, su impacto total deberá ser cero.⁵⁰

La pendiente estimada para el modelo de mercado es la estimación de beta. La beta característica de la cartera de mercado es igual a 1, ya que es el promedio ponderado de los valores de mercado de cada título que la componen, los activos con betas iguales a 1 rendirán como el mercado (R_m), ya que sus rendimientos fluctuarán exactamente en el mismo grado que los rendimientos sobre el mercado como un todo. Si el beta de una inversión individual es mayor que aquella de la cartera de mercado ($B > 1$) su factor de ajuste al riesgo es mayor que aquel de mercado como un todo, es decir, las variaciones del rendimiento de las acciones con $B > 1$ son mayores a las variaciones del mercado. Si la inclinación es menor que uno ($B < 1$) la acción tiene

⁵⁰ Fabozzi, F. Modigliani F. y Ferri, M. Mercados e Instituciones Financieras. *Prentice Hall* pp. 279-280

menos riesgo inevitable o sistemático que el mercado. Y finalmente si $B = 0$ define a un activo cuyo rendimiento es igual al de la tasa libre de riesgo.

El factor alfa es representado por la intersección de la línea en el eje vertical de rendimiento del valor. Este es igual al valor promedio a lo largo del tiempo de los rendimientos no sistemáticos (ε') en la acción. Para la mayoría de las acciones el factor alfa tiende ser pequeño e inestable.

La determinación de las betas de las acciones se puede realizar por medio de una regresión lineal o regresión de los mínimos cuadrados la cual nos dará los valores de los coeficientes α y β así como el valor de otras medidas que es importante tomar en cuenta como lo son el R^2 el t-estadístico y la desviación estándar.

El R^2 llamado también coeficiente de determinación nos indica que proporción de las variaciones de la variable dependiente son explicadas por las variaciones de las variables independientes o explicativas, es decir, un R^2 de 0.80 significa que el 80% de las variaciones de la variable dependiente son explicadas por las variaciones de las variables independientes.

En el contexto del CAPM, R^2 mide la proporción que representa el riesgo del mercado de el riesgo total, es decir, nos dice que fracción de la volatilidad de la empresa

es atribuida a los movimientos del mercado, y por otra parte $1 - R^2$ representa la proporción del riesgo total que es específica de la empresa.

Valores altos de R^2 no siempre corresponden a valores estimados altos de beta. Para algunas acciones con alta varianza, R^2 puede ser bajo, sin importar que beta sea alto; en estos casos las reacciones de la acción a las variaciones del mercado son acentuadas, por lo que decimos que las variaciones del mercado explican solo una pequeña parte de la gran variabilidad de la acción. Para otras acciones la regresión puede dar R^2 altos y tener un bajo valor de beta, esto ocurre cuando las variaciones en las acciones responden de manera muy suave a las variaciones del mercado por lo que decimos que la poca variabilidad que presenta la acción es explicada en una gran proporción por los movimientos del mercado.

Un R^2 bajo no invalida el CAPM, lo que indica es que el riesgo total de una acción en particular esta casi totalmente explicada por el riesgo específico de la compañía y no esta relacionada con el mercado.

El error estándar es un coeficiente estadístico que sirve para probar la significación de los coeficientes de la regresión. El error estándar de un estimado es la desviación estándar de el posible error de estimación del coeficiente, que mide la precisión de la estimación. Una regla clásica es que si el coeficiente estimado es menos de 2 veces su error estándar no podemos rechazar la hipótesis de que el verdadero

coeficiente es cero. Alternativamente podemos observar que al ser el t-estadístico igual al coeficiente entre el error estándar, decimos que si el t-estadístico es mayor de 2 nos indica la significación del coeficiente.⁵¹

El CAPM asume que el valor del coeficiente α tienda a ser cero, por lo que se espera que en la regresión lineal el coeficiente sea no significativamente diferente de cero, es decir, que se acepte la hipótesis nula de que $\alpha = 0$ utilizando el valor del t-estadístico.

III.4 CÁLCULO DE LA TASA LIBRE DE RIESGO IMPLÍCITA EN EL MODELO CAPM PARA VENEZUELA

Partiendo del modelo CAPM, tomando en cuenta los valores estimados de las variables (Rendimiento del mercado, Rendimiento de la acción y el coeficiente de beta inherente a cada acción) y aplicando un despeje sencillo de la función, obtenemos que

$$r_f = [r_i - \beta_i(r_m)] \frac{1}{1 - \beta_i}$$

con lo cual conseguimos una tasa libre de riesgo individual para cada título que equilibra el modelo o, dicho de otra forma, la tasa libre de riesgo para Venezuela implícita en el modelo.

⁵¹ Bodie, Kane, Marcus (1993). Investments. Irwin, Chapter 9 pp. 293-294.

III.5 PRUEBA DE NORMALIDAD DE JARQUE-BERA.

La prueba de normalidad de Jarque-Bera es una prueba asintótica, o de grandes muestras. Esta prueba calcula primero la asimetría y la curtosis, es decir, que tan alta o que tan plana es la distribución. Si la función de distribución tiene una curtosis menor a 3 se denominan platicúrticas o de colas cortas y si su valor es mayor a 3 se conoce como leptocúrticas o de colas largas. Para que la función se distribuya como normal uno de los requisitos es que el valor de su curtosis sea igual a 3, es decir, que sea mesocúrtica. El otro requisito es que sea simétrica, es decir que su asimetría sea 0.

Después de conocer el valor de su curtosis y asimetría calculamos el estadístico Jarque-Bera:

$$JB = n \left(\frac{S^2}{6} + \frac{(K - 3)^2}{24} \right)$$

Donde S representa la asimetría y K representa la curtosis.

Es decir si la asimetría es cero y la curtosis es 3, que es el caso de una distribución normal, el valor del estadístico de la prueba Jarque-Bera tiende a cero, por lo que entre menor sea el valor de JB mayor será la probabilidad de aceptar la normalidad de las variables.

Jarque y Bera demostraron que asintóticamente el estadístico JB sigue una distribución Ji cuadrado con 2 grados de libertad. Si el valor de la probabilidad del estadístico Ji cuadrado es suficientemente pequeño, se puede rechazar la hipótesis de que la variable esta normalmente distribuida. Pero si el valor de la probabilidad es razonablemente alto, se acepta el supuesto de normalidad. El valor tanto del estadístico Jarque-Bera como el valor de la probabilidad son calculados automáticamente por el programa Eviews.

III.6 PRUEBA DE NORMALIDAD DE KOLMOGOROV-SMIRNOV.

El contraste de Kolmogorov-Smirnov sirve para estudiar si un conjunto de datos muestrales provienen de una población con una función de distribución determinada. Este contraste se puede utilizar solo para variables continuas, y cuando la función de distribución que se quiere contrastar esta completamente especificada, en el sentido que se dan tanto la forma como los parámetros de la distribución.

Si tenemos una muestra aleatoria de tamaño n , queremos contrastar la hipótesis de que la función de distribución de la población de la cual proviene la muestra es $F_0(x)$ contra la hipótesis alternativa de que no es $F_0(x)$.

H_0 : La función de distribución es $F_0(x)$

H_1 : La función de distribución no es $F_0(x)$

El contraste de Kolmogorov-Smirnov procede a comparar la función acumulativa de distribución muestral $F_n(x)$ con la función acumulativa de distribución teórica $F_0(x)$. Si la muestra proviene de una población con función de distribución $F_0(x)$, entonces $F_n(x)$ debería parecerse a $F_0(x)$, y la hipótesis H_0 se rechaza cuando para algún valor de x la diferencia entre $F_n(x)$ y $F_0(x)$ es significativamente grande.

El estadístico de Kolmogorov-Smirnov se define como:

$$D_n = \text{Máx.} / F_n(x) - F_0(x) / \text{para todo } x.$$

Es decir, la desviación máxima en valor absoluta entre la función de distribución de la muestra y la función de distribución teórica.

La región crítica del contraste es de la forma $D_n > D_{n,\alpha}$; es un contraste de una cola por la derecha. Si el estadístico D_n es mayor que la constante $D_{n,\alpha}$, se rechaza la hipótesis nula con un nivel de significación de α ; en otras palabras, $D_{n,\alpha}$ es aquel número tal que la probabilidad que D_n sea mayor que él cuando H_0 es verdadera, es α ; o sea:

$$P(D_n > D_{n,\alpha} / H_0 \text{ es verdadera}) = \alpha$$

Tanto el valor del estadístico D_n como el valor de su probabilidad son dados automáticamente por el programa SPSS.

III.7 PRUEBA t PARA DOS MUESTRAS INDEPENDIENTES

La prueba de t Student, es un método de análisis estadístico, que compara las medias de dos categorías dentro de una variable dependiente, o las medias de dos grupos diferentes. Es una prueba paramétrica, o sea que solo sirve para comparar variables de distribución normal. En caso de tener que analizar variables de distribución no normal, se debe utilizar otro tipo de pruebas no paramétricas como la prueba U de Mann-Whitney.

Existen dos versiones de la prueba, una donde se asumen varianzas de las dos muestras iguales y otra donde se asumen que las varianzas de las dos muestras difieren.⁵²

En definitiva la prueba de t Student contrasta la hipótesis nula de que la media de la variable numérica “1”, no tiene diferencias para cada grupo de la variable categórica “2”.

La prueba t para dos muestras independientes se define:

H_0 :

$$\mu_1 = \mu_2$$

H_a :

$$\mu_1 \neq \mu_2$$

El estadístico de la prueba t es:

$$T = \frac{\bar{Y}_1 - \bar{Y}_2}{\sqrt{s_1^2/N_1 + s_2^2/N_2}}$$

Donde N_1 y N_2 son el tamaño de las muestras, $\bar{Y}_1$ y $\bar{Y}_2$ son las medias de las muestras, mientras que s_1^2 y s_2^2 son las varianzas de las muestras.

Si se asumen desviaciones estándar iguales, entonces la fórmula queda reducida a:

$$T = \frac{\bar{Y}_1 - \bar{Y}_2}{(1/s_p)\sqrt{1/N_1 + 1/N_2}}$$

donde:

$$s_p^2 = \frac{(N_1 - 1)s_1^2 + (N_2 - 1)s_2^2}{N_1 + N_2 - 2}$$

⁵² La prueba t del SPSS incluye la prueba de Levene para comprobar si las varianzas son iguales o no.

Se rechaza la hipótesis nula de que las dos medias son iguales si:

$$T < -t_{(\alpha/2, \nu)}$$

$$T > t_{(\alpha/2, \nu)}$$

Donde $t_{(\alpha/2, \nu)}$ es el valor critico de la distribución t con ν grados de libertad

donde:

$$\nu = \frac{(s_1^2/N_1 + s_2^2/N_2)^2}{\frac{(s_1^2/N_1)^2}{(N_1-1)} + \frac{(s_2^2/N_2)^2}{(N_2-1)}}$$

Si se asumen desviaciones estándar iguales entonces:

$$\nu = N_1 + N_2 - 2$$

III.8 PRUEBA DE LEVENE PARA PROBAR LA IGUALDAD DE VARIANZA

La prueba de Levene es usada para probar si las muestras tienen igual varianza.

La igualdad de varianza entre muestras es denominada homogeneidad de las varianzas.

La prueba de Levene se define como:

H_0 :

$$\sigma_1 = \sigma_2 = \dots = \sigma_k$$

H_a :

$$\sigma_i \neq \sigma_j \text{ por lo menos para un par } (i, j).$$

Dada una variable Y con una muestra de tamaño N dividida en k sub grupos, donde N_i es el tamaño de la muestra del i th sub grupo, El estadístico de Levene se define como:

$$W = \frac{(N - k)}{(k - 1)} \frac{\sum_{i=1}^k N_i (\bar{Z}_i - \bar{Z}_{..})^2}{\sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^{N_i} (Z_{ij} - \bar{Z}_i)^2}$$

donde Z_{ij} puede tener una de las 3 siguientes definiciones:

$$1. \quad Z_{ij} = |Y_{ij} - \bar{Y}_i|$$

donde $\bar{Y}_i$ es la media del subgrupo i th.

$$2. \quad Z_{ij} = |Y_{ij} - \tilde{Y}_i|$$

donde $\tilde{Y}_i$ es la mediana del subgrupo i th.

$$3. \quad Z_{ij} = |Y_{ij} - \bar{Y}'_i|$$

donde $\bar{Y}'_i$ es el 10% media del 5% de los extremos del subgrupo i th.

$\bar{Z}_i$ son el grupo de medias de Z_{ij} y $Z_{..}$ es la media total de Z_{ij} .

Las tres alternativas para definir Z_{ij} determina el poder de la prueba de Levene. Por poder queremos decir la habilidad de la prueba de no detectar falsamente grupos no homogéneos cuando la data no se distribuye como normal y los grupos en verdad son homogéneos.

La definición basada en la mediana es recomendada como la opción que provee mayor poder contra muchos tipos de data no normal.

La prueba de Levene rechaza la hipótesis de que las varianzas son homogéneas si:

$$W > F_{(\alpha, k-1, N-k)}$$

donde $F_{(\alpha, k-1, N-k)}$ es el valor crítico de la distribución F con $k - 1$ y $N - 1$ grados de libertad a un nivel de significación de α .

III.8 PRUEBA NO PARAMÉTRICA DE MANN-WHITNEY

La prueba es denominada como Mann-Whitney U-Test, la cual es una prueba no paramétrica para grupos independientes, que mide las diferencias entre medias, por tanto es una prueba equivalente a la prueba t para pruebas no paramétricas. Esta prueba como la mayoría de las pruebas no paramétricas asignan rangos a cada una de las muestras.

El procedimiento es el siguiente:

1. Se clasifican todas las $(n_1 + n_2)$ observaciones en orden ascendente. Los empates reciben el valor del rango promedio
2. Se calcula la suma de los rangos denominadas T_a y T_b

3. Calculamos el estadístico U,

$$U_a = n_1(n_2) + .5(n_1)(n_1 + 1) - T_a$$

$$U_b = n_1(n_2) + .5(n_2)(n_2 + 1) - T_b$$

donde $U_a + U_b = n_1(n_2)$.

La hipótesis nula nos dice que tienen la misma media. Mientras la hipótesis alternativa nos dice que las medias no son iguales.

$H_0:$	H_a
$\mu_1 = \mu_2$	$\mu_1 \neq \mu_2$

El estadístico, U, es el menor valor entre U_a y U_b . Para muestras mayores que 20, podemos utilizar la normal z como se muestra:

$$z = [U - E(U)] / \sigma$$

donde

$$E(U) = 5(n_1)(n_2) \text{ y } \sigma^2 = [n_1(n_2)(n_1 + n_2 + 1)]/12$$

El valor critico para la tabla normal z para $\alpha/2$ una prueba de dos colas o z a un nivel de significación de α , para la prueba de una sola cola.

El programa SPSS calcula automáticamente tanto el valor crítico de Z como la probabilidad de que se de la igualdad de las medias.

CAPÍTULO IV: APLICACIÓN EMPÍRICA A VENEZUELA

En este capítulo se pondrá a prueba la hipótesis de que la tasa libre de riesgo implícita en el modelo CAPM para el periodo 1996-2000 tiene una aproximación estadística significativa a alguno de los instrumentos financieros venezolanos emitidos por el gobierno o el Banco Central de Venezuela utilizados o considerados con tal fin, el cual por lo tanto es el marcador del mercado según el modelo⁵³. Para poder llevar a cabo dicho estudio es necesario que, en primer lugar, analicemos las betas de las acciones y calculemos la tasa libre de riesgo de cada acción, para luego estudiar si estas últimas y los instrumentos considerados cero riesgo se comportan como una distribución normal. De hacerlo, se utilizarán pruebas t y F, de lo contrario, se tendrán que usar pruebas no paramétricas; todo esto con el fin de comparar las medias y varianzas de la tasa libre de riesgo de cada acción con las de los instrumentos considerados cero riesgo, que es lo que nos llevará a aceptar o rechazar la hipótesis de nuestro trabajo.

IV.1 ANALISIS DE LAS BETAS DE LAS ACCIONES

Una vez hecho los cálculos de la rentabilidad de las acciones, del mercado y de los bonos; siguiendo la metodología descrita en el capítulo anterior, procederemos a

hacer el análisis de las estimaciones de los betas de las acciones. Para esto, se utilizaron datos semanales de las rentabilidades de las acciones durante un lapso de 5 años que va de 1996 al 2000.⁵⁴

Para el estudio en cuestión, se utilizó una regresión lineal o regresión por el método de los mínimos cuadrados ordinarios a fin de obtener el valor de la constante α y del parámetro β de cada una de las 15 acciones que componen el IBC.

<i>LS // Dependent Variable is EDC Date: 09/13/01 Time: 12:07 Sample: 1/08/1996 12/25/2000 Included observations: 260</i>				
<i>Variable</i>	<i>Coefficient</i>	<i>Std. Error</i>	<i>t-Statistic</i>	<i>Prob.</i>
C	-0.025228	0.241062	-0.10465	0.9167
IBC	1.293786	0.038713	33.41987	0.0000
R-squared	0.812348	Mean dependent var		0.8028
Adjusted R-squared	0.811621	S.D. dependent var		8.9082
S.E. of regression	3.866415	Akaike info criterion		2.7123
Sum squared resid	3856.885	Schwarz criterion		2.7397
Log likelihood	-719.5254	F-statistic		1116.9
Durbin-Watson stat.	2.059704	Prob(F-statistic)		0.0000

Tabla #1: Resultado de la Regresión. $r_{EDC} = \alpha + \beta r_{IBC} + \varepsilon$

Dado el gran número de regresiones y gráficos, aquí sólo analizaremos los resultados para la acción de la Electricidad de Caracas (EDC) en particular, que nos

⁵³ En el Apéndice I se realiza el mismo análisis para el caso del mercado de EEUU.

⁵⁴ Para una explicación del por qué utilizar la data semanal para un período de cinco años, ver el Apéndice II.

sirva para explicar en general los resultados que arrojan las regresiones y los gráficos de las demás acciones.⁵⁵

En la Tabla #1 vemos que la Beta de la acción de Electricidad de Caracas es 1.29 lo que significa que las variaciones en sus rendimientos son mayores a las que experimenta el mercado, es decir, en promedio cada variación del 1% en los rendimientos del mercado se traducen en variaciones de 1,29% en los rendimientos de las acciones de la EDC.

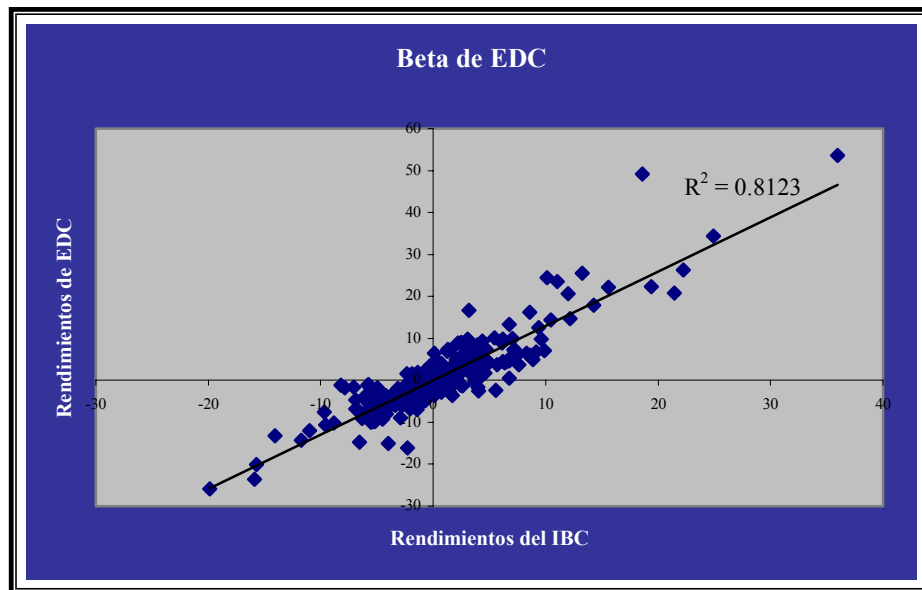


Grafico #6: EDC vs IBC

En la Tabla #1, podemos verificar que el coeficiente beta es significativamente diferente de cero, al observar que su t-estadístico es mayor que 2 o, porque

⁵⁵ Las regresiones y gráficos de las 15 acciones del IBC y de las 30 del DJIA se pueden encontrar en el CD que se anexa a este trabajo.

alternativamente la columna Prob. muestra un valor menor de 5% que es el grado de significación que utilizamos para contrastar la hipótesis nula de que $\beta = 0$. Al estudiar la significación del coeficiente α nos damos cuenta que no se puede rechazar la hipótesis nula de que $\alpha = 0$, ya que al ser el valor de la columna Prob. igual a 0.9167 el cual es mayor que el nivel de significación que utilizamos, podemos decir entonces que alfa no es significativamente diferente de cero. Aceptar la hipótesis nula de que $\alpha = 0$ respalda los supuestos en los que se basa el CAPM.

El R^2 de la regresión es 0.8123 lo que quiere decir que el 81.23% de las variaciones de los rendimientos de la acción de la EDC son explicados por las variaciones en los rendimientos del mercado medidos a través del IBC, es decir, el 81.23% del riesgo total de la EDC es riesgo sistemático, mientras que el restante 18.77% se le atribuye al riesgo específico de la empresa o no sistemático.

	Beta	R ²	β Prob.	α Prob.
BBO	0.4907	0.1124	0.0000	0.8791
BPV	0.5962	0.3804	0.0000	0.4120
CRM.A	0.8467	0.2083	0.0000	0.1608
EDC	1.2938	0.8123	0.0000	0.9167
FVI.B	0.8593	0.3392	0.0000	0.7217
HLB	0.6359	0.1513	0.0000	0.6213
MAV	0.7295	0.3537	0.0000	0.3143
MPA	0.7925	0.2361	0.0000	0.5414
MTX	0.7649	0.2896	0.0000	0.5431
MVZ.B	1.1894	0.4833	0.0000	0.4074
STX.B	0.8887	0.2936	0.0000	0.0679
SVS.A	1.0692	0.4402	0.0000	0.1648
TDV.D	1.1358	0.7083	0.0000	0.7035
VCM.I	0.8930	0.4967	0.0000	0.8521
VCM.II	1.0042	0.4739	0.0000	0.9290

Tabla #2: Resultados de las Regresiones. $r_i = \alpha + \beta r_M + \varepsilon$

De las restantes 14 acciones solo Sivensa, Cantv, Vencemos II y Mercantil Servicios tienen betas mayores a 1 y poseen R² superiores a las demás. De estas cuatro últimas, la que destaca es CANTV con un R² de 0.7083 siendo un caso muy parecido al de la EDC. Por otra parte, la acción de BBO Servicios Financieros tiene el R² mas bajo de todas las acciones con apenas 0.1124, pero como dijimos en el capítulo anterior, esto no invalida el CAPM, sino que, indica que los movimientos del mercado explican solo un pequeño porcentaje de las variaciones de los rendimientos de BBO, y aunque su beta solo es 0.4907, por lo que sus variaciones no son muy grandes, estas son explicadas casi totalmente por el riesgo específico de la empresa.

IV.2 PRUEBA DE NORMALIDAD

Una vez hecho el cálculo de las betas de los títulos, estas fueron utilizadas en conjunto con las rentabilidades semanales que arrojó el IBC y las de los títulos que lo componen, a fin de estimar la tasa libre de riesgo individual para cada título que equilibra el modelo, es decir, la tasa libre de riesgo para Venezuela implícita en el modelo, con el fin de poder llevar a cabo el contraste de nuestra hipótesis.

Luego de estimar la tasa libre de riesgo para cada una de las acciones (r_f 's) y antes de poder realizar el contraste, debemos verificar si las variables que se utilizarán en nuestro contraste se distribuyen como una normal. La importancia de la normalidad de las variables se debe a que las pruebas t, que estudian la igualdad de las medias de dos poblaciones, y las pruebas F, que estudian la igualdad de las varianzas, se basan en que la distribución de las variables es normal, de lo contrario, los resultados de estas pruebas no son confiables y se deben utilizar otro tipo de pruebas.

Sin embargo, cabe destacar que existen varios supuestos bajo los cuales las pruebas t pueden ser utilizadas sin afectar su validez para poblaciones que no siguen una distribución normal y no tienen igual varianza:

Si las muestras de las dos poblaciones son del mismo tamaño la no normalidad de las variables no es un problema y la prueba t puede tolerar desviaciones estándar con

un valor de hasta 2 sin incurrir en fallas. Pero, la situación se complica, cuando las muestras de las poblaciones difieren y alguna tiene una varianza mayor. Además, pueden ocurrir serias distorsiones en el valor de la probabilidad si los valores de la curtosis de ambas poblaciones es diferente.

Fuera de estos supuestos lo que ocurre es que se distorsionen las diferencias entre las medias y el valor del estadístico t de las dos poblaciones. Esto hace que el valor de la varianza que se observe sea mayor al real y que el valor del t estadístico aparente ser menor haciendo mas fácil aceptar la hipótesis de la igualdad de las medias de las dos poblaciones cuando puede ser que en verdad se deba rechazar⁵⁶. Pero como veremos mas adelante estos supuestos bajo los cuales la prueba t se puede utilizar para poblaciones con distribuciones no normales sin perder su validez, no se cumplen para las variables de nuestro estudio ya que en primer lugar el tamaño de la muestra de todas no es igual y además, los valores de sus desviaciones estándar son mayores a 2, por lo que será necesario la utilización de pruebas no paramétricas.

Para comprobar si las poblaciones en estudio se distribuían o poseían una distribución normal, se realizaron las pruebas de Jarque-Bera y Kolmogorov-Smirnov, explicadas en el capítulo anterior, tanto a las rentabilidades libres de riesgo obtenidas con el modelo, como a las rentabilidades de los instrumentos considerados cero riesgo en Venezuela.

⁵⁶ **Rupert Miller (1986)** Beyond ANOVA, Basics of Applied Statistics, New York: *John Wiley & Sons*

Dichas pruebas arrojaron resultados muy interesantes que vale la pena destacar.

IV.2.1 PRUEBA DE JARQUE-BERA

Siguiendo con la línea de trabajo, mantendremos nuestra atención en la tasa libre de riesgo arrojada por la Electricidad de Caracas (RFEDC) en particular, que nos sirva para explicar en general los resultados de pruebas de normalidad sobre las tasas libres de riesgo de los demás títulos.

Analizando el histograma para (RFEDC) podemos observar que este difiere de los resultados esperados por una distribución normal al ser su asimetría distinta de cero y negativa (-1.1491), es decir, no es simétrica. Además, se puede apreciar que la kurtosis es mayor que tres (9.9633), teniendo las características de una distribución leptocúrtica.

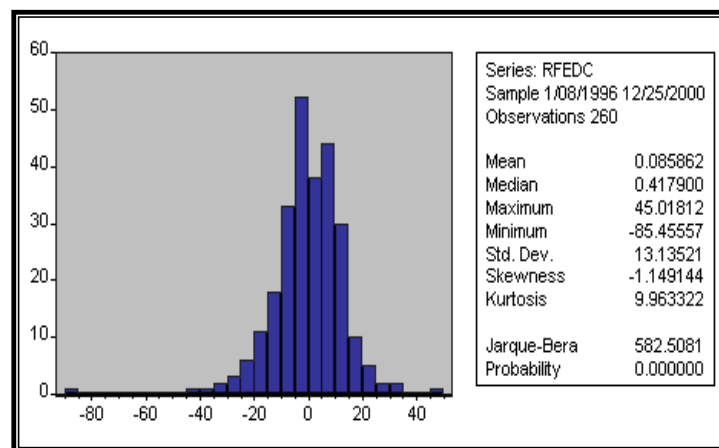


Grafico #7: Histograma de Electricidad de Caracas

Observando el estadístico Jarque-Bera (582.50) y siendo el valor crítico de la Ji cuadrado con 2 grados de libertad para un nivel de significación del 5% igual a 5,99, podemos fácilmente rechazar la hipótesis de que la data obtenida de (RFEDC) está normalmente distribuida. Otra forma de comprobarlo sin usar las tablas es observando que el valor de su probabilidad es 0.0000 que es menor a el nivel de significación que utilizamos.

Sin embargo, cabe destacar que de los 20 títulos analizados, 17 presentan asimetría positiva como es de esperarse en los títulos considerados libre de riesgo que normalmente siempre presentan retornos positivos; las veinte distribuciones eran claramente leptocúrticas, por tanto eran delgadas o de colas largas. Finalmente, en las veinte observaciones se rechaza la hipótesis nula de que las tasas libres de riesgo están normalmente distribuidas.⁵⁷

IV.2.2 PRUEBA DE KOLMOGOROV-SMIRNOV

Después de realizar la prueba de Jarque-Bera utilizamos la prueba de normalidad de Kolmogorov-Smirnov que es menos estricta que la primera, siendo mas sensible en el centro de la distribución que en las colas, es decir, no es sensible a valores extremos de los rendimientos.

⁵⁷ El resto de los histogramas se podrán encontrar en los anexos del CD.

One-Sample Kolmogorov-Smirnov Test		RFEDC	RFBPV	RFCRMA	RFTDVD
N		260	260	260	213
Normal Parameters:	Mean	0.0859	0.5972	-5.8706	-0.8406
	Std.D.	13.1352	11.6345	66.8150	32.0874
Most Extreme Differences:	Absolute	0.071	0.078	0.146	0.056
	Positive	0.055	0.078	0.146	0.052
	Negative	-0.071	-0.066	-0.128	-0.056
Kolmogorov-Smirnov Z		1.15	1.253	2.353	0.82
Asymp. Sig. (2-tailed)		0.142	0.087	0.000	0.512

Tabla #3: Prueba de Normalidad de Kolmogorov-Smirnov.

Al ver los resultados de la Tabla #3 podemos apreciar que se acepta la hipótesis nula que RFEDC se distribuye como normal ya que el valor de la probabilidad que arroja la prueba de Kolmogorov-Smirnov es 14.2% que es mayor que nuestro nivel de significación del 5% y por lo tanto se acepta la hipótesis nula y decimos que la distribución de RFEDC no se desvía significativamente de la distribución normal.

Haciendo el mismo análisis para las demás, notamos que 8 de las 15 tasas libre de riesgo de las acciones aceptan la hipótesis nula, por lo que decimos que se distribuyen como normal RFBPV, RFEDC, RFFVI.B, RFMVZ.B, RFTDV.D, RFVCM I, RFVCMII, MAV y la rechazamos para BBO, CRM.A, HLB, , MPA, MTX, STX.B y SVS.A. Además se rechazó la hipótesis de normalidad para los 5 instrumentos considerados libre de riesgo.

Dado los resultados contundentes arrojados por el Jarque-Berra y un aunque en menor medida los de la Prueba de Kolmogorov-Smirnov, debido a la no normalidad de gran parte de las variables que se piensan utilizar en el contraste, debemos utilizar una

prueba no paramétrica para este, ya que como se explicó en el apartado IV.2 uno de los supuestos necesarios para realizar las pruebas t y F y obtener resultados confiables es la normalidad de las variables. Pero de cualquier manera se realizarán las dos pruebas para comparar los resultados y observar el error que se puede cometer al utilizar la prueba t para variables que no se distribuyen como normal.

IV.3 CONTRASTE

En este apartado realizaremos el contraste de la tasa libre de riesgo de cada acción implícita en el modelo CAPM con la obtenida con el rendimiento de los instrumentos considerados libre de riesgo para Venezuela. De esta manera aceptaremos o rechazaremos la hipótesis de nuestra investigación de que alguno de estos instrumentos sirve como marcador del mercado como tasa libre de riesgo para Venezuela.

En primer lugar, realizaremos la prueba t para muestras independientes con el fin de comparar cada una de las medias de las tasas libre de riesgo de las acciones con cada una de las medias de los instrumentos considerados cero riesgo como se explicó en el capítulo anterior. Esta prueba realizada con el programa SPSS incluye la prueba F de Levene para probar la igualdad de las varianzas.

Luego realizaremos la prueba no paramétrica para dos muestras independientes de Mann-Whitney que nos dirá si las dos medias que estamos comparando provienen de la misma población. Siendo esta prueba homóloga a la anterior en lo que a distribuciones no-normales se refiere.

IV.3.1 PRUEBA t PARA DOS MUESTRAS INDEPENDIENTES.

Al realizar la prueba para muestras independientes en el SPSS nos muestra una salida parecida a la que tenemos a continuación.⁵⁸

Independent Samples Test		Levene's Test for Equality of Variance		t-test for Equality of Means					
				t	Sig.	Mean Diff.	S. Error Diff.	95% Confidence Interval of the Diff.	
		F	Sig.					Lower	Upper
RFEDC-PAR	Equal variances assumed	209.29	0.000	-0.577	0.564	-0.4898	0.8490	-2.1577	1.1781
	Equality not assumed			-0.577	0.564	-0.4898	0.8490	-2.1605	1.1809
RFEDC-FLIRB	Equal variances assumed	209.35	0.000	-0.555	0.579	-0.4710	0.8490	-2.1388	1.1968
	Equality not assumed			-0.555	0.579	-0.4710	0.8490	-2.1416	1.1996
RFEDC-DCB	Equal variances assumed	209.34	0.000	-0.555	0.579	-0.4708	0.8490	-2.1386	1.1970
	Equality not assumed			-0.555	0.580	-0.4708	0.8490	-2.1414	1.1998
RFEDC-GB27	Equal variances assumed	170.15	0.000	-0.360	0.719	-0.3676	1.0200	-2.3725	1.6373
	Equality not assumed			-0.451	0.652	-0.3676	0.8148	-1.9720	1.2368
RFEDC-TEM	Equal variances assumed	188.91	0.000	-0.417	0.677	-0.4021	0.9635	-2.2957	1.4916
	Equality not assumed			-0.493	0.622	-0.4021	0.8148	-2.0064	1.2023

Tabla #4: Pruebas Levene y t para comprobar Igualdad de Medias y Varianzas.

⁵⁸ La salida original del SPSS solo compara la RFEDC con cada instrumento aquí los juntamos los 5 para hacer mas fácil la comparación.

En esta tabla lo primero que observamos es la prueba de Levene para la igualdad de las varianzas y vemos que al comparar la varianza de RFEDC con la de cada uno de los cinco instrumentos considerados cero riesgo se constata que la probabilidad es 0.0000 en cada caso por lo que, según lo explicamos en el capítulo anterior, se rechazan las cinco hipótesis nulas de que la varianza de RFEDC es igual a la varianza de uno de los instrumentos.

Por tanto, debemos asumir que no hay igualdad en las varianzas y al observar los resultados de la prueba t debemos verificar los valores que están en la línea denotada por “equality not assumed” y ahí podemos observar que al comparar la media de RFEDC con cada uno de los cinco instrumentos se aceptan las cinco hipótesis nulas de que la media de RFEDC es igual a la media de PAR, FLIRB, DCB, GB27 y TEM ya que 0.564, 0.579, 0.580, 0.652 y 0.622 son respectivamente mayores al nivel de significación del 5%. Otra manera de apreciarlo, es que el valor de t cae entre los intervalos para un nivel de significación de 95% que se pueden observar en las dos últimas columnas de la Tabla #4. Es importante destacar que el valor de t es el mismo cuando el tamaño de las dos muestras son iguales.

Haciendo el mismo análisis para cada una de las tasas libres de riesgo de las 15 acciones con cada uno de los 5 instrumentos considerados cero riesgo encontramos que para las 75 combinaciones se rechaza la hipótesis de igualdad de varianza de la prueba

de Levene. Así mismo se aceptó la hipótesis nula de igualdad de media de cada tasa libre de riesgo de las acciones (rf 's) con cada instrumento⁵⁹.

Si dejamos por un momento de lado el problema de la normalidad al utilizar estas pruebas que mencionamos antes, se puede indicar que los 5 instrumentos venezolanos que se utilizaron en el estudio se pueden usar como tasas libres de riesgo dado que tienen una media igual a la que arrojaron las tasas libres de riesgo de las acciones implícitas en el modelo CAPM.

Debido a que los cinco instrumentos pueden ser utilizados como tasa libre de riesgo para Venezuela lo que nos proponemos hacer ahora es ver cual de ellos es el mejor de todos para este propósito; para ello, realizaremos un pequeño cuadro comparativo para el cual se tomaron los niveles de significación con los cuales cada rf aceptaba la hipótesis de igualdad de media con cada instrumento. Dichos niveles de significación se ordenaron de mayor a menor asignándole el primer puesto al mayor nivel de significación y el quinto puesto al de menor significación de los cinco instrumentos. En la Tabla #5 se muestra el número de veces en que cada instrumento alcanzo el primero, segundo y así hasta el quinto lugar en nivel de significación al comparar cada rf con los cinco instrumentos.

⁵⁹ Las tablas de las pruebas de las 15 acciones se pueden conseguir en los anexos del CD.

	PAR	GLOB 27	FLIRB	DCB	TEM
1º	8	7			
2º			8		7
3º				15	
4º			7		8
5º	7	8			

Tabla #5: Cuadro Comparativo

En la Tabla #5 podemos apreciar que el Par fue el instrumento que obtuvo el mayor número de veces el mayor nivel de significación en el contraste de igualdad de las medias para cada *rf* con los cinco títulos, específicamente tuvo el mayor nivel de significación para 8 de las 15 acciones, mientras que el Global 27 lo hizo para las 7 restantes. Entonces, si aceptamos los resultados obtenidos por la prueba t sin importar que varias de las variables del estudio no se distribuyan como una normal y si además tomamos en cuenta el hecho de que se aceptó la hipótesis nula de la igualdad de medias más no la hipótesis nula de igualdad de varianzas, podríamos decir que el Bono Par sería el mejor instrumento entre los cinco que se tomaron para el estudio para ser utilizado como tasa libre de riesgo para el mercado venezolano

IV.3.2 PRUEBA NO PARAMÉTRICA PARA DOS MUESTRAS INDEPENDIENTES DE MANN-WHITNEY.

Por último realizaremos la prueba de Mann-Whitney que explicamos en el capítulo anterior la cual nos dirá si las dos medias que estamos comparando provienen de la misma población. Esta prueba a diferencia de la anterior se puede utilizar para

variables que no siguen una distribución normal y provengan de muestras con varianzas diferentes.

Al realizar la prueba Mann-Whitney para RFEDC y el PAR obtenemos los resultados de la Tabla #6, donde podemos observar fácilmente que se acepta la hipótesis nula de la igualdad de las medias de las dos variables debido a que, el valor de la probabilidad de que las medias sean iguales es 0.979 lo que es mucho mayor a nuestro nivel de significación del 5%.

Test Statistics RFEDC - PAR	
Mann-Whitney U	33,754.00
Wilcoxon W	67,684.00
Z	-0.027
Asymp. Sig. (2-tailed)	0.979

Tabla #6: Prueba Mann-Whitney para RFEDC y PAR

Caso diferente nos encontramos para RFCRM.A y el PAR ya que aquí como muestra la Tabla #7 la probabilidad de que las medias sean iguales es de 0.0000 por lo que se rechaza la hipótesis nula.

Test Statistics RFCRM.A - PAR	
Mann-Whitney U	27398.00
Wilcoxon W	61328.00
Z	-3.737
Asymp. Sig. (2-tailed)	0.000

Tabla #7: Prueba Mann-Whitney para RFCRM.A y PAR

En total, para las 75 combinaciones posibles de las 15 r_f de las acciones con los 5 instrumentos considerados cero riesgo, se acepta la hipótesis nula para todos los casos, excepto para los casos de los 5 instrumentos considerados cero riesgo con RFSTX, RFSVS.A, RFCRM.A y RFMTX, es decir, ninguna de estas 4 r_f s tiene media igual a alguno de los 5 instrumentos considerados cero riesgo.⁶⁰

Como vemos, a diferencia de la prueba t, la prueba de Mann-Whitney no acepta la igualdad de las medias para todos los 75 casos posibles lo que nos lleva a pensar que la prueba t aceptó la hipótesis de la igualdad de las medias para algunos casos que debía haberla rechazado por lo que se evidencia el error en el que se puede incurrir al usar la prueba t para el caso de variables que no siguen una distribución normal.

Con los resultados de la prueba de Mann-Whitney y si no tomamos en cuenta a las cuatro r_f s que no tienen media igual a ninguno de los instrumentos considerados cero riesgo, podemos afirmar que los cinco instrumentos pueden ser utilizados como tasa libre de riesgo para Venezuela con lo que llegamos a un resultado exactamente igual al de la prueba t del apartado anterior.

Al igual que en el apartado anterior, haremos un cuadro comparativo para ver cual de los cinco instrumentos considerados cero riesgo es el mejor de todos para este

⁶⁰ El resto de las pruebas de Mann-Whitney se encuentran en los anexos del CD. Y en el Apéndice III hacemos un análisis de las 4 acciones cuyos r_f no dieron significativo con ninguno de los 5 instrumentos.

propósito; basando el análisis en cual de ellos acepta la hipótesis de igualdad de medias con una mayor significación para cada una de las r_f s.

	PAR	GLOB 27	FLIRB	DCB	TEM
1 ^º	1	8	1	1	
2 ^º			3	2	6
3 ^º	2	1	4	4	
4 ^º	3	2	3	3	
5 ^º	6				5

Tabla #8: Cuadro Comparativo

Como vemos en la Tabla #8, el Bono Global 27 acepta las hipótesis de igualdad de las medias con un mayor nivel de significación para 8 de los 11 casos en los que se aceptó la hipótesis y para los 4 donde se rechazó. Por lo que se puede afirmar según nuestra línea de trabajo que el Bono Global 27 es el mejor instrumento como medidor de la tasa libre de riesgo para Venezuela.

Podemos afirmar que si bien cualquiera de los cinco instrumentos puede ser utilizado como tasa libre de riesgo para el mercado venezolano por los resultados obtenidos en la prueba t del apartado anterior así como los obtenidos con la prueba Mann-Whitney en este, la elección del mejor instrumento como medidor de la tasa libre de riesgo para Venezuela que realizamos a través de un cuadro comparativo dió resultados diferentes después de cada estudio. Al comparar la Tabla #5 con la Tabla #8 podemos apreciar que el Bono Par se veía favorecido por la prueba t y parecía ser mejor instrumento para ser el marcador de la tasa libre de riesgo de Venezuela pero al realizar

la prueba no paramétrica de Mann-Whitney vemos que sus niveles de significación se ven muy deteriorados mientras los niveles de significación de los globales mejoraron. Esto se debe básicamente a lo que ya hemos comentado, los resultados de la prueba t no son confiables cuando se aplica a variables que no se distribuyen como normal y tiende a mejorar los niveles de significación de las variables y a veces nos lleva a aceptar la hipótesis nula cuando en realidad hay que rechazarla.

CONCLUSIONES

La investigación realizada en este trabajo ha pretendido evaluar si alguno de los instrumentos venezolanos utilizados en el estudio, puede ser empleado como marcador de la tasa libre de riesgo para Venezuela, para ello nos basamos en el Modelo de Valoración de Activos de Capital (CAPM).

El estudio determinó la tasa libre de riesgo que equilibraba el modelo para cada una de las acciones que conforman el Índice Bursátil Caracas y se procedió a estudiar la normalidad de las variables a fin de garantizar la confiabilidad de las pruebas que se utilizaron para contrastar la hipótesis. En estas pruebas de normalidad, y en particular la de Kolmogorov-Smirnov, se encontró que el 40% de las variables estimadas seguían una distribución normal.

A pesar de que la totalidad de las variables estimadas no seguían una distribución normal se decidió aplicar la prueba t teniendo en cuenta el hecho de que los resultados podrían ser poco confiables. Se encontró que se aceptaba la hipótesis nula de la igualdad de medias entre las tasas libre de riesgo para cada uno de los títulos implícitas en el modelo con los instrumentos considerados cero riesgo en Venezuela. Al hacer el análisis comparativo se determinó que el Bono Par fue el instrumento que con mayor significación aceptaba las hipótesis de igualdad de medias.

Debido a que la mayoría de las variables estimadas no seguían una distribución normal y los resultados de la prueba t podrían no ser confiables, se procedió a utilizar la prueba no paramétrica de Mann-Whitney que es una prueba homóloga a la prueba t para distribuciones no normales con el fin de contrastar la hipótesis nula de la igualdad de medias entre las tasas libre de riesgo para cada uno de los títulos implícitas en el modelo con los instrumentos considerados cero riesgo en Venezuela.

Se encontró que para el 73,33% de las tasas libre de riesgo estimadas se aceptó la hipótesis nula de igualdad de medias más no en varianza para todos los instrumentos venezolanos considerados cero riesgo en Venezuela. Sin embargo, entre estos últimos y luego de un estudio comparativo, el Bono Global 27 fue el instrumento que con mayor significación aceptaba las hipótesis de igualdad de medias. Por lo que consideramos a este instrumento como el mejor pero no ideal marcador de la tasa libre de riesgo para Venezuela basándonos en la línea de trabajo del modelo CAPM, ya que nuestro instrumento ideal debió haber aceptado tanto la hipótesis de igualdad de media como la de varianzas.

APÉNDICE I: APLICACIÓN EMPÍRICA A ESTADOS UNIDOS DE NORTEAMÉRICA.

Como explicamos al comienzo de este trabajo en el mercado americano se utiliza los bonos del tesoro a 90 días como marcador de la tasa libre de riesgo. Nuestro objetivo es hacer un análisis similar al realizado para Venezuela, con el fin de observar si verdaderamente este instrumento es el adecuado para esta función. Para realizar este análisis se siguió un proceso similar al realizado para Venezuela:

- 1) Se calculó el rendimiento de las 30 acciones que componen el Dow Jones Industrial Average (DJIA) y como rendimiento de mercado se uso el rendimiento del Indice Standard and Poors 500 (S&P 500).
- 2) Se realizó una regresión por el método de los mínimos cuadrados ordinarios (MCO) con los rendimientos de cada acción y los rendimientos del mercado para el calculo de las betas y los resultados obtenidos fueron los siguientes:

	β	R^2		β	R^2
AA	0.547864	0.0734	IP	0.499029	0.0657
AOL	1.775353	0.2273	JNJ	0.640507	0.1857
AXP	1.355509	0.4813	JPM	1.443887	0.4414
B	0.648181	0.1116	KO	0.812447	0.1959
CAT	1.648387	0.1033	MCD	0.656849	0.1654
CI	0.673419	0.5558	MMM	0.575506	0.1395
DD	0.747377	0.1473	MO	0.393007	0.0404
DIS	0.906547	0.2310	MRK	0.694272	0.1732
EK	0.410198	0.0489	MSFT	1.209530	0.3135
GE	1.219812	0.5932	PG	0.553683	0.0857
GM	0.899394	0.2701	SBC	0.758329	0.1712
HON	0.798933	0.1441	T	0.841533	0.1423
HP	0.845343	0.1242	UTX	1.005171	0.3457
HWP	1.259287	0.2615	WMT	1.227617	0.0346
INTC	1.249821	0.2577	XOM	0.341753	0.1674

Tabla #9: Resultados de las Regresiones. $r_i = \alpha + \beta r_M + \varepsilon$

Donde todas los valores de Beta dieron significativos y los valores de cada una de las constantes no dieron significativamente diferente de cero.

- 3) Se calculó la tasa libre de riesgo implícita en el modelo CAPM para cada acción ($rf's$) siguiendo la metodología del apartado III.4.
- 4) Se realizaron las pruebas de normalidad de Kolmogorov-Smirnov para las 30 $rf's$ de las acciones y para los Bonos del Tesoro Norteamericano a 90 días y de las 30 $rf's$ solo 6 no siguen una distribución como la normal y ellas son Alcoa (AA), AT&T (T), Caterpillar (CAT), Cigna (CI), Honeywell (HON) y Procter & Gamble (PG). Los rendimientos de los bonos del tesoro americano a 90 días tampoco tienen una distribución normal.

- 5) Luego se realizó el contraste de igualdad de las medias entre las rf's y los bonos del tesoro a través de la prueba t y el resultado fue que para las 30 rf's de las acciones se acepta la hipótesis nula de igualdad de medias con la media de los rendimientos de los bonos del tesoro. Cabe destacar que los niveles de significación obtenidos fueron muy altos en comparación con los obtenidos en el análisis para Venezuela.
- 6) Por último se realizó la prueba no paramétrica de Mann-Whitney y al igual que para Venezuela algunas de las variables para las cuales se acepto la hipótesis nula de igualdad de medias para la prueba t se rechazó para la prueba de Mann-Whitney. Este fue el caso de 3 de las 30 rf's AT&T, Eastman Kodak y Merck.

Independent Samples Test		Levene's Test for Equality of Variance		t-test for Equality of Means						
		F	Sig.	t	df	Sig.	Mean Difference	Std. Error Difference	95% Confidence Interval of the Difference	
									Lower	Upper
RFEK-BT90	Equal variances assumed	217.53	0.000	0.883	518	0.378	0.0041752	0.0047287	-0.005114716	0.013465
	Equality not assumed			0.883	259	0.378	0.0041752	0.0047287	-0.005136521	0.013487

Tabla #10: Prueba t para RFEK y BT90

Test Statistics	
RFEK	BT90
Mann-Whitney U	30,162.00
Wilcoxon W	64,092.00
Z	-2.124
Asymp. Sig. (2-tailed)	0.034

Tabla #11: Prueba de Mann-Whitney para RFEK

En la Tabla #10 y #11 se muestran los resultados obtenidos por las pruebas t y Mann-Whitney respectivamente para RFEK y vemos que para la prueba t se acepta la hipótesis nula de igualdad de medias mientras que para la prueba de Mann-Whitney se rechaza, y esta diferencia al igual que para el caso venezolano se debe a que la prueba t no es confiable si las variables no se distribuyen como normal.

Debido a que solo se rechaza la hipótesis de igualdad de medias para 3 rf 's y se acepta para el 90% de las rf 's, podemos concluir diciendo que según nuestro análisis, los Bonos del Tesoro Norteamericano a 90 días es un instrumento que se puede utilizar como marcador de la tasa libre de riesgo para EEUU.

APÉNDICE II. SELECCIÓN DE LA FRECUENCIA Y TAMAÑO IDÓNEO DE LA DATA

Para la estimación de las betas se utilizaron datos semanales de los rendimientos de las acciones durante un lapso de 5 años que va de 1996 al 2000. ¿ Por que se utiliza una frecuencia semanal y un período de 5 años? En la realidad las compañías especializadas que calculan las betas como Stadar and Poors, Bloomberg y Value Line usan diferentes frecuencias o períodos, esto se debe a que en el caso del número de períodos a usar existe un trade-off entre el tamaño de la muestra y la realidad que esta refleja , porque si bien es cierto, que entre más años se tomen en consideración para el estudio obtendremos una mayor cantidad de observaciones, también es verdad que las betas de las acciones podrían cambiar y no reflejar la realidad de la empresa ya que las compañías cambian y con ellas el riesgo que representan. Un ejemplo es Microsoft que en 1985 era una compañía pequeña y representaba una inversión mucho mas riesgosa que lo que significaba para 1994, es decir, si utilizamos un periodo de 10 años que vaya de 1985 a 1994 para obtener la beta de Microsoft seguro obtendremos una beta mayor a la que en realidad tiene la empresa.

En el caso de la frecuencia con la que se obtienen los datos, podemos decir que si se utilizan rendimientos diarios el número de observaciones aumentará, pero expone a que la estimación se vea afectada por los días en la que la acción no tiene mucho movimiento. Situación semejante al caso de aquellas compañías pequeñas que tienen acciones no muy líquidas; esto hará que la estimación le asigne un beta con un valor

menor al que debería tener. La utilización de rendimientos semanales o mensuales permite eliminar en parte el efecto que acabamos de mencionar, la desventaja es que se contará con un número menor de observaciones para la estimación.

APÉNDICE III. SITUACIÓN DE LAS EMPRESAS QUE RECHAZARON EL CONTRASTE.

En este apéndice nuestra intención es mostrar las características de las cuatro empresas cuyas rf 's rechazaron la hipótesis de igualdad de media con los cinco instrumentos considerados cero riesgo de la prueba no paramétrica de Mann-Whitney.

La posible causa por la que las rf 's de estas compañías tienen medias diferentes a las medias de los rendimientos de los instrumentos libre de riesgo es que las acciones de las primeras han tenido un desempeño terrible en los últimos años, lo que produce que exista una gran brecha con el desempeño del mercado, y las rf 's implícitas en el modelo CAPM para estas acciones tengan valores extremos y a la hora de probar la igualdad de las medias la hipótesis se rechace.

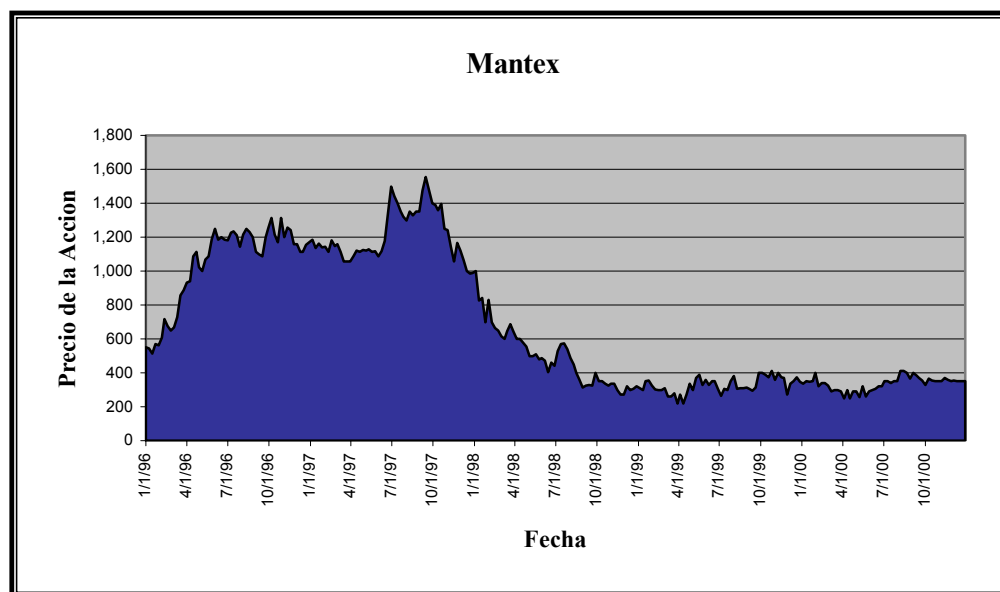
A continuación explicamos las características de las cuatro empresas y el comportamiento de las acciones de estas en los últimos 5 años.

Mantex.

Mantex es en la actualidad una de las principales fabricantes de filtros para cigarrillos en Latinoamérica y viene mostrando un proceso continuo de reducción de su negocio que hasta finales de finales del año 2000 se contabilizaba en una baja de 77%

en sus utilidades. Tanto es así que la junta directiva de Mantex analiza diversas opciones financieras para transformar sus negocios de manufactura y concentrarse casi exclusivamente en el área inmobiliaria con una propuesta amplia que incluiría construcción, promoción y operación de inmuebles.⁶¹

El problema planteado para la empresa se acompaña con lo que consideran ausencia total de políticas claras para respaldar el proceso de manufactura nacional. El anclaje de la moneda tampoco contribuye a mejorar la situación de una empresa que exporta 80% de su producción a los mercados internacionales.



En los últimos años el precio de la acción se ha comportado de una manera terrible. En 1997, la acción se llegó a cotizar a Bs. 1,600 y para el final del año 2000

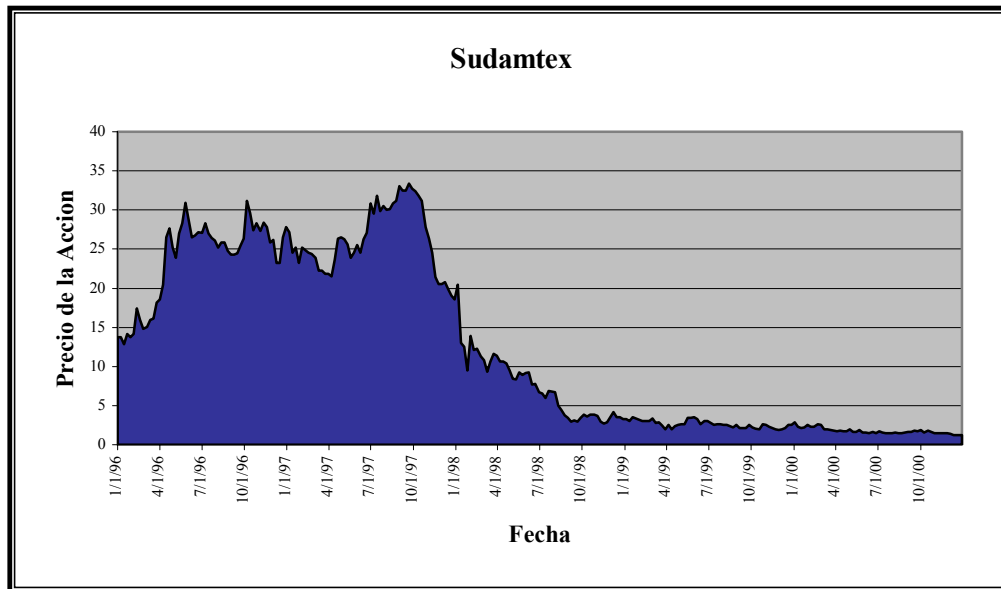
⁶¹ <http://www.porlapuerta.com>

estaba en Bs. 350. La compañía no paga dividendos desde 1996 cuando lo hizo por Bs. 28,57 por acción.

Sudamtex

Sudamtex se dedica a la manufactura y venta de productos textiles, fibra de vidrio y productos sintéticos.

En los últimos años el desempeño de la acción ha sido sombrío. En 1998 la acción se llegó a cotizar en Bs. 32,32 a finales de ese mismo año en Bs. 7,92 y a fines del año 2000 su valor era de Bs. 1,25.



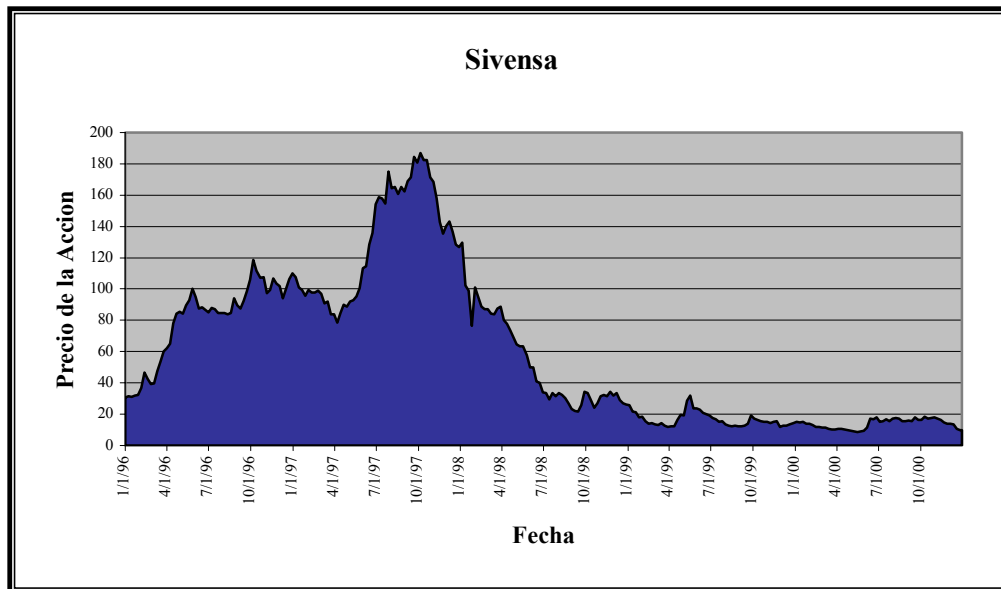
El valor de mercado de Sudamtex es 0.02 veces su valor en libros, esto significa que el valor de mercado de esta empresa esta muy por debajo del valor de sus activos.

Al igual que Mantex no ha pagado dividendos en los últimos años y la ultima vez que lo hizo fue en 1997 con un dividendo de Bs. 0,21 por acción.⁶²

Sivensa

Es una compañía dedicada a la manufactura, distribución y exportación de briquetas de hierro, cables de acero y partes de automóviles.

Los bajos precios internacionales y la recesión interna ha llevado a la compañía a enfrentar graves problemas financieros y si a esto le sumamos el anclaje de la moneda el cual empeora la situación de la empresa debido a que exporta gran parte de su producción a los mercados internacionales.

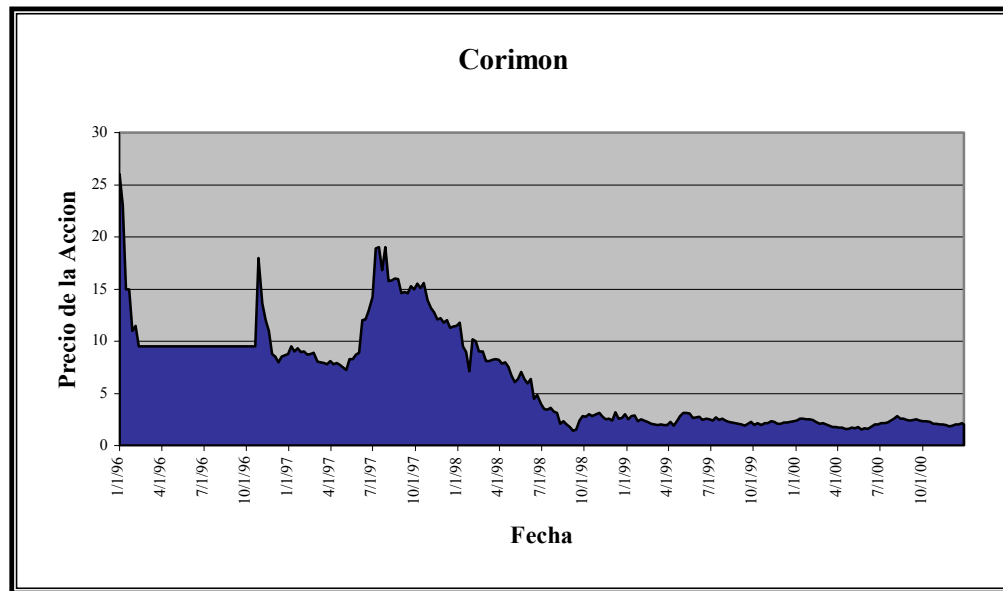


⁶² <http://www.wisi.com>

La acción de Sivensa para 1997 se cotizaba en Bs. 181,67 para finales del año 2000 se valoraba en Bs.10. Lo cual claramente muestra el pobre desempeño de la acción en los últimos años.⁶³

Corimon

Es una empresa dedicada principalmente a la manufactura de pinturas y tintas



En años recientes la acción de la compañía ha tenido un desempeño terrible. A comienzo de 1996 la acción se cotizaba en Bs. 26,00 y para finales de el año 2000 su precio era de Bs. 2,00.

⁶³ Ídem.

CONTENIDO DEL CD

En el presente trabajo se anexa un cd que contiene:

- 1) El Anteproyecto en formato pdf.
- 2) La Tesis en formato pdf.
- 3) Un archivo de Excel con los rendimientos de las acciones y los cálculos de las r_f s de las acciones para Venezuela.
- 4) Un archivo de Excel con los rendimientos de las acciones y los cálculos de las r_f s de las acciones para EEUU.
- 5) Los gráficos y las regresiones de beta en una presentación de Power Point.
- 6) Los resultados de las pruebas de normalidad realizadas en el programa Eviews y SPSS en una presentación de Power Point.
- 7) Los resultados de las pruebas t y de Mann-Whitney en una presentación de Power Point.

BIBLIOGRAFÍA

Alexander, G. Bailey, J. y Sharpe, W. Fundamentals of Investment. *Prentice Hall*. p 218-219.

Aragónés, José y Mascareñas, Juan (1994). La Eficiencia y el Equilibrio en los Mercados de Capital. *Universidad Complutense de Madrid* pp 76-89.

Arrow, Kenneth J. (1953). Trans. (1964). The role of securities in the optimal allocation of risk bearing. *Review of Economic Studies* 31: 91-96.

Arrow, Kenneth J. and Gerard, Debreu (1954). Existence of an Equilibrium for a Competitive Economy. *Econometrica* 22: 265-90.

Banz Rolf (1981), The Relationship Between Returns and Market Value of Common Stocks. *Journal of Financial Economics*, 9, pp. 3-18.

Berndt (1992), The Capital Asset Pricing Model. Chapter 2, pp. 37-39

Bernoulli, Daniel (1738) trans. Louise Sommer (1954). Exposition of a New Theory on the Measurement of Risk. *Econometrica* 22: 23-36.

Berstein, Peter L. (1992). Capital Ideas: The Improbable Origins of Modern Wall Street, New York: *The Free Press*.

Black, Fischer, Michael C. Jensen and Myron S. Scholes (1972). “The Capital Asset Pricing Model: in M Jensen (1972).

Bodie, Kane, Marcus (1993). Investments. *Irwin*, Chapter 9 pp. 293-294

Brealey, R. y Myers, S. (1998) Principios de Finanzas Corporativas. Madrid: *McGraw-Hill*. Quinta Edición. pp 124-125

Burton Jonathan (1998). Revisiting the Capital Asset Pricing Model, *Dow Jones Asset Manager* pp. 20-28

Cantillo, Miguel (2000). El MPAC: Una Alternativa para las Economías Latinoamericanas. *INCAE, Percepción Gerencial*, Vol. 3, #6.

Fabozzi, F. Modigliani F. y Ferri, M. Mercados e Instituciones Financieras. *Prentice Hall* pp. 279-280

Fama Eugene F. y French Kenneth R.. (1992) “The Cross-Section of Expected Stock Returns”, *Journal of Finance*, 47, pp. 427-466

Fama Eugene F. y French Kenneth R.. (1993) Common Risk Factors in the Returns on Stocks and Bonds”, *Journal of Financial Economics*, 17, pp. 3-56.

Fama, Eugene F. y James D. McBeth (1973). “Risk, Return and Equilibrium: Empirical Tests”. *Journal of Political Economy*. 81:3 May 607-636.

Friedman, Milton (1953) *Essays in the Theory of Positive Economics*. University of Chicago Press. P.15.

Gastineau, Gary. Glossary, *IFCI risk institute* 1996

Goetzmann, William. An Introduction to Investment Theory. *Yale School of Management* Chapter 2

Gujarati, Damodar. Econometría. *McGraw Hill*. Tercera Edición.

Knight, Frank (1921). *Risk, Uncertainty and Profit*

Lahoud D. Renta Fija. *InvestAnalysis*. Vol 5 No.12 Octubre de 1997

Lopez, Rafael. Calculo de Probabilidades e Inferencia Estadística. *UCAB*. 1996

Markowitz, Harry M. (1952). Portfolio Selection. *Journal of Finance* 7: 77-91.

Pereiro Luis E. y Galli María. La Determinación del Costo del Capital en la Valuación de Empresas de Capital Cerrado: una Guía Práctica. *Universidad Torcuato Di Tella* pp. 10

Roll, Richard (1977). A Critique of the asset pricing theory's tests: Part I: On Past and Potential Testability of the Theory. *Journal of Financial Economics* 4: 129-176.

Ross, Stephen A. (1976). The Arbitrage Theory of Capital Asset Pricing. *Journal of Economic Theory* 13:341-360

Ross, S. Westerfield, R. y Jaffe, J. (2000) Finanzas Corporativas. México: *McGraw-Hill*. Quinta Edición. pp 306.

Roy, A D (1952). Safety First and the Holding of Assets *Econometrica* 20: 431-439.

Rupert Miller (1986) Beyond ANOVA, Basics of Applied Statistics, New York: *John Wiley & Sons*

Sachs, J. y Larrain, F. (1994). Macroeconomía en la Economía Global. México: Irwin. Tercera Edición.

Sharpe, William. (1963). A Simplified Model of Portfolio Analysis. *Management Science* 9: 277-293

Sharpe, William E. (1964). Capital Asset Prices: A Theory of Market Equilibrium Under Conditions of Risk. *Journal of Finance* 19: 425-442.

Shook, Robert. Wall Street Dictionary. Career Press 1999

Tobin, James (1958). Liquidity Preference as a Behavior Toward Risk. *Review of Economic Studies* 25:65-86.

Von Neumman, J y Morgentern, O. (1944). *Theory of Games and Economic Behavior*, Princeton, NJ: Princeton University Press. (1947).

.

