aaa 3874

TESIS
IC 966
C6

UNIVERSIDAD CATOLICA "ANDRES BELLO"
Facultad de Ingeniería
Escuela de Ingeniería Civil

ESTE LIBRO NO PUEDE SER LLEVADO FUERA DEL RECINTO DE LA BIBLIOTECA.

EXPANSIONES EN CANALES CON FLUJO SUPERCRITICO

Trabajo Especial presentado ante la Ilustre Universidad Católica "Andrés Bello" para optar al Título de Ingeniero Civil.-

Carlos Crespo T.
Manuel A. Nouel P.
Berman Roldán V.

UNIVERSIDAD CATOLICA ANDRES BELLO
BIBLIOTECA
Caracas

Caracas, Julio de 1966

I N D I C E

	Pag.
NOMENCLATURA	
INTRODUCCION	
TEORIA DE ONDAS OBLICUAS	
Consideraciones Preliminares	1
Velocidad de Propagación de las Ondas	2
Análisis Matemático de las Ondas Oblicuas	3
Clasificación	15
Reflexión, Cancelación e Intersección de Ondas	19
Método de las Características	25
Diagrama Polar para Ondas de Choque	32
DISEÑO DE EXPANSIONES	
Uso del Diagrama de las Características	35
Método de los Sectores	38
Método de los Nodos	43
Métodos Analíticos y Analítico-Gráficos	44
Diseño de Expansiones por el Método de las Características	44
ANALISIS EXPERIMENTAL	
Consideraciones Preliminares	49
Expansiones Rectas de un Tramo	50
Expansiones de dos Tramos Rectos	56
Expansión Recto-Curva	57
Comparación de los Tres Tipos de Expansiones	58
CONCLUSIONES	64
FOTOGRAFIAS	67
DATOS EXPERIMENTALES	68
BIBLIOGRAFIA	

N O M E N C L A T U R A

H : Energía específica.

y : Tirante o altura de agua.

V : Velocidad del flujo.

g : Aceleración de gravedad.

c : Celeridad de las ondas.

λ : Longitud de onda, relación de anchos.

ρ : Peso específico del fluído.

Q : Gasto.

β : Angulo que forma una onda con la dirección original del flujo antes de la onda.

θ : Angulo de deflexión de una pared o de una línea de flujo respecto a la dirección original del flujo.

F : Fuerza.

$\mathcal{F}$: Número de Froude.

V_N : Componente de la velocidad normal a la onda.

V_T : Componente de la velocidad paralela a la onda.

V_x : Componente de la velocidad según el eje x.

V_y : Componente de la velocidad según el eje y.

x : Coordenada.

y : "

z : "

ΔH : Pérdida de energía.

$\bar{V}$: Velocidad Reducida. $\bar{V} = \dfrac{V}{\sqrt{2gH}}$

I N T R O D U C C I O N

El estudio de las transiciones en régimen supercrítico, requiere un análisis diferente del empleado para transiciones en régimen subcrítico. La necesidad de un tratamiento especial para este tipo de régimen se deriba de la aparición de ciertas perturbaciones u ondas, como consecuencia de cualquier cambio en la dirección del flujo.

Por los años 1930, en los Estados Unidos de América, se comenzó a trabajar en este campo de la mecánica de los fluídos, realizándose exhaustivos ensayos, los cuales demostraron la aplicabilidad de un método previamente desarrollado para el análisis de flujo supersónico en gases. Este método se conoce con el nombre de método de las características, y fué desarrollado por A. Buseman.

No obstante el gran avance que se obtuvo mediante el empleo de este método de análisis, la literatura subsecuente no fué de fácil obtención, pues se redujo a tesis de grado e informes de varias compañías particulares. A efecto de subsanar estas deficiencias, el comité de mecánica de fluídos perteneciente a la División de Hidráulica de la ASCE, organizó en 1946, un simposium sobre régimen supercrítico, el cual figura en el Transaction ASCE 1951, Paper 2434; dicho simposium tuvo como temas principales el estudio de curvas y transiciones en régimen supercrítico.

Nosotros, en el presente trabajo, nos hemos limitado al estudio de expansiones en régimen supercrítico en una forma teórico-práctica. La primera parte contiene un desarrollo de la teoría de ondas oblicuas, el método de las características y el diseño de algunos tipos de expansiones. La parte experimental se realizó en el patio de mo-

delos anexo al Laboratorio de Hidráulica de la Universidad Católica "Andrés Bello", mediante el empleo de un modelo construido a este efecto.

Por último, cabe decir que la expansión perfecta para régimen supercrítico fué desarrollada por los doctores Hunter Rouse, B. V. Bhoota y En-Yun-Hsu y figura en el capítulo de Expansiones en Régimen Supercrítico del Transaction ASCE antes mencionado. Sin embargo, este tipo de transición suele resultar en la práctica de dimensiones considerables, y los mismos autores sugieren acortar las dimensiones mediante el empleo de un modelo hidráulico para cada caso en particular. La idea de este trabajo es, por lo tanto, encontrar tipos de expansiones de regular eficiencia, pero de longitud apreciablemente menor.

T E O R I A D E O N D A S O B L I C U A S

A) CONSIDERACIONES PRELIMINARES.

Para el desarrollo de la teoría subsecuente es conveniente recordar algunas diferencias básicas entre regímenes subcríticos y supercríticos.

Dichas diferencias se evidencian mediante el análisis de la ecuación de la energía específica.

$$H = y + \frac{V^2}{2g} \qquad \text{(constante)}$$

En efecto, en regímen subcrítico la carga de velocidad $\frac{V^2}{2g}$ es de un orden de magnitud pequeña en comparación con la profundidad y, por lo tanto, una variación porcentualmente grande de la carga de velocidad no afectará significativamente la profundidad.

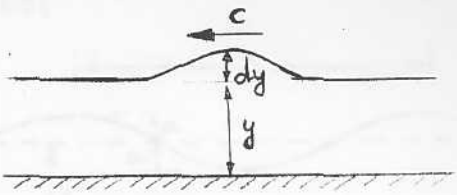
Por el contrario, en un régimen supercrítico la carga de velocidad es del mismo o de mayor orden de magnitud que la profundidad, en consecuencia, cualquier variación pequeña en relación consigo misma de la carga de velocidad puede originar una variación grande en la profundidad.

De lo anteriormente expuesto se deduce que en un cambio de alineamiento en un canal, expansión o contracción, que implica un cambio de velocidad, en regímen subcrítico no puede ocasionar grandes cambios en la profundidad; mientras que en regímen supercrítico la profundidad sufre cambios considerables que se manifiestan como ondas o perturbaciones.

Otra característica importante del flujo supercrítico consiste en que la velocidad de propagación de pequeñas perturbaciones es inferior a la del propio flujo, consecuentemente dichas perturbaciones se manifestarán solo aguas abajo del foco perturbador.

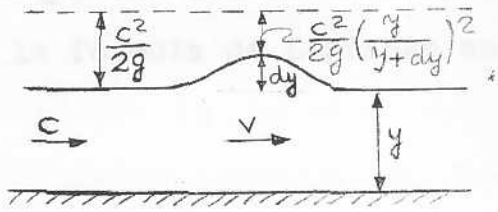
B) VELOCIDAD DE PROPAGACION DE LAS ONDAS.

Supongamos una pequeña perturbación en la superficie libre de un líquido como se indica en la figura.



Para simplificar, supondremos el fenómeno unidimensional, que la pendiente del fondo es cero y que nosotros viajamos a la misma velocidad de la onda, o lo que es lo mismo, que la onda esté quieta y quien se mueve con velocidad **c**, pero en sentido contrario, es el flujo.

Aplicando la ecuación de continuidad, la velocidad del agua en la sección donde se encuentra la onda será:



$$V = \frac{c\,y}{y+dy}$$

Suponiendo que la energía permanece constante:

$$y + \frac{c^2}{2g} = (y+dy) + \frac{c^2}{2g}\left(\frac{y}{y+dy}\right)^2 \longrightarrow \frac{c^2}{2g} = dy + \frac{c^2}{2g}\left(\frac{y}{y+dy}\right)^2$$

$$\frac{c^2}{2g}\left[1 - \frac{y^2}{(y+dy)^2}\right] = dy \longrightarrow \frac{c^2}{2g}\left[\frac{2y\,dy + dy^2}{(y+dy)^2}\right] = dy$$

$$c = \sqrt{\frac{2g\,(y+dy)^2}{2y+dy}} \qquad \ldots\ldots(1)$$

Calculando el límite, cuando $dy \to 0$, nos dá la expresión de la velocidad de pequeñas ondas, que ya había sido desarrollada por Lagrange:

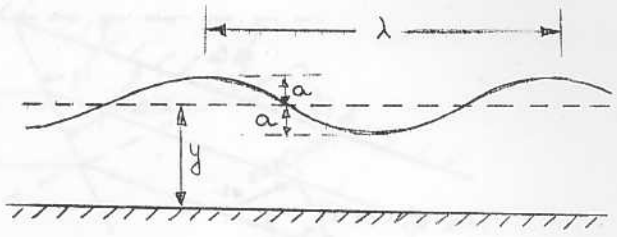
$$c = \sqrt{g\,y}$$

Para ondas de mediana amplitud se puede usar como valor aproximado de la velocidad de propagación la siguiente expresión:

$$c = \sqrt{gy\left(1 + \frac{3\Delta y}{2y}\right)} \qquad c \cong \sqrt{gy}\left(1 + \frac{3}{4}\,\frac{\Delta y}{y}\right)$$

George Biddle Airy (1845) investigando ondas de pequeña amplitud y perfil sinusoidal encontró una expresión más completa para la velocidad de las ondas, que es la siguiente:

$$c = \sqrt{\frac{g\lambda}{2\pi} \tanh \frac{2\pi y}{\lambda}}$$



Si la longitud de onda es grande comparada con la profundidad,

$$\tanh \frac{2\pi y}{\lambda} \cong \frac{2\pi y}{\lambda}$$

y la fórmula de Airy nos dá el mismo valor de Lagrange $c = \sqrt{gy}$

El otro extremo será que la longitud de onda sea pequeña comparada con la profundidad, entonces $\tanh \frac{2\pi y}{\lambda} \cong 1$, la fórmula de Airy se reduce a: $c = \sqrt{\frac{g\lambda}{2\pi}}$, la cual difiere de la fórmula de Lagrange solamente en un parámetro.

C) ANALISIS MATEMATICO DE LAS ONDAS OBLICUAS.

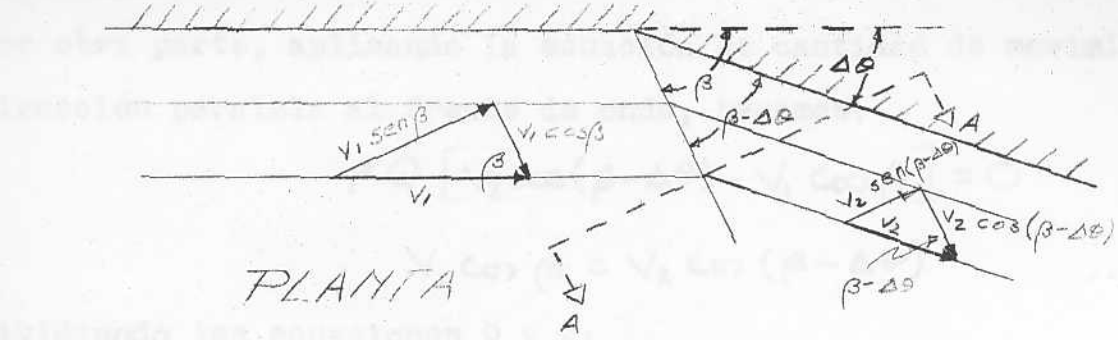
a) Ondas de pequeña magnitud.-

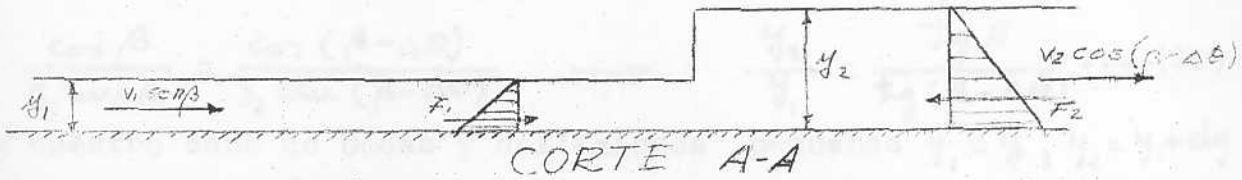
Vamos a hacer un primer análisis para ondas de pequeña magnitud, o sea las producidas por pequeños cambios de alineamiento de las paredes como es el caso de paredes curvas donde el cambio de alineamiento es gradual. El cambio de profundidad será también pequeño y por lo tanto, despreciaremos las aceleraciones verticales y supondremos una distribución hidrostática de presiones en cualquier punto del flujo.

Supongamos un flujo con una pequeña deflección en la pared. Si el flujo es crítico la onda producida tendrá la misma velocidad y se mantendrá estacionaria con su frente de onda perpendicular a la dirección de la corriente. Si se aumenta un poco la velocidad del flujo de llegada, la onda tenderá a ser barrida y su frente girará alrededor del punto perturbador hasta lograr una nueva posición de equilibrio, que será aquella en la cual la componente de la velocidad del flujo en dirección normal al frente de onda sea igual a la

sea igual a la velocidad de propagación de la onda.

Sea entonces un flujo semiinfinito como el indicado en la figura, que cumple todas estas condiciones.





Aplicando la ecuación de cantidad de movimiento en las secciones 1 y 2 del corte A-A y recordando la condición de continuidad, tenemos:

$$\rho Q \left[V_2 \operatorname{sen}(\beta - \Delta\theta) - V_1 \operatorname{sen}\beta \right] = F_1 - F_2 \qquad \ldots.(2)$$

$$Q = y_1 V_1 \operatorname{sen}\beta = y_2 V_2 \operatorname{sen}(\beta - \Delta\theta) \qquad \ldots.(3)$$

$$F_1 = \frac{1}{2} \gamma y_1^2 \quad \ldots.(4) \qquad F_2 = \frac{1}{2} \gamma y_2^2 \quad \ldots.(5)$$

De la ecuación 3: $$V_2 \operatorname{sen}(\beta - \Delta\theta) = \frac{y_1}{y_2} V_1 \operatorname{sen}\beta \qquad \ldots.(6)$$

Sustituyendo 4, 5 y 6 en 2:

$$\rho V_1 y_1 \operatorname{sen}\beta \left[\frac{y_1 V_1 \operatorname{sen}\beta}{y_2} - V_1 \operatorname{sen}\beta \right] = \frac{\gamma}{2} \left(y_1^2 - y_2^2 \right)$$

$$\frac{y_1}{y_2} V_1^2 \operatorname{sen}^2\beta \left(y_1 - y_2 \right) = \frac{g}{2} y_1 \left(\frac{y_2}{y_1} + 1 \right) \left(y_1 - y_2 \right)$$

$$\operatorname{sen}^2\beta = \frac{g y_1}{V_1^2} \; \frac{1}{2} \; \frac{y_2}{y_1} \left(\frac{y_2}{y_1} + 1 \right)$$

$$\operatorname{sen}\beta = \frac{1}{F_1} \sqrt{\frac{1}{2} \frac{y_2}{y_1} \left(\frac{y_2}{y_1} + 1 \right)} \qquad \ldots.(7)$$

Si como suponemos la onda es pequeña, $y_2 \to y_1$, y el límite de la raíz es 1, por tanto:

$$\operatorname{sen}\beta = \frac{1}{F} \longrightarrow V_1 \operatorname{sen}\beta = \sqrt{g y_1} \qquad \ldots.(8)$$

Esta ecuación nos confirma que la posición de la onda es tal que la componente normal de la velocidad del flujo tiene que ser igual a la celeridad de la onda.

Por otra parte, aplicando la ecuación de cantidad de movimiento en dirección paralela al frente de onda, tenemos:

$$\rho Q \left[V_2 \cos(\beta - \Delta\theta) - V_1 \cos\beta \right] = 0$$

$$V_1 \cos\beta = V_2 \cos(\beta - \Delta\theta) \qquad \ldots\ldots(9)$$

Dividiendo las ecuaciones 9 y 2:

$$\frac{\cos\beta}{y_1 \operatorname{sen}\beta} = \frac{\cos(\beta-\Delta\theta)}{y_2 \operatorname{sen}(\beta-\Delta\theta)} \longrightarrow \frac{y_2}{y_1} = \frac{\operatorname{tg}\beta}{\operatorname{tg}(\beta-\Delta\theta)} \qquad \ldots\ldots(10)$$

En nuestro caso de ondas y deflexiones pequeñas $y_1 = y$, $y_2 = y + dy$, $\Delta\theta = d\theta$, y la ecuación 10 nos queda así:

$$\frac{y+dy}{y} = \frac{\operatorname{tg}\beta}{\operatorname{tg}(\beta-d\theta)} \longrightarrow \frac{y+dy}{y} = \frac{\operatorname{tg}\beta\,(1+\operatorname{tg}\beta\cdot\operatorname{tg}d\theta)}{\operatorname{tg}\beta - \operatorname{tg}d\theta}$$

Recordando que $\operatorname{tg} d\theta \cong d\theta$

$$1 + \frac{dy}{y} = \frac{\operatorname{tg}\beta + \operatorname{tg}^2\beta\, d\theta}{\operatorname{tg}\beta - d\theta} \longrightarrow \frac{dy}{y} = \frac{\operatorname{tg}^2\beta\, d\theta + d\theta}{\operatorname{tg}\beta - d\theta}$$

Aproximando $\operatorname{tg}\beta - d\theta$ a $\operatorname{tg}\beta$

$$\frac{dy}{y} = \frac{\sec^2\beta\, d\theta}{\operatorname{tg}\beta} \longrightarrow \frac{dy}{y} = \frac{d\theta}{\operatorname{sen}\beta\cos\beta} \longrightarrow \frac{dy}{d\theta} = \frac{y}{\operatorname{sen}\beta\cos\beta} \qquad \ldots(11)$$

La ecuación 8 nos dice que:

$$\operatorname{sen}\beta = \frac{\sqrt{gy}}{V} \longrightarrow y = \frac{V^2 \operatorname{sen}^2\beta}{g}$$

Sustituyendo en la ecuación 11, por fin tenemos la ecuación:

$$\frac{dy}{d\theta} = \frac{V^2}{g}\operatorname{tg}\beta \qquad \ldots\ldots(12)$$

Para integrar esta ecuación es necesario expresar V y $\operatorname{tg}\beta$ en función de y. En 1935 von Kármán integró esta ecuación suponiendo la energía específica constante, lo cual es bastante correcto para el caso que estamos estudiando de ondas de pequeña magnitud.

$$H = y + \frac{V^2}{2g} \longrightarrow \frac{V^2}{g} = 2(H-y) \qquad \ldots.(13)$$

$$\operatorname{sen}\beta = \frac{\sqrt{gy}}{V} \longrightarrow \cos\beta = \sqrt{\frac{V^2 - gy}{V^2}}$$

$$tg\beta = \sqrt{\frac{gy}{V^2 - gy}}$$

$$tg\beta = \sqrt{\frac{y}{\frac{V^2}{g} - y}}$$

Recordando que: $\frac{V^2}{g} = 2(H-y)$

$$tg\beta = \sqrt{\frac{y}{2H-3y}} \qquad \ldots.(14)$$

Sustituyendo las ecuaciones 13 y 14 en la 12:

$$\frac{dy}{d\theta} = \frac{2(H-y)\sqrt{y}}{\sqrt{2H-3y}} \qquad \ldots.(15)$$

Integrando:

$$\theta = \sqrt{3}\, arc\, tg \sqrt{\frac{3y}{2H-3y}} - arc\, tg \frac{1}{\sqrt{3}} \sqrt{\frac{3y}{2H-3y}} - \theta_1 \qquad \ldots.(16)$$

en la cual θ_1 se determina con las condiciones de entrada haciendo $\theta = 0 \quad H = y_1 + \frac{V_1^2}{2g} \quad y = y_1$

La ecuación 16 se puede escribir también en función del número de Froude: $H = y + \frac{V^2}{2g} \longrightarrow \frac{H}{y} = F^2 + 2$

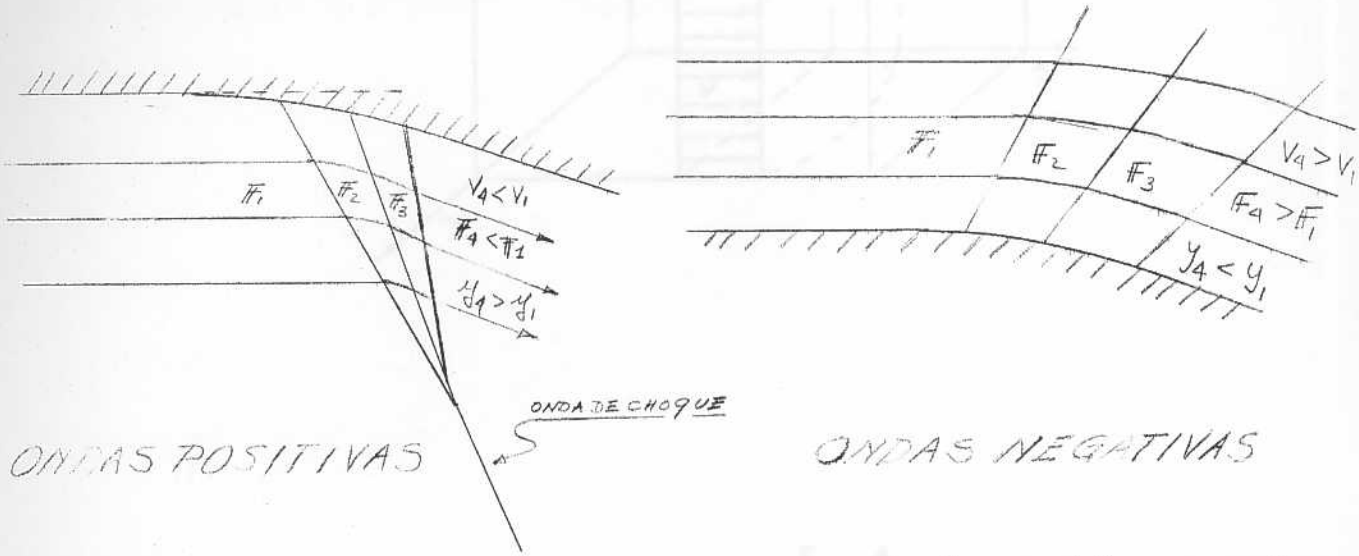
$$\theta = \sqrt{3}\, arc\, tg \sqrt{\frac{3}{F^2 - 1}} - arc\, tg \frac{1}{\sqrt{F^2 - 1}} - \theta_1 \qquad \ldots.(17)$$

Las ecuaciones 16 y 17 están resueltas gráficamente en la figura de la página N° 8

La configuración del perfil de agua en una pared curva de un canal rectangular puede ser fácilmente calculada usando el gráfico, siempre y cuando las únicas ondas presentes allí sean las producidas por esa pared, o sea, que no interfieran las ondas reflejadas o producidas en la otra pared del canal. Para ello se sustituye el arco por pequeños tramos rectos, cada uno de los cuales deflecte un pequeño ángulo $\Delta\theta$. Entrando en el gráfico con y_1/H obtenemos θ_1 y entrando nuevamente con $\theta_1 \pm n\Delta\theta$ obtenemos el valor de $\frac{y_n}{H}$, F_n

y β_N correspondientes a las condiciones del tramo N.

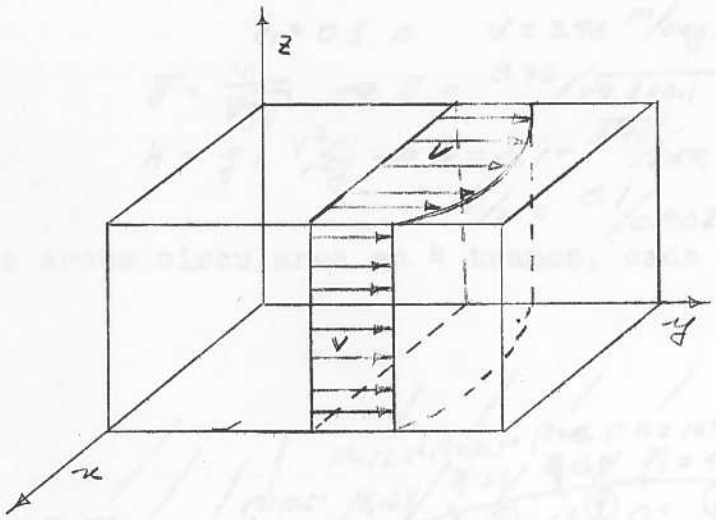
En el caso de pared cóncava hacia el flujo la deflexión $\Delta\theta$ se considera positiva, el número de Froude y la velocidad van disminuyendo, la profundidad y el ángulo β van aumentando en la dirección del flujo. Este último aumento del ángulo β hace que las direcciones de los frentes de ondas sean convergentes y puede suceder eventualmente que por superposición de todas las ondas, se formé , a cierta distancia de la pared, una onda de choque.

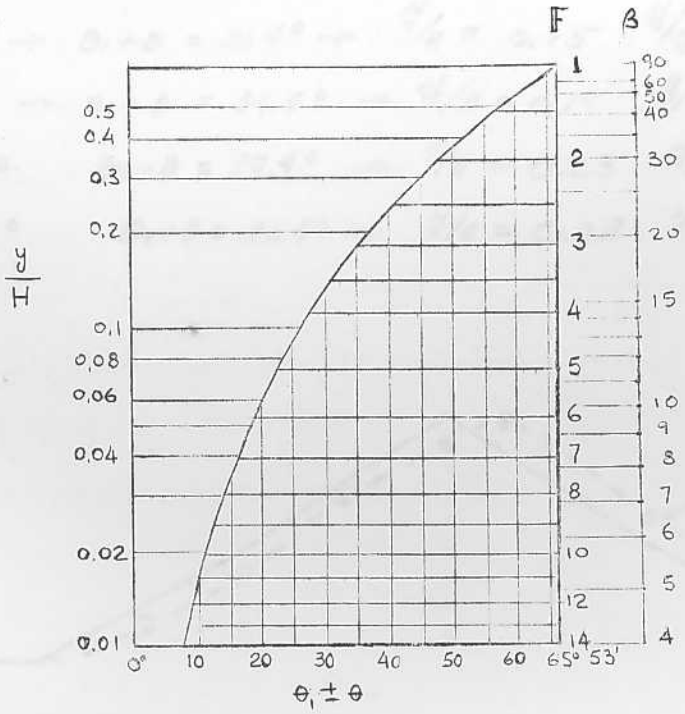


En el caso de pared convexa hacia el flujo, el ángulo $\Delta\theta$ se considera negativo, la profundidad y el número de Froude van aumentando, la profundidad y los ángulos β disminuyendo en la dirección del flujo. Como las ondas son divergentes nunca se formará una onda de choque.

Es conveniente observar que este método es solo aplicable para la zona de flujo cercana a la pared donde las deflexiones de las líneas de corriente se pueden considerar iguales a las de la pared. A medida que nos alejamos de la pared no podemos asegurar que existan iguales deflexiones y, por lo tanto, no es aplicable este método. Un estudio más completo será expuesto más adelante usando la teoría de las características.

Nótese el enfoque puramente bidimensional que se ha hecho del problema; se ha supuesto distribución de velocidad uniforme en sentido vertical, es decir, independiente de z , y solo dependiente de x y y.





SOLUCION GRAFICA DE LAS ECUACIONES 16 Y 17

TOMADO DEL LIBRO ENGINEERING HYDRAULICS (ROUSE)

Para aclarar el empleo del gráfico y de las ecuaciones anteriores, vamos a desarrollar un ejemplo.

Ejemplo: Contracción con paredes formadas por dos arcos circulares revertidos de 16° cada uno.

Consideraciones de Entrada:

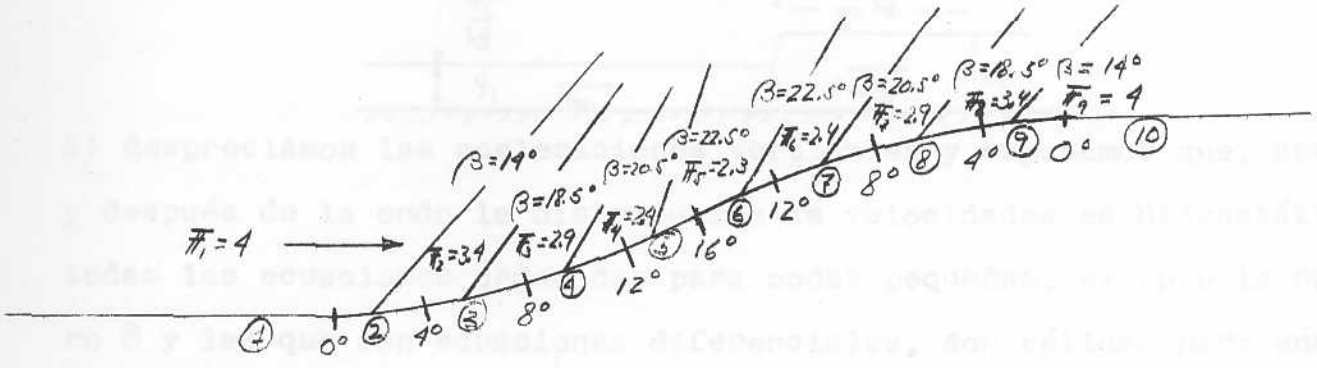
$y_1 = 0.1\ m \qquad V = 3.96\ m/seg.$

$$F = \frac{V_1}{\sqrt{gy}} \Rightarrow F = 3.96/\sqrt{9.8 \times 0.1} = 4.0$$

$$H = y + V^2/2g \Rightarrow H = 0.1 + 3.96^2/2\times 9.8 = 0.902\ m$$

$$y_1/H = 0.1/0.902 = 0.111$$

Vamos a dividir los arcos circulares en 4 tramos, cada uno de 4°.

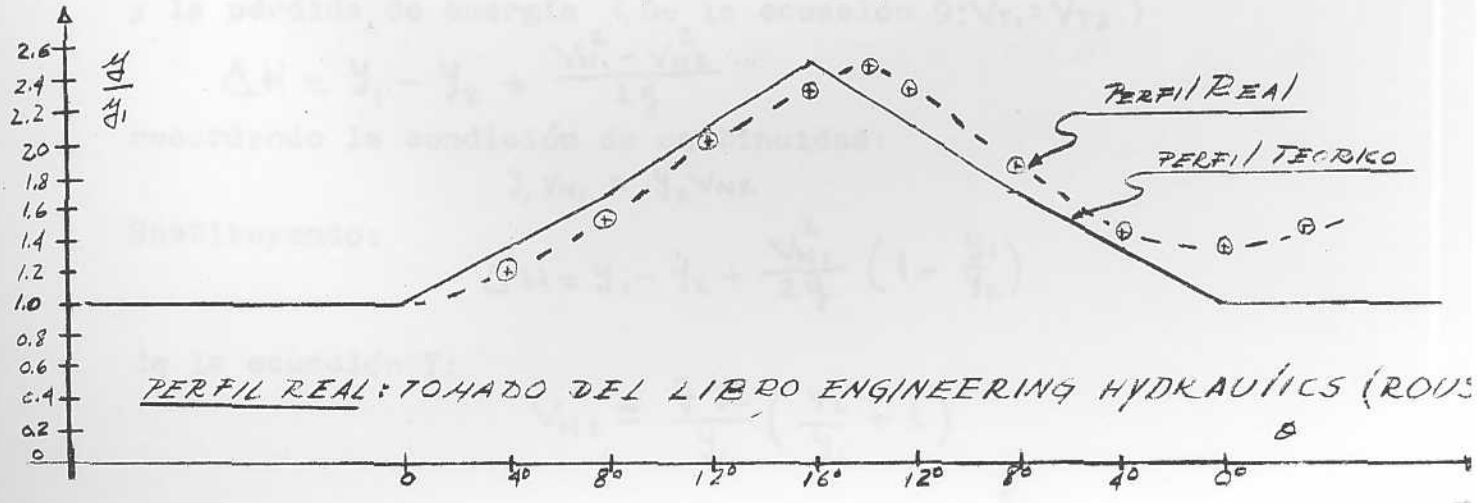


Ptos 2 y 9: $\theta = 4° \rightarrow \theta_1 + \theta = 31.4° \rightarrow y/H = 0.15 \quad y/y_1 = 1.35 \quad \beta_{2,9} = 14°$

Ptos 3 y 8: $\theta = 8° \rightarrow \theta_1 + \theta = 34.5° \rightarrow y/H = 0.19 \quad y/y_1 = 1.71 \quad \beta_{3,8} = 18.5$

Ptos 4 y 7: $\theta = 12° \quad \theta_1 + \theta = 39.4° \rightarrow y/H = 0.23 \quad y/y_1 = 2.07 \quad \beta_{4,7} = 20$

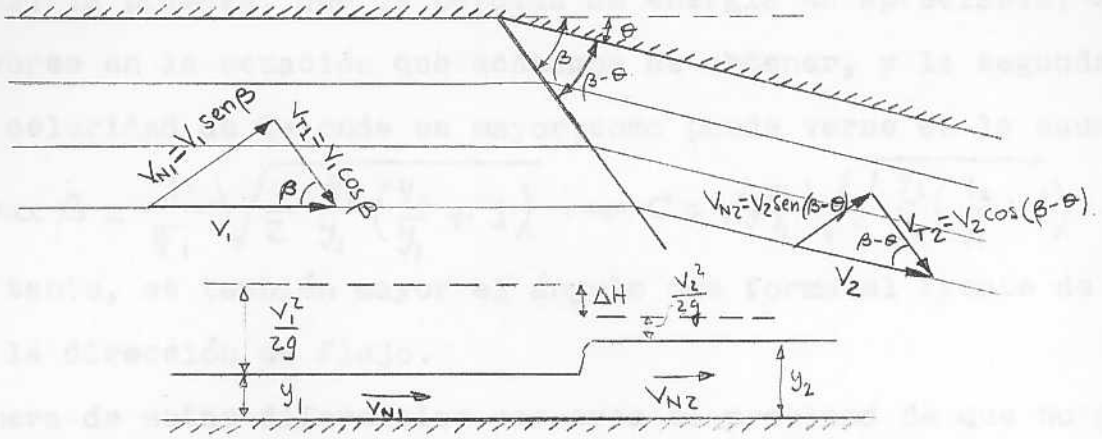
Ptos 5 y 6: $\theta = 16° \quad \theta_1 + \theta = 43.4° \rightarrow y/H = 0.28 \quad y/y_1 = 2.53 \quad \beta_{5,6} = 2$



PERFIL REAL: TOMADO DEL LIBRO ENGINEERING HYDRAULICS (ROUS

b) Ondas de Mayor Magnitud u ondas de choque.-

Las ondas de choque se pueden producir, bien sea por un cambio brusco de alineamiento de las paredes hacia adentro del flujo, o por superposición de pequeñas ondas positivas, como señalamos anteriormente.



Si despreciamos las aceleraciones verticales y suponemos que, antes y después de la onda la distribución de velocidades es hidrostática, todas las ecuaciones deducidas para ondas pequeñas, excepto la número 8 y las que son ecuaciones diferenciales, son válidas para ondas de choque.

Pérdida de energía en una onda de choque.- Si llamamos:

$$V_1 \operatorname{Sen}\beta = V_{N1} \qquad V_1 \cos\beta = V_{T1}$$

$$V_1 \operatorname{Sen}(\beta-\theta) = V_{N2} \qquad V_1 \cos(\beta-\theta) = V_{T2}$$

la energía antes y después de la onda es:

$$H_1 = y_1 + \frac{V_{N1}^2 + V_{T1}^2}{2g} \qquad H_2 = y_2 + \frac{V_{N2}^2 + V_{T2}^2}{2g}$$

y la pérdida de energía (De la ecuación 9: $V_{T1} = V_{T2}$)

$$\Delta H = y_1 - y_2 + \frac{V_{N1}^2 - V_{N2}^2}{2g}$$

recordando la condición de continuidad:

$$y_1 V_{N1} = y_2 V_{N2}$$

Sustituyendo:

$$\Delta H = y_1 - y_2 + \frac{V_{N1}^2}{2g}\left(1 - \frac{y_1}{y_2}\right)$$

de la ecuación 7:

$$V_{N1}^2 = \frac{g\, y_2}{y_1}\left(\frac{y_2}{y_1} + 1\right)$$

Sustituyendo y simplificando tenemos la expresión de la pérdida de energía: $$\Delta H = \frac{(y_2 - y_1)^3}{4 y_1 y_2}$$

Si se desea en forma dimensional: $$\frac{\Delta H}{y_1} = \frac{\left(\frac{y_2}{y_1} - 1\right)^3}{4\,\frac{y_2}{y_1}} \qquad \ldots.(18)$$

La onda de choque tiene dos diferencias fundamentales con las ondas pequeñas; la primera, que la pérdida de energía es apreciable, según puede verse en la ecuación que acabamos de obtener, y la segunda, que la celeridad de la onda es mayor, como puede verse en la ecuación 7: $$\operatorname{sen}\beta = \frac{1}{F_1}\sqrt{\frac{1}{2}\,\frac{y_2}{y_1}\left(\frac{y_2}{y_1}+1\right)} \longrightarrow C = \sqrt{g y_1}\,\sqrt{\frac{1}{2}\,\frac{y_2}{y_1}\left(\frac{y_2}{y_1}+1\right)} \ldots(19)$$

Por lo tanto, es también mayor el ángulo que forma el frente de onda con la dirección de flujo.

La primera de estas diferencias nos crea el problema de que no podemos suponer la energía constante para calcular las condiciones del flujo aguas abajo de la onda. A continuación vamos a exponer algunas fórmulas que nos resuelven este problema.

Despejando $tg\theta$ de la ecuación 10: $$tg\theta = \frac{\left(\frac{y_2}{y_1}-1\right) tg\beta}{\frac{y_2}{y_1} + tg^2\beta} \qquad \ldots.(20)$$

Por otro lado, de la ecuación 9:

$$V_1^2(1 - \operatorname{sen}^2\beta) = V_2^2\left[1 - \operatorname{sen}^2(\beta-\theta)\right]$$

$$V_1^2 - V_2^2 = V_1^2 \operatorname{sen}^2\beta - V_2^2 \operatorname{sen}^2(\beta-\theta) \qquad \ldots.(21)$$

Despejando $\operatorname{sen}(\beta-\theta)$ de la ecuación 2 y $V_1^2\operatorname{sen}^2\beta$ de la ecuación 7 y sustituyendo en la ecuación 21, tenemos:

$$V_1^2 - V_2^2 = V_1^2 \operatorname{sen}^2\beta\left[1 - \frac{y_1^2}{y_2^2}\right] \longrightarrow V_1^2 - V_2^2 = V_1^2 \operatorname{sen}^2\beta\,\frac{y_1^2}{y_2^2}\left[\frac{y_2^2}{y_1^2} - 1\right]$$

$$V_1^2 - V_2^2 = \frac{g y_2}{2}\left(\frac{y_2}{y_1}+1\right)\frac{y_1^2}{y_2^2}\left(\frac{y_2^2}{y_1^2} - 1\right)$$

Como

$$V^2 = g\,y\,F^2$$

$$g\left(y_1 F_1^2 - y_2 F_2^2\right) = \frac{g y_2}{2}\left(\frac{y_2}{y_1}+1\right)^2\left(\frac{y_2}{y_1} - 1\right)\frac{y_1^2}{y_2^2}$$

y por fin, despejando F_2^2, tenemos:

$$F_2^2 = \frac{y_1}{y_2} F_1^2 - \frac{1}{2} \frac{y_1^2}{y_2^2} \left(\frac{y_2}{y_1} + 1\right)^2 \left(\frac{y_2}{y_1} - 1\right) \quad \ldots.(22)$$

Por otra parte, vamos a despejar y_2/y_1 de la ecuación 7

$$\frac{y_2}{y_1} = \frac{1}{2}\left(\sqrt{1 + 8F_1^2 \operatorname{sen}^2\beta} - 1\right) \quad \ldots.(23)$$

ecuación muy similar a la del resalto hidráulico normal, por lo que con frecuencia a las ondas de choque se les denomina resaltos oblicuos.

Sustituyendo la ecuación 23 en la 20:

$$\operatorname{tg}\theta = \frac{\operatorname{tg}\beta\left(\sqrt{1 + 8F_1^2 \operatorname{sen}^2\beta} - 3\right)}{2\operatorname{tg}^2\beta + \sqrt{1 + 8F_1^2 \operatorname{sen}^2\beta} - 1} \quad \ldots(24)$$

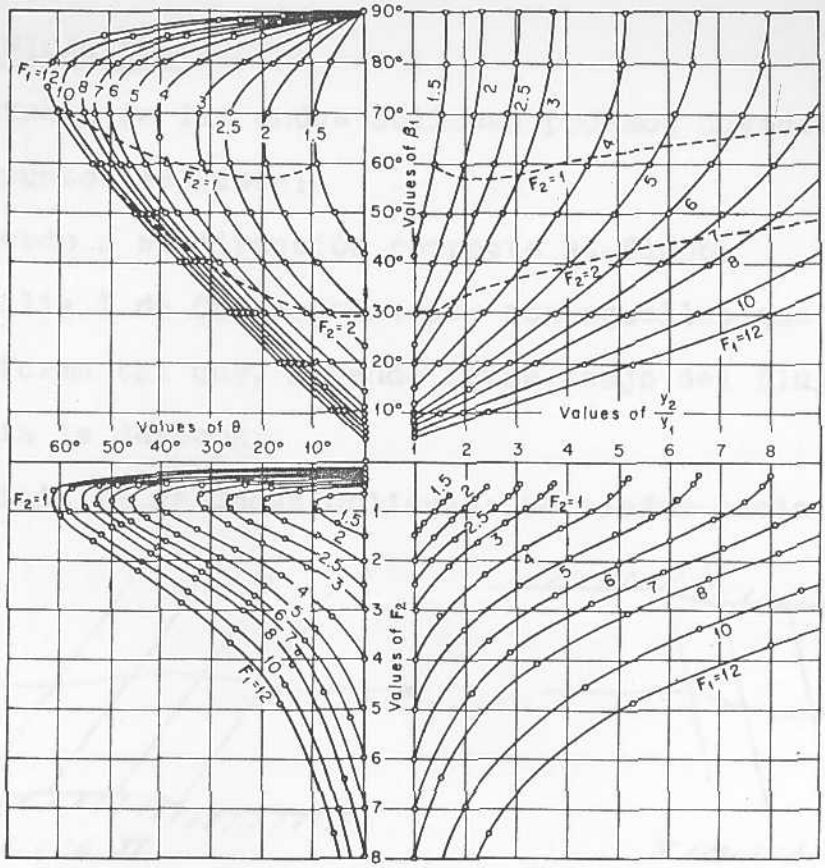
Las ecuaciones 7 (23), 22 y 24 se encuentran resueltas en el gráfico cuádruple de la página 14, y las ecuaciones 7 y 20, las hemos tabulado y el gráfico correspondiente se encuentra también en la página 14 .

VALORES DE F_1, y_2/y_1, β Y θ OBTENIDOS DE LAS ECUACIONES N° 7 Y 20

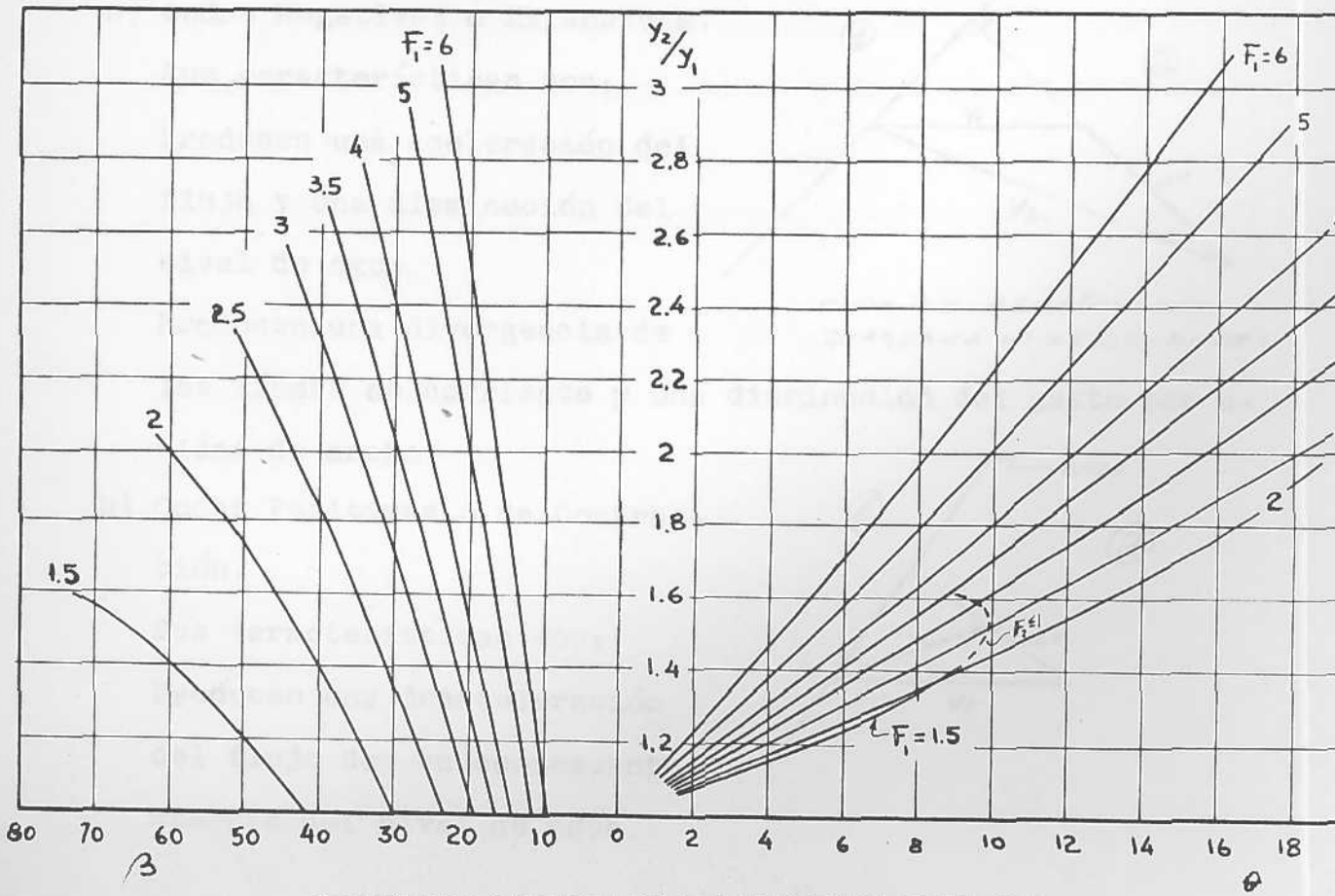
F_1	y_2/y_1	β	θ	F_1	y_2/y_1	β	θ
1.5	1.0	41.8	0	2	1.0	30.0	0
	1.1	45.8	2.73		1.1	32.6	2.43
	1.2	50.0	5.22		1.2	35.0	4.75
	1.3	54.6	7.33		1.3	37.7	6.95
	1.4	60.0	8.95		1.4	40.4	9.10
	1.5	65.0	9.85		1.5	43.2	11.20
	1.6	74.0	8.68		1.6	46.1	13.05
	1.67	90.0			1.7	49.3	14.90
					1.8	52.5	16.5
					1.9	56.1	18.0
					2.0	60.0	19.0
2.5	1.0	23.58	0	3	1.0	19.50	0
	1.1	25.27	2.04		1.1	21.00	1.76
	1.2	27.33	4.03		1.2	22.45	3.44
	1.3	29.30	5.95		1.3	24.05	5.10
	1.4	31.27	7.82		1.4	25.3	6,64
	1.5	33.25	9.65		1.5	27.2	8.30
	1.6	35.2	11.39		1.6	28.7	9.82
	1.7	37.3	12.23		1.7	30.0	11.26

F_1	y_2/y_1	β	θ
2.5	1.8	39.4	14.90
	1.9	41.7	16.54
	2.0	43.8	18.1
	2.2	48.7	21.3
3.5	1.0	16.62	0
	1.1	17.72	1.52
	1.2	19.15	3.01
	1.3	20.45	4.45
	1.4	21.70	5.85
	1.5	23.00	7.22
	1.6	24.50	8.61
	1.7	25.12	9.72
	1.8	26.95	11.12
	1.9	28.35	12.58
	2.0	29.7	13.76
	2.2	32.4	26.30
	2.4	35.2	18.8
	2.6	38.2	22.7
5	1.0	11.54	0
	1.1	12.41	1.10
	1.2	13.30	2.16
	1.3	14.18	3.18
	1.4	15.00	4.17
	1.5	15.90	5.17
	1.6	16.77	6.12
	1.7	17.65	7.06
	1.8	18.52	7.98
	1.9	19.40	8.90
	2.0	20.30	9.80
	2.2	22.00	11.60
	2.4	23.85	13.40
	2.6	25.6	15.15
	2.8	26.8	16.05

F_1	y_2/y_1	β	θ
3	1.8	31.8	12.80
	1.9	33.6	14.30
	2.0	35.1	15.73
	2.2	38.6	18.64
	2.4	42.3	20.05
	2.6	46.0	24.4
4	1.0	14.45	0
	1.1	15.56	1.35
	1.2	16.70	2.66
	1.3	17.80	3.84
	1.4	18.90	5.16
	1.5	20.00	6.33
	1.6	21.10	7.55
	1.7	22.25	8.70
	1.8	23.30	9.83
	1.9	24.55	10.60
	2.0	25.04	11.90
	2.2	27.90	14.37
	2.4	30.02	16.50
	2.6	32.7	18.8
6	1.0	9.60	0
	1.1	10.30	0.92
	1.2	11.00	1.80
	1.3	11.78	2.62
	1.4	12.48	3.51
	1.5	13.19	4.31
	1.6	13.88	5.10
	1.7	14.60	5.90
	1.8	15.36	6.67
	1.9	16.08	7.70
	2.0	16.80	8.20
	2.2	18.20	9.67
	2.4	19.68	11.19
	2.6	21.12	12.65
	2.8	22.6	14.17
	3.0	24.1	16.15



SOLUCION GRAFICA DE LAS ECUACIONES 7, 22 y 24.
Tomado del Open-Channel Hydraulics (Ven Te Chow)



SOLUCION GRAFICA DE LAS ECUACIONES 7 Y 20.

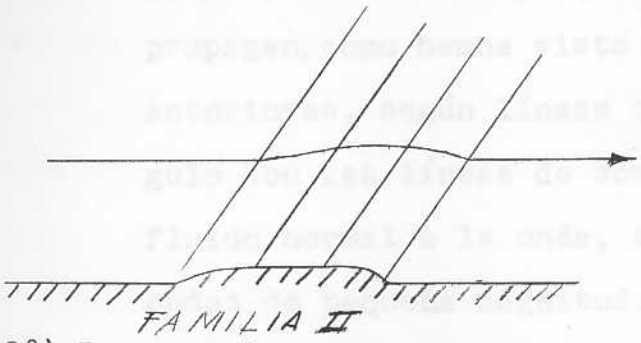
D) CLASIFICACION.

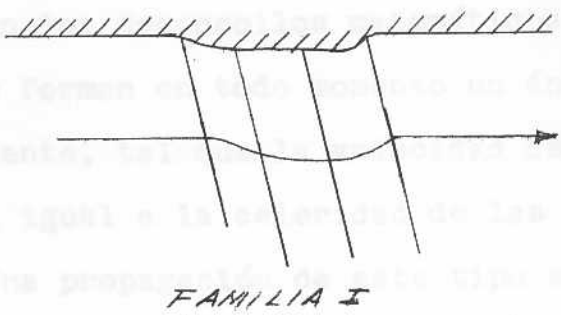
Para el estudio de las ondas oblicuas podemos dividirlas de acuerdo a tres puntos de vista:

1°) De acuerdo a su dirección respecto al flujo.

a) Familia I de Ondas Oblicuas: son aquellas que se trasmiten de forma tal que, mirando aguas abajo del flujo, se alejan hacia la derecha.

b) Familia II de Ondas Oblicuas: se alejan hacia la izquierda.





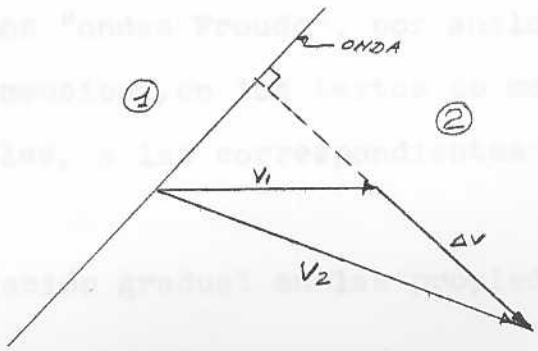
2°) De acuerdo a que produzcan una aceleración o desaceleración del flujo.

a) Ondas Negativas o Expansivas.

Sus características son:

Producen una aceleración del flujo y una disminución del nivel de agua.

Producen una divergencia de las líneas de corriente y una disminución del gasto por unidad de ancho.

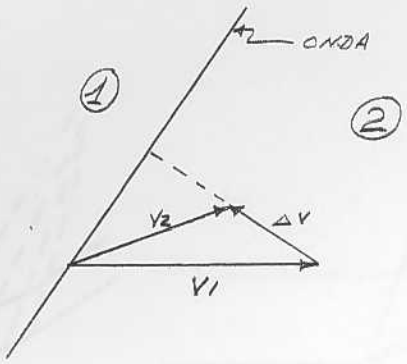


ONDA DE ACCELERACION
DIAGRAMA DE VELOCIDADES

b) Ondas Positivas o de Contracción.

Sus características son:

Producen una desaceleración del flujo con un consecuente aumento del nivel de agua.



Producen una convergencia de las líneas de flujo con un aumento del gasto por unidad de ancho.

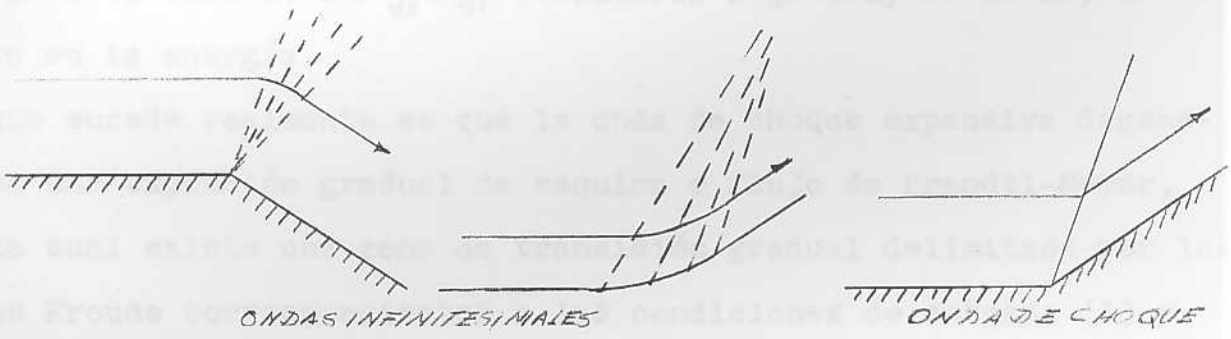
En ambos casos el cambio vectorial de la velocidad debe ser normal a la onda; permaneciendo constante la componente tangencial de la velocidad antes y después de la onda.

3°) De acuerdo a su magnitud.

a) Ondas de magnitud infinitesimal: los pequeños cambios en las propiedades del flujo (velocidad, altura de agua, etc.) se propagan, como hemos visto en los desarrollos matemáticos anteriores, según líneas que forman en todo momento un ángulo con las líneas de corriente, tal que la velocidad del fluido normal a la onda, sea igual a la celeridad de las ondas de pequeña magnitud. Una propagación de este tipo es lo que se entiende por "onda oblicua infinitesimal", que de ahora en adelante denominaremos "ondas Froude", por analogía con las ondas Mach, según se menciona, en los textos de mecánica de los fluidos compresibles, a las correspondientes ondas en flujo supersónico.

Estas ondas producen una variación gradual en las propiedades del flujo.

b) Ondas de magnitud finita u ondas de choque: las cuales originan un cambio brusco en las propiedades del flujo (altura de agua y velocidad).



NOTA: En todo momento se ha empleado el término "la onda produce..." el cual quizás no sea del todo correcto dado que la onda es una idealización del fenómeno y no el fenómeno mismo. Sin embargo, se ha empleado el término anterior por comodidad de expresión y por considerarlo más explicativo.

Ondas infinitesimales y ondas de choque.

La diferencia entre ondas de choque y ondas Froude es que las primeras suponen una discontinuidad de las propiedades del fluido a través del frente de onda; mientras que las segundas suponen una variación gradual o continua de las mismas propiedades a medida que el fluido atraviesa las ondas infinitesimales. Es de hacer notar que, por su mismo carácter de infinitesimales, se requiere un número infinito de ondas Froude para lograr un cambio finito en las condiciones del fluido.

Las fórmulas de la onda de choque oblicua previamente desarrolladas no distinguen entre una onda de choque positiva (discontinuidad de contracción) y una onda de choque negativa (discontinuidad de expansión). Sin embargo, la segunda es físicamente imposible ya que se requeriría un aumento en la energía específica para que dicha onda se produjese.

Efectivamente, la pérdida de energía en un resalto oblicuo viene dada por la siguiente expresión: $\frac{\Delta H}{y} = \frac{1}{4} \cdot \frac{(y_2/y_1 - 1)^3}{y_2/y_1}$

que para el caso de ser $y_2 > y_1$ resultaría negativa, es decir, un aumento en la energía.

Lo que sucede realmente es que la onda de choque expansiva degenera en una expansión gradual de esquina o flujo de Prandtl-Meyer, en la cual existe una zona de transición gradual delimitada por las ondas Froude correspondientes a las condiciones de entrada (1) y de salida (2), respectivamente.

A quedado entonces demostrada la imposibilidad de la onda de discontinuidad depresiva y la necesidad de la onda de choque positiva.

E) REFLEXION, CANCELACION E INTERSECCION DE ONDAS.-

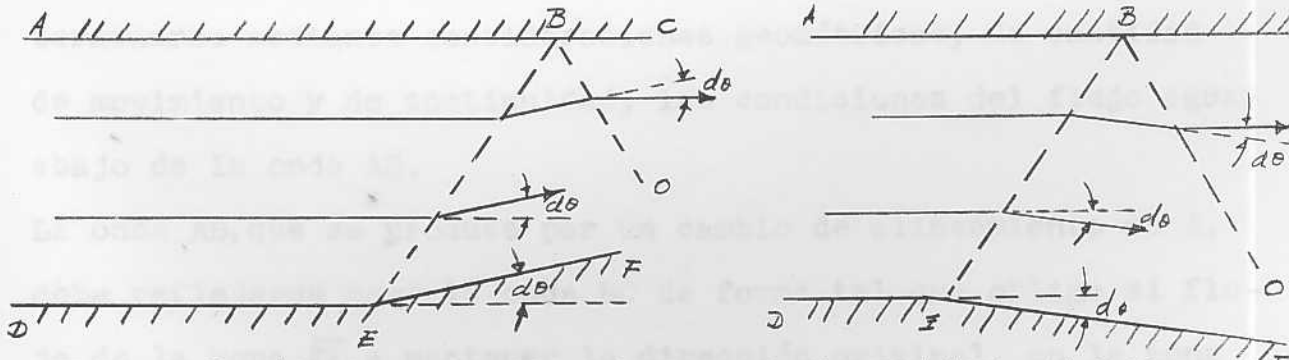
Caso I.- Ondas de Pequeña Magnitud.

a) Reflexión de una onda contra una pared.

Sea el caso de un flujo uniforme que sigue dos paredes rectas y paralelas. Si hubiese un cambio $d\theta$ en el alineamiento de una de las paredes, en este punto se generará entonces una onda de expansión o contracción (según que el cambio de alineamiento sea hacia afuera o hacia adentro del flujo) que, por decirlo así, obligará al fluido a cruzar.

Ahora bien, si consideramos una línea de corriente muy cercana a la otra pared observaremos que, como consecuencia de la onda, el fluido cruza; vemos entonces la necesidad de que la onda se refleje como otra onda BO del mismo signo para lograr la continuidad del flujo sobre la pared ABC.

Es de observar que a la onda reflejada BO le debe estar asociado el mismo cambio de dirección $d\theta$.



REFLEXION DE UNA ONDA INFINITESIMAL EN UNA CONTRACION Y UNA EXPANSION

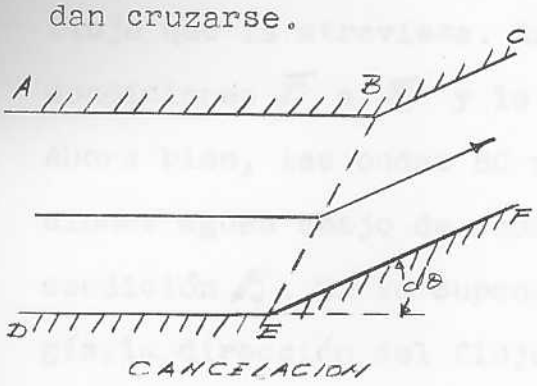
b) Cancelación.

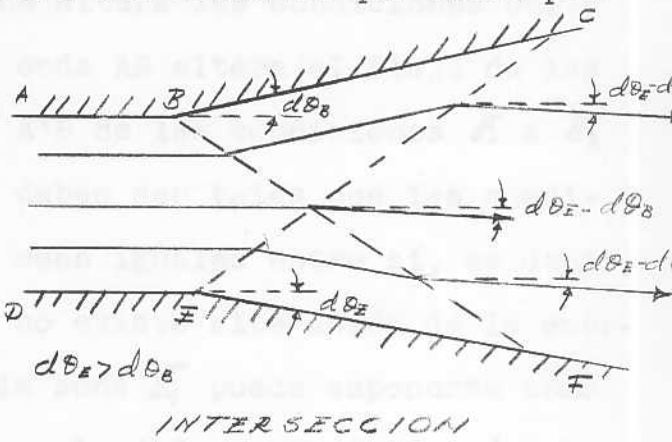
Refiriéndonos de nuevo al caso anterior vemos que si la pared superior ABC gira, en el punto de choque B de la onda, un ángulo igual al asociado con la onda no habrá necesidad física

de reflexión de la onda. Nos referimos entonces a la cancelación de una onda por adecuado giro de la pared.

c) Intersección de Onda.

En el caso de perturbaciones infinitesimales, debido a que el número de Froude antes y después de la onda es sensiblemente igual, las ondas al intersectarse no se interfieren. Por lo tanto, podemos ignorar el cruce de ondas y simplemente asumir que a cada onda le está asociado un ángulo de giro y cambio de altura de agua, independientemente del hecho de que éstas puedan cruzarse.





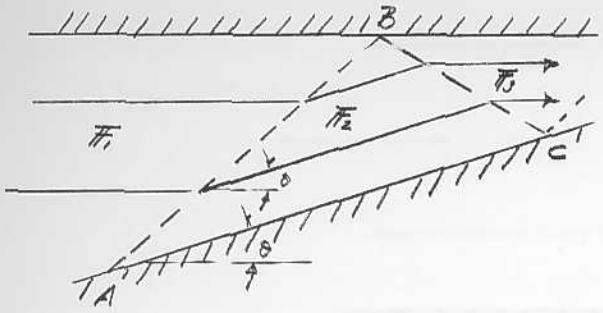
Caso II.- Ondas de choque.

a) Reflexión de una onda de choque en la pared opuesta.

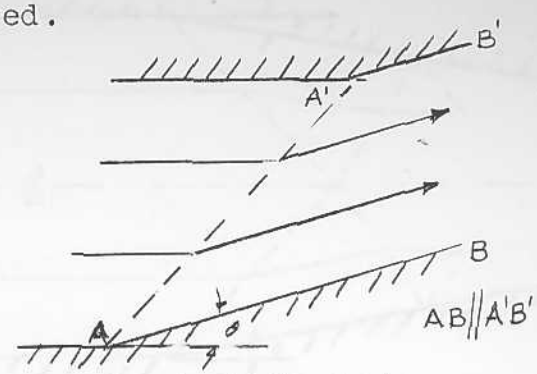
En este caso si se conoce el ángulo de deflexión θ pueden determinarse mediante consideraciones geométricas, de cantidad de movimiento y de continuidad, las condiciones del flujo aguas abajo de la onda AB.

La onda AB, que se produce por un cambio de alineamiento en A, debe reflejarse como la onda BC de forma tal que oblige al flujo de la zona $\mathcal{F}_2$ a mantener la dirección original, en la zona $\mathcal{F}_2$, de modo de mantener la continuidad. Puede ocurrir sin embargo que esta onda se anule si la pared en el punto B tuviera una deflexión igual a θ dado que no hay necesidad física de que la onda se refleje; se habla entonces de una cancelación

de onda por deflexión de la pared.

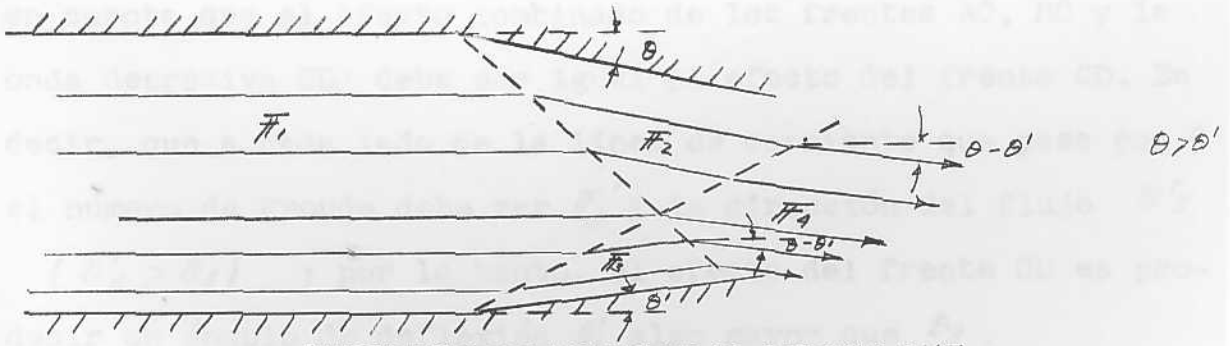


REFLEXION



CANCELACION.

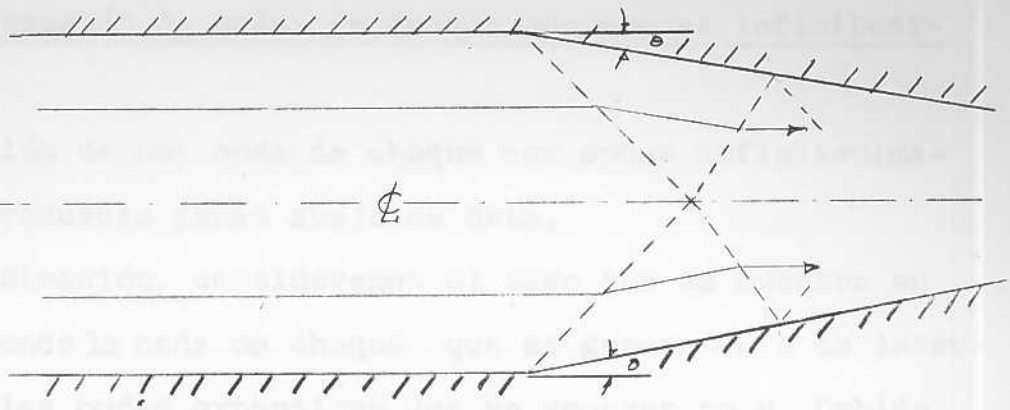
b) Intersección de ondas de choque de intensidad diferente. Como se sabe, una onda de choque altera las condiciones del flujo que la atraviesa. Así la onda AB altera el flujo de las condiciones F_1 a F_3 y la onda A'B de las condiciones F_1 a F_2. Ahora bien, las ondas BC y BC' deben ser tales que las condiciones aguas abajo de cada una sean iguales entre sí, es decir, condición F_4. Si se supone que no existe alteración de la energía, la dirección del flujo en la zona F_4 puede suponerse como una primera aproximación dada por la diferencia de los ángulos $\theta - \theta'$; esta suposición será tanto verdad cuanto más semejantes sean las intensidades de las ondas de choque que se intersecten.



INTERSECCION DE ONDAS DE CHOQUE

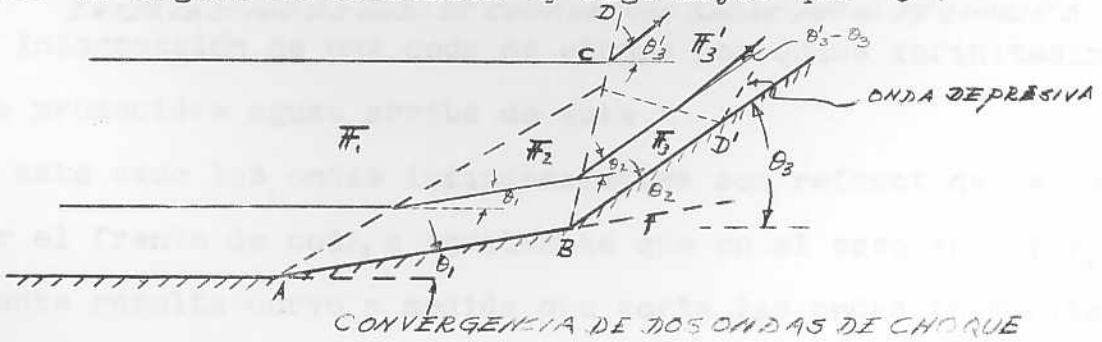
c) Intersección de dos ondas de choque de igual intensidad. Este caso es un caso particular del anterior, en donde $\theta = \theta'$, siendo un fenómeno exactamente igual al que produciría una pared que se situara a lo largo de la línea central, como es el descrito en el caso a), es decir, el fenómeno es totalmente si-

métrico.



d) Convergencia de dos ondas de choque.

En este caso las ondas de choque causadas por las deflexiones θ_1 y θ_2 se intersectan en el punto C, dando origen al frente CD, el cual produce una pérdida de carga algo mayor que la suma de las pérdidas en los frentes AC y BC. Si no se considera esta pequeña diferencia, entonces el flujo aguas abajo de BC y de CD tendrá el mismo número de Froude y una dirección igual a la suma de $\theta_1 + \theta_2 = \theta_3$. Para mayor precisión debe considerarse que la carga aguas abajo de CD es menor que aguas abajo de BC y que por lo tanto es necesaria la presencia de una onda depresiva CD', la cual separa las zonas F_3 y F_3' $(F_3' > F_3)$ teniéndose en cuenta que el efecto combinado de los frentes AC, BC y la onda depresiva CD' debe ser igual al efecto del frente CD. Es decir, que a cada lado de la línea de corriente que pasa por C el número de Froude debe ser F_3' y la dirección del flujo θ_3' $(\theta_3' > \theta_3)$; por lo tanto, el efecto del frente CD es producir un ángulo de deflexión θ_3' algo mayor que θ_3 .



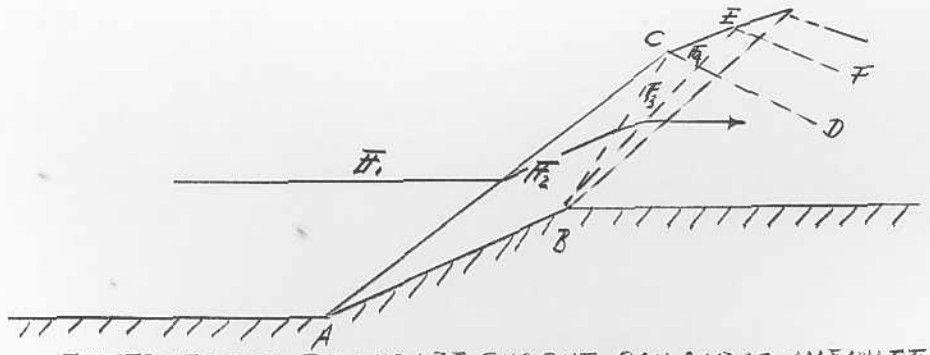
Caso III.- Intersección de ondas de choque con condas infinitesimales.

a) Intersección de una onda de choque con ondas infinitesimales que se produzcan aguas abajo de ésta.

Como una ilustración, consideremos el caso que se muestra en la figura, donde la onda de choque que se genera en A es intersectada por las ondas expansivas que se generan en B. Debido a la caída del nivel de agua como consecuencia de las ondas expansivas CB, el frente CE no tendrá la misma intensidad que el frente AB. Es entonces necesaria la reflexión de la onda BC como la onda CD, de forma que exista la misma altura de agua y dirección de la velocidad para líneas de corriente inmediatamente por encima y por debajo del punto C.

La intensidad y dirección del frente CE y de la onda reflejada CD se determinan por las condiciones simultáneas de que la altura de agua y dirección del flujo, por encima y por debajo del punto C, sean iguales.

El frente, a partir del punto C, dejará de ser recto.



INTERSECCION DE ONDA DE CHOQUE CON ONDAS INFINITESIMALES

b) Intersección de una onda de choque por ondas infinitesimales producidas aguas arriba de ésta.

En este caso las ondas infinitesimales son refractadas al cortar el frente de onda, e igualmente que en el caso anterior, el frente resulta curvo a medida que corta las ondas inifinitesi-

males.

En general, podemos decir que este tipo de intersección altera notablemente la superficie del fluido, a menos que la onda de choque se refleje primero en la pared opuesta y alcance el punto B origen de las perturbaciones infinitesimales.

Para que esto último suceda, es además necesario que la onda de choque tenga un poder de deflexión igual al de las perturbaciones originadas en B.

F) METODO DE LAS CARACTERISTICAS.

Dada la gran analogía existente entre el flujo supersónico, en fluídos compresibles, y el flujo supercrítico, en no compresibles, es posible utilizar éxitosamente, para el análisis de un sistema de ondas en canales con flujo supercrítico un método ideado por A. Buseman, para el mismo fenómeno, en flujo supersónico. La idea original de la aplicación del método en fluídos no compresibles fué de Von Kármán, en 1935, para el análisis de datos experimentales.

El método a desarrollar es completamente gráfico y se basa en ciertas modificaciones de la ecuación ya conocida:

$$\frac{dy}{d\theta} = \frac{2(H-y)\sqrt{y}}{\sqrt{2H-3y}} = \frac{\sqrt{2\frac{y}{H}}\left(1-\frac{y}{H}\right)H}{\sqrt{1-\frac{3y}{2H}}}$$

Si consideramos ahora la ecuación de la energía específica y la suponemos constante: *

$$H = y + \frac{V^2}{2g} = cte.$$

la cual puesta en forma más conveniente:

$$1 = \frac{y}{H} + \frac{V^2}{2gH}$$

Si definimos como velocidad reducida $\bar{V}$ a la expresión:

$$\bar{V} = \frac{V}{\sqrt{2gH}}$$

la ecuación de la energía se transforma en:

$$\frac{y}{H} = 1 - \bar{V}^2$$

Por lo tanto;

$$\frac{d\left(\frac{y}{H}\right)}{d\bar{V}} = -2\bar{V}$$

y sustituyendo en la ecuación:

$$\frac{dy}{d\theta} = \frac{dy}{d\left(\frac{y}{H}\right)} \cdot \frac{d\left(\frac{y}{H}\right)}{d\bar{V}} \cdot \frac{d\bar{V}}{d\theta} = \frac{2(1-\bar{V}^2)\,V^2 H}{\sqrt{1-\frac{3}{2}(1-V^2)}}$$

$$H(-2\bar{V})\frac{d\bar{V}}{d\theta} = \frac{\sqrt{2}\,\sqrt{1-\bar{V}^2}\,\bar{V}^2 H}{\sqrt{2-3(1-\bar{V}^2)}}$$

---

*) Lo cual no es del todo cierto para ondas de choque, por lo que más adelante se indicarán algunas modificaciones del método de las características, a fin de considerar la pérdida de energía en el caso de ondas de choque.

$$-2\bar{V}\frac{d\bar{V}}{d\theta} = \frac{2\sqrt{1-\bar{V}^2}\,\bar{V}^2}{\sqrt{3\bar{V}^2-1}}$$

Por último:

$$\frac{1}{\bar{V}}\cdot\frac{d\bar{V}}{d\theta} = \frac{\sqrt{1-\bar{V}^2}}{\sqrt{3\bar{V}^2-1}} \qquad \ldots.(25)$$

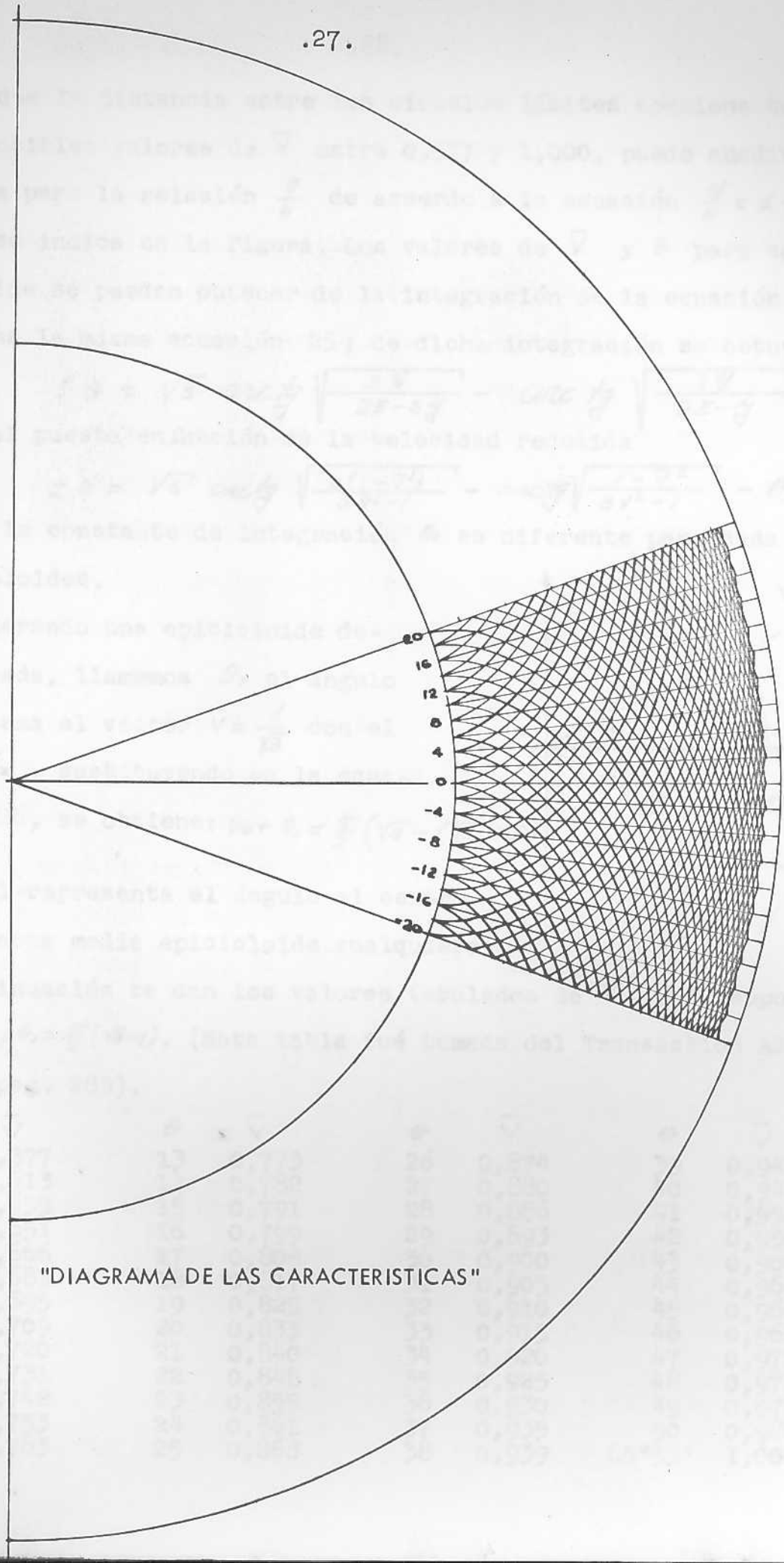
la cual es la ecuación diferencial de dos familias de epicicloides (familia I y familia II, figura) cuyas características analizaremos a continuación.

a) En coordenadas polares $(\bar{V},\theta)$ la expresión $\frac{1}{\bar{V}}\cdot\frac{d\bar{V}}{d\theta}$ es la tangente trigonométrica del ángulo entre la tangente geométrica y el radio vector en un punto.

b) La ecuación 25 tiene significado solamente para régimen supercrítico, ya que su denominador es cero si $\bar{V}^2 = \frac{V^2}{2gH} = \frac{1}{3}$ valor correspondiente al flujo crítico, mientras el numerador es cero para el caso de profundidad cero. $\frac{V^2}{2g} = H$

c) Las curvas representadas por la ecuación 25 puede plotearse entre dichos límites notándose que la expresión $\frac{1}{\bar{V}}\cdot\frac{d\bar{V}}{d\theta} = \infty$ si $\bar{V} = \frac{1}{\sqrt{3}}$ y $\frac{1}{\bar{V}}\cdot\frac{d\bar{V}}{d\theta} = 0$ si $\bar{V} = 1$, lo cual implica que las epicicloides son normales al círculo de radio $\frac{1}{\sqrt{3}}$ y tangentes al círculo de radio 1 . Los valores correspondientes a estos círculos de la relación $\frac{\delta}{H}$ son 2/3 y cero.

El dibujo del llamado "Diagrama de las Características" es una combinación de un sistema cartesiano $(\bar{V}_x, \bar{V}_y)$ y un sistema polar $(\bar{V}, \theta)$ de forma que la familia de epicicloides se dibuja en el sector comprendido entre las dos circunferencias ya citadas $\bar{V} = \frac{1}{\sqrt{3}}$ y $\bar{V} = 1$ Las circunferencias se dividen en sectores de 2° ó 4° comenzando en cero en el eje V_x . De cada punto del círculo interno parten dos epicicloides en sentidos diferentes hacia el círculo externo. De esta forma, como indica la figura, se obtiene un denso retículo de epicicloides que se intersectan.



"DIAGRAMA DE LAS CARACTERISTICAS"

Dado que la distancia entre los círculos límites contiene todos los posibles valores de $\bar{V}$ entre 0,577 y 1,000, puede añadirse una escala para la relación $\frac{y}{H}$ de acuerdo a la ecuación $\frac{y}{H} = 1 - \bar{V}^2$ como se indica en la figura. Los valores de $\bar{V}$ y θ para cada epicicloide se pueden obtener de la integración de la ecuación 15, la cual es la misma ecuación 25; de dicha integración se obtuvo:

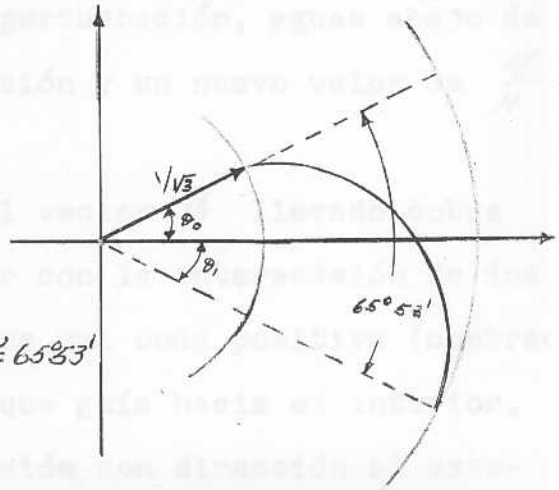
$$\pm\theta = \sqrt{3}\ arc\,tg\sqrt{\frac{3y}{2E-3y}} - arc\,tg\sqrt{\frac{3y}{2E-y}} - \theta_1$$

la cual puesta en función de la velocidad reducida

$$\pm\theta = \sqrt{3}\ arc\,tg\sqrt{\frac{3(1-\bar{V}^2)}{3\bar{V}^2-1}} - arc\,tg\sqrt{\frac{1-\bar{V}^2}{3\bar{V}^2-1}} - \theta_1 \quad ..(26)$$

donde la constante de integración θ_1 es diferente para cada par de epicicloides.

Considerando una epicicloide determinada, llamemos θ_0 el ángulo que forma el vector $\bar{V} = \frac{1}{\sqrt{3}}$ con el eje $\bar{V}x$, sustituyendo en la ecuación 26, se obtiene: $\theta_0 + \theta_1 = \frac{\pi}{2}(\sqrt{3}-1) \cong 65°33'$



el cual representa el ángulo al centro que abarca media epicicloide cualquiera.

A continuación se dan los valores tabulados de $\bar{V}$ y θ suponiendo $\theta_0 = 0$ y $\theta_1 = \frac{\pi}{2}(\sqrt{3}-1)$. (Esta tabla fué tomada del Transaction ASCE de 1951, pag. 283).

θ	$\bar{V}$	θ	$\bar{V}$	θ	$\bar{V}$	θ	$\bar{V}$
0	0,577	13	0,773	26	0,874	39	0,943
1	0,613	14	0,782	27	0,880	40	0,948
2	0,635	15	0,791	28	0,886	41	0,952
3	0,651	16	0,799	29	0,893	42	0,956
4	0,666	17	0,808	30	0,900	43	0,960
5	0,683	18	0,817	31	0,905	44	0,963
6	0,695	19	0,825	32	0,910	45	0,966
7	0,709	20	0,833	33	0,915	46	0,969
8	0,720	21	0,840	34	0,920	47	0,972
9	0,731	22	0,848	35	0,925	48	0,975
10	0,742	23	0,855	36	0,930	49	0,978
11	0,753	24	0,861	37	0,935	50	0,980
12	0,763	25	0,868	38	0,939	65°53'	1,000

Esta tabla, a pesar de haber sido obtenida para $\theta_0 = 0$, puede servir para cualquier epicicloide de acuerdo a los razonamientos anteriores.

Por último, quedaría por analizar como se procede con el diagrama una vez construído; para ello supongamos un canal en donde el alineamiento de las paredes cambia y las condiciones iniciales V_1 , y_1 , o F_1 con los cuales puede calcularse $\bar{V}_1$ el cual se supone paralelo, es decir, se alinea con el eje $\bar{V}_x$. Si una de las paredes gira un ángulo $\Delta\theta$, las líneas de corriente adyacentes a la pared girarán el mismo ángulo y se originará, en ese punto del plano del flujo, un frente de onda o línea de perturbación, aguas abajo de la cual el flujo tendrá una nueva dirección y un nuevo valor de $\frac{y}{H}$ o $\bar{V}_2$.

En el diagrama de las características el vector $\bar{V}_1$ llevado sobre el eje $\bar{V}_x$ debe quedar cerca o coincidir con la intersección de dos epicicloides. Si el plano de flujo indica una onda positiva (contracciones), se debe seguir la epicicloide que guía hacia el interior, en caso contrario se seguirá la epicicloide con dirección al exterior, hasta intersectar la recta radial correspondiente a la deflexión $\Delta\theta$. El radiovector en ese punto indica el nuevo valor de $\bar{V}$ y su dirección es a su vez la dirección de las líneas de flujo aguas abajo del frente de onda. De esta forma pueden deducirse las condiciones hidráulicas resultantes (y_2 , V_2 , F_2). Por lo tanto, podemos decir que cada punto del diagrama de las características determina las condiciones hidráulicas de una zona del plano de flujo limitada por paredes y líneas de perturbación, o por líneas de perturbación.

Para proceder a dibujar las líneas de flujo es necesario conocer la dirección de la perturbación, para lo cual es muy conveniente emplear

un gráfico auxiliar cuyos principios básicos se exponen a continuación.

Por lo dicho al analizar matemáticamente la onda, se sabe que la componente de la velocidad normal a la onda es igual a la celeridad de la misma.

$$V_N = \sqrt{gy}$$

De donde

$$V_N^2 = gy$$

De la ecuación de la energía:

$$V_N^2 = gH - \frac{V^2}{2} \qquad \ldots.(27)$$

Sabiendo además que la magnitud de la velocidad es:

$$V = \sqrt{V_N^2 + V_T^2} \Rightarrow V^2 = V_N^2 + V_T^2$$

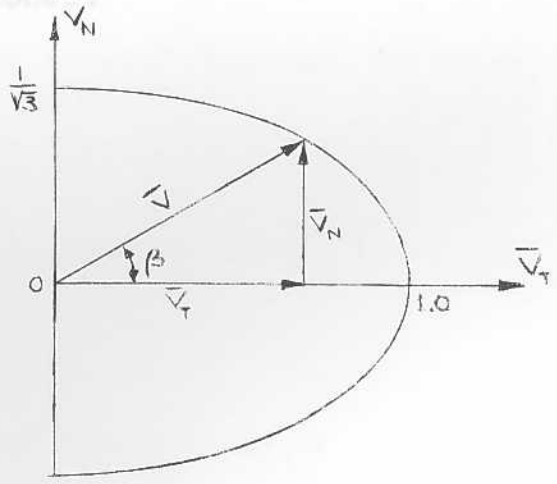
la cual introducida en la ecuación

$$2gH = 3V_N^2 + V_T^2$$

dividiendo ambos miembros entre $2gH$, quedará:

$$\frac{\bar{V}_N^2}{\frac{1}{3}} + \frac{\bar{V}_T^2}{1} = 1 \qquad \ldots.(28)$$

ecuación que representa una elipse de semiejes $\frac{1}{\sqrt{3}}$, 1 y cualquier radiovector del centro de la elipse a un punto de ella, tiene por magnitud $\bar{V}$.



La utilización de la elipse es como sigue: la elipse dibuja en papel transparente y en la misma escala del diagrama de las características. El centro de la elipse se hace coincidir con el origen de coordenadas del diagrama de las características y se rota alrededor de su centro hasta que un punto de ella coincide con el punto que define el nuevo valor de $\bar{V}$, en el plano de las velocidades reducidas. Una recta paralela al eje mayor de la elipse da la dirección de la velocidad tangencial reducida, la cual, como se

sabe, es la misma dirección de la perturbación o frente de onda en el plano del flujo.

Fred W. Blaisdell dedujo la relación existente entre la velocidad reducida y el número de Froude, en cualquier punto del flujo, de la forma siguiente.

$$\bar{V} = \frac{V}{\sqrt{2gH'}} \; ; \; F = \frac{V}{\sqrt{gy}}$$

Y considerando la relación

$$\frac{y}{H} = 1 - V^2$$

se llega finalmente a la expresión en cuestión

$$\bar{V} = \sqrt{\frac{F^2}{2+F^2}} \qquad \ldots\ldots(29)$$

Por último, es conveniente notar que el método de las características, a pesar de ser exacto en cuanto a su teoría y para ondas infinitesimales, puede conducir a ciertas impresiciones de dibujo en transiciones de longitud grande y en este caso es conveniente aplicar un método analítico-gráfico.

La utilización del método se verá más adelante, en forma bastante amplia, al tratar del diseño de expansiones.

G) DIAGRAMA POLAR PARA ONDAS DE CHOQUE.

Como un complemento al método de las características anteriormente estudiado, y con el objeto de una mayor precisión en la construcción de las líneas de flujo, es conveniente analizar un método desarrollado específicamente para ondas finitas, el cual se conoce como "Diagrama Polar para Ondas de Choque" (Shock Polar Diagram). La necesidad de este diagrama se basa en que el método de las características no es exacto para ondas de choque por las dos causas principales siguientes:

a) La celeridad de la onda no puede ser considerada como:

$$C = \sqrt{gy}$$

debiendo emplearse la fórmula para ondas finitas

$$C = \sqrt{gy}\ \sqrt{\frac{y_2}{y_1}\,\frac{1}{2}\left(1+\frac{y_2}{y_1}\right)}$$

lo cual modifica el ángulo del frente de onda, como ya se estudió anteriormente:

$$\operatorname{sen}\beta = \frac{\sqrt{gy_1}}{V_1}\ \sqrt{\frac{y_2}{y_1}\cdot\frac{1}{2}\cdot\left(1+\frac{y_2}{y_1}\right)}$$

b) La consideración de energía constante empleada en el desarrollo del método de las características no es cierta en este caso; en toda onda de choque existe una pérdida de energía dada por la ecuación:

$$\frac{\Delta H}{y_1} = \frac{1}{4}\ \frac{\left(\frac{y_2}{y_1}-1\right)^3}{\frac{y_2}{y_1}}$$

Debido a esta pérdida de energía en cada onda de choque la velocidad reducida

$$\bar{V}_2 = \frac{V_2}{\sqrt{gH_1}}$$

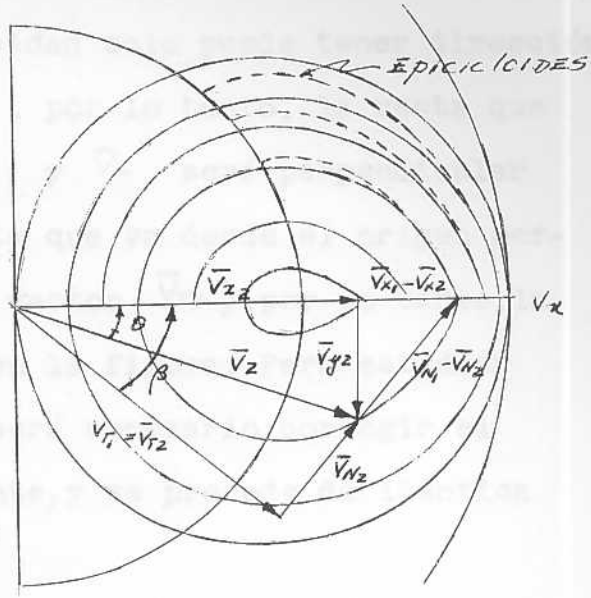
obtenida de la primera onda no puede ser empleada en la siguiente, a menos que se corrija mediante la relación $\sqrt{\frac{H_1}{H_2}}$ la cual es siempre mayor que la unidad, es decir, el valor

$$(\bar{V}_2)' = \bar{V}_2\sqrt{\frac{H_1}{H_2}}$$

es el que debe emplearse para hallar $\bar{V}_3$.

Para la construcción del diagrama polar para ondas de choque, es

conveniente considerar las componentes $\bar{V}_x$ y $\bar{V}_y$ de la velocidad reducida.



De la geometría de la figura vemos que:

$$V_{N1}\left(\bar{V}_{N1}-\bar{V}_{N2}\right)=\bar{V}_{x1}\left(\bar{V}_{x1}-\bar{V}_{x2}\right)$$

$$\left(\bar{V}_{N1}-\bar{V}_{N2}\right)^2=\left(\bar{V}_{y1}\right)^2+\left(V_{x1}-V_{x2}\right)^2$$

de la ecuación de cantidad de movimiento

$$\frac{\delta(y_1)^2}{2}+\frac{\gamma}{g}y_1(V_{N1})^2 \qquad \frac{\delta(y_2)^2}{2}+\frac{\gamma}{g}y_2(V_N)^2$$

por continuidad: $y_1 V_{N1}=y_2 V_{N2}$

por último, la ecuación de la energía sirve para definir la energía inicial, como sigue:

$$H_1=y_1+\frac{V_1^2}{2g}$$

$$1=\frac{y_1}{H_1}+V_{x1}^2$$

De estas ecuaciones, podemos eliminar las variables y_1 , y_2 , $\bar{V}_{N1}$, $\bar{V}_{N2}$ y obtener por último el valor $\bar{V}_{y2}$:

$$\left(V_{y2}\right)^2=\left(V_{x1}\right)^2\left(1-\frac{\bar{V}_{x2}}{V_{x1}}\right)\left[\frac{\bar{V}_{x2}}{\bar{V}_{x1}}-\frac{\sqrt{1-(\bar{V}_{x1})^2}}{\sqrt{1-(\bar{V}_{x1})^2+4(V_{x1})^2\left(1-\frac{\bar{V}_{x2}}{\bar{V}_{x1}}\right)}}\right]$$

Las curvas de la figura indican todos los valores posibles de V_{x2} y $\bar{V}_{x1}$ para una serie sistemática de valores de $\bar{V}_{x1}$ y la forma de operar con ellas es la siguiente: Supuestas conocidas las condiciones iniciales que nos permiten calcular

$$\bar{V}_1=\frac{V_1}{\sqrt{g H_1}}$$

se lleva este vector sobre el eje $\bar{V}_x$, su origen se hace coincidir con el origen de coordenadas y su extremo coincidirá con una curva polar cualquiera. Ahora bien, si trazamos una recta radial que forme con el eje $\bar{V}_x$ un ángulo θ igual al de la deflexión de la pared, el origen de coordenadas y el punto donde esta recta corte a la curva antes dicha definirán el segmento de magnitud $\bar{V}_2$. La

dirección de la onda de choque puede determinarse fácilmente sabiendo que el cambio vectorial de la velocidad solo puede tener dirección normal a la onda, es decir, $\bar{V}_{T1} = \bar{V}_{T2}$, por lo tanto, la recta que une a los extremos de los vectores $\bar{V}_1$ y $\bar{V}_2$ será perpendicular a la dirección de la onda. El segmento que va desde el origen perpendicularmente a dicha recta será el vector $\bar{V}_{T2}$ y, por lo tanto, la dirección de la onda, como se indica en la figura. Para estudiar cualquier otra deflexión aguas abajo, será necesario corregir el valor de $\bar{V}_2$ como se indicó anteriormente, y se procede de idéntica manera para encontrar $\bar{V}_3$.

En la figura se observa que existe un valor límite del ángulo de deflexión, valor que se observa también en la página 14, para el cual el régimen, aguas abajo de la onda, es subcrítico. Es por ésto que las curvas de la página 33, existen en el rango subcrítico, es decir, dentro del círculo de radio $\frac{1}{\sqrt{3}}$.

Debe notarse, por último, que las curvas del diagrama de características coincide bastante bien con el diagrama polar para deflexiones pequeñas y número de Froude bajos.

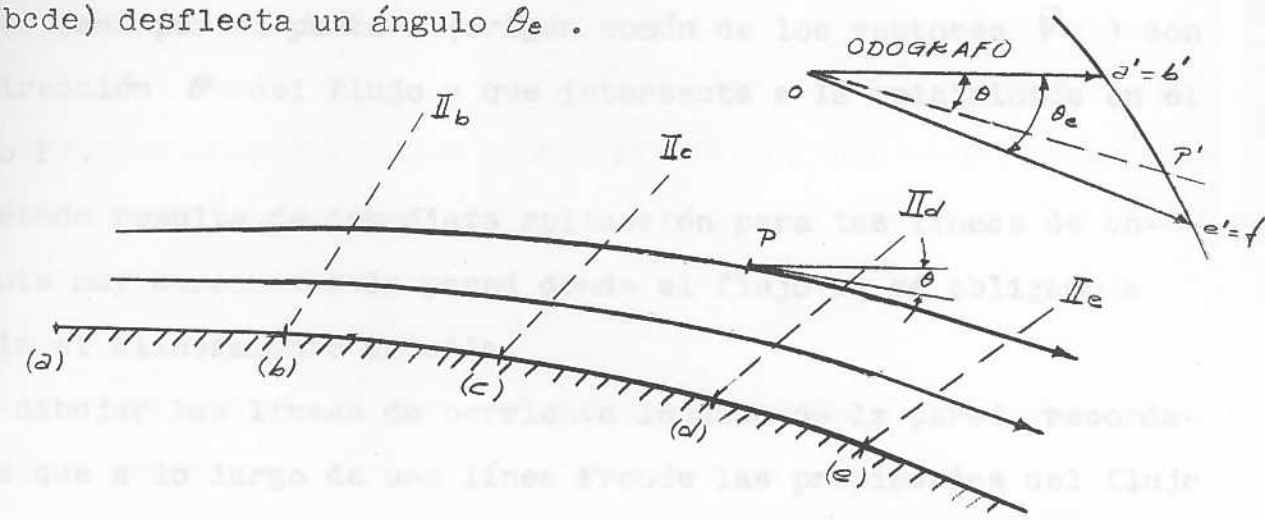
D I S E Ñ O D E E X P A N S I O N E S

A) USO DEL DIAGRAMA DE LAS CARACTERISTICAS.

Para aclarar el uso del diagrama, explicaremos primero un ejemplo sencillo en que estén presentes ondas Froude de una sola familia, y luego, otro en el que aparezcan ondas de ambas familias (I y II).

1) Flujo con ondas de una sola familia.-

Sea, por ejemplo, la expansión gradual (abcdef) cuyo tramo curvo (bcde) desflecta un ángulo θ_e .



Se supone el flujo de entrada uniforme paralelo a la pared recta ab. Debido a los cambios de alineamiento que se producen en la pared curva bcde, de cada punto de ella parten ondas Froude que trasmiten el efecto de giro de la pared a todas las líneas de corriente. Para estudiar el problema con la ayuda del diagrama de las características, debemos localizar en el plano hodográfico el punto imagen a' correspondiente a las condiciones del flujo en la entrada; lo cual resulta sencillo si se conocen éstas. El valor θ_a se fija arbitrariamente (por ejemplo, $\theta_a = 0$), mientras que $\overline{V}_a$ es fácilmente calculable mediante las fórmulas

$$\bar{V}_a = \frac{V_a}{\sqrt{2g\,H_a}} = \sqrt{\frac{F_a^2}{F_a^2+2}} = \sqrt{1-\frac{h_a}{H_a}}$$

Una vez localizado el punto imagen a' la epicicloide de la familia I (en este caso) que pasa por dicho punto nos define todas las condiciones del flujo para cualquier línea de corriente ya que éstas, teóricamente, no dependen sino del ángulo de deflexión.

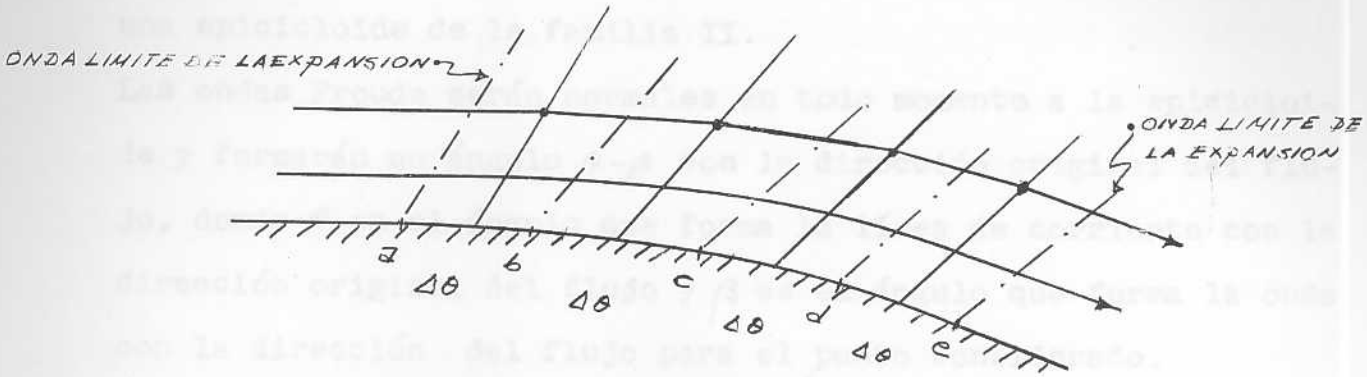
Conocida la dirección del flujo en un punto P, las otras condiciones (velocidad y altura del agua) quedan definidas, ya que la magnitud de $\bar{V}$ correspondiente es igual a la magnitud OP' del segmento que pasa por el punto O (origen común de los vectores $\bar{V}$) con la dirección θ del flujo y que intersecta a la epicicloide en el punto P'.

El método resulta de inmediata aplicación para las líneas de corriente muy cercanas a la pared donde el flujo se vé obligado a seguir el alineamiento de ella.

Para dibujar las líneas de corriente lejanas de la pared, recordaremos que a lo largo de una línea Froude las propiedades del flujo son constantes. Por lo tanto, la dirección del flujo en todos los puntos de una línea Froude debe ser igual a la de la pared. La dirección de las líneas Froude se pueden obtener trazando normales a la epicicloide en cada punto imagen; la determinación de estas normales se facilita con el uso de la elipse de semiejes 1 y $\frac{1}{\sqrt{3}}$.

Si se dibuja, entonces, un denso haz de líneas Froude que partan de la pared curva, las líneas de corriente quedan perfectamente definidas ya que todas deben cortar a cada línea Froude con el mismo ángulo β . En la práctica se suele dividir la deflexión θ de la pared en n partes $\Delta\theta$ y de cada punto de la pared, al cual corresponda un giro $\Delta\theta$, se traza una línea Froude. Luego se procede al dibujo de las líneas de corriente, que pueden hacerse curvas, cuidando que

corten a las ondas Froude con su correspondiente ángulo; o hacerse poligonales atribuyéndole a cada onda un poder deflector $\Delta\theta$. En este último caso se dibujan las ondas para las condiciones medias.



Una vez que se han dibujado las líneas de corriente y las ondas Froude, como además tenemos los puntos imagen y, por lo tanto, las $\bar{V}$ correspondientes a cada punto del flujo, las propiedades restantes (altura y velocidad del agua) se pueden calcular fácilmente con las siguientes fórmulas:

$$\frac{H}{H} = 1 - \bar{V}^2 \quad ; \quad V = \bar{V}\sqrt{2gH}$$

Es interesante observar que diferentes mallas de flujo pueden tener la misma imagen en el plano hodográfico y que un mismo punto imagen representa infinitos puntos de la malla de flujo.

2) Flujos con ondas de las Familias I y II.-

Para la resolución de problemas en los cuales estén presentes ondas de ambas familias, se han desarrollado métodos gráficos y sus correspondientes variantes semigráficas y analíticas. Para el mejor entendimiento de cualquiera de los métodos, es conveniente sentar los siguientes puntos previos:

a) Las ondas de la familia I (en un flujo supuesto de izquierda a derecha) parten siempre de una pared u objeto por encima del punto considerado. Las ondas de la familia II provienen siempre de una pared u objeto por debajo del punto considerado.

b) En una expansión, las líneas de corriente divergen de la onda, aguas abajo de ella; en una contracción las líneas de corriente

convergen hacia la onda al cruzarla.

c) Cuando una línea de corriente atraviesa ondas Froude de la familia I, el punto imagen en el plano hodográfico se mueve según una epicicloide de la familia II.

Las ondas Froude serán normales en todo momento a la epicicloide y formarán un ángulo $\theta - \beta$ con la dirección original del flujo, donde θ es el ángulo que forma la línea de corriente con la dirección original del flujo y β es el ángulo que forma la onda con la dirección del flujo para el punto considerado.

$$\beta = \operatorname{arc\,sen} \frac{1}{F}$$

Cuando una línea de corriente atraviesa ondas Froude de la familia II, el hodográfo de la misma resulta ser una epicicloide de la familia I. Las ondas en este caso forman un ángulo $\theta + \beta$ con la dirección original del flujo.

A continuación describiremos dos de los métodos gráficos más usados en el estudio de flujo supercrítico.

Método de los Sectores.- Consiste en dividir imaginariamente el plano físico en muchas pequeñas regiones, en cada una de las cuales todas las propiedades del flujo (velocidad, dirección, altura de agua, etc.) son iguales. Se supone, entonces, que los cambios en las propiedades del flujo se realizan solo cuando una línea de corriente atraviesa los límites del sector, razón por la cual se escogen como límites de las regiones ondas Froude o, naturalmente, las paredes del canal.

En forma general, los límites de los sectores forman un cuadrilátero, pero, ocasionalmente, pueden resultar triángulos.

Este método resulta práctico para el diseño de contornos de las paredes, más que para el estudio del comportamiento del agua en un contorno prefijado.

Para la resolución de problemas prácticos, se comienza por construir la malla de ondas con la densidad que requiera la precisión que se desea obtener. Para construir esta malla se procede sector con sector, suponiendo que la onda Froude corresponde a las condiciones intermedias entre los dos sectores, ya que una línea de corriente que la atraviese debería pasar (por la acción de esta supuesta onda), de la condición de un sector a otro.

Se le asigna entonces a cada onda un cierto poder deflector; de este modo, cualquier punto imagen de una línea de corriente que atraviese las ondas Froude, se moverá el mismo ángulo en el hodógrafo.

Para la explicación del método de los sectores, desarrollaremos un sencillo ejemplo. (Ver la figura de la página 41)

Sea el caso de un cambio de alineamiento de 5° en un canal rectangular prismático, con fondo horizontal, en el cual se supone no hay pérdida de energía.

El cambio de alineamiento se realiza mediante dos curvas circulares concéntricas que comienzan en la sección A-A y terminan en la sección B-B.

Si el número de Froude a la entrada es 2.00, entonces $\bar{V}$ resulta ser $\bar{V}=\sqrt{\frac{F^2}{F^2+2}}=\sqrt{\frac{4}{4+2}}=0.817$ y el punto (1') queda perfectamente definido por las coordenadas $\theta_1=0$, $\bar{V}_1=0.817$.

Como consecuencia de la deflexión, contra el flujo, que tiene la pared izquierda, se generarán un conjunto de ondas positivas, de las cuales, con objeto de estudiar el problema, supondremos que existen solo dos, a las cuales asignaremos un mismo poder deflector de 2°30'.

En la pared derecha consideraremos también solo dos ondas negativas con un poder deflector de 2°30'.

Las ondas se nombrarán a continuación por los números correspondientes a los sectores que separen. Por ejemplo, la onda (4-6) es aque-

lla que separa el sector (4) del sector (6).

Los puntos imagen (2'), (3') correspondientes a los sectores (2) y (3) son localizados muy fácilmente en el hodógrafo característico en la forma descrita para el estudio de un flujo con ondas de una sola familia.

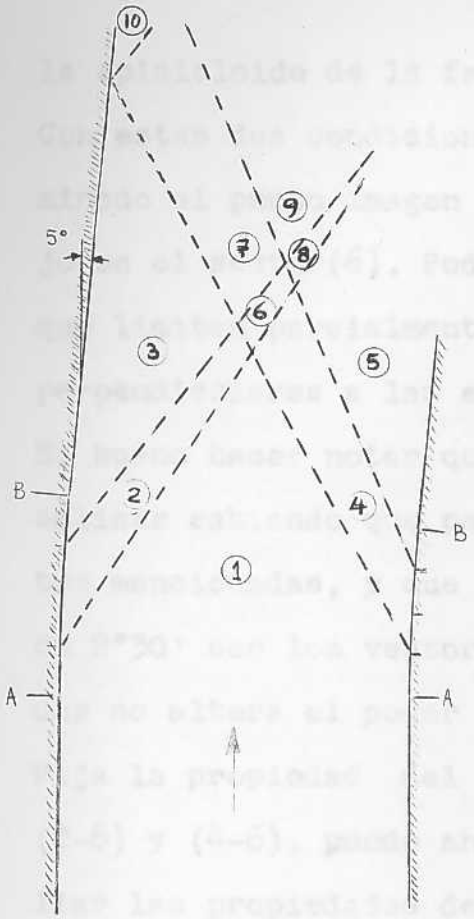
Concretamente, para pasar del sector (1) al (2), debemos cruzar una onda Froude de la familia I, con poder deflector de 2°30'. El punto imagen (2') se encontrará entonces en la epicicloide de la familia II que pasa por (1') y su correspondiente vector $\overline{V}_2$ formará un ángulo de 2°30' con el vector $\overline{V}_1$.De igual manera, el punto imagen(3') puede ser localizado, ya que pertenece a la misma epicicloide y su vector $\overline{V}_3$ forma un ángulo de 2°30' con $\overline{V}_2$, o lo que es lo mismo, un ángulo de 5° con $\overline{V}1$.

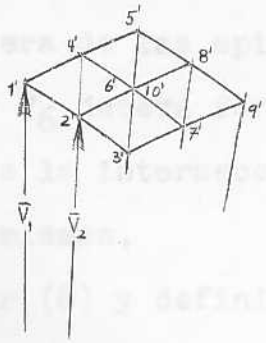
Los puntos (4') y (5') pueden ser localizados en el hodógrafo característico análogamente a los puntos(2') y (3'), teniendo en cuenta que se encuentran sobre una epicicloide de la familia I que pasa por (1'); ya que para pasar del sector (1) al (4) y del (4) al (5) debemos atravesar ondas de la familia II.

Las ondas (1-2) y (2-3) se dibujan normales a la epicicloide de la familia II que une los puntos (1'),(2') y (3'), aproximadamente en los puntos medios. Dicho de otra manera, se dibujan las ondas (1-2) y (2-3) para las condiciones medias entre los sectores (1), (2) y (2), (3). Otro tanto se hace para las ondas (1-4) y (4-5).

Nótese que se ha supuesto, primeramente, la existencia de los sectores (1), (2), (3),(4) y (5), para luego realmente materializarlos en el plano físico al hallar las ondas (1-2), (2-3), (1-4) y (4-5) que los limitan.

Vamos a estudiar ahora,que sucede cuando se intersectan las ondas (1-2) y (1-4). Para ello, supongamos que la onda (1-2) se refracta





HODOGRAFO

como consecuencia de la onda (1-4), según la nueva onda (4-6) y que la onda (1-4) se refracta según la onda (2-6), cuyas direcciones determinaremos luego.

Una línea de corriente,que pase justo a la izquierda del punto de intersección de las ondas, sufrirá primero una deflexión de 2°30' como consecuencia de la onda positiva (1-2) y su punto imagen pasará de (1') a (2'); luego, como consecuencia de la onda (2-6), el punto imagen en el hodógrafo se moverá de la posición (2') a (6'), según una epicicloide de la familia I, ya que la onda (2-6) es de la familia II.

Por otra parte, una línea de corriente justo a la derecha del punto de intersección de las ondas, deberá pasar de las condiciones del sector (1) a las del sector (4); y de las condiciones del sector (4) a las del (6), gracias a la onda negativa de la familia I (4-6), razón por la cual el punto imagen (6') se debe encontrar en

la epicicloide de la familia II que pasa por (4').

Con estas dos condiciones, queda, en el plano hodográfico, determinado el punto imagen (6') que nos define las propiedades del flujo en el sector(6). Podemos ahora dibujar las ondas (2-6) y (4-6), que limitan parcialmente el sector (6), trazando las respectivas perpendiculares a las epicicloides correspondientes.

Es bueno hacer notar que el punto imagen (6') se puede también localizar sabiendo que pertenece a cualquiera de las epicicloides antes mencionadas, y que además, su vector $\bar{V}_6$ deberá formar un ángulo de 2°30' con los vectores $\bar{V}_2$ o $\bar{V}_4$, ya que la intersección de las ondas no altera el poder deflector de las mismas.

Fija la propiedad del flujo en el sector (6) y definidas las ondas (2-6) y (4-6), puede ahora repetirse el mismo razonamiento para hallar las propiedades del flujo en los sectores(7) y (8) y poder así determinar la dirección de las ondas (6-7) y (6-8) que limitan al sector (6).

Continuando este proceso, puede estructurarse,paso por paso, la malla de ondas, excepto en el caso que surjan ondas de choque en donde debe utilizarse, además del hodógrafo característico, el diagrama polar de ondas de choque.

Un caso interesante de estudiar es la reflexión de una onda contra una pared. Por ejemplo, la onda (3-7) que choca contra la pared izquierda, debe reflejarse como la onda (7-10) para lograr la continuidad del flujo en la pared y de esta forma no halla separación. Así pues, la onda negativa (3-7) al chocar contra la pared se reflejará como la onda negativa (7-10), con el mismo poder deflector de 2°30'.

En el hodógrafo el punto imagen de una línea de corriente cercana a la pared pasaría, como consecuencia de la onda (3-7), del punto

(3') al (7'), sobre una epicicloide de la familia I, ya que la onda (3-7) es de la familia II; para lograr entonces la continuidad del flujo en esa pared, éste debe volver a su dirección original, lo cual solo se logra si la onda (3-7) se refleja como otra onda (7-10). La necesidad de que esta última onda sea de expansión se puede demostrar estudiando el caso en el plano físico y el hodográfico, simultáneamente. Efectivamente, la onda (7-10), por proceder de la pared izquierda, pertenecerá obligatoriamente a la familia I y, entonces, el punto imagen deberá moverse de (7') a (10') según una epicicloide de la familia II, quedando así definido el signo negativo de la onda (7-10), ya que el punto imagen deberá moverse 2°30' hacia la izquierda y sobre la antes mencionada epicicloide.

Al quedar estructurada la malla de onda, el problema está prácticamente resuelto, ya que las propiedades del flujo son conocidas en cada sector y la malla de flujo puede dibujarse según se indicó en el estudio anterior de flujo con ondas de una sola familia.

Método de los Nodos.- En el método anterior se encontraban las propiedades del flujo en pequeñas regiones limitadas por ondas Froude. En este otro método se determinan las propiedades del flujo en los nodos de la malla de ondas.

El método de los sectores nos dá una imagen de como las líneas de corriente son influenciadas por las ondas, por lo cual resulta más ilustrativo que el de los nodos. En general, este último método es ligeramente más conveniente para resolver problemas en los que el contorno del flujo esté prefijado.

Los dos métodos son sustancialmente lo mismo y su diferencia radica solo en el procedimiento.

Métodos Analíticos y Analíticos Gráficos.- En ellos se obtiene parcial o totalmente la malla de ondas y las propiedades del flujo (dirección de las ondas Froude, punto de intersección de las ondas, punto de intersección de las ondas con las paredes, etc.), por cálculo y mediante el uso de tablas previamente elaboradas, que relacionan a $M, \bar{V}, \beta, \theta, \frac{y}{H}$.

Estos métodos resultan de mucha utilidad y casi imprescindibles para el estudio de flujo supercrítico con números de Froude altos, pudiendo considerarse como altos, los números de Froude superiores a 7. La mayor dificultad de los métodos gráficos consiste principalmente en la determinación exacta de la dirección de las ondas Froude.

B) DISEÑO DE EXPANSIONES POR EL METODO DE LAS CARACTERISTICAS.

En nuestro estudio hemos considerado solamente ampliaciones en canales en las cuales la expansión propiamente dicha está formada por un cambio de alineamiento brusco o, mejor dicho, un quiebre en las paredes seguido luego de un tramo recto de pared. En estos casos la generación de ondas negativas se localiza tan solo en los puntos de quiebre.

Ahora bien, lo que se pretende lograr al diseñar una transición en régimen supercrítico es, mediante un adecuado alineamiento de las paredes, obtener a la salida de las mismas un flujo uniforme sin la presencia de ondas perturbadoras.

Como hemos visto anteriormente, tanto una onda expansiva como una de contracción, al chocar contra una pared se reflejan y continúan perturbando el flujo aguas abajo. Sin embargo, sabemos también que si se le dá a la pared en el punto de choque de la onda un giro adecuado, ésta desaparecerá. Se habla entonces de cancelación de una onda. En el caso de nuestras expansiones en canales, debe tratarse median-

te un adecuado alineamiento de las paredes, la cancelación de las ondas negativas que se generan en los puntos de quiebre que se mencionaron anteriormente.

Por ejemplo, si se desea diseñar una expansión en base a dos tramos de pared recta, se puede suponer entonces que toda la deflexión δ que tiene originalmente el flujo en los puntos de quiebre, se concentra en dos ondas de poder expansivo igual a $\frac{\delta}{2}$. Estas ondas se trasmitirán aguas abajo del flujo hasta cortar las paredes del canal. Si se gira en esos puntos adecuadamente la pared, el mismo ángulo $\frac{\delta}{2}$ que le corresponde a cada onda, éstas se cancelarán. Como, casualmente, el giro que hay que darle a la pared, para lograr la cancelación de estas ondas, es contra el flujo, el alineamiento final de la pared resultará en la misma dirección original del flujo, culminándose así el diseño de una ampliación de sección en un canal en base a dos tramos rectos.

El mecanismo a seguir para este diseño se describirá, a manera de ejemplo, tal y como se hizo para diseñar una expansión de dos tramos rectos con un número de Froude a la entrada de 4,55 y para una relación de anchos de 1:2.

A continuación se dá referencia a la lámina N°1.

Los pasos a seguir en el diseño son:

a) Sabiendo que el fenómeno es totalmente simétrico, respecto a la línea central, puede considerarse que existe una pared a lo largo de ella y trabajar así con tan solo la mitad del canal y, consecuentemente, la mitad del diagrama de las características (hodógrafo).

b) Se fija arbitrariamente un ángulo de expansión θ_1. Para la escogencia de este ángulo pueden servir de referencia las longitudes recomendadas por Rouse, Bhoota y En-Yum-Hsu, para transiciones con paredes curvas, teniendo en cuenta que las transiciones con el tra-

mo de expansión recto resultan aproximadamente la mitad en longitud.

c) Dibujo del Haz de Onda: Como consecuencia de la expansión brusca, se originará en los puntos de quiebre de la pared, un haz de ondas expansivas que está limitado por las líneas Froude correspondiente a los sectores (1) y (3) que aparecen en la lámina N° 1. como líneas de puntos y rayas. Sin embargo, con el objeto de este diseño se han supuesto solamente dos ondas negativas (1-2) y (2-3), correspondientes a las condiciones medias entre los sectores (1), (2) y (2), (3), respectivamente.

En el hodógrafo, la situación hasta ahora es la siguiente: el punto imagen (1'), correspondiente a las condiciones del flujo a la entrada, se moverá, como consecuencia de la onda de la familia II (1-2), según la epicicloide de la familia I hasta el punto (2'), de forma que su vector $\overline{V}_2$ forme un ángulo de 1°52'30" con la dirección original del flujo; el punto (3'), correspondiente a las condiciones en el sector (3), se encontrará por su parte sobre la misma epicicloide y en posición tal que su vector $\overline{V}_3$ formará un ángulo de 3°45' con la dirección original del flujo.

Las ondas (1-2) y (2-3) se dibujan a partir del primer punto de quiebre de la pared y en la dirección de las perpendiculares a la epicicloide en los puntos medios de las condiciones (1') (2') y (3'). La onda (1-2) se "reflejará" en la línea central como la onda de la familia I (2-4). Las condiciones en el sector (4) están ahora definidas por el punto imagen (4') que pertenecerá a la epicicloide de la familia II que pasa por (2') y, además, su vector $\overline{V}_4$ correspondiente deberá ser paralelo a la línea central.

Fijo el punto (4') puede ahora dibujarse la onda (2-4) en la dirección de una perpendicular a la epicicloide en el punto medio entre

(2') y (4').

En la intersección de la onda (2-3) con la onda (2-4) supondremos que la onda (2-3) se refracta como la onda (4-5). El punto (5') que define las propiedades del flujo en el sector (5) se localiza entonces como perteneciente a la epicicloide de la familia I que pasa por (4') y de forma que su vector $\overline{V}_5$ forma un ángulo de 1°52'30" con la dirección original del flujo. El punto (5') puede localizarse también como perteneciente a la epicicloide de la familia II que pasa por (3').

Localizado el punto imagen (5'), pueden trazarse ahora, las ondas (4-5) y (5-3).

El punto imagen (6') deberá pertenecer a la epicicloide de la familia II que pasa por (5'), ya que para pasar del sector (5) al (6) se debe atravesar una onda de la familia I; además, la dirección del vector $\overline{V}_6$ debe ser paralela a la línea central.

Con todo este tren de ondas dibujado, el diseño de la expansión se reduce a deflectar la pared del canal un ángulo $\frac{\theta}{2}$ (1°52'30") hacia adentro del flujo en los puntos que las ondas (3-5) y luego (5-6) cortan a la pared.

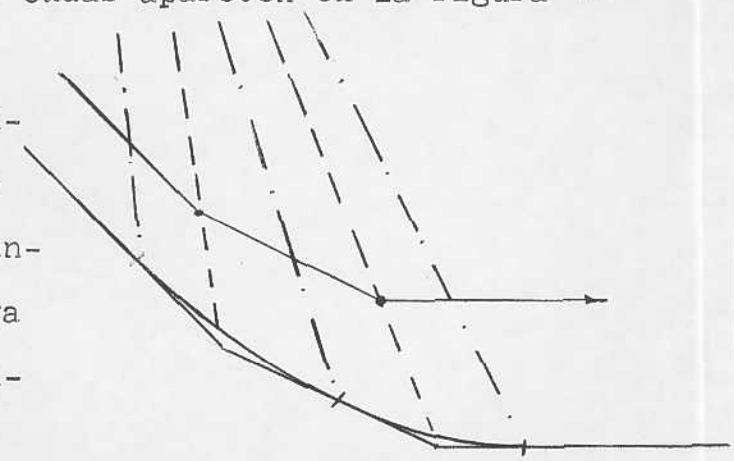
d) Como último punto se verifica que el ancho del canal al final de la expansión sea el deseado (en nuestro caso, dos veces el ancho de entrada).

Si el ancho al final de la expansión resultase mayor del deseado, debe repetirse el proceso probando ahora un nuevo ángulo θ_2 menor que el primero. Si resultase inferior al deseado, se deberá repetir el proceso para un ángulo θ_2 mayor.

El diseño de expansiones con un mayor número de tramos rectos se logra, simplemente, considerando tantas ondas expansivas como núme-

ro de tramos rectos se desea que tenga la expansión.

El diseño de una expansión con el primer tramo recto y el segundo curvo, se hace en forma similar al diseño de una expansión con pared poligonal de muchos lados; pero, una vez estructurada la malla de ondas y dibujada o determinada la pared poligonal teórica, se dibujan todas las ondas Froude correspondientes a las condiciones medias de cada sector. Estas ondas aparecen en la figura como líneas de puntos y rayas.



Dibujadas estas ondas, se localizará el punto de choque de ellas con la pared poligonal. Estos puntos nos definirán donde la curva solución será tangente a la poligonal de referencia previamente trazada.

El diseño de la expansión de un tramo recto se puede hacer, bien sea, suponiendo una sola onda expansiva de poder deflector igual a θ_1 y colocando el segundo y último cruce de la pared en el punto de choque de esta onda con la pared o, más exactamente, dibujando un tren de ondas más o menos denso, y colocando el segundo quiebre de la pared en el punto medio de choque de estas ondas con la pared.

ANALISIS EXPERIMENTAL

A) CONSIDERACIONES PRELIMINARES.

Aún en la expansión de un tramo recto, que es la más sencilla, el número de variables que intervendrían en su estudio completo es tan numeroso que nos hemos visto obligados a sacrificar algunas de ellas y a restringir el rango de variación de otras.

Las variables necesarias para un estudio completo serían:

a) Altura de agua en la entrada y_1.

b) Número de Froude en la entrada F_1.

c) La relación de anchos entre la salida y la entrada de la expansión $\frac{b}{b_o}=\lambda$.

d) Longitud de la transición L.

De estas variables se han mantenido constantes:

a) $y_1=4$ cm (la cual, teóricamente, no afecta el estudio de ninguna expansión).

b) La relación de anchos λ .

De las restantes variables se emplearon los siguientes valores:

a) $F_1=3, 4.5$ y 6 , valores tomados de acuerdo a las dimensiones del tanque regulador y de carga del modelo.

b) Las longitudes, cuyos valores daremos en cada caso, se escogieron, unas de acuerdo a un diseño hecho por la teoría de las características, y otras para estudiar el comportamiento de cada expansión para longitudes diferentes de la de diseño.

En la expansión de dos tramos rectos interviene, como variable adicional, la relación entre las longitudes de los tramos.

En una transición curva el número de variables que interviene es considerablemente mayor.

Las mediciones, en general, consistieron en la determinación de las

alturas de agua en diversas secciones, aguas arriba, a lo largo y aguas abajo de cada transición. El número de Froude se determinó con la lectura del aforador, la altura de agua promedio a la entrada de la transición y el ancho inicial.

B) EXPANSIONES RECTAS DE UN TRAMO.

De acuerdo a los números de Froude establecidos previamente, y como puede verse en los gráficos , y , se calcularon las longitudes de diseño siguientes:

$$F_1 = 3 \longrightarrow L = 1.223$$

$$F_1 = 4.5 \longrightarrow L = 1.845$$

$$F_1 = 6 \longrightarrow L = 2.51$$

Por razones constructivas no se tomaron exactamente estos valores sino los siguientes: 1.28, 1.84 y 2.54; a fin de demostrar que la longitud óptima es la de diseño, cada número de Froude se estudió con longitudes superiores e inferiores a ésta. Además de las tres longitudes anteriores se utilizaron dos longitudes adicionales de 0.83 y 3.21 mts.

Así por ejemplo, la expansión correspondiente a $F=3$ se midió de la siguiente forma:

Longitud de diseño: 1.28 mts.

Longitudes adicionales: 0.83, 1.84, 2.54 y 3.21 mts.

La lámina No. 2 muestra los resultados obtenidos, en donde se han rebatido sobre la planta las secciones medidas en la forma ya explicada.

Para tratar de determinar en forma cuantitativa la magnitud de las perturbaciones se estableció en una forma un tanto arbritraria, si se quiere, un parámetro de perturbación para cada sección, definido de la siguiente forma:

$$P_p = \frac{\Delta_{max} y}{y_m}$$

en donde:

$\Delta_{max} y$: corresponde a la diferencia máxima de alturas de agua en una misma sección; es decir:

$$\Delta_{max} y = (y_{max} - y_{min})_{sec.}$$

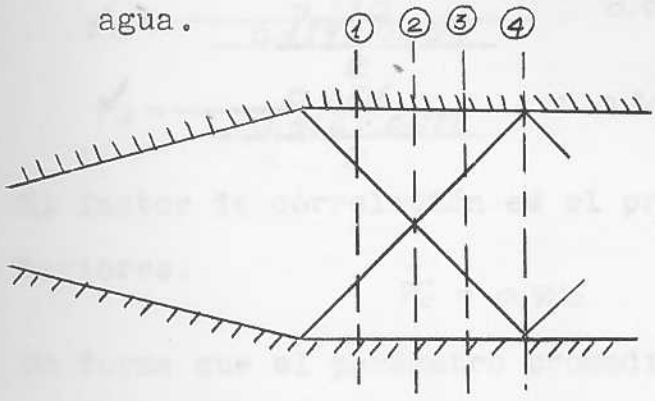
y_m: representa el valor de dividir el área de la sección en estudio entre su ancho; es decir, corresponde a un promedio ponderado de las alturas de agua.

Sin embargo, debe tenerse en cuenta que el parámetro anteriormente definido sirve para comparar una transición con otra en dos secciones que ocupen la misma posición respecto a las perturbaciones y en ningún caso mide las perturbaciones de una transición en una forma absoluta.

El parámetro de perturbación se estableció para secciones aguas abajo de la expansión por las siguientes causas:

a) Debido a que el buen comportamiento de una expansión, en régimen supercrítico, se determina por el régimen aguas abajo de la misma.

b) Por ser la zona en donde se producen los mayores desniveles de agua.



Las secciones escogidas fueron la 1, 2 y 3 de las mostradas en la figura; hubiese sido lógico incluir la sección 4, pero dicha sección en varios casos no pudo ser medida dada la poca longitud del modelo.

Sin embargo, según puede verse en los gráficos, en que si existe esa

sección, la magnitud de las perturbaciones es similar a la de la sección 2.

Aunque el valor del parámetro de perturbación difiere notablemente de sección a sección en una misma transicción (como puede verse en la pag. 54), resulta conveniente con fines comparativos, ya que la relación de perturbaciones comparadas a través de secciones similares es más o menos constante.

A fin de establecer un criterio único de comparación, la perturbación de cada transicción se midió por el promedio de los parámetros de perturbación en las tres secciones ya mencionadas.

En ciertos casos no se disponía de mediciones en una de las tres secciones, o las mediciones de que se disponía no nos parecieron representativas; en dichos casos, se multiplicó el promedio de las secciones existentes por un factor de correlacción similar al empleado para el análisis de datos hidrológicos, calculado en base a las demás expansiones del mismo número de Froude. Como ejemplo citaremos el caso de la transición

$$f_1 = \frac{0.654}{\frac{0.818+0.588}{2}} = 0.930$$

$$f_2 = \frac{0.288}{\frac{0.300+0.313}{2}} = 0.940$$

$$f_3 = \frac{0.380}{\frac{0.489+0.308}{2}} = 0.954$$

$$f_4 = \frac{0.274}{\frac{0.366+0.288}{2}} = 0.838$$

El factor de correlación es el promedio de los factores (f_x) anteriores.

$$F_c = 0.916$$

De forma que el parámetro promedio para la expansión en estudio será

$$\frac{0.343+0.200}{2} \times 0.916 = 0.249$$

En el caso especial de la transición de longitud 2.54 y $F=6$ se

tomó como perturbación de la transición la de la única sección disponible.

De esta forma, se elaboró la tabla de parámetros de perturbación, la cual sirvió para plotear el gráfico de la página 55, del cual se pueden sacar las siguientes conclusiones:

a) La coincidencia del mínimo de perturbación con las longitudes de diseño, demuestra la validez del método de las características.

b) En los gráficos se observa una cierta tendencia oscilante, es decir, varios máximos y mínimos relativos. Esto es fácilmente explicable; en efecto, consideremos las expansiones correspondientes a $F=3$ en el gráfico. El punto $\frac{L}{b_o} = 5.35$ está dado por la condición de la figura (a) que es precisamente la condición de diseño; el punto $\frac{L}{b_o} = 7.67$ es un punto de máximo correspondiente a la figura (b), es decir, intersección de ondas positivas y negativas en forma nada favorable; por último, el punto $\frac{L}{b_o} = 13.38$ correspondiente a la figura (c), la cual es una condición muy similar a la de diseño, pero previas dos reflexiones del haz de ondas negativas.

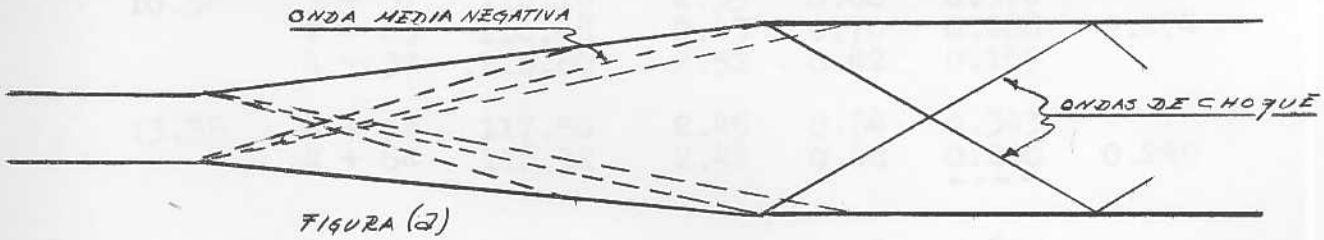


FIGURA (a)

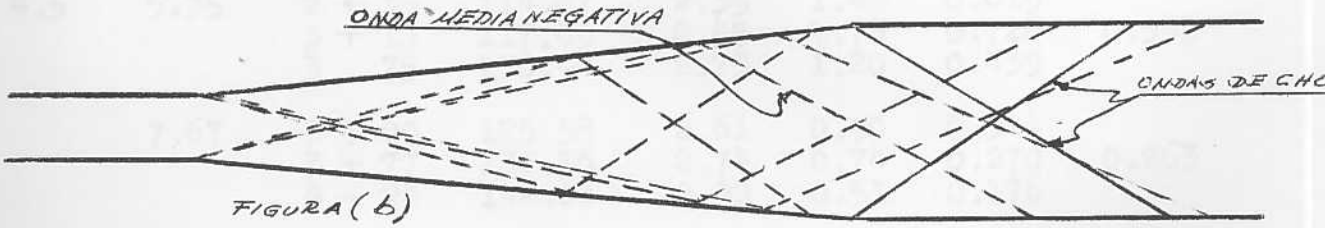


FIGURA (b)

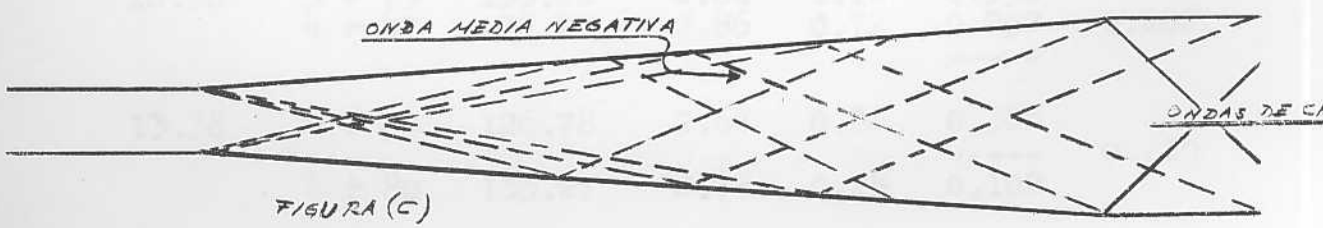


FIGURA (c)

c) A partir de un cierto valor de la longitud, valor correspondiente a la longitud de diseño, el parámetro de perturbación crece rápidamente para longitudes inferiores a ésta, por lo tanto la longitud de diseño es la mínima recomendable en cada caso.

d) El hecho de que, en $L/b_o = 7{,}67$, la perturbación sea mayor para F=3 que para F=4,5, no implica que la altura de onda en aquella sea mayor que en ésta, pues debe tenerse en cuenta que el parámetro de perturbación es una magnitud relativa.

PARAMETROS DE PERTURBACION

F	L/b_o	Prog.	A	y_m	Δy	$\frac{\Delta y}{y_m}$	$\left(\frac{\Delta y}{y_m}\right)_m$
3	3.46	1 + 60	111.39	2.32	1.90	0.818	
		2 + 18	125.94	2.62	1.54	0.588	0.654
		2 + 55	110.32	2.30	1.28	0.557	
	5.35	2 + 09	111.92	2.33	0.70	0.300	
		2 + 72	107.35	2.24	0.70	0.313	0.288
		3 + 12	109.97	2.29	0.58	0.253	
	7.67	2 + 80	110.70	2.31	1.13	0.489	
		3 + 27	115.22	2.40	0.74	0.308	0.380
		3 + 70	114.55	2.39	0.82	0.343	
	10.58	3 + 37	112.19	2.35	0.86	0.376	
		4 + 00	116.48	2.43	0.70	0.288	0.274
		4 + 37	120.80	2.52	0.42	0.167	
	13.38	4 + 04	117.50	2.45	0.84	0.343	
		4 + 64	116.32	2.42	0.48	0.200	0.249
4.5	5.35	2 + 35	114.87	2.39	1.48	0.619	
		3 + 13	117,69	2.45	1.78	0.726	0.595
		3 75	130.94	2.73	1.20	0.439	
	7.67	3 + 00	125.58	2.61	0.90	0.344	
		3 + 77	131.56	2.74	0.74	0.270	0.263
		4 + 20	142.06	2.92	0.51	0.176	
	10.58	3 + 75	135.22	2.82	1.12	0.396	
		4 + 47	137.24	2.86	0.72	0.252	0.282
	13.38	4 + 00	126.78	2.64	0.86	0.326	
		4 + 80	133.27	2.78	0.28	0.102	0.229

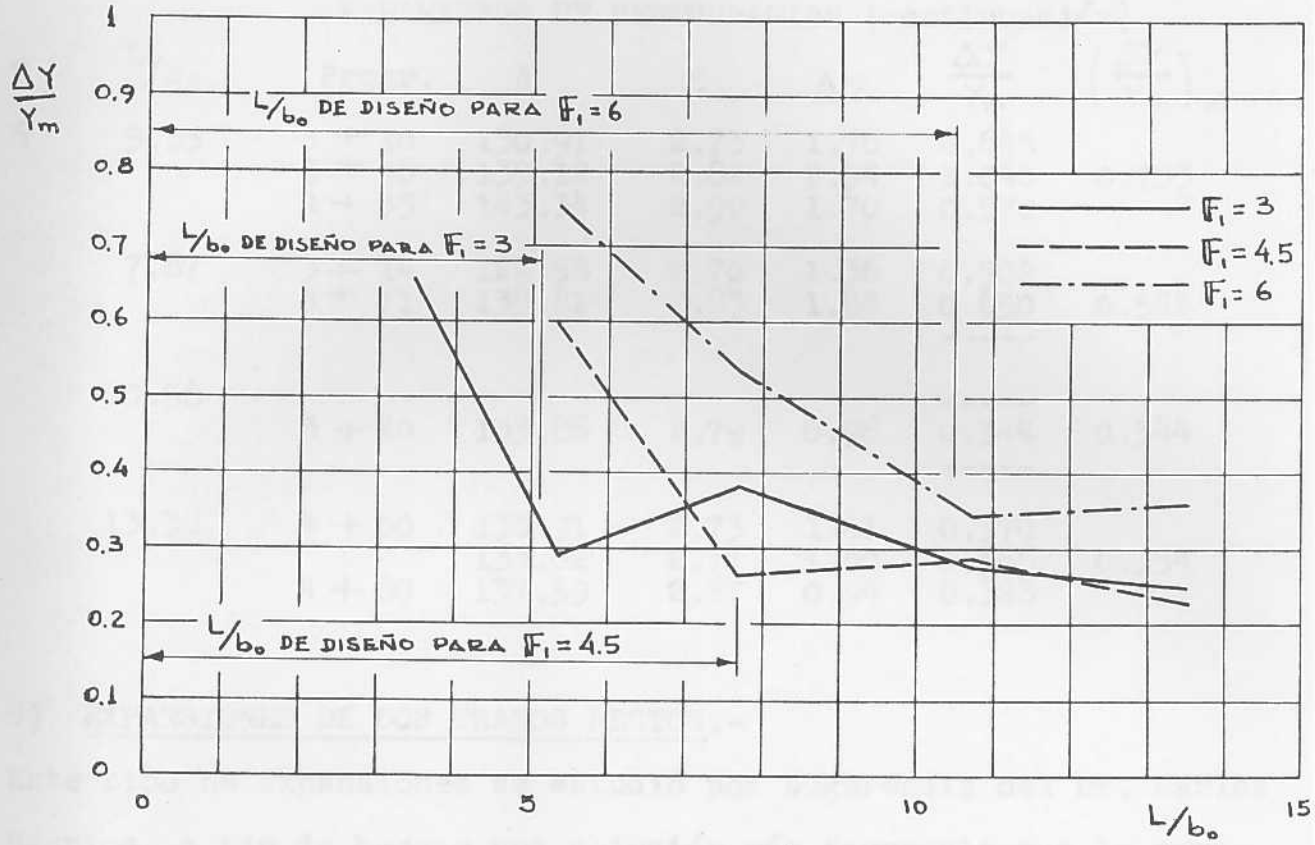
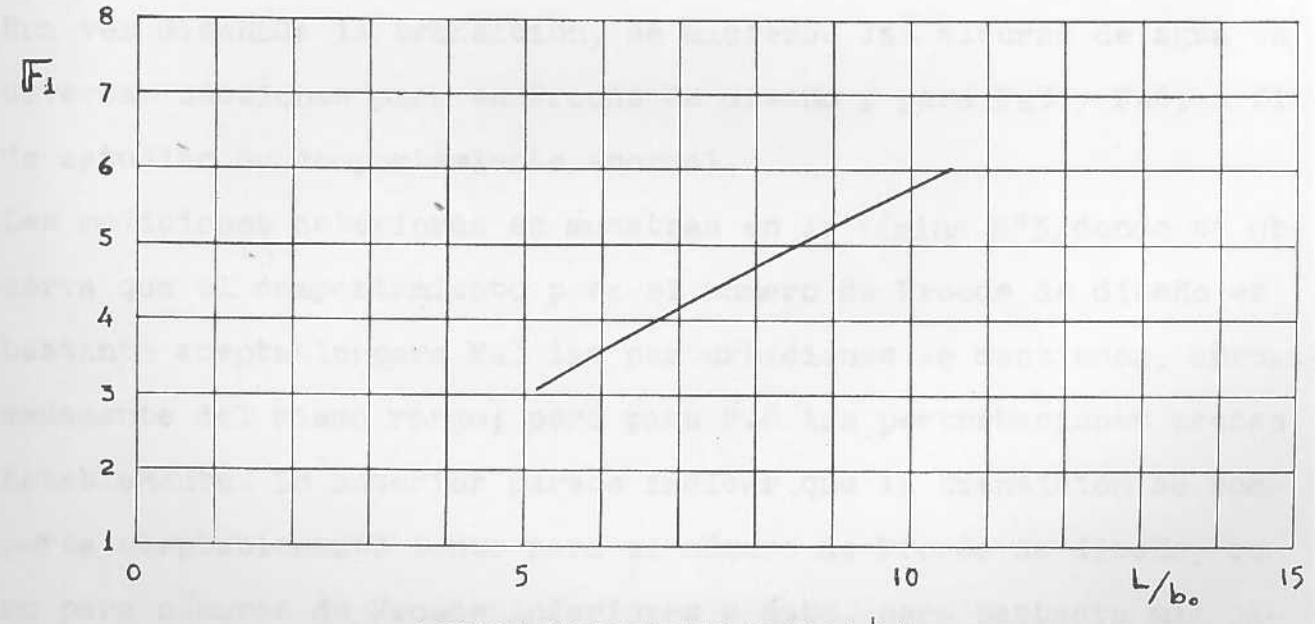


GRAFICO DE PERTURBACIONES-LONGITUDES
PARA EXPANSIONES DE UN TRAMO RECTO



LONGITUDES TEORICAS PARA $b/b_o = 2$

PARAMETROS DE PERTURBACION (continuación)

F	L/b_o	Progr.	A	Y_m	ΔY	$\frac{\Delta Y}{Y_m}$	$\left(\frac{\Delta Y}{Y_m}\right)_m$
6	5.35	3 + 10	130.91	2.73	1.76	0.645	
		3 + 46	135.12	2.82	2.94	1.046	0.753
		4 + 35	143.34	2.99	1.70	0.570	
	7.67	3 + 14	129.58	2.70	1.36	0.502	
		4 + 11	135.81	2.83	1.84	0.650	0.544
	10.58	3 + 40	133.86	2.79	0.96	0.344	0.344
	13.38	4 + 00	130.91	2.73	1.01	0.370	
			133.02	2.77	1.00	0.365	0.354
		4 + 80	137.59	2.87	0.94	0.328	

C) EXPANSIONES DE DOS TRAMOS RECTOS.-

Este tipo de expansiones se estudió por sugerencia del Dr. Carlos Barrios, a fin de buscar una solución más favorable que la expansión de un tramo, en cuanto a cancelación de onda se refiere.

A este efecto, se diseñó una expansión para F=4.55 y para una relación de anchos $\frac{b}{b_o} = 2$. Este diseño puede verse en la lámina N°1 acompañado de su correspondiente hodógrafo.

Una vez diseñada la transición, se midieron las alturas de agua en diversas secciones para su Froude de diseño y para F=3 y F=6, a fin de estudiar su comportamiento anormal.

Las mediciones anteriores se muestran en la lámina N°3, donde se observa que el comportamiento para el número de Froude de diseño es bastante aceptable; para F=3 las perturbaciones se mantienen, aproximadamente del mismo rango; pero para F=6 las perturbaciones crecen notablemente. Lo anterior parece indicar que la transición se comporta aceptablemente tanto para el número de Froude de diseño, como para números de Froude inferiores a éste, pero bastante mal para números de Froude superiores al de diseño. Dada la escasez de

datos de que disponemos, no nos atrevemos a enunciar una conclusión definitiva.

Sería recomendable hacer un estudio, para transiciones de dos tramos rectos, similar al que se hizo para expansiones de un tramo mediante el parámetro de perturbación, estudiando de esta forma varias longitudes para un mismo número de Froude.

D) EXPANSION RECTO-CURVA.-

Tanto las expansiones de un tramo como la de dos tramos rectos, se diseñaron de forma que la onda, u ondas medias, del haz de infinitas ondas negativas alcanzara el punto origen de la onda, u ondas, positivas, dado que la teoría predice un mejor comportamiento de la transición bajo estas condiciones.

Parece lógico esperar un mejor comportamiento de la expansión si cada onda negativa, que en ella se genera, se cancelase mediante una adecuada deflexión de la pared que hiciera innecesaria la reflexión de las mismas. El razonamiento anterior da origen a una expansión de un tramo recto seguido de un tramo curvo, hasta alcanzar el ancho y el alineamiento final deseado. El diseño de la expansión recto-curva se hizo para F=4.55 y se estudió, como el caso de la expansión de dos tramos, tanto para su Froude de diseño como para F=3 y F=6. El diseño puede verse en la lámina N°1, y los comportamientos para los tres números de Froude medidos, guardan entre sí una relación similar a los indicados para la transición de dos tramos, como se puede ver en la lámina N°4.

E) COMPARACION DE LOS TRES TIPOS DE EXPANSIONES.-

Después de haber establecido por separado el funcionamiento de los tres tipos de expansiones, vamos a hacer un breve estudio comparativo de ellos.

En la práctica, el problema que puede surgir es el de escoger un tipo de expansión para unas condiciones iniciales dadas. Es por ésto que hemos creído conveniente comparar las tres transiciones diseñadas para un mismo número de Froude, sin tomar en cuenta sus longitudes.

Es por ésto que las expansiones escogidas son:

Expansión de un tramo recto: L = 1.84 m.

Expansión de dos tramos rectos: L = 2.17 m.

Expansión recto-curva: L = 2.62 m.

Todas con relación de ancho 1:2 y F_d = 4.5.

A fin de que la comparación sea más completa, no solo se hará para el número de Froude de diseño, sino también para Froude = 3 y para Froude = 6, a fin de poder comparar su comportamiento anormal.

Para dar una idea clara del comportamiento de las expansiones, se estableció una comparación por secciones trasversales análogas y otra mediante el uso del parámetro de perturbación definido al hablar de transiciones de un tramo recto.

En la comparación, mediante secciones trasversales, éstas corresponden a la progresiva donde se intersectan por primera vez las ondas de choque, haciendo la salvedad de que en la transición recto-curva no se producen ondas de choque y,en este caso,se tomó una sección cuya progresiva respecto al final de la expansión es similar a la de las otras expansiones en comparación.

Los resultados obtenidos se muestran en las páginas 60, 61 y 62 ,

en donde se nota, como era de esperar, un mejor comportamiento de la transición recto-curva. Sin embargo, para el número de Froude de diseño y para F=3, la transición de dos tramos tiene un funcionamiento bastante aceptable.

Por otra parte debe notarse, que para F=6 las tres transiciones tienen perturbaciones bastante grandes.

Respecto a los parámetros de perturbación se elaboró la tabla de la página 63 en una forma similar a la que se hizo para expansiones de un tramo recto.

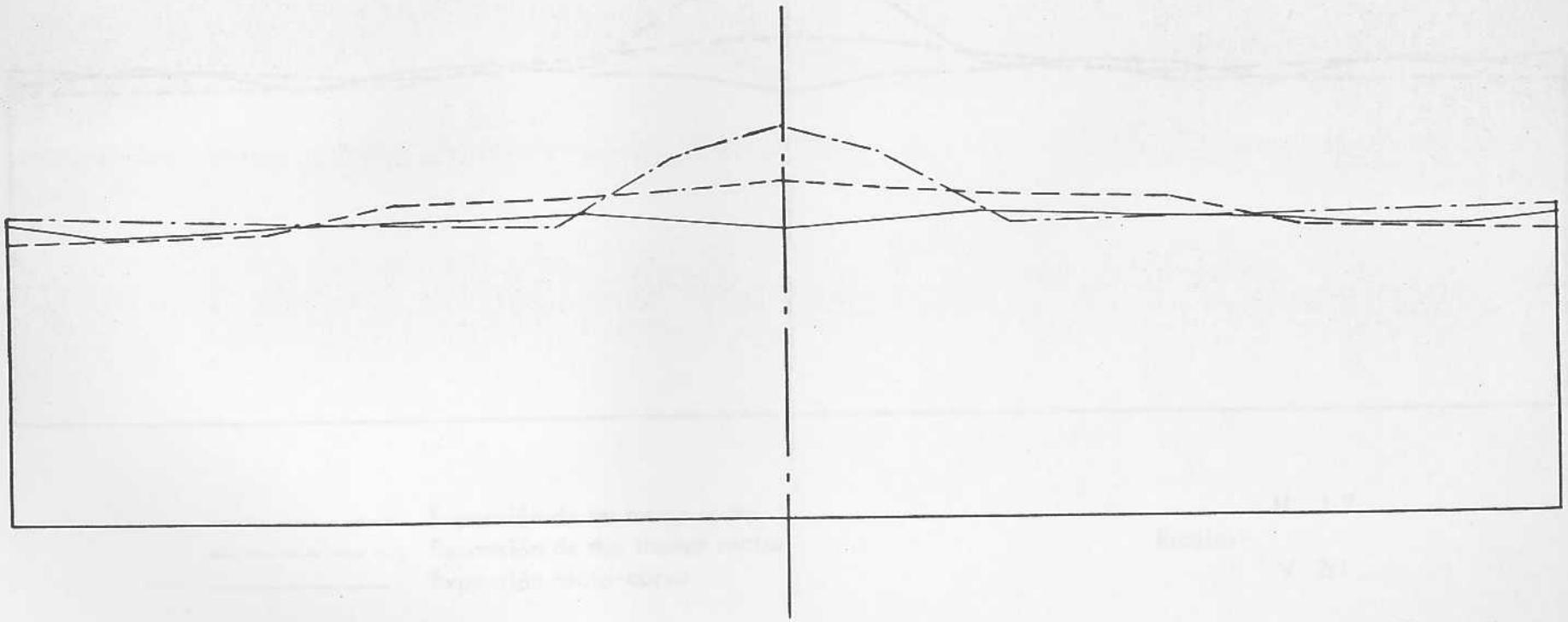
En todos los tipos de expansiones estudiados, se nota la presencia de una onda producida por la separación que se origina al existir un cambio brusco de alineamiento, como se vé en la foto correspondiente de la página 67, éste tipo de perturbación no lo contempla el método de las características; es decir, que éste sería un punto discordante, en una forma no establecida, con la teoría utilizada. Esta onda es de magnitud apreciable, pero relativamente pequeña en comparación con una onda de choque.

Evidentemente la resolución del problema trae como consecuencia la utilización de las curvas Rouse, Bhoota y En-Yun-Hsu, siendo ésta una desventaja de la transición recto-curva frente a las curvas citadas.

SECCIONES TRANSVERSALES COMPARATIVAS

F diseño = 4,5 F medicion = 3

EXPANSION	L diseño	Progres.
De un tramo recto	1.84	3 + 27
De dos tramos rectos	2.17	3 + 56
Recto - curva	2.62	3 + 40



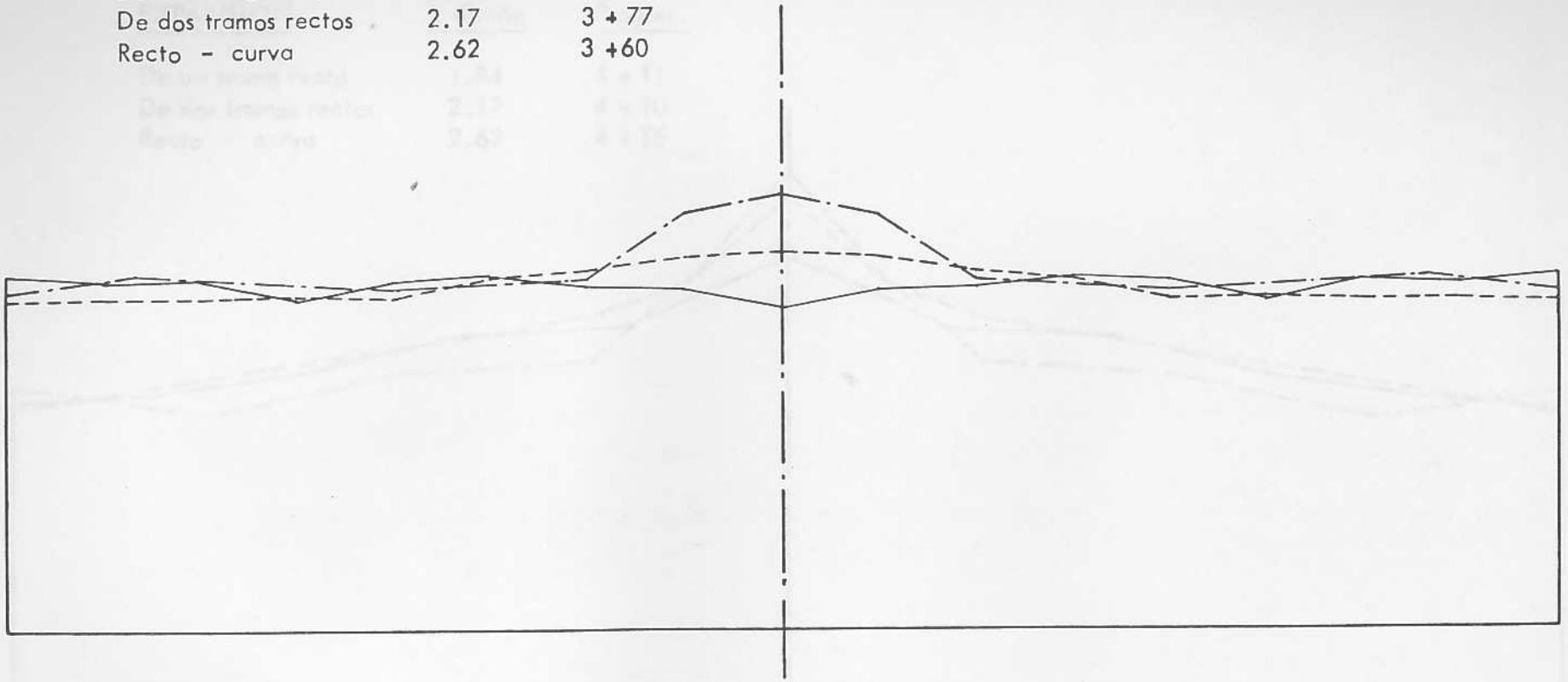
Expansión de un tramo recto
Expansión de dos tramos rectos
Expansión recto-curva

Escalas H 1 : 2
V 2 : 1

SECCIONES TRANSVERSALES COMPARATIVAS

F de diseño = 4,5 F de medida = 4,5

EXPANSION	L diseño	Progres.
De un tramo recto	1.84	3 + 77
De dos tramos rectos	2.17	3 + 77
Recto - curva	2.62	3 +60



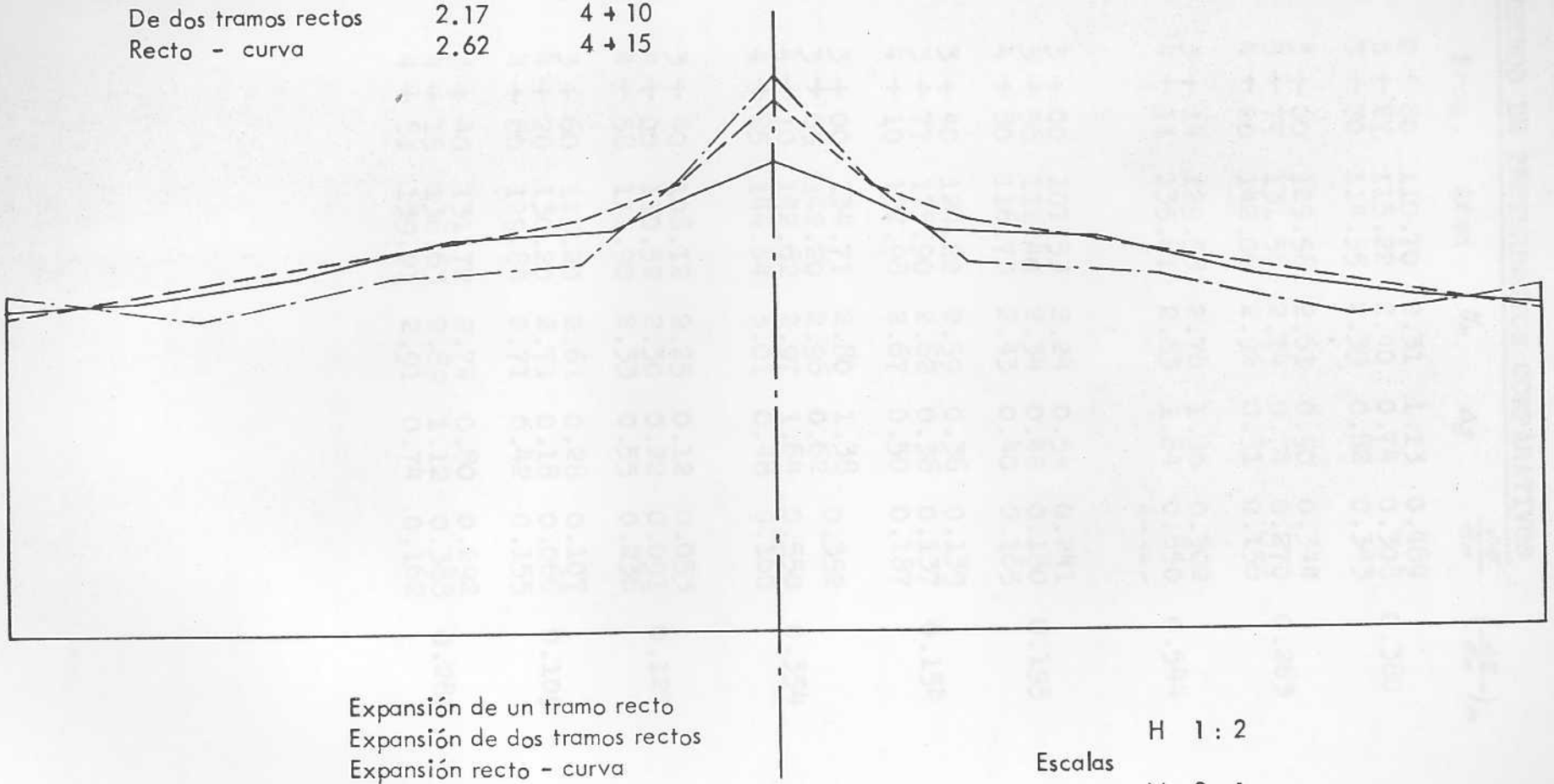
—·—·— Expansión de un tramo recto
— — — — — Expansión de dos tramos rectos
——— Expansión recto-curva

Escalas H 1:2
V 2:1

SECCIONES TRANSVERSALES COMPARATIVAS

F de diseño = 4,5 F de medición = 6

EXPANSION	L diseño	Progres.
De un tramo recto	1.84	4 + 11
De dos tramos rectos	2.17	4 + 10
Recto - curva	2.62	4 + 15



Expansión de un tramo recto
Expansión de dos tramos rectos
Expansión recto - curva

Escalas H 1 : 2
V 2 : 1

PARAMETROS DE PERTURBACION COMPARATIVOS

	F	Prog.	Area	y_m	Δy	$\frac{\Delta y}{y_m}$	$\left(\frac{\Delta y}{y_m}\right)_m$
	3	2 + 80	110.70	2.31	1.13	0.489	
		3 + 27	115.22	2.40	0.74	0.308	0.380
		3 + 70	114.55	2.39	0.82	0.343	
Transición	4.5	3 + 00	125.58	2.61	0.90	0.344	
de un		3 + 77	131.56	2.74	0.74	0.270	0.263
Tramo Recto		4 + 20	142.06	2.92	0.51	0.156	
L=1.84m.	6	3 + 14	129.58	2.70	1.36	0.502	
		4 + 11	135.81	2.83	1.84	0.650	0.544

	3	3 + 00	107.53	2.24	0.54	0.241	
		3 + 56	112.40	2.34	0.42	0.180	0.195
		4 + 80	116.73	2.43	0.40	0.165	
Transición	4.5	3 + 40	124.22	2.59	0.36	0.139	
de dos		3 + 77	125.90	2.62	0.36	0.137	0.154
Tramos Rectos		4 + 10	127.98	2.67	0.50	0.187	
L= 2.17 m.	6	3 + 00	134.71	2.80	1.38	0.352	
		3 + 65	142.20	2.96	0.62		
		4 + 10	142.62	2.97	1.64	0.550	0.354
		4 + 85	144.64	3.01	0.48	0.160	
	3	3 + 40	108.12	2.25	0.12	0.053	
		4 + 00	110.52	2.30	0.22	0.091	0.127
		4 + 58	111.90	2.33	0.55	0.236	
Transición	4.5	3 + 60	125.20	2.61	0.28	0.107	
		4 + 20	130.20	2.71	0.18	0.066	0.109
Recto-Curva		4 + 80	129.84	2.71	0.42	0.155	
L= 2.62 m.	6	3 + 40	131.72	2.74	0.80	0.292	
		4 + 15	138.63	2.89	1.12	0.388	0.281
		4 + 81	139.91	2.91	0.74	0.162	

C O N C L U S I O N E S

El tipo de expansiones formado por una pared recta seguida de un tramo curvo o poligonal, tiene un comportamiento hidráulico bastante bueno en acuerdo con lo predicho por la teoría.

Dado que la teoría de las características contempla la posible existencia de discontinuidades en la aceleración del fluido, hecho que resulta físicamente imposible, ésta no puede predecir con exactitud ni estudiar el efecto real de un cambio brusco de alineamiento, como el que se produce a la entrada de nuestras expansiones. El cambio brusco antes mencionado, produce una separación de la lámina de agua y la aparición de una onda por efecto de esta discontinuidad. Las consecuencias que este fenómeno pueda tener aguas abajo, y las modificaciones que habría que hacer a la teoría, escapa al alcance de nuestro trabajo. Sin embargo, podemos anticipar que este efecto no debe ser muy influyente, ya que no alteró los resultados de la "Verificación de la teoría de ondas oblicuas", realizado por Arthur T. Ippen y Donald R. F. Harleman*.

De las experiencias realizadas en nuestro modelo, se concluye que la principal bondad de las expansiones de un tramo recto y otro curvo o poligonal, es su buen funcionamiento para números de Froude inferiores e igual al de diseño, ya que se logra casi totalmente una cancelación de las ondas que se generan debido a los cambios de alineamiento de las paredes.

Las transiciones rectas, por el contrario, se comportan relativamente bien solo para números de Froude iguales al de diseño, presentando un comportamiento definitivamente mal para números de Froude diferentes al de diseño; pudiendo obtenerse, por ejemplo, per-

*) Transaction ASCE 1956, Paper 2815.

turbaciones mayores para números de Froude inferiores al de diseño. Si a ésto se suma que ni siquiera para las condiciones de diseño, puede obtenerse una cancelación total de las ondas, se concluirá que se justifica el uso de expansiones de paredes recto-curva o poligonales, ya que la complicación adicional de construcción que requieren estas últimas, se compensa favorablemente con un comportamiento hidráulico superior.

Una ventaja aparente que presentan las expansiones de un solo tramo, es su inferior longitud, lo cual resulta solo ilusorio, ya que las perturbaciones que se generarán por utilizar este tipo de expansiones, no se localizarán solo en la zona de transición, sino que se trasmitirá, perturbando todo el flujo, aguas abajo de ella.

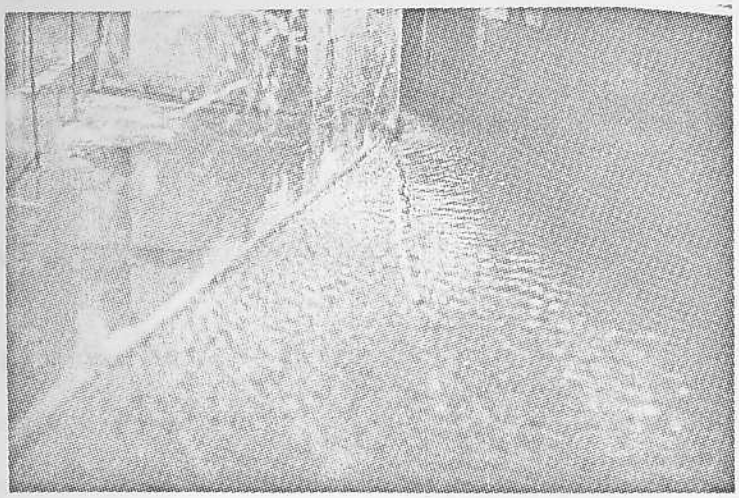
Una última observación referente a este tipo de transiciones, es el hecho de que una expansión, tan poco refinada como resulta ser la de dos tramos rectos, presente un comportamiento tan superior a su equivalente de un solo tramo recto.

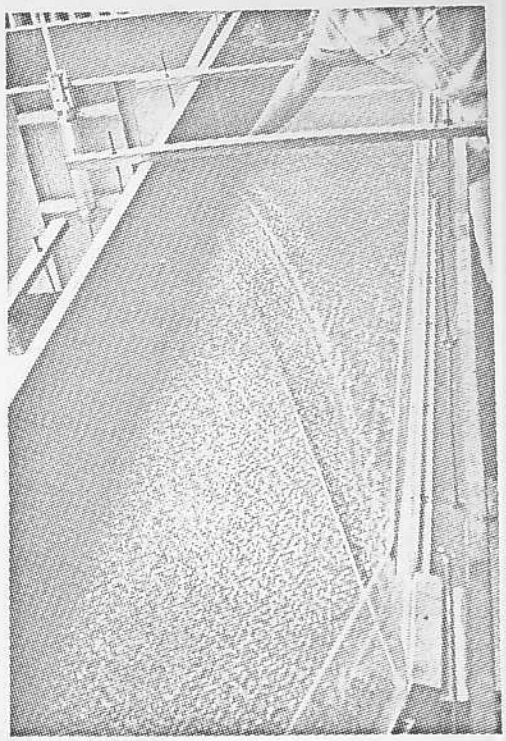
Finalmente, convendría, a raíz de nuestras experiencias, hacer unas recomendaciones para la construcción de un modelo hidráulico con el objeto de estudiar transiciones en régimen supercrítico.

a) El flujo de entrada debe obtenerse, preferiblemente, con una tobera o una rampa, ya que si se usa una compuerta se pueden crear perturbaciones apreciables, en el flujo consecuencia de los vórtices que se generan aguas arriba de la compuerta, como sucedía frecuentemente en nuestras experiencias.

b) Si la transición a estudiar es simétrica, puede reemplazarse la línea central por una pared. En cualquier caso, y particularmente en este último, debe tomarse la precaución de que el ancho del canal sea lo suficientemente grande para que el efecto de la capa laminar sea despreciable.

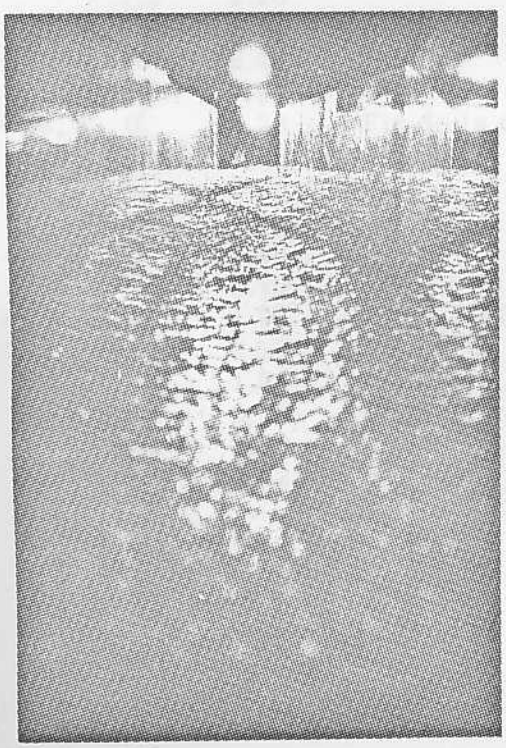
c) Se debe prever una longitud del canal lo suficientemente grande, de forma que se puedan observar las perturbaciones que persisten aguas abajo de la zona de transición. Es recomendable una longitud de "observación" de, por lo menos, 8 veces el ancho total del canal al final de la transición.



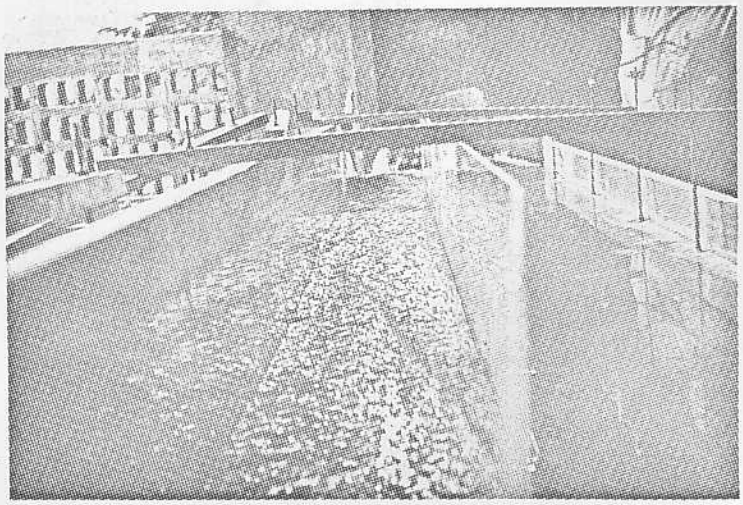


Izquierda: Onda producida por la separación.

Derecha: Intersección de ondas infinitesimales, producidas aguas arriba, con una onda de choque producida aguas abajo.



Izquierda y Derecha:
Ondas de choque producida en una de las expansiones de un tramo recto estudiadas por los autores de este trabajo.



DATOS EXPERIMENTALES

Expansión: Recta de un tramo

Longitud: 1.285 m $\lambda = b/b_o = 2$ F = 2.97

Observaciones: Lectura inicial del Aforador = 13,24

X	Y	Z	Observaciones
0 + 30	℄	3.96	Comienzo de la
	6	3.98	expansión
	P	3.98	Aforad = 13,24
0 + 55	℄	3.82	
	6.8	3.54	
	11.9	2.68	
	P	3.14	
1 + 05	℄	2.24	
	6	2.34	
	12.5	2.91	
	P	2.90	
1 + 35	℄	1.86	
	7.5	2.28	
	10.8	2.24	
	16	2.44	
	P	2.51	
1 + 58,5	℄	2.20	Fin de la ex-
	6	1.96	pansión
	11	2.08	
	18	2.12	
	23	2.26	
	P	2.70	
1 + 90	℄	1.98	Aforad = 13,19
	6	2.10	
	12	1.94	
	18.5	2.62	Onda
	20.2	2.58	
	P	2.52	

X	Y	Z	Observaciones
2 + 09	℄	2.00	
	6	1.96	
	13	2.38	
	14.8	2.66	Onda
	17.7	2.33	
	P	2.36	
2 + 72	℄	2.79	Onda
	7.5	2.00	
	10	2.04	
	18	2.26	
	P	2.34	Aforad = 13,30
3 + 12	℄	2.12	
	6	2.24	
	10.1	2.60	
	15	2.28	
	P	2.17	
3 + 55	℄	2.16	Onda
	6	2.18	
	12	2.10	
	18	2.34	
	P	2.81	
4 + 29	℄	2.59	
	3	2.50	
	9	2.30	
	15	2.36	
	20	2.54	
	P	2.62	Onda

DATOS EXPERIMENTALES

Expansión: Recta de un tramo

Longitud: 1.285 m $\lambda = b/b_o = 2$ F = 4.55

Observaciones: Lectura Aforador inicial 16,24

X	Y	Z	Observaciones
0 + 30	℄	1.25	Comienzo ex-
	6	4.08	pansión
	Pared	4.26	
0 + 55	℄	4.02	
	6	3.82	
	9.5	3.54	
	13.3	2.38	
	Pared	2.48	
0 + 95	℄	3.27	
	6	2.97	
	12	2.48	
	14.4	2.62	
	15.7	2.82	
	Pared	3.09	
1 + 32	℄	2.48	
	6	2.31	
	12	2.28	
	16	2.76	
	Pared	2.88	
1 + 58.5	℄	2.14	Fin expansión
	6	2.06	
	12	2.24	
	14	2.48	
	19	2.56	
	23	2.68	Asimilable a pared
2 + 00	℄	1.80	Aforador 16,24
	6	1.88	
	12	2.24	
	16.8	2.50	Onda
	19.8	3.80	
	22.0	3.75	
	Pared	3.52	
2 + 35	℄	1.57	
	6	1.87	
	13	1.94	Onda
	15.1	3.28	Onda
	18.9	3.15	
	Pared	3.04	
2 + 63	℄	2.00	
	5.3	2.60	
	7.8	2.77	
	12.0	2.56	
	17.5	2.72	
	Pared	2.80	
3 + 13.5	℄	3.96	Onda en ℄
	2.1	2.87	Aforador 16,20
	5.6	2.18	
	14	2.37	
	19	2.38	
	Pared	2.36	
3 + 75	℄	2.80	
	8	2.72	
	13	3.40	
	16	2.58	
	Pared	2.20	
4 + 29	℄	2.66	Onda en ℄
	6	2.62	
	12	2.62	
	18	2.64	
	20.8	3.74	
	Pared	4.24	
4 + 85	℄	2.43	
	6	2.52	
	9.5	2.94	
	13.0	3.52	
	17.0	3.04	
	Pared	2.86	Aforador 16,20

DATOS EXPERIMENTALES

Expansión: Recta de un tramo

Longitud: 1.285 m $\lambda = b/b_o = 2$ F = 6

Observaciones: Aforador = 18, 19

X	Y	Z	Observaciones
0 + 30	℄	4.48	Comienzo ex-
	6	3.90	pansión
	Pared	4.33	
0 + 55	℄	4.28	
	6	3.88	
	10.5	4.48	
	Pared-1.1	2.08	
	Pared	2.86	
1 + 05	℄	3.48	
	6.5	3.12	Ola rompiente
	13.0	2.24	
	15.0	2.34	
	15.5	2.50	
	Pared	2.74	
1 + 35	℄	3.06	
	6	2.58	
	14	2.28	
	16.5	2.54	
	19.0	2.60	
	Pared	2.74	Aforador 18, 21
1 + 58.5	℄	2.88	Fin expansión
	6	2.23	
	10	2.08	
	14.8	2.30	
	17.3	2.52	
	23	2.64	
	Pared	2.88	
1 + 95	℄	2.34	
	6	2.00	
	12	2.05	
	16	2.36	
	20	2.97	
	21.5	4.48	
	Pared	4.60	
2 + 60	℄	1.44	
	6	1.45	
	11	2.20	
	14.20	3.94	
	18.0	3.64	
	Pared	3.42	
3 + 10	℄	1.54	
	2.6	1.62	
	6.5	3.10	
	11	2.72	
	18	3.02	
	Pared	3.30	
3 + 46	℄	5.24	Ola en ℄
	2	3.22	
	4	2.58	
	8	2.30	
	15	2.76	
	Pared	2.98	
4 + 35	℄	3.50	
	3.5	3.54	
	6	3.10	
	11.8	3.86	
	14.7	2.66	
	19.0	2.16	
	Pared	2.26	
4 + 52	℄	2.76	
	12	2.66	
	20	2.76	
	Pared	4.42	Aforador 18, 22

DATOS EXPERIMENTALES

Expansión: Recta de un tramo

Longitud: 1.84 m $\lambda = b/b_o = 2$ F = 3

Observaciones: Lectura Aforador 13,50

X	Y	Z	Observaciones	X	Y	Z	Observaciones
0 + 30	℄	4.02	Comienzo expans.	2 + 80	℄	1.68	
	3	3.86			8	1.96	
	6	4.10			12	2.50	
	9	4.40			13	2.84	
	12	4.66			15	2.60	
0 + 55	℄	3.74			Pared	2.68	
	4	3.72		3 + 27	℄	2.98	
	8	3.66			3	2.78	
	Pared	3.64			7	2.24	
1 + 05	℄	2.82			Pared	2.34	
	6	2.77		3 + 70	℄	2.38	
	10	3.14			5	2.40	
	14	3.03			8	2.55	
	Pared	3.38			11	2.86	
1 + 55	℄	2.46			13	2.69	
	5	2.44			18	2.04	
	8	2.37			Pared	2.10	
	13	2.52		4 + 14	℄	2.24	
	Pared	2.66	Fin expansión		10	2.36	
2 + 12	℄	2.32			17.5	2.42	
	7	2.38			20	2.88	
	15	2.18			Pared	3.22	
	Pared	2.16		4 + 55	℄	2.04	
2 + 33	℄	2.10			6	2.18	
	16	2.20			9	2.34	
	20	2.44			12	2.74	
	21	2.94	Aforador 13,42		16	2.54	
	Pared	2.98			Pared	2.66	

DATOS EXPERIMENTALES

Expansión: Recta de un tramo

Longitud: 1.84 m $\lambda = b/b_o = 2$ F = 4.54

Observaciones: Lectura Aforador 16,26

X	Y	Z	Observaciones
0 + 30	℄	4.31	Comienzo expans.
	6	4.04	
	P	4.16	
0 + 55	℄	3.96	
	6	3.88	
	10	3.56	
	12	2.94	
	P	3.32	
1 + 05	℄	3.24	
	6	3.02	
	10	2.57	
	12.5	3.23	
	P	3.44	
1 + 55	℄	2.56	
	6	2.44	
	9	2.62	
	11	2.86	
	13.5	3.18	
	P	3.00	
1 + 85	℄	2.34	
	6	2.48	
	9.5	2.68	
	12.5	2.44	
	16	2.66	
	P	2.84	
2 + 14	℄	2.22	Fin expansión
	6	2.46	
	12	2.34	
	18	2.44	
	P	2.58	
2 + 40	℄	2.32	
	6	2.24	
	12	2.24	
	18	2.44	
	20	2.64	
	21.3	3.48	
	P	3.34	
2 + 70	℄	2.18	Aforador 16,18
	6	2.08	
	12	2.30	
	15.5	2.52	
	17	3.13	
	20	3.11	
	P	3.02	
3 + 00	℄	2.02	
	6	2.26	
	11.4	2.67	
	13.4	3.16	
	16	2.82	
	P	2.93	
3 + 10	℄	2.06	
	13	3.08	
	P	2.92	
3 + 40	℄	2.40	
	7	2.88	
	12	2.58	
	P	2.80	
3 + 77	℄	3.30	
	3	3.16	
	6	2.66	
	12	2.58	
	20	2.70	
	P	2.56	
4 + 20	℄	2.70	
	5	2.80	
	8.70	3.12	
	12	2.94	
	P	2.61	
4 + 55	℄	2.80	
	10	2.70	
	17	3.06	
	P	2.66	
4 + 95	℄	2.46	
	12	2.64	
	P	2.70	Aforador 16,16

DATOS EXPERIMENTALES

Expansión: Recta de un tramo

Longitud: 1.84 m $\lambda = b/b_o = 2$ F = 6

Observaciones: 18, 24

X	Y	Z	Observaciones	X	Y	Z	Observaciones
0 + 30	℄	4.50					
	6	3.98					
	P	4.20					
2 + 10	℄	2.19					
	6	2.18					
	12	2.58					
	13.2	2.66					
	18	2.74					
	P	2.66					
3 + 14	℄	2.26					
	6	2.04					
	10	2.32					
	14.7	3.40					
	17	3.26					
	20	3.08					
	P	3.88					
4 + 11	℄	4.24					
	3	3.44					
	6	2.82					
	12	2.72					
	18	2.40					
	21	2.50					
	P	2.61					
4 + 90	℄	2.83					
	6	2.72					
	11.6	3.22					
	15	3.08					
	20	2.72					
	P	2.76					

DATOS EXPERIMENTALES

Expansión: Recta de un tramo

Longitud: 2.54 m $\lambda = b/b_o = 2$ F = 3

Observaciones: Lectura Aforador 13,48

X	Y	Z	Observaciones	X	Y	Z	Observaciones
0 + 30	℄	4.12		4 + 04	℄	2.54	
	4	4.06			6	2.36	
	8	4.14			14	2.36	
	12	4.18			P	2.54	Onda en ℄
0 + 55		4.06	Lec. Aforador 13.46				Lectura aforador 13.94
	4.5	4.06					
	9	3.62					
	P	3.70					
1 + 05	℄	2.92					
	4.5	3.14					
	8	3.34					
	P	3.50					
1 + 55	℄	2.99					
	7	2.84					
	P	2.72					
2 + 05	℄	2.60					
	13	2.56					
	17	2.60					
	P	2.78					
2 + 84	℄	2.02					
	9	2.22					
	16	2.32					
	P	2.46					
3 + 40	℄	2.06					
	7	2.32					
	12	2.48					
	13	2.66					
	15	2.34					
	P	2.42					

DATOS EXPERIMENTALES

Expansión: Recta de un tramo

Longitud: 2.54 m $\lambda = b/b_o = 2$ F = 4.5

Observaciones: Lectura Aforador 16,40

X	Y	Z	Observaciones	X	Y	Z	Observaciones
0 + 30	℄	4.30	Comienzo ex-	3 + 15	18.5	2.90	
	3	4.36	pansión		20	4.36	
	6	4.38			P	4.52	
	9	4.32		3 + 75	℄	2.24	
	P	4.24			8	2.54	
0 + 55	℄	4.36			12.5	3.36	
	3	4.26			15.5	3.06	
	7	3.98			P	2.96	
	10	3.60		4 + 47	℄	3.38	Onda en ℄
	P	3.58			5	3.16	
1 + 05	℄	3.60			8	2.78	
	5	3.28			16	2.66	
	10	3.52			P	2.74	
	P	3.80					
1 + 55	℄	2.84	Aforador 16,38				
	4	2.94					
	6	3.20					
	10	3.28					
	P	3.58					
2 + 05	℄	3.30					
	7	2.86					
	15	2.78					
	P	2.78					
2 + 83	℄	2.62	Fin expansión				
	10	2.38					
	15	2.74					
	P	2.66					
3 + 15	℄	2.36					
	11	2.38					
	15	2.38					

DATOS EXPERIMENTALES

Expansión: Recta de un tramo

Longitud: 2.54 m $\lambda = b/b_o = 2$ F = 6

Observaciones: Lectura Aforador 18,31

X	Y	Z	Observaciones	X	Y	Z	Observaciones
0 + 30	℄	4.33					
	6	4.04					
	P	4.18					
2 + 83	℄	2.78					
	6	2.48					
	12	2.56					
	15	2.70					
	18	3.00					
	P	3.02					
3 + 40	℄	2.50					
	6	2.53					
	12	2.52					
	15	2.72					
	16.5	2.86					
	18.5	3.46					
	21	3.28					
	P	3.32					
4 + 35	℄	3.10					
	3	3.06					
	6	2.98					
	9	2.94					
	12	2.92					
	15	3.02					
	18	3.02					
	21	3.00					
	P	3.06	Lectura Aforador 18,32				

DATOS EXPERIMENTALES

Expansión: Recta de un tramo

Longitud: 3.21 m $\lambda = b/b_o = 2$ F = 3

Observaciones: Lectura Aforador

X	Y	Z	Observaciones
0 + 30	℄	3.94 cms.	Afor. = 13,30
	6	3.86	
	P	4.16	
0 + 55		3.76	
	6	3.81	
	P	3.68	
1 + 05	℄	3.06	
	1	3.12	
	6	3.10	
	9	3.44	
	P	3.54	
1 + 55	℄	3.06	
	1	3.08	
	6	2.81	
	12	2.88	
	P	2.90	
2 + 05	℄	2.96	
	6	2.71	
	12	2.78	
	P	2.94	
2 + 55	℄	2.44	
	6	2.46	
	12	2.66	
	P	2.74	
3 + 05	℄	2.54	
	6	2.48	
	12	2.34	
	18	2.34	
	P	2.43	
3 + 51	℄	2.16	Quiebre pared
	6	2.16	
	12	2.26	
	18	2.24	
	P	2.24	
3 + 75	℄	2.00	
	6	2.07	
	12	2.00	
	18	2.46	
	20	2.90	Ola
	21.8	2.84	
	P	2.86	
4 + 10	℄	1.90	
	6	1.94	
	11	2.50	Ola
	12.7	2.70	
	15.2	2.52	
	19.0	2.55	
	P	2.64	
4 + 53	℄	2.92	Reflexión en ℄
	6	2.28	
	12 cms.	2.34	
	18	2.01	
	P	2.26	
4 + 90	℄	2.36	
	10.50	2.68	Ola
	20	1.82	
	P	1.82	Afor. = 13,20
5 + 00	-	-	

DATOS EXPERIMENTALES

Expansión: Recta de un tramo

Longitud: 3.21 m $\lambda = b/b_o = 2$ F = 4.5

Observaciones: Aforador 16.30 á 16.26

X	Y	Z	Observaciones
0 + 30	℄	4.20	
	6	4.04	
	P	3.72	
0 + 55	℄	4.00	
	7	3.88	*
	9.5	3.76	*
	P	3.46	
1 + 05	℄	3.34	
	3.5	3.30	
	12	3.58	
	P	3.66	
1 + 55	℄	3.14	
	2	3.04	
	6	3.06	
	12	3.28	
	P	3.36	
2 + 05	℄	3.14	
	5	3.04	
	8.5	2.96	
	11.5	3.04	
	P	2.90	
2 + 55	℄	2.58	
	4	2.64	
	8.5	2.82	
	13	2.84	
	16	2.88	
	P	2.86	
3 + 05	℄	2.60	
	3.5	2.58	
	11	2.52	
	18	2.65	
	P	2.82	
3 + 45	℄	2.44	
	12	2.53	
	P	2.42	
3 + 51	℄	2.40	
	8	2.54	
	16	2.55	
	P	2.50	
4 + 00	℄	2.50	
	8	2.34	
	16.1	2.65	*
	18.5	3.20	
	20.4	3.06	
	P	2.95	
4 + 80	℄	2.56	
	4.0	2.66	
	8.5	2.80	
	14.0	2.84	
	P	2.84	
5 + 00	-	-	

DATOS EXPERIMENTALES

Expansión: Recta de un tramo

Longitud: 3.21 m $\lambda = b/b_o = 2$ F = 6

Observaciones: Aforador 18, 26

X	Y	Z	Observaciones	X	Y	Z	Observaciones
0 + 30	℄	4.40	18, 26		12	2.56	
	6	3.84			18	2.58	
	12	3.88			P	2.44	
0 + 55	℄	4.02		4.00	℄	2.46	
	6	4.08			6	2.54	
	P	3.16			12	2.65	
1 + 05	℄	3.52			17.4	2.94	
	6	3.42			19.5	3.47	
	12	3.42			21.6	3.00	
	P	3.64			P	3.10	
1 + 55	℄	3.18		4 + 80	℄	2.34	
	6	2.93			6	2.28	
	12	3.54			10.8	3.16	
	P	3.60			14.2	3.02	
2 + 05	℄	2.99			19.0	3.25	
	6	3.04			P	3.28	Afor. = 18, 20
	12	2.20		5 + 00	-	-	
	P	3.32					
2 + 55	℄	2.66					
	6	2.88					
	12	2.98					
	18	2.96					
	P	2.94					
3 + 05	℄	3.06					
	6	2.78					
	12	2.56					
	18	2.55					
	P	2.70					
3 + 51	℄	2.70					
	6	2.70					

DATOS EXPERIMENTALES

Expansión: Recta de dos tramos

Longitud: 2,17 $\lambda = b/b_o = 24.3/12$ F = 3

X	Y	Z	Observaciones
0 + 30	℄	3.92	Aforador 13,38
	3	3.90	
	6	4.03	
	9	4.12	
	P	4.22	
0 + 55	℄	3.82	
	6	3.78	
	12	3.42	
	P	3.46	
1 + 05	℄	2.72	Onda de sepa-
	6	2.78	ración
	12	3.10	Aforador 13.40
	P	3.20	
1 + 55	℄	2.60	
	6	2.42	
	12	2.52	
	15	2.60	
	P	2.50	
1 + 89	℄	2.36	Fin del primer
	6	2.48	tramo de expansión
	9	2.42	
	12	2.40	
	18	2.20	
	P	2.18	
2 + 35	℄	1.96	
	6	2.02	
	12	2.04	
	16	2.27	
	17.2	2.44	
	19	2.46	
	P	2.48	
2 + 47	℄	1.80	Fin de la ex-
	6	1.94	pansión
	12	2.10	
	13.7	2.17	
	15.5	2.38	
	18	2.34	
	P	2.47	
3 + 00	℄	1.92	Aforador 13.38
	6	2.02	
	8.3	2.12	
	12	2.26	
	14	2.46	
	15	2.43	
	18	2.42	
	P	2.46	
3 + 56	℄	2.56	Reflexión en ℄
	3	2.50	
	6.5	2.44	
	12	2.42	
	16	2.20	
	P	2.14	
4 + 80	℄	2.18	
	6	2.36	
	10	2.42	
	15	2.48	
	18.5	2.58	
	P	2.54	

DATOS EXPERIMENTALES

Expansión: Recta de dos tramos

Longitud: 2.17 $\lambda = b/b_o = 24.3/12$ F = 4.5

Observaciones: Aforador = 16,30

X	Y	Z	Observaciones
0 + 30	℄	4.32	
	3	4.18	
	6	3.89	
	9	4.20	
	P	4.12	
0 + 55	℄	3.95	
	6	3.94	
	10	3.58	
	12.6	3.28	
	P	3.52	
1 + 05	℄	3.28	
	6	3.04	
	12	3.18	
	P	3.50	
1 + 55	℄	2.66	
	6	2.60	
	12	2.88	
	15	2.90	
	P	2.97	
1 + 89	℄	2.54	Fin del primer
	6	2.52	tramo de expansión
	12	2.44	
	18	2.58	
	P	2.66	
2 + 35	℄	2.34	
	6	2.42	
	12	2.32	
	15	2.38	
	P-6	2.64	
	P-4.5	2.96	
	P	2.98	
2 + 47	℄	2.35	Fin de la expans.
	6	2.24	
	12	2.30	
	15	2.48	

X	Y	Z	Observaciones
2 + 47	18	2.82	Onda
	20	2.74	
	P	2.88	
2 + 85	℄	2.04	
	6	2.30	
	12	2.64	
	13	2.85	
	16	2.72	
	19.5	2.88	
	P	2.86	
3 + 40	℄	2.42	Aforador 16,30
	6	2.52	
	7.5	2.54	
	11	2.46	
	13	2.66	
	16	2.65	
	20	2.70	
	P	2.78	
3 + 77	℄	2.86	Reflexión en ℄
	3	2.83	
	6	2.72	
	9	2.66	
	12	2.52	
	15	2.54	
	18	2.52	
	21	2.52	
	P	2.50	
4 + 10	℄	2.82	
	3	2.83	
	6	2.84	
	9	2.83	
	12	2.77	
	15	2.62	
	18	2.42	
	21	2.44	
	P	2.34	

DATOS EXPERIMENTALES

Expansión: Recta de dos tramos

Longitud: 2.17 $\lambda = b/b_o = 24.3/12$ F = 6

X	Y	Z	Observaciones
0 + 30	℄	4.44	Aforador 18.24
	3	4.30	
	6	4.30	
	9	4.06	
	P	4.12	
0 + 55	℄	4.24	
	6	4.22	
	10	3.68	
	P	2.60	
1 + 05	℄	3.68	
	6	3.22	
	14.3	2.92	
	P	3.54	3.54 = onda de
1 + 55	℄	3.06	sobreexpansión
	7	2.50	
	12	2.70	
	15	3.12	
	P	3.26	
1 + 89	℄	2.46	Fin del primer
	6	2.40	tramo de expansión
	11	2.58	
	13	2.98	
	18	2.96	
	P	2.98	
2 + 35	℄	1.96	
	7.5	2.30	
	10.8	2.68	Onda de sobreexp.
	14	2.58	
	19	3.06	
	21	3.52	
	P	3.62	
2 + 47	℄	1.84	Fin de segunda exp.
	8	2.30	
	11.4	2.70	Onda de sobreexp.
	14	2.56	
	18.5	2.92	
	20.4	3.46	
	P	3.56	
3 + 00	℄	2.20	
	6	2.18	
	11.3	2.40	
	14.0	2.98	Aforador 18.26
	16.5	3.46	
	20	3.60	
	P	3.58	
3 + 65	℄	2.66	
	5.5	3.00	
	8.3	3.20	
	11	3.02	
	15	2.62	
	20	2.70	
	P	3.24	
4 + 10	℄	4.06	Reflexión en ℄
	3	3.42	
	6	3.16	
	10	2.98	
	16	2.76	
	P	2.42	
4 + 85	℄	3.12	
	6	2.90	
	10	3.30	
	14	3.10	Aforador 18.28
	18	2.88	
	P	2.82	

DATOS EXPERIMENTALES

Expansión: De un tramo recto y un tramo curvo

Longitud: 2,40 $\lambda = b/b_o = 24.4/12$ F = 3

Observaciones: Lectura Aforador 13,54

X	Y	Z	Observaciones
0 + 30	℄	4.00	
	3	3.94	
	6	3.98	
	9	4.18	
	12	4.30	
0 + 55	℄	3.83	
	6	3.80	
	10	3.40	
	P	3.36	
1 + 05	℄	2.70	
	7	2.86	
	8.5	3.14	
	11	3.12	
	P	3.14	
1 + 55	℄	2.59	
	7	2.36	
	12	2.48	
	P	2.66	
2 + 00	℄	2.24	
	6	2.40	
	10	2.34	
	14	2.30	
	18	2.44	
	P	2.32	
2 + 35	℄	2.06	
	6	2.08	
	12	2.16	
	15	2.24	
	18	2.40	
	19	2.44	
	P	2.54	
2 + 85	℄	1.86	
	6	1.96	
	12	2.24	
	16	2.42	
	20	2.52	
	P	2.56	
3 + 40	℄	2.20	
	6	2.32	
	10	2.28	
	15	2.26	
	18	2.21	
	21	2.17	
	P	2.28	
4 + 00	℄	2.26	
	6	2.22	
	12	2.30	
	18	2.34	
	P	2.44	
4 + 58	℄	2.03	
	6	2.14	
	12	2.40	
	18	2.48	
	P	2.58	Aforador 13,46

DATOS EXPERIMENTALES

Expansión: De un tramo recto y un tramo curvo

Longitud: 2.40 $\lambda = b/b_o = 24.4/12$ F = 4.5

Observaciones: Lectura Aforador 16,30

X	Y	Z	Observaciones
0 + 30	℄	4.14	
	3	4.22	
	6	4.16	
	9	4.12	
	P	3.94	
0 + 55	℄	3.92	
	6	3.97	
	9.5	3.64	
	P	3.20	
1 + 05	℄	3.33	
	6	2.92	
	10.7	2.98	Comienzo onda de sobreexpansión
	12.4	3.16	Pico onda sobreexp.
	P	3.48	
1 + 55	℄	2.42	
	6	2.48	
	9	2.88	
	12	2.82	
	18	3.12	
	P	3.14	
1 + 90	℄	2.38	
	7.7	2.46	
	9.5	2.40	
	15	2.74	
	P	3.06	
2 + 12	℄	2.44	Aforador 16,32
	6	2.40	
	12	2.48	
	18	2.66	
	P	3.24	
2 + 50	℄	2.16	
	6	2.22	
	12	2.50	
	16.5	2.54	
	19	2.76	
	P	3.08	
2 + 92	℄	2.26	
	4	2.22	
	8	2.30	
	12	2.56	
	16	2.58	
	20	2.72	
	P	2.96	
3 + 60	℄	2.42	
	3	2.58	
	6	2.60	
	9	2.68	
	12	2.64	
	15	2.50	
	18	2.66	
	21	2.64	
	P	2.80	
4 + 20	℄	2.64	
	6	2.74	
	12	2.68	
	18	2.70	
	P	2.82	
4 + 80	℄	2.46	
	6	2.59	
	12	2.72	
	18	2.84	
	P	2.88	Aforador 16,32

DATOS EXPERIMENTALES

Expansión: De un tramo recto y un tramo curvo

Longitud: 2.40 m $\lambda = b/b_o = 24.4/12$ F = 6.03

Observaciones: Lectura Aforador 18.24

X	Y	Z	Observaciones	X	Y	Z	Observaciones
0 + 30	℄	4.44		2 + 85	℄	2.04	Desaparece onda
	3	4.24			6	2.18	de sobreexpans.
	6	4.22			11.5	2.38	
	9	4.06			14	2.82	
	P	4.12			18	3.22	
					21	3.34	
0 + 55	℄	4.34			P	3.48	
	6	4.23					
	10	4.56		3 + 40	℄	2.36	
	12	2.73			5	2.44	
	P	2.73			10	2.58	
					15	2.88	
1 + 05	℄	3.56			17	3.04	
	5	3.34			21	3.12	
	9	2.97			P	3.16	
	13	2.88					
	14	3.17	Onda de sobreexp.	4 + 00	℄	3.10	
	P	3.54			6	2.90	
					12	2.76	
1 + 55	℄	2.96			18	2.52	
	6	2.56			P	2.92	
	12.1	2.70		4 + 15	℄	3.60	Onda en ℄
	14	3.08			2.5	3.34	
	P	3.28			5	3.06	
					10	3.00	
1 + 90	℄	2.50			15	2.72	
	6	2.24			20	2.54	
	10	2.44			P	2.48	
	12.6	2.90	Onda de Sobreexp.				
	15	2.88		4 + 81	℄	3.08	
	19	2.94			6	3.08	
	P	3.42			8.8	3.14	Onda
					12	3.04	
2 + 35	℄	1.90			18	2.67	
	6	2.20			P	2.58	Aforador 18.24
	8.5	2.48					
	10.3	2.70	Sobreexpansión				
	12.5	2.66					
	17.5	2.88					
	19.5	3.15					
	P	3.46	Aforador 18.24				

DATOS EXPERIMENTALES

Expansión: Recta de un tramo

Longitud: 0.83 m $\lambda = b/b_o = 2$ F = 3

Observaciones: Lectura inicial del aforador 14,00

X	Y	Z	Observaciones	X	Y	Z	Observaciones
0 ÷ 30	℄	3.94		2 ÷ 18	℄	3.64	
	4	3.88			2	3.40	
	8	4.10			8	2.90	
	P	4.08			15	2.10	
					P	2.24	
1 ÷ 60	℄	1.32					
	4	1.36		2 ÷ 55	℄	2.30	
	9	2.14			3	2.42	
	16.5	3.22			6	2.74	
	20	3.04			9	3.10	
	P	3.10			12	2.22	
					16	1.98	
					P	1.82	

Expansión: Recta de un tramo

Longitud: 3.21 m $\lambda = b/b_o = 2$ F = 4.5

Observaciones: Lectura aforador 14,2

X	Y	Z	Observaciones	X	Y	Z
0 ÷ 30	℄	3.94		4 ÷ 64	℄	2.78
	4	4.00			4	2.52
	8	4.16			8	2.30
	P	4.16			16	2.40
					P	2.38
4 ÷ 04	℄	2.04				
	6	2.02				
	11	2.39				
	14	2.86				
	16	2.74				
	19	2.74				
	P	2.80				

B I B L I O G R A F I A

ENGINEERING HYDRAULICS, Edited by Hunter Rouse - Edición 1950

FLUID MECHANICS FOR HYDRAULIC ENGINEERS, by Hunter Rouse.

OPEN-CHANNEL HYDRAULICS, Ven Te Chow - Edición 1959

THE DYNAMICS AND THERMODYNAMICS OF COMPRESSIBLE FLUID FLOW, Volume I, by Ascher H. Shapiro - Edición 1953

TRANSACTIONS OF ASCE - VOL. 116, 1951. Paper 2434

TRANSACTIONS OF ASCE - VOL. 121, 1956. Paper 2815

°°°°°///°°°°°